

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 9 (1972)

**Rubrik:** Theme III: Long-spanned roofs

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

### **III**

## **Couvertures de grande portée Weitgespannte Dachkonstruktionen Long-Spanned Roofs**

### **III a**

## **Structures en câbles et structures suspendues Seilkonstruktionen und seilverspannte Konstruktionen Cable and Cable-Suspended Roofs**

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

### IIIa

#### DISCUSSION LIBRE • FREIE DISKUSSION • FREE DISCUSSION

**Discussion of Structural Lattices with Particular Reference to the Paper  
by S. Shore and B. Chandari, entitled "Free Vibrations of Cable Networks"**

Discussion sur les treillages structurels, compte tenu en particulier de la contribution de S. Shore et B. Chandari, intitulée "Free Vibrations of Cable Networks"

Diskussion der Gitterwerkkonstruktionen unter besonderer Berücksichtigung des Beitrages von S. Shore und B. Chandari, betitelt "Free Vibrations of Cable Networks"

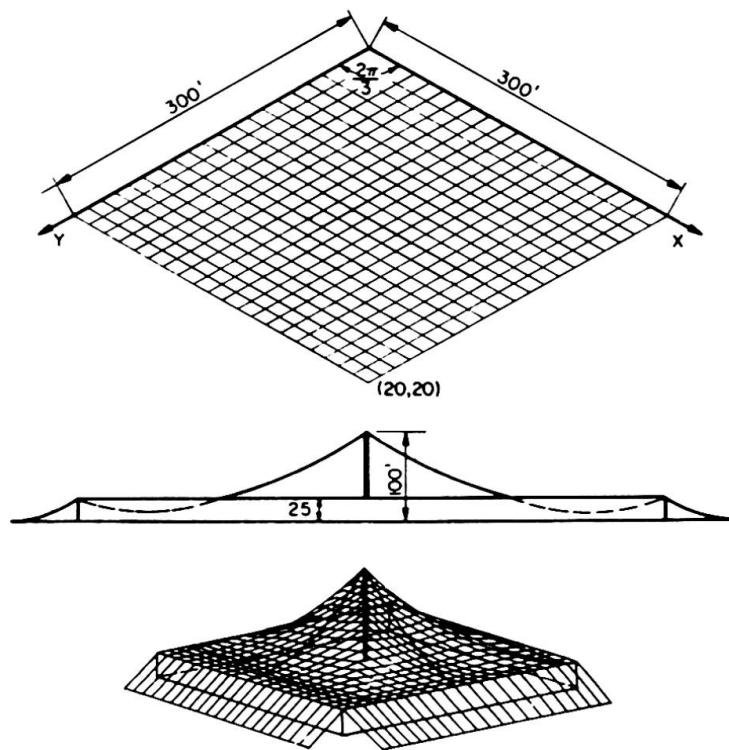
D.V. REDDY

Dr.-Ing.

Memorial University  
St. John's, Newfoundland  
Canada

I have a few comments to make regarding the analysis of 'Structural Lattices' with some reference to cable networks and grids discussed today. Structural systems with repetitive configurations and physical quantities with a definite sequential relation between them at regular intervals can be analysed by the Calculus of Finite Differences (1,2,3). The method, which is not to be confused with the numerical analysis of Finite Difference equations, is also useful in establishing the equivalence of interconnected cables to membranes and grids to plates (4).

A structural net analysed by Dean (5) is shown in Fig. 1.

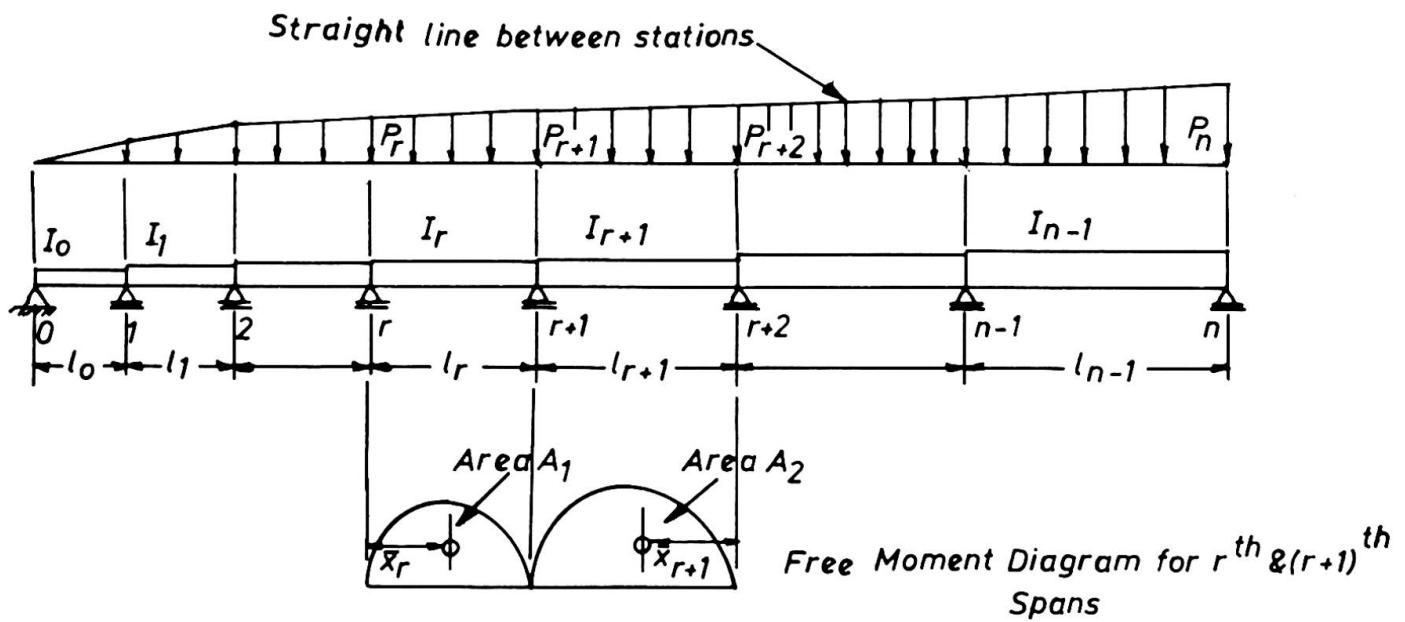


**Fig. 1** Doubly threaded structural net with centre pole  
From Dean (5)

The method can be illustrated by the following two examples:

#### Example 1

#### Support Moments of a Continuous Beam (Fig. 2)



**Fig. 2**

The general three-moment equation for the rth and (r+1)th spans is

$$\begin{aligned} M_{r+2} \left( \frac{\ell_{r+1}}{I_{r+1}} \right) + 2M_{r+1} \left( \frac{\ell_{r+1}}{I_{r+1}} + \frac{\ell_r}{I_r} \right) + M_r \left( \frac{\ell_r}{I_r} \right) \\ = - \frac{6 A_r \bar{x}_r}{\ell_r I_r} - \frac{6 A_{r+1} \bar{x}_{r+1}}{\ell_{r+1} I_{r+1}} \end{aligned} \quad (1)$$

Assuming that (i)  $\frac{\ell_r}{I_r} = k_1$ , a constant,  $r = 0, 1, 2, \dots, n-1$

$$(ii) \frac{\ell_r}{\ell_{r-1}} = k_2, \text{ a constant, } r = 1, 2, \dots, n-1$$

$$\text{and (iii) } P_r = P_n \left( \frac{r}{n} \right), r = 0, 1, 2, \dots, n$$

Eqn. (1) reduces to

$$M_{r+2} + 4M_{r+1} + M_r = \frac{1}{k_1 k_2 I_r} \left( \frac{-6 A_r \bar{x}_r k_2}{\ell_r} - \frac{6 A_{r+1} \bar{x}_{r+1}}{\ell_{r+1}} \right) \quad (2)$$

The above can be rewritten in terms of  $\ell_0$  and  $I_0$  as

$$(E^2 + 4E + 1) M_r = \frac{-P_n \ell_0^3 k_2^{2r}}{60_n I_0 k_1} \left[ 15r(1+k_2^2) + (22 k_2^2 + 8) \right] \quad (3)$$

Solving the above difference equation and applying the boundary conditions  $M_1 = M_n = 0$  gives

$$M_r = C \left[ D \beta^r + \left( \frac{\beta^{n+r} - \beta^{n-r}}{\beta^{2n} - 1} \right) (G - D \beta^n) - k_2^{2r} \left\{ 15r(1+k_2^2) + D \right\} \right] \quad (4)$$

where

$$C = \left( P \frac{l_0^3}{l} \right) / [60n I_0 k_1 (1 + 4k_2^2 + k_2^4)]$$

$$D = (-8k_2^6 + 6k_2^4 - 6k_2^2 + 8) / (1 + 4k_2^2 + k_2^4)$$

$$G = k_2^{2n} [15n(1 + k_2^2) + D] \quad \text{and}$$

$\beta = (-2 + \sqrt{3})$ , one of the roots of the auxiliary equation  $(a^2 + 4a + 1) = 0$

Taking  $k_2 = 1$  Eqn. (4) reduces to the form

$$M_r = \frac{P l^2}{12} \left[ \frac{\beta^{n+r} - \beta^{n-r}}{\beta^{2n} - 1} - \frac{r}{n} \right] \quad (5)$$

### Example II

Frequency Analysis of a Grid (Fig. 3)  
from Ellington and McCallion (6)

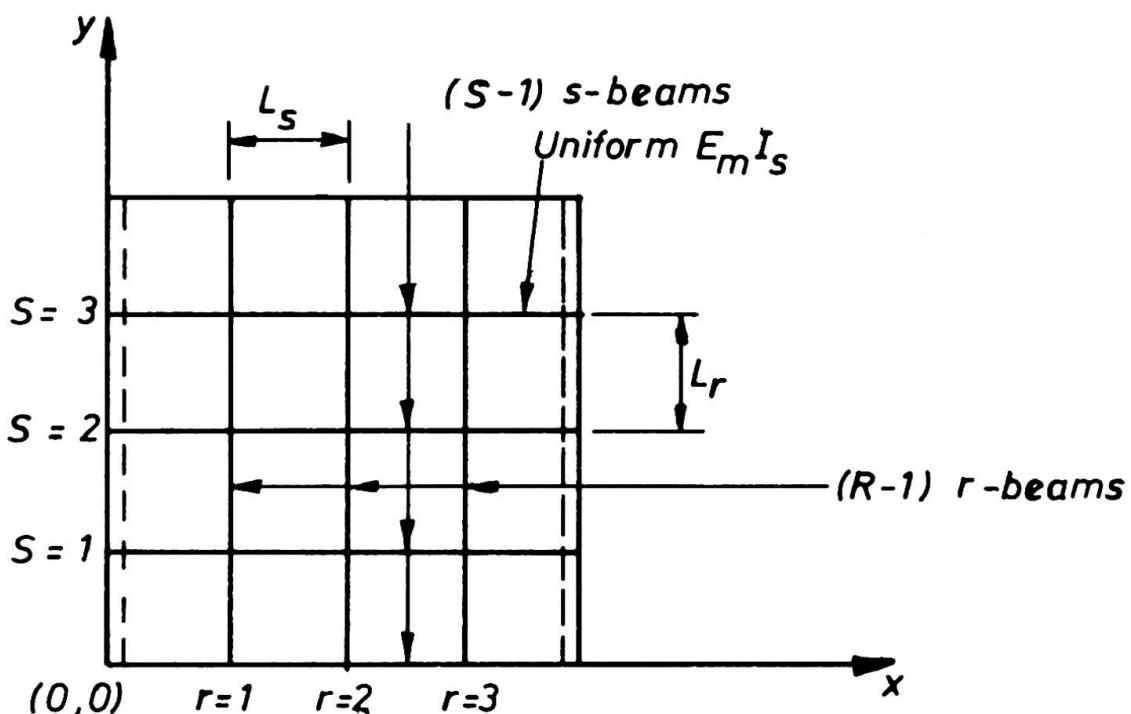


Fig. 3

Considering the grid shown, the two moment equations in the orthogonal directions and the shear equation at the node give the three fundamental equations as follows :-

r direction

$$M_{r+2,s} + 4M_{r+1,s} + M_{r,s} = \frac{6 E_m I_r}{h_r^2} (y_{r+2,s} - 2y_{r+1,s} + y_{r,s}) \quad (6)$$

s direction

$$M_{r,s+2} + 4M_{r,s+1} + M_{r,s} = \frac{6 E_m I_s}{h_s^2} (y_{r,s+2} + 2y_{r,s+1} + y_{r,s}) \quad (7)$$

Equilibrium Eqn. at (r+1, s+1)

$$\begin{aligned} \frac{M_{r+2,s+1} - 2M_{r+1,s+1} + M_{r,s+1}}{h_r} + \frac{M_{r+1,s+2} - 2M_{r+1,s+1} + M_{r+1,s}}{h_s} \\ = \frac{W}{g} \omega^2 y_{r+1,s+1} \end{aligned} \quad (8)$$

Applying the finite difference operators  $E_r$  and  $E_s$  defined by  $E_r^x y_{r,s} = y_{r+x}$  and  $E_s^x y_{r,s} = y_{r,s+x}$  and combining the eqs. (6), (7) and (8) the following basic equation is obtained.

$$\left[ \frac{K_r}{2} \left( \frac{\xi_r^2}{\xi_r + 6} \right) + \frac{K_s}{2} \left( \frac{\xi_s^2}{\xi_s + 6} \right) - \frac{W}{g} \omega^2 \right] y = 0 \quad (9)$$

where  $\xi = \frac{(E-1)^2}{E}$  and  $K = 12 E_m I / h^3$

The deflection function satisfying the particular case of simply-supported edge conditions at  $r = 0$  and  $r = R$  is

$$y = A \sin \left( \frac{p\pi r}{R} \right) e^{\sigma_s} \quad (10)$$

where  $(R-1)$  = total number of 'r' beams

$A$  = an arbitrary constant

$p$  = an integer and  $\sigma$  has to be determined from the boundary conditions.

When the two edges are free the frequency equations obtained are as follows:

$$\frac{\cos h \alpha(z+1)}{\cos h \alpha z} - \frac{\cos \beta(z+1)}{\cos \beta z} = 0 \quad (11)$$

$$\text{and } \frac{\sin h \alpha(z+1)}{\sin h \alpha z} - \frac{\sin \beta(z+1)}{\sin \beta z} = 0 \quad (12)$$

for symmetric and antisymmetric modes respectively  
where  $(2z+1)$  = number of 's' beams

$$\left. \begin{aligned} \cos h \alpha \\ \cos \beta \end{aligned} \right\} = (1 + \lambda) \pm \sqrt{\lambda^2 + 6\lambda}$$

in which  $\lambda = \frac{w \omega^2}{2gK_s} - \frac{K_r}{2K_s} \left[ \frac{\{\cos(p\pi/R) - 1\}^2}{\cos(p\pi/R) + 2} \right]$

It is hardly necessary to add that the method is very powerful for discrete models.

#### BIBLIOGRAPHY

- (1) Kármán, T. and Biot, M., 'Mathematical Methods in Engineering', Chap. XI, McGraw Hill, New York (1940).
- (2) Bleich, F. and Melan, E., 'Die gewöhnlichen und partiellen Differenzgleichungen der Baustatik', J. Springer, Berlin (1927).
- (3) Thein Wah and Calcote, L.R., 'Structural Analysis by Finite Difference Calculus', Van Nostrand Reinhold, New York, 1970.
- (4) Renton, J.D., 'On the Gridwork Analogy for Plates', J. Mech. Phys. Solids, 13, 413-420 (1965).
- (5) Dean, D.L. and Ugarte, C.P., 'Analysis of Structural Nets', Pub. IABSE, Vol. 23, 1963, pp. 201-220.
- (6) Ellington, J.P. and McCallion, H., 'The Free Vibrations of Grillages', J. App. Mech. 26, Trans. ASME, Series E, 603-607 (1959)

## SUMMARY

The presentation describes the application of Finite Difference Calculus to obtain analytical solutions for structural systems, like cable networks, involving repetitive configurations and physical quantities with a definite sequential relation between them at regular intervals. Two illustrative examples are presented:

- 1) Analysis of the support moments of a continuous beam and
- 2) Frequency analysis of a grid.

## RESUME

Ce travail décrit l'application du calcul aux différences finies pour obtenir les solutions analytiques pour des systèmes structurés tels que les réseaux de câbles, possédant une configuration qui se répète et des grandeurs physiques liées entre elles par une relation continue définie à intervalles réguliers. Deux exemples explicatifs sont présentés:

- 1) Analyse des moments d'appui d'une poutre continue, et
- 2) Analyse des fréquences d'une grille de poutres.

## ZUSAMMENFASSUNG

Die vorliegende Arbeit beschreibt die Anwendung der endlichen Differenzenberechnung zur Erzielung analytischer Lösungen für strukturelle Systeme, wie Kabelnetzwerke unter Einschluss wiederholter Konfigurationen und physikalischer Mengen mit bestimmter aufeinanderfolgender Beziehung untereinander in regelmäßigen Intervallen. Es werden zwei illustrative Beispiele gezeigt:

- 1) Analyse der Stützmomente eines durchlaufenden Balkens und
- 2) Frequenzanalyse eines Netzwerkes.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

### IIIa

#### Ein Verfahren für die Formfindung vorgespannter Netzwerkkonstruktionen

A Method for Finding out the Form of Prestressed Cable Suspended Constructions

Un procédé pour l'étude de la forme des constructions formées de résilles de câbles précontraints

J. SZABÓ  
Prof. Dr.-Ing.  
Technische Universität  
Budapest, Ungarn

J. H. Argyris und T. Angelopoulos [1] erläutern in ihrem Aufastz:

"Ein Verfahren für die Formfindung von beliebigen, vorgespannten Netz - werkkonstruktionen" eine interessante Möglichkeit der Formfindung. Unserseits [2], [3] wurde das Problem in anderer Weise angenähert, und die dabei erhaltenen Ergebnisse sind wohl nicht ohne Interesse. Namentlich wurde die Möglichkeit ausgenutzt, dass die Form des Netzwerkes mit Hilfe der linearen Matrixgleichung (1) eines im Grundriss aus zwei parallelen

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_x \mathbf{Z} + \mathbf{Z} \mathbf{A}_y &= \mathbf{Q} \\ \mathbf{Q} &= \mathbf{H}_y^{-1} \mathbf{P} \mathbf{H}_x^{-1} + \frac{1}{a} \mathbf{H}_y^{-1} \mathbf{Z}_{oy} + \frac{1}{b} \mathbf{Z}_{ox} \mathbf{H}_x^{-1} - \frac{1}{b} \mathbf{W} \mathbf{C}_y \mathbf{H}_x^{-1} \end{aligned}$$

Geradenscharen bestehenden rechteckförmigen Seilnetzes schnell und genau berechnet werden kann. Die Berechnung wird einfacher, wenn man die Koeffizienten der Gleichung durch Ähnlichkeitstransformation (2) derart in ein Dreierprodukt transformiert, dass seine beiden Randfaktoren die Inver-

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_x &= \frac{1}{a} \mathbf{H}_y^{-1} \mathbf{C}_x = \mathbf{U}_x \Lambda_x \mathbf{U}_x^{-1} \\ \mathbf{A}_y &= \frac{1}{b} \mathbf{C}_y \mathbf{H}_x^{-1} = \mathbf{U}_y \Lambda_y \mathbf{U}_y^{-1} \end{aligned} \right\}$$

sen voneinander sind und der mittlere Faktor eine Diagonalmatrix ist [4].

Die Form des Netzes wird dann durch die in der Gleichung enthaltenen fünf Faktoren bestimmt (Abb. 1):

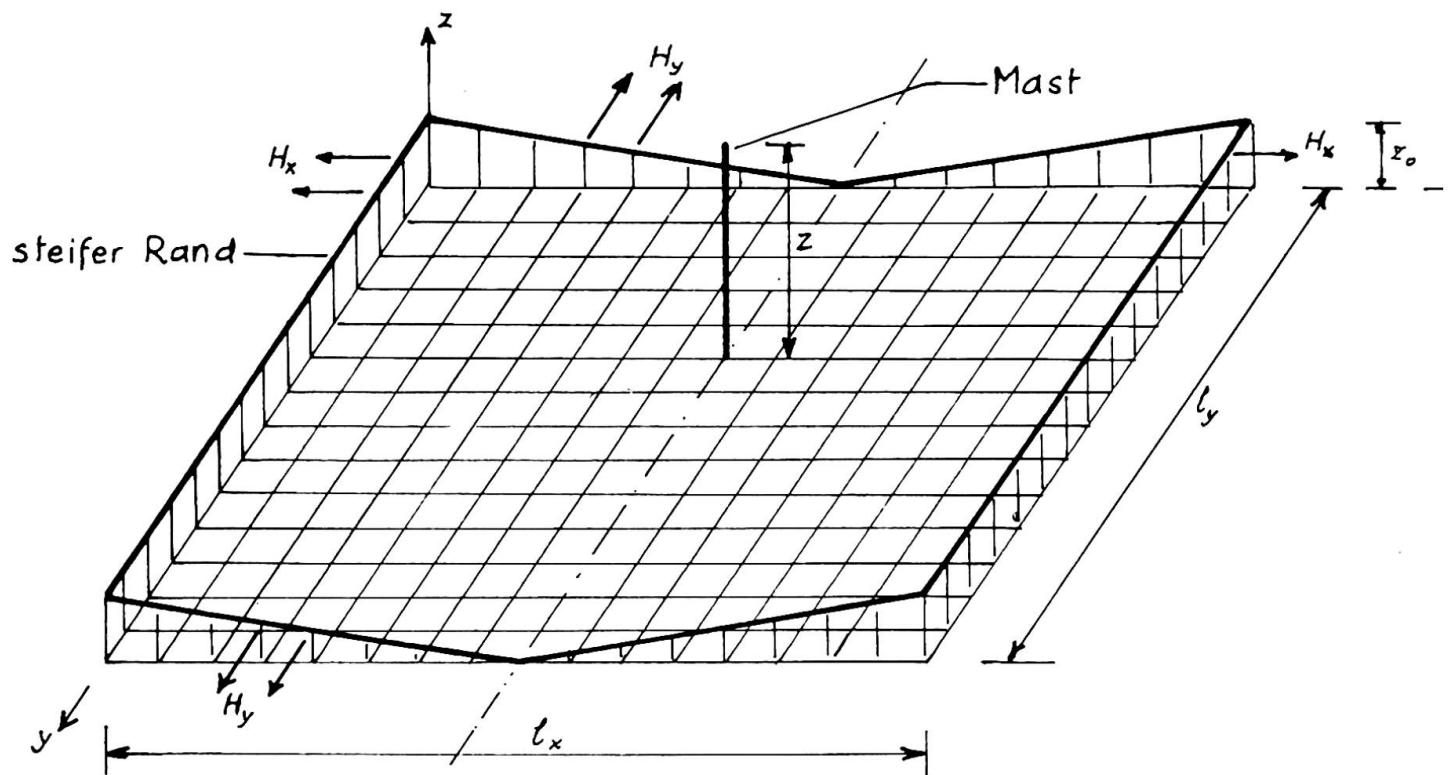


Abb. 1

- 1° vorgegebene Randhöhe ( $Z_0$ ),
- 2° horizontale Komponente der Seilkräfte ( $\mathbf{H}$ ),
- 3° Knotenpunkt-Höhendifferenz der Seile ( $\mathbf{W}$ ),
- 4° Knotenpunktlast ( $\mathbf{P}$ ),
- 5° Festlegung der Höhenlage einzelner Netzpunkte ( $\mathbf{Z}$ ).

Der eigentliche Rand des Seilnetzes kann innerhalb des Randes der

fiktiven Rechteckform eine geschlossene Kurve von beliebiger Form sein und seine Höhenlage beliebig vorgegeben werden. Der eigentliche Rand kann steif oder elastisch sein (Abb. 2) auch am Randkabel (Abb. 3 und 4) liegend vorgegeben werden. Das auf einen fiktiven Rand gespannte Seilnetz kann mit den folgenden drei rechnerischen Mitteln in die dem eigentlichen Rand entsprechende Lage gebracht werden: 1° Änderung

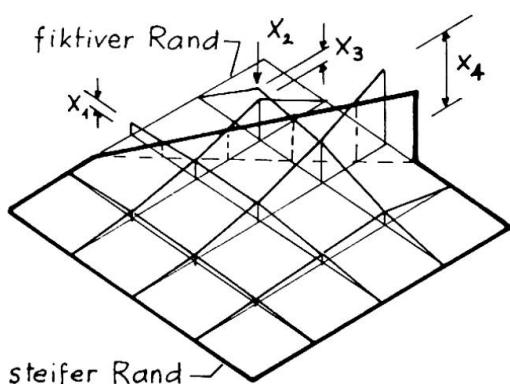


Abb. 2

der Höhenlage der fiktiven Randpunkte (Abb. 2:  $x_1$  und  $x_4$ ); 2° Belastung der zwischen dem fiktiven und eigentlichen Rand befindlichen Punkte ( $x_2$ ); 3° Variierung der Seilabstände in den Knotenpunkten zwischen dem fiktiven und dem eigentlichen Rand ( $x_3$ ).

Das einfach berechenbare rechteckförmige Seilnetz dient als Basisfläche zur Berechnung von beliebigen anderen Netzwerken. Mit seiner Hilfe kann das Richtungsfeld der Hauptkrümmungslinien der "Netzfläche" und damit ein Seilnetz, dessen Seile

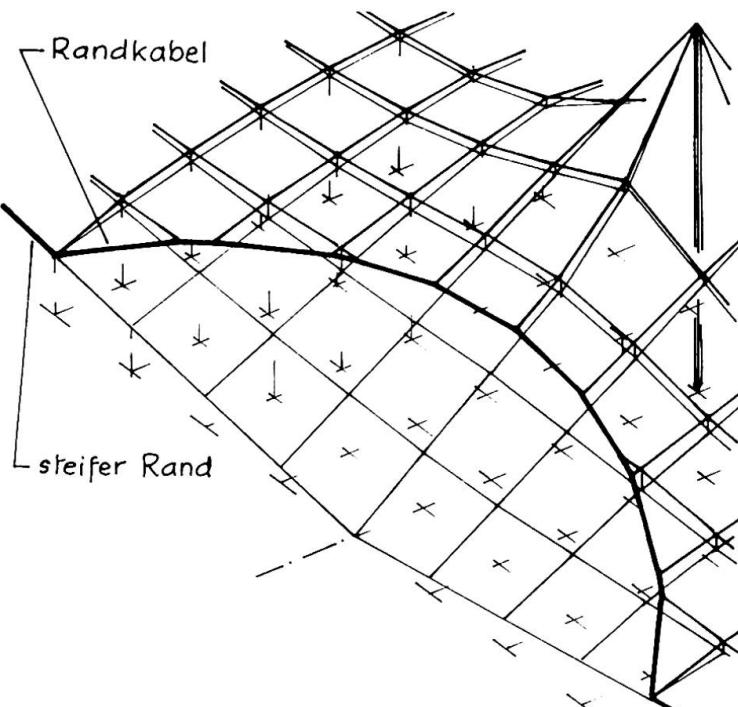


Abb. 3

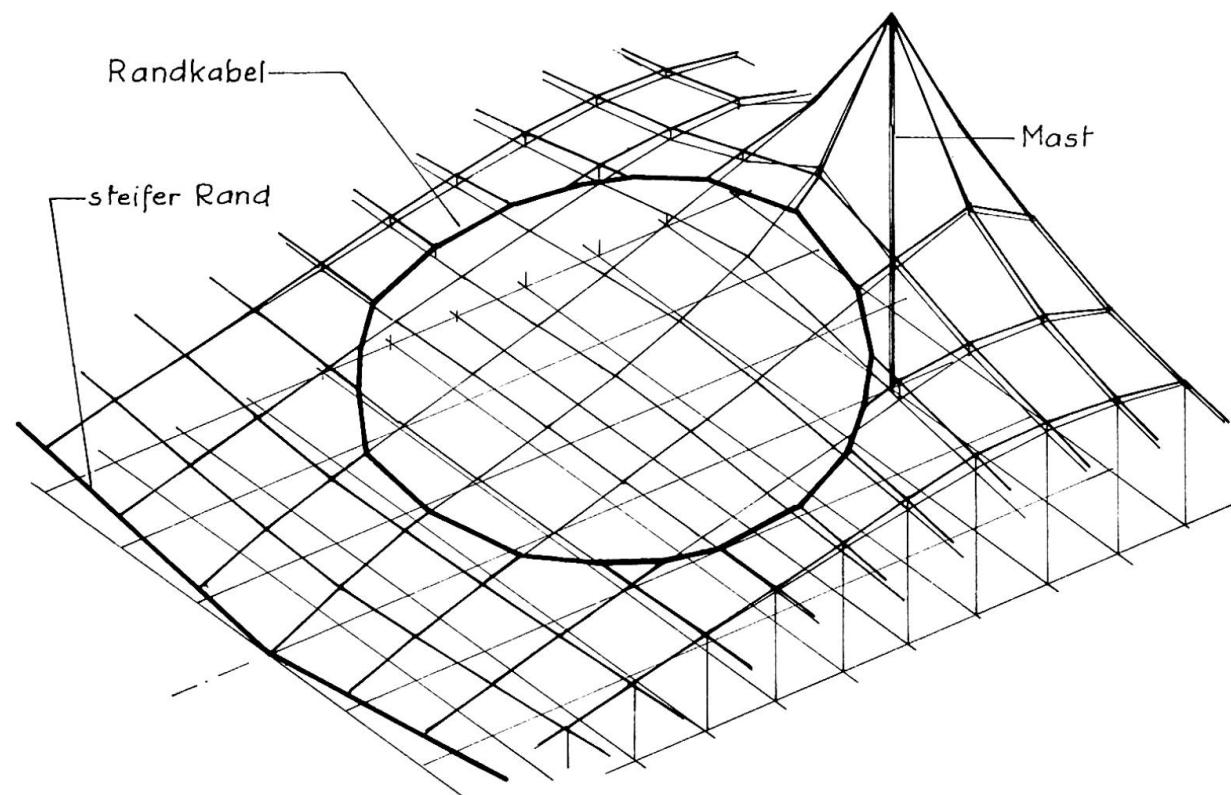


Abb. 4

den Hauptkrümmungslinien entsprechend angeordnet sind, konstruiert werden (Abb. 5).

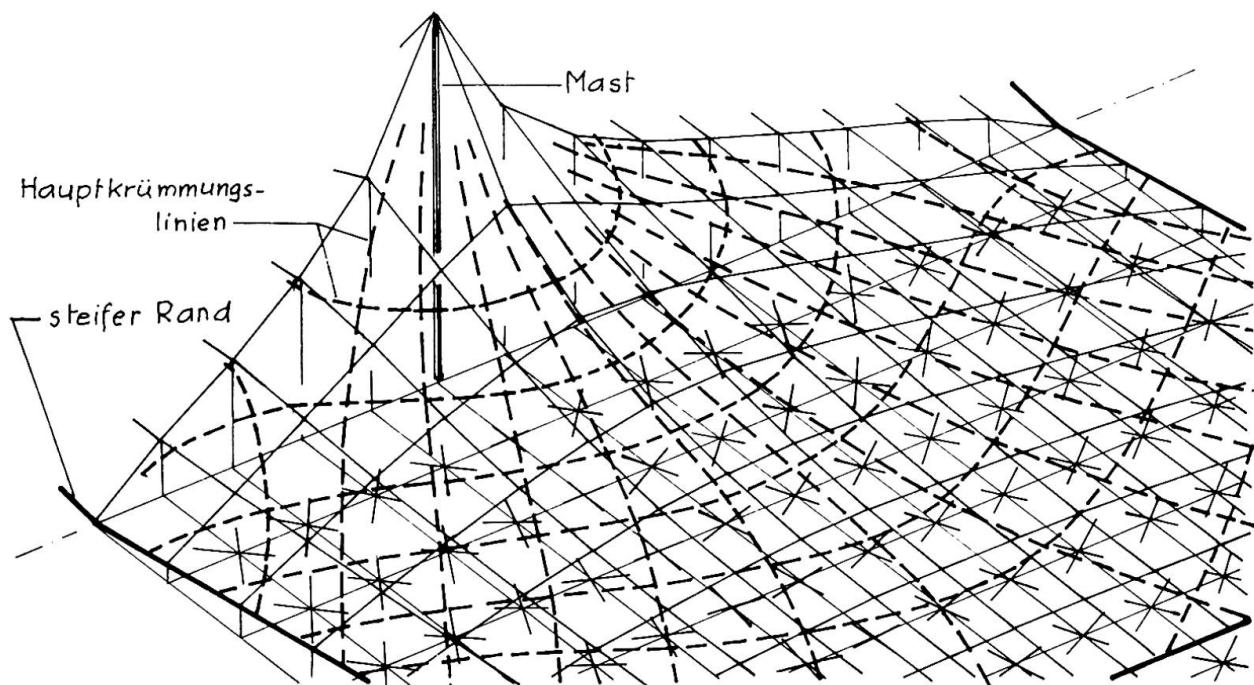


Abb. 5

Literatur

- [1] J. H. Argyris - T. Angelopoulos: Ein Verfahren für die Formfindung beliebigen, vorgespannten Netzwerkkonstruktionen (IVBH IX. Kongr. Vorbericht, pp 385-397, 1972)
- [2] J. Szabó - M. Berényi: Theorie und Praxis der Berechnung von Seilkonstruktionen (IVBH Abhandlungen, 32 - I)
- [3] J. Szabó: Bemerkungen zur Berechnung Seilverspannte Konstruktionen (Acta Technica Sc. Hung. 75, 1972 Budapest)
- [4] J. Szabó: Mit Hilfe der kanonischen Form der Matrixfunktionen usw. (Wiss. Zeitschr. TU Dresden, 10 pp 1325-1327, 1961).

## ZUSAMMENFASSUNG

Die Anfangsform des Netzes kann mit Hilfe eines orthogonalen Seilnetzes bequem bestimmt werden. Die Daten des orthogonalen Seilnetzes können zur Konstruktion eines beliebigen Netzes als Hilfsmittel benutzt werden.

## SUMMARY

The basic shape of the net can easily be determined by the means of an orthogonal cable net. The data of the orthogonal cable net can be utilized for the construction of an arbitrary net.

## RESUME

La forme de départ du réseau peut être déterminée facilement à l'aide d'une grille de câbles orthogonaux. Les données de la grille orthogonale peuvent être employées pour la construction d'un réseau quelconque.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

### IIIa

#### Zur Frage der Netzseilführung bei gleichmaschigen vorgespannten Seilnetzkonstruktionen

On the Question of the Disposition of the Cables on Prestressed Cable Suspended Constructions of Equal Meshes

La question de la disposition des câbles dans les constructions formées de réilles de câbles précontraints à mailles égales

HARALD EGGER  
Dr.techn.  
Wien, Oesterreich

Beim Entwerfen von vorgespannten Seilnetzkonstruktionen stellt sich unter anderem die Frage, wie das gleichmaschige Netz in der zu realisierenden Sattelfläche auslegen. Die Seilführung, das heisst die Richtung in welcher die Seile in der Sattelfläche geführt werden, beeinflusst nämlich entscheidend das Trag- und Verformungsverhalten der gewählten Konstruktion und somit auch

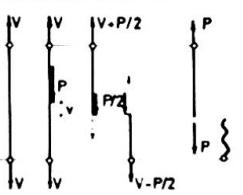
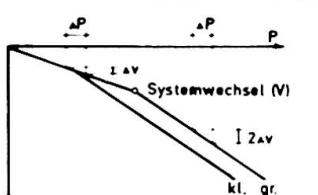
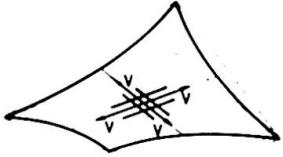
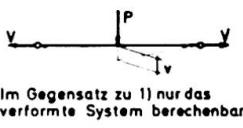
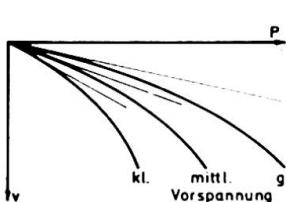
Seilführung	Tragwirkung (schem.)	Last(V,P)-Verformungsverhalten	Anwendung
	 Wechselsystem mit veränderl. Gliederung	 Grad der Vorspannung bestimmt den Systemwechsel	wirtschaftlich
1) Netzseile verlaufen weitgehend in Richtung der Hauptkrümmungen			
	 Im Gegensatz zu 1) nur das verformte System berechenbar	 Grad der Vorspannung bestimmt direkt die Verformung	möglich und in Sonderfällen (Montage zw. Zwangspkten) auch sinnvoll
2) Netzseile verlaufen weitgehend in Richtung der Erzeugenden	Kein Systemwechsel möglich		
3) Alle Zwischenlagen ausführbar, jedoch von 1) nach 2) hins.d.f. gef. y notw. Vorsp. zunehmend aufwendiger			

Bild 1: Zusammenhänge zwischen Netzseilführung und Tragverhalten

den zur Realisierung erforderlichen Aufwand.

In der in Bild 1 gezeigten, von vier Randseilen eingefassten Sattelfläche sind zwei Möglichkeiten der Netzseilführung angedeutet:

unter 1) Seile, die weitgehend in Richtung der Hauptkrümmungen und unter 2) Seile, die weitgehend in Richtung der Erzeugenden geführt werden.

Beide Seilführungen, aber auch alle anderen Möglichkeiten der Orientierung des Netzes zwischen diesen beiden Grenzfällen der Seilführung sind möglich, doch nicht gleichwertig, wie in der Literatur an einigen Stellen angegeben.

Schon in der Veröffentlichung über den Deutschen Pavillon in Montreal (1) wurde auf folgende Zusammenhänge hingewiesen:

Werden die Seile in Richtung der Hauptkrümmungen geführt und erfolgt somit die Lastabtragung über sich gegenseitig vorspannende, stehende und hängende Seilbögen, kann die Tragwirkung der vorgespannten Netzfläche mit der eines lotrecht gespannten, mittig achsial belasteten Seiles (Feder) verglichen werden, werden jedoch die Seile in Richtung der Erzeugenden geführt und die Lasten somit über nahezu gerade gespannte Seile in einem verwundenen Seilrost abgetragen, gilt zum Vergleich das Gedankenmodell des waagrecht gespannten, querbelasteten Seiles.

Aus den zugehörigen Last-Verformungsbildern wird aber deutlich, dass die beiden genannten Möglichkeiten sich nicht nur im Verformungsverhalten, sondern auch im statischen System unterscheiden. Im Fall 1) ist es ein Wechselsystem mit veränderlicher Gliederung, bei dessen Berechnung die Verformungen zu berücksichtigen sinnvoll ist, im Fall 2) dagegen ist eine Berechnung überhaupt nur unter Berücksichtigung der Verformungen möglich und der Systemwechsel bleibt aus. Und während im Falle 1) die Intensität der Vorspannung die Grösse der Durchbiegungen an sich nicht beeinflusst, sondern lediglich den Systemwechsel reguliert, nach dessen Eintritt sie sich allerdings verdoppeln, sind im Falle 2) die Durchbiegungen unmittelbar und nichtlinear von der Vorspannintensität abhängig. Weiters folgt, dass für die Lastabtragung im Fall 1), will man gleiche Durchbiegungen zulassen, ein geringerer Aufwand an Vorspannung notwendig sein muss als im Fall 2), bei dem diese, wie bereits erwähnt, abhängig von der Vorspannintensität nichtlinear zunehmen.

Der Vollständigkeit halber sei aber erwähnt, dass bei von biegeweichen Randseilen eingefassten, vorgespannten Netzflächen im Bereich der sich ausbildenden Zwickel die Netzfläche praktisch eben ist und dass sich dort auch im Fall 1) die lastabtragenden Bögen nicht an den Randgliedern sondern in den vorgelagerten nahezu ebenen Netzpartien stützen. Das bedingt aber wieder, dass auch im Falle 1) die Verformungslinien geringfügig von der Vorspannintensität abhängig sein werden und einen nichtlinearen Verlauf zeigen müssen.

#### Literaturnachweis

(1) H.Egger, E.Haug, F.Leonhardt: Der dt.Pavillon ...  
'Der Stahlbau' 1968, Heft 4 und 5, Wilhelm Ernst u.Sohn, Berlin

## ZUSAMMENFASSUNG

Die Netzseilführung beeinflusst das Trag- und Verformungsverhalten einer vorgespannten Seilnetzkonstruktion und somit den zur Realisierung notwendigen Aufwand. Zweckmäßig sind die Seile annähernd in Richtung der Hauptkrümmungen zu führen.

## SUMMARY

The disposition of the cable net influences the behaviour of capacity and deformation of a prestressed cable net construction and, therefore, the expenditure for its realizing. It is recommended to put the cables in the direction of the main curvatures.

## RESUME

La disposition des câbles influence le pouvoir de charge et de déformation d'une construction réticulée et ainsi la dépense nécessaire à sa réalisation. Il est donc favorable de placer les câbles à peu près dans le sens des courbures principales.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

### **IIIa**

#### **Bemerkungen des Verfassers des Einführungsberichtes** Comments by the Author of the Introductory Report Remarques de l'auteur du rapport introductif

**FRITZ LEONHARDT**  
Prof. Dr.-Ing.  
Stuttgart, BRD

Die grosse Zahl der Beiträge zu diesem Thema zeigt nicht nur das Interesse an Seilkonstruktionen, sondern auch die zunehmende praktische Bedeutung.

Die Beiträge können gegliedert werden in vier Gruppen:

1. Berechnungsverfahren
2. Berichte über ausgeführte Seildächer
3. Schwingungsverhalten von Hängedächern
4. Vorschläge für Membrandächer

#### Zu 1. Berechnungsverfahren

Die computergerechten Berechnungsverfahren können als gelöst betrachtet werden. Die erfolgreiche Anwendung der Verfahren von Argyris und Linkwitz bei den grossen Olympia-Dächern in München haben die Brauchbarkeit der Ansätze bewiesen, sie bedingen allerdings für solche Bauwerke sehr leistungsfähige Rechenmaschinen. Es muss betont werden, dass zum Bauen solcher Dächer die Berechnung der genauen Geometrie für eine definierte Vorspannung und daraus die Berechnung der genauen Längen der Seile, der sogenannte Zuschnitt, die wichtigste Aufgabe darstellt. Dabei ist zu beachten, dass bei den Verhältnissen der Olympia-Dächer ein Längenfehler von nur 1 % einen Kraftfehler in der Vorspannung von 50 % ergab.

Es ist erwünscht, dass die mühsam erarbeiteten Programme dieser grossen Seilnetzdächer gut dokumentiert werden, damit sie jederzeit für weitere solche Aufgaben verwendet werden können.

#### Zu 2. Berichte über ausgeführte Seildächer

Die Berichte über ausgeführte Seildächer zeigen, dass das sattelförmige Dach, das an einem im Grundriss etwa kreisförmigen Ringträger aufgehängt

ist, sich für die Überdachung von Sportarenen, z.B. Milano und Gothenburg, besonders eignet, weil die Horizontalkräfte im Ringträger auf billige Weise aufgenommen werden. Das Beispiel des Eishockey Stadions in Tampere zeigt, dass auch die rechteckige Grundrissform mit Abspannkabeln brauchbar ist.

Der Bericht über die grossen Olympia-Dächer in München gibt natürlich nur einen kleinen Einblick in all die Probleme, die bei dieser ungewöhnlichen Aufgabe angetroffen und gelöst wurden. In nächster Zeit werden einige ausführlichere Berichte hierüber veröffentlicht werden. Zur Lösung der Probleme und zur Sicherheit wurden zahlreiche Versuche durchgeführt, die zur Erweiterung unserer Kenntnisse beitragen. Verschiedene Zweige unserer Wissenschaften haben durch dieses Bauvorhaben Anstösse zu neuen Arbeiten erhalten. Allein die Organisation der Bauausführung stellte schon ungewöhnliche Anforderungen, und es ist sehr dankenswert, dass Egger, Jasch und Rümmelin mit ihrem Bericht über die praktische Ausarbeitung von Zuschnitten einen Einblick in die Werkstatt des ausführenden Ingenieurs gegeben und die Computer-Hilfe aufgezeigt haben.

Die hohen Kosten der Olympia-Dächer sind schon weltberühmt geworden. Als verantwortlicher Ingenieur dieser Dächer will ich hier sagen, dass diese Kosten nur zu einem Teil technisch bedingt waren, z.B. durch die Forderung, dass die Tribünen vollständig stützenfrei sein mussten, so dass die Dächer von aussen her aufgehängt werden mussten, was zu sehr grossen Mast- und Ankerkräften führte. Auch sonst wirkten sich manche Forderungen der Sportverbände, des Fernsehens und der Architekten kostensteigernd aus. Die hohen Kosten dürfen aber nicht als genereller Maßstab für Seilnetzdächer betrachtet werden, denn es gibt Formen und Dachdeckungen, die wirtschaftlich wettbewerbsfähig sind. Um solche wirtschaftlich günstigen Formen sollten wir Ingenieure uns in Zukunft besonders bemühen.

#### Zu 3. Schwingungsverhalten von Hängedächern

Neben den theoretischen Ansätzen für Schwingungen halte ich Messungen an fertigen Hängedächern für sehr wertvoll und notwendig, damit Daten für die tatsächliche Dämpfung gewonnen werden, ohne die wir die dynamische Sicherheit nicht beurteilen können. So ist die Arbeit von Jensen, Trondheim, besonders zu begrüßen, da sie uns zum ersten Mal den beachtlichen Anteil der aerodynamischen Dämpfung bei Membrandächern experimentell nachweist. Am Olympia-Dach werden in Kürze wohl Schwingungsmessungen mit der fertigen Dacheindeckung gemacht werden, die den hohen Dämpfungsbeitrag der auf Neoprene-Puffern gelagerten Plexiglasdachhaut zeigen werden.

#### Zu 4. Vorschläge für Membrandächer

Der Vorschlag von Bandel, an Stelle von Netzen mit Stahlblech-Lamellenbelag gleich Blechmembranen aus nichtrostendem Metall zu machen, ist sicher beachtenswert, doch wird auch dabei für einschalige Dächer eine mechanische Vorspannung nötig sein, weil die pneumatische nicht ausreichen dürfte, um die Verformungen und Schwingungen in erträglichen Grenzen zu halten.

In meinem Einführungsbericht hatte ich folgende wichtige Fragen für die weitere Entwicklung der Seilkonstruktionen herausgestellt:

1. Grad und Verteilung der Vorspannung
2. Zweckmässige Formgebung und Formfindung
3. Wirtschaftliche Verankerungen

Hierzu sind leider keine Antworten gegeben worden. Es wäre dringend erwünscht, dass Regeln für das notwendige Maß der Vorspannung erarbeitet werden, insbesondere im Hinblick auf das Verhüten gefährlicher Schwingungen.

Auch die Formfindung bedarf noch weiterer Arbeit, wobei wir Ingenieure uns unserer Verantwortung auch hinsichtlich der Ästhetik unserer Bauwerke bewusst sein müssen, die wir nicht kritiklos dem Architekten überlassen dürfen.

Ich hoffe zuversichtlich, dass gerade auch dieser Kongress manche Anregung für die weitere Entwicklung der Seilkonstruktionen gegeben hat.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

**III b**

**Structures tridimensionnelles**

**Raumtragwerke**

**Space Structures**

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

### IIIb

## DISCUSSION PRÉPARÉE • VORBEREITETE DISKUSSION • PREPARED DISCUSSION

### Kompositionsgesetze der Raumfachwerke

Laws of Composition of Three-Dimensional Frames

Lois de composition des treillis à trois dimensions

MAX MENGERINGHAUSEN

Dr. Ing.

Würzburg, BRD

#### Vorbemerkung:

Der Verfasser hat als Urheber des MERO-Bausystems im Laufe von 3 Jahrzehnten die Grundlagen für die Komposition von Raumfachwerken entwickelt und darüber in zahlreichen Veröffentlichungen berichtet. Anlässlich der "International Conference on Space Structures in London 1966" hat er in einem Film unter dem Titel "Komposition im Raum" ausführlich über die Bildungs-Gesetze der räumlichen Fachwerke berichtet. Der nachstehende Beitrag behandelt die erweiterte Theorie für die Bildung beliebig gestalteter Raumfachwerke.

Die folgenden Ausführungen bilden den Inhalt eines Films, der für die Amsterdamer Tagung der "Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau" geschaffen wurde.

#### Die regelmässigen Raumfachwerke:

Die Bildungs-Gesetze der regelmässigen Raumfachwerke, vom Verfasser 1940 entdeckt und formuliert, gehen von dem "flächen-zentrierten Cubus" aus, der innerhalb des von Bravais erstmalig (1850) aufgestellten Bausystems der Kristalle eine besondere Stellung einnimmt. Diese Besonderheit des flächen-zentrierten Cubus (Bild 1) ergibt sich aus der Tatsache, dass dieser Körper in 16 Viertel-Oktaeder und 8 Tetraeder zerlegt werden kann, somit insgesamt in 24 "Vierflächen". Das Vierflach aber ist - wie schon August Föppl in seiner grundlegenden Schrift "Das Fachwerk im Raum" (1892) dargelegt hat, nicht nur der kleinste überhaupt mögliche regelmässige Körper, sondern dadurch ausgezeichnet, dass dieser Körper statisch stabil ist und sich als Grund-Zelle oder Elementarkörper für die Raumfachwerk-Bildung besonders eignet, (Bild 2).

Alle regelmässigen Raumfachwerke (Tafel 1) entstehen aus solchen Elementar-körpern, die entweder selbst aus "Vierfläche", in Form von Tetraedern oder Viertel-Oktaedern bestehen oder aus Viertel -Oktaedern und Tetraedern zusammengesetzt sind.

Der besondere bauwirtschaftliche Vorzug der regelmässigen Raumfachwerke stützt sich auf folgende Tatsachen:

1. Alle derartigen Raumfachwerke können mit einer einzigen Art von Knotenstücken ausgeführt werden, die dadurch gekennzeichnet ist, dass das Knotenstück 18 konzentrische Anschlüsse entsprechend den Teilungslinien des flächen-zentrierten Cubus besitzt.
2. Alle derartigen Raumfachwerke können mit einer Stab-Reihe ausgeführt werden, deren System-Längen eine geometrische Reihe mit dem Faktor  $\sqrt{2}$  bilden ("Geometrische Reihe des natürlichen Wachstums").

Bauwirtschaftlich wirkt sich dies dadurch aus, dass man derartige Bau-Elemente industriell besonders wirtschaftlich herstellen und auf Lager legen kann, so dass damit die Bauwerke "aus Vorratsmaterial" errichtet werden können, (Bild 3). Auf diesem Tatbestand baut das MERO-Bausystem und der mit Hilfe dieses Bausystems in über 50 Ländern erzielte Erfolg auf.

#### Die Elementar-Körper und ihre Gestalt-Veränderung durch Koordinaten-Transformationen:

Architektonisch eröffnet der Aufbau der Raumfachwerke aus Elementar-Körpern eine ganz neuartige Stil-Bildung im Bauwesen. Während in der Vergangenheit alle Bauwerke in der Regel und, von wenigen Ausnahmen abgesehen, vom Cubus und Quader abgeleitet waren, gelangt man durch die Zusammensetzung der Elementarkörper in Raumfachwerken zu dem neuen Prinzip der "Komposition von Cubus-Segmenten" nicht nur in statischer, sondern auch in baugestalterischer Hinsicht.

Dieses Prinzip wurde seit der erstmaligen Demonstration in der Ausstellung DEUNAU Essen 1962 und in der gleichzeitigen Schrift "Komposition im Raum" in zahlreichen Veröffentlichungen und Bauwerken demonstriert und verwirklicht. Dass es sich auch um ein baugestalterisch neues und interessantes Prinzip handelt, wurde in der als Kunst-Ausstellung traditionsreichen Biennale Venedig im Jahre 1970 mit einer Reihe von Modellen vorgeführt (Bild 4).

Zunächst handelt es sich dabei um die aus dem Cubus durch verschiedene Schnitte gewonnenen Cubus-Segmente. Aber schon beim kritischen Vergleich dieser Cubus-Segmente fällt etwas auf, was bisher in der Architektur nicht beachtet und verwertet worden ist. Es handelt sich um die Verwandtschaft verschiedenartiger Cubus-Segmente und um die Wandlungsfähigkeit durch Koordinaten-Transformation.

So z.B. sind die 3 wichtigsten Vierflächen der regelmässigen Raumfachwerke miteinander verwandt, nämlich das Tetraeder mit 6 gleichlangen Seiten und 4 gleichseitigen Dreiecken sowie das Viertel-Oktaeder mit 2 gleichseitigen Dreiecken und 2 rechtwinkligen Dreiecken und schliesslich das Achtel-Oktaeder mit einem gleichseitigen Dreieck und 3 rechtwinkligen Dreiecken. Alle 3 Körper können ineinander durch Koordinaten-Transformation überführt werden. (Bild 2). Sinngemäß kann man das halbe Oktaeder in die Zentral-Pyramide des raum-zentrierten Cubus überführen, einen Quader mit der Grundflächenkante 1 und der Bauhöhe  $\sqrt{2}$  in einen raum-zentrierten Cubus (Bild 5a und 5b), ein Oktaeder in ein Trigonal-Anti-Prisma usw. Alle derartigen Koordinaten-Transformationen sind selbstverständlich umkehrbar.

#### "Abgeleitete Raumfachwerke":

Die festgestellte Verwandtschaft gewisser Elementarkörper erklärt, dass auch eine Reihe regelmässiger Raumfachwerke miteinander "verwandt" sind.

So z.B. entsteht aus einer Oktaeder-Tetraeder-Platte (im Dreiecks-Raster) gemäss Bild 11 der Bauhöhe  $H_B = \frac{1}{3} \sqrt{6}$  durch Halbierung die neue Bauhöhe  $H_B = \frac{1}{6} \sqrt{6}$  und damit das reguläre Raumfachwerk aus Achtel-Oktaeder und Trigonal-Anti-Prisma. Beide erscheinen im Grundriss in gleicher Gestalt. (Bild 6a u. 6b).

Hieraus entsteht die wichtigste Folgerung für den Bau beliebig gestalteter Raumfachwerke:

Grundsätzlich kann aus jeder regulären Bau-Form durch Koordinaten-Transformation eine ähnlich aussehende irreguläre Bau-Form mit einer frei gewählten Bau-Höhe geschaffen werden. Hierbei geht aber die Einheitlichkeit der Winkel am Knoten verloren; d.h. es entstehen neue Winkel am Knoten.

### Raumfachwerke für beliebig gestaltete Grundriss-Lösungen:

Dies hier umrissene Verfahren der Koordinaten-Transformation regelmässiger Raumfachwerke bietet insbesondere in der Praxis des Bauwesens die Grundlage für die Ausführung von Raumfachwerken mit beliebig gestalteten Grundrissen. Bild 7 zeigt beispielsweise einen Grundriss, bei dem durch eine Schar parallel laufender Geraden und eine kreuzende zweite Schar von Geraden, die sich in einem Fluchtpunkt schneiden, ein Grundriss mit einem Trapez als Begrenzung und einer Schar von Trapezen als Raster-Elementen entsteht. Bild 8 zeigt an dem Beispiel des Daches für das Olympia-Stadion Berlin eine Variation, bei der sowohl der Gesamt-Grundriss wie auch das Grundriss-Raster bestimmt ist durch eine Schar kenzentrischer Polygone und die Schar der Strahlen, die die Polygonen-Mittelpunkte mit den Eckpunkten verbinden. Gleichzeitig ist in beiden Fällen sinngemäss, unter Beibehaltung des Konstruktionsprinzips regelmässiger Raumfachwerke, die Bauhöhe in Abhängigkeit von der Veränderung der Kantenlänge verändert.

### Raumfachwerke für Tonnen, Kuppeln und ähnliche räumliche Gebilde:

Verkürzt man in einer regelmässigen Raumfachwerk-Platte mit 2 Achsen beispielsweise auf der Unterseite die Länge der Stäbe in einer Richtung, so entsteht ein tonnenförmiges Raumfachwerk (Bild 9).

Sinngemäss kann man aber auch die Raumfachwerke für Kuppeln ableiten aus den Baugesetzen der regelmässigen Raumfachwerke. Beispielsweise kann man sich ein einlagiges Kuppel-Raumfachwerk dadurch entstanden denken, dass man ein ebenes Netz aus Stäben und Knoten räumlich verformt (Bild 10). Hierbei verändern sich gleichzeitig die Stablängen und die Winkel zwischen den Stäben.

Schliesslich kann eine zweilagige räumliche Fachwerk-Kuppel dadurch aus einem ebenen Raumfachwerk abgeleitet werden, dass man im Gegensatz zu den vorher erwähnten Beispielen nicht die Bauhöhe verändert, sondern wie bei der einlagigen Kuppel die Stablängen und die Winkel so verändert, dass schliesslich ein Gebilde entsteht, das einer Kugel-Schale angenähert ist, wie beispielsweise bei der für die Regierung der Bundesrepublik auf der EXPO 1970 in Osaka ausgeführten Konzertkuppel (Bild 11).

Praktisch kann man nach diesem Verfahren der Ableitung von räumlich verformten Raumfachwerken aus den regelmässigen Fachwerken beliebig gestaltete Flächen-Konstruktionen ausführen, also auch beispielsweise eine Gruppe von Kuppeln in Form von Rotations-Paraboloiden (Bild 12).

### Probleme der wirtschaftlichen Ausführung und deren Lösung:

Die "regelmässigen Raumfachwerke" haben ihren Siegeszug der Tatsache zu verdanken, dass man mit einem kleinen Sortiment von Stablängen und einem einzigen Typ von Knotenstücken, d.h. mit solchen Knotenstücken auskommt, die einheitliche Winkel aufweisen.

Bei den "abgeleiteten Raumfachwerken" werden durch die Verzerrung der Elementarkörper sowohl die Stablängen wie auch die Winkel zwischen je 2 Stäben verändert. So z.B. weist das Dach des Olympia-Stadions Berlin über 250 Arten von Knotenstücken und rund 450 verschiedene Stäbe auf, weil zu den Unterschieden in der stereometrischen Form der Elementarkörper noch die unterschiedlichen Abmessungen der Stäbe und damit der Knotenanschlüsse hinzukommen, die sich aus der unterschiedlichen Beanspruchung der Stäbe an den verschiedenen Stellen des Raumfachwerkes ergeben. Zunächst ist festzustellen, dass die Bewältigung dieser Aufgaben rein rechnerisch heute nur mit Hilfe der EDV-Technik möglich ist. Noch vor wenigen Jahren musste man sich mit Näherungsrechnungen behelfen, die unzuverlässig und darüberhinaus ausserordentlich zeitraubend waren, unter Umständen so zeitraubend, dass allein daran die Projektbearbeitung gescheitert wäre. Nunmehr ist es möglich, mit Hilfe der EDV-Technik sowohl die Kräfte wie auch die Stablängen und Winkel und darüberhinaus die Abmessungen der Stäbe und Anschlüsse und die im Gebrauchszustand auftretenden elastischen Verformungen genau zu berechnen. Aber auch diese rechnerische Erfassung allein würde noch nicht für die wirtschaftliche Ausführung derartiger Raumfachwerke genügen. Das zweite sind die Verfahren für die mathematische "Optimierung" der Raumfachwerk-Netze. Das Dritte schliesslich ist die Entwicklung neuer Produktionsverfahren für Stäbe und Knoten. Diese neuen Produktionsverfahren verwirklichen es, kleine oder sogar sehr kleine Serien von Knoten und Stäben mit individuellen Winkeln bei den Knoten und individuellen Längen bei den Stäben genauso wirtschaftlich auszuführen wie grosse Serien, und wesentlich wirtschaftlicher als dies früher bei genormten Bauelementen möglich war. Wesentlich hierbei ist ferner, dass auch diese Herstellung kleiner Stückzahlen für eine Art von Knotenstücken oder Stäben mit der grössten Präzision möglich ist, die die Voraussetzung bildet für eine reibungslose und schnelle Montage auf der Baustelle sowie für die Vermeidung von Montagezwängungen und Ungenauigkeiten.

Erfahrungen und Beispiele aus der Praxis:

Die serienmässige Herstellung der typisierten Bau-Elemente und die Konstruktion der Raumfachwerke im Sinne der vorstehend umrissenen "Kompositions-Gesetze" ermöglicht und sichert auch die wirtschaftliche Anwendung in der Praxis. Ein entscheidender Vorteil der industriell hergestellten Bau-Elemente des MERO-Systems liegt in der Möglichkeit, auch sehr grosse Baukonstruktionen am Boden zu montieren und mit Hebezeugen in die Gebrauchslage zu heben. (Bild 13 und 15). Anderseits können Bauwerke mit grosser senkrechter Ausdehnung besonders günstig auch vom Boden aus in die Höhe gebaut werden (Bild 14).

Die Raumfachwerke der hier beschriebenen Art sind unter allen heute international realisierten Baukonstruktionen dadurch ausgezeichnet, dass sie extrem günstige Verhältnisse zwischen Eigengewicht und Nutzlast garantieren. Sie besitzen also eine äusserst günstige "Leichtbau-Kennziffer". Das bedeutet: man kann mit einem Mindestaufwand an Material sehr grosse Spannweiten überbrücken. Ein typisches Beispiel ist das Dach der Flugzeughalle gemäss Bild 15/17.

Diese Eigenschaft sichert den Raumfachwerken in der Zukunft auch eine führende Rolle im Mehrgeschoss- und Vielgeschoss-Bau. Zwar steht diese Entwicklung noch am Anfang. Jedoch ist sicher, dass im Städtebau der Zukunft der Hoch-Bau im wörtlichen Sinne die Voraussetzung für die Bewältigung der Probleme sein wird, die das schnelle Wachstum der Erdbevölkerung einerseits und die Begrenzung der Erdoberfläche andererseits verursachen. Hierbei wird es zugleich notwendig sein, den bisherigen Baustil, der durch das Bauen mit Steinen auf die bevorzugte Anwendung des Cubus und des Quaders ausgerichtet ist, durch eine mathematisch fundierte und bewusst ausgeübte Kunst der "Komposition im Raum" unter Verwendung industriell hergestellter Serienbauelemente zu bereichern.

Hier kann und wird das Bauen mit Raumfachwerken im "Baustil der Cubus-Segmente" etwa im Sinne der Bilder 18 und 19 für die Zukunft des Bauwesens aus technischen, wirtschaftlichen und baugestalterischen Gründen eine entscheidende Rolle spielen.

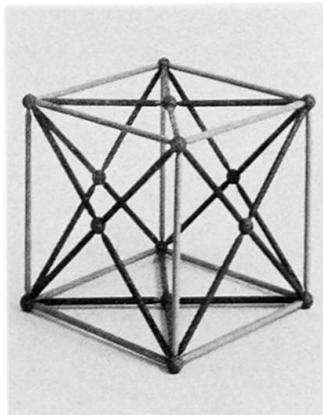
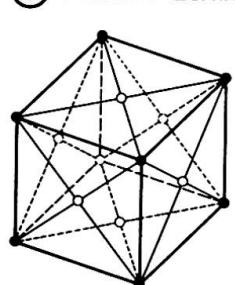


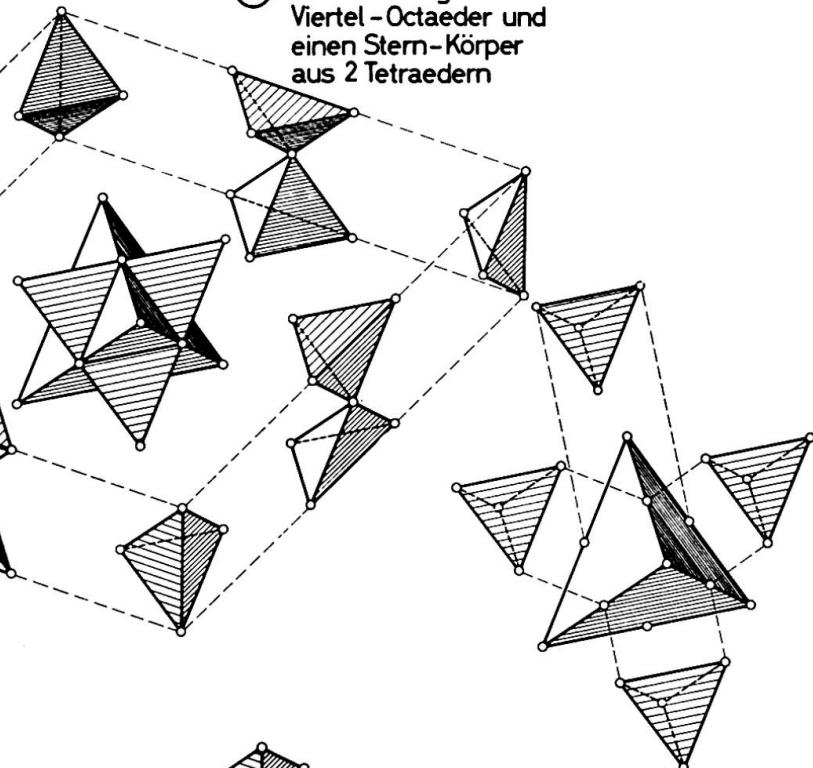
Bild 1 a: Der flächen-zentrierte Cubus und seine Zerlegung in 18 Viertel-Oktaeder und 8 Tetraeder  
Dr. 1872 c 2

Bild 1 b: Zerlegung des Cubus in 16 Viertel-Oktaeder und 8 Tetraeder Dr. 533

① Flächen-zentrierter Cubus

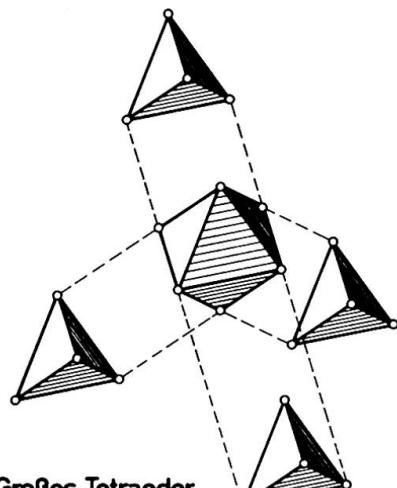


② Cubus zerlegt in 12 Viertel-Oktaeder und einen Stern-Körper aus 2 Tetraedern



③ Stern-Körper zerlegt in 1 großes Tetraeder und 4 kleine Tetraeder

④ Großes Tetraeder zerlegt in 1 Octaeder und 4 kleine Tetraeder



⑤ Octaeder zerlegt in 4 Viertel-Oktaeder

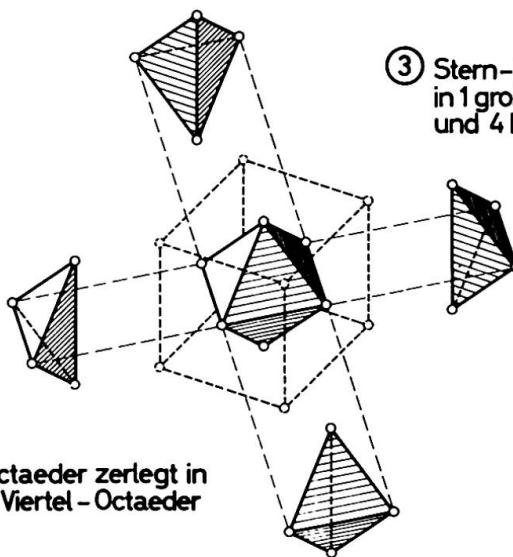


Bild 2: Die wichtigsten (regelmässigen und halbregelmässigen)Vierflache,  
nämlich:  
das regelmässige Tetraeder, das  
Viertel - Oktaeder und das Achtel-  
Oktaeder Dr. 1872 A 12

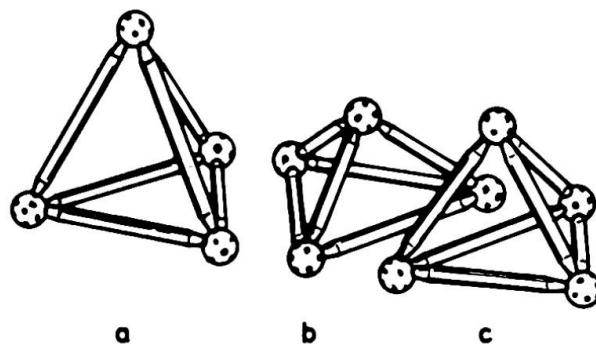
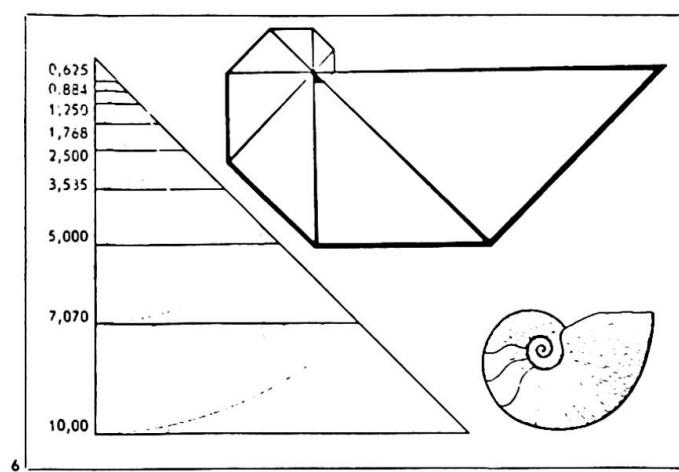


Bild 3: Die Stab-Reihe des "natürlichen  
Wachstums mit dem Faktor  $\sqrt{2}$ "  
mit den Ausgangslängen für den  
Bau regelmässiger Raumfachwerke  
nach Tafel 1

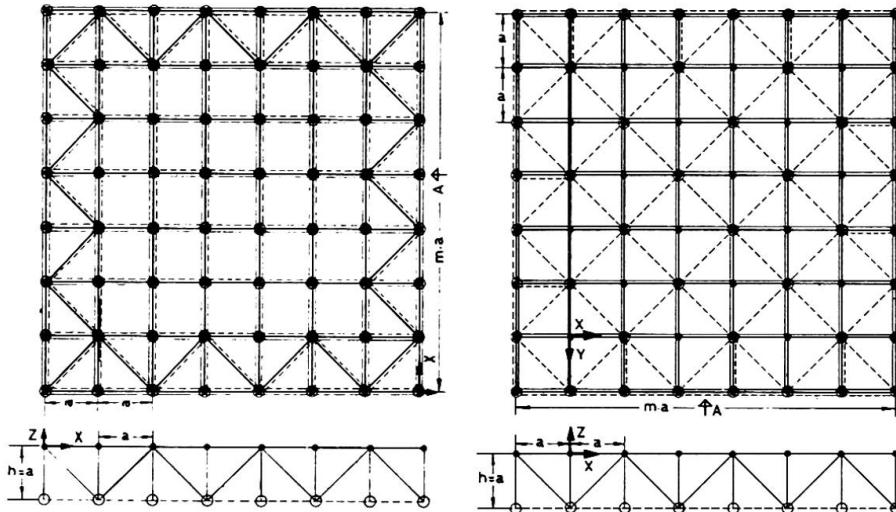
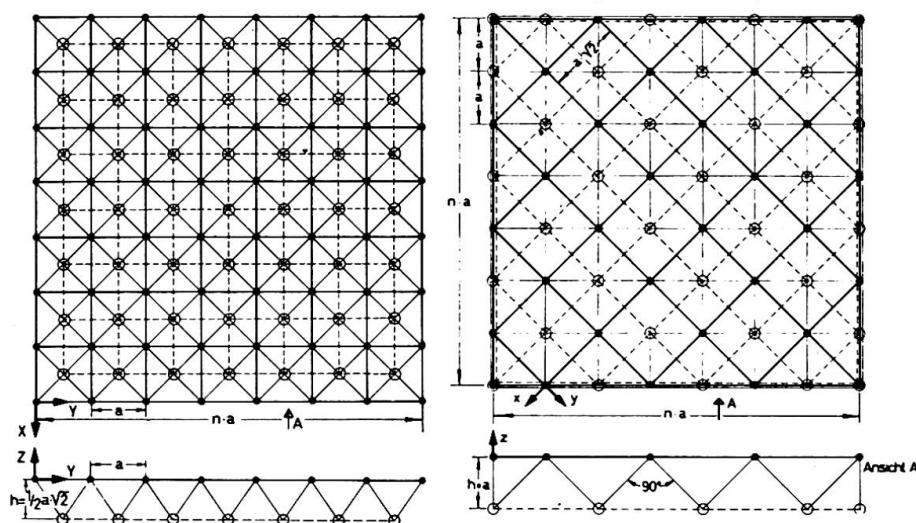
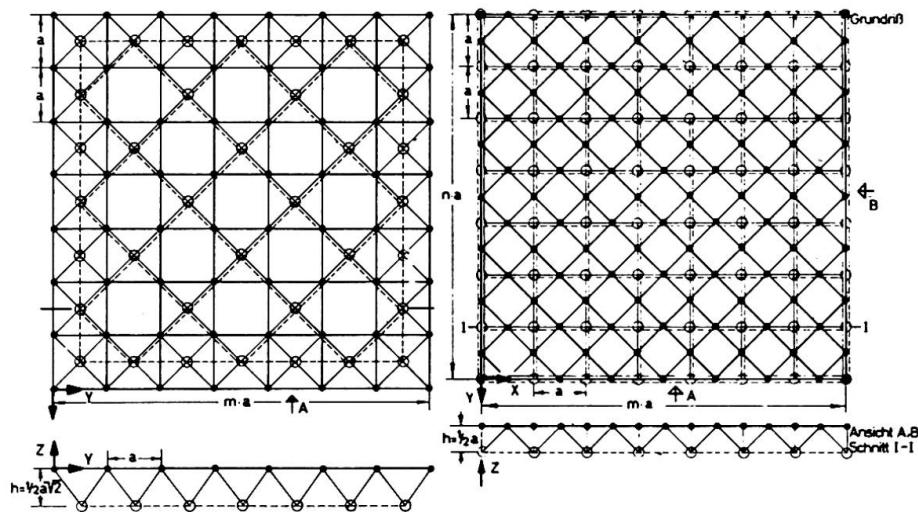


# Katalog der regelmäßigen Raumfachwerke (Auszug)

Tafel 1

## Quadrat-Raster (Rand parallel oder „Diagonal“)

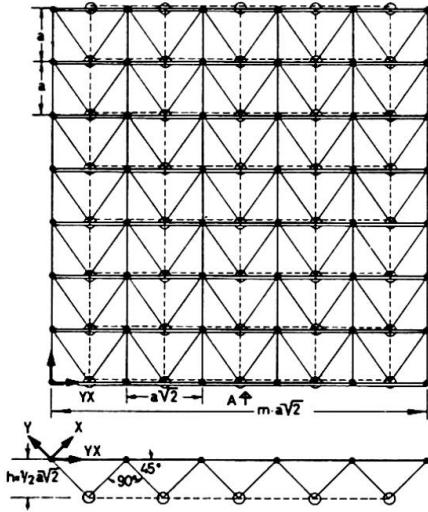
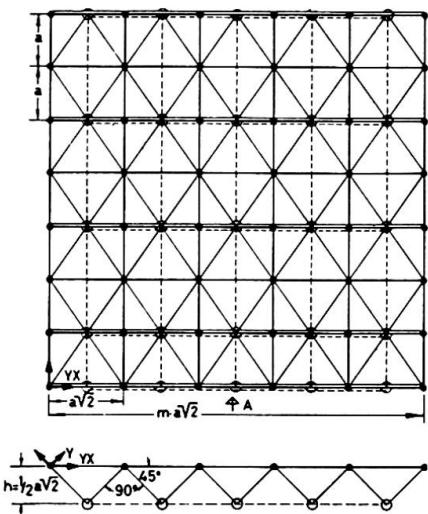
Cubus mit Diagonalen-Minimum C (Dmin)

Halb-Oktaeder und Anti-Sphenoid  
Obergurt Rand-parallel  $\frac{1}{2}O$  + ASPHalb-Oktaeder und Tetraeder  $\frac{1}{2}O$  + THalb-Oktaeder und Tetraeder Obergurt  
und Untergurt nicht Rand-parallel  $\frac{1}{2}O$  + THalb-Oktaeder und Halb-Cub-Oktaeder  
Obergurt Rand-parallel  $\frac{1}{2}O$  +  $\frac{1}{2}CO$ Halb-Oktaeder und Halb-Cub-Oktaeder  
Untergurt Rand-parallel  $\frac{1}{2}O$  +  $\frac{1}{2}CO$ 

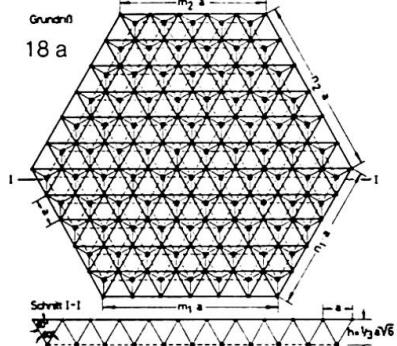
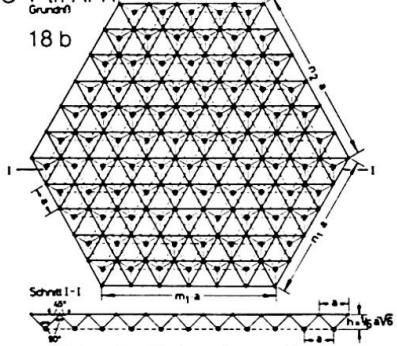
Tafel 2

**Rechteck-Raster**

Zwei-Cubus-Diagonal Segment 2 x CDS

Achtel- und Viertel-Okttaeder und Cub-Okttaeder-Segment  $\frac{1}{8}O + \frac{1}{4}O + COS$ **Dreieck- und Sechseck-Raster**

Oktaeder und Tetraeder O + T

Achtel-Okttaeder und Trigonal-Anti-Prisma  $\frac{1}{8}O + triAPr$ 

Oktaeder-Tetraeder und Hex-tri-Prismatoid O + T + PRT

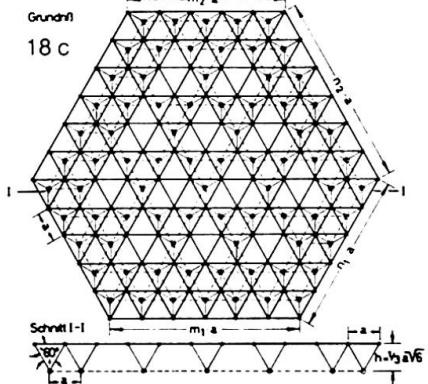


Bild 4: Prinzip der Raum-Komposition aus Cubus-Segmenten mit Darstellung der wichtigsten Elementarkörper um den "natürlichen Raum-Raster" des flächen-zentrierten Cubus.

Modell einer Raum-Komposition, ausgestellt in der "Biennale Venedig 1970"

Foto 2004 a

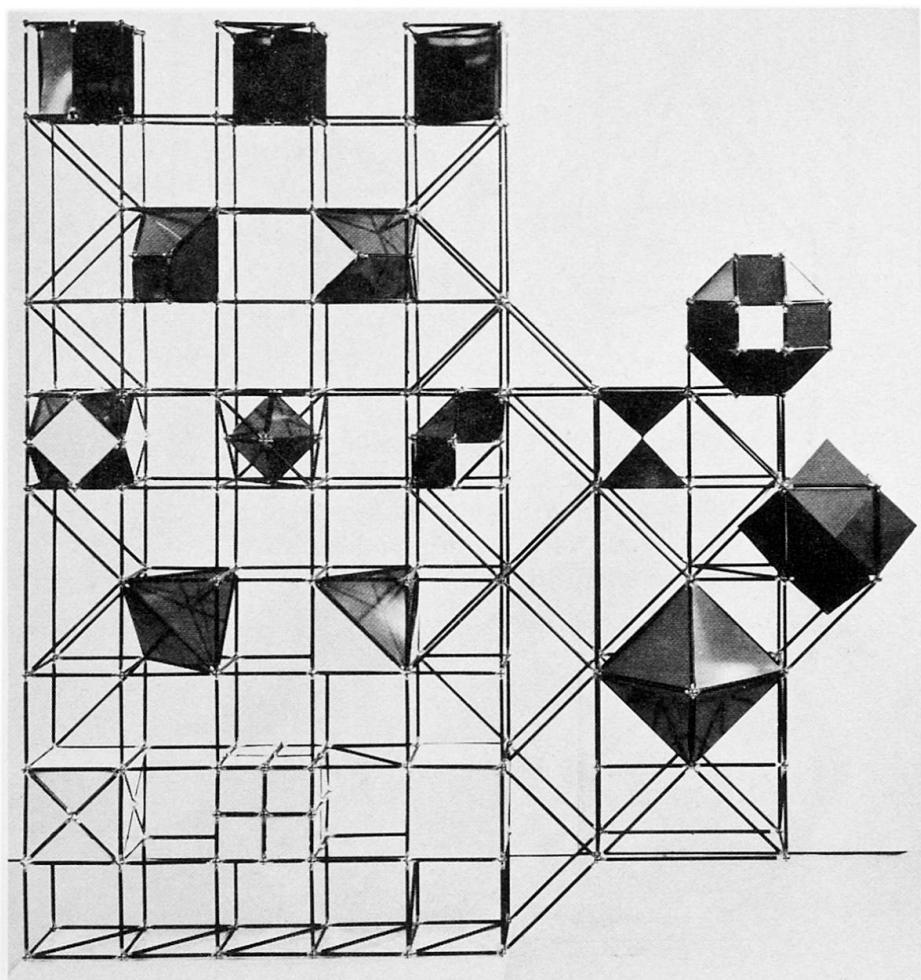


Bild 5: Verwandlung eines Quaders mit der Grundflächenkante 1 und der Bauhöhe  $\sqrt{2}$  (Bild 5 a links) in einem raum-zentrierten Cubus (Bild 5 b rechts) Dr. 1872 A 5 a

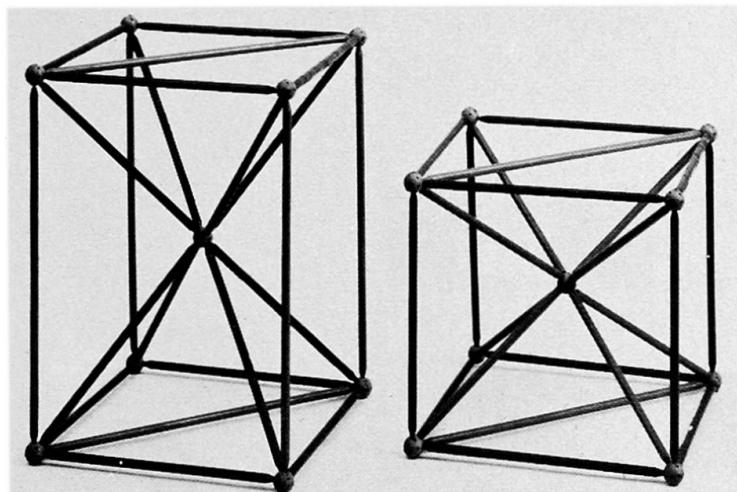


Bild 6: Verwandlung eines Raumfachwerks aus Oktaedern und Tetraedern (Bild 6 a) in ein Raumfachwerk mit Trigonal-Anti-Prisma und Achtel-Oktaedern (Bild 6 b)

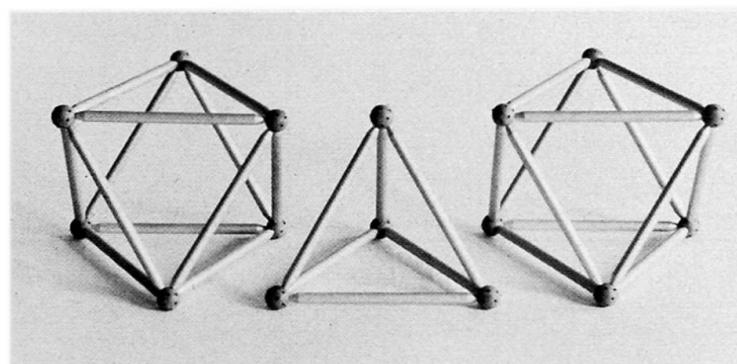


Bild 6 a

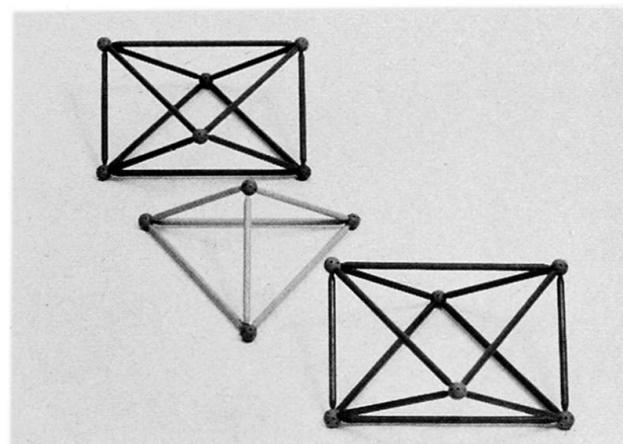


Bild 6 b

Bild 7: Raumfachwerk für eine Aula mit trapez-förmigem Gesamt-Grundriss und Trapez-Raster (gebildet durch eine Schar parallel laufender Geraden, die sich auf einem Fluchtpunkt ausserhalb des Gebäude-Grundrisses schneiden). Die Bauhöhe der einzelnen Elementarkörper ändert sich im Verhältnis der Trapez-Seiten. Dr. 923

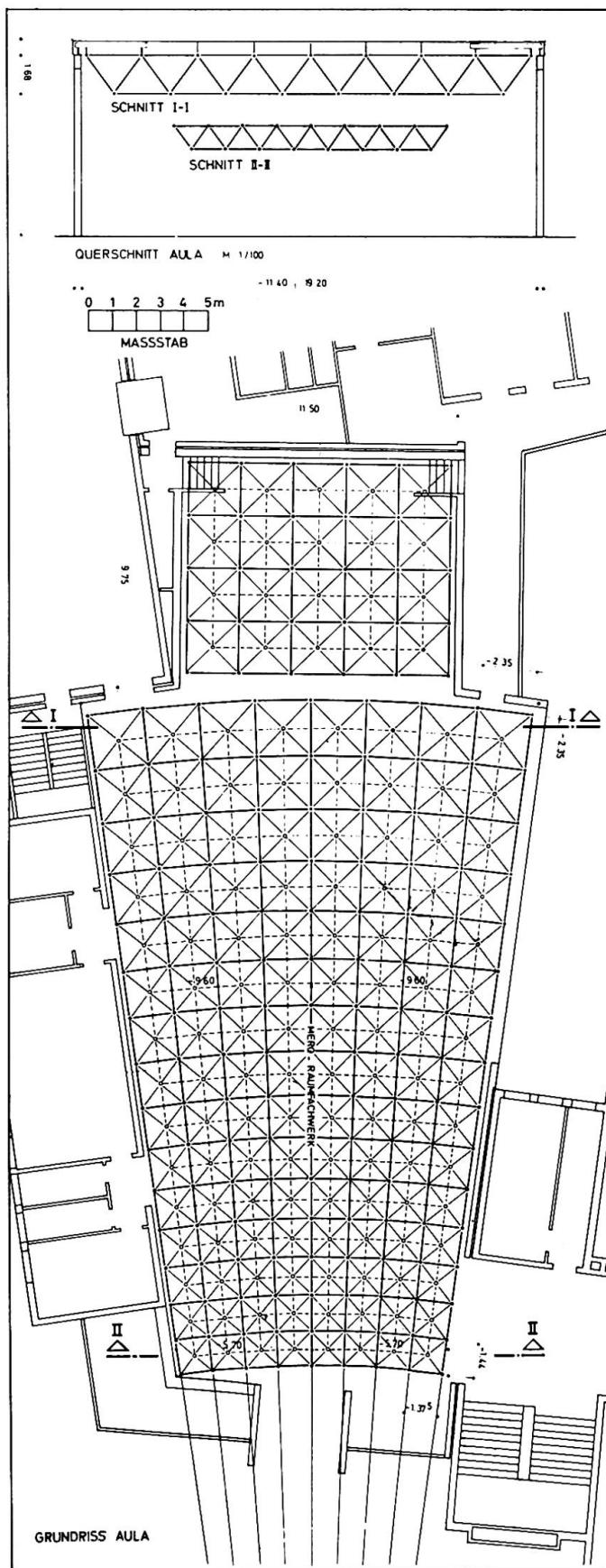
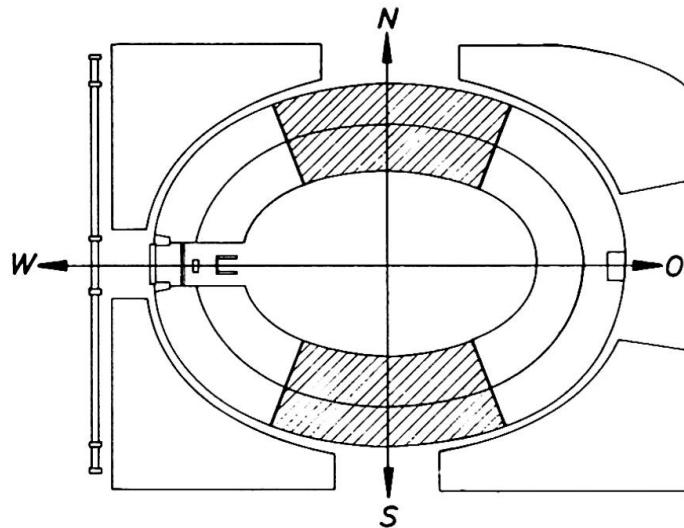
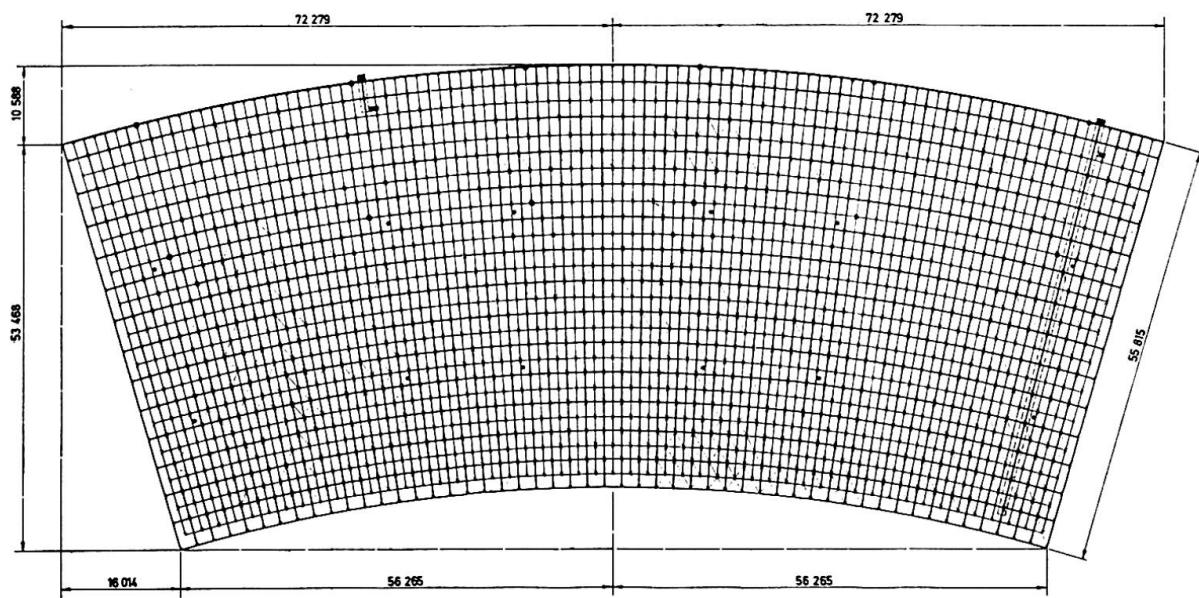


Bild 8: Dach für das Olympia-Stadion Berlin



a) Uebersichtszeichnung

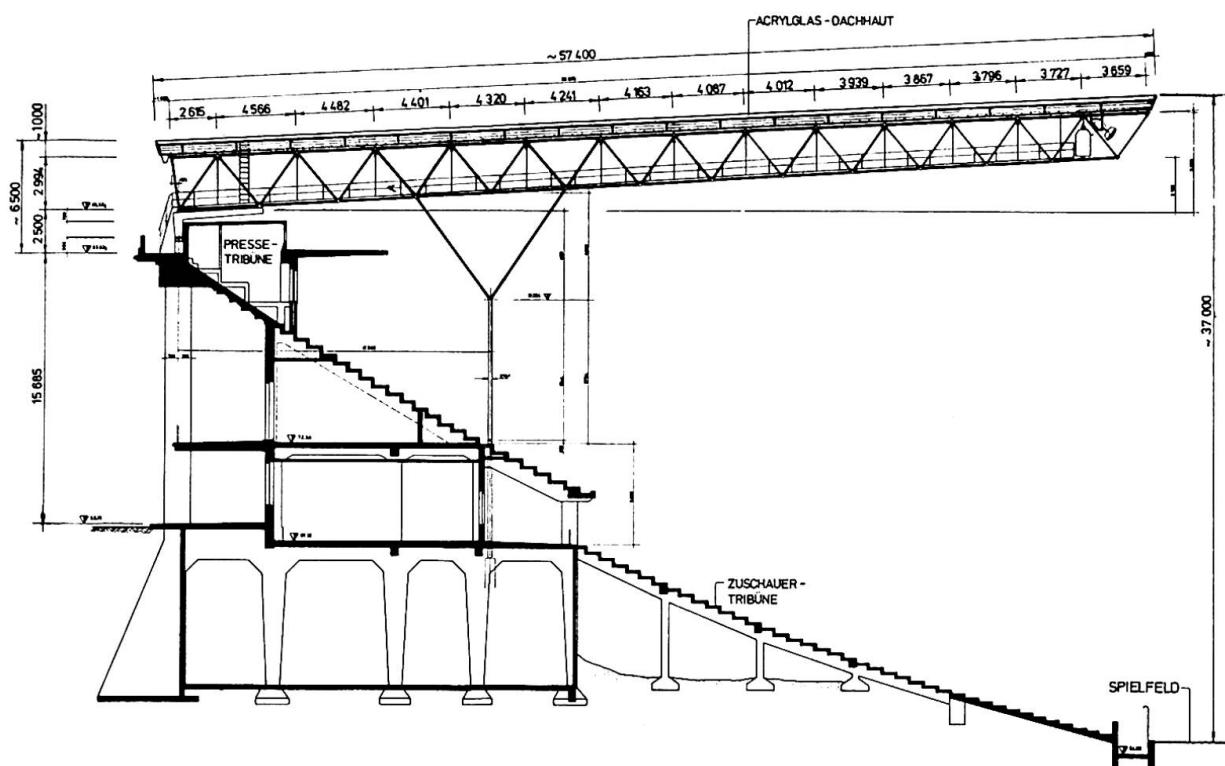
Dr. 1106 a



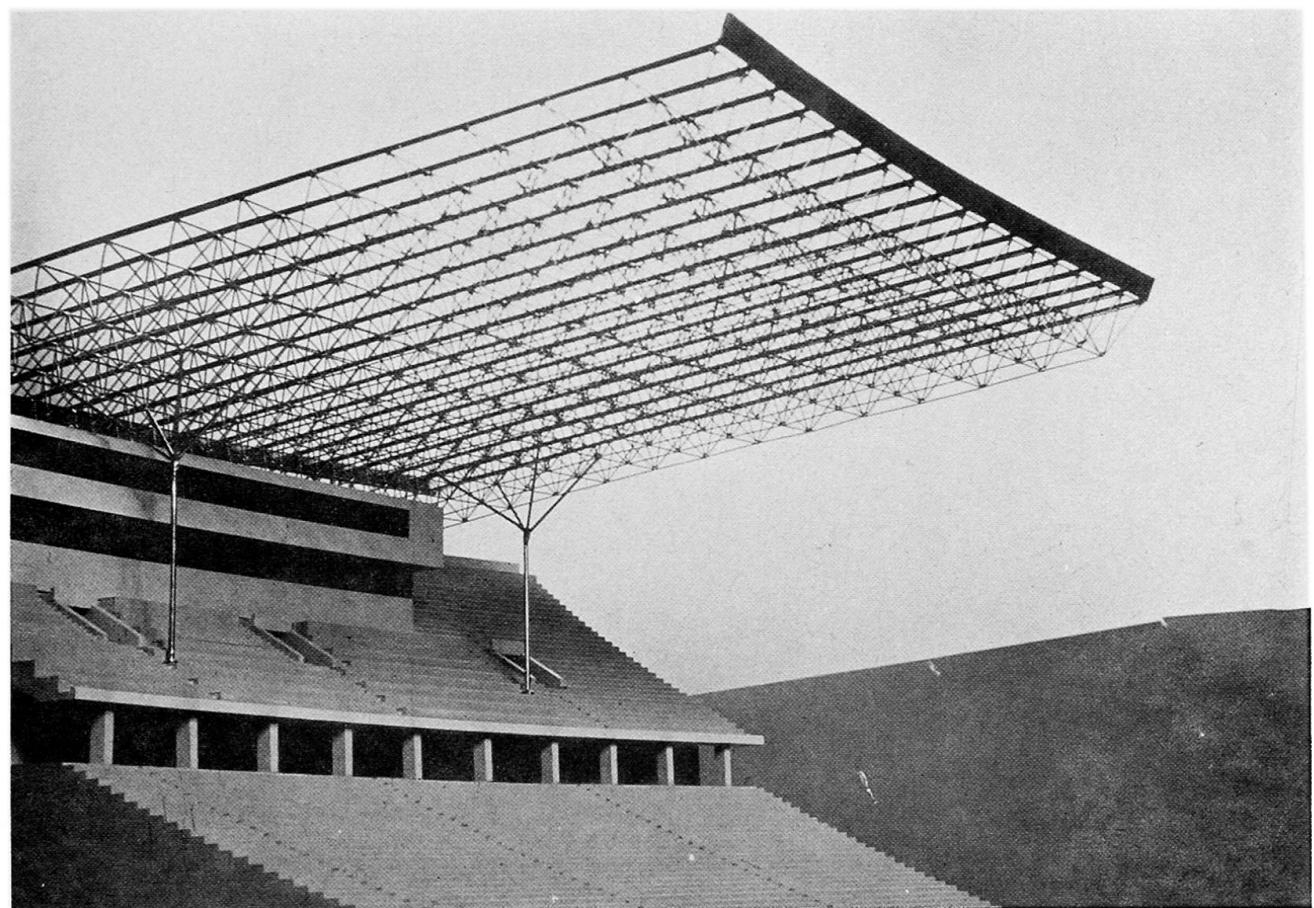
- b) Einzelheiten des Raumfachwerks für die Dachkonstruktion, ausgeführt entsprechend der Krümmung des Stadion-Grundrisses mit einer Vielzahl verschiedenartiger Stäbe und Knoten

Dr. 1106 b

Bild 8: Dach für das Olympia-Stadion Berlin (Querschnitt)



- c) Schnittzeichnung des MERO-Daches für das Olympia-Stadion mit Hervorhebung der verschiedenen Stablängen, die sich aus der individuellen Grundriss-Konstruktion ergibt  
Dr. 1106 c



- d) Modell-Ansicht des MERO-Daches

Foto 2112 ab

Bild 9a: Beispiel für ein Raumfachwerk in tonnenförmiger Ausführung mit regelmässigen Oktaedern und verformten Tetraedern durch Kürzung des Untergurtes

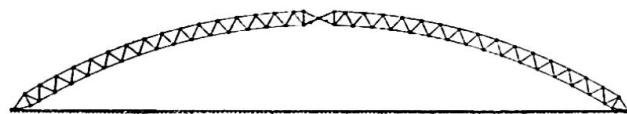


Bild 9b: Ein Beispiel für eine Doppel-Kuppel aus 2 Stablängen und einem MERO-Knoten

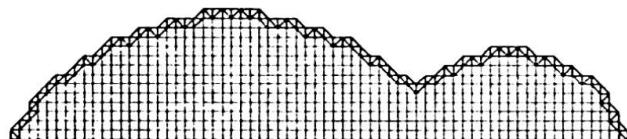


Bild 10: Beispiel für eine einschalige Stabwerk-Kuppel: Spannungsmessungen in der Bundesanstalt für Materialprüfung in Berlin-Dahlem Dr. 1107

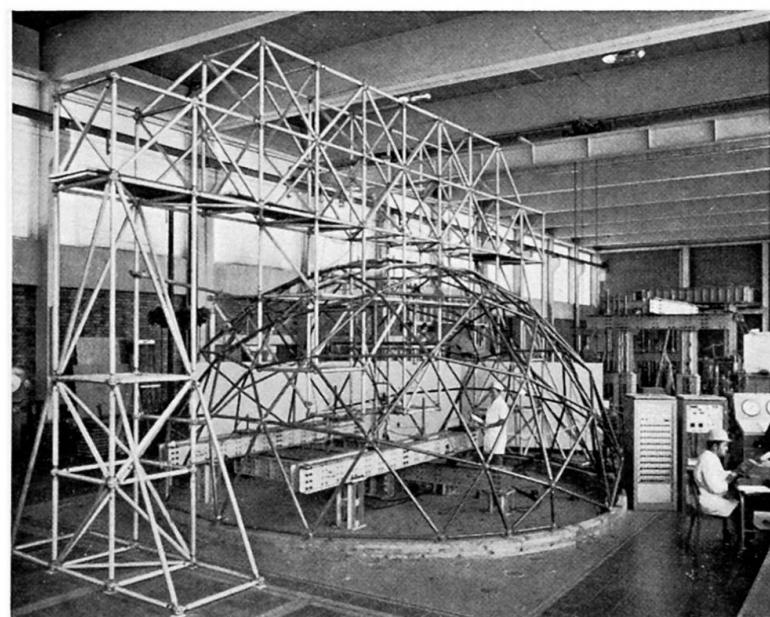
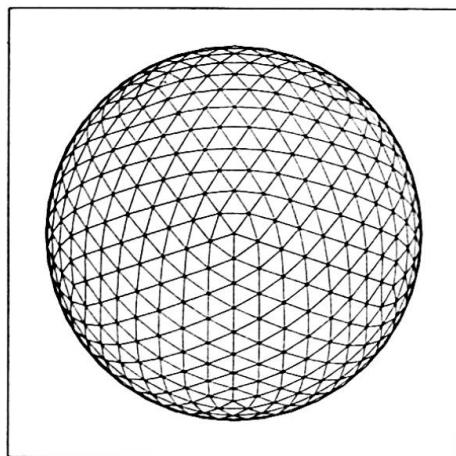
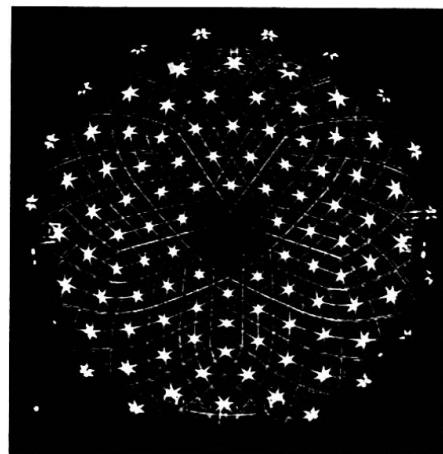


Bild 11: Beispiel für ein Raumfachwerk in Kuppel-Form:  
Konzerthalle der Bundesrepublik Deutschland auf der  
"EXPO Osaka 1970"



a) Computerzeichnung  
der Aussenschale



b) Innenansicht der Kuppel



c) Ansicht der Kuppel

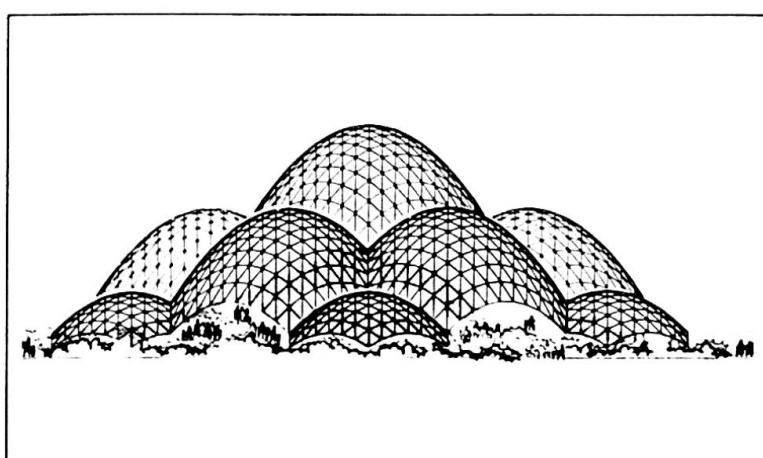


Bild 12: Gruppe von Kuppeln in Form von Rotations-  
Paraboloiden  
Dr. 1105

Bild 13: Montage-Bild eines Fabrikdaches am Beispiel des MERO-Betriebes Berlin-Marienfelde (Halb-Oktaeder - Tetraeder - Packung) mit 3 Stufen:

vorne rechts: Dacheinheit am Boden montiert;

in der Mitte: Dacheinheit während des Hochziehens durch Autokrane;

hinten links: fertiges Dach-Gerippe im Gebrauchszustand  
Foto 2133 g

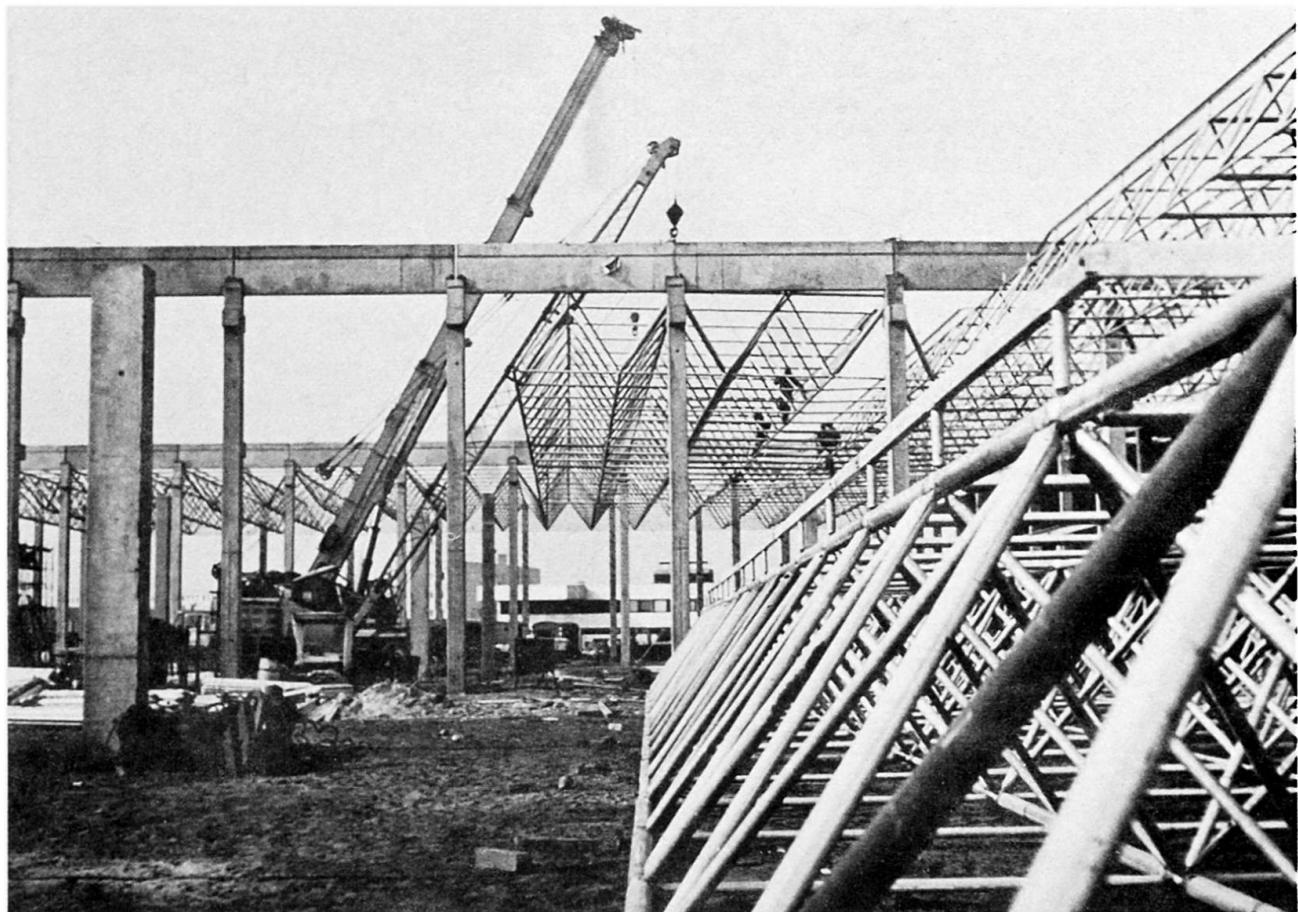


Bild 14: Montage-Bild einer Ingenieurbaukonstruktion  
(Cubus-Packung) am Beispiel der Hockey-  
Anlage für die Olympiade München 1972  
Dr. 1073 Foto 2099 e

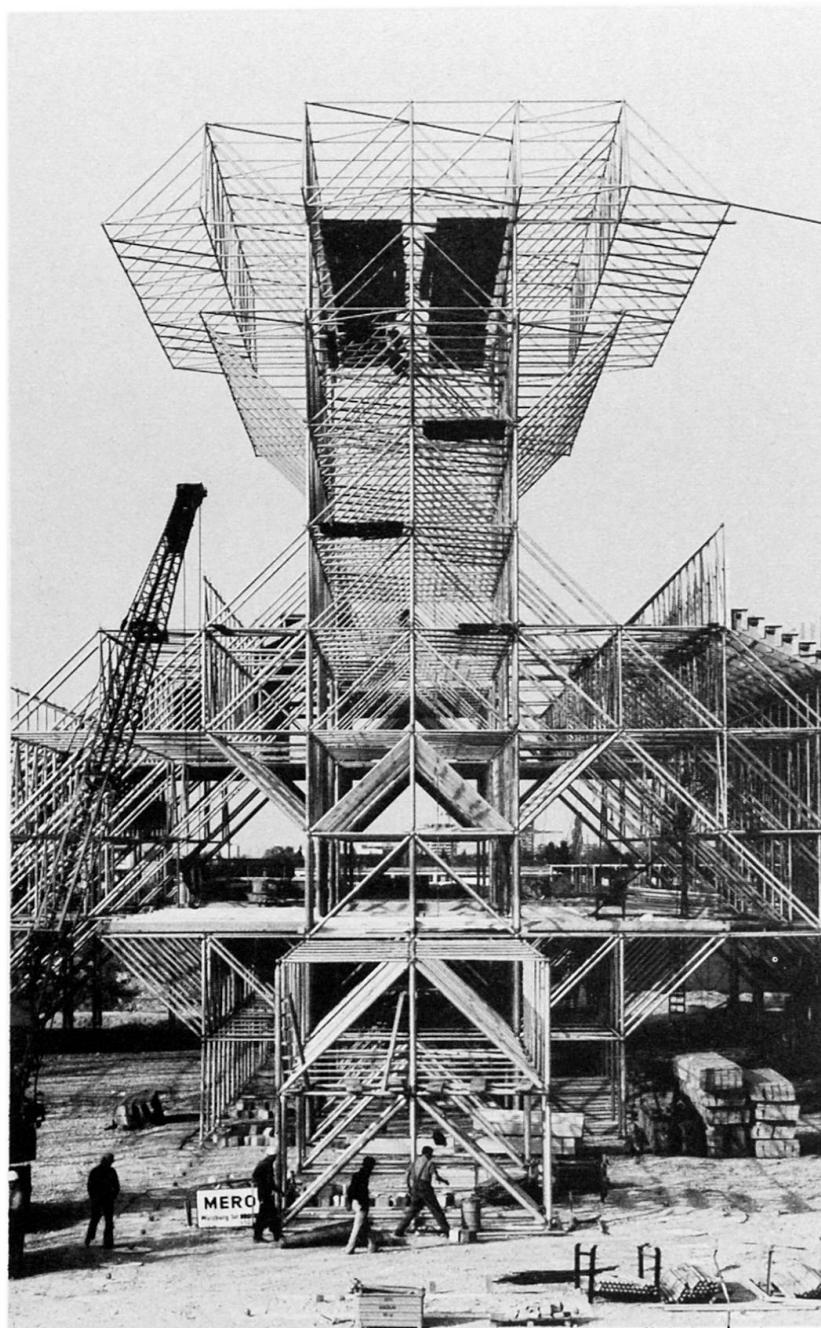


Bild 15: Montage eines Flugzeughallen-Daches von 64 x 83 m Spannweite (Aufziehen der am Boden montierten Dachscheibe mit hydraulischen Hebeböcken auf den vorher montierten Rand-Stützen)

Dr. 1070 a

Foto 2084 at

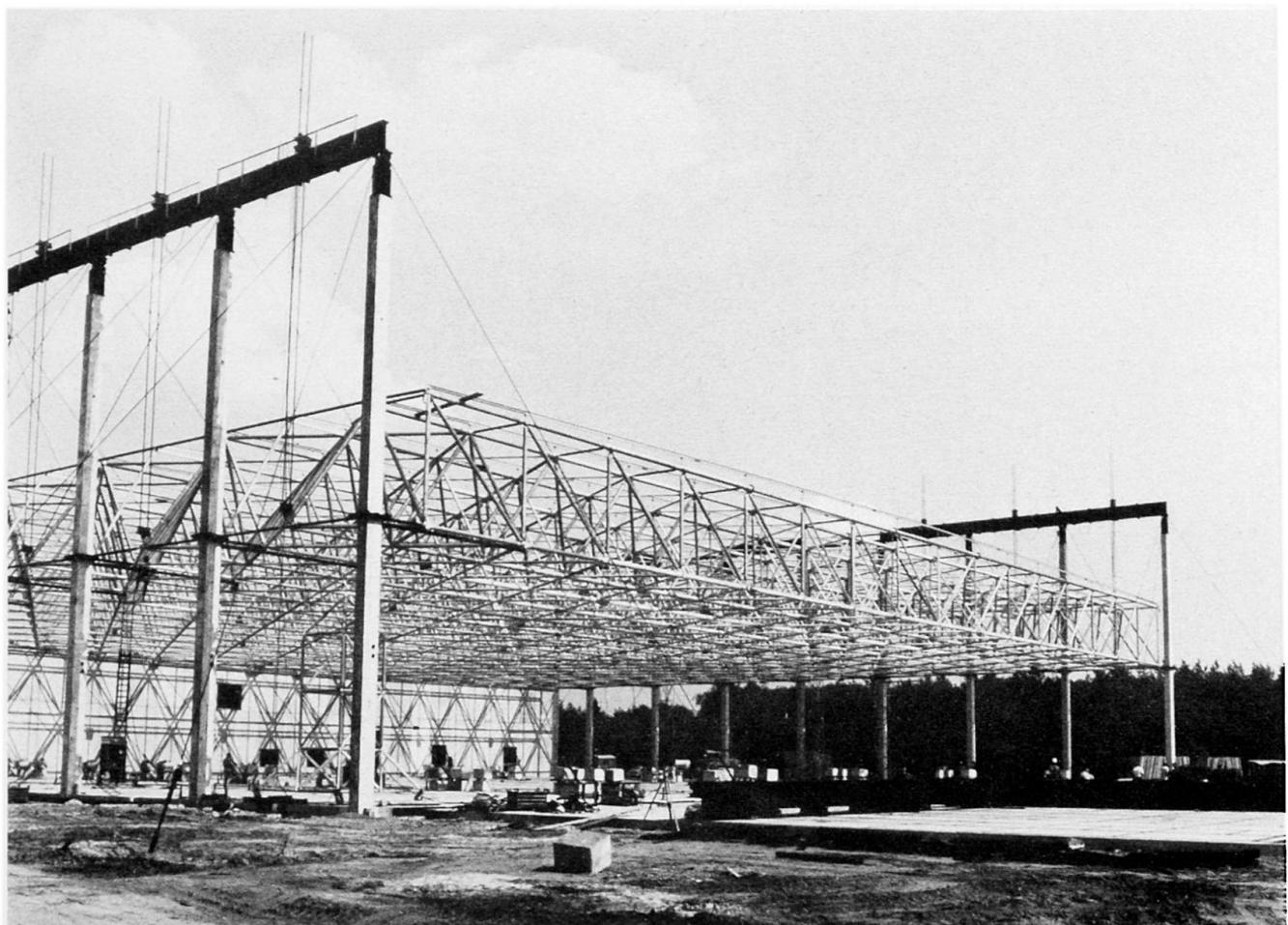


Bild 16: Aussenansicht der fertigen Flugzeughalle nach Bild 15

Dr. 1083 b  
Foto 2084 a2



Bild 17: Innenansicht der fertigen Flugzeughalle nach Bild 15

Dr. 1083 a  
Foto 2084 a7



Bild 18: Ein Muster-Beispiel für ein Bauwerk mit Gestaltung aus Cubus-Segmenten:  
die St. Jakobus-Kirche in Düsseldorf-Eller (1962) Dr. 911

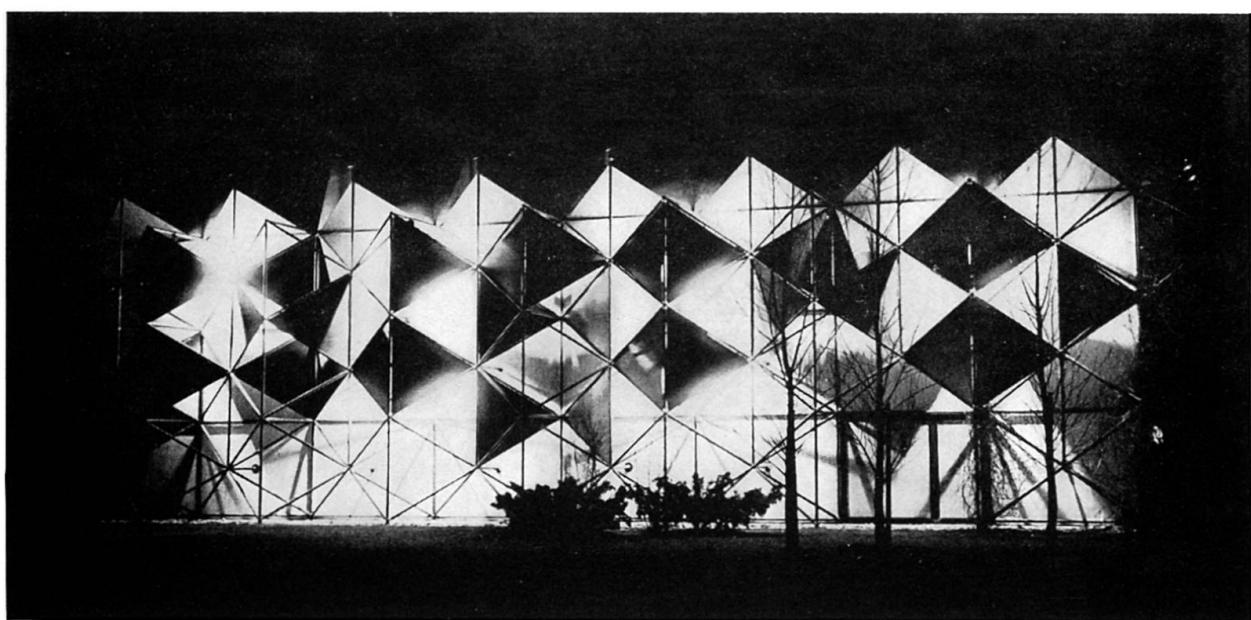
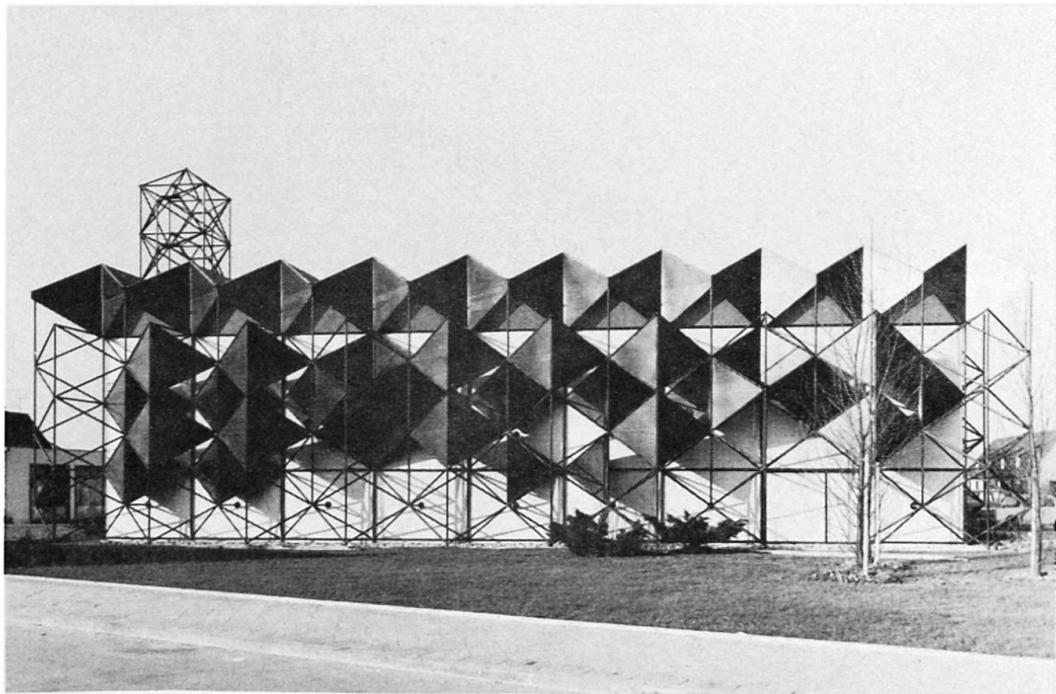
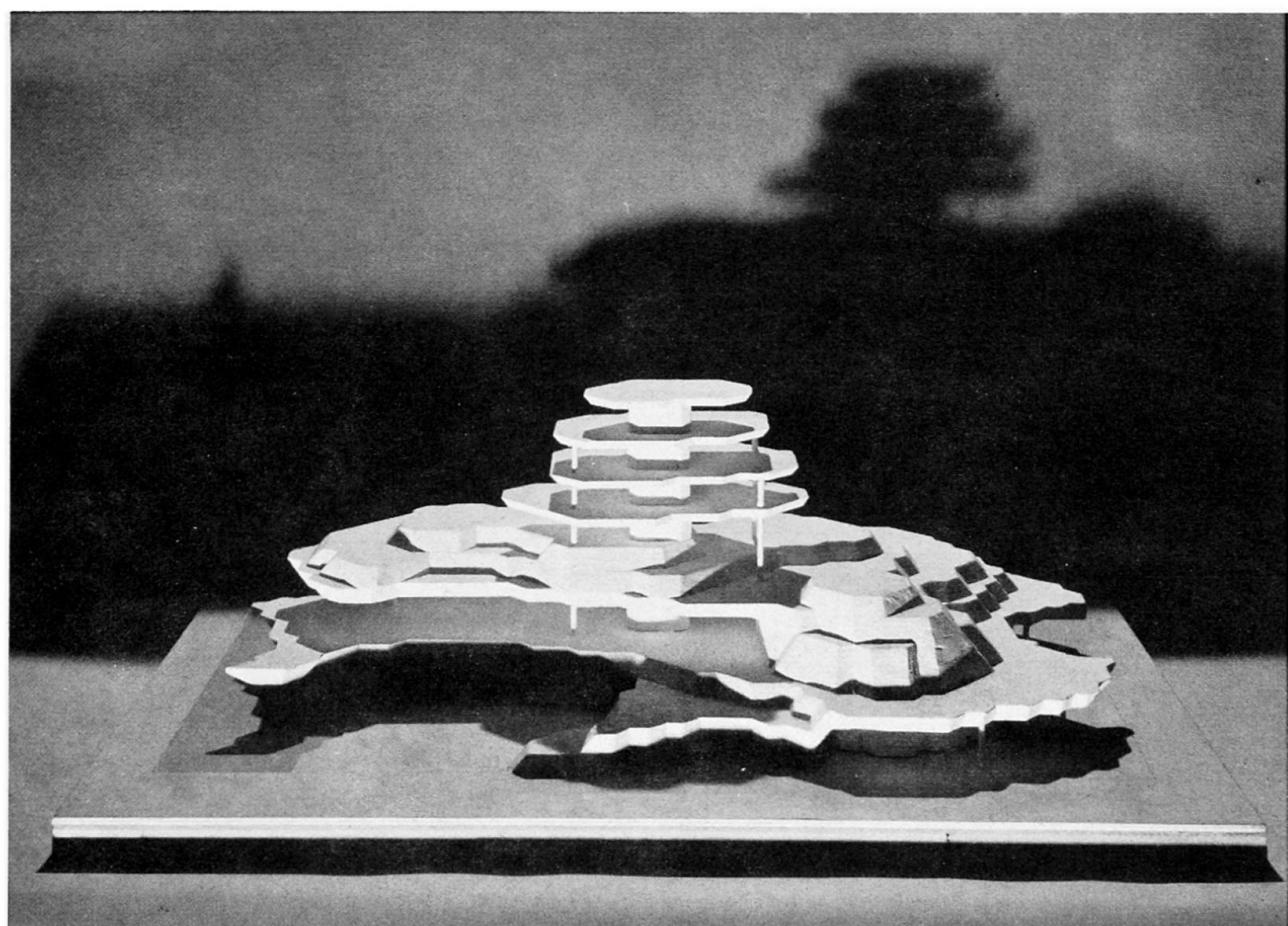


Bild 19: Modell eines Mehrgeschoßbaues mit plastischer Gestaltung aus Cubus-Segmenten  
Foto A/2562 a



**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

## DISCUSSION LIBRE • FREIE DISKUSSION • FREE DISCUSSION

**Ein besonderes Tragsystem für Hallen grosser Spannweite**

A Special System of Space Structure for Halls of Wide Span

Un système de structure particulier pour halles de grande portée

JOSEF ZEMAN  
Entwurfsbüro für Hüttenwesen  
Prag, CSSR

Während letzter Jahre wurde in der Tschechoslowakei eine ungewöhnliche Tragkonstruktion für Hallen grosser Spannweiten entwickelt. Diese besteht aus einem Paar schräg gegeneinander geneigten Bogen, welche sich im Scheitel gegenseitig durchdringen. Dieses Bogenpaar bildet das Haupttragssystem für sämtliche senkrechte oder waagerechte Belastungen. Die übrigen Tragteile der Dachkonstruktion wie Unterzüge, Binder und Pfetten sind auf dem Bogenpaar mittels besonderer Hängestäbe eingehängt. Die Bogenpaare können in den Längs- oder auch Querachsen der entworfenen Objekte orientiert werden. /Siehe Bild 1./ Bei grossen und langen Objekten können sie dann auch nebeneinander beliebig oft wiederholt werden.

Die einfachere Ausführung - mit dem Bogenpaar in der Längsachse - wurde bereits mehrmals bei Sporthallen in der CSSR realisiert. Dagegen die weitere Möglichkeit wurde in der letzten Zeit für eine grossere Bauaufgabe in Prag verwendet.

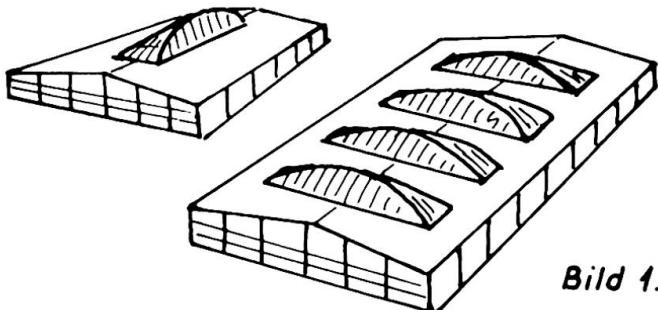


Bild 1.

Für die Überdachung eines grossen Objektes für Garagen und Pflege von Bussen der Hauptstadt Prag wurde eine grosse Hallenkonstruktion mit freiem Raum von 90 x 120m verlangt. Dabei waren die Ansprüche auf die freie Höhe dieses Raumes nicht allzu gross, cca 6-7m.

Für den Entwurf einer geeigneten Tragkonstruktion war dann auch der Bedarf an einer durchlaufenden Reihe von Toröffnungen für die Ein- und Ausfahrt der Buse in den beiden Giebelwänden entscheidend. Zuerst wurde für die Lösung dieser anspruchsvollen Aufgabe eine Seilkonstruktion gewählt.

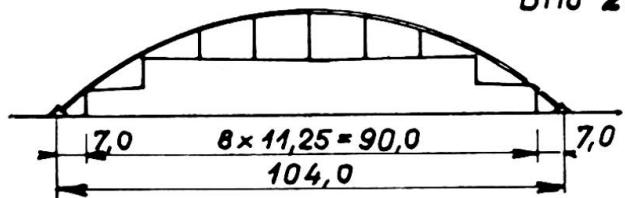
Aus verschiedenen Gründen trat aber die Ausführungs firma von der Realisation dieses Entwurfes ab und so entstand ein Problem, für die anspruchsvollen Bedingungen eine neue, geeignete Lösung

aufzufinden. Für die Tragkonstruktion dieser neuen Halle, welche mit ihren Grundrissabmessungen des freien Innenraumes von 90x120m die grösste seiner Art in der Tschechoslowakei ist, wurde dann die hier kurz dargestellte besondere Tragkonstruktion gewählt.

Das Dach dieser grossen Halle wird von einem Doppelpaar von schräg geneigten Bogen von einer Spannweite 104m und gegenseitiger Entfernung 45m getragen. Die Bogenpaare haben einen geschweißten Kastenquerschnitt und sind hier in der Querrichtung der Halle orientiert. Sie sind – überwiegend

aus architektonischen Gründen in ihrer ganzen Länge oberhalb des Hallengebäudes situiert, weshalb ihre Fundamente 7m hinter den Hallenlängswänden liegen, und die Halle dann eine freie Breite von 90m hat. /Siehe Abbildung 2./

Bild 2.



die übrige Dachkonstruktion besonderer gebrochener Form mit einem mächtigen Oberlicht, eingehängt. Diese besteht aus besonderen, 15m langen Querträgern in 7 Zwischenebenen und in Entfernungen à 11m, in welche dann auch beiderseitig die Binder von 30m Spannweite eingehängt sind. Diese Fachwerkbinder aus Rohren /Bild 3./

Durch schräge Hänger aus Rohren ist in die Bogenpaare

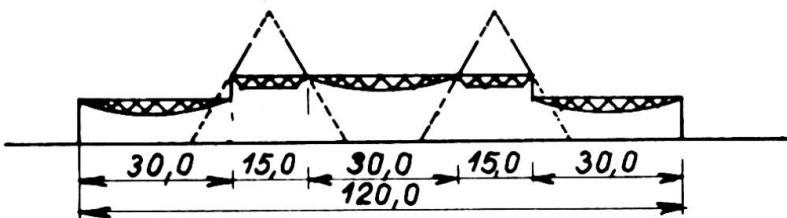


Bild 3.

haben eine linsenartige Form, die teilweise im Obergurt der gebrochenen Form des Daches angepasst wird. Auf den beiden Giebelseiten der Halle sind diese Binder auf einfache Stützen in Entfernungen à 11,0m aufgelagert. Zwischen diesen leichten Stützen bleibt genügend freier Raum für die Durchführung von einer durchlaufenden Reihe von Toröffnungen. Die Dacheindeckung selbst /Profiliertes Alu-Blech mit einer Ausgleichsschicht Leichtbeton und abschliessender, wasser dichter Dachpappe/ tragen leichte Fachwerkpfetten 11m gespannt und in Entfernungen à 3m.

Ausser dieses beschriebenen Objektes wurde dieses besondere Tragsystem in einem Studienentwurf auch für ein weiteres grosses Objekt in Grundrissabmessungen von 90 x 480m gefolgt. Die Anzahl der Bogenpaare war – wegen der grossen Hallenlänge von 480m – insgesamt 11. Zusätzlich wurden aber bei dieser riesigen Industriehalle auf die entsprechend angepasste Dachkonstruktion noch die Kranbahnen für die eingehängten Kranbrücken von 20m Spannweite und 8,0Mp Tragfähigkeit untergebracht. Die Studie hat bewiesen, dass man ein so grosses Objekt mit so anspruchsvoller Belastung mittels des beschriebenen Tragsystems sehr ekonomisch und mit einem niedrigen Stahlverbrauch ausführen kann.



Bild 4.  
Das Objekt der Grossgaragen in Prag im Bauzustand.

## ZUSAMMENFASSUNG

Der Beitrag beschreibt kurz einen besonderen Typ der Tragkonstruktion, welche für Hallen grosser Spannweiten geeignet ist. Das Haupttragelement dieses Systemes ist ein Paar schräg gegeneinander geneigter Bogen, welche entweder in der Längs- oder Querachse der Halle orientiert sind. In ihrem mittleren Teil ragen sie über die Dachebene hinaus und können dabei ein grosses Oberlicht bilden. Die übrige Dachkonstruktion ist in die Bogen eingehängt.

## SUMMARY

The contribution describes briefly a special type of the supporting structure which is suitable for halls of wide span. The main supporting element of this system is a pair of slanting converging inclined curvatures orientated or in the longitudinal or in the transverse axis of the hall. In their middle part they project above the roof plain and can form in this way a large skylight. The remainder roof construction is hanged up in the curvatures.

## RESUME

Ce travail décrit un type spécial d'éléments porteurs étudiés pour les halles de grande portée. La partie principale du système est une paire d'arcs, inclinés de biais l'un contre l'autre, qui sont orientés soit dans le sens de la longueur ou dans le sens de la largeur de la halle. Dans leur partie centrale ils ressortent du plan du toit et peuvent former un grand vitrage. L'autre partie du toit est suspendue aux arcs.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

### **IIIb**

#### **Monte Carlo Simulation of the Load Carrying Capacity of Members in Space Trusses**

Simulation de la force portante d'éléments en treillis à trois dimensions moyennant la méthode Monte Carlo

Simulation der Tragfähigkeit von Elementen in Raumfachwerken mit Hilfe der Monte Carlo-Methode

**BO EDLUND**  
Assistant Professor  
Chalmers University of Technology  
Gothenburg, Sweden

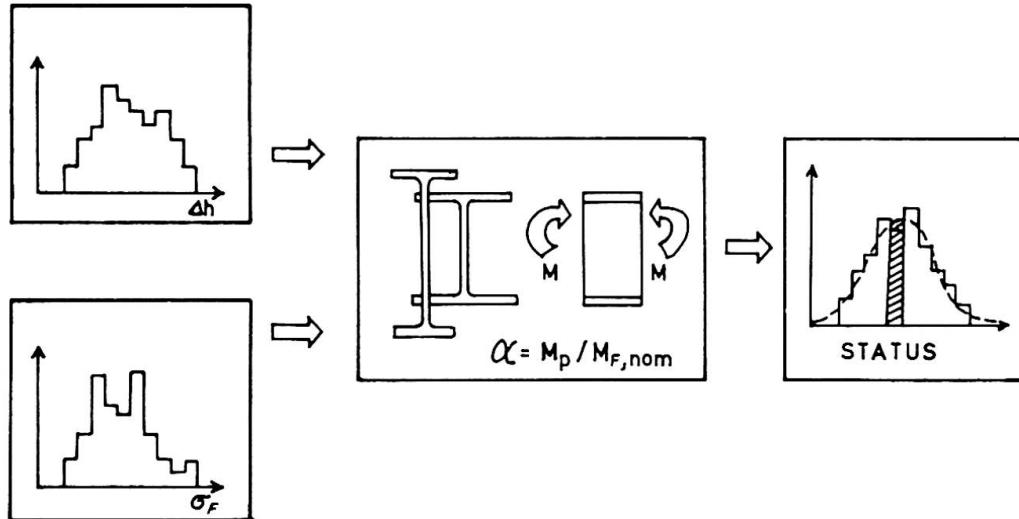
In their paper on the Influence of Member Quality on the Safety of Space Trusses Messrs. Tolman and de Witte use a Monte Carlo Simulation Method to determine the theoretical probability distribution of the collapse load of a truss. The number of bars, the bar arrangement and the number of inferior members with equal degree of inferiority  $f < 1$  are given. The authors seem to use the term "analogous simulation" in the sense of "representing some aspects of the real world by a mathematical model which may be easily manipulated to facilitate their study", i. e. what often is simply called simulation, [1], p.1.

As single random variable Tolman and de Witte introduce the location of the inferior members. Their paper is an interesting study of the load carrying capacity of multiple-member structures with random defects. By use of the finite element method the same Monte Carlo procedure may be applied to problems of nonhomogeneous plates, membranes and shells.

In the following the main principles of a computer program system for Monte Carlo simulation of structural strength will be given. The interest will be focused on the determination of the scatter in the load carrying capacity of single members. As a consequence of this study it is suggested that a simulation of a space truss should be performed where  $f$  is treated as a random variable, and where  $f \geq 1$  is allowed.

#### Monte Carlo simulation program

A Monte Carlo method, i. e. a numerical procedure where random numbers are used, is suited for the investigation of different phenomena governed by stochastic variables [1]. Here we are especially interested in how the scatter in material properties and cross sectional dimensions affect the mean values and the scatter of the load carrying capacity of structural members [1] [2].



This block diagram shows the three main steps of our simulation method :

1. Input of known distribution functions (histograms) for the geometrical and strength variables.
2. A mathematical model for the load carrying capacity. The governing variables are randomly chosen for each play.
3. Output of the statistical distribution (i. e. histograms) of the load carrying capacity of the member. Statistical analysis of the results.

#### Example. Steel compression member [3]

The relative buckling load  $\beta = P_k / P_{F,nom}$  of a centrally loaded initially straight steel column of I-section is computed using the tangent modulus theory and the following mathematical model, which considers elastoplastic behaviour and residual stresses. Here  $P_{F,nom} = \sigma_{F,nom} A_{nom}$  is the yield load of a nominal cross section, and  $P_k = \sigma_k \cdot A$  is the buckling load of the actual column with cross section area A and buckling stress  $\sigma_k$ .

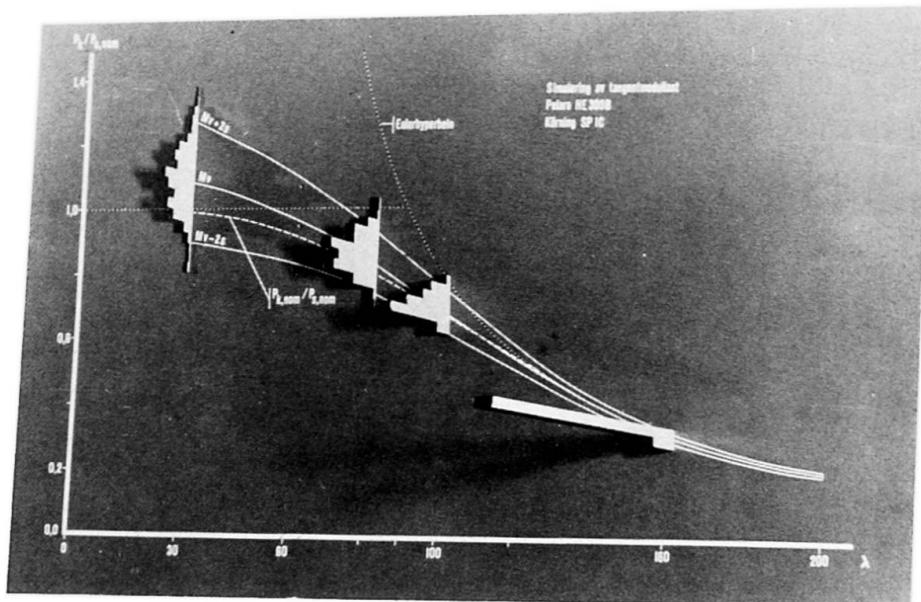
$$\sigma_k = (\pi^2 E / (L/i)^2) \sigma_r^{-q} \cdot (\sigma_F - \sigma_k)^q, \quad \sigma_k \geq \sigma_p = \sigma_F - \sigma_r, \quad 0 \leq q \leq 1$$

$$\sigma_k = \pi^2 E / (L/i)^2, \quad \sigma_k \leq \sigma_p$$

The column has length L and radius of gyration i. E is Youngs modulus,  $\sigma_F$  the yield stress, and  $\sigma_r = k_r \cdot \sigma_F$  the maximum compressive residual stress.

The input data consist of seven stochastic variables (yield stress and cross sectional dimensions) and three deterministic variables ( $k_r$ ,  $q$  and E). For the exponent q, which determines the form of the stress-strain-diagram, the values  $q = 1/2$  and  $2/3$  were chosen [3].

The results are printed as histograms of the relative buckling loads  $\beta$  for every nominal slenderness ratio. The different histograms may be gathered in a 3-dimensional diagram.



The figure given here refers to a column HE 300 B and a mathematical model with  $q = 1/2$  and  $\sigma_r = 0.5 \sigma_F$ . The assumed yield stress has a rather large scatter (coefficient of variation = 9.25 %).

In [3] the results of a series of simulations with different input data are statistically analysed and compared with each other and with experimental results. The large scatter in the simulated buckling load for short and medium length columns is mainly due to the variation in yield strength.

#### References

- [1] Edlund, B. - Leopoldson, U. : Monte Carlo Simulation of the Strength of Steel Structures. Part I. Method and Basic Data. Publ. S 71:3. Chalmers Univ. of Technology, Division of Steel and Timber Structures, Göteborg 1971.
- [2] Edlund, B. - Leopoldson, U. : Monte Carlo Simulation of the Load Carrying Capacity of Steel Beams. To be published in Acta Polytechnica Scandinavica.
- [3] Edlund, B. - Leopoldson, U. : Simulering av bärformåga hos stålpelare. Delrapport 1. Statistisk variation hos tangentmodullasten för valsade pelare med I- och H-tvärsnitt. Chalmers Tekniska Högskola, Inst. för Konstruktionsteknik, Stål- och träbyggnad, Int. skr. S 70:8, Göteborg 1970.

## SUMMARY

With knowledge of the statistical distribution of member properties, such as geometry, modulus of elasticity and yield strength, the distribution of the load carrying capacity of a member can be determined by a three step simulation procedure. As an example the scatter of the tangent modulus load of a compression member is computed.

## RESUME

En connaissant la distribution statistique des propriétés des éléments, tel que la géométrie, le module d'élasticité et la tension de fluage, la répartition de la force portante d'un élément peut être déterminée par un procédé de simulation en trois étapes. Le calcul du dispersement de la charge (calculée à l'aide du module tangent) d'un élément comprimé, est présenté ici comme exemple.

## ZUSAMMENFASSUNG

Aufgrund der Kenntnisse über die Verteilungsfunktion von Elementeigenschaften wie Geometrie, Elastizitätsmodul und Streckgrenze kann die Verteilungsfunktion der Elementtragfähigkeit mit Hilfe einer dreistufigen Simulationsmethode bestimmt werden. Als Beispiel wird die Streuung der Tangenten-Modul-Last eines gedrückten Stabes berechnet.

**III c**  
**Coques métalliques**  
**Stahl- und Leichtmetallschalen**  
**Thin-Walled Metal Shells**

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

DISCUSSION LIBRE • FREIE DISKUSSION • FREE DISCUSSION

**Rechnergestützte Querschnittsoptimierung von Sandwichfaltwerken**

Research by Computer of the Optimum Section of Prismatic Sandwich Shells

Recherche de la section optimale des coques prismatiques en "sandwich" au moyen de l'ordinateur

BERT HOFMANN

Wiss. Assistent

am Institut für Konstruktiven  
Ingenieurbau der Ruhr-Universität  
Bochum, BRD

Anknüpfend an den Beitrag von Prof. Jungbluth, der am Fall der Sandwichkuppel in Hannover die Brauchbarkeit und Vorteile der Stahl-Polyurethan-Sandwichbauweise für den Bau von Flächentragwerken des konstruktiven Ingenieurbaus zeigte, soll in diesem Beitrag über eine rechnergestützte Querschnittsoptimierung von seriengefertigten Sandwichfaltwerken berichtet werden.

Industrialisierte Tragwerke müssen durch ihre Geometrie und konstruktive Ausbildung nicht nur allen statischen Belangen genügen, sie müssen auch einer kontinuierlichen Fertigung in der Fabrik zugänglich sein. Deswegen wurden zunächst doppelt gekrümmte Flächentragwerke nicht untersucht, weil sich deren Elemente nicht kontinuierlich, sondern allenfalls im Taktverfahren fertigen lassen. Auch Platten mit ebenen Deckblechen mußten aus den Betrachtungen ausscheiden, da bei ihnen die Kernschicht aus Polyurethanhartschaum auf Schub beansprucht wird. Dies führt wegen des starken Lastkriegchens des Schaumes zu unzulässigen Schubverformungen.

Einfach gekrümmte oder gefaltete Tragwerke jedoch sind kontinuierlich herstellbar, außerdem wird bei ihnen der Kern weitgehend von seiner Beanspruchung auf Schub entlastet. Aufgabe der Kernschicht ist es vielmehr, die tragenden Deckschichten vor Instabilitätsversagen zu schützen.

Folgerichtig wurde beim Entwurf weitgespannter Flächentragwerke in Sandwichbauweise daher folgender Weg eingeschlagen:

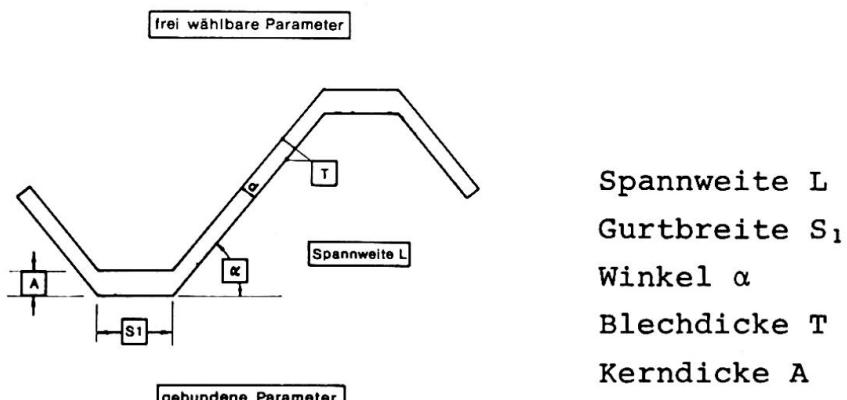
1. prismatische oder tonnenförmige Profilierung von zwei verzinkten, kunststoffbeschichteten Stahlfeinblechen zur Erzeugung einer hinreichend großen Eigenbiege- und Eigenschubsteifigkeit.
2. Ausschäumen des Zwischenraumes zwischen den beiden Blechen zur Erzielung einer hinreichend großen aufnehmbaren Druckspannung in den Blechen durch Verhinderung besonders der örtlichen Instabilitäten der Bleche. (s. Plantema /1/)

Aus der Vielfalt der Variablenbereiche – Form, Werkstoffe, konstruktive Ausbildung – galt es, eine optimale Geometrie für faltwerkartige Dachtragwerke zu ermitteln. Als optimale Geometrie wurde diejenige angesehen, die die geringsten Materialkosten pro  $m^2$  überdeckter Grundrissfläche verursachte. Ferner mußte auch der Einfluß der einzelnen Parameter auf die Änderung der  $m^2$ -Kosten – zumindest in der Nähe des Kostenminimums – untersucht werden, um die Entscheidung über die endgültige und günstigste Formgebung im Einklang mit den Forderungen der Fertigungstechnik treffen zu können.

Einige Parameter waren durch äußere Gegebenheiten nicht variabel, und zwar:

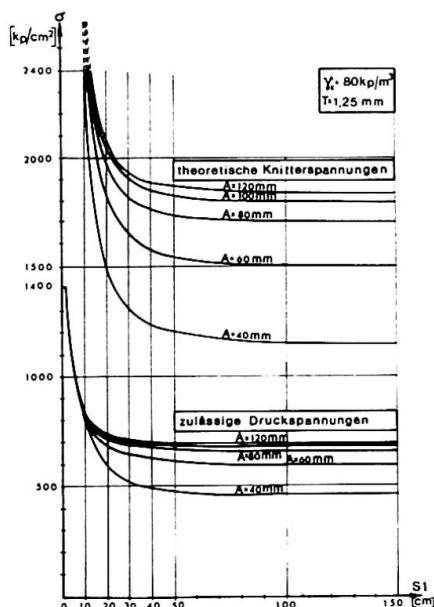
1. Die größte zur Zeit lieferbare Breite von kunststoffbeschichtetem Blech liegt bei 1500 mm. Deshalb müssen Faltwerke größerer Spannweite aus Halbwellen zusammengesetzt werden, wobei die Verbindungsstellen dieser Halbwellentröge vorteilhaft in den Stegen und nicht in den Hoch- bzw. Tiefpunkten der Faltwerke liegen.
2. Auf Ausrundungen der Kanten des Faltwerkes wird aus profiltechnischen Gründen zunächst verzichtet.
3. Das Raumgewicht des Schaumes wird aus schäumtechnischen Gründen zunächst einheitlich mit  $\gamma_K = 80 \text{ kp/m}^3$  festgelegt.
4. Die Kerndicken der Stege und die der Gurte sind nicht unabhängig voneinander wählbar, damit die Tragwerkselemente beim Transport stapelbar sind. Nur dann nämlich wird es möglich sein, mit einem einzigen Lkw-Transport bis 500  $m^2$  Dachfläche zu transportieren. Die Kerndicke sollte außerdem aus Wärmeschutzgründen eine Minimalkenngröße von 40 mm nicht unterschreiten.

Mit Hilfe eines elektronischen Optimierungsprogrammes wurden daraufhin die übrigen geometrischen Parameter variiert, und zwar:



Parameter	Größe	Grund
abgewickelte Breite der Stahlbleche	1500 mm	Kunststoffbeschichtung
Ausrundung der Faltwerkskanten	0	Profilierungstechnik
Raumgewicht des PUR-Hartschaumes	80 $\text{kp/m}^3$	Schäumtechnik
Kerndicke der Stege	$\geq 40 \text{ mm}$	Wärmeschutz
	$d \cdot A \cos \alpha$	Stapelbarkeit

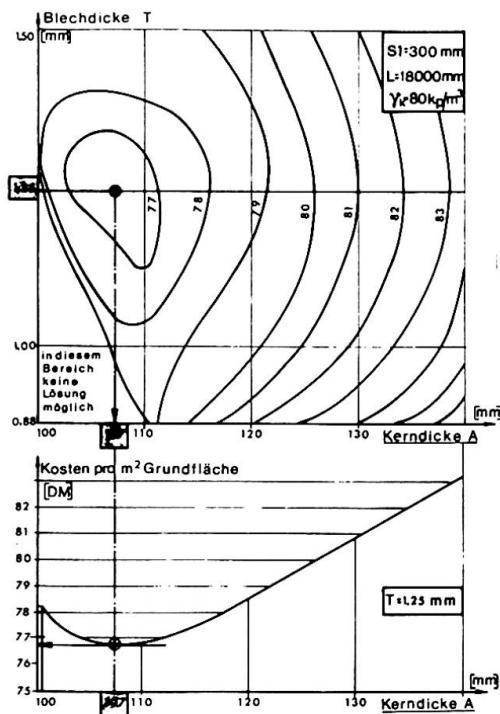
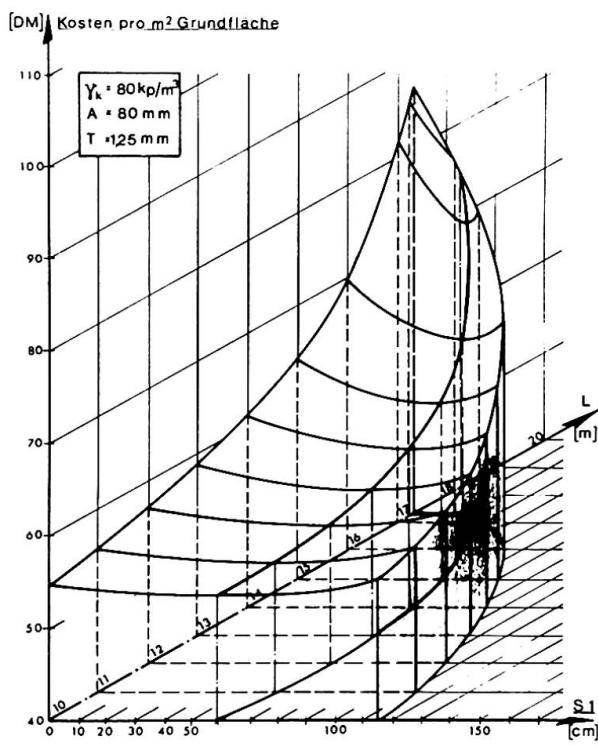
variable und nicht variable Parameter  
zur Formfindung  
von Faltwerken in FE-PUR Sandwichtechnik



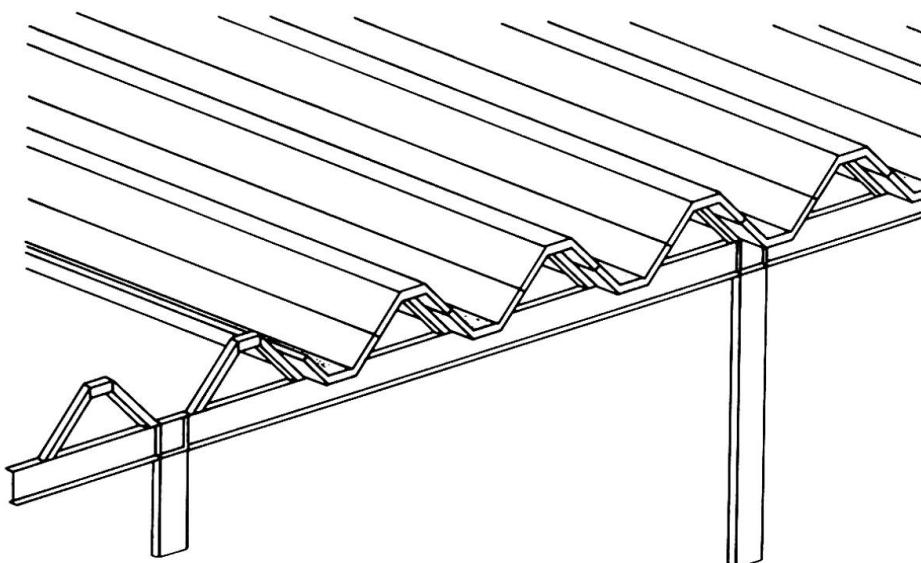
Dabei wurde bei allen errechneten Geometrien stets die Bedingung erfüllt, daß die errechneten maximalen Blechspannungen ausreichend weit unter den theoretisch ermittelten Knitterspannungen lagen. Die Sicherheit gegen Knittern bewegte sich hierbei zwischen 1,71 und 2,5.

Die Ermittlung der rechnerischen Knitterspannungen erfolgte in Anlehnung an Stamm [2], da die Einflüsse sowohl von  $S_1$  und  $T$  als auch von  $A$  bzw.  $D$  auf die Knitterspannungen bei dem vorliegenden Problem berücksichtigt werden mußten.

Die Ergebnisse derartiger Untersuchungen ließen sich etwa in Form von Kostenlandschaften auftragen. Sie stellen die Abhängigkeit der Kosten von der Gurtbreite  $S_1$  und der Spannweite  $L$  dar, wenn man die Blechdicke  $T$  und die Kerndicke  $A$  konstant hält. In diese Kostenlandschaft eingegraben - gleich einem Wasserlauf im Gebirge - findet sich eine Minimalkostenkurve. Viele solcher Minimalkostenkurven ergeben ein Diagramm, aus dem sich für eine gewählte Spannweite die jeweils kostengünstigste Geometrie ermitteln ließ.



Da es fertigungstechnisch unsinnig ist, für jede Spannweite ein Faltwerk mit der jeweils kostengünstigsten Geometrie herzustellen, zielte die weitere Entwicklung auf ein abgestuftes Programm ab, das aus zwei oder mehr Profiltypen besteht, die dann zu Faltwerken für drei oder entsprechend mehr verschiedene Spannweitenbereiche bzw. Belastungen zusammengesetzt werden können. Hinsichtlich der statischen Wirksamkeit und der fertigungstechnischen Gegebenheiten sind Abstufungsmöglichkeiten über die abgewickelte Breite der Stahlbleche, über die Blechdicke und das Raumgewicht des PUR-Hartschaumes denkbar. Dieses Faltwerksprogramm sollte zudem – wenn der durch die Ergebnisse des Optimierungsprogrammes ermittelte Entscheidungsspielraum es erlaubte – in die international vereinbarte Modulordnung eingepaßt werden, um einen standardisierten Ausbau zu ermöglichen.



Die Gesamtheit dieser Forderungen aus Statik und Standsicherheit, Fertigung, Transport und Montage führte schließlich zu einer optimierten Geometrie von Profiltypen, mit denen sich vorerst Spannweiten zwischen 10 und 20 m überspannen lassen. Hierbei waren die  $m^2$ -Kosten das entscheidende Kriterium. Die geschilderte Querschnittsoptimierung ist daher Voraussetzung für den wirtschaftlichen Einsatz dieser neuartigen Dachtragwerke in Stahl-Polyurethan-Sandwichtechnik.

#### Schrifttum:

- /1/ Plantema, F.J.: "Sandwich Constructions", John Wiley & Sons, New York, London, Sydney (1966).
- /2/ Stamm, K.: "Berechnung von Knitterspannungen bei ebenen und trapezprofilierten Sandwichplatten", HOESCH-Berichte aus Forschung und Entwicklung unserer Werke, Heft 4/70.

**Ausgesteifte Hypar-Profilblechschalen**

Shells of Stiffened Profiled Sheets of Hyperbolic-Paraboloid Form

Coques en tôles profilées raidies en forme de paraboloïde hyperbolique

**HARALD EGGER**

Dr.techn.

Wien, Oesterreich



Bild 1 und 2: Schirme zur Ueberdachung von Kraftwagen-abstellplätzen in Stuttgart-Vaihingen, gebildet aus je vier ausgesteiften Hypar-Profilblechschalen (Hypar... hyperbolisches Paraboloid)

Die Untersuchungen für das in Bild 1 und 2 gezeigte Objekt und Entwurfsberechnungen für einen Ausstellungspavillon (1) zeigten, dass die Beulfestigkeit einer einlagigen Hypar-Profilblechschale durch Steifen wesentlich angehoben werden kann und dass darüber hinaus für grössere Schalen eine einlagige, ausgesteifte Ausführung allein was den Materialaufwand betrifft wirtschaftlicher ist als eine zweilagige. Da darüber hinaus für die Berechnung die Drillsteifigkeit der doppellagig verbundenen Profilbleche nur schwer richtig abgeschätzt werden kann und es ausserdem auch bei der Herstellung, Verbindung und der Unterhaltung einer solchen Ausführung Probleme gibt, sollte diese nicht erwogen werden.

Für die Bemessung einer Schalenfläche aus Profilblech wird immer der Stabilitätsnachweis massgebend und dieser kann, wie in (1) ausgeführt wurde und wie Versuche (2) anschliessend bestätigt haben, sich auf eine Schubbeuluntersuchung des ebenen Profilbleches beschränken. Auf dieser Grundlage wurden von F. Resinger und dem Verfasser für ein 13,5 m x 13,5 m grosses Schalenelement beide möglichen Ausführungen, nämlich die ausgesteifte, einlagige und die doppellagige, vergleichend untersucht, wobei die Drillsteifigkeit des Profilbleches bei der einlagigen Ausführung vernachlässigt und für die doppellagige Ausführung in Abhängigkeit von der Verbindungsintensität der beiden Lagen abgeschätzt worden ist.

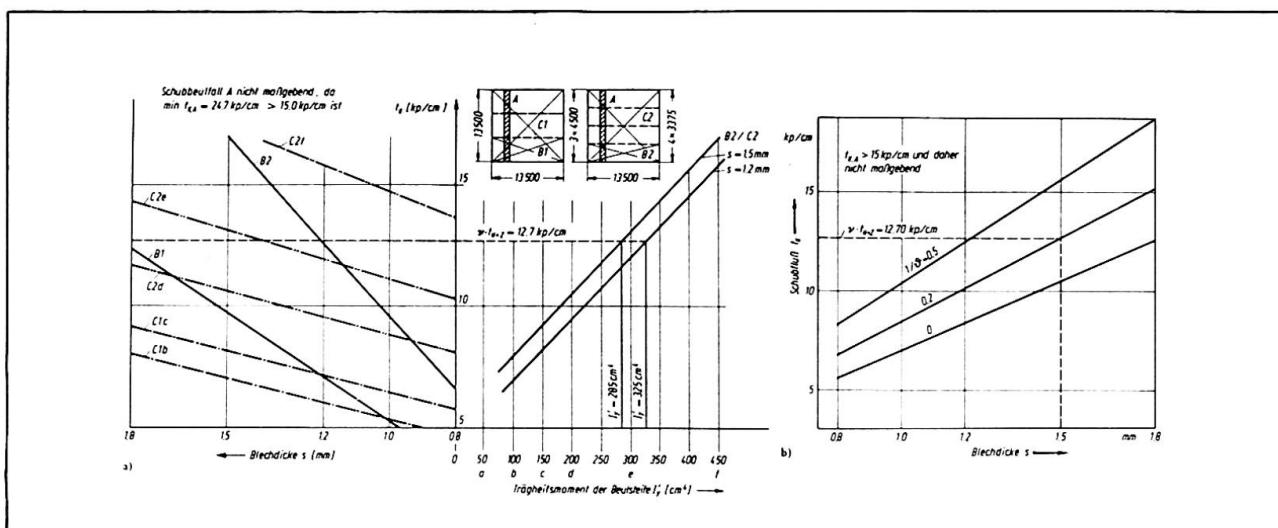


Bild 3: Ergebnis einer vergleichenden Schubbeuluntersuchung für eine Hyparschale 13,5 m x 13,5 m bei a) ausgesteifter, einlagiger und b) doppellagiger Ausführung.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind im Bild 3 dargestellt, aus dem je nach Art der Ausführung die erforderliche Blechdicke für die mit der geforderten Sicherheit festgelegte, kritische Schubbelastung abgelesen werden kann. Ihr Vergleich zeigt den Vorteil der ausgesteiften, einlagigen Ausführung.

#### Literaturnachweis

- (1) H. Egger, M. Fischer und F. Resinger: Hyparschalen ... 'Der Stahlbau' 1971, Heft 12, Wilhelm Ernst u. Sohn, Berlin
- (2) M. Fischer: Versuche zur Ermittlung ... 'Der Stahlbau' 1972, Heft 4 und 5, Wilhelm Ernst u. Sohn, Berlin

## ZUSAMMENFASSUNG

Steifen steigern die Beulfestigkeit der einlagigen Hypar-Profilblechschale, und die ausgesteifte, einlagige Hypar-Profilblechschale ist in jeder Hinsicht einer aus Stabilitätsgründen erwogenen doppelagigen Ausführung überlegen.

## SUMMARY

Stiffeners increase the buckling resistance of single layer parabolic hyperbolic shells. The single stiffened shell is in every respect superior to a construction in double layer shells.

## RESUME

Les raidisseurs augmentent la résistance au voilement des coques P.H. en tôles profilées simples. Ces dernières, raidies, sont en tous points supérieures à une construction en doubles coques P.H.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

**Remarques de l'auteur du rapport introductif**

Bemerkungen des Verfassers des Einführungsberichtes  
Comments by the Author of the Introductory Report

P.A. LORIN  
Paris, France

Le rapport introductif avait attiré l'attention sur l'intérêt de la recherche des couvertures de grande surface par coques métalliques auto-portantes. Cet intérêt résulte principalement de :

- la plus grande souplesse de forme particulièrement attrayante sur le plan architectural,
- la meilleure utilisation de la matière, puisque la coque auto-portante remplit simultanément les fonctions de couverture d'étanchéité et les fonctions mécaniques sans faire appel à d'autres éléments de structure pour sa stabilité sur les points d'appui.

Le problème spécifique était la réalisation en éléments minces de grandes surfaces gauches soumises à des actions extérieures relativement faibles, ces coques se différencient alors des enveloppes de gaz ou liquides à pression.

Le fait d'avoir de grandes surfaces avec des charges relativement faibles fait naître avec l'emploi du métal, donc sous forme de tôles minces, quelques problèmes d'instabilité de forme qui se posent plus rarement dans les réalisations en béton, de même que dans les ouvrages d'art les caissons métalliques posent des problèmes auxquels échappent les caissons en béton.

Cette relative difficulté des couvertures en coques métalliques explique que très souvent la solution a été recherchée dans une autre voie : soit les systèmes à voiles tendus en câbles (thème III a) soit les systèmes tridimensionnels (thème IIIb).

Il n'est pas étonnant que les réalisations comme aussi les communications présentées au Congrès, aient été beaucoup plus nombreuses pour ces 2 autres types de solution.

Cependant la coque conserve sur les 2 autres types des avantages qui lui sont propres : elle est autoportante - avantage sur les voiles tendus à câbles, elle assure elle-même la couverture et l'étanchéité - avantage sur le tridimensionnel. Ces avantages incitent à persévéérer, ce n'est pas parce qu'un problème est difficile qu'il faut l'abandonner.

Le rapport introductif avait signalé l'intérêt :

- de l'étude de l'instabilité
- de la mise en précontrainte de traction
- de recherches théoriques appuyées par l'expérimentation
- de solutions pratiques pour la réalisation de surfaces non développables.

Précisément les rapports présentés :

- Stabilité de toitures minces en acier en forme de P H  
par Peter GERGELY
  - Coupole de grande portée en construction sandwich tôle d'acier - mousse de polyuréthane  
par Otto JUNGBLUTH
  - Coques cylindriques en tôles nervurées  
par G. ABDEL-SAYED et M. N. EL-ATROUZY
  - Coupole à 2 nappes et à treillis  
par A DI TOMMASO et A. LA TEGOLA
- donnent des apports précieux sur ces pôles d'intérêt

Deux mémoires : celui de Peter GERGELY et celui de ABDEL-SAYED et EL ATROUZY attirent l'attention sur des problèmes d'instabilité et plus généralement sur les possibilités d'approches théoriques par le développement de méthodes aux éléments finis débouchant sur des calculs numériques exécutés par ordinateurs. Ces mémoires ont en outre l'intérêt de baser et contrôler ces approches théoriques par l'expérimentation.

A l'occasion de ces mémoires nous allons nous arrêter un instant sur les problèmes d'instabilité, sur les approches théoriques des coques débouchant sur des calculs, sur l'expérimentation.

#### PROBLEMES D'INSTABILITE :

Par le fait que l'on cherche à couvrir de grandes surfaces par des éléments relativement minces, on a nécessairement des valeurs faibles du rapport e/r de l'épaisseur à un rayon de courbure.

Il s'ensuit que l'on doit se préoccuper d'un problème d'instabilité d'une surface non plane (développable ou gauche). Je prendrai le terme "cloquage" pour la déformation d'une telle surface, réservant le mot voilement au cas des surfaces planes.

La communication de Peter GERGELY a plus spécialement traité l'instabilité due à la contrainte membrannaire de cisaillement d'où résulte des lignes de compression dans la structure. Le problème est abordé par la méthode de l'énergie avec éléments finis.

Le mémoire de ABDEL-SAYED et EL-ATROUZY montre l'intérêt d'utiliser pour des surfaces cylindriques des tôles ondulées, la raideur étant beaucoup plus grande.

Sur les problèmes d'instabilité en général on peut dire que les moyens de calcul permettent d'aborder les problèmes les plus complexes.

Il n'en reste pas moins que dans la conception on doit trouver une solution réalisable économiquement, celle-ci peut-être trouvée :

- soit par un raidissement de la tôle mince lorsque c'est possible comme dans le cas des cylindres en tôle ondulée.
- soit par de fortes courbures améliorant les rapports  $e/r$ .
- soit en augmentant l'épaisseur, en conservant de relativement faibles courbures, tout en utilisant des tôles minces, type de solution présentée dans la communication de Otto JUNGBLUTH, avec élément sandwich, nous y reviendrons,
- soit par des précontraintes de traction, procédé sur lequel nous reviendrons plus loin.

Si nous évoquons à cet instant le problème des couvertures en hyperboloides réalisées par GUYON, dont il a été question dans le mémoire introductif, nous voyons précisément que pour parer aux instabilités locales on avait envisagé 2 solutions: soit la pose de raidisseurs (ce qui a été en fait le système réalisé) soit la mise en précontrainte de traction.

#### THEORIES et CALCULS :

Les calculs des coques présentaient des difficultés presque insurmontables par l'approche classique des équations aux dérivées partielles.

Les programmes de calcul par méthode aux éléments finis et ordinateurs ont apporté des ressources inestimables.

La grosse difficulté reste tout de même l'étude des frontières, ce qui a été de tous temps l'obstacle majeur.

Il est certain que l'expérimentation apporte des bases solides pour des séries de types de structures. La combinaison calculs, expérimentations, est, comme l'ont montré dans 2 cas particuliers les communications citées plus haut, une approche très sûre.

Signalons aussi la théorie des équivalences présentée à ce Congrès par E. ABSI, et l'étude de systèmes physiques par analogie avec un réseau électrique purement réactif présentée également à ce Congrès par P. ALAIS et G. LAMBOLEY.

#### EXPERIMENTATIONS :

L'expérimentation est évidemment la base la plus solide de tout développement théorique.

Elle se révèle indispensable dans des études complexes comme celle des lois de déformation des rives de la coque, ou des instabilités - disons mieux des problèmes élastiques ou plastiques du deuxième ordre.

L'expérimentation exige évidemment une étude préalable pour fixer les données précises que l'on veut contrôler; il n'est pas rare alors que l'expérimentation révèle tout autre chose ce qui est toujours un résultat très positif.

L'obstacle majeur est que, vu les faibles épaisseurs de la structure réelle, la maquette à échelle très réduite est souvent impossible, l'expérimentation se révèle donc en général assez couteuse.

Elle est indispensable pour un problème choisi : vérification d'une conception, vérification d'un comportement, elle donne alors

- les bases de calcul du dimensionnement apportant par exemple la fiabilité d'un calcul aux éléments finis,
- la valeur de certaines constantes à introduire, des hypothèses simplificatrices valables.

#### MISE EN PRECONTRAINTE DE TRACTION

Un procédé très commode pour éviter les phénomènes d'instabilité avec des surfaces minces, dont nous avons déjà parlé, est la mise en précontrainte de traction.

La coque s'apparente alors au voile tendu.

En réalisant la surface à l'aide de réseaux de câbles tendus on s'affranchit à la fois des questions de déformation sous charge et des grosses difficultés de formage de coques non développables.

Ceci explique actuellement le succès des systèmes à câble ainsi qu'on a pu en juger au cours du Congrès.

A la limite, si l'on resserre le réseau de câbles on peut, pour ainsi dire, tresser un mince voile métallique qui peut être mis en précontrainte de traction, c'est précisément l'idée développée par HANNSKARL BANDEL dans sa communication présentée dans le thème III a.

Ce système s'apparente alors à la coque pure parce que l'élément porteur est en même temps l'élément de couverture.

La difficulté avec tous les systèmes tendus est de trouver les rives capables d'absorber économiquement des précontraintes. Une bonne solution est de trouver des rives funiculaires en compression ou traction, des forces de traction exercées dans la coque, car la flexion sur de grandes portées est toujours couteuse.

Une conception de rive funiculaire en compression est donnée dans l'exemple, cité dans le rapport introductif, des usines à plan circulaire avec toiture en coque mince conique, la rive circulaire étant funiculaire des tractions uniformes radiales.

Nous devons aborder maintenant le dernier point que nous avons signalé au début de ce court exposé :

#### REALISATIONS DE SURFACES NON DEVELOPPABLES

Nous avons déjà signalé la difficulté spécifique aux coques métalliques, de la réalisation pratique des surfaces non développables sans recourir à l'emboutissage. Ce dernier procédé apporte la solution idéale et explique le succès des coques de petites dimensions comme c'est le cas pour la carrosserie des automobiles, mais malheureusement est difficilement concevable pour les grandes surfaces. La couverture coque en béton résout aisément le problème avec des surfaces réglées, et ceci explique dans l'état actuel le bien plus grand développement de ce procédé en génie civil.

Nous touchons là vraiment le gros problème de la coque métallique. Cependant deux des communications présentées au Congrès montrent des voies d'accès possibles de la solution.

Otto JUNGBLUTH nous a présenté une coupole de grande portée, puisqu'il s'agit d'un dôme sphérique de 35 m. de diamètre avec des toles de 1 mm. d'épaisseur. L'idée est d'associer le métal à un autre matériau, ici du polyuréthane sur 15 cm. d'épaisseur pris en sandwich entre 2 tôles de 1 mm. d'épaisseur. L'ensemble a alors un rapport  $e/r$  favorable, bien que  $r$  soit grand. On a donc bien une coque autoportante à l'abri des phénomènes d'instabilité.

Le formage devient alors très facile parce que les rayons de courbure sont grands et les épaisseurs très minces.

Cette réalisation fait bien ressortir le double avantage de cette solution sandwich qui résout avec élégance le problème d'instabilité avec des épaisseurs très faibles de métal, et le problème de formage.

DI TOMMASO et LA TEGOLA nous ouvrent une voie sur d'autres solutions en réalisant les surfaces gauches à l'aide de petits tétraèdres en barres d'acier, qu'ils appellent "farfalla". On obtient ainsi des configurations donnant en quelque sorte une structure tridimensionnelle dont la surface moyenne est gauche. On résout bien les problèmes d'instabilité et le formage, mais en fait on a tourné le problème de la coque en faisant du tridimensionnel. En sorte que nous nous trouvons en présence de la 2ème voie pour échapper aux problèmes spécifiques de la coque : celle des systèmes spatiaux objet du thème III b, la 1ère voie étant celle des voiles tendus, thème III a.

Mais cette réalisation trouve bien ici sa place car elle illustre parfaitement la difficulté du problème.

Nous avions signalé une autre solution très élégante de la surface gauche en tôle très mince mise en œuvre dans les domes sphériques Fuller en alliage léger. On utilise alors de petits éléments formés à froid dont les rives rectilignes constituent un quadrilatère gauche. La surface globale est alors obtenue par des assemblages classiques d'éléments rectilignes comme on assemble 2 cornières.

M. RORET lors de la discussion orale nous a donné l'exemple d'une réalisation récente de la Cie Française d'Entreprise Métallique avec un dôme sphérique de 70 m. de diamètre à St-ETIENNE. M. RORET nous a d'ailleurs aussi montré une autre réalisation fort intéressante, celle de l'enveloppe sphérique du réacteur nucléaire de la Centrale Atomique de l'Electricité de France à CHINON. Il nous a montré que l'on pouvait réaliser les éléments sphériques en tôle relativement épaisse à l'aide de la classique machine à rouler de chaudronnerie. Ces éléments ont pu être obtenus grâce à un réglage des cylindres de la machine à rouler.

CONCLUSIONS

Les coques métalliques de couverture se heurtent à des problèmes spécifiques assez complexes : instabilité de parois minces, difficulté de réalisation de rives rigides et économiques, difficultés de formage.

Dans l'état actuel des techniques elles sont relativement peu répandues, contrairement aux coques en béton qui échappent beaucoup mieux à ces problèmes.

On comprend alors que l'on ait beaucoup plus souvent utilisé avec le métal des solutions permettant d'éviter ces problèmes de stabilité et de formage. Ainsi le succès des systèmes à câbles et des structures spatialles. Cependant alors, on renonce en partie aux avantages de la coque qui est une structure autoportante où l'élément de couverture remplit à lui seul toutes les fonctions. Mais les discussions précédentes ont montré qu'il y avait des solutions possibles pour résoudre ces différents problèmes, aussi mettrons-nous en conclusion ce que nous avons dit au début :

Ce n'est pas parce qu'un problème est difficile qu'il faut renoncer à lui trouver des solutions.

---

BIBLIOGRAPHIE

Communications présentées au 9ème Congrès :

- |                           |   |
|---------------------------|---|
| Peter GERGELY             | : Stabilité de toitures minces en acier en forme de P.H.                                  |
| Otto JUNGBLUTH            | : Coupole de grande portée en construction sandwich tôle d'acier - mousse de polyuréthane |
| ABDEL-SAYED et EL-ATROUZY | : Coques cylindriques en tôles nervurées  |
| DI TOMMASO et LA TEGOLA   | : Coupole à 2 nappes et à treillis  |
| P.A. LORIN                | : Rapport introductif sur le thème III.c  |
| E. ABSI                   | : Théorie des équivalences  |
| P. ALAIS et G. LAMBOLEY   | : Etude de systèmes physiques par analogie avec un réseau purement réactif.               |

## RESUME

Les problèmes théoriques de calcul des coques trouvent des solutions pratiques notamment par les calculs aux éléments finis avec base expérimentale. La difficulté spécifique reste le problème du formage et des instabilités de forme. Ceci explique le succès des systèmes à câbles ou des structures spatiales. Mais la coque autoportante possède des avantages qui lui sont propres. Des solutions possibles on cite les éléments sandwich, ou les petits éléments gauches à bords rectilignes.

## ZUSAMMENFASSUNG

Die theoretischen Probleme in der Schalenberechnung finden eine praktische Lösung in der Methode der endlichen Elemente auf experimenteller Basis. Die spezielle Schwierigkeit liegt in der Formgebung und in der Forminstabilität. Dies erklärt den Erfolg der Netzwerke und der Raumfachwerke. Jedoch besitzt die selbsttragende Schale Vorteile, die ihr eigen sind. Lösungen sind möglich mit Sandwich- oder kleinen schießen Elementen bei geraden Rändern.

## SUMMARY

The theoretical calculating methods for shells prove practical solutions, especially by the finite element analysis with experimental base. The specific difficulty is due to the forming problem and to the instabilities of the shape. This explains the success of cable systems or spatial structures. Still the self supporting shell offers particular advantages. Among the possible solutions are mentioned the sandwich elements or the small skew elements with rectilinear borders.

**Schlussfolgerungen zu Thema II und III**

Conclusions to themes II and III

Conclusions aux thèmes II et III

F. REINITZHUBER

Prof. Dr. techn.

Vizepräsident der Arbeits-Kommission II

BRD

Sehr geehrter Herr Präsident,  
sehr geehrte Damen und Herren,

wenn ich hier über die Arbeitskommission II berichte, so tue ich dies anstelle von Herrn Professor Beer, der Vorsitzender dieser Kommission ist, und - wie Sie wissen - krankheitshalber an diesem Kongress nicht teilnehmen kann. Seine große Vorarbeit, die er für den Kongress geleistet hat, kam jedoch beim Kongress voll zur Geltung. Ihm möchte ich von dieser Stelle aus nochmals den Dank des Vorstandes und der Mitglieder der Kommission II hierfür zum Ausdruck bringen.

Die Themen, die im Rahmen der Kommission II beim Kongress behandelt wurden, waren:

Wechselwirkung zwischen verschiedenen Materialien

Wechselwirkung zwischen verschiedenen Konstruktionsgliedern

Seilkonstruktion und seilverspannte Konstruktionen

Raumtragwerke

Stahl- und Leichtmetallschalen

Im Detail wurde von den Berichterstattern Herrn Viest, Herrn Finzi, Herrn Leonhardt, Herrn Makowski und Herrn Lorin bereits ausführlich nach jeder Arbeitssitzung ein zusammenfassender, kritischer Bericht über diese Themen abgegeben. Mir verbleibt daher lediglich einige - meines Erachtens besonders interessante - Ergebnisse herauszustellen.

Nach wie vor haben Verbundkonstruktionen aus Stahl und Beton erhebliche Bedeutung im Brücken- und Hochbau; neue Aspekte bietet hierbei die Verwendung des Leichtbetons.

Schrägseilbrücken haben sich heute im Brückenbau bei bestimmten Spannweiten durchgesetzt. Viele interessante Beispiele über Schrägseilbrücken wurden gezeigt.

Für das Zusammenwirken von verschiedenen Konstruktionselementen wurden vor allem interessante Vorträge auf dem Gebiet des Hochhausbaus gebracht. Ausführlich wird dieses Thema bei der Konferenz über "Tall Buildings" an der Lehigh Universität Ende August behandelt werden.

Ein weiteres Gebiet, das auch für die Zukunft an Bedeutung gewinnen wird und in den Diskussionsbeiträgen behandelt wurde, ist das Mitwirken der Außenhaut von Hallen und Gebäuden bei Tragkonstruktionen. Hier liegen zweifellos für die Zukunft noch weitere Möglichkeiten.

Ein sehr breites Feld haben in den Diskussionen Seilkonstruktionen und seilverspannte Konstruktionen eingenommen. Viele beachtliche Anwendungsbeispiele aus den verschiedensten Ländern haben gezeigt, wie sehr diese Konstruktionsarten - vor allem im Hallenbau - an Bedeutung gewonnen haben. Als größtes und wohl interessantestes Beispiel dieser Art wurden die Dächer der Olympia-Bauten in München ausführlich behandelt.

Der Hinweis, weitgespannte Dächer statt mit Kabel, mit dünnen vorgespannten Blechen zu überdecken, könnte für die Zukunft erhebliche Bedeutung haben.

Raumtragwerke mit beachtlichen Abmessungen wurden vorgeführt.

Vorschläge über Sandwich-Konstruktionen aus dünnwandigen Stahlblechen und Kunststoff im Schalenbau zeigen eine konstruktive Richtung auf, in der eine aussichtsreiche Weiterentwicklung des Bauwesens erfolgen könnte.

Zum Schluß meines Berichts möchte ich den vielen Diskussionsrednern, die sich für die Themen der Kommission II zur Verfügung gestellt haben, recht herzlich danken. Sie haben damit wesentlich zum Gelingen des Kongresses beigetragen.