

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 8 (1968)

**Artikel:** Teilweise vorgespannte Bauteile

**Autor:** Thürlimann, Bruno

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-8716>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 08.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## IV b

### Teilweise vorgespannte Bauteile

BRUNO THÜRLIMANN

Prof. Dr., Eidg. Technische Hochschule, Zürich

#### 1. Einleitung

In Bauteilen aus Stahlbeton treten im allgemeinen schon unter Gebrauchslast Risse auf. Durch konstruktive Maßnahmen wird versucht, die Öffnung dieser Risse kleiner als 0,1 bis 0,3 mm zu halten. Die langjährige Erfahrung hat gezeigt, daß dann unter normalen Umständen keine Korrosionsschäden an der Armierung auftreten.

Durch Vorspannung wird den Lastspannungen ein zusätzlicher Spannungszustand so überlagert, daß im Beton keine oder nur beschränkte Zugspannungen auftreten. Dadurch soll das Auftreten von Rissen vermieden werden. Es ist praktisch jedoch unvermeidlich, daß an Krafteinleitungsstellen, Queranschlüssen usw. sekundäre Risse auftreten, die aber für das Verhalten ohne Nachteil sind.

In theoretischer Hinsicht ist das Prinzip der vollen Vorspannung, also Überdrückung aller Betonzugsspannungen zur Vermeidung von Rissen, sicher sehr verlockend. In der Praxis zeigen sich aber sehr oft Schwierigkeiten in seiner Anwendung. Es sollen hier einige Fälle aufgeführt werden. Je nach dem Verhältnis von Eigengewicht zu Nutzlast können im Gebrauchszustand beträchtliche Variationen zwischen den minimalen und maximalen Schnittkräften auftreten. Bei statisch unbestimmten Systemen können die Verhältnisse noch ungünstiger werden. Für den Fall Biegung, mit einem minimalen Moment  $M_1$  und einem maximalen Moment  $M_2$ , müssen bei voller Vorspannung die Betonspannungen am oberen und unteren Rand folgenden vier Ungleichungen genügen (Fig. 1):

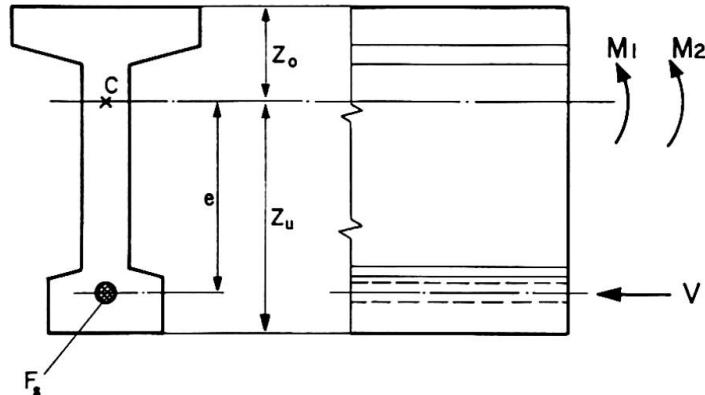


Fig. 1

$$\sigma_{bo} = - \frac{V}{F} - \frac{z_o}{I} (-Ve + M_1) \leq 0 \quad (1)$$

$$\sigma_{bo} = - \frac{V}{F} - \frac{z_o}{I} (-Ve + M_2) \geq \sigma_b \text{ zul} \quad (2)$$

$$\sigma_{bu} = - \frac{V}{F} + \frac{z_u}{I} (-Ve + M_1) \geq \sigma_b \text{ zul} \quad (3)$$

$$\sigma_{bu} = - \frac{V}{F} + \frac{z_u}{I} (-Ve + M_2) \leq 0. \quad (4)$$

Da die Vorspannung nur einen bestimmten festen Spannungszustand erzeugen kann, ist es oft sehr schwierig, eine große Momentendifferenz  $\Delta M = M_2 - M_1$  aufnehmen zu können. Es wird notwendig, aufwendige Querschnittsformen (zum Beispiel Kastenquerschnitt) zu verwenden oder eine sehr hohe Vorspannung  $V$  zu wählen, um die Bedingungen (1) bis (4) erfüllen zu können. Wird nachher die Bruchsicherheit untersucht, so zeigt es sich, daß sie in vielen Fällen ganz bedeutend über der geforderten Bruchsicherheit liegt. Wird jedoch im besonderen Bedingung (4) entschärft, das heißt eine beschränkte Zugspannung zugelassen ( $\sigma_{bu} \leq \sigma^*$ ), oder überhaupt weggelassen, so wird das Gebiet der möglichen Vorspannung (das heißt Wahl von  $V$  und  $e$ ) für eine bestimmte Querschnittsform viel größer. Anstelle der Bedingung (4) müssen dann eine Beschränkung der Rißöffnungen und die Forderungen einer genügenden Bruchsicherheit gestellt werden.

Sehr oft führt die volle Vorspannung auch zu unerwünschten Kriechverformungen. Bekannt sind die großen und ungleichmäßigen Durchbiegungen von schlanken, vorgespannten Elementen, zum Beispiel Dachplatten. Der große Anteil der Nutzlast an der Totallast sowie die große Schlankheit der Platte (Länge/Höhe) führen zu diesem Verhalten. Die individuellen Platten einer identischen Serie zeigen oft sehr unterschiedliche Durchbiegungen.

Eine weitere Situation zeigt Fig. 2. In einem Bürogebäude werden die Säulen- oder Wandlasten der oberen Stockwerke durch einen Spannbetonträger abgefangen. Ist die tatsächlich wirkende Nutzlast relativ klein, der Anteil der rechnerischen Nutzlast an der Totallast aber groß, so bewirkt die volle Vorspannung oft eine ungünstige und auch unerwünschte Überhöhung des Trägers, die durch Kriechen noch laufend vergrößert wird.

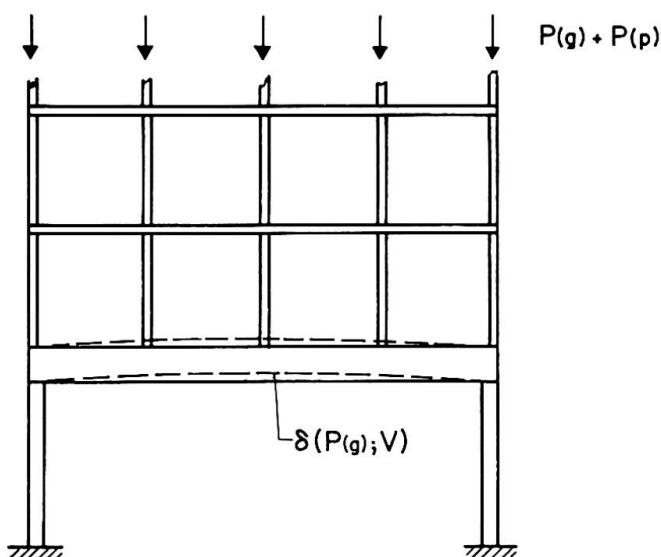


Fig. 2

Bei statisch unbestimmten Tragwerken (zum Beispiel Durchlaufträgern) führt die Forderung einer vollen Vorspannung sehr oft zu einer Abstufung der Vorspannkraft. Es werden über den Zwischenstützen Zulagekabel notwendig. Diese erfordern konstruktiv komplizierte Zwischenverankerungen und Zwischenabspannstellen. Gerade an solchen Stellen können infolge sekundärer Spannungen auch unerwünschte Risse auftreten. Schließlich gibt es Fälle, bei denen eine volle Vorspannung überhaupt nicht mehr möglich ist, zum Beispiel Verteilträger und Platten in Fundamenten.

Aus dieser kurzen Betrachtung ergibt sich, daß die Forderung nach einer vollen Vorspannung unter Umständen zu teuren und komplizierten Lösungen führt. Es stellt sich ganz natürlich die Frage, ob diese Forderung in vielen Fällen überhaupt notwendig und sinnvoll ist. Sehr oft scheint die Anwendung einer partiellen Vorspannung eine zutreffendere Lösung zu sein, die zu bedeutend wirtschaftlicheren Konstruktionen führt. Es lassen sich unvernünftig hohe Vorspannungen vermeiden, konstruktiv werden viele Details einfacher. Schließlich sollte auch in vielen Fällen eine zähre Konstruktion daraus resultieren. Bei voller Vorspannung ist nämlich der Armierungsgehalt in vielen Fällen so hoch, daß beim Bruch die Betondruckzone gestaucht wird, ohne daß der Spannstahl ins Fließen kommt (spröder Bruch). Gerade bei Konstruktionen, die Aufprallstößen, Erdbeben oder Explosionen ausgesetzt sind, ist ein solches Verhalten

unerwünscht, da die Energieabsorption ungenügend sein kann. Die Lösung scheint also auch hier in der Anwendung der partiellen Vorspannung zu liegen.

Im folgenden soll in einem kurzen historischen Rückblick die Entwicklung zur vollen Vorspannung und die gegenwärtige Situation bezüglich partieller Vorspannung gestreift werden.

## 2. Historischer Rückblick

Nach anfänglich erfolglosen Versuchen hat der Spannbeton auf den grundlegenden Untersuchungen von Freyssinet (Patente 1928) seine Entwicklung genommen. Die französische Schule hat immer den Standpunkt der vollen Vorspannung und das möglichst hohe Spannen der Spanndrähte (90% Zugfestigkeit) vertreten. In dieser Entwicklungsphase war es verständlich, daß mit viel Begeisterung von einem ganz neuen Material gesprochen wurde (siehe zum Beispiel [1]<sup>1)</sup>, Seite 35–42). Die völlige Rissfreiheit des Spannbetons wurde ganz besonders in den Vordergrund gestellt, um ihn möglichst klar vom Stahlbeton zu unterscheiden. Noch im Jahre 1951 betrachtete Freyssinet die partielle Vorspannung als eine Verirrung, die schlechter sei als der Stahlbeton oder der Spannbeton.

Im Gegensatz zu Frankreich und vielen andern Ländern führte die Entwicklung in Deutschland zu einem relativ niedrigen Spannen der Spanndrähte (55% Zugfestigkeit). Um jedoch keine zu großen Spannkabelquerschnitte zu erhalten, werden beschränkte Betonzugspannungen geduldet. Die Berechnung der Spannungen erfolgt unter Annahme eines ungerissenen Querschnittes. Es muß nur die resultierende Kraft des Zugkeiles durch schlaffe Armierung abgedeckt werden.

Erste Ansätze zur Anwendung der partiellen Vorspannung wurden bereits vor dem Zweiten Weltkrieg gemacht. Im besonderen hat EMPERGER [2] 1939 eine kombinierte Bewehrung aus gespannten Stahldrähten und schlaffen Bewehrungsstählen vorgeschlagen. Er betrachtete die Rissebildung im Beton nicht als einen möglichst zu vermeidenden Nachteil. Die Spannarmierung sollte nur die Entstehung der Risse verzögern und ihre Öffnung verkleinern.

Eine andere Möglichkeit der partiellen Vorspannung wurde 1942 von ABELES ([3], Seite 131) vorgeschlagen und 1948 zum erstenmal praktisch angewendet. Die gesamte Armierung besteht aus Spannstahl und wird vorgespannt. Die Höhe der Vorspannung wird jedoch so gewählt, daß bereits im Gebrauchs- zustand Zugsspannungen und auch Risse von beschränkter Öffnung auftreten.

Im Jahre 1962 am Kongreß der «Fédération Internationale de la Précontrainte» (FIP) fand zum erstenmal eine internationale Diskussion über die partielle Vorspannung statt. In der Folge wurde ein Comité Mixte FIP-CEB

---

<sup>1)</sup>) Siehe Literaturverzeichnis.

(Fédération Internationale de la Précontrainte/Comité Européen du Béton) gegründet, um das Zwischengebiet Stahlbeton bis Spannbeton zu studieren. Seither sind in verschiedenen Ländern theoretische und experimentelle Untersuchungen angelaufen. Im speziellen soll hier die belgische Untersuchung «Enquête sur la Précontrainte Partielle» von R. Baus und V. Depauw aus dem Jahre 1965 erwähnt werden [3]. Sie gibt eine Übersicht über den gegenwärtigen internationalen Stand und enthält auch entsprechende Literaturangaben.

Bis heute erlauben die Spannbetonvorschriften in den westlichen Ländern im allgemeinen nur volle oder eventuell noch beschränkte Vorspannung. Da vorausgesetzt ist, daß praktisch keine Risse auftreten, wird die Spannungsberechnung für den Gebrauchszustand unter Annahme eines homogenen, das heißt voll mitwirkenden Querschnittes durchgeführt. In verschiedenen osteuropäischen Ländern ist bereits heute die partielle Vorspannung zugelassen für Konstruktionen mit vorwiegend ruhender Belastung, bei denen das Auftreten von Rissen mit begrenzter Rißweite zulässig ist (zum Beispiel DDR-Standard Spannbeton [4], Seite 214).

Die potentiellen Möglichkeiten der partiellen Vorspannung wie auch das weltweite Interesse haben die Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau bewogen, sie als ein Thema ihres Kongresses 1968 zu wählen. Dabei sollen die laufenden Studien gesichtet und die praktische Anwendung gefördert werden.

### 3. Klassifizierung partiell vorgespannter Tragwerke

Selbstverständlich lässt sich eine Einteilung partiell vorgespannter Tragwerke nach verschiedensten Gesichtspunkten vornehmen. Allen Systemen gemeinsam ist das Auftreten von kontrollierten Rissen bereits im Gebrauchs- zustand. Wesentliche Unterschiede zeigen sich besonders hinsichtlich der technischen Ausführung. Dabei spielt die Art, Aufteilung und Anordnung der Armierung die entscheidende Rolle. Da sich auch experimentelle und theoretische Untersuchungen entsprechend unterscheiden, scheint eine Einteilung nach diesem Gesichtspunkt für eine Diskussion am Kongreß besonders geeignet.

#### 3.1. Gemischte Armierung

In einem Querschnitt besteht die Armierung sowohl aus einer Spannarmierung wie einer schlaffen Armierung (Fig. 3). Die Spannarmierung ist vorgespannt, um für einen gegebenen Zustand (zum Beispiel Eigengewicht und eventuell Teil der Nutzlast) die Betonzugspannungen zu überdrücken. Die schlaffe Armierung kann aus normalem oder hochwertigem Armierungsstahl oder auch aus Spannstahl bestehen. Sie dient dazu, unter der maximalen Belastung die Risseöffnung und die Verformungen zu kontrollieren und die notwendige

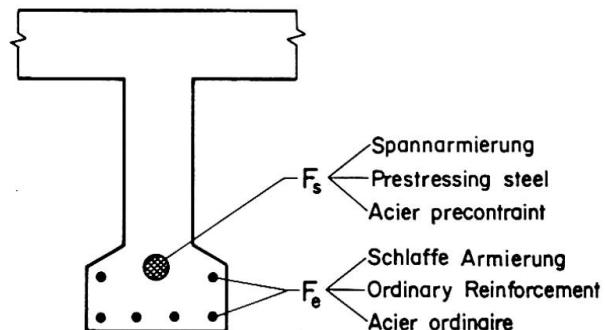


Fig. 3

Bruchsicherheit zu gewährleisten. Ohne zukünftigen Entwicklungen voreilen zu wollen, scheint sich dieses System hauptsächlich für nachgespannte Bauteile (Kabelverfahren) zu eignen.

### *3.2. Spannarmierung mit partieller Vorspannkraft*

Die gesamte Armierung ist vorgespannt. Ihr Querschnitt ist durch die Bruchsicherheit bestimmt. Unter extremen Bedingungen treten auch unter Gebrauchslast Betonzugspannungen und Risse auf. Dieser Armierungstyp dürfte hauptsächlich bei Spannbett-Trägern Anwendung finden.

### *3.3. Verbundträger*

Sie werden aus vorfabrizierten Spannbetonelementen und nachträglich anbetonierte Teilen gebildet. Fig. 4 zeigt zwei Möglichkeiten. Der Spannungszustand über dem Querschnitt ist uneinheitlich. Das Spannbetonelement kann im Gebrauchszustand sowohl voll als auch partiell vorgespannt wirken. Die Ortsbetonteile sind im wesentlichen (mit Ausnahme von eventuellen Spannungsumlagerungen infolge Kriechens) nicht vorgespannt. Die große Oberfläche zwischen Spannbetonelement und Ortsbeton ergibt sehr kleine Haftspannungen. Sind die Kontaktflächen zudem aufgerauht, so wird eine gute Verbundwirkung und damit auch ein günstiges Risseverhalten resultieren.

### *3.4. Kombinierte Systeme*

Gerade bei statisch unbestimmten Systemen wie Durchlaufträger usw. werden oft Spannbetonträger durch schlaff armierte Verbindungsteile zu kontinuierlichen Systemen verbunden (Fig. 5). Es sind auch Zwischenstufen der Verbindung durch Zulagekabel bis zur vollen Vorspannung möglich. Bei solchen kombinierten Systemen stellt sich die Frage nach dem Zusammenwirken von

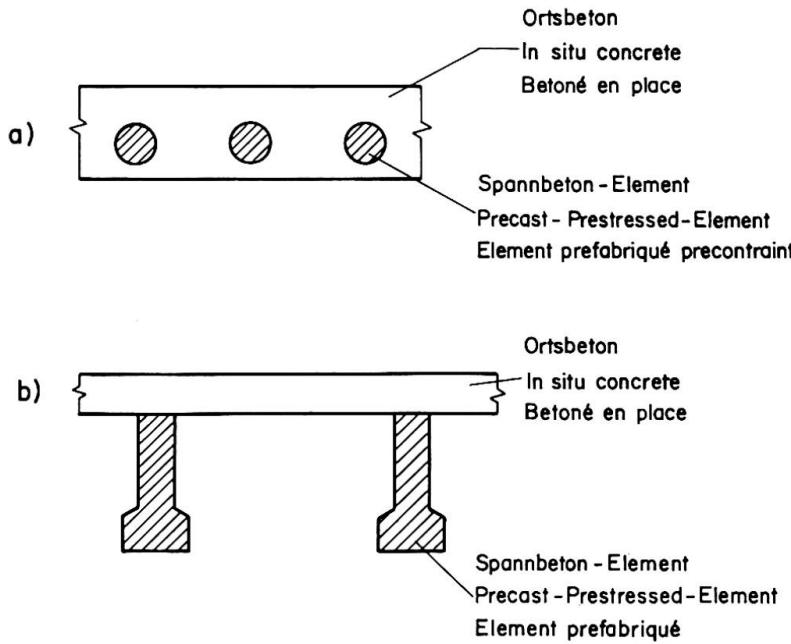


Fig. 4

Teile mit sehr unterschiedlichen Biegefestigkeiten. Diese werden sich im Risseverhalten der Verbindungsstücke auswirken. Unter kombinierte Systeme sind auch flächenförmige Tragwerke mit Spannarmierung in nur einer Richtung zu rechnen, wie zum Beispiel Platten, Brücken mit nur Längsvorspannung usw.

Eine andere Klassifizierung wurde vom Comité Mixte FIP-CEB vorgeschlagen. Ausgehend von der Zugbeanspruchung des Betons und der entsprechenden Rissbildung werden folgende drei Klassen unterschieden:

Klasse I: Die Rissfreiheit des Betons muß unter allen Bedingungen gewahrt bleiben. Kein Belastungszustand sowohl während des Baues wie auch im nachträglichen Gebrauch darf Zugspannungen verursachen, so daß theoretisch volle Rissfreiheit garantiert ist. Die volle Vorspannung soll für Tragwerke in einem

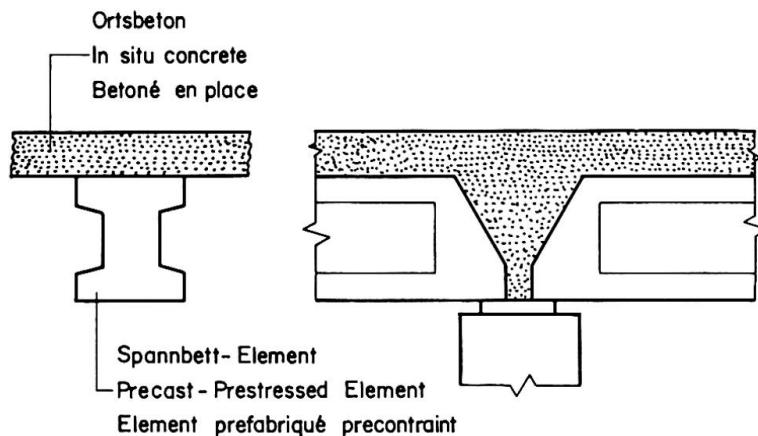


Fig. 5

sehr korrosiven Milieu oder unter dynamischen Lasten, die zu Ermüdungserscheinungen führen können, angewendet werden.

Klasse II: Zugspannungen dürfen unter Eigengewicht und einem Teil der Nutzlast nicht auftreten. Die Dehnung des Betons soll auch unter extremen Belastungen beschränkt bleiben. Dadurch soll das Auftreten von Rissen weitgehend vermieden werden. Die beschränkte Vorspannung ist für Straßenbrücken und weitere Tragwerke vorgesehen, die nur selten den extremen Nutzlasten unterworfen sind.

Klasse III: Es werden die Öffnung der Risse und die Dehnung des Stahles beschränkt. Die Spannungsberechnung infolge Gebrauchslast wird unter der Annahme durchgeführt, daß der Beton keine Zugspannungen überträgt.

Diese Einteilung führt bereits zu einer Umschreibung der Anwendungsbiete. Die Klasse III umfaßt das eigentliche Gebiet der partiellen Vorspannung, während die Klasse I als volle Vorspannung und die Klasse II als beschränkte Vorspannung bereits heute in verschiedenen Ländern normenmäßige Anwendung finden.

Es ist schwer festzustellen, in welcher Richtung sich die partielle Vorspannung hauptsächlich entwickeln wird. Im Moment scheint die Verwendung einer gemischten Armierung für Ausführungen mit Spannkabeln besonders interessant zu sein. Bei Spannbett-Elementen ist andererseits die Verwendung einer einheitlichen Spannarmierung sowohl vom praktischen wie wirtschaftlichen Standpunkt aus erfolgversprechend.

#### **4. Bemessungsprinzipien**

Wie für Stahlbetonkonstruktionen (siehe zum Beispiel CEB Recommendations [5], Seite 13) können verschiedene «Grenzzustände» definiert werden:

1. Bruch (Erschöpfung der Materialfestigkeit, Unstabilität, Ermüdung);
2. Unzulässige Verformungen;
3. Unzulässig große Rissebildung.

Bezüglich dieser Grenzzustände müssen angemessene Sicherheitsmargen eingehalten werden. Es gilt also, zuverlässige Berechnungsmethoden zu entwickeln, die eine Erfassung dieser Grenzzustände bei partieller Vorspannung gestatten.

Als weitere Gesichtspunkte von praktischer Bedeutung sind noch Feuersicherheit und Korrosion zu erwähnen.

#### **5. Berechnungsmethoden**

Im Gegensatz zum Spannbeton treten bei partieller Vorspannung bereits im Gebrauchszustand Risse auf. Es darf also nicht mehr mit einem homogenen

Querschnitt gerechnet werden. Die Zugfestigkeit des Betons soll in der Rechnung vernachlässigt werden.

### 5.1. Biegung mit Axialkraft

Vorerst sollen einige Bemerkungen zur Berechnung des Rißmomentes angeführt werden. Theoretisch ist die Bedingung für das Auftreten des ersten Risses sehr einfach, nämlich

$$\sigma_b \max = \beta_{bz} \quad (5)$$

das heißt maximale Betonspannung gleich Zugfestigkeit des Betons. Leider ist aber die Bestimmung sowohl der linken wie der rechten Seite dieser Gleichung mit großen Unsicherheiten behaftet. So ist die Zugfestigkeit  $\beta_{bz}$  eine Betoneigenschaft, die in weiten Grenzen variieren kann. Sie hängt von zu vielen schwer kontrollierbaren Faktoren ab, wie Betonzusammensetzung, Verarbeitung des Betons, Abbinde- und Erhärtungsbedingungen, Alter im Zeitpunkt der Beanspruchung. Weiter beeinflußt der Dehnungsgradient über die Querschnittshöhe wie auch die Querschnittsform selber das Anreißen. Ebenso unbestimmt ist die Erfassung der maximalen Betonspannung. Abgesehen von den Ungenauigkeiten in den Lastannahmen wirken sich hier besonders Einflüsse aus differentiellem (das heißt ungleichmäßigem) Schwinden über dem Querschnitt, differentieller Temperaturverteilung, Spannungskonzentrationen (zum Beispiel Störungen durch Bügel, Kabelröhren) usw. aus.

Von der praktischen Seite her betrachtet, scheint daher eine rechnerische Erfassung des Rissemomentes äußerst fragwürdig zu sein. Vielmehr ist hier eine auf Erfahrung beruhende Festlegung von zulässigen Zugspannungen am Platze, welche im allgemeinen zu keiner Rißbildung geführt haben. Für besonders kritische Fälle ist sogar die Forderung  $\sigma_b \max \leq 0$  (das heißt überhaupt keine Betonzugspannungen) berechtigt.

Die Spannungsberechnung im Rissezzustand führt prinzipiell auf den Fall «Biegung mit Axialkraft» des Stahlbetons. Die Rechnung muß für einen gerissenen Querschnitt unter Ausschluß von Betonzugspannungen durchgeführt werden. Fig. 6 zeigt einen gemischten armierten Träger mit der Spannarmierung  $F_s$  im Abstand  $h_1$  und der schlaffen Armierung  $F_e$  im Abstand  $h_2$  von der Schweraxe. Die Betonspannungen  $\sigma^b$  infolge Vorspannung  $V$  und unter Berücksichtigung von Schwinden und Kriechen betragen  $\sigma_{1\nu}^b$  in Höhe 1 und  $\sigma_{2\nu}^b$  in Höhe 2. Durch zwei fiktive Kräfte  $K_1$  und  $K_2$  kann der Beton spannungsfrei gemacht werden. Sie ergeben sich aus der Bedingung

$$\sigma_{1\nu}^b + \sigma_{11} K_1 + \sigma_{12} K_2 = 0 \quad (6)$$

$$\sigma_{2\nu}^b + \sigma_{21} K_1 + \sigma_{22} K_2 = 0 \quad (7)$$

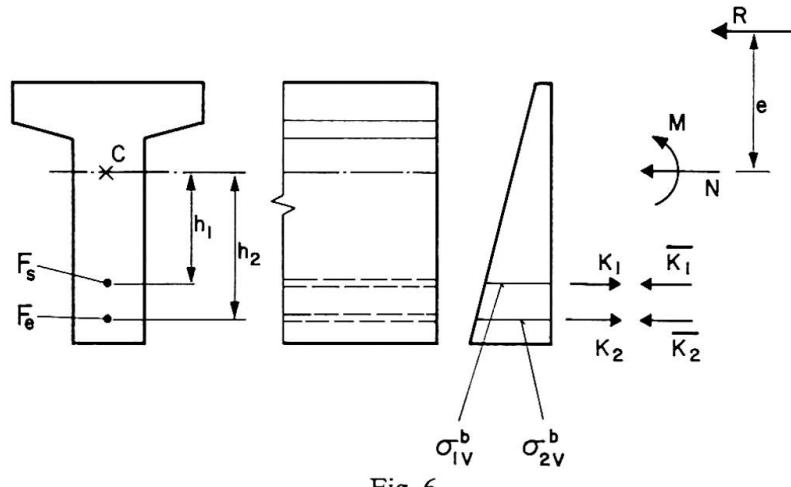


Fig. 6

wobei  $\sigma_{11}$  = Betonspannung in Höhe 1 infolge  $K_1$  und die Koeffizienten  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{21}$  und  $\sigma_{22}$  entsprechend definiert sind. Sofort nach dem Spannen oder wenn die Spannungsumlagerungen infolge Kriechens und Schwindens vernachlässigt werden, beträgt die Kraft  $K_2$  null.

Die entgegengesetzten Kräfte  $\bar{K}_1 = -K_1$  und  $\bar{K}_2 = -K_2$  wirken nun zusammen mit den Schnittkräften  $M$  und  $N$  infolge äußerer Belastung auf den spannungsfreien Betonquerschnitt. Sie lassen sich zu einer exzentrisch angreifenden Druckresultierenden  $R$  zusammenfassen:

$$R = N + \bar{K}_1 + \bar{K}_2 \quad (8)$$

$$e = \frac{1}{R} (M - \bar{K}_1 h_1 - \bar{K}_2 h_2). \quad (9)$$

Mit bekannten Spannungs-Dehnungs-Diagrammen für den Beton, den Spannstahl und den Armierungsstahl lassen sich die Spannungen und auch das Bruchmoment bestimmen, wenn das Ebenbleiben des Querschnittes vorausgesetzt werden darf. Dabei sind die Dehnungen aus den verschiedenen Zuständen zu berücksichtigen. Für den Beton sind nur  $(R, e)$  wirksam. Somit

$$\varepsilon_b = \varepsilon_b(R, e). \quad (10)$$

Die Stahldehnungen hingegen setzen sich aus der Wirkung der Vorspannkraft  $V$  inklusive Schwindens und Kriechens, den fiktiven Kräften  $K_1$  und  $K_2$  sowie  $(R, e)$  zusammen:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_s(V; K_1, K_2; R, e) \quad (11)$$

$$\varepsilon_e = \varepsilon_e(V; K_1, K_2; R, e). \quad (12)$$

Praktisch lässt sich die Rechnung am einfachsten durchführen, indem eine neutrale Axe und eine bestimmte Dehnungsverteilung über dem Querschnitt

angenommen wird. Sie werden so lange variiert, bis die resultierenden inneren Kräfte der äußeren Beanspruchung entsprechen, respektive die Bruchbedingungen erfüllt sind.

Neben der Bestimmung der Spannungen respektive des Bruchmomentes ist eine Kenntnis des Rissebildes und der Risseöffnungen unter Gebrauchslast notwendig. Aus den Rissestudien an Stahlbetonträgern (siehe zum Beispiel [5] Annex 1, Seite 1–93 für Literaturangaben, ebenso [6]) können bereits wertvolle Hinweise gezogen werden. Hinsichtlich Rißverhalten sind nur die Stahldehnungen nach dem spannungslosen Zustand des Betons, also infolge ( $R, e$ ) maßgebend. Selbstverständlich sind die Verbundeigenschaften der Stähle zu beachten. Gerade bei nachgespannten Trägern (Kabelverfahren) kommt hier der schlaffen Armierung eine sehr große Bedeutung zu. Das Verbundverhalten von injizierten Kabeln ist sicher bedeutend ungünstiger als jenes von profilierten Armierungsstählen, Spanndrähten oder Litzen. In erster Annäherung könnte es für eine Risseuntersuchung sogar vernachlässigt werden. Es müssen Bemessungsregeln entwickelt werden, um eine günstige Risseverteilung und eine beschränkte Risseöffnung zu erreichen. Dabei scheint eine Beschränkung der Dehnung der schlaffen Armierung höchstens ein erster grober Ansatz zu sein. Vielmehr sollten alle wichtigen Parameter des Problems, wie Verbundverhalten, Armierungsanteil in der gezogenen Zone, Aufteilung der Armierung, Oberflächenabstand, Betonqualität, eine ihrer Wichtigkeit entsprechende Berücksichtigung finden.

Bis heute sind relativ wenige systematische Versuche über das Biegeverhalten von partiell vorgespannten Trägern veröffentlicht worden. Neben den in [3] aufgeführten Arbeiten sind noch die Untersuchungen von A. BRENNEISEN, F. CAMPUS, N. M. DEHOUSSE [7] zu nennen. Ferner geben zum Beispiel die AASHO-Brücken-Versuche [8] an zwei vorgespannten und zwei nachgespannten Brücken und die Laboratoriumsversuche der Portland Cement Association [9] an vier entsprechenden Versuchsträgern interessante Auskunft über das Ermüdungs- und Bruchverhalten. Bei der Hälfte der Versuche waren die Belastungen so gewählt, daß bereits unter Gebrauchslast Risse aufgetreten sind, um das Ermüdungsverhalten von partiell vorgespannten Brückenträgern zu studieren. Dabei zeigte sich im Verhalten der mit Kabeln partiell vorgespannten Träger (Brücke 5A, Träger 5A) ohne schlaffe Armierung eine progressive Zerstörung der Haftung und entsprechendes Anwachsen der Risse. Hingegen zeigten die im Spannbett partiell vorgespannten Träger (Brücke 6A, Träger 6A) ebenfalls ohne schlaffe Armierung ein sehr zufriedenstellendes Verhalten.

In ähnlicher Weise lassen sich auch viele andere Versuche an Spannbetonträgern hinsichtlich partieller Vorspannung auswerten, wenn Beobachtungen über die Rißlast hinaus vorliegen.

### 5.2. Schub

Da bei partieller Vorspannung bereits im Gebrauchszustand Risse auftreten, ist schon in diesem Zustand die Berechnung der Schubspannungen unter Annahme eines homogenen Querschnittes nicht mehr zulässig. Es ist nun durchaus möglich, die Schubspannungen nach dem klassischen Verfahren des Stahlbetons unter Annahme von Biegerissen herzuleiten. Dabei wird von der Betrachtung eines differentiellen Balkenelementes ausgegangen. Die differentielle Änderung  $d\sigma$  der Normalspannungen  $\sigma$  zwischen dem linken und dem rechten Schnittufer ruft horizontale Schubspannungen  $\tau$  hervor. Es wird hier von einer solchen Berechnung der Schubspannungen abgesehen, da heute doch allgemein bekannt ist, daß sie nur zu nominellen Werten führt, die mit dem tatsächlichen Verhalten wenig zu tun haben. Es setzen sich heute mehr und mehr die Ansichten durch, daß für die Bemessung der Schubarmierung sowohl in Stahl- wie in Spannbeton vom Verhalten im Bruchzustand ausgegangen werden muß. Obwohl gerade im Stahlbeton sehr umfangreiche Versuche über das Schubbruchverhalten ange stellt worden sind, hat sich bis heute immer noch keine allgemein gültige Theorie herausgehoben. Hingegen sind zahlreiche zweckmäßige und brauchbare Bemessungsvorschläge gemacht worden, die zum Teil schon in Normen aufgenommen worden sind. Im Spannbeton sind bis heute bedeutend weniger experimentelle Untersuchungen bekannt geworden. Die Situation hinsichtlich Schubbruch und Schubbemessung ist daher noch viel weniger abgeklärt.

Auf dem Gebiete der partiellen Vorspannung liegen praktisch noch keine Untersuchungen über das Schubbruchverhalten vor. Im folgenden soll kurz ein Vorschlag angeführt werden, der die Schubbemessung von Stahlbeton, Stahlbeton mit Spannzulagen (partielle Vorspannung) und Spannbeton nach einer einheitlichen Konzeption behandelt [10].

Das Verhalten eines schubarmierten Trägers im Bruchzustand lässt sich am einfachsten durch eine fachwerkartige Tragwirkung beschreiben. Dabei bildet sich im Steg ein System von Betondruckdiagonalen und Zuggliedern in Richtung der Schubarmierung aus. Die beiden Flanschen können neben den Normalkräften je nach ihrem Zustand auch noch Querkräfte übertragen. Fig. 7 zeigt einen Träger, bei dem sich ein «Diagonalschubbereich» und ein «Biege-

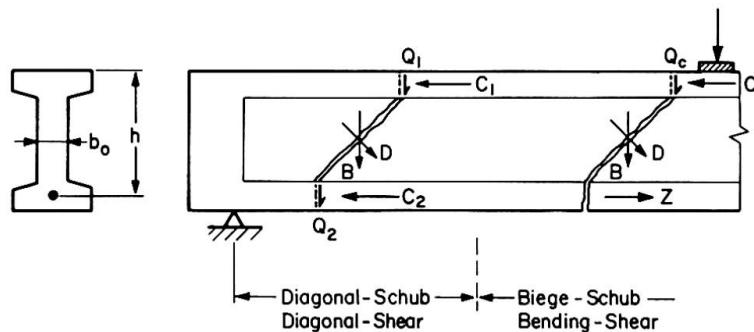


Fig. 7

schubbereich» ausgebildet haben. Im Diagonalschubbereich treten nur im Steg Diagonalrisse auf. Der Zugflansch bleibt auch im Bruchzustand durch die Vorspannung überdrückt. Daher können sowohl im Druckflansch wie im überdrückten Zugflansch Querkräfte  $Q_1$  und  $Q_2$  übertragen werden. Hingegen wird im Biegeschubbereich der Zugflansch durch einen Biegeriß durchsetzt, der sich im Steg in einem Diagonalriß fortsetzt. Somit kann praktisch nur noch die Druckzone eine Querkraft  $Q_C$  übertragen. In beiden Fällen können durch Bügel- oder Diagonalarmierung zusätzlich die Kräfte  $B$  und  $D$  aufgenommen werden. Auf Grund dieser vereinfachten Modellvorstellung sind in [10] Bemessungsregeln hergeleitet worden. Die im Bruchzustand vorhandene Querkraft  $Q$  muß durch die Summe der Schubwiderstände aufgenommen werden können:

$$Q \leq Q_C + Q_N + Q_B + Q_D . \quad (13)$$

Darin ist  $Q_C$  der Schubwiderstand der Betondruckzone:

$$Q_C = \left( 1 + \frac{V_\infty}{Z_s} \right) \tau_1 b_0 h \quad (14a)$$

jedoch im Maximum

$$Q_C = 1,5 \tau_1 b_0 h . \quad (14b)$$

Tabelle 1:  $\tau_1$ -Werte

$\beta_w$ (kg/cm <sup>2</sup> )	200	300	400	$\geq 500$
$\tau_1$ (kg/cm <sup>2</sup> )	8	10	12	14

$\beta_w$ : Würfeldruckfestigkeit des Betons nach 28 Tagen.

Die Größe von  $\tau_1$  ist nach Angabe von Tabelle 1 von der Druckfestigkeit des Betons abhängig;  $b_0$  und  $h$  sind die Stegbreite respektive die statisch wirkende Höhe des Trägers. Die Wirkung der Vorspannung kommt durch den Term  $V_\infty/Z_s$  zum Ausdruck.  $V_\infty$  ist die nach Schwinden und Kriechen noch wirksame Vorspannkraft,  $Z_s$  die Fließkraft der totalen Armierung, das heißt

$$Z_s = F_s \sigma_{sf} + F_e \sigma_{ef} \quad (15)$$

mit  $F_s$  = Querschnitt Spannstahl

$F_e$  = Querschnitt schlaffe Armierung

$\sigma_{sf}$  = Fließspannung des Spannstahles (0,2%-Streckgrenze)

$\sigma_{ef}$  = Fließspannung der schlaffen Armierung (oder 0,2%-Streckgrenze).

Der zusätzliche Widerstand im Diagonalschubbereich wird durch  $Q_N$  berücksichtigt. Diese Größe darf nur berücksichtigt werden, wenn der Zugflansch nicht gerissen ist.

$$Q_N = 0,2 \sigma_N b_0 h \quad (16)$$

worin  $\sigma_N$  die Spannung im Schwerpunkt des Querschnittes infolge der Vorspannung ist. Die Widerstände der Schubarmierung sind aus der Fachwerk-analogie unter der Annahme einer Risseneigung von  $45^\circ$  hergeleitet. Für vertikale Bügel ergibt sich

$$Q_B = \frac{F_B \sigma_{Bf} h}{t_B} \quad (17)$$

und für schräge Armierung unter einem Winkel  $\alpha$  zur Trägeraxe:

$$Q_D = \frac{F_D \sigma_{Df} h}{t_D} (\sin \alpha + \cos \alpha) . \quad (18)$$

Darin sind:

- $F_B, F_D$  = Querschnittsfläche der Bügel, beziehungsweise Schrägarbeitung
- $t_B, t_D$  = Horizontaler Abstand der Bügel, beziehungsweise der Schrägarbeitung
- $\sigma_{Bf}, \sigma_{Df}$  = Fließspannung (oder 0,2%-Streckgrenze) der Bügel, beziehungsweise Schrägarbeitung.

Ein rechnerischer Nachweis einer Schubarmierung ist nicht nötig, wenn die nominelle Schubspannung im Bruchzustand

$$\tau = \frac{Q}{b_0 h} \leq \tau_1 \quad (19)$$

ist. Wird dieser Wert überschritten, so muß die Bemessung der Schubarmierung auf Grund der Ungleichung (13) durchgeführt werden. Dabei soll aber der minimale Schubarmierungsgehalt so gewählt werden, daß

$$Q_B + Q_D \geq \frac{1}{2} \tau_1 b_0 h \quad (20)$$

ist. Schließlich sind zur Verhinderung eines Bruches der Betondruckdiagonalen folgende maximalen Schubspannungen und Abstände der Armierungselemente einzuhalten:

Normale Abstände:

Vertikale Bügel	$t_B \leq h/2$
jedoch	$t_B \leq 30 \text{ cm}$
Schräge Einlagen,	$\alpha = 45^\circ$
	$t_D \leq h$
jedoch	$t_D \leq 40 \text{ cm}$
Maximale Schubspannung	$\tau \leq \tau_2 = 4 \tau_1$

(21 a)

Enge Abstände:

$$\begin{aligned}
 & \text{Vertikale Bügel} \quad t_B \leq h/3 \\
 & \text{jedoch} \quad t_B \leq 20 \text{ cm} \\
 & \text{Schräge Einlagen, } \alpha = 45^\circ \\
 & \quad t_D \leq h/2 \\
 & \text{jedoch} \quad t_D \leq 30 \text{ cm} \\
 & \text{Maximale Schubspannung } \tau \leq \tau_3 = 5\tau_1 . \tag{21 b}
 \end{aligned}$$

Es soll hier betont werden, daß es sich nicht um eine Schubbruchtheorie handelt. Vielmehr ist es ein Vorschlag für eine einheitliche und einfache Bemessung der Schubarmierung von Platten und Balken aus Stahlbeton, Stahlbeton mit Spannzulagen (partielle Vorspannung) und Spannbeton. Der Einfluß der Vorspannung kommt sowohl im Schubwiderstand der Betondruckzone  $Q_C$ , Gleichung (14) wie auch im zusätzlichen Schubwiderstand  $Q_N$  des Diagonalschubbereiches bei überdrückter Zugzone, Gleichung (16) zum Ausdruck. Bei geneigten Spannkabeln wird ferner die vertikale Komponente der Vorspannkraft von der Querkraft abgezogen.

Ein Vergleich mit Versuchen an Stahlbeton- und Spannbetonträgern wurde in [10] durchgeführt und hat im allgemeinen Resultate auf der sicheren Seite geliefert. Für den Fall der partiellen Vorspannung sind systematische Schubversuche sehr erwünscht, um sowohl die Bemessung der Schubarmierung wie auch das Risseverhalten unter Gebrauchslast abzuklären.

### 5.3. Torsion

Die Berechnung von Stahlbetonträgern auf Torsion ist heute zu einem aktuellen Forschungsthema geworden. Wie beim Schub wurde auch bei Torsion die «Fachwerkanalogie» bisher mit Erfolg in der Bemessung der Armierung angewendet. Es darf erwartet werden, daß die laufenden Untersuchungen weitere Klärungen bringen werden.

Das Torsionsverhalten von Spannbetonträgern im Gebrauchszustand läßt sich am homogenen Querschnitt berechnen, solange die Hauptzugspannungen zu keiner Rissbildung führen. Aus diesem Verhalten läßt sich jedoch, wie auch bei Biegung oder Schub, nicht auf den Bruchwiderstand schließen. Im besonderen kann auch die für eine gewählte Bruchsicherheit notwendige Armierung nicht zutreffend bestimmt werden. Aus dieser Lage ergibt sich, daß über den Torsionswiderstand partiell vorgespannter Träger noch weniger bestimmte Angaben gemacht werden können.

### 5.4. Kombinierte Beanspruchung

In der praktischen Anwendung treten meistens kombinierte Beanspruchungen aus Normalkraft  $N$ , Biegemoment  $M$ , Querkraft  $Q$  und Torsion  $T$  auf. Gerade bei modernen, im Grundriß gekrümmten Brücken wird eine Berücksichtigung der Torsion unbedingt notwendig. Der gegenseitige Einfluß von  $N$ ,  $M$ ,  $Q$  und  $T$  auf das Bruchverhalten ist zwar unbestritten, jedoch zwingt die rechnerische Erfassung zu gröbsten Vereinfachungen. So werden nach den meisten Vorschriften für Stahlbeton und Spannbeton Biegung und Schub getrennt behandelt<sup>1)</sup>. Ebenso wird für das Torsionsmoment  $T$  eine Torsionsarmierung bestimmt und zur Biege- und Schubarmierung dazugeschlagen. Es kann erwartet werden, daß ein solches Vorgehen auf der sicheren Seite liegt, solange der Querschnitt unterarmiert ist, das heißt Bruch nicht durch die Stauchung des Betons, sondern das Fließen der Armierung eingeleitet wird. Trotzdem ist die Lage recht unbefriedigend und eine Abklärung der Interaktion zwischen den verschiedenen Beanspruchungsarten sowohl für Träger aus Stahlbeton, Stahlbeton mit Spannzulagen (partielle Vorspannung) und Spannbeton äußerst erwünscht.

## 6. Ausblick

Die vorhergehenden Betrachtungen haben gezeigt, daß die partielle Vorspannung bereits heute Anwendung finden kann. Obwohl verschiedene Fragen nur sehr lückenhaft gelöst sind, bringt sie keine neuen, unbekannten Probleme mit sich. Es wurde bereits erwähnt, daß neben der Rissekontrolle im Gebrauchs- zustand besonders die Fragen der Bemessung auf Schub, Torsion und kombinierte Beanspruchungen weiterer Untersuchungen bedürfen. Von der wirtschaftlichen Seite stellen sich ebenfalls recht interessante Probleme hinsichtlich der Aufteilung der Armierung in Spannarmierung und schlaffe Armierung, der Qualität der schlaffen Armierung usw.

Durch die Einführung der partiellen Vorspannung gewinnt der Betonbau eine neue Dimension. Sie stellt das logische Bindeglied zwischen Stahlbeton und Spannbeton her. Daß dieser stetige Übergang in sehr vielen Fällen geradezu notwendig ist, haben die einleitenden Betrachtungen gezeigt. Dem Konstrukteur werden dadurch neue Möglichkeiten gegeben, aus denen er die einfachsten und wirtschaftlichsten Lösungen auswählen kann. Bei größeren Armierungs- kräften zeigt sich schon heute, daß die Verwendung von Spannstahl gegenüber gewöhnlichem Armierungsstahl wirtschaftlich günstiger ist. Die Ausnutzung des Spannstahles erfordert aber seine Vorspannung, da sonst der Beton unzulässige Risseöffnungen zeigen würde. Auf der anderen Seite ist es aber oft nicht

---

<sup>1)</sup> Die ACI-318-63-Normen berücksichtigen bei der Schubbemessung das Momenten-Schubverhältnis  $M/Qh$  (Art. 1201 und 1701). Daneben wird aber auch eine vereinfachte Berechnung gestattet.

nötig oder unter Umständen sogar unerwünscht, den Vorspannungsgrad so hoch zu wählen, daß auch unter extremen Bedingungen eine volle Vorspannung erzielt wird. In vielen Fällen wird die partielle Vorspannung zur wirtschaftlicheren Lösungen führen. Die Spannarmierung wird dabei im wesentlichen zur Aufnahme der ständig wirkenden Lasten verwendet. Die Bruchsicherheit unter extremen Belastungen sowie die Kontrolle der Risse wird durch Hinzufügen einer schlaffen Armierung gewährleistet.

Die partielle Vorspannung wird dem Betonbau neue Möglichkeiten erschließen. Die anfänglich noch verständliche Forderung nach voller Vorspannung hat in sehr vielen Fällen zu komplizierten und teuren Lösungen geführt. Erst durch die Anwendung der partiellen Vorspannung gewinnt die Vorspanntechnik ihr ganzes Anwendungsgebiet. Es darf erwartet werden, daß sie dadurch noch eine bedeutend größere Anwendung finden wird.

### Literaturverzeichnis

- [1] EUGÈNE FREYSSINET: Textes et documents réunis et présentés par la chambre syndicale nationale des constructeurs en ciment armé et béton précontraint. Paris, 1963.
- [2] F. EMPERGER: Stahlbeton mit vorgespannten Zulagen aus höherwertigem Stahl. Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1939.
- [3] Colloque sur le béton partiellement précontraint (Bruxelles 18–19 octobre 1965). Annales des travaux publics de Belgique, No 2, 1966.
- [4] Standards und Vorschriften für Berechnung und Konstruktion; Teil I: Beton – Stahlbeton – Spannbeton. VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, 1966.
- [5] Recommandations CEB, tome I et II. Comité Européen du Béton, Paris, 1964.
- [6] B. B. BROMS: Crack Width and Crack Spacing in Reinforced Concrete Members. ACI-Journal, Vol. 62, No. 10, October 1965, p. 1237, Discussion ACI-Journal, Vol. 63, No. 6, June 1966, p. 1749.
- [7] A. BRENNISEN, F. CAMPUS, N. M. DEHOUSSE: Recherche expérimentale relative à la précontrainte partielle des poutres fléchies en béton armé. Annales de l'Institut Technique des Bâtiments et des Travaux Publics, No. 214, Octobre 1965, p. 1396.
- [8] The AASHO Road Test, Report 4: Bridge Research. Publication No. 953, National Academy of Sciences, National Research Council, Washington D.C., 1962.
- [9] D. D. MAGURA, E. HOGNESTAD: Tests of Partially Prestressed Concrete Girders. ASCE-Proc. Paper 4685, Vol. 92, STI, February 1966, p. 327.
- [10] H. BACHMANN, B. THÜRLIMANN: Schubbemessung von Platten und Balken aus Stahlbeton, Stahlbeton mit Spannzulagen und Spannbeton. Schweizerische Bauzeitung, Jahrgang 84, Nr. 33, August 1966, S. 583.