

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 9 (1972)

Artikel: Hybridstatik: Computerberechnung von elastischen Tragwerken
aufgrund experimentell gewonnener Einflussfunktionen

Autor: Salathé, W.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-9617>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

**Hybridstatik – Computerberechnung von elastischen Tragwerken
aufgrund experimentell gewonnener Einflussfunktionen**

Hybrid Structural Analysis – Computer Aided Investigation of Elastic
Structures Based on Experimentally Generated Influence Functions

Analyse hybride de structures – Calcul électronique des structures
élastiques basé sur des fonctions d'influence obtenues par l'essai

W. SALATHÉ

Laboratorium H. Hosdorf
Basel, Schweiz

Das hier kurz skizzierte neue Verfahren zur Berechnung des Verhaltens komplexer Tragwerke im linear-elastischen Bereich stellt eine optimale Symbiose zwischen experimentellen Verfahren der ehemaligen Modellstatik und dem digitalen Computer dar. Daher die Bezeichnung "Hybridstatik". Die Verflechtung zwischen der nach wie vor aus dem Modell gewonnenen analogen Information mit der durch den Computer zusätzlich errechneten ist so eng, dass der Aussenstehende die Herkunft der Ergebnisse kaum mehr feststellen kann.

Der Computer wird sowohl als numerische Rechenmaschine als auch als Prozessrechner eingesetzt. Ihm werden die folgenden Aufgaben übertragen:

1. Er steuert den Versuchs- und Messablauf,
2. reinigt die Messdaten mit statistischen Methoden und rechnet die Werte aufgrund der Aehnlichkeitsgesetze in entsprechende statische Grössen am Tragwerk selbst um,
3. und führt mit Hilfe der so gewonnenen Information die statischen Berechnungen durch.

Vergleich Modellstatik - Hybridstatik

Die Formulierung des statischen Problems setzt sich immer aus den drei folgenden Schritten zusammen:

1. Wahl der geometrischen Form des Tragwerkes
2. Wahl der Lagerungsbedingungen
3. Wahl der anzuwendenden Lastfälle

In der reinen Modellstatik werden die geometrische Form des Modelles und seine Lagerungsbedingungen jeweils durch einen individuellen Versuchsablauf erfüllt. Die Ergebnisse für die einzelnen Lastfälle werden normalerweise durch mechanisches Aufbringen von spezifischen Lastanordnungen erzeugt. Diese Umstände lassen die Modellstatik als ein sehr schwerfälliges Werkzeug erscheinen, welches deshalb nur in Ausnahmefällen verwendet wird.

In der Hybridstatik wird nach wie vor ein Modell hergestellt. Es soll uns ja Auskunft über das elastische Verhalten des nicht exakt berechenbaren Körpers liefern. Die Verwendung eines Computers zur Steuerung des Versuchsablaufes und zur direkten Registrierung der Messdaten ermöglicht jedoch, das Modell in Verbindung mit einer hierfür entwickelten Versuchstechnik programmgesteuert beliebig zu belasten und Informationen allgemeinsten Art über dessen Tragverhalten zu gewinnen. Für viele Modellpunkte werden Steifigkeits-, Flexibilitäts- und Einflusswerte gemessen. Man kann sich das Modell als grosses Finites Element mit sehr vielen Knoten vorstellen, welches überall belastet werden kann, wobei aber die Spannungsfunktion von Natur aus exakt erfüllt ist. Sind zusammengehörige Gruppen von Einflusswerten in genügend dichter Anordnung bekannt, so lassen sie sich numerisch als Funktionen (Einflusslinien, Einflussflächen) behandeln. Diese ortsabhängigen Beziehungen enthalten alle Verhaltensweisen des elastischen Körpers und damit sämtliche durch lineare Kombination errechenbaren Lösungen des gestellten Problems. Die verschiedenen, später zu berechnenden Lastfälle sind daher vollständig vom Modellversuch entkoppelt und die Versuchsauswertung wird weitgehend unabhängig von den bei der Messung

vorliegenden Lagerungsbedingungen. Durch diese Eigenschaften verliert die Hybridstatik die Schwerfälligkeit der reinen Modellstatik und wird zu einem Werkzeug für den entwerfenden Ingenieur, welches er mit ähnlicher Leichtigkeit für die Lösung täglicher Probleme einsetzen kann, wie die uns geläufigen Computerprogramme.

Versuchs- und Messtechnik

Die oben angedeuteten analytischen Operationen, welche mit der grossen Menge von Messwerten später durchgeführt werden sollen, setzen numerische Genauigkeiten der Grundwerte voraus, welche weit über die Forderungen der klassischen Modellstatik hinaus gehen. An die mechanische und elektrische Versuchstechnik werden daher ungewöhnlich hohe Ansprüche hinsichtlich Präzision und auch Geschwindigkeit gestellt.

Das Modell wird auf einem massiven Aufspannboden auf modularen mechanischen Elementen aufgebaut. Diese Elemente erfüllen klare, eindeutige Lagerungsbedingungen; ihre Modularität ermöglicht, alle denkbaren Auflagerbedingungen mühelos herzustellen. Alle Komponenten von räumlichen Kräften oder Verschiebungen, Aktionen genannt, werden durch programmgesteuerte Geräte auf das Modell aufgebracht. So wird das Modell beispielsweise in vertikaler Richtung durch ein über dem Aufspannboden montiertes, koordinatengesteuertes Gerät punktförmig belastet. Jedes Auflager wird abgesenkt, oder, im Falle eines Lagers mit komplexeren Auflagerbedingungen, werden die entsprechenden Verschiebungen als Aktionen ausgeführt. Solche Aktionen werden mit pneumatischen Zylindern programmgesteuert erzeugt.

Die jeder Aktion zugeordneten Reaktionen, Verschiebungen oder Dehnungen, als Effekte bezeichnet, werden mittels moderner elektronischer Messtechnik erfasst. In der Regel dienen Dehnungsmessstreifen zur Umwandlung der mechanischen Grössen in elektrische Spannungen. Während des Messablaufes registriert der Computer mit Hilfe eines Messstellenumschalters und eines hochauflösenden, integrie-

renden Digitalvoltmeters diese Spannungen. Die Abfragegeschwindigkeit beträgt dabei ca. 20 Kanäle pro Sekunde.

An allen Lagerstellen wird die Information gemessen, welche die spätere rechnerische Änderung der Lagerbedingungen ermöglicht. Die Steifigkeit des Modelles am Ort eines vertikalen Auflagers, beispielsweise, wird durch die Messung der Auflagerkraft einerseits und der Auswirkung einer erzwungenen vertikalen Lagerverschiebung andererseits ermittelt.

Da alle Lagerelemente mit Kraftmesszellen ausgerüstet sind, schwimmt das Modell auf lauter bekannten Kräften. Dies lässt eine einfache Kontrolle des Kräfte- und Momentengleichgewichtes zu. Daraus ergibt sich auch eine Möglichkeit, über die Fehler der Messungen etwas auszusagen; sie betragen zur Zeit ca. 1%.

Form der Daten

Für jede aufgebrachte Aktion werden jeweils die Werte der selben Messstellen abgefragt. Die Gesamtheit aller so aus dem Experiment gewonnenen Daten kann offenbar als Matrix dargestellt werden, wobei die Matrixspalten sämtliche gemessenen Effekte für eine Aktion und die Zeilen den gleichen Effekt für alle Aktionen (Einflusswerte) enthalten. Diese Matrix hält alle Eigenschaften des untersuchten Tragwerkes fest.

Sämtliche Lagerkräfte infolge jeder Aktion sind bekannt. Mit Hilfe eines Ausgleichsprogrammes, das die Methode der kleinsten Quadrate benützt, wird für diese, mit Messfehlern behafteten Kräfte, Gleichgewicht erzeugt. Ein bei diesem Vorgang hergestelltes Protokoll informiert den Benützer über die beim Hybridversuch vorhandenen Messfehler. Unter Berücksichtigung der Ähnlichkeitsgesetze wird aus den Modelldaten die Informationsmatrix für den Tragwerksprototyp erzeugt und auf Magnetband gespeichert. Diese Werte dienen als Grundlage für die statische Berechnung des Tragwerkes im Computer. Das physikalische Modell hat damit seinen Zweck erfüllt.

Statikprogramm

Für den Benützer erscheint das Statikprogramm als ein leicht handzuhabendes, flexibles Computerprogramm zur Berechnung des Tragwerkes, für das der experimentelle Versuch durchgeführt wurde.

Das Programm hat die Fähigkeit, die gewünschten Aufgaben in die korrekten linearen Operationen, die auf die Informationsmatrix angewandt werden müssen, umzuwandeln und sie durchzuführen. Dank der vorliegenden Daten lässt sich jedes statische Problem erster Ordnung auf diese Aufgabe reduzieren; deshalb kommt das Programm ohne jegliche Integration von infinitesimalen Elastizitätsbeziehungen aus.

Beispielsweise lässt sich jede Lastgruppe an beliebigen Stellen des Tragwerkes als Summe von geeignet gewichteten Punktlasten an den Orten, wo eine senkrechte Einheitslast am Modell als Aktion angebracht wurde, darstellen.

Da, wie einleitend erwähnt, linear-elastische Tragwerke betrachtet werden, gilt das Superpositionsgesetz. In Matrizenform geschrieben, kann das Ergebnis infolge eines Lastfalles als Produkt aus der Informationsmatrix und der als Vektor geschriebenen Lastgruppe verstanden werden.

Die üblichen Möglichkeiten, die das Statikprogramm bietet, können in drei Gruppen eingeteilt werden:

1. Erweiterung der Informationsmatrix

Die Informationsmatrix kann durch Einflussfunktionen von zusätzlichen Effekten, wie Schnittkräften an beliebigen Stellen von stabartigen Tragwerken, erweitert werden. Ebenso können Spannungen in gewünschten Richtungen oder Verschiebungs- und Verdrehungseffekte erzeugt werden, soweit sie sich aus der ursprünglichen Matrix errechnen lassen.

2. Modifikation des statischen Systems

Das ursprüngliche beim Modellaufbau verwendete statische System kann auf drei verschiedene Arten modifiziert werden:

- a) Die Einflussmatrizen für einen Teils des betrachteten Tragwerkes können erzeugt werden. Dazu wird die ursprüngliche Informationsmatrix so transformiert, dass die Schnittkräfte an den Schnittflächen des Teiltragwerkes identisch verschwinden. Bauzustände lassen sich damit einfach behandeln.
- b) Tragwerksteile können zu einer monolithischen Gesamtstruktur verbunden werden. Auf die Konsequenzen dieser Möglichkeit wird später eingegangen.
- c) Die Lagerungsbedingungen lassen sich weitgehend verändern. So können Auflager neu eingeführt, entfernt, verschoben oder elastisch gemacht werden. Bei räumlichen Lagern kann auch der Einspanngrad gewählt werden.

3. Berechnung der Lastfälle

Die geläufigen Lastfälle können in problemorientierter Sprache mit Leichtigkeit behandelt werden. So lassen sich Ergebnisse für Einzel-, Linien- und Flächenlasten, von erzwungenen Verschiebungen und von gleichmässigen und ungleichmässigen Temperatureinflüssen berechnen. Für Flächenlasten und längs frei wählbarer Linien sich bewogender Lastenzüge können zusätzlich Grenzwerte abgefragt werden. Bei der Vorspannung räumlich gekrümmter Kabel wird die Reibung und das Spannprogramm berücksichtigt. Schliesslich können alle so gerechneten Lastfälle, mit Proportionalitätskonstanten versehen, zu neuen Ergebnissen kombiniert werden.

Die Berechnung der Wirkung von vorgespannten auch räumlich gekrümmten Kabeln wird dank der zur Verfügung stehenden Daten äusserst einfach. Der Einfluss der Vorspannung wird auf Umlenk- und Reibungskräfte, die einzig von der Kabelgeometrie abhängig sind, und auf einen Normalspannungsanteil reduziert. Diese rein rechnerisch bestimmten Kräfte werden dann wie alle übrigen Lastfälle behandelt;

deshalb kann die Kabelgeometrie beliebig vorgegeben werden.

Alle Matrizen von modifizierten Strukturen und Ergebnisse der Lastfälle werden auf Magnetband gespeichert. Deshalb können mit geringem Aufwand jederzeit zusätzliche Lastfälle untersucht werden.

Wie aus dem bisher gesagten hervorgeht, bestehen die Elemente der Informationsmatrix aus statisch sinnvollen Zahlenwerten, welche sich ausschliesslich auf das zu untersuchende Tragwerk beziehen und von der ursprünglichen Quelle, dem Modell, völlig unabhängig geworden sind. Sie haben genau die Form und Werte, welche aus einer rein numerischen Berechnung des elastischen Körpers hervorgegangen wären, falls diese möglich gewesen wäre.

Diese Tatsache eröffnet der Hybridstatik eine weitere Möglichkeit, welche der Modellstatik bisher verschlossen blieb. Die Fähigkeit des Programmsystems, verschiedene Teiltragwerke an Nahtstellen, wo die Steifigkeitswerte bekannt sind, analytisch zu monolithischen Gesamtstrukturen zusammenzufügen, ermöglicht es nicht nur, modellstatisch untersuchte Tragwerksteile untereinander zu verbinden, sondern auch experimentell untersuchte Teiltragwerke mit rein analytisch berechneten Konstruktionen zu vereinigen. Damit ist ein weiterer Schritt zur "Entmaterialisierung" der Modellstatik unter Wahrung ihrer Vorzüge getan. Ein Modell wird nur für Tragwerksteile hergestellt, welche sich analytisch nicht befriedigend erfassen lassen. Deren Tragverhalten wird dann im Computer als Element mit bekannten statischen Eigenschaften in die Gesamtstruktur integriert.

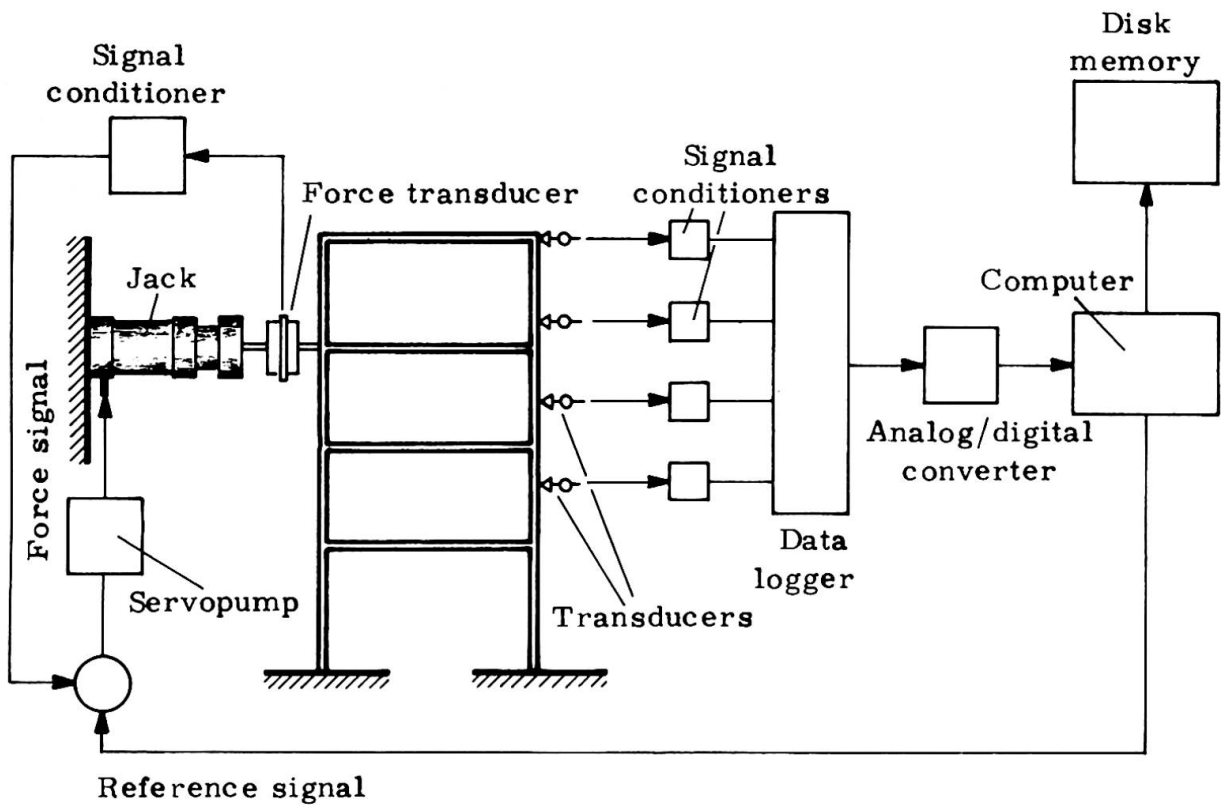


Fig. 1

Fig. 1 Ueberblick über die hybridstatische Versuchsanlage im Laboratorium H. Hossdorf. Erkennbar ist die Computeranlage (Hewlett-Packard 2116B) mit Plattenspeicher und Magnetband, sowie die durch ihn gesteuerten Mess- und Versuchseinrichtungen, wie koordinatengesteuerte Belastungsmaschine, pneumatisch bewegte Verschiebungsgeber, die anwählbaren, elektrischen Messkanäle mit integrierendem Voltmeter (VIDAR 521B) als Analog-Digital-Wandler, u.s.f.

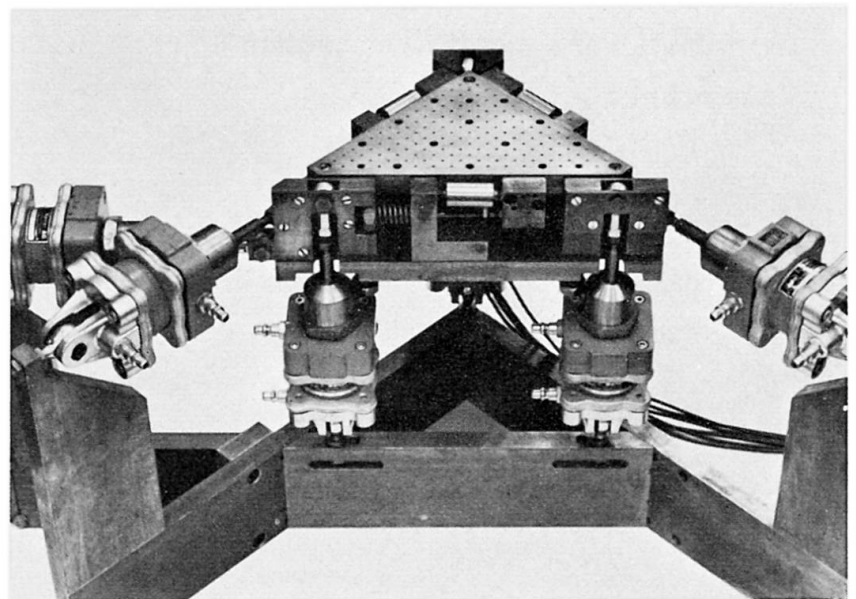


Fig. 2 Universelles räumliches (6-Komponenten-) Auflagerelement, mit welchem, in Verbindung mit dem Computer, die 36 Steifigkeitswerte an einem Strukturknoten experimentell bestimmt werden.

Ein Beispiel aus der Praxis

Hybridstatisch berechnetes,
frei geformtes Brückentrag-
werk.

Eisenbahnbrücke in Killwangen, Schweiz

Bauherr: Schweiz. Bundesbahnen
Projekt: Ingenieurbüro Dr. H. Hugi
und P. Schuler, Zürich

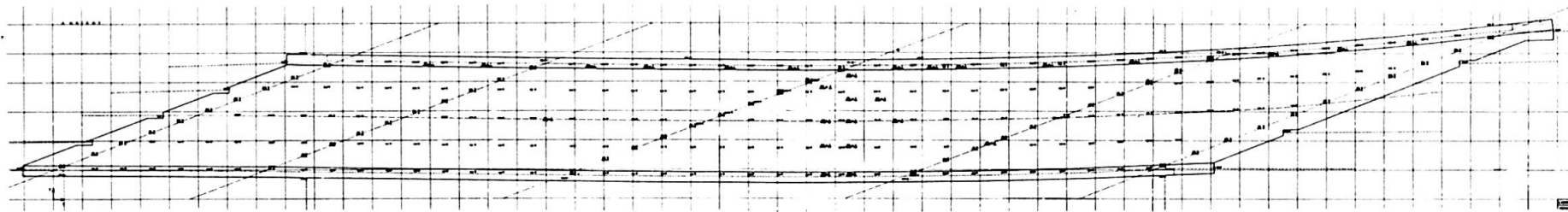


Fig. 3 In einem Modellplan werden die im Versuch verwendeten Aktionsvektoren (Kräfte, Verschiebungen), sowie die Effektvektoren und -tensoren festgehalten und relativ zu einem Koordinatensystem beschrieben. Damit wird dem Computer ermöglicht, Gleichgewichtsberechnungen durchzuführen und die ermittelten Einflusswerte als Ortsfunktionen (z.B. Einflussflächen) aufzufassen.

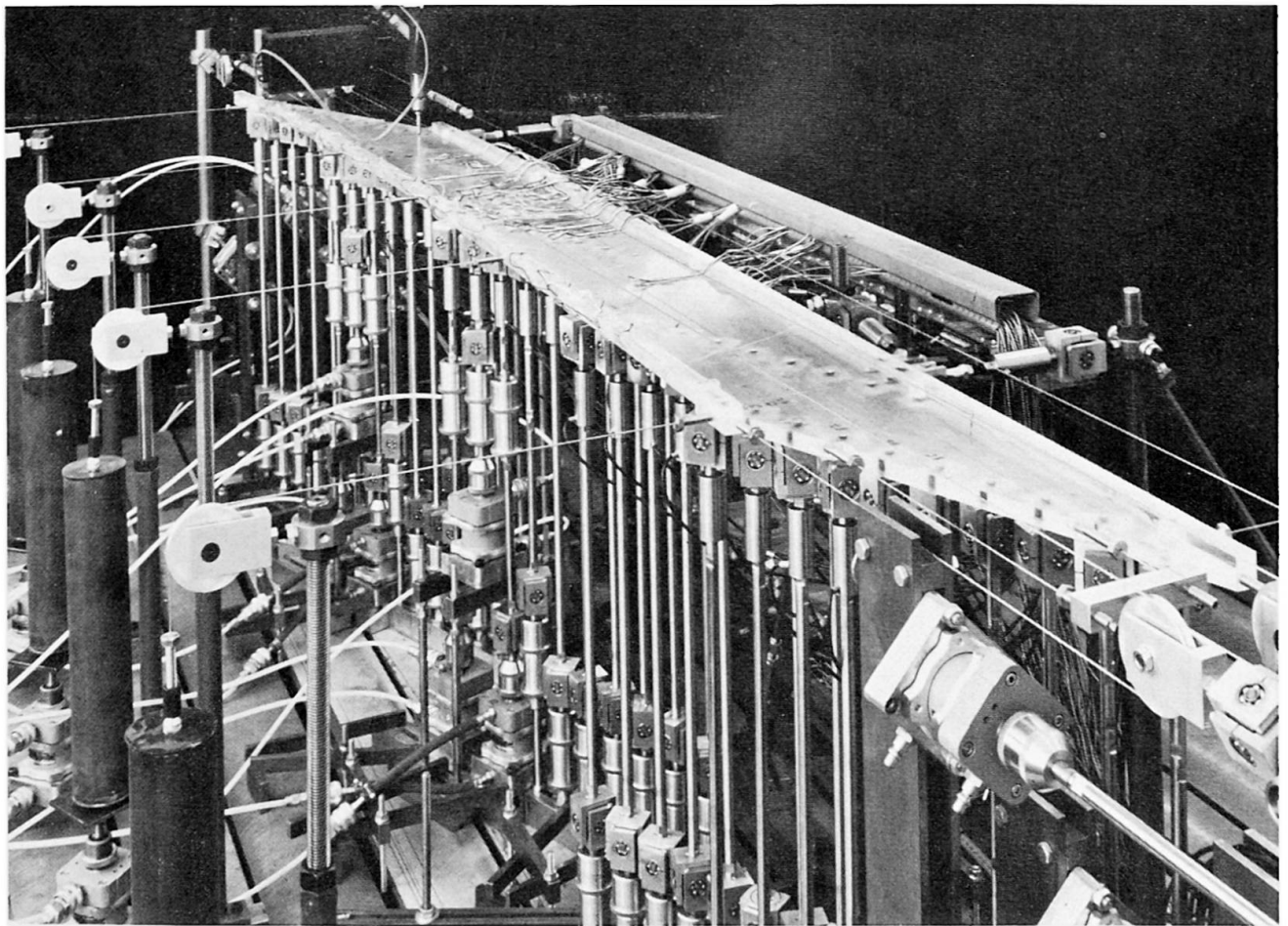


Fig. 4 Versuchsaufbau der Brücke Killwangen.

Der Aufbau der mechanischen Präzisionselemente auf einem massiven Aufspannboden garantieren die exakte Erfüllung der angenommenen Lagerungsbedingungen und die genaue Eintragung der Kraft- und Verschiebungsvektoren.

Aufgrund der an dieser Brücke gemessenen Einfluss- und Steifigkeitswerte (total ca. 40'000 Messwerte) wurden mit dem Programmsystem HYBRAN neben dem Lastfall Eigengewicht die Grenzwerte infolge von Normzügen auf zwei Geleisen, sowie der Lastfall Vorspannung (die Kabel sind hier räumlich gekrümmt) untersucht. Zudem wurde das Tragverhalten der Brücke unter modifizierten Randbedingungen (Entfernung von Stützen durch Anprall entgleisender Züge) nachgerechnet.

Literaturverzeichnis

Argyris, J. H.	Recent Advances in Matrix Methods of Structural Analysis	Pergamon Press, London, 1964
Fenves, S. J. Branin, F. H. Jr.	A Network Topological Formulation of Structural Analysis	J. Struct. Div. ASCE, ST4, 483, 1963
Hossdorf, H.	Eine programmgesteuerte, vollautomatische Modellmess- und Datenauswertungsanlage	Schweiz. Bauzeitung Nr. 39, 1955
Hossdorf, H.	Modellstatik	Bauverlag Wiesbaden, 1971
Langhaar, H. L.	Dimensional Analysis and Theory of Models	John Wiley & Sons, Inc., New York, 1962
Reinschmidt, K. F.	Datalink An On-line Computer System for Structural Laboratory Research	M.I.T. Press, 1965
Zienkiewicz, O. C. Cheung, Y. K.	The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics	McGraw-Hill Publishing Company Ltd., New York, 1968

Zusammenfassung

In der Hybridstatik liefert das analoge Modell, in Verbindung mit einer prozessgesteuerten, präzisen Versuchstechnik, Einflussfunktionen, Flexibilitäts- und Steifigkeitswerte von geometrisch beliebig komplizierten elastischen Körpern. Aufgrund dieser Information lassen sich für die Praxis leistungsfähige Computerprogramme entwickeln, welche sich um die schwierige Integration der infinitesimalen Elastizitätsbeziehungen nicht mehr zu kümmern brauchen und so die Computerkapazität wesentlich wirkungsvoller ausschöpfen.

Leere Seite
Blank page
Page vide