

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 8 (1968)

**Artikel:** Calcul en plasticité

**Autor:** Steinhardt, O. / Beer, H.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-8706>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 13.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

### **III**

## **Bâtiments de grande hauteur**

### **IIIa**

## **Calcul en plasticité**

O. STEINHARDT

Prof. Dr.-Ing. Dr. sc. techn. h.c., Karlsruhe

H. BEER

Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn., Graz

### **1. Introduction**

1.1. Dans le domaine de la construction, la théorie de la plasticité et du calcul à la ruine est revenue au premier plan au cours de ces dernières années. Remarquons à ce sujet que, du point de vue du physicien, il n'existe pas encore de théorie de cette sorte qui ait une valeur générale et soit pratiquement applicable. Les équations fondamentales, indépendantes des matériaux, de la mécanique des milieux continus ont bien été formulées mais, à ce jour, l'on n'a pas encore établi la loi générale des matériaux pour les déformations plastiques qui couvre les relations existant entre les contraintes, les déformations (y compris l'écroutissage), la température et leurs variations dans le temps. Un grand pas a été fait vers la formulation d'une telle loi grâce, tout particulièrement, aux travaux de A.R.GREEN et P.M.NAGHDI [1] qui ont en outre essayé, à partir des lois fondamentales de la mécanique des milieux continus, de développer une théorie générale de la plasticité qui ne contient plus qu'un nombre réduit d'hypothèses restrictives.

1.2. Pour en revenir à la construction, nous sommes amenés à constater qu'il y a longtemps déjà qu'on a mis à profit l'énergie plastique des matériaux de construction pour déterminer les charges de ruine. C'est principalement dans le cadre de l'étude de la stabilité que, tant en suivant la voie expérimentale qu'en procédant à des analyses théoriques, l'attention s'est portée sur la réserve plastique liée à la forme des sections, et l'on ne citera à ce sujet que les travaux de L. VON TETMAJER [2], F.ENGESSER [3], M.ROŠ et J.BRUNNER [4]. A l'effet,

entre autres, de simplifier le calcul, et en admettant l'hypothèse d'un matériau idéalement élastique – idéalement plastique, on a aussi appliqué le «calcul plastique» à des poutres principalement sollicitées à la flexion, notamment des poutres continues, et l'on se contentera de mentionner ici les travaux de F. STÜSSI et C.F. KOLLBRUNNER [5], G. KAZINSZY [6], N.C. KIST [7] et H. MAIER-LEIBNITZ [8].

Pour appliquer le calcul à la ruine aux aciers de construction à haute résistance, H. BEER et K. MOSER [9] ont pris pour base une loi contrainte-allongement arbitraire, et CH. MASSONNET [10] a rendu compte de l'application de la théorie de la plasticité à l'acier St 52.

## 2. Conditions et limites de l'application du calcul à la ruine

2.1. Dans le dimensionnement pratique des ossatures métalliques, on peut, avec certains types d'exécutions et pour des raisons d'ordre économique ou ressortissant au calcul et à l'exécution, abandonner totalement ou en partie les principes de la théorie classique de l'élasticité pour leur substituer ceux de la théorie de la plasticité. Le calcul effectué d'après la théorie de la plasticité donne essentiellement des réserves de résistance d'un ouvrage une idée meilleure que celle permise par la théorie de l'élasticité (dimensionnement d'après les contraintes admissibles). Si l'on veut qu'une «théorie à la ruine» puisse être maniée avec sécurité, il faut toutefois qu'un ensemble de conditions soient remplies dont les principales, brièvement exposées, sont les suivantes.

2.2. Les matériaux mis en œuvre doivent disposer d'une énergie plastique suffisante; pour cela, on peut souvent admettre une loi simplifiée, correspondant à un comportement idéalement élastique-idéalement plastique (se rendant bien sous forme analytique) en ne se servant pas des possibilités d'écrouissage en raison de la limite imposée aux déformations (jusqu'à  $\varepsilon_{Déf.} \approx 15 \varepsilon_{Elast.}$ ). Pour les aciers de construction ayant subi un recuit de détente, l'hypothèse d'une loi idéalisée élastique-plastique de déformation est vérifiée d'une façon suffisante. Dans le cas des barres avec contraintes résiduelles, il existe, comme les essais le montrent, une inflexion précoce du diagramme contrainte-allongement; le moment plastique limite dépend fortement de l'intensité et de la répartition des contraintes résiduelles à l'intérieur de la section.

2.3. Les sections adoptées doivent être dimensionnées de façon que tout phénomène d'instabilité locale, tel que voilement ou déversement, soit exclu. C'est principalement par une exécution appropriée des dalles de plancher et des parois que, dans la construction des ossatures métalliques, l'on s'oppose efficacement au déversement.

2.4. Pour calculer la résistance limite, les déformations doivent être classées en deux groupes selon qu'elles résultent de sollicitations élastiques ou de sollicitations plastiques. C'est ainsi, par exemple, qu'avec un cadre multiple libre-

ment déformable il serait en soi nécessaire, après la formation de chaque articulation plastique nouvelle, de calculer la résistance au flambement et la grandeur des déformations conformément à la théorie de l'élasticité du II<sup>e</sup> ordre, puis d'évaluer les déformations plastiques s'y ajoutant et de comparer la somme ainsi obtenue à une déformation admissible, avant de laisser se former d'autres articulations plastiques. Car les restrictions qu'impliquent de nombreux procédés de calcul, qui excluent les phénomènes d'instabilité jusqu'à ce que soit formée un mécanisme de rotules plastiques, peuvent ne pas être toujours vérifiées dans la pratique. On n'a pu encore, d'après la théorie de la plasticité du II<sup>e</sup> ordre, élucider le problème de la «divergence d'équilibre», due à un changement de la figure de flambement, ni prendre en compte le flambement éventuel en dehors du plan du cadre, car à cet égard la principale pierre d'achoppement a été la condition de l'économie de calcul qui est un avantage important du calcul plastique.

2.5. Lors de la formation des rotules plastiques, notamment dans le cas des cadres à étages multiples; il n'existe que rarement une continuité totale dans les sections des assemblages des traverses ainsi que dans celles des pieds et des têtes des poteaux, ce qui fait qu'il est important de faire entrer en ligne de compte la déformabilité des assemblages dans le calcul. Ceci est valable tant pour les coins de cadres soudés que pour les assemblages HR à plaques de tête.

Comme les calculs de J. OXFORD [11] et de U. VOGEL [12] l'ont montré, l'extension des zones plastiques à proximité immédiate de la rotule plastique théorique ne joue généralement un rôle que dans le cas de sections, relativement rares en construction métallique, ayant d'importantes réserves plastiques. Elle peut toutefois prendre également de l'importance, avec un diagramme des moments très plat, lorsque des domaines couvrant une grande longueur se trouvent dans un état partiellement plastique. Il en est notamment ainsi lorsque les rotules plastiques se forment au milieu des traverses et non pas aux coins du cadre. Ainsi que H. BEER et K. MOSER [9] l'ont montré, on peut associer ces régions à une déformation correspondante du diagramme des moments.

2.6. A propos du calcul des ouvrages formés de barres il semble nécessaire d'attirer une nouvelle fois l'attention sur le fait que, lorsqu'on applique la théorie du calcul à la ruine, il n'est *pas possible* de superposer les états de chargement, par suite des variations qui chaque fois affectent l'ordre de formation des rotules dans le système.

### **3. Méthodes connues d'étude des cadres à étages multiples d'après le calcul à la ruine (de II<sup>e</sup> ordre)**

3.1. Il n'est prévu d'aborder au cours du 8<sup>e</sup> Congrès que les ossatures d'immeubles élevés et élancés, principalement sans appuis intérieurs et avec ou sans

voiles porteurs muraux et de plancher. Avant d'en venir à ces types particuliers, il semble utile de revenir brièvement au développement de la théorie du calcul à la ruine des cadres à étages multiples pour, ensuite, considérer ses possibilités d'application aux types de constructions à envisager.

Dans les calculs effectués d'après la théorie de la charge limite, il est fondamental d'opérer une distinction entre les problèmes simples (par exemple ceux relatifs aux poutres essentiellement sollicitées à la flexion) et les problèmes où il y a lieu de faire intervenir la stabilité (par exemple à l'endroit des cadres à étages multiples). Dans ce dernier cas, les études doivent être conduites, tant dans le domaine élastique que dans le domaine plastique, en appliquant la théorie du second ordre.

Si ce calcul effectué d'après la théorie du II<sup>e</sup> ordre se trouve très sensiblement simplifié, dans le domaine élastique, par l'emploi des tables numériques de E. CHWALLA [13] et de E. SCHABER [14] pour les fonctions de stabilité, il devient très compliqué et laborieux dans le domaine plastique, de sorte qu'il apparaît opportun de procéder à une estimation de la charge limite à partir des résultats obtenus en appliquant la théorie de l'élasticité du II<sup>e</sup> ordre et la théorie de la plasticité du I<sup>er</sup> ordre. D'après N. DIMITROV [15], on a :

$$P_{el} < P_{kr} < P_{pl} < P_K$$

avec

$P_{el}$  = Charge limite d'après la théorie élastique des contraintes du II<sup>e</sup> ordre, caractérisée par la première apparition de la limite élastique dans la fibre limite d'une section. Il est commode d'effectuer le calcul en utilisant les fonctions de stabilité dont on a parlé plus haut.

$P_{kr}$  = Charge critique limitant la résistance du système (charge de ruine).

$P_{pl}$  = Charge limite telle que définie par une méthode de calcul plastique en se référant à un mécanisme cinématique (Théorie de la plasticité du I<sup>er</sup> ordre).

$P_K$  = Charge de flambement idéalement élastique correspondant à une figure de flambement antisymétrique.

3.2. La détermination de la charge critique à partir d'une estimation basée sur un calcul élastique et un calcul plastique a été effectuée par M. R. HORNE et W. MERCHANT [16] qui, pour ce faire, expriment comme suit la formule empirique de RANKINE donnant la charge critique de flambement d'un système de barres dans le domaine élasto-plastique :

$$P_{zul} \left( \frac{1}{P_{kr}} \right) = P_{zul} \left( \frac{1}{P_K} + \frac{1}{P_{pl}} \right)$$

$$\text{et } \frac{1}{\nu_{kr}} = \frac{1}{\nu_K} + \frac{1}{\nu_{pl}} \quad \text{ou} \quad \nu_{kr} = \frac{\nu_{pl}}{1 + \frac{\nu_{pl}}{\nu_K}}$$

où :

$P_{zul}$  = Charge admissible

$\nu_{kr}$  = Coefficient de la charge critique de flambement dans le domaine élasto-plastique.

$\nu_K$  = Coefficient de la charge critique de flambement dans le domaine élastique (un calcul approché est suffisant du fait que  $\nu_K > \nu_{pl}$ ).

$\nu_{pl}$  = Coefficient de charge correspondant à l'atteinte de la charge d'écrasement (en supposant une section constante).

Une amélioration est proposée par W. MERCHANT [16] qui, au lieu de la charge d'écrasement, adopte une charge idéalement plastique modifiée faisant intervenir les déformations des barres voisines demeurées élastiques.

Un grand nombre d'essais permettent de tenir cette formule empirique pour satisfaisante; son application se limite toutefois aux ouvrages dans lesquels la figure de flambement correspondant au premier état de charge critique dans le domaine élastique concorde sensiblement avec celle relative au mécanisme idéalement plastique.

Pour justifier l'application de cette formule empirique, les auteurs cités plus haut évoquent, entre autres, la multiplicité des «imperfections» possibles dont l'influence ne peut être évaluée de façon rigoureuse qu'en soumettant à l'analyse statistique un plus grand nombre de résultats expérimentaux. A cet égard, la communication de nouveaux résultats d'essais serait d'un grand intérêt.

R. H. WOOD [17] se déclare pour l'essentiel d'accord en ce qui concerne l'application de cette formule mais propose de faire intervenir la disposition locale des charges dans la formule et veut limiter son application exclusivement aux cadres fléchis autour de l'axe à inertie max. De plus, à son avis, la diminution de la charge limite réelle est surestimée lorsque la charge élastique critique a une valeur faible. A. HRENNIKOFF [18], entre autres remarques, souligne le caractère incomplet de la formule qui ne tient pas compte du flambement de torsion latéral ni des instabilités locales, phénomènes que M. R. HORNE et W. MERCHANT [16] ont manifestement laissés délibérément de côté, et met à certains égards en doute le fondement de la formule de RANKINE.

3.3. Un autre procédé de calcul simplifié a été indiqué par W. MERCHANT [19] à partir du diagramme charge-déformation représenté à la figure 1 ainsi que, sous une forme développée, par J. OXFORD [20]. En appliquant la loi de Hooke jusqu'à la limite élastique  $\sigma_F = P_F/A$ , la limite supérieure de la charge admissible est atteinte avec cette limite élastique. Comme on exige une sécurité  $\nu_F$  à l'égard de cette limite, on dispose encore jusqu'à la rupture d'une réserve de sécurité  $(\nu_{kr} - \nu_F)$  qui dépend des facteurs suivants: valeur des réserves plastiques disponibles dans les parties de l'ensemble du système de barres d'abord faiblement sollicitées, valeurs des rapports entre les moments, les efforts normaux et les efforts tranchants, diagramme contrainte-déformation réel de l'acier et contraintes résiduelles dans les sections.

Les courbes de type qualitatif tracées sur le diagramme charges-déformations

correspondent au calcul effectué d'après la théorie de l'élasticité du 1<sup>er</sup> ordre (courbe 1), la théorie de l'élasticité du II<sup>e</sup> ordre (courbe 2), la théorie de la plasticité du I<sup>er</sup> ordre avec mécanisme de rotules plastiques (courbe 3) et la théorie de la plasticité du II<sup>e</sup> ordre (courbe 4). Le point d'intersection  $G$  des courbes 2 et 3 donnerait une première approximation de la charge critique. W. MERCHANT [19] propose d'affecter un coefficient multiplicatif (par exemple  $n = 2$ ) aux déformations (sur la courbe 2) de façon à obtenir une courbe charge-déformation plus plate. Ce coefficient  $n = 2$  ne peut être valable que d'une façon limitée. Sur la base d'une série d'essais, W. MERCHANT [19] montre encore que le rapport  $P_{kr}/P_G$  est approximativement constant, ce qui l'amène à adopter la formule suivante :

$$P_{kr} = \beta P_G .$$

La formule est souvent satisfaisante, mais il y a des cas où  $P_G$  est voisin de  $P_F$ , ce qui entraînerait  $P_{kr}$  inférieur à  $P_F$ , un résultat dépourvu de sens. C'est pour cette raison que J. OXFORD [20] propose la formule modifiée suivante :

$$P_{kr} = P_F + \alpha(P_G - P_F) .$$

Il conviendrait d'étayer par de nouveaux calculs de la charge limite et par des essais supplémentaires la valeur  $\alpha = 0,5$  qu'il indique. Il serait souhaitable que des communications fussent présentées sur ce sujet au 8<sup>e</sup> Congrès.

3.4. Sur la base des hypothèses restrictives énoncées aux paragraphes 2.2 à 2.4 du chapitre 2, U. VOGEL [12] a établi une méthode par itération. A partir du choix arbitraire d'un mécanisme de rotules plastiques cinématique dans un ouvrage en cadre, il parvient à la formulation générale des conditions relatives à la charge limite d'après la théorie de la plasticité du II<sup>e</sup> ordre en établissant un système d'équations transcendantes non linéaires devant donner le « coefficient de charge critique » et prenant en compte les conditions d'équilibre et de compatibilité du système. Ce système d'équations, non résoluble sous une forme explicite, est résolu par itération. Le premier pas de calcul s'effectue selon la méthode bien connue « des essais » ou la « combinaison de mécanismes cinématiques » (conformément à la théorie de la plasticité du I<sup>er</sup> ordre). Au terme de chaque calcul de la charge limite, il y a lieu, chaque fois, de contrôler les déformations pour vérifier l'endroit où se situe la rotule plastique qui est apparue en dernier (car l'hypothèse faite à cet égard détermine l'une des équations du système d'équations) ainsi que de vérifier l'équilibre statique, pour contrôler la validité de l'analyse.

Les résultats de ces calculs par approximations successives sont comparés au calcul rigoureux exécuté par J. OXFORD [11], et il ressort de cette comparaison qu'ils se situent, aux dépens de la sécurité, autour d'au plus 5% pour les sections en double-té (qui possèdent des réserves plastiques relativement faibles) et d'au plus 15% dans le cas des sections rectangulaires (avec des ré-

serve plastiques importantes), avec toutefois possibilité de compensation par un coefficient de sécurité plus élevé (conformément à la proposition faite par l'auteur cité). Le procédé apparaît comme parfaitement approprié à l'emploi des calculateurs électroniques.

Tout récemment, en 1965, la Lehigh University a publié des «Lectures Notes» complétées par des «Design Aids» [33] sur le «Calcul plastique des cadres à étages multiples» et l'on y trouve exposées d'autres méthodes de calcul par itération des cadres étagés de grande hauteur, déformables latéralement; ces méthodes reposent sur deux principes différents:

- a) On procède à un dimensionnement préalable à partir exclusivement des charges verticales pour, ensuite, calculer les déformations dues au vent et aux charges verticales. Après vérification des sollicitations définies en premier lieu et de celles trouvées ensuite, on détermine – éventuellement en procédant à une autre itération – les sections à donner aux éléments.
- b) On admet certaines déformations possibles des barres puis, sur cette base, l'on procède au dimensionnement pour les charges existantes. On exécute alors un calcul par itération, selon la méthode d'ENGESSER-VIANELLO, en poursuivant jusqu'à ce que les valeurs trouvées coïncident approximativement avec les déformations estimées.

De ce qui vient d'être dit ci-dessus, il ressort que l'on ne saurait considérer comme close la question du calcul à la ruine des ossatures en cadres et, par conséquent, qu'il serait très souhaitable que des contributions à ce problème fussent présentées en rapport avec les types d'ouvrages décrits au chapitre 4.

3.5. La situation est plus simple en ce qui concerne les ouvrages comportant un noyau de renforcement qui, conjointement avec les planchers rigides, s'oppose aux déformations horizontales de l'ossature. Ce type de construction a été étudié par exemple par W. PELIKAN et U. VOGEL [21]. Si l'on admet que les efforts horizontaux (le vent, par exemple) sont repris totalement par le noyau, il ne reste plus alors comme sollicitations des poteaux, outre les pressions du vent locales, que les efforts verticaux ainsi que les moments d'encastrement qui résultent de l'assemblage rigide avec les dalles en béton. Cet encastrement peut se faire par appui direct, sans articulation, des planchers sur les semelles de tête et de base des poteaux ou bien, dans le cas de poteaux continus, par encastrement dans les planchers en béton. Il peut ici y avoir des traverses spéciales, ou elles peuvent être totalement absentes, et les poteaux assurer la transmission des efforts en liaison avec les dalles de plancher.

La théorie de la plasticité nous enseigne que, dans ces deux cas, on peut calculer les poteaux comme étant articulés en haut et en bas, car ils ne perdent pas leur résistance avec la formation de rotules plastiques à leurs extrémités inférieure et supérieure. Pour ce type spécial de poteaux, U. VOGEL [12/21] a établi un principe de calcul particulier qui consiste à introduire en tant que sollicitation des poteaux, outre l'effort normal, un angle de rotation aux extrémités qui peut être calculé approximativement comme angle de rotation du

plancher d'étage admis simplement appuyé, étant donné que la rigidité du plancher de béton est très grande par comparaison à celle du poteau métallique.

L'auteur part de l'état d'équilibre du système et du poteau au moment où est atteinte la charge critique pour établir une équation implicite correspondant au système déformé (d'après la théorie du II<sup>e</sup> ordre) et, à partir de cette équation, calculer le rapport critique des contraintes  $\kappa = \sigma_{kr}/\sigma_F$  en fonction de l'élancement  $\lambda$ . Les résultats de ces calculs sont donnés dans des diagrammes correspondant aux sections en double-té et rectangulaires. Entre autres choses, il montre, à partir des règles de calcul allemandes DIN 4114, que pour des élancements moyens ( $20 < \lambda < 60$ ) et de petits angles de rotation (c'est-à-dire des planchers en béton de portée  $l < 7$  m) on peut obtenir des solutions un peu plus économiques en utilisant le calcul plastique au lieu d'effectuer le calcul en prenant comme base une barre articulée. Ces résultats sont mis en comparaison avec des procédés de calcul plus précis et étayés de résultats expérimentaux, et l'on constate une concordance assez satisfaisante.

D'autres chercheurs [33] surtout américains, ont également suivi cette voie pour arriver à dimensionner les barres par l'intermédiaire du calcul de l'angle de rotation de l'extrémité des barres effectué sur des systèmes équivalents (subassemblages) dans le domaine de la construction entièrement métallique. Pour ceci, on fait principalement apparaître des rotules plastiques dans les traverses grâce à un dimensionnement approprié.

3.6. Parmi les autres méthodes de calcul des cadres à étages multiples, il convient de citer la «Cambridge Methode», décrite par R.H. WOOD [17], qui tient compte du problème de la stabilité au flambement mais présuppose également l'absence de déformabilité latérale de la part des cadres. Cette méthode consiste, d'une part, à dimensionner les traverses de façon que des rotules plastiques se forment dans le voisinage immédiat des poteaux et, d'autre part, à dimensionner les poteaux de manière à pouvoir vérifier les contraintes en restant dans le domaine élastique, ce qui est de nature à influencer défavorablement sur les conditions économiques.

Il serait à cet égard intéressant de présenter des résultats expérimentaux et les observations auxquelles les méthodes de calcul en question ont pu donner lieu ainsi, le cas échéant, que de proposer les améliorations qui pourraient être apportées.

3.7. Pour clore ce chapitre, revenons-en encore à l'importance et aux avantages des procédés de calcul (des méthodes itératives, notamment) qui se prêtent à l'emploi des calculatrices électroniques dans la recherche des solutions. Il y a nombre de procédés de calcul connus du domaine de la statique, développés dans le passé, qui ne sont pas appropriés à la mise en œuvre de ces calculateurs pour cette raison, entre autres, que le rapport temps d'introduction des données/temps de calcul est très défavorable eu égard au rendement de l'ordinateur. D'où la nécessité de songer aussi à l'emploi des calculateurs, et

pas seulement aux aspects scientifiques, quand on élabore de nouvelles méthodes de calcul.

C'est ainsi que, tout récemment, M. R. HORNE et K. J. MAJID [22] ont spécialement mis au point pour le calcul électronique un procédé par itération qui permet de calculer les cadres à étages multiples (y compris ceux comportant des barres obliques) en tenant compte des phénomènes d'instabilité. Pour ce faire, ces auteurs partent d'une équation matricielle qui renferme les charges, les conditions de compatibilité, les déplacements des barres et des nœuds. Il y est montré que même si, en première approximation, on suppose qu'il existe une relation linéaire entre les charges et le moment fléchissant, la convergence reste bonne. Comme limitation, il est imposé, d'une part, qu'il ne se produit aucune rotation plastique sous les charges de service et, d'autre part, qu'également après la multiplication par le coefficient de charge admissible (par exemple  $\nu = 1,4$  dans le cas de charge II selon les règles anglaises) il ne puisse apparaître aucune rotule plastique dans un poteau. Une fois effectué le calcul par itération, il faut encore exécuter un calcul élasto-plastique précis pour vérifier la résistance du cadre.

#### **4. Discussion des méthodes de construction usuelles, actuellement appliquées aux bâtiments de grande hauteur, eu égard aux possibilités d'application du calcul à la ruine**

4.1. C'est encore d'après la théorie de l'élasticité du II<sup>e</sup> ordre que, dans la pratique, l'on calcule pour le moment le plus souvent les ouvrages en cadre à étages multiples librement déformables du type représenté à la Fig. 2. Dans les publications de W. MERCHANT et M. R. HORNE [16], E. CHWALLA [13] et E. SCHABER [14], on essaie de tenir compte des zones plastiques en introduisant, à la place du module d'élasticité  $E$ , une valeur plus faible pouvant être par exemple, d'après F. R. SHANLEY [23], la grandeur  $E_1(\sigma)$  ou, selon F. ENGESSER [24], le module de flambement  $T(\sigma)$ , et en prenant également, pour les déformations de cisaillement, le module de cisaillement  $G$  dans le domaine plastique en fonction du module  $T(\sigma)$  et  $E_1(\sigma)$ .

Dans des méthodes de calcul plus récentes on essaie maintenant, en recourant partiellement à des procédés itératifs ou par approximation (cf. 3.2, 3.4, 3.7) comportant des hypothèses fortement restrictives, d'entreprendre aussi l'étude de la stabilité sur des systèmes qui se trouvent transformés du fait de la formation de rotules plastiques. C'est surtout avant l'atteinte du stade final des «mécanismes d'articulations plastiques» que l'étude du système modifié par les sections plastifiées semble revêtir la plus grande importance. Une étude de cette sorte est faite par H. BEER [25] sur un nœud de cadre à barres multiples, compte tenu de toutes les imperfections et sur la base d'une loi contrainte-déformation arbitraire.

Comme on l'a déjà dit à la section 2.4, le problème de la divergence d'équilibre due à un *changement* de la figure des déformations n'a pas encore jusqu'à présent été analysé par la théorie de la plasticité du II<sup>e</sup> ordre. Ce qui serait particulièrement utile à ce sujet, ce serait de chercher si la charge critique est atteinte *avant* que se forme le mécanisme des rotules plastiques. A cet effet, E. CHWALLA [26] a déjà proposé d'utiliser un mode de charge fictif, en admettant que la totalité des charges s'appliquent aux nœuds pour, avec ce mode de charge, effectuer une étude de la stabilité. On ne peut guère encore à vrai dire faire état d'une simplification du calcul étant donné qu'il faut, une fois effectué le calcul basé sur la théorie de la plasticité, en exécuter un autre d'après la théorie de l'élasticité.

4.2. Un autre mode de construction des bâtiments élancés consiste à appuyer latéralement les cadres, à certains étages ou à tous les étages, sur des voiles de plancher horizontaux (planchers massifs ou contreventements), ces voiles de plancher transmettant leurs efforts horizontaux à des voiles verticaux de pignons ou intermédiaires. Alors que l'ossature en cadre représentée à la *Fig. 3a* comporte un seul noyau central, celle de la *Fig. 3b* est raidie par deux noyaux, ainsi qu'on le prévoit normalement pour les bâtiments de grande longueur. A la *Fig. 4a*, on voit deux contreventements verticaux qui assurent un appui élastiquement déformable aux montants du cadre. On obtient donc le modèle théorique représenté à la *Fig. 4b* où l'on a à déterminer la constante du ressort sous la forme d'une fonction non linéaire de la rigidité et des surcharges du système constitué par les voiles horizontaux et verticaux.

A ce sujet, avant qu'on puisse en venir au calcul plastique proprement dit et à l'établissement de méthodes de calcul appropriées à l'ossature en cadre, il se pose donc tout d'abord le problème de la répartition des charges sur le système cadre et voiles en présence d'un chargement horizontal de l'ouvrage. Des calculs comparatifs de la rigidité, effectués conformément à la théorie du II<sup>e</sup> ordre sur un cadre à deux montants et deux étages avec et sans contreventement en treillis, ont montré que, lorsque le système est sollicité par une force horizontale représentant 10% des efforts verticaux (et supposée appliquée aux nœuds), le treillis était 8 fois plus rigide que le cadre.

Dans le domaine plastique, ce rapport devient sans aucun doute encore plus défavorable au cadre, mais il est cependant possible de le modifier fondamentalement si l'on fait en sorte que les voiles verticaux ne s'étendent pas sur toute la largeur du bâtiment, c'est-à-dire qu'ils soient plus étroits, ainsi qu'il en est dans les cages d'escalier et d'ascenseur. Le rapport des rigidités horizontales du cadre et des voiles peut alors atteindre approximativement la valeur de 1:3.

L'application du calcul plastique aux ouvrages en cadre est un problème qui a déjà été discuté. Nous devons en revanche parler de son application aux treillis à propos du mode de construction dit «en boîte» (voir 4.3).

Le déformabilité latérale peut également être diminuée par les *éléments de*

*remplissage*: planchers et parois. R. H. WOOD [17] a déjà reconnu ce fait sur la base de rapports portant sur des ouvrages réalisés, d'essais ainsi que de calculs se rapportant aux actions mixtes. Ces effets tendant à augmenter la rigidité peuvent être classés en trois catégories:

- a) Modification de la charge sur les traverses due à une répartition différente provoquée par les dalles de plancher et les parois. Si de ce fait, comme on l'a en effet constaté expérimentalement, il y a pour les traverses élancées une diminution de l'intensité des charges au milieu de la travée, il en résulte une modification des moments d'encastrement dus à la charge appliquée sur la traverse, et les sollicitations auxquelles les poteaux sont réellement soumis sont plus faibles que les valeurs données par le calcul (voir également les règles françaises).
- b) Rigidité supérieure des traverses eu égard aux rotations aux nœuds du fait que l'action mixte acier-béton des dalles de plancher ou d'un éventuel chemisage n'est pas systématiquement prise en compte.
- c) Réduction de la déformation latérale par suite du soulagement des cadres dû aux éléments de parois. Des essais ont permis de constater que les déformations latérales diminuaient sensiblement et que la résistance de l'ossature augmentait d'autant si l'on solidarisait les parois (même celles de construction légère) et les cadres voisins.

R. H. WOOD [17] estime que le soulagement de l'ossature porteuse dû aux éléments de remplissage pourrait suffire à compenser la différence existant entre la charge de flambement effective d'un cadre élasto-plastique et celle calculée d'après la théorie de la plasticité du 1<sup>er</sup> ordre. Il est bien certain que les forces de rappel suffisant à assurer la stabilité d'un cadre latéralement déformable sont très faibles, mais il n'en demeure pas moins que les effets qui ont été observés et les résultats expérimentaux requièrent encore une justification plus poussée. Une attention particulière devrait être donnée aux recherches entrant dans ce cadre en vue du 8<sup>e</sup> Congrès, et à cet égard un grand intérêt s'attache aux observations et mesures faites sur des ouvrages existants.

4.3. Si un ouvrage est exclusivement constitué par des éléments du type voile assemblés les uns aux autres de façon à résister aux cisaillements et que ces voiles sont disposés, à la façon d'une boîte, dans des plans dont trois au moins ne sont pas parallèles, on peut dire qu'il s'agit d'une construction du type «boîte». A la *fig. 5a*, le pourtour du bâtiment est formé de quatre voiles en treillis dont les diagonales s'étendent sur plusieurs étages, de sorte que les dalles de plancher ou les montants intermédiaires introduisent les charges aux nœuds du treillis des voiles muraux. L'exécution représentée à la *fig. 5b* comporte des cadres à cellules multiples et nœuds rigides qui, statiquement, remplacent des voiles, même si leur rigidité est sensiblement inférieure à celle de voiles pleins.

A l'aide des calculateurs électroniques, il devrait être possible de calculer les ouvrages en cadre de cette sorte, et ce, même, en tenant compte des pro-

blèmes de stabilité; l'ensemble du système pourrait parfois être représenté de façon simplifiée en introduisant un voile équivalent de mêmes déformations au cisaillement et à la flexion.

Dans le mode de construction «en boîte» également, on peut bien entendu utiliser concurremment les noyaux et les voiles extérieurs pour reprendre les efforts horizontaux, les voiles de plancher horizontaux assurant la liaison dans l'espace. A ce sujet, il serait nécessaire d'effectuer des recherches sur l'application de la théorie de la plasticité à la résolution des problèmes suivants: Effets de cadre dans les treillis; Réduction des longueurs de flambement des barres des treillis due aux encastremements; Prise en compte plus précise des déformations différentes subies par les cadres ou les treillis selon que le noyau est plus ou moins rigide, problèmes qui ont déjà été évoqués à la section 4.2.

4.4. Parmi les systèmes qui ont été décrits, ceux correspondant au type représenté à la *fig. 3* sont dès à présent très couramment utilisés. Il y a de multiples raisons d'ordre constructif à cela, mais ce choix peut aussi être dû à la simplicité des conditions statiques qui tient au fait que les efforts du vent sont presque complètement absorbés par les noyaux et que, par conséquent, l'on peut considérer les cadres comme horizontalement non déformables.

Ces cadres à nœuds indéformables s'assortissent de trois mécanismes de ruine possibles:

- a) «mécanismes de poutres», traverses faibles et poteaux robustes;
- b) «mécanismes de cadres», traverses robustes et poteaux faibles;
- c) rigidités des traverses et des montants approximativement du même ordre de grandeur.

Les cas a) et c) sont justiciables du calcul plastique conforme à la théorie du I<sup>er</sup> ordre étant donné que, du fait de la faible valeur des efforts normaux dans les traverses, on peut négliger l'effet des déformations sur la charge limite des «mécanismes de poutres». Si toutefois – comme dans le cas b) – il y a ruine des montants des cadres, c'est la théorie du II<sup>e</sup> ordre qu'il convient d'appliquer.

## 5. Chargements et déchargements répétés

5.1. Deux cas se présentent ici qui peuvent provoquer la ruine de l'ouvrage:

- a) Fatigue des matériaux due à un nombre très élevé de cycles;
- b) Instabilité engendrée par l'accroissement des déformations permanentes à chaque renversement des efforts.

5.2. Dans le cas ici envisagé des bâtiments élancés, ce n'est que de manière tout à fait exceptionnelle qu'intervient la ruine par fatigue, par exemple lorsque des installations mécaniques, telles que des ascenseurs, situées dans une partie de l'ouvrage sollicitent certaines pièces bien déterminées avec un nombre élevé de cycles. En général, les variations des efforts du vent ne provoquent pas de fatigue des matériaux car les efforts statiques dus à la pression du vent sont

fixés à une valeur si élevée que le nombre de répétitions d'efforts (cycles de chargement et déchargement complets et inversion complète de la direction du vent) n'est que relativement faible. C'est dans le cadre du Thème IIIc qu'on examinera plus en détail si une fatigue des matériaux peut être causée par des vibrations engendrées par les impulsions dues aux poussées du vent. Aucune fatigue des matériaux ne peut non plus, normalement, résulter des variations des surcharges dans les constructions à usage d'habitation, de bureaux ou commercial, car il n'y a pas lieu de s'attendre à ce que des cycles complets de chargement et de déchargement se reproduisent de nombreuses fois en une journée, mais il n'en demeure pas moins que des utilisations spéciales de certaines parties du bâtiment peuvent en provoquer la fatigue.

Il n'apparaît donc pas nécessaire d'étudier particulièrement ce problème au Congrès.

5.3. L'instabilité *de déformation* provient d'une intensification progressive des déformations qui résulte des variations répétées de la plastification de certaines sections et qui conduit inéluctablement à la ruine de l'ouvrage. Jusqu'à ce que soit atteint l'état de charge auquel commence l'instabilité de déformation, le système, après l'accroissement initial des déformations permanentes, se comportera finalement à nouveau élastiquement. Le système se débarrasse de ces déformations permanentes (shake down). C'est M. GRÜNING [27] qui, le premier a signalé ce fait. Ses travaux ont été étendus par E. MELAN [28] aux systèmes hyperstatiques quelconques et encore développés par B. G. NEAL [29] et M. R. HORNE [30] entre autres. L'état de charge qui correspond à la limite de l'instabilité de déformation dépend de la structure statique du système et de la valeur du moment plastique dans certaines sections critiques. Il se produira en général également une disparition des déformations plastiques dans les ossatures des immeubles élancés de grande hauteur, ce qui fait qu'on peut les considérer comme stables aux déformations. Il convient toutefois, dans les cas douteux, d'entreprendre une étude en vue de s'assurer de la stabilité aux déformations lorsqu'il s'agit de systèmes en cadres de type particulier. A cet effet, il est nécessaire de tenir compte des contraintes résiduelles qui sont engendrées dans les pièces par suite du laminage et du soudage.

Il serait utile de voir aussi traiter ce thème au Congrès et, principalement, d'élucider la question de savoir si et dans quelles conditions l'instabilité de déformation peut se manifester dans les immeubles élancés de grande hauteur.

## 6. Déformations dues aux charges statiques

6.1. C'est en se plaçant aux points de vue du revêtement et des utilisations particulières envisagées que l'on a surtout à examiner si la serviceabilité de l'ouvrage pourrait se trouver affectée par des déformations excessives survenant préalablement à la ruine. C'est ainsi que des déformations excessives de l'ossa-

ture peuvent affecter les murs et les façades en verre et, partant, provoquer des dommages importants. Les déformations dues aux facteurs dynamiques et leurs effets sont traités dans le cadre du Thème III c.

6.2. Toute une série de méthodes ont été élaborées pour le calcul des déformations dans le domaine élastique et dans le domaine plastique. Si l'ordre de formation des rotules plastiques est connu, il est particulièrement avantageux de calculer les déformations pas à pas (step-by-step deflections). Généralement, ce n'est qu'avec les états de charge qui précèdent de peu la formation d'un mécanisme cinématique qu'apparaissent les déformations excessives qui limitent la serviceabilité de l'ouvrage, mais un intérêt tout particulier pourrait éventuellement s'attacher à des recherches portant, à ce sujet, sur certains types déterminés de constructions. Il y aurait lieu ici d'examiner également si la sécurité contre l'apparition de déformations dépassant les limites admissibles ne pourrait pas être admise inférieure à celle relative à la ruine du système par suite de la formation d'un mécanisme instable ou du fait de l'instabilité de déformation.

Le diagramme charges-déformations permet aussi d'estimer l'état de charge auquel on prévoit qu'apparaîtra la première articulation plastique. Cet état ne peut être déterminé de façon absolument précise car le «coefficient de charge» inclut les incertitudes qui résultent des hypothèses du calcul et de celles relatives aux charges ainsi que de la dispersion de la limite élastique, en premier lieu du fait de l'absence d'homogénéité des sections et des contraintes résiduelles. Il est cependant sans importance que certaines fibres d'une section se plastifient à une valeur inférieure à la charge de service, et l'on peut très bien considérer que ces plastifications locales représentent une caractéristique et l'aide la plus précieuse pour éviter les contraintes extrêmes en construction métallique.

Des études particulières seraient très utiles à ce sujet, ainsi que les avis qui pourront être exprimés.

6.3. Ainsi qu'il a déjà été dit à la section 2.2, l'hypothèse de rotules plastiques continuant d'opérer jusqu'à la ruine présuppose que l'écoulement est suffisant pour permettre la rotation forcée des rotules, et une étude spéciale pourrait être nécessaire pour voir s'il en est bien ainsi dans chacune des constructions considérées.

## **7. Coefficient de sécurité et coefficient de charge**

7.1. Le coefficient de charge vise à couvrir la différence qui existe entre, d'une part, les hypothèses adoptées pour le calcul et le dimensionnement ainsi que les idéalizations admises et, d'autre part, la réalité. Il lui faut donc prendre en compte toutes les incertitudes dont procèdent les hypothèses de charge, les principes du calcul, l'exécution et les propriétés des matériaux. On a déjà discuté de ce problème lors de plusieurs congrès de l'AIPC, et l'on se bornera

donc ici à exposer brièvement les points de vue relatifs à la *construction des immeubles de grande hauteur*.

7.2. Hypothèses de chargement: Alors qu'en général il est possible de déterminer assez précisément le poids propre des éléments de construction et des aménagement, des incertitudes importantes affectent la détermination des surcharges. En ce qui concerne les surcharges correspondant aux utilisations courantes des bâtiments, on dispose bien de données statistiques, mais celles-ci permettent seulement d'obtenir des valeurs dont on sait qu'elles ont une probabilité déterminée de ne pas être dépassées. Selon la valeur de la probabilité associée à leur dépassement, il faut, en prévision des surcharges possibles, inclure une réserve dans le coefficient de charge. La Convention européenne de la construction métallique recommande d'affecter un coefficient de 1,33 aux surcharges réglementaires.

Ce n'est que pour la toiture que la charge de neige des ossatures élevées a de l'importance, mais les poussées du vent en ont une qui est déterminante. Les règles en usage dans les différents pays admettent généralement pour les pressions du vent une valeur maxima qui est déterminée à partir des observations météorologiques mais que l'on ne peut cependant tout de même pas considérer comme correspondant à un vent catastrophique. Il convient donc là aussi d'appliquer un coefficient, et on l'a pris égal à 1,5. Il semble toutefois un peu élevé si l'on songe que, dans les immeubles de grande hauteur, les éléments de revêtement assurent un raidissement dont on ne tient généralement pas compte dans le calcul. Les contraintes thermiques peuvent accélérer la formation des rotules plastiques et abaisser la limite de stabilité. Ces contraintes n'entrent évidemment pas dans le calcul de la charge limite effectué d'après la théorie du 1<sup>er</sup> ordre.

7.3. Il est opportun de traiter globalement les incertitudes relatives aux principes du calcul et à l'exécution. En ce qui concerne les bases du calcul, nous nous contenterons de renvoyer aux développements du chapitre 2. Pour ce qui est de l'exécution, on admet en général, comme dans le cas ici considéré des ossatures d'immeubles de grande hauteur, un encastrement *rigide* des montants des cadres dans les fondations, mais cet encastrement est en réalité plus ou moins *déformable*. On admet généralement aussi que les nœuds des cadres sont rigides, et cela non plus n'est pas tout à fait exact. Comme O. STEINHARDT [31] l'a montré sur l'exemple concret des attaches par plaques de tête boulonnées HR, l'encastrement élastiquement déformable peut entraîner une diminution des moments d'angle atteignant 15%, avec une augmentation des moments en travée égale à environ la moitié. Il est vrai qu'à ces hypothèses de calcul faites aux dépens de la sécurité s'opposent les effets importants des éléments de remplissage qui renforcent l'ossature, de sorte qu'avec les hypothèses du calcul de l'ossature isolée on se trouve généralement du côté de la sécurité. Quant à savoir si un facteur d'incertitude qui ne sera qu'un peu supérieur à 1 est indiqué, c'est là une question qui demande à être examinée chaque fois dans le cas particulier considéré.

Dans l'exécution des ossatures, il convient de compter avec les imperfections qui, principalement, se manifestent sous la forme d'une préflexion des pièces travaillant à la compression et d'excentricités dans leurs attaches. Ces imperfections sont en général déjà prises en compte dans le calcul du flambement. Etant donné que c'est la plupart du temps une tolérance positive que présentent les poids des poutres et tôles laminés, il n'y a pas lieu de faire intervenir de facteur d'incertitude particulier en ce qui concerne les dimensions des sections.

7.4. On sait que, dans les poutres laminées, la limite élastique n'a pas une valeur constante sur toute la section mais qu'au contraire l'âme et les ailes présentent des différences importantes à cet égard. Cette dispersion des valeurs de la limite élastique influe sur les déformations et la stabilité, notamment dans les pièces sollicitées à la compression, avec pour résultat généralement une diminution de la charge de flambement. Si l'on introduit un module de flambement fictif pour calculer la stabilité, on peut inclure ces incertitudes, de sorte qu'il n'y a plus à faire intervenir de facteur d'incertitude particulier, mais ce sont là choses à prendre à considération quand on détermine le moment plastique. Comme les ailes, épaisses, ont en principe une limite élastique inférieure à celle des âmes minces, on devra ici introduire un facteur d'incertitude dont la valeur dépendra du profilé choisi. Ainsi qu'on l'a déjà dit, les contraintes résiduelles résultant des opérations de laminage et de soudage peuvent elles aussi influencer sur la formation des rotules plastiques. T. V. GALAMBOS et R. L. KETTER [32] ont publié des abaques très élaborés correspondant à diverses hypothèses sur la répartition des contraintes résiduelles et se rapportant à des profilés américains.

## 8. Résumé

La théorie de la plasticité et du calcul à la ruine n'est pas encore parfaitement au point. Dans les limites des types d'immeubles élancés de grande hauteur dont il est spécialement question ici, à savoir les ossatures en cadre avec ou sans noyau (ou voiles de contreventement) et les constructions dites «en boîte», on a défini l'état actuel des recherches et attiré l'attention sur certains problèmes qu'il serait utile de traiter au cours du 8<sup>e</sup> Congrès.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide