

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 8 (1968)

**Artikel:** Untersuchungen über den Erregungscharakter winderregter  
Querschwingungen kreiszylindrischer Stäbe im unterkritischen  
Reynolds-Bereich

**Autor:** Hoyer, W. / Hölzel, G.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-8870>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 13.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Untersuchungen über den Erregungscharakter winderregter Querschwingungen kreiszylindrischer Stäbe im unterkritischen Reynolds-Bereich

Investigations in the Subcritical Reynolds Range on the Nature of Wind-Induced Lateral Vibrations of Circular-Cylindrical Tubes

Recherches dans le domaine sous-critique de Reynolds sur la nature des vibrations latérales, provoquées par le vent dans un tuyau circulaire-cylindrique

W. HOYER                      G. HÖLZEL  
 Prof.Dipl.-Ing.              Dr.-Ing.  
 Technische Universität Dresden  
 Lehrstuhl für Technische Mechanik und Baudynamik

### 1. Einleitung

Turbulenter Wind kann elastische Stäbe zu Schwingungen in Windrichtung erregen (Borges [1]). Bei gleichmäßigem Wind und besonders bei relativ niedrigen Geschwindigkeiten werden oft starke Schwingungen beobachtet, die senkrecht zur Windrichtung erfolgen. Schäden infolge derartiger Querschwingungen sind bisher von dünnwandigen, schlanken Stahlkonstruktionen mit geringer Eigendämpfung und kreisförmigem Querschnitt bekannt, z.B. von Stahlschornsteinen, stählernen Fernsehtürmen und Stahlrohrkonstruktionen.

Für beliebige Querschnittsformen kommt eine Grenzschichtablösung mit Wirbelbildung und für aerodynamisch instabile Querschnitte zusätzlich eine Selbsterregung als Querschwingungsursache in Frage. Der Kreisquerschnitt ist als aerodynamisch indifferent aufzufassen, so daß er nur durch Wirbelablösung erregt werden kann.

Im unterkritischen Reynolds-Bereich  $Re < Re_{kr} \approx 3,5 \cdot 10^5$  beobachtet man für  $Re > 10^2$  im Nachlauf hinter einem umströmten Zylinder eine regelmäßige, alternierende Wirbelschleppe (Kármán-sche Wirbelstraße) mit einer konstanten dimensionslosen Wirbelfrequenz  $S \approx 0,17 \dots 0,20$  (Bild 1).

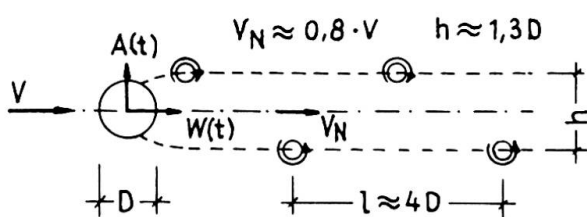


Bild 1: Kármán'sche Wirbelstraße

Reynold'sche Ähnlichkeitszahl

$$Re = \frac{V \cdot D}{\nu} \quad (1)$$

$$\nu = 1,45 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \text{ für Luft bei } 15^\circ \text{ C und } 760 \text{ mmHg}$$

Strouhal-Zahl

$$S = S(Re) = \frac{f \cdot D}{V} \quad (2)$$

f - Wirbelablösefrequenz

Auf Grund dieser periodischen Wirbelanordnung wird bisher allgemein für die Quertriebserregung eine harmonische Kraft mit diskreter Frequenz angenommen (z.B. Novák [6]).

$$\text{Auftrieb (Quertrieb)} \quad A(t) = c_A(t) \cdot q \cdot D \quad (3)$$

$$q = \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 \quad - \text{Staudruck}$$

$$\text{Quertriebsbeiwert} \quad c_A(t) = c_A \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{S \cdot v}{D} t\right) \quad (4)$$

Der von Drescher [2] am starren Zylinder im Wasserkanal gemessene Verlauf der Quertriebskräfte weist zwar eine etwa konstante Periode auf, die Amplituden zeigen aber größere Schwankungen. Weaver [8] spricht von einer "sinusförmigen" Kraftfunktion mit zufälliger Amplitude und erfaßt die Amplitudenschwankungen durch Angabe der Wurzel aus dem statistischen Amplitudenquadratmittel  $\overline{c_A} = \sqrt{\overline{c_A^2}}$ ; die in Gleichung (4) formulierte Erregerart behält er aber bei.

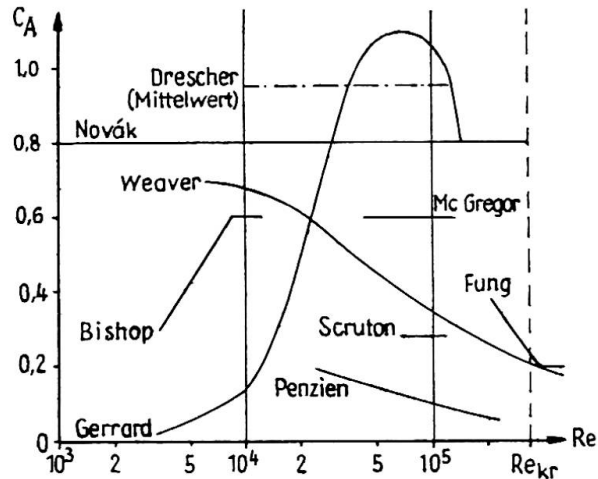
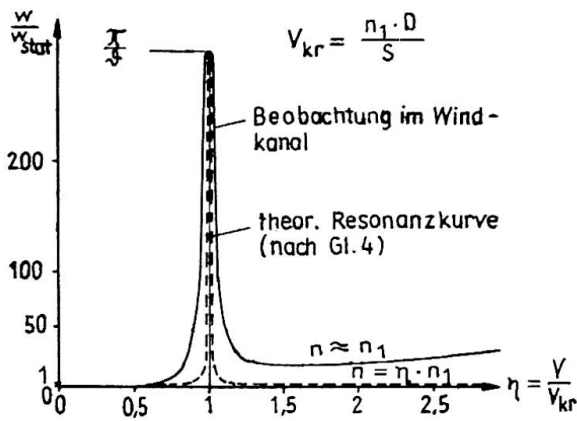
Im überkritischen Strömungsbereich  $Re > Re_{kr}$  beobachtet man einen regellosen Nachlauf ohne dominierende Wirbelfrequenz. Fung [3] faßt die Erregung als stationären stochastischen Prozeß auf und gibt Spektraldichten an. Damit können die widerregten Querschwingungen im überkritischen Bereich erklärt werden, die keinen Resonanzcharakter aufweisen und in der Eigenfrequenz der Konstruktion erfolgen.

Für Bauwerke mit großem Durchmesser (z.B. Schornsteine) ist im allgemeinen der überkritische  $Re$ -Bereich maßgebend, für Bauteile mit kleinem Durchmesser (z.B. Stahlrohrstäbe von Fachwerkkonstruktionen) der unterkritische  $Re$ -Bereich.

## 2. Widersprüche im unterkritischen $Re$ -Bereich

Für die zu beobachtenden Amplitudenschwankungen fehlt eine exakte Erklärung. Die analytische Darstellung einer harmonischen Kraftfunktion mit regelloser Amplitude ist mathematisch nicht einwandfrei. Die im Windkanal gemessenen Schwingungsbeanspruchungen zeigen ein resonanzartiges Maximum (Bild 2), wenn die Wirbelfrequenz  $f$  mit einer Eigenfrequenz  $n_k$  des Stabes übereinstimmt. Außerhalb dieser kritischen Geschwindigkeit treten aber wesentlich größere Amplituden auf, als sie sich theoretisch mit obiger Annahme (4) ergeben müßten. Die Schwingungsfrequenz müßte linear mit der Windgeschwindigkeit ansteigen, beobachtet wird aber vorwiegend besonders bei kleiner Eigendämpfung die Stabeigenfrequenz. Bei kleinen Anblasgeschwindigkeiten  $V \approx 0,5 \cdot V_{kr}$  kann man besonders bei größerer Dämpfung ein Gemisch aus der Eigenfrequenz und der zu  $V$  gehörigen Kármánschen Wirbelfrequenz  $f$  feststellen, ebenso im Bereich nahe der kritischen Geschwindigkeit, wo sich dieses Gemisch als Schwebung äußert.

Die bisher übliche Deutung, daß die Wirbelablösung auch außerhalb der Resonanzstelle vom schwingenden Stab gesteuert werde und deshalb stets die Eigenfrequenz beobachtet werde, kann für sehr kleine Auslenkungen bzw. für Verhältnisse der Schwinggeschwindigkeit zur Windgeschwindigkeit von weniger als 0,1 % (z.B. für  $V \approx 1,5 \cdot V_{kr}$ ) nicht als zutreffend angesehen werden und ist

Bild 2: Schwingungsverhalten  
für  $\sigma \approx 0,01$ Bild 3: Quertriebsbeiwerte  $c_A$   
(Quellenangaben in [5])

inzwischen experimentell widerlegt. Bei Versuchen im Windkanal der Technischen Universität Dresden wurde festgestellt, daß die Wirbelfrequenz im Nachlauf hinter einem in der Eigenfrequenz schwingenden Schornsteinmodell linear mit der Anblasgeschwindigkeit ansteigt. Diese Messung bestätigt die im Abschnitt 3 vorgelegte Hypothese.

Versuche mit gelenkig gelagerten Stahlrohren zeigten Resonanz bis zur 4. Eigenfrequenz. Das Auftreten dieser höheren Eigenformen setzt voraus, daß in Stablängsrichtung veränderliche Quertriebskomponenten wirken. Nach der bisherigen Annahme der mit der Wirbelablösung verbundenen Kraftwirkungen ist diese Erscheinung unter Berücksichtigung des Helmholtzschen Wirbelsatzes nicht erklärbar.

Die von verschiedenen Autoren angegebenen Quertriebsbeiwerte  $c_A$  für Kreiszylinder (im Bild 3 sind einige wichtige Werte dargestellt) schwanken außerordentlich stark und sind als Grundlage für eine Bemessung sehr unbefriedigend.

Gerrard [4] hat an einem starren Kreiszylinder eine Frequenzanalyse des Oberflächendruckes, allerdings nur für einen einzigen Punkt des Querschnitts, durchgeführt und entgegen der Erwartung ein Spektrum statt einer diskreten Frequenz messen können.

Die angeführten Widersprüche und Unklarheiten führen zu dem Schluß, daß die bisher angenommene harmonische Erregung trotz der periodischen Wirbelstraße nicht dem tatsächlichen Erregungscharakter entspricht.

### 3. Hypothese einer schmalbandigen spektralen Erregung

Direkte Messungen der Quertriebskräfte am schwingenden Zylinder sind nicht bekannt. Es muß aus den aus der Literatur bekannten Tatsachen und aus den eigenen im Niedergeschwindigkeits-Windkanal der Technischen Universität Dresden durchgeführten Versuchen auf die Erregungsart geschlossen werden.

Alle bekannten Erscheinungen sind nur erklärbar, wenn für die Quertriebskraft  $A(t)$  bzw. den Quertriebsbeiwert  $c_A(t)$  nach Gl. (3) eine stationäre Zufallsfunktion mit einem schmalbandigen Spektrum angenommen wird. Mit Hilfe der Enveloppenmethode der mathematischen Statistik (siehe z.B. Sweschnikow[7]) läßt sich nachweisen, daß ein derartiger stochastischer Prozeß mit einem Spektrum  $\Delta S/S_{kr} = \Delta \omega / \omega_{kr} \ll 1$  (Bild 4b) als Realisierung einer sinus-ähnlichen Kurve mit etwa konstanter Periode und langsam veränderlicher Amplitude ergibt. Die Frequenz entspricht dabei der mittleren Bandfrequenz  $\omega_{kr}$ . Die Amplituden sind nur als statistische Wahrscheinlichkeitswerte darstellbar. Der von Drescher gemessene Quertriebsverlauf stimmt mit einer solchen Realisierung überein.

Die Strömungsvorgänge am Kreiszylinder und die dabei auftretenden Kraftwirkungen können etwa folgendermaßen gedeutet werden: Der Nachlauf in einer gewissen Entfernung hinter dem umströmten Querschnitt ist zwar entsprechend dem Kármánschen Stabilitätsnachweis periodisch, am Körper selbst sind aber Störungen möglich, die rasch abklingen. Die Kraftwirkungen am umströmten Körper könnten also zunächst regellos sein, vom Nachlauf wird rückwirkend ein gewisser Rhythmus aufgezwungen, so daß sich ein schmalbandiges Spektrum ergibt, dessen Realisierung eine Periode entsprechend der Nachlauffrequenz aufweist.

Die Quertriebserregung wird als stationärer stochastischer Prozeß aufgefaßt. Die statistischen Mittelwerte für den Kreiszylinder lauten

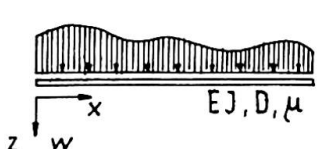
$$\overline{c_A(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} c_A(t) dt = 0 \quad \overline{c_A^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} c_A^2(t) dt = \text{const.} \quad (5)$$

Für die Erregung wird eine Frequenzanalyse mit Hilfe des Leistungsspektrenverfahrens (Power-Spectral-Method) durchgeführt, die zu einer Spektraldichte  $\phi_A$  in Abhängigkeit von der dimensionslosen Frequenz  $S$  führt.  $S$  entspricht formal der Strouhal-Zahl nach Gl. (2). Um das Einführen zweier Parameter zu vermeiden, wird  $\phi_A(S)$  nicht wie bei Fung [3] normalisiert, sondern die Spektraldichte wird so definiert, daß der Inhalt des Spektrums gleich dem quadratischen Quertriebsmittelwert ist. Eine ausführliche Darstellung der folgenden Entwicklungen ist in [5] zu finden.

$$\overline{c_A^2(t)} = \int_{S=0}^{\infty} \phi_A(S) dS \quad S = \frac{\omega \cdot D}{2\pi \cdot V} \quad (6)$$

Wenn Realisierungen  $c_A(t)$  bekannt wären, könnte  $\phi_A(S)$  aus der Korrelationsfunktion  $R_A(\tau)$  ermittelt werden.

Die Schwingungsgleichung eines quererregten Stabes lautet:



$(E \cdot J \cdot w'')'' + 2\mu \cdot \omega_b \cdot \dot{w} + \mu \cdot \ddot{w} = A(x, t) \quad (7)$ 
 $w' = \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \quad \dot{w} = \frac{\partial w(x, t)}{\partial t}$

$\mu$  – Massenbelegung

$E \cdot J$  – Biegesteifigkeit

Durch Entwicklung der Schwingungsauslenkung  $w(x,t)$  nach Eigenformen  $w_k(x)$

$$w(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k(t) \cdot w_k(x) \quad (8)$$

erhält man ein System verallgemeinerter Schwingungsgleichungen. Für die  $k$ -te Eigenform gilt

$$\ddot{q}_k(t) + \frac{\gamma_k}{\pi} \omega_k \cdot \dot{q}_k(t) + \omega_k^2 \cdot q_k(t) = \frac{Q_k(t)}{M_k} \quad (9)$$

$\omega$  -  $k$ -te Eigenkreisfrequenz

$\gamma_k = \omega_b \cdot \frac{2\pi}{\omega_k}$  - logar. Dekrement der Dämpfung

$$Q_k(t) = \int A(x,t) \cdot w_k(x) dx \quad M_k = \int \mu(x) \cdot w_k^2(x) dx$$

Die Verteilung der Luftkraft  $A(x)$  bzw. ihres Beiwertes  $c_A(x)$  ist auch in Stablängsrichtung  $x$  als statistischer Prozeß aufzufassen. Da die Korrelationsfunktion

$$R_A(\Delta x) = \overline{c_A(x) \cdot c_A(x+\Delta x)} \quad (10)$$

noch unbekannt ist, wird vorläufig diese Verteilung determiniert durch Entwicklung nach den Eigenformen erfaßt

$$c_A(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} c_{Ak}(t) \cdot \frac{\mu(x) \cdot w_k(x)}{|\mu \cdot w_k|_{\max}} \quad (11)$$

Das Spektrum der Systemauslenkung in der  $k$ -ten Eigenform erhält man über die Betrachtung der Belastung als regellose Impulsfolge und über die Korrelationsfunktion der Auslenkung zu

$$\phi_{wk}(\omega) = \frac{S \cdot q^2 \cdot D^2}{\omega_k^4 \cdot (\mu \cdot w_k)_{\max}^2} \cdot \mathcal{L}_k^2(\omega) \cdot \phi_{Ak}(S) \quad \eta_k = \frac{\omega}{\omega_k} = \frac{S}{S_k} \quad (12)$$

$$\mathcal{L}_k^2(\omega) = \frac{1}{(1-\eta_k^2)^2 + \frac{\gamma_k^2}{\pi^2} \cdot \eta_k^2} - \text{Frequenzübertragung}$$

Der quadratische Mittelwert der generalisierten Auslenkung ergibt sich damit als Inhalt des Spektrums

$$\overline{q_k^2(t)} = \int_{\omega=0}^{\infty} \phi_{wk}(\omega) \cdot d\omega = \frac{q^2 \cdot D^2}{\omega_k^4 \cdot (\mu \cdot w_k)_{\max}^2} \cdot \int_{S=0}^{\infty} \frac{\phi_{Ak}(S) \cdot dS}{(1-\eta_k^2)^2 + \frac{\gamma_k^2}{\pi^2} \cdot \eta_k^2} \quad (13)$$

Da  $\phi_A(S)$  abhängig von  $Re$  ist, erscheint eine technische Näherungslösung des Integrals der Gl. (13) zweckmäßiger für die praktische Anwendung als eine "strenge" Lösung für eine angenommene Vergleichskurve. Die Frequenzübertragungsfunktion  $\mathcal{L}_k^2(\omega)$  nach Gl. (12) kann als sehr schmalbandiger Filter aufgefaßt werden, der im wesentlichen nur die der Eigenfrequenz  $n_k$  entsprechende Erregungsintensität  $\phi_{Ak}(S_k) = \phi_A(S_k)$  passieren läßt. Da die Querschwingungen nur bei schwach gedämpften Systemen interessieren, für die  $\gamma \lesssim 0,05$  angenommen werden kann, ist der Fehler der Näherungslösung mit der Annahme  $\phi_A(S) \approx \text{const}$  ("weißes Rauschen") klein gegenüber anderen Unsicherheiten (z.B. Dämpfung, Turbulenz, Meßfehler für ermittelte Spektraldichten u.a.). Für  $\gamma = 0,05$  beträgt der Fehler für die Amplitude ca. 15 %, er nimmt



etwa linear mit der Dämpfung ab.

Mit dem Amplitudenwert  $\overline{w_0^2} = 2 \cdot \overline{w^2(t)}$  gilt für die k-te Eigenform an der Stelle x der maximalen Auslenkung

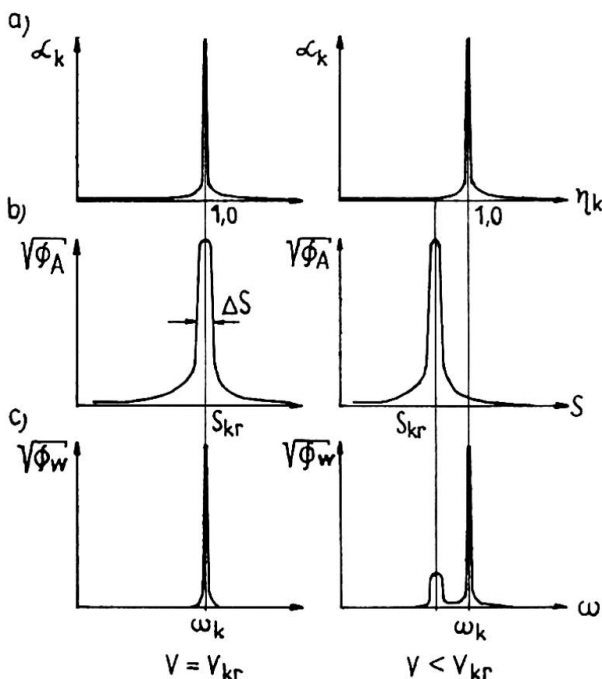
$$\sqrt{\overline{w_{0, \max}^2}} \approx \frac{q \cdot D \cdot \sqrt{S_k} \cdot \sqrt{\Phi_A(S_k)}}{4 \pi \cdot \mu \cdot n_k^2 \cdot \sqrt{\Phi_k}} \quad S_k = \frac{n_k \cdot D}{V} \quad (14)$$

Zum Vergleich dazu gilt nach der herkömmlichen Auffassung im Resonanzfall

$$k_{w \max}^{\text{Res}} = \frac{q \cdot D \cdot C_{A_k}}{4 \pi \mu \cdot n_k^2 \cdot \Phi_k} \quad (15)$$

Wenn für  $V \neq V_{kr}$  die Lösung der Gl. (13) vollständiger erfaßt werden soll, kann nach Bild 4 geschrieben werden

$$\sqrt{\overline{w_{\max}^2(t)}} \approx \frac{q \cdot D}{4 \pi \mu \cdot n_k^2} \left[ \sqrt{\frac{S_k \cdot \Phi_A(S_k)}{2 \cdot \Phi_k}} + \frac{\Phi_A(S_{kr}) \cdot \Delta S}{\pi^2 (1 - \eta_{kf}^2)^2} \right] \quad (16)$$



Mit der hier vorgelegten Hypothese einer schmalbandigen statistischen Erregung können alle bisher bekannten Widersprüche gelöst werden. Im Bild 4 ist für zwei Fälle angedeutet, welche Formen das Spektrum der Systemreaktion annehmen kann. Daraus sind das Vorherrschen der Eigenfrequenz, das Auftreten von Schwebungen und der Kármánschen Frequenz besonders bei größeren Dämpfungen ersichtbar.

Bild 4: Zusammenhang zwischen Frequenzübertragungsfunktion (a), Erregerspektrum (b) und Spektrum der Systemauslenkung (c) nach Gl. (12)

#### 4. Ergebnisse der durchgeführten Versuche

Im Windkanal wurde das Schwingungsverhalten an gelenkig gelagerten Stahlrohren von 32...108 mm Durchmesser und 1,5 m bzw. 2,5 m Länge und an einseitig aufgehängten Stahl- bzw. Holzzylindern von 89 mm bzw. 200 mm Durchmesser gemessen (siehe [5]). Die Düse hatte einen Durchmesser von 2,0 bzw. 3,0 m. Die Kanalturbulenz in der offenen Meßstrecke betrug ohne Berücksichtigung einer gewissen Pulsation des gesamten Geschwindigkeitsfeldes 0,1...0,2 %.

Der gesamte Verlauf der registrierten Querschwingungen konnte nicht durch einen Beiwert nach Gl. (4) dargestellt werden. Aus den Meßwerten einer Vielzahl von Versuchen wurden Spektraldichten nach Gl. (14) ermittelt. Für alle Versuche mit gleichartig gelagerten Stäben ergaben sich im durchfahrenen unterkritischen Bereich gleiche Kurven für die Spektraldichten. Nur die maximalen Ordinaten (für die kritische Frequenz  $S_{kr}$ ) erwiesen sich als Re-abhängig. Um die Versuchsergebnisse auf Stäbe normaler Schlankheit im natürlichen Wind übertragen zu können, wurden bei den Versuchen keine Endscheiben verwendet. Dadurch zeigte der Verlauf der Spektraldichten für beide Modelltypen Unterschiede. Für die gelenkig gelagerten Stahlrohrmodelle ist die Umströmung im Stabmittelpunkt maßgebend für die Schwingungserregung, während bei den auf der einen Seite federnd und auf der anderen Seite gelenkig gelagerten Zylindern die Strömungsverhältnisse am beweglichen freien Ende bestimmend sind, wobei sich infolge eines Belüftungseffektes qualitative Unterschiede ergeben.

Bei den gelenkig gelagerten Stäben nahm die kritische Frequenz ( $S_{kr} = 0,17 \dots 0,20$ ) mit steigender relativer Amplitude  $w/D$  ab. Diese Beobachtung entspricht dem Steinmanschen Verstärkungseffekt, der als Wirbelstraßenverbreiterung gedeutet wird. Der Wert nach Steinman

$$\nu = 1 + 1,54 \cdot w/D \quad (\text{siehe z.B. Weaver [8]}) \quad (17)$$

wurde bestätigt. Dagegen lag die kritische Frequenz bei den Zylindermodellen konstant bei  $S_{kr} \approx 0,145$ . Bemerkenswert ist das Auftreten eines zweiten Maximums bei letzteren Modellen für  $S < 0,05$ . In einigen Fällen mußten die Versuche wegen zu großer Beanspruchungen (Schwingungen in der Grundfrequenz bei einem Mehrfachen der ersten kritischen Geschwindigkeit) abgebrochen werden.

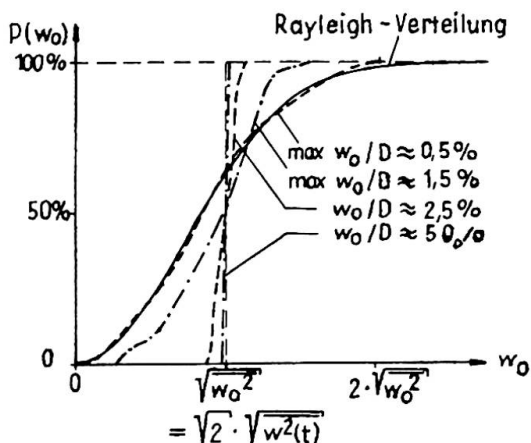


Bild 5: Gemessene Wahrscheinlichkeitsverteilung der Amplituden

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Erregung ist nicht bekannt. Wird eine Gaußsche Normalverteilung oder eine der Normalverteilung nahekommende Verteilung angenommen, dann müßte die Systemreaktion eine Normalverteilung aufweisen (Sweschnikow [7]), bzw. wenn nur die Amplituden betrachtet werden, müßte sich eine Rayleigh-Verteilung (Bild 5) ergeben. Für kleine relative Amplituden  $w/D < 0,5\%$ , die durch künstliche Zusatzdämpfung erzielt wurden, stimmt die gemessene statistische Verteilung mit diesem theoretischen Wert etwa überein. Bei größeren relativen Amplituden, wie sie für

$V_{kr}$  bei kleinen Dämpfungswerten stets auftreten, konnte eine zunehmende Amplitudenstabilisierung (Bild 5) beobachtet werden, so daß statt des Wahrscheinlichkeitswertes  $\sqrt{w_0^2}$  der determinierte



Wert  $w_0$  geschrieben werden kann. Diese Erscheinung kann als Selbststeuerung oder Rückkopplung gedeutet werden. Eine mathematische Darstellung dieser Kopplung der Erregerkraft mit der Systemreaktion kann nicht gegeben werden.

### 5. Berechnungswerte

Von den gelenkig gelagerten Modellen wird auf Stäbe, die an beiden Enden gehalten sind (eingespannt oder gelenkig), extrapoliert und von den einseitig federnd aufgehängten Zylindern auf Stäbe mit einem freien Ende (Kragstäbe).

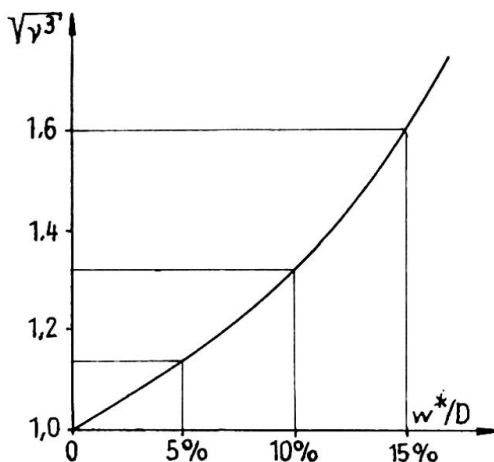
#### 5.1. Querschwingungen von Stäben, die an beiden Enden gehalten sind.

Die aus den Versuchswerten ermittelten Kurven  $\phi_A(S)$  wurden auf eine gemeinsame kritische Frequenz  $S_{kr}^* = 0,19$  bezogen (Bild 7). Diese Strouhalzahl  $S^*$  gilt für den "starren" Stab ( $w = 0$ ). Die kritische Frequenz und die kritische Geschwindigkeit ändern sich beim schwingenden Stab um den Verstärkungsfaktor  $\nu$  nach Gl. (17) auf die Werte

$$S_{kr} = \frac{1}{\nu} \cdot S_{kr}^* \quad V_{k,kr} = \nu \cdot V_{k,kr}^* = \nu \cdot \frac{n_k \cdot D}{0,19} \quad (18)$$

Für die praktische Bemessung interessiert meist nur die Beanspruchung im "Resonanzfall" (für die kritische Geschwindigkeit). Die Spektraldichte wird für die zugehörige Reynoldssche Zahl aus Bild 7 entnommen. Zunächst ermittelt man die Schwingungsauslenkung  $w^*$ . Die tatsächliche Auslenkung in der  $k$ -ten Eigenform an der Stelle  $x$  der maximalen Amplitude erhält man durch Multiplikation mit dem Verstärkungsfaktor nach Bild 6.

$$\frac{k_{w_0, \max}^*}{D} \approx \frac{q^* \cdot \sqrt{S_k^*} \cdot \sqrt{\phi_A(S_k^*)}}{4 \pi \mu \cdot n_k^2 \cdot \sqrt{\theta}} \quad k_{w_0, \max} = \sqrt{\nu^3} \cdot \frac{k_{w_0, \max}^*}{D} \cdot D \quad (19)$$



Handelt es sich um ein schwingendes System mit einem widerregten Stab, kann die Schwingungsamplitude durch Multiplikation mit dem Faktor  $M_k^A/M_k$  ermittelt werden.  $M_k^A$  ist die generalisierte Masse des erregten Stabes nach Gl. (9),  $M_k$  die generalisierte Masse aller schwingenden Stäbe in der  $k$ -ten Eigenform.

#### 5.2. Querschwingungen von Kragstäben

Für Stäbe mit einem frei umströmten Ende gilt als kritische Strouhalzahl  $S_{kr} \approx 0,145$ . Die kritische Geschwindigkeit beträgt in der ersten Eigenform

$$V_{1,kr} = \frac{n_1 \cdot D}{0,145} \quad (20)$$

Bild 6: Verstärkungsfaktor

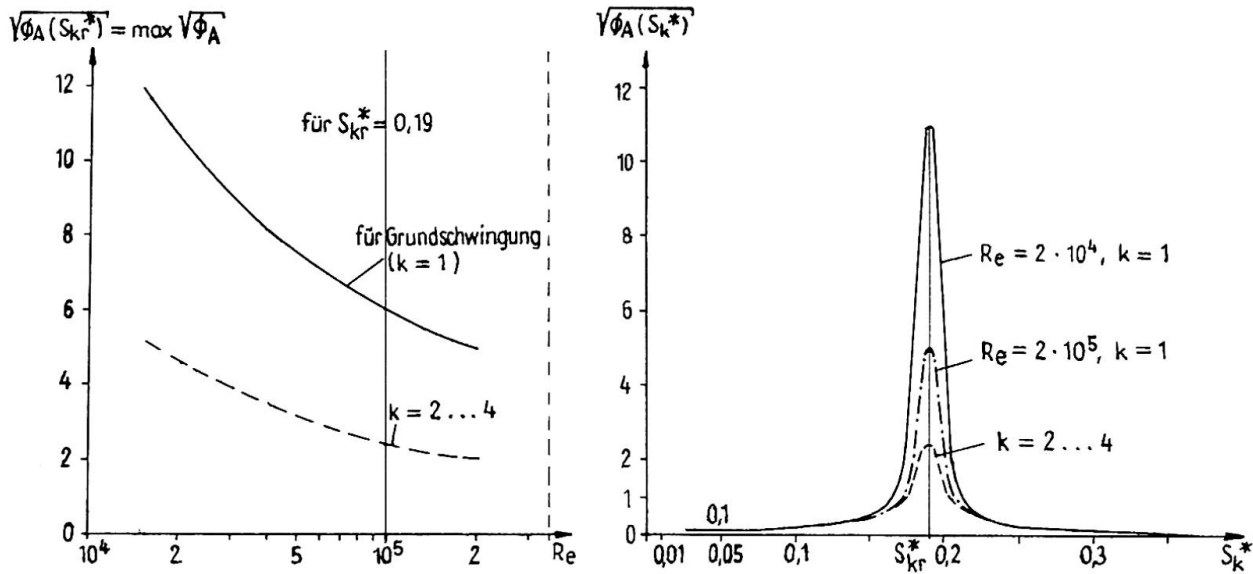


Bild 7: Spektraldichten glatter kreiszylindrischer Stäbe mit unterschiedlichen Stabenden im unterkrit. Re-Bereich

Entsprechend den Messungen wird  $\nu = 1$  gesetzt. Die Schwingungsauslenkung beträgt in der ersten Eigenform (Meßwerte für höhere Eigenformen liegen nicht vor)

$$1_{w_{0,max}} \approx \frac{q \cdot D \cdot \sqrt{S_1} \cdot \sqrt{\phi_A(S_1)}}{4 \pi \mu \cdot n_1^2 \cdot \sqrt{v}} \quad S_1 = \frac{n_1 \cdot D}{V} \quad (21)$$

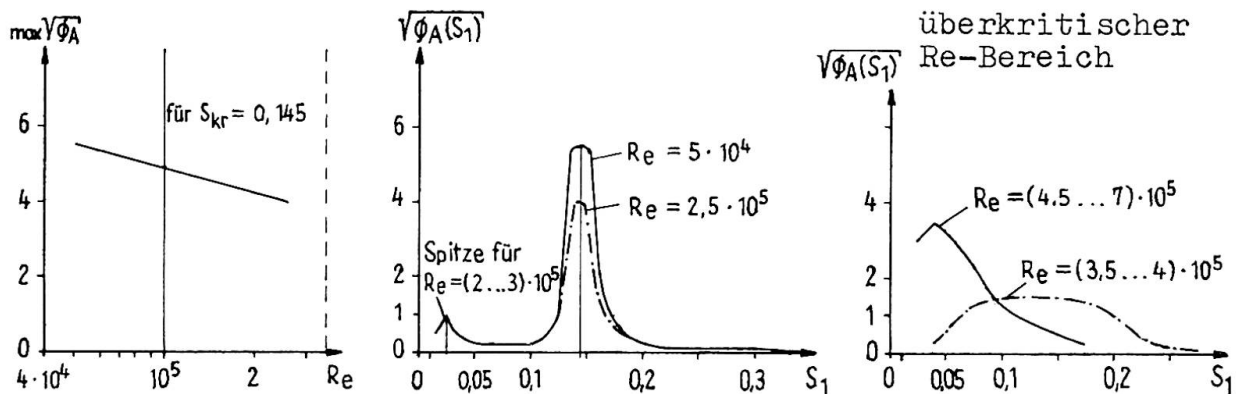


Bild 8: Spektraldichten glatter kreiszylindrischer Kragstäbe

Die hier gemessenen Werte im überkritischen Bereich sind für  $S \leq 0,1$  etwa 5-fach größer als die Angaben nach Fung [3], die allerdings nicht für Kragstäbe gelten. Ein Vergleich mit den Beobachtungswerten an den Stahlrohrpendelstützen der Bogenbrücke bei Žďákov in der ČSSR zeigt, daß wesentlich größere Amplituden auftreten können als nach Fung für gleiche Geschwindigkeiten zu erwarten wären.

## 6. Übertragungsmöglichkeit auf Bauteile im natürlichen Wind

An einzelnen Stahlrohr-Fachwerkstäben einer Kurzwellenrichtantenne wurden bei ganz bestimmten, eng begrenzten Winde-

schwindigkeiten relative Doppelamplituden von 10...15 % beobachtet. An einigen Stabanschlüssen mit breitgedrückten Rohrenden sind dabei Risse infolge Dauerbruch aufgetreten. Die beobachteten Auslenkungen stimmen mit den hier angegebenen Berechnungswerten unter Zugrundelegung an der Antenne gemessener Dämpfungswerte überein. Dagegen ergäben sich mit der Annahme nach Gl. (4) im Resonanzfall für  $c_A = 0,8$  (z.B. Novák [6]) etwa 2,5-fach größere Beanspruchungen. Da die Spannungen in einem Rohrstab für die kritische Geschwindigkeit etwa linear mit dem Verhältnis  $D/t$  ( $t$  – Wandstärke) sowohl nach Gl. (14) als auch nach der herkömmlichen Annahme Gl. (15) anwachsen, ist es unter Berücksichtigung des angegebenen Beiwertes  $c_A \approx 0,8$  kaum möglich, Konstruktionen aus sehr dünnwandigen Rohren auszuführen. Aus Gründen der Wirtschaftlichkeit ist es deshalb unbedingt erforderlich, die bisherige Annahme durch eine Darstellung, die die tatsächlichen Verhältnisse besser zu erfassen versucht, zu ersetzen.

Bei dünnwandigen Stäben kleiner Schlankheit (steife Stäbe), bei denen die Resonanzgeschwindigkeit im Bereich der maximalen Windgeschwindigkeit liegt, könnten theoretisch sowohl nach der bisherigen als auch nach der hier vorgeschlagenen Annahme Beanspruchungen auftreten, die die Fließgrenze normalen Baustahls überschreiten. Beobachtet wurden aber unseres Wissens bei großen Windgeschwindigkeiten keine gefährlichen Querschwingungen, da diese im unterkritischen Re-Bereich nach Bild 2 nur in einem sehr engen Geschwindigkeitsbereich auftreten. Mit großen Windgeschwindigkeiten ist im allgemeinen eine sehr starke Turbulenz bzw. Böigkeit verbunden, so daß sich große Schwingungsamplituden in Querrichtung nicht ausbilden können. Um diesen Erfahrungswerten im natürlichen Wind nahezukommen, wird vorläufig mangels besserer Kenntnisse vorgeschlagen, von einer bestimmten Geschwindigkeit ab (z.B. für  $V > 15$  m/s) die errechneten Querschwingungsbeanspruchungen abzumindern.

Eine Voraussage der zu erwartenden Dämpfungswerte für eine bestimmte Konstruktion ist bisher nicht möglich. Für die hier in Frage kommenden Bauteile wurden an verschiedenen geschweißten, dünnwandigen Stahlkonstruktionen stets sehr niedrige Dämpfungswerte ermittelt. An Stahlrohrstäben einer Fachwerkkonstruktion, an Stahlrohrpendelstützen einer Bogenbrücke und an frei hängenden Stahlrohr-Pipe-Lines hat man logarithmische Dekremente der Dämpfung in der Größe

$$\delta \approx 0,007 \dots 0,03 \quad (22)$$

gemessen. Für die Bemessung von Stahlkonstruktionen wird ein Wert in dieser Größenordnung empfohlen.

## 7. Offene Probleme

Um für die Übertragbarkeit auf den natürlichen Wind bessere Kriterien als oben angegeben zu finden, ist es erforderlich, die Spektraldichten in Abhängigkeit von der Turbulenz zu bestimmen, d.h. die Turbulenz im Kanal muß planmäßig variiert werden können. Im natürlichen Wind sind Turbulenzmessungen in einem solchen Umfang erforderlich, daß für jeden Ort und jede Höhe Wahrscheinlichkeitswerte für die zu erwartende Windturbulenz angegeben werden können.

Am Stab sind weiterhin Messungen der Korrelation der Quertriebskräfte in Stablängsrichtung nach Gl. (10) erforderlich, d.h. in zwei benachbarten Querschnitten sind im variablen Abstand  $\Delta x$  synchrone Oberflächendruckmessungen erforderlich.

Im natürlichen Wind ist besonders für die Anwendung auf hohe Bauwerke wie Maste und Türme die räumliche Korrelation der Windgeschwindigkeiten zu messen. Die Werte, die im Windkanal für kleine Stäbe und mit einer konstanten Geschwindigkeit über die ganze Stablänge gemessen wurden, würden für sehr hohe bzw. lange Bauteile zu ungünstige Beanspruchungen liefern.

Die Untersuchungen sind auch auf nicht kreisförmige Querschnittsformen zu erweitern. Es bedarf noch umfangreicher Arbeiten, bis das Problem des Schwingungsverhaltens von Stäben im natürlichen Wind als abgeschlossen betrachtet werden kann.

### Literatur

- [1] Borges, J.F.: Dynamische Belastungen (Wind und Erdbeben)  
Vorbericht zum 8. Kongreß der IVBH, Zürich  
1967
- [2] Drescher, H.: Messungen der auf querangeströmte Zylinder  
ausgeübten zeitlich veränderlichen Drücke  
Zeitschrift für Flugwissenschaft 1956
- [3] Fung, Y.C.: Fluctuating lift and drag acting on a cylinder  
in a flow at supercritical Reynolds  
number  
Journal of the Aerospace Sciences, vol. 27  
(1960)
- [4] Gerrard, J.H.: An experimental investigation of the oscillating  
lift and drag of a circular cylinder  
shedding turbulent vortices  
Journal of Fluid Mechanics, vol. 11 (1961)
- [5] Hölzel, G.: Ein Beitrag zum Problem winderregter Querschwingungen  
kreiszyklindrischer Stäbe im  
unterkritischen Reynolds-Bereich  
Dissertation Technische Universität Dresden  
1968
- [6] Novák, M.: The wind-induced lateral vibration of circular  
guyed masts  
IASS-Symposium on tower-shaped steel and  
reinforced concrete structures  
Preliminary report - Bratislava 1966
- [7] Sweschnikow, A.A.: Untersuchungsmethoden der Theorie der  
Zufallsfunktionen mit praktischen Anwendungen.  
Teubner-Verlag, Leipzig 1965
- [8] Weaver, W.: Wind-induced vibrations in antenna members  
Proc. ASCE, vol. 87 (1961), No. EM 1

## ZUSAMMENFASSUNG

Es wird nachgewiesen, daß die bisher übliche Annahme einer harmonischen Quertriebskraft im unterkritischen Reynolds-Bereich im Widerspruch zu dem zu beobachtenden Schwingungsverhalten steht. Gestützt auf Windkanalversuche werden die resonanzartigen Querschwingungen aus dem Wirken einer stochastischen Quertriebskraft mit einem schmalbandigen Spektrum erklärt. Berechnungswerte werden angegeben.

## SUMMARY

The conventional hypothesis of a harmonic lateral force in the subcritical Reynolds range has now been proved to be contradictory to the observed behaviour of vibrations. Based on tests in wind tunnels, the resonancelike transverse vibrations are explained as results of the action of a random lateral force with a small-band spectrum. Calculation values are given.

## RÉSUMÉ

L'hypothèse conventionnelle d'une force transversale harmonique dans le domaine sous-critique de Reynolds s'est trouvée être contradictoire au comportement des vibrations observées. Suivant les essais dans le tunnel aérodynamique, les vibrations transversales, ressemblant aux résonances, sont interprétées comme l'action d'une force transversale stochastique au spectre d'une bande étroite. Valeurs pour le calcul sont donnée.