

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 9 (1972)

Artikel: Auf geraden Stäben erzeugte windschiefe Regelflächen als Tragwerke

Autor: Egger, H. / Resinger, F.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-9590>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 17.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

IIIb

Aus geraden Stäben erzeugte windschiefe Regelflächen als Tragwerke

Warped Ruled Surfaces Formed by Straight Members Serving as Structures

Réalisation de charpentes à surfaces réglées déjetées à l'aide de barres rectilignes

H. EGGER

Dr. techn.

Oesterreichischer Stahlbauverband

Wien, Oesterreich

F. RESINGER

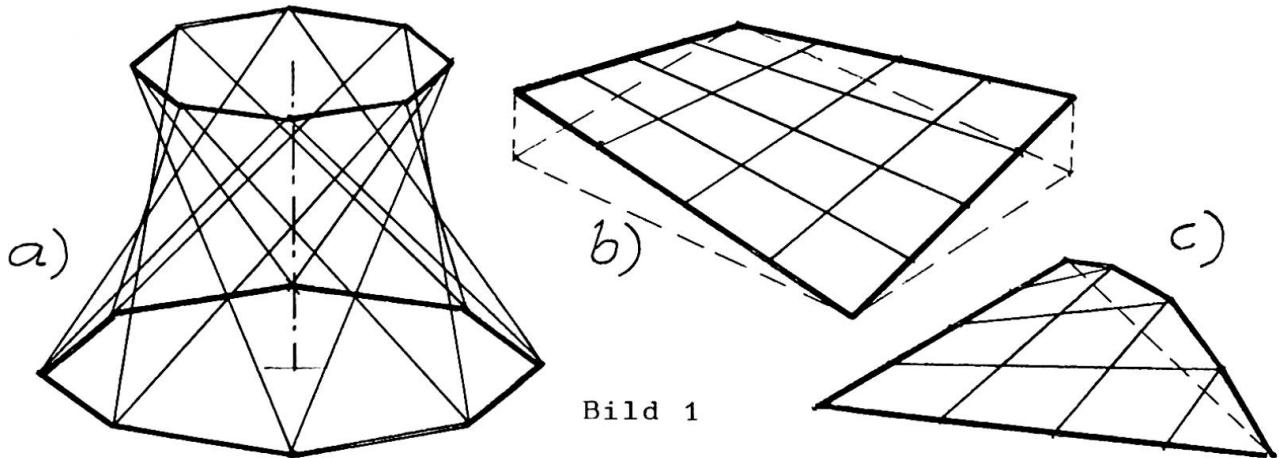
o.Prof. Dr. techn.

Technische Hochschule

Graz, Oesterreich

1. A L L G E M E I N E S

Zu den windschiefen Regelflächen gehören u.a. Rotationshyperboloide und hyperbolische Paraboloid. Beide können aus zwei Scharen sich kreuzender Geraden gebildet (Bild 1) und daher durch gerade Stäbe zu Tragwerken realisiert werden.



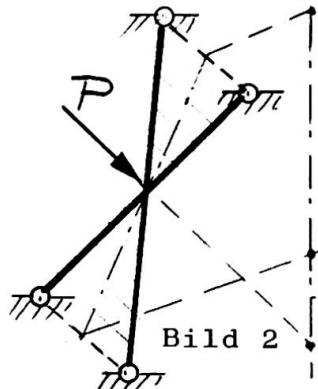
Für die praktische Ausführung ist es zweckmäßig, die Stäbe der beiden Scharen ohne Unterbrechung durchzuführen, wodurch sie in zwei verschiedenen benachbarten Flächen zu liegen kommen. An den Kreuzungsstellen werden die Stäbe durch aufgeklemmte Schellen miteinander verbunden. In diese Knoten werden in der Regel alle Bauwerkslasten eingeleitet. Die Stäbe beider Scharen enden meist in Randgliedern, die beim Rotationshyperboloid z.B. durch einen oberen Dachring und einen unteren Basisring, beim hyperbolischen Paraboloid durch gerade oder auch durch gekrümmte Randträger gebildet werden können. Diese Randglieder können beliebig gelagert sein.

Hinsichtlich der Lastabtragung sind diese Tragsysteme keine Schalen, sondern vielmehr hochgradig statisch unbestimmte räumliche Rahmentragwerke, deren biege- und torsionssteife Stäbe in den Knoten schubfest und gewöhnlich auch verdrehfest verbunden

sind. Bei beliebiger Belastung erhalten die Knoten räumliche Verformungen, und zwar im allgemeinen Verschiebungen in drei Achsrichtungen und Verdrehungen um diese Achsen. Über das Tragverhalten solcher Systeme soll im folgenden berichtet werden.

2. ROTATIONSHYPERBOLID

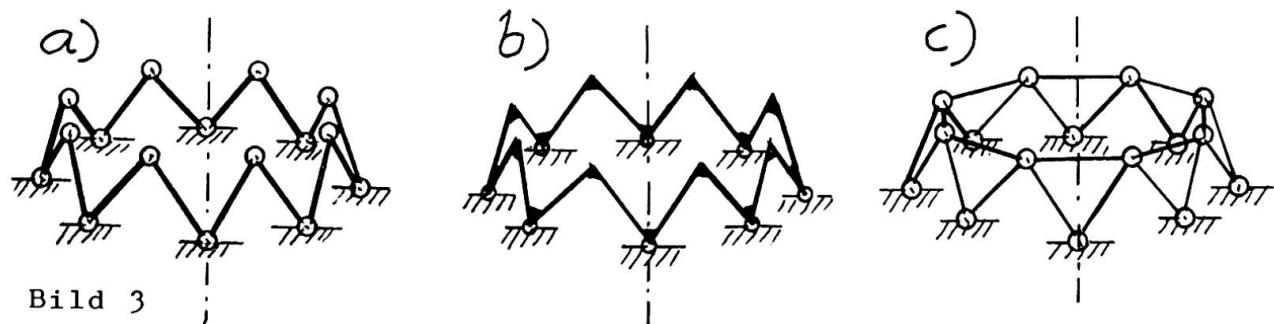
2.1. Überlegungen zur Tragwirkung



Bei rotationssymmetrischer Belastung tritt in jedem Knoten eine Last auf, die für das zugehörige Trägerkreuz (Bild 2) ebenfalls nur symmetrisch wirken kann. Bei Zerlegung dieser Last in eine Komponente in der Trägerkreuzebene und eine normal dazu erfolgt die Abtragung der ersten Lastkomponente vorwiegend durch Normalkräfte in den gekreuzten Stäben, die Aufnahme der zweiten Lastkomponente dagegen vorwiegend über Biegung des Trägerkreuzes.

Sind die Stäbe torsionssteif und auch in den Knoten verdrehfest verbunden, so wird die Lastabtragung nicht nur auf Biegung und Normalkräfte, sondern auch auf Torsion erfolgen.

Die verschiedenen Tragwirkungen lassen sich an den vereinfachten Systemen nach Bild 3 veranschaulichen:



Während man das gelenkige System (Bild 3a) widerstandslos nach innen stülpen kann, leistet das System mit in den Knoten voll verbundenen Stäben (Bild 3b) Widerstand gegen eine solche Verformung, und zwar durch die mobilisierte Biege- und Torsionssteifigkeit der Stäbe. Dasselbe gilt auch für das Gesamtsystem nach Bild 1a. Die biege- und drehsteife Verbindung der Stäbe führt daher zu einer Reduktion der Biegemomente auf Kosten von Torsionsmomenten.

Die günstigste Kraftaufnahme kann jedoch durch ein System nach Bild 3c erfolgen, bei dem für rotationssymmetrische Belastung die Abtragung der Kräfte nur durch Normalkräfte erfolgt. Auf das Gesamtsystem nach Bild 1a übertragen, wären zur Erzielung dieser Lastabtragungsart horizontale Stäbe zur Verbindung aller Kreuzungspunkte einzuführen. Es ergibt sich hiermit ein räumliches Fachwerk ("Stabschale"), das auch bei gelenkiger Verbindung aller Stäbe in den Knoten tragfähig ist. Dasselbe gilt für lotrechte Verbindungsstäbe zwischen allen Kreuzungspunkten.

Ordnet man neben dem Basisring und dem oberen Abschlußring nur einzelne horizontale Zwischenringe an, so ergeben auch diese bereits eine wirksame Stützung der sich kreuzenden Stäbe zwischen dem oberen und dem unteren Randring. Die fiktive, auf Biegung abtragende Stützweite der Träger wird hierdurch wesentlich reduziert.

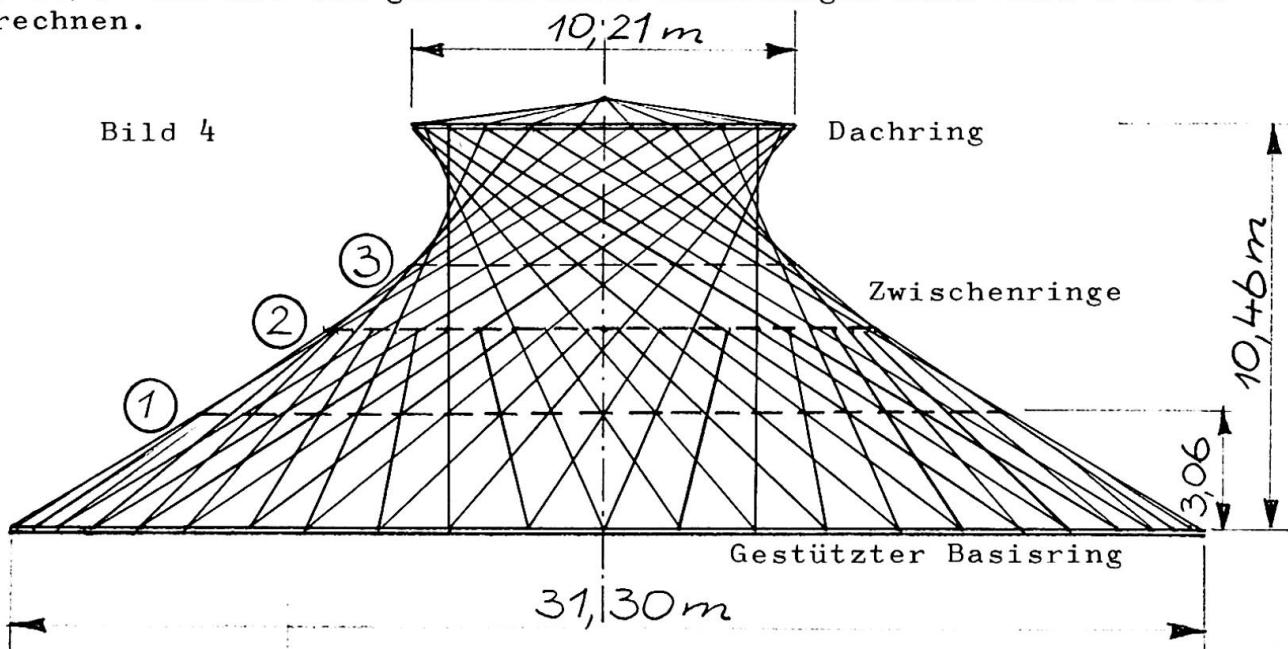
Durch zweckmäßige Anordnung nur weniger Zwischenringe besteht daher die Möglichkeit, die einzelnen für die Ausführung maßgebenden Schnittkräfte entsprechend zu regulieren.

Bei dem an der Basis gestützten Rotationshyperboloid werden durch die lotrechten Lasten in den Stäben Druckkräfte erzeugt, die wegen der auftretenden Biegeverformungen der Stäbe zusätzliche Biegemomente zur Folge haben. Es ist daher wichtig, bei solchen Systemen diesen Einfluß der Theorie II. Ordnung für die Bemessung zu berücksichtigen.

2.2. Anwendungsbeispiel

2.2.1 Angaben und Annahmen

Für einen Ausstellungspavillon war das Stabsystem eines an der Basis gestützten Rotationshyperboloides aus Aluminiumrohren $\varnothing 80/8$ und mit den geometrischen Abmessungen nach Bild 4 zu berechnen.



Die hier besprochene Schnittkraft- und Formänderungsermittlung für die rotationssymmetrische Belastung "Eigengewicht + Schnee" erfolgte für folgende Randbedingungen:

Basisring mit vorgegebenem Querschnitt und in der Meridian- tangente verschieblich;

Dachring mit vorgegebenem Querschnitt und rotationssymme- trisch verschieblich;

Stäbe im Basisring und im Dachring frei drehbar gelagert.

2.2.2 Durchführung der Berechnung

Die Programmierung des Problems erfolgte in Zusammenarbeit mit dem Rechenzentrum Graz durch Dipl.-Ing. Glänzer. Die Berech- nung wurde auf einer Rechenanlage der Type UNIVAC 494 durchgeführt. Grundlage des Berechnungsverfahrens war die Deformationsmethode. Ermittelt wurden alle Schnittkräfte und Verformungen sowohl nach Theorie I. als auch II. Ordnung, insbesondere auch die Schermomente in den Schellen zur Ermittlung der erforderlichen Klemmkräfte für die Verbindung der Stäbe.

Die Untersuchung für die Theorie II. Ordnung wurde mit einem Laststeigerungsfaktor von 1,5 durchgeführt.

2.2.3. Hauptergebnisse

	ohne Zwischenringe	mit zwei Zwischenringen		mit drei Zwischenringen	
Theorie	I	I	II	I	II
Z	20,27	23,43	24,66	23,44	24,67
D	-	-8,71	-11,04	-8,82	-11,18
M_B	1,20	0,19	0,34	0,19	0,34
N	-2,49	-1,16	-1,24	-1,16	-1,24
M_T	0,055	0,009	0,016	0,008	0,015
M_S	-	-	0,280	-	0,036
v_z	0,835	0,088	0,148	0,087	0,147
v_r	0,493	0,025	0,061	0,025	0,060

Dimensionen der Angaben : Mp, m

Z ... Zugkraft im Basisring,

D ... Normalkraft im unteren Zwischenring,

M_B ... größtes Biegemoment in den Stäben,

N ... zugehörige Normalkraft,

M_T ... zugehöriges Torsionsmoment,

M_S ... Schermoment in der Verbindungsschelle,
(wurde nur für Theorie II. Ordnung ermittelt)

v_z ... größte lotrechte Knotenverschiebung,

v_r ... zugehörige Radialverschiebung (nach innen).

Für das Stabwerk ohne Zwischenringe wurden die Werte für die Theorie II. Ordnung zwar ermittelt, jedoch liefern sie keine brauchbare Aussage, da die Normalkräfte schon über der Knicklast des Stabes liegen. Bereits die Ergebnisse der Theorie I. Ordnung zeigen mit den zu großen Biegemomenten und Verformungen die Unbrauchbarkeit dieser Lösung.

Mit der Anordnung von zwei Zwischenringen ergeben sich Schnittkräfte, die mit der gewählten Rohrabmessung bereits aufnehmbar sind. Jedoch war im oberen Bereich das im Knoten auftretende Schermoment für die gewählten Schellen zu groß.

Der dritte Zwischenring ändert die maßgebenden Schnittkräfte und Verformungen, die im Bereich zwischen dem Basisring und dem ersten Zwischenring liegen, zwar nicht mehr, jedoch wird hiermit auch im oberen Bereich das Schermoment für die Ausführung in brauchbaren Grenzen gehalten.

Der Einfluß der Theorie II. Ordnung ist, wie die Gegenüberstellung zeigt, beachtenswert.

2.2.4 Stabilität der Zwischenringe

Die Zwischenringe werden für den Lastfall "Eigengewicht + Schnee" auf Druck beansprucht, weshalb eine gesonderte Stabilitätsberechnung des in den Stäben radial elastisch gebetteten Ringes durchzuführen war.

2.2.5 Näherungsberechnung

Auf Grund der in Abschnitt 2.1. geführten Überlegungen zur Tragwirkung ist eine Näherungsberechnung möglich, und zwar für die

Normalkräfte auf Grund einer Gleichgewichtsbetrachtung mit der oberhalb der betrachteten Stelle vorhandenen Gesamtlast und der gegebenen Flächenneigung, für das maßgebende Biegemoment des Stabes auf Grund der Betrachtung eines Durchlaufträgers über den Rand- und Zwischenringen. Dabei sind allerdings nur bei Anordnung von Zwischenringen brauchbare Werte zu erwarten, während diese Betrachtung für die Ausführung ohne Zwischenringe (frei aufliegende Träger zwischen den Randringen) zu große Werte liefert. Der Einfluß der Theorie II. Ordnung läßt sich mit den zuerst errechneten Normalkräften abschätzen. Für die Torsions- und Schermomente sind keine Anhaltspunkte für eine Näherung gegeben.

Die auf diese Weise für das System mit drei Zwischenringen und für den Lastfall "Eigengewicht + Schnee" durchgeführte Näherungsberechnung ergab folgende Werte:

Zug im Basisring:	25,7 Mp,
Druck im 1. Zwischenring:	12,5 Mp,
Größtes Biegemoment der Stäbe:	0,19 Mpm(I) und 0,40 Mpm(II),
Zugehörige Druckkraft:	1,90 Mp.

Es kann daher gesagt werden, daß eine so durchgeführte Näherungsberechnung für die Vorbemessung brauchbare Werte liefert.

3. H Y P E R B O L I S C H E S P A R A B O L O I D

3.1. Überlegungen zur Tragwirkung

Beim ebenen Rost mit biege- und torsionssteifer Knotenausbildung erfolgt die Abtragung von Lasten über Biegung und Torsion.

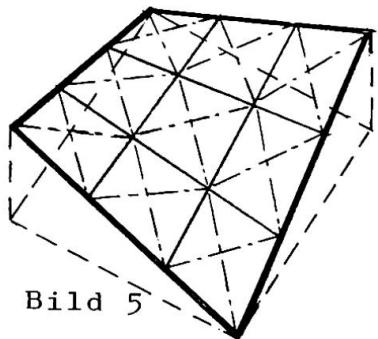
Beim räumlichen, zur Hyparfläche verwundenen Rost erfolgt diese über räumliche Biegung, Torsion und Normalkraftbeanspruchung der Stäbe. Die Reduktion einer Schnittbelastung auf Kosten einer anderen ist hier durch die Biege-, Torsions- und Dehnsteifigkeit gegeben. Das Reduktionsmaß, z.B. der Biegemomente auf Kosten der Torsionsmomente und Normalkräfte, richtet sich, sieht man von der Art der Lagerung an den Rändern und der Schellenausbildung ab, nach dem Verhältnis der Biege- zur Torsionssteifigkeit der Stäbe und nach dem Verwindungsgrad des Hyparrotes. Die Schere im Stabknoten kann entsprechend der konstruktiven Durchbildung der Schelle frei drehbar oder fest sein; dennoch überträgt sie Biege- und Torsionsmomente sowie Normalkräfte. Über diesen Einfluß wird gesondert berichtet.

Auch hier ist, wie beim Rotationshyperboloid, wegen der auftretenden Druckkräfte in den Stäben der Einfluß der Theorie II. Ordnung bei der Schnittkraftermittlung zu berücksichtigen.

Bei den in der Praxis vorkommenden Verwindungsmaßen sind die Biegeanteile und damit die Verformungen der Stäbe groß. Es ist daher naheliegend, die Stäbe durch Spannseile in Richtung der Hauptkrümmungen zusätzlich zu stützen.

3.2. Konstruktionsvorschlag mit Stäben und Seilen

Ein Hyparrost aus geraden Stäben in Richtung der Erzeugenden und mit Seilen in Richtung der Hauptkrümmungen nach Bild 5 läßt sich, im Gegensatz zu einer möglichen Ausführung mit gespannten Seilen in Richtung der Erzeugenden, vorspannen, ohne daß das Randglied auf Biegung beansprucht wird, da die Spannkkräfte als Druck direkt in die Stäbe eingeleitet werden. Durch die Verbindung der Stäbe mit den sich in den Knoten kreuzenden Seilen sind die gedrückten Stäbe in den Knoten gestützt und gegen Ausknicken gehalten.



Bei diesem mit Spannseilen gestützten Hyparrost werden die Knotenlasten vorwiegend durch das gespannte Seilwerk abgetragen und auch in die Randglieder als Normalkräfte eingeleitet. Dabei ist der Einfluß der Theorie II. Ordnung wegen der kleineren Verformungen wesentlich geringer. Bei der konstruktiven Durchbildung eines solchen Tragwerkes brauchen bei symmetrischer Ausführung und für symmetrische Belastung die Seile in den Knoten nicht geklemmt zu werden; jedoch bietet auch die bei Unsymmetrie notwendige Klemmung keine konstruktiven Schwierigkeiten.

Z U S A M M E N F A S S U N G

Rotationshyperboloide und hyperbolische Paraboloide können aus geraden Stäben realisiert werden. Die Ausbildung der Knoten und die Anordnung zusätzlicher Stützelemente (Zwischenringe, Spannseile) beeinflussen die Verteilung der Schnittkräfte. Für ein konkretes Anwendungsbeispiel eines Hyperboloides werden die Schnittkräfte und Verformungen elektronisch berechnet. Die Ergebnisse zeigen die Notwendigkeit der Theorie II. Ordnung auf. Eine Näherungsberechnung ergibt brauchbare Werte für eine Vordimensionierung.