

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 8 (1968)

**Rubrik:** IVb. Partially prestressed members

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 30.03.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## **IV b**

**Précontraintes partielles  
Teilweise vorgespannte Bauteile  
Partially Prestressed Members**



Leere Seite  
Blank page  
Page vide

DISCUSSION PRÉPARÉE / VORBEREITETE DISKUSSION / PREPARED DISCUSSION

**Note sur l'intérêt économique et certaines limites d'application de la précontrainte partielle**

Bemerkungen zur Wirtschaftlichkeit und zu bestimmten Anwendungsgrenzen der teilweisen Vorspannung

Some Limit-Applications of Partial Prestressing and Their Economic Interest

R. BAUS  
Professeur

A. BRENNEISEN  
Assistant

G. CLAUDE  
Assistant

Université de Liège, Belgique

INTRODUCTION.

Le développement de la précontrainte partielle, aux côtés du béton armé et de la précontrainte intégrale, trouve sa justification dans l'intérêt économique que présente cette technique lorsque les conditions de sollicitations des ouvrages conduisent, soit à une limitation de l'excentricité de l'effort de précontrainte, soit à une augmentation de cet effort en vue d'empêcher l'apparition de contraintes de traction dans les fibres extrêmes des pièces.

Ainsi, par exemple, dans le cas des pièces sollicitées par des moments de flexion de signes contraires, l'excentricité de l'effort de précontrainte est automatiquement réduite; les charges permanentes interviennent dès lors dans le dimensionnement et l'utilisation d'une armature passive s'avère intéressante, au point de vue économique. Il en est de même dans le cas des pièces soumises à des surcharges exceptionnelles importantes qui conduisent à un surcroît de précontrainte toujours coûteux; la dépense correspondante peut être réduite par l'utilisation d'une armature passive permettant l'exploitation, sous les surcharges exceptionnelles, de la zone tendue de la section.

La première partie de la présente étude a pour but de définir, sur des bases théoriques, les domaines d'application économique de la précontrainte partielle.

Par ailleurs, le développement de cette technique est considérablement freiné par l'incertitude que nous avons de la sécurité de fonctionnement des ouvrages partiellement précontraints; l'influence défavorable que peuvent

présenter certains facteurs limite sévèrement les domaines d'application de la précontrainte partielle.

Dans la deuxième partie de l'étude, nous examinons, sur la base de résultats expérimentaux, l'influence des principaux facteurs relatifs à l'apparition et à l'évolution de la fissuration ainsi qu'au risque de rupture en fatigue des armatures et des éléments partiellement précontraints.

#### I. LES DOMAINES D'APPLICATION ECONOMIQUE DE LA PRECONTRAINTE PARTIELLE.

On ne peut affirmer a priori, et en toute généralité, qu'une poutre vérifiée en classe II est plus économique qu'une poutre vérifiée en classe I. En effet, pour une même surcharge, la section de béton nécessaire, l'effort de précontrainte et la hauteur minimale d'une poutre partiellement précontrainte peuvent être, suivant la portée et la forme de la section, inférieurs ou supérieurs à ceux d'une poutre intégralement précontrainte. En fait, deux facteurs agissent en sens inverses.

En admettant des contraintes de traction dans le béton, tout en conservant les mêmes contraintes de compression, on augmente les capacités portantes des sections en service, tandis que, pour un même moment sollicitant, les sections où l'on admet des tractions peuvent être moins importantes que celles vérifiées en classe I.

Par ailleurs, le moment sollicitant intervenant dans le dimensionnement d'une section n'est pas toujours le même pour les vérifications en classe I et en classe II, car la portée critique diminue lorsque la valeur des contraintes de traction admises dans le béton augmente; la partie des charges permanentes influençant le dimensionnement d'une section est en fait plus grande en précontrainte partielle, dès que la portée dépasse la valeur critique.

En-deçà de la portée critique des poutres partiellement précontraintes, on peut obtenir des réductions des sections de béton, par rapport aux poutres précontraintes; au-delà de cette limite, les sections des poutres partiellement précontraintes augmentent, avec la portée, plus rapidement que les sections des poutres précontraintes, et peuvent ainsi devenir plus grandes.

Les efforts de précontrainte et les hauteurs minimales des poutres, sont en relation directe avec les sections de béton, et varient ainsi dans le même sens avec la portée des poutres.

En considérant comme variables caractéristiques les sections d'acier, les sections de béton et les hauteurs minimales, on constate qu'il existe, pour chacune de ces variables prises séparément, des portées limites en-deçà desquelles la précontrainte partielle conduit à une solution plus favorable que la

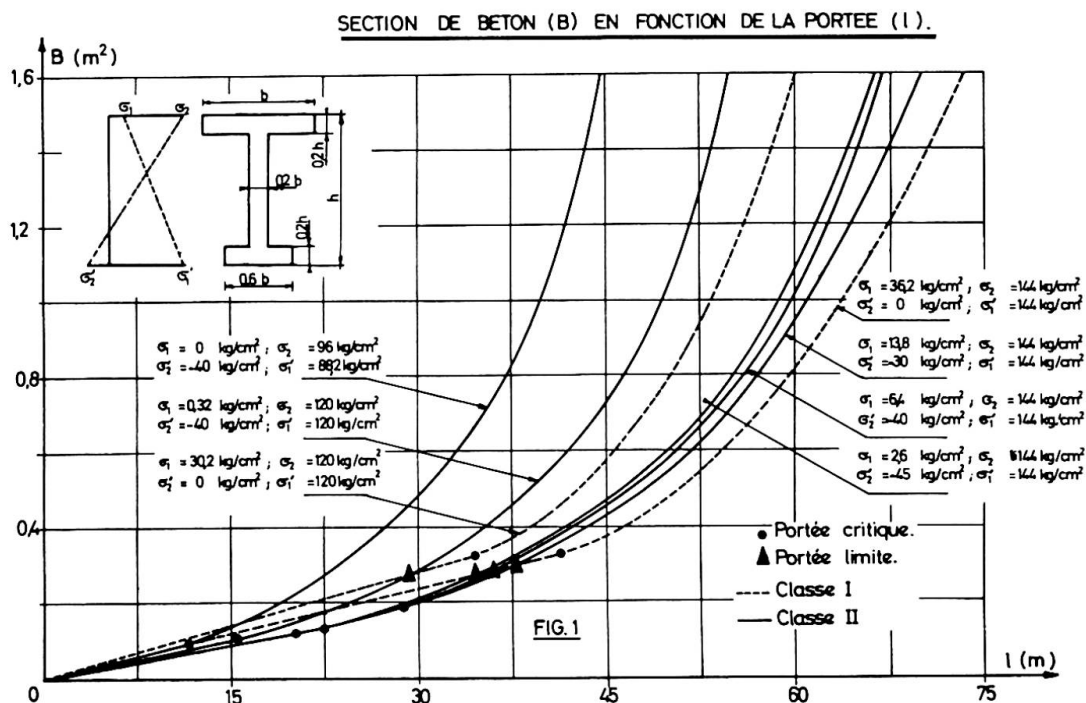
précontrainte intégrale.

Afin de préciser ces portées limites, on a établi, à la fois pour des poutres précontraintes et partiellement précontraintes, les courbes donnant l'évolution de la section de béton, de l'effort de précontrainte et de la hauteur minimale, en fonction de la portée; les points de croisement de ces courbes déterminent les portées limites.

L'aire nécessaire  $B$  de la section de béton d'une poutre précontrainte ou partiellement précontrainte peut être exprimée par une fonction hyperbolique de la portée, composée de deux tronçons distincts pour les portées inférieures ou supérieures à la portée critique.

Ces fonctions dépendent de la forme géométrique de la section, des conditions d'appuis, des surcharges et des contraintes admissibles. Elles ont été établies pour différentes formes de sections de poutres isostatiques et pour différentes valeurs des contraintes admissibles.

Nous ne considérerons, à titre d'exemple, que les courbes établies pour un type de poutre en double té dissymétrique et une charge uniformément répartie de  $1 \text{ T/m}$ .



La figure 1 montre l'évolution de l'aire  $B$  en fonction de la portée. Les courbes en traits interrompus sont relatives aux poutres précontraintes tandis que les courbes en traits pleins correspondent aux poutres partiellement précontraintes.

Les portées critiques et les portées limites figurent sur ces courbes; les portées limites correspondent aux points de croisement des courbes en traits pleins et en traits interrompus établies pour les mêmes contraintes de compression du béton.

On constate :

1. que les portées critiques des poutres partiellement précontraintes sont nettement plus faibles que celles des poutres précontraintes,
2. que les limites de portées intéressantes sont plus petites que les portées critiques en classe I. Les portées limites augmentent avec les tensions de compression admises et diminuent lorsque les tensions de traction augmentent.

Par exemple, pour la section représentée à la figure 1, on voit que la portée limite est de 29 m. lorsque les contraintes de compression sont égales à  $120 \text{ kg/cm}^2$  et la contrainte de traction égale à  $40 \text{ kg/cm}^2$ ; cette limite passe à 36 m. si la contrainte de compression est de  $144 \text{ kg/cm}^2$ . Par conséquent, une augmentation de la qualité du béton permet d'augmenter les portées limites.

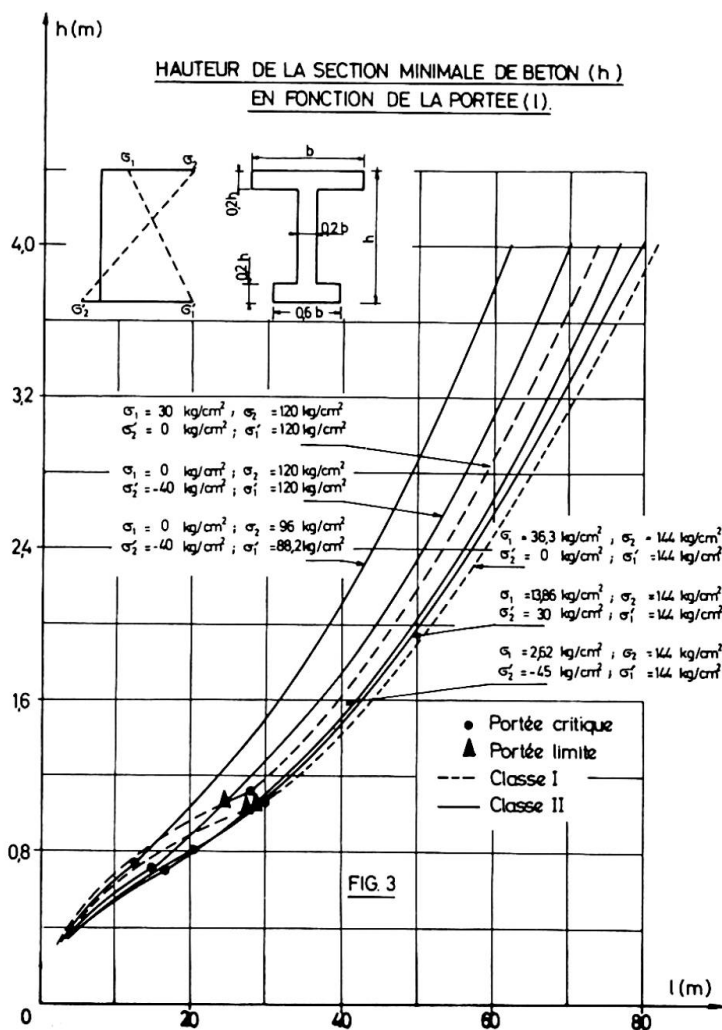
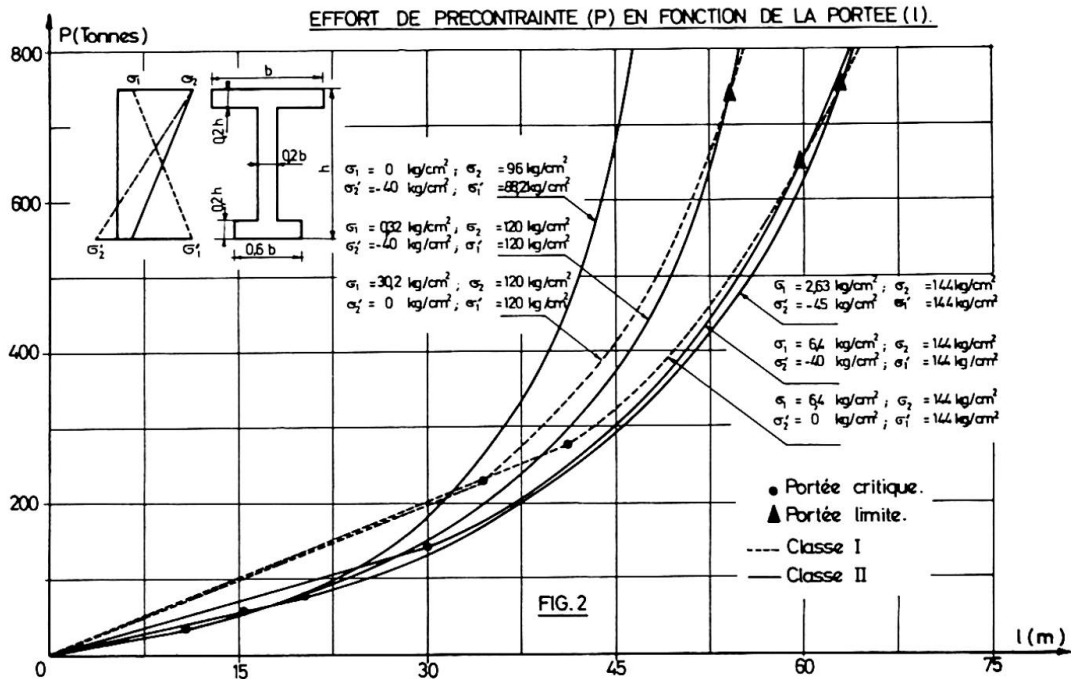
On remarque également que les portées limites diminuent légèrement si les tensions de traction augmentent.

En faisant varier la forme de la section, on peut trouver, pour chaque portée, une forme de section conduisant à une aire  $B$  minimale, on constate ainsi que pour les faibles portées, la section en double té symétrique donne la solution optimale; si la portée augmente, la section optimale devient dissymétrique, la largeur du talon tendant progressivement vers zéro.

Il est possible de déterminer, pour des contraintes extrêmes données, aussi bien pour le béton intégralement précontraint que pour le béton partiellement précontraint, des courbes enveloppes des sections optimales en fonction de la portée.

La figure 2 donne l'évolution de l'effort de précontrainte  $P$  en fonction de la portée, pour une section en double té dissymétrique. Ces courbes ne diffèrent des précédentes que par une constante égale à la contrainte moyenne de compression, définie en fonction des contraintes extrêmes et de l'aire de la section.

On constate que, contrairement aux courbes de la figure 1, les courbes de l'effort de précontrainte correspondant respectivement aux classes I et II se croisent loin au-delà des portées critiques du béton précontraint. Les portées limites relatives à l'effort de précontrainte sont donc plus élevées que celles relatives à l'aire des sections; ces portées augmentent également avec la qualité du béton.



La figure 3 donne l'évolution, en fonction de la portée, de la hauteur minimale des poutres partiellement précontraintes et des poutres intégralement précontraintes, pour la même section en double té dissymétrique.

On constate que les hauteurs peuvent être plus faibles pour les poutres partiellement précontraintes que pour les poutres précontraintes mais les réductions possibles sont peu importantes.

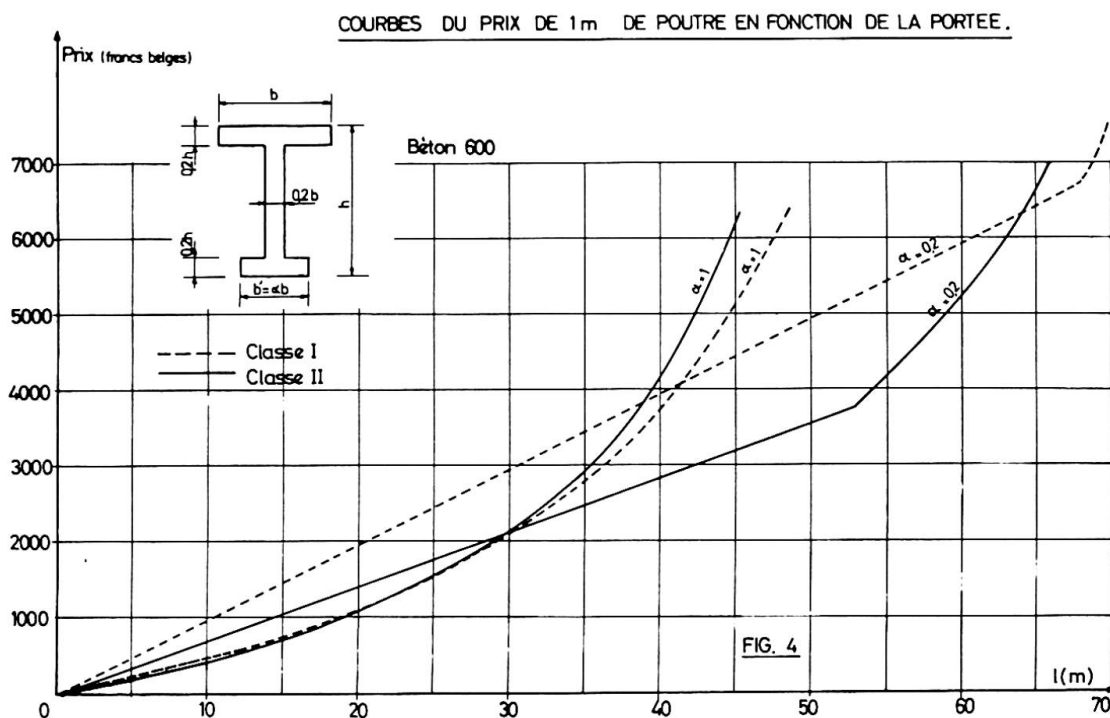
Des comparaisons analogues à celles qui précèdent ont été établies pour des poutres vérifiées respectivement en classe II et en classe III; dans ces comparaisons, on a également établi les courbes d'évolution des sections d'armatures passives, en fonction de la portée.

Ces comparaisons montrent que :

- les portées critiques des poutres sont toujours plus faibles en classe III qu'en classe II;
- l'effort de précontrainte nécessaire en classe III est toujours plus faible qu'en classe I; par contre, cet effort peut devenir plus important qu'en classe II, pour les faibles portées;
- que les sections nécessaires d'armatures passives sont évidemment plus importantes en classe III qu'en classe II.

Le tracé des courbes donnant l'évolution des section de béton  $B$ , des efforts de précontrainte  $P$  et des sections d'armatures passives  $A_p$ , en fonction de la portée, a été effectué pour 9 profils de poutres en double té dont les caractéristiques sont reprises à la figure 4; pour tous les profils, la hauteur totale  $h$  est égale à  $1/25^e$  de la portée, tandis que la largeur du talon  $b'$  varie entre la largeur de la table  $b$  et 20 % de cette largeur ( $\alpha = 1; 0,9 \dots 0,2$ ).

Sur la base des courbes relatives à  $B$ ,  $P$  et  $A_p$ , et des prix moyens pratiqués actuellement en Belgique pour les divers matériaux, on a établi, pour les



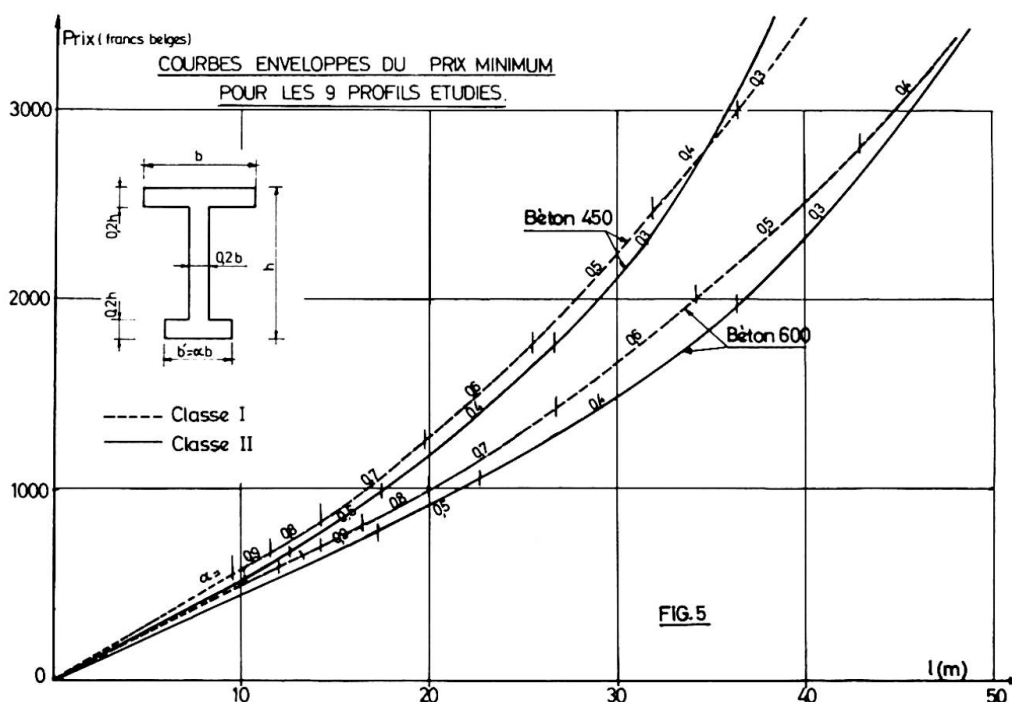
9 profils étudiés, les courbes donnant l'évolution en fonction de la portée, du prix par mètre courant de poutre, respectivement en classe I et en classe II, pour deux qualités de béton (B. 450 et B. 600).

Les courbes données à titre d'exemple à la figure 4 sont relatives aux deux profils extrêmes considérés ( $\alpha = 1$  et  $\alpha = 0,2$ ) et au béton B. 600.

On peut en tirer les conclusions suivantes :

- il existe, pour chaque profil, une limite de portée économique définie par le point de croisement des courbes de prix relatives aux classes I et II de vérification ; cette portée est à la fois une limite supérieure du domaine d'application économique de la précontrainte partielle en classe II et une limite inférieure du domaine d'application économique de la précontrainte en classe I ;
- à chacun des profils étudiés, il correspond une limite de portée économique passant de 30 m., pour les profils en double té symétrique ( $\alpha = 1$ ) à 63 m. pour les profils en té sans talon ( $\alpha = 0,2$ ) ;
- la position relative des différentes courbes montre que, pour les portées inférieures à environ 30 m., il est plus économique d'utiliser un profil en double té symétrique en classe I ou II plutôt qu'un profil sans talon en classe II.

La figure 5 donne, pour les deux qualités de béton retenues, les courbes enveloppes du prix minimum, en fonction de la portée, pour l'ensemble des profils étudiés.





On constate d'après ces courbes que la classe II permet de réaliser une économie sensible en-deça d'une portée limite de 63 mètres dans le cas du béton B. 600 et de 35 mètres dans le cas du béton B. 450.

Remarquons également qu'il est toujours plus économique d'utiliser, aussi bien en classe II qu'en classe I, un béton de haute résistance.

Les valeurs numériques reprises dans les conclusions dépendent des rapports de prix unitaire des matériaux utilisés et peuvent ainsi varier d'un pays à l'autre.

## II. INFLUENCE DE CERTAINS FACTEURS LIMITANT LES DOMAINES D'APPLICATION DE LA PRÉCONTRAINTE PARTIELLE.

De nombreuses recherches expérimentales ont été entreprises à l'Université de Liège dans le but d'étudier le comportement des poutres partiellement précontraintes et de définir avec plus de précision les conditions d'application de la précontrainte partielle. Les principales conclusions, résumées dans ce qui suit, sont basées sur l'interprétation des résultats d'essais de 80 poutres précontraintes et partiellement précontraintes, ainsi que sur les résultats de plus de 500 essais de fatigue, effectués sur différents types d'armatures, dans les conditions de sollicitation des trois classes de béton précontraint.

### 1. Comportement d'ensemble sous charges statiques.

Sous charges statiques de courte durée, le comportement, au point de vue fissuration, déformation et rupture, d'une poutre partiellement précontrainte AP peut être déduit, avec une bonne approximation, du comportement de deux poutres de mêmes dimensions, comportant respectivement la seule armature passive (poutre A) et la seule armature de précontrainte (poutre P) de la poutre AP.

Les essais montrent en effet que l'on peut écrire les quatre relations suivantes, pour autant que les pourcentages d'armatures restent modérés :

$$M_R^{AP} = M_R^A + M_R^P \quad (1) \quad M_W^{AP} = M_W^A + M_d^P \quad (3)$$

$$M_f^{AP} = M_f^A + M_d^P \quad (2) \quad M_y^{AP} = M_y^A + M_d^P \quad (4)$$

Ces quatre relations s'énoncent successivement comme suit :

- (1) Le moment de rupture de la poutre AP est approximativement égal à la somme des moments de rupture de la poutre A et de la poutre P.
- (2) Le moment de fissuration de la poutre AP est approximativement égal à la somme du moment de fissuration de la poutre A et du moment de décompression de la poutre P.

- (3) Le moment correspondant à l'obtention d'une ouverture maximale des fissures ( $w$ ) de la poutre AP est, approximativement et en général avec sécurité, égal à la somme du moment qui provoque la même ouverture des fissures dans la poutre A et du moment de décompression de la poutre précontrainte.

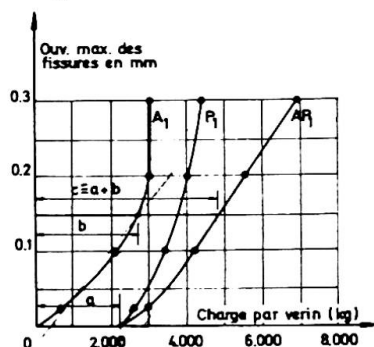


FIG. 6

La figure 6 donne, à titre d'exemple, l'évolution comparée de l'ouverture maximale des fissures en fonction de la charge appliquée, pour une poutre AP et pour les poutres A et P correspondantes.

- (4) Le moment correspondant à l'obtention d'une flèche déterminée de la poutre AP est approximativement égal à la somme du moment correspondant à l'obtention de la même flèche de la poutre A et du moment de décompression de la poutre P.

On constate ainsi qu'il est possible, dans le cas des poutres partiellement précontraintes, de bénéficier de leur comportement en tant que poutre précontrainte jusqu'à la décompression et de leur comportement en tant que poutre armée, au-delà de la décompression.

## 2. Comportement ultime sous charges statiques.

La rupture des poutres précontraintes et partiellement précontraintes peut se produire par cassure nette des armatures, par écrasement du béton ou simultanément par écrasement du béton et cassure des armatures (rupture mixte). Le mode de rupture dépend du degré de précontrainte, de la position relative des armatures active et passive et des caractéristiques du béton et des aciers.

Des études théoriques, confirmées par les recherches expérimentales, ont permis de déterminer une relation entre l'allongement disponible après mise en tension de l'armature active ( $\epsilon_{ad}$ ) et le pourcentage mécanique de cette armature ( $\bar{\omega}_a$ ) correspondant à l'obtention d'une rupture mixte.

Le diagramme de la figure 7 résume les résultats obtenus sur une série de 38 poutres précontraintes et partiellement précontraintes. Les points représentatifs des ruptures mixtes se distribuent avec une bonne précision sur une courbe dont l'équation est la suivante :

$$\epsilon_{ad} = \frac{376}{\bar{\omega}_a} - 7,5 \quad , \quad \text{avec} \quad \bar{\omega}_a = \omega_a \cdot \frac{R_{mG}}{\sigma'_{bm}}$$

( $\epsilon_{ad}$  et  $\omega_a$  en %).

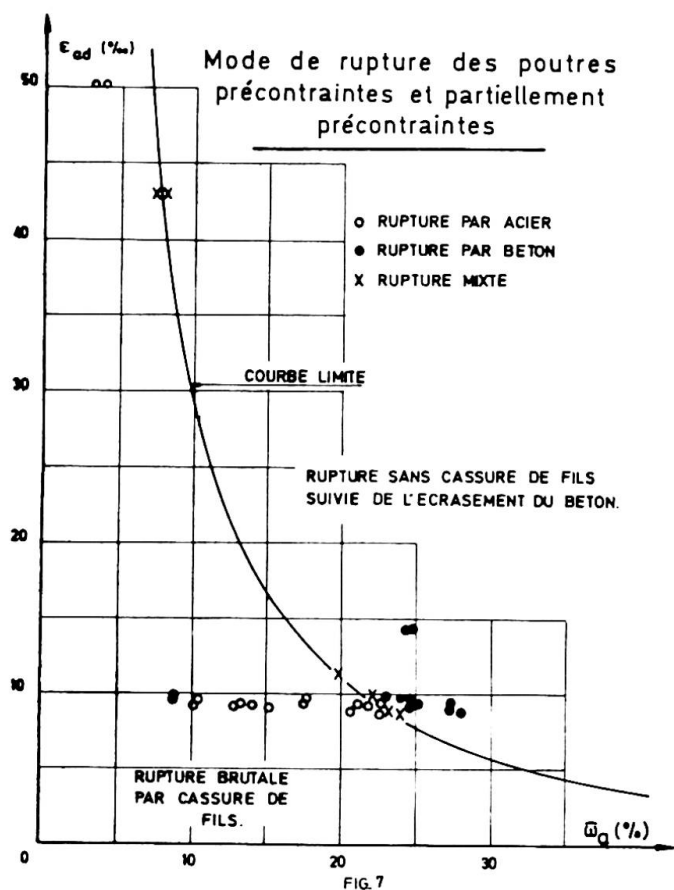


FIG. 7

Cette courbe permet d'obtenir des indications pratiques relatives au choix des types d'armatures et de bétons permettant d'éliminer le risque de rupture brutale par cassure nette des fils. Ainsi, pour un pourcentage géométrique d'armature  $\omega_a$  et pour un acier de résistance  $R_{mG}$ , dont la capacité d'allongement disponible après mise en tension vaut  $\varepsilon_{ad}$ , on peut déterminer, à l'aide de cette courbe, la valeur minimale de  $\bar{\omega}_a$  et par conséquent la valeur à la fois maximale et optimale du béton ( $\sigma'_{bm}$ ) correspondant à l'obtention d'une rupture mixte. Inversement,

pour un béton de résistance donnée et pour une valeur déterminée de  $\bar{\omega}_a$ , la même courbe permet de définir la valeur minimale de  $\varepsilon_{ad}$  que doit présenter l'armature de précontrainte, pour éviter tout risque de rupture brutale par cassure nette des armatures; connaissant l'allongement  $\varepsilon_0$  absorbé lors de la mise en précontrainte, on peut en déduire la valeur minimale  $\varepsilon_0 + \varepsilon_{ad}$  de la capacité de déformation en charge que doivent présenter les armatures.

### 3. Comportement en fissuration.

La résistance à la fissuration des poutres sous charge statique de courte durée est proportionnelle à la résistance du béton et à l'effort de précontrainte. Les armatures de béton armé jouent un rôle favorable sur la fissuration apparaissant au cours de la première mise en charge, surtout si elles sont à adhérence améliorée; ces armatures conduisent en effet à la formation d'un grand nombre de fissures faiblement ouvertes. Par contre, au cours du déchargement, les armatures de béton armé empêchent partiellement les fissures de se refermer sous l'effet de la précontrainte. Les essais montrent qu'en leur absence, les fissures sont pratiquement refermées, pour des charges à peine inférieures aux charges de décompression, alors qu'en présence de ces armatures, il faut parfois descendre jusqu'à la moitié de la charge de décompression avant que des fissures,

dont l'ouverture avait atteint 0,1 mm., ne soient pratiquement refermées. Cet effet néfaste de l'adhérence des armatures est d'autant plus important que l'ouverture des fissures atteinte au cours de la première mise en charge a été plus importante. On a en effet observé dans certains cas que des fissures ayant atteint des ouvertures de 0,15 à 0,20 mm. ne se sont jamais plus refermées, même après déchargement complet.

La présence d'une fissuration permanente au déchargement et l'évolution de cette fissuration au cours de mises en charges successives entraînent une limitation non négligeable des domaines d'application pratique de la précontrainte partielle.

#### 4. Comportement sous charges dynamiques.

De nombreux essais de fatigue sur poutres partiellement précontraintes ont montré que leur comportement reste satisfaisant aussi longtemps que les charges ne dépassent pas la charge de décompression statique. Au-delà de cette charge, l'influence de la fatigue se traduit par une diminution de la charge de fissuration, qu'on peut estimer en moyenne à 20 % de la charge de fissuration statique, et par un accroissement rapide de l'ouverture des fissures, suivi ou non d'une stabilisation. Dans certains cas, des ouvertures permanentes non négligeables apparaissent après déchargement, dès que la charge de décompression a été dépassée en sollicitations dynamiques; dans tous les cas, les moments de réouverture des fissures sont fortement diminués. Des essais récents effectués à l'Université de Liège et au Laboratoire Magnel, dans le cadre d'une recherche subventionnée par le Centre Scientifique et Technique de la Construction et par l'IRSIA, montrent que, dans les conditions normales de service, l'état de fissuration des poutres soumises à des sollicitations dynamiques, tend vers une stabilisation, aussi bien sous charges maximales qu'après déchargement, et que les ouvertures résiduelles des fissures dépendent directement du pourcentage d'armature passive.

A titre d'exemple, la figure 8 montre l'évolution de l'ouverture maximum des fissures et de la flèche d'une poutre partiellement précontrainte soumise à des sollicitations dynamiques.

En ce qui concerne la résistance ultime des poutres partiellement précontraintes, on constate que celle-ci n'est pas affectée par la fatigue, pour autant que les armatures utilisées présentent des limites d'endurance adaptées aux sollicitations qui leur sont imposées.

Les limites d'endurance obtenues sur poutres sont en accord satisfaisant avec les limites d'endurance des armatures de précontrainte, sauf dans les cas

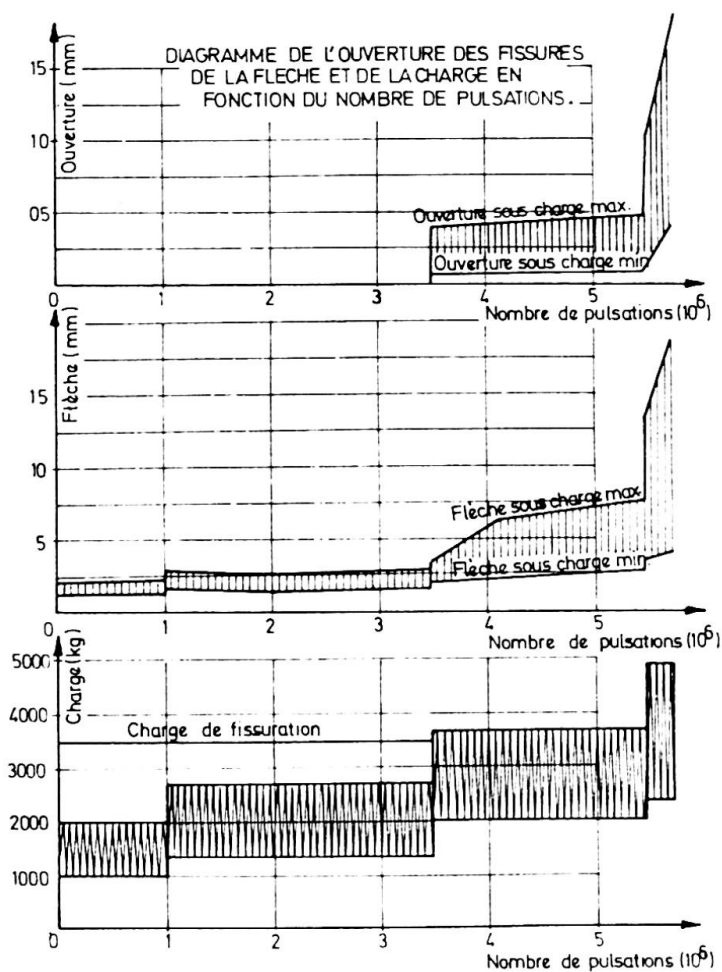


FIG. 8

très fréquents où les armatures passives se rompent prématurément en fatigue sous l'effet des sollicitations alternées auxquelles elles sont soumises.

Les figures 9 et 10 montrent clairement la rupture par fatigue des armatures passives d'une poutre partiellement précontrainte.

Les résultats des recherches expérimentales font apparaître la nécessité de prendre en compte, dans le dimensionnement des poutres partiellement précontraintes, tous les facteurs influençant le comportement des pièces.

Les facteurs plus importants, qui ont trait au comportement sous charges dynamiques ou répétées, sont les suivants :

- au point de vue du comportement ultime et de la sécurité : les qualités d'endurance des aciers utilisés comme armatures passives et actives ainsi que les capacités d'allongement des armatures actives;
- au point de vue du comportement en service : l'importance, après stabilisation, de l'ouverture permanente des fissures et des ouvertures sous charges maximales.

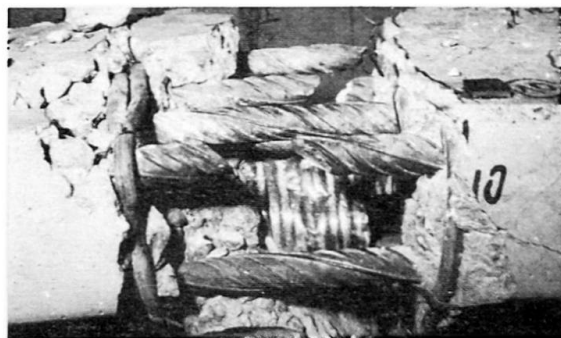


Fig. 9.

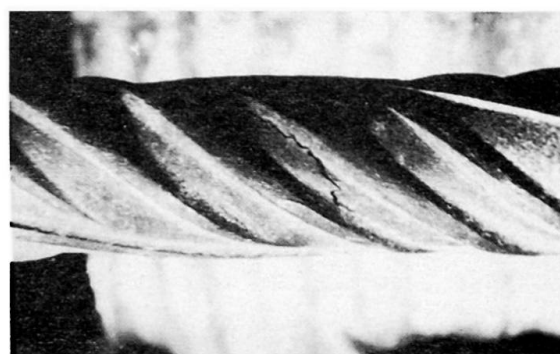


Fig. 10.

## RÉSUMÉ

Le développement de la précontrainte partielle trouve sa justification dans l'intérêt économique que présente cette technique.

On peut définir sur des bases théoriques, les domaines d'application économique de la précontrainte partielle, c'est-à-dire des limites de portée économique.

Par ailleurs, l'influence défavorable que peuvent présenter certains facteurs sur le comportement des poutres partiellement précontraintes doit être prise en compte dans le dimensionnement.

## ZUSAMMENFASSUNG

Die Entwicklung des teilweise vorgespannten Betons beruht auf dem wirtschaftlichen Interesse dieser Technik. Aus theoretischen Grundlagen kann man das wirtschaftliche Anwendungsgebiet des teilweise vorgespannten Betons festlegen, d.h. die Grenzen der wirtschaftlichen Spannweiten.

Beim Dimensionieren muss man jedoch die ungünstige Wirkung, die verschiedene Faktoren auf das Verhalten von teilweise vorgespannten Balken haben, berücksichtigen.

## SUMMARY

The development of partial prestressing is due to the economical interest which this technique presents. On theoretical bases, one may define the field of economical application of partial prestressing, in other words the limits of the economical spans.

On the other hand, as to designing, one has to consider the unfavourable influence which certain factors may have upon the behaviour of partially prestressed beams.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide



**Praktische Erfahrungen bei der Anwendung der teilweisen Vorspannung**

Practical Experience over the Use of Partial Prestressing

Expériences pratiques lors de l'application de la précontrainte partielle

**HORST SCHMIDT**

Prof.Dr.-Ing.

Institut für Stahlbeton Dresden, DDR

**CHRISTOPH KÖRNER**

Dipl.-Ing.

**1. Einleitung**

Für die Berechnung von Spannbetonkonstruktionen ist seit 1964 in der Deutschen Demokratischen Republik die TGL 0-4227 "Spannbeton - Berechnung und Ausführung"[1] verbindlich. Diese enthält im Abschnitt 1 die im wesentlichen unveränderten Berechnungsgrundsätze der DIN 4227 [2] für volle und beschränkte Vorspannung auf der Grundlage des Zustandes I. Der neu aufgenommene Abschnitt 2 gestattet eine Berechnung von Spannbetonbauteilen nunmehr auch nach Zustand II. Er gilt für Spannbetonkonstruktionen mit vorwiegend ruhender Belastung, bei denen das Auftreten von Rissen mit begrenzter Rißweite zulässig ist.

Bei Berechnung nach voller oder beschränkter Vorspannung werden mit den in der DDR und DBR gültigen Stahlspannungen Konstruktionen erzielt, deren Querschnittsabmessungen und Bewehrungsgrad im allgemeinen durch die Einhaltung zulässiger Spannungen unter Gebrauchslast für die ungünstigste Zusammenstellung aller Lastfälle bestimmt wird. Der Nachweis der Sicherheit gegen Erreichen der Traglast ist in der Regel ohne Einfluß auf die Bemessung. Die Berechnung von Spannbetonquerschnitten auf der Grundlage eines Systems zulässiger Spannungen erlaubt damit keine Anwendung der Sicherheitstheorie in der Form, daß eine Analyse des Sicherheitsbeiwertes den Ausgangspunkt der Bemessung bildet und führt zudem zu unwirtschaftlich großen Sicherheiten [3] .

Der Nachweis der Rißsicherung darf näherungsweise unter Annahme eines ungerissenen Betonquerschnittes geführt werden. Dieses in der Praxis wegen seiner einfachen Handhabung meist angewendete Verfahren der sogenannten "Zugkeildeckung" ist stets dann unwirtschaftlich, wenn aus Gründen der Rißsicherung zusätzliche Bewehrung angeordnet werden muß.

Die Einhaltung der für Spannbetonkonstruktionen bisher üblichen strengen Forderung, jegliche Rißbildung unter Gebrauchslast



gänzlich auszuschalten (Volle Vorspannung) oder weitgehend zu vermeiden (Beschränkte Vorspannung) ist nicht in allen Fällen notwendig. Die Zulassung von Rissen mit beschränkter Breite führt unter bestimmten Bedingungen nicht zur Gefährdung dieser Konstruktionen durch Korrosion der Stahleinlagen, bietet dafür aber eine Reihe wirtschaftlicher Vorteile (Bilder 1 und 2).

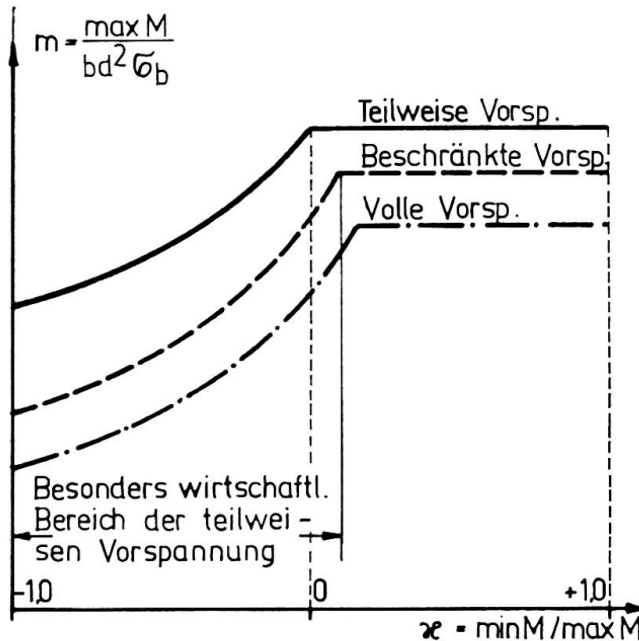


Bild 1: Tragvermögen von Spannbetonquerschnitten unterschiedlichen Vorspanngrades in Abhängigkeit vom Belastungsverhältnis

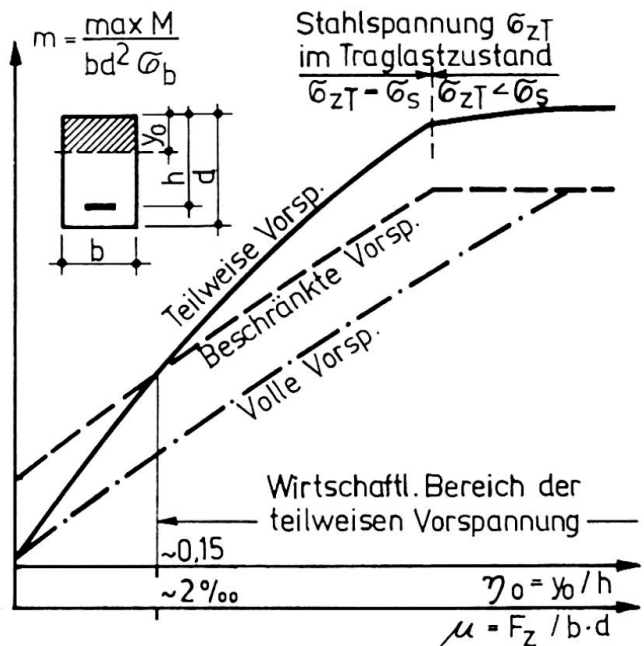


Bild 2: Tragvermögen von Spannbetonquerschnitten unterschiedlichen Vorspanngrades in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad

## 2. Grundlagen des Verfahrens

Das Verfahren zur Berechnung von Spannbetonkonstruktionen nach Zustand II schließt einerseits die Lücke zwischen den Anwendungsbereichen der beschränkt vorgespannten und schlaff bewehrten Konstruktionen und gestattet bei einer annähernd zutreffenden Beschreibung der physikalischen Zusammenhänge eine praktische Anwendung der Sicherheitstheorie.

Grundlage des Berechnungsverfahrens ist die Einhaltung der drei kritischen Zustände. Diese sind gegeben durch

- Erreichen der Traglast
- Erreichen unzulässig großer Rißweiten
- Erreichen unzulässig großer Durchbiegungen.

Das Erreichen einer dieser kritischen Zustände bedeutet, daß das Bauteil bei einer weiteren Laststeigerung für den vorgesehenen Verwendungszweck unbrauchbar wird, auch wenn diese Laststeigerung nicht zum Bruch führt.

Berechnungen an verschiedenen Bauteilen haben gezeigt, daß von den drei kritischen Zuständen im allgemeinen der Zustand Traglast maßgebend für die Berechnung einer Spannbetonkonstruktion ist. Der Traglastnachweis bildet daher den Ausgangspunkt der Berechnung und Bemessung von Spannbetonkonstruktionen nach Zustand II und charakterisiert das Berechnungsverfahren als Traglastverfahren. Als summarische Sicherheit gegen Erreichen der Traglast, bezogen auf den Stahl, wird  $\eta_T = 1,70$  gewählt. Eine Aufgliederung des Sicherheitsfaktors für Eigenlast und Verkehrslast wird nicht vorgenommen.

Die anschließend an den Traglastnachweis zu führenden Nachweise entscheiden darüber, welcher Anteil der Gesamtbewehrung zur Einhaltung zulässig großer Formänderungen oder Spannungen vorgespannt oder schlaff eingelegt werden muß. Hierbei ist die Vorspannung des gesamten Bewehrungsquerschnittes mit den im Spannbett zulässigen Stahlspannungen der Regelfall. Nur in Ausnahmefällen wird mit Rücksicht auf die Formänderungen eine Vergrößerung des Querschnittes der Spannbewehrung über die durch den Traglastnachweis gegebene Größe hinaus notwendig werden.

Für den Nachweis der Rißweiten erweist sich die Unterscheidung zwischen einer mittleren Gebrauchslast — Mittellast — und einer größtmöglichen Gebrauchslast — Höchstlast — als zweckmäßig. Die Höchstlast entspricht der ungünstigsten Lastkombination aller im Gebrauchszustand des Bauwerkes wirksamen Lasten. Die Mittellast umfaßt den durchschnittlich wirkenden Teil der Höchstlast, der nur selten und auch nur kurzfristig überschritten wird.

Das elastische Verhalten vorgespannter Konstruktionen rechtfertigt für die nur kurzfristig wirkenden Höchstlasten die Festlegungen größerer zulässiger Rißweiten als für die Mittellast. Sie werden je nach den Lagerungsbedingungen, zum Beispiel feucht oder trocken, in Größenordnungen gehalten, die in jedem Falle ein günstigeres Rißbild als beim schlaff bewehrten Stahlbeton zur Folge haben und weder im Stahl noch im Beton plastische Formänderungen hinterlassen. Darüber hinaus können die Lagerungsbedingungen des Bauwerkes auch die Begrenzung der Rißweite auf Null erforderlich machen, zum Beispiel bei feuchter Lagerung, so daß hierfür die Wirkung einer vollen Vorspannung eintritt.

Mit der Bemessung nach der Traglast wird eine Konstruktion erzielt, welche einerseits die hochfesten Stähle und Betone auszunutzen gestattet und damit wirtschaftliche Vorteile gegenüber dem Stahlbeton aufweist und andererseits mit der Aufgabe der Forderung auf Rissefreiheit auch wirtschaftlich gegenüber voll und beschränkt vorgespannten Konstruktionen ist.

### 3. Berechnungshilfsmittel

Zur Erleichterung der praktischen Anwendung des Berechnungsverfahrens nach Zustand II wurden im Institut für Stahlbeton, Dresden "Erläuterungen zur TGL O-4227, Abschn. 2" [ 4 ] ausgearbeitet, die neben einer Darstellung der Grundlagen Hinweise zur Berechnung, Berechnungshilfsmittel in Form von Zahlentafeln und Tabellen sowie Angaben über den wirtschaftlichen Anwendungsbereich enthalten.

Für die Durchführung des Spannungsnachweises im Zustand II wurden spezielle Berechnungshilfsmittel "Tabellen zur Spannungsermittlung im Zustand II bei einachsiger Biegung mit Längsdruckkraft für Rechteck-, Plattenbalken- und Kreisringquerschnitte" [ 5 ] geschaffen.

#### 4. Belastungszustände und Nachweise

Bei einer Berechnung von Spannbetonkonstruktionen nach Zustand II sind Nachweise verschiedener Art zu führen:

- a) Nachweis der Sicherheit gegen Erreichen der Traglast
- b) Nachweis der Einhaltung zulässiger Rißweiten und Durchbiegungen
- c) Nachweis der Einhaltung zulässiger Spannungen.

Die einzelnen Belastungszustände sowie die hierfür zu erbringenden Nachweise sind in Tafel 1 aufgeführt.

Tafel 1

| Belastungszustand                           | Lastfälle                                                    | Nachweise                                                                                                  |
|---------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Traglast                                    | $v + \varphi + 1,7 (g + p_h)$                                | Sicherheit gegen Erreichen der Traglast<br>vorh $v_T \geq 1,7$<br>Hauptzugspannungen                       |
| Vor Aufbringen der Vorspannung              | $v^{(0)}$ (Spannbett)                                        | Zugspannung in der Spannbewehrung                                                                          |
| Unmittelbar nach Aufbringen der Vorspannung | $v + g_1$                                                    | Druckspannung in der vorgedrückten Zugzone<br>Zugspannung in der Druckzone                                 |
| Mittellast                                  | $v + \min \varphi + g + p_m$                                 | Rißweiten                                                                                                  |
| Höchstlast<br>(maximale Gebrauchs-<br>last) | $v + \min \varphi + g + p_h$<br>$v + \max \varphi + g + p_h$ | Zugspannung in der Spannbewehrung<br>Zugspannung in der schlaffen Bewehrung<br>Rißweiten<br>Durchbiegungen |

v Vorspannung

$\varphi$  Schwinden und Kriechen

g ständige Last

p Verkehrslast infolge Mittellast ( $p_m$ ) oder Höchstlast ( $p_h$ )

Die im Zustand Traglast wirkenden Spannungen in der Betondruckzone werden in Übereinstimmung mit der TGL 11422 (Bauwerke und Fertigbauteile aus Beton und Stahlbeton, Berechnungsgrundlagen-Lastverfahren) [6] mit einer parabolischen Verteilung angenommen, um eine Verwendung der Berechnungstabellen der TGL 11422 zu ermöglichen. Als Betonstauchungen werden  $\min \epsilon_b = -2\%$ , als zusätzliche Stahlzugdehnungen  $\max \epsilon_{bz} = 7\%$  zugelassen.

Anstelle des Nachweises der Betondruckspannungen im Belastungszustand  $v+g$ , kann auch ein Traglastnachweis für  $v$  fache Vorspannkraft geführt werden [7]. Ein Nachweis der Betondruckspannungen unter Höchstlast ist nicht erforderlich.

## 5. Berechnung der Spannungen im Zustand II

Für den Zustand Höchstlast sind Nachweise für Spannungen und Rißweiten zu erbringen. Die Berechnung des Spannungszustandes unter Höchstlast muß auf der Grundlage des Zustandes II erfolgen. Nur die Annahme eines gerissenen Betonquerschnittes erlaubt eine in physikalischer Hinsicht zutreffende Aussage über die Spannungsverteilung und die Größe der zu erwartenden Risse. Der Nachweis, daß sowohl die Stahlspannung als auch die Rißweite zulässige Werte nicht überschreiten, erübrigt zugleich die Führung eines besonderen Rißsicherungsnachweises, wie er nach DIN 4227 für Spannbetonkonstruktionen üblich ist.

In diesem Zusammenhang muß erwähnt werden, daß nach TGL O-4227, Abschnitt 1, die Rißsicherung mit Hilfe der Zugkeildeckung nur noch in den Fällen zulässig ist, in denen keine zusätzliche schlaffe Bewehrung erforderlich wird. In allen anderen Fällen muß die Berechnung der Rißsicherung nach Zustand II unter Ausschluß aller Betonspannungen erfolgen.

Gegenüber dem schlaff bewehrten Stahlbeton und dem Spannbeton im Zustand I gestaltet sich die Spannungsermittlung für den Spannbeton im Zustand II wesentlich schwieriger und langwieriger, weil bei vorgespannten Stahlbetonquerschnitten die Lage der Querschnittsschwerachse auch von den Schnittgrößen abhängt und das Superpositionsgesetz in der Regel nicht mehr anwendbar ist.

Die Spannungen unter Höchstlast können nicht mehr wie im Zustand I durch Superposition der Spannungsanteile aus verschiedenen Lastfällen gewonnen werden, sondern müssen aus den im Belastungszustand "Höchstlast" wirkenden Schnittgrößen berechnet werden. Der Spannungsermittlung geht die Bestimmung der Druckzonenhöhe  $y_0$  voraus, mit deren Hilfe der Spannungszuwachs  $\Delta\sigma_{z,v+q+\varphi}$

in der Bewehrung ermittelt werden kann. Er ist mit der Spannbettspannung  $\sigma_{z,v+\varphi}^{(0)}$  und der gesuchten Gesamtspannung  $\sigma_{z,v+q+\varphi}$  durch folgende Beziehungen verknüpft

$$\sigma_{z,v+q+\varphi} = \sigma_{z,v+\varphi}^{(0)} + \Delta\sigma_{z,v+q+\varphi} \quad (1)$$

Bei Benutzung von Berechnungstabellen wird die mit einer Spannungsermittlung im Zustand II verbundene umfangreiche Rechnung auf ein Mindestmaß beschränkt und Rechenfehler hierbei weitgehend ausgeschlossen.

## 6. Ermittlung der Rißweiten

Die TGL O-4227, Abschnitt 2, verlangt den rechnerischen Nachweis der zu erwartenden Rißweite für Höchstlast und Mittellast. Der Sinn dieses Nachweises liegt weniger in der Vorausberechnung der am betreffenden Bauteil zu erwartenden Rißweite, als vielmehr in der sinnvollen Einstufung des Bauteils entsprechend seiner Korrosionsgefährdung, deren Maßstab die jeweils zulässige Rißweite ist.



Bei der Festlegung zulässiger Rißweiten für Spannbetonbauteile mußten wegen ihrer größeren Korrosionsgefährdung strengere Maßstäbe als im Stahlbeton angelegt werden. Andererseits konnten für selten und nur kurzzeitig wirkende Belastungen (Höchstlast) erleichterte Bedingungen zugelassen werden. Infolge der Vorspannung werden die Risse sich bei Verringerung der äußeren Beanspruchung wieder schließen, so daß die Rißweite bei Höchstlast nur kurze Zeit zu erwarten ist und eine ernsthafte Korrosionsgefahr nicht eintreten kann. In Abhängigkeit von den atmosphärischen Bedingungen wurden die in Tafel 2 angegebenen Werte für die zulässigen Rißweiten festgelegt.

Tafel 2

| Atmosphärische Bedingungen                         | Belastungs-<br>zustand   | Zulässige<br>Rißweite |
|----------------------------------------------------|--------------------------|-----------------------|
| In sehr feuchter<br>oder aggressiver<br>Atmosphäre | Mittellast<br>Höchstlast | 0<br>0,10 mm          |
| Allgemein<br>im Freien                             | Mittellast<br>Höchstlast | 0,10 mm<br>0,25 mm    |
| In trockener Luft,<br>z.B. in trockenen<br>Räumen  | Mittellast<br>Höchstlast | 0,15 mm<br>0,35 mm    |

Für die Rißweite  $w$  ist bei Spannbetonbauteilen der Spannungszuwachs bzw. die sog. "rißerzeugende" Stahlspannung  $\Delta\sigma_{z,v+q+\varphi}$  maßgebend. Ihrer Berechnung liegt folgende Beziehung zugrunde

$$w_{z,v+q+\varphi} = k \frac{\delta}{\mu} \cdot \frac{\Delta\sigma_{z,v+q+\varphi}}{E_z} \quad (2)$$

Hierzu bedeuten

$k$  Konstante zur Kennzeichnung der Querschnittseigenschaften sowie der Beschaffenheit des Bewehrungsstahls

$\delta$  Durchmesser des Bewehrungsstahls

$\mu$  Bewehrungsgrad

$E_z$  Elastizitätsmodul des Bewehrungsstahls

Der Nachweis zulässiger Rißweite wird in der Regel unter Zuhilfenahme spezieller Berechnungshilfsmittel [4] durch die Ermittlung eines Maximaldurchmessers  $\max \delta$  für den Bewehrungsstahl erbracht.

## 7. Ermittlung der Durchbiegungen

Nach TGL O-4227, Abschnitt 2, sind die Durchbiegungen eines Bauteils unter Höchstlast nachzuweisen, wenn die betreffende Konstruktion gegen Durchbiegungen empfindlich ist.

Durch die Vorschreibung von starren Grenzwerten der Durchbiegung für vorgespannte balkenartige Bauteile kann nicht mit Sicherheit ausgeschlossen werden, daß durch zu große Durchbiegungen bestimmte Bauteile in ihrer Funktionstüchtigkeit beeinträchtigt wer-

den. Zudem würde der Nachweis der Durchbiegungen in vielen Fällen für die Bemessung maßgebend werden und damit eine unwirtschaftliche Bemessung auch derjenigen Konstruktionen nach sich ziehen, für die eine Begrenzung der Durchbiegung im Hinblick auf ihre Funktion gar nicht nötig ist. Aus den genannten Gründen wurden keine zulässigen Werte für die Durchbiegungen in die TGL 0-4227 aufgenommen. Es bleibt damit dem Projektanten überlassen, über die Zulässigkeit von Durchbiegungen entsprechend den konstruktiven Gegebenheiten zu entscheiden.

### 8. Anwendungsbeispiele

Für die Fertigteile 12 m-Dachkassettenplatten, Deckenhohlplatten, Maste und Mastfüße wird seit mehreren Jahren in der DDR die teilweise Vorspannung nach den vorgenannten Grundlagen mit Erfolg angewandt. Für alle diese durch unterschiedliche Beanspruchungsverhältnisse und Querschnittsausbildung gekennzeichneten Elemente konnten wirtschaftliche Vorteile gegenüber der beschränkten Vorspannung erzielt werden.

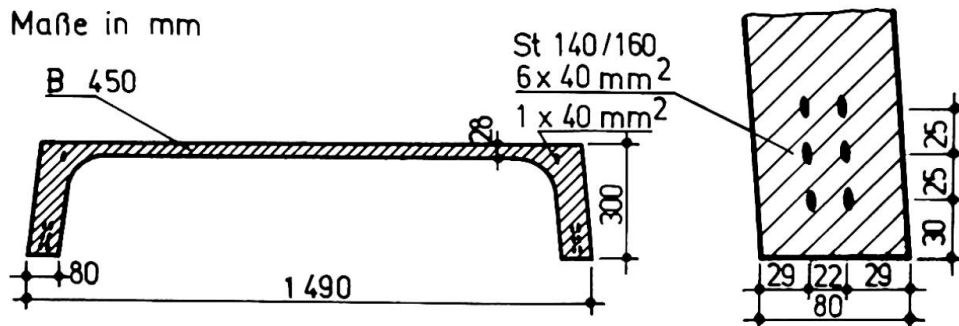


Bild 3: Querschnitt der 12 m-Dachkassettenplatte

Im Bild 3 ist der mittlere Querschnitt der nur mit Randrippen versehenen Dachkassettenplatte für 12 m Stützweite dargestellt [8] [9]. Für diesen Querschnitt errechnen sich nach Zustand I mit der Gesamtbelastung  $q = g + p = 316 + 150 = 466 \text{ kp/m}$  die im Bild 4 angegebenen Spannungen. Für den ölschlusßvergüteten Spannstahl ist dabei vorerst noch mit

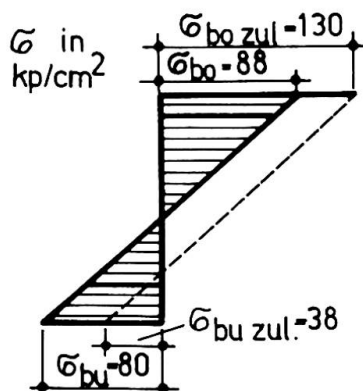


Bild 4: Betonspannungen nach Zustand I für den Belastungszustand  $v = \max \varphi + q$  und die nach [1] für beschränkte Vorspannung zulässigen Spannungen

bei vorerst noch mit der wegen dessen Empfindlichkeit gegen Spannungsrißkorrosion begrenzten zulässigen Spannung im Spannbett von  $7 \cdot 200 \text{ kp/cm}^2$  gerechnet worden. Nach Bild 4 werden die nach [1] für beschränkte Vorspannung zulässigen Betonzugspannungen weit überschritten. Mit der Voraussetzung des Vorspanngrades teilweise Vorspannung konnten für den gleichen Querschnitt die Nachweise ausreichen-

der Sicherheit gegen Erreichen der Traglast, Einhaltung zulässiger Rißweiten, Durchbiegungen und Spannungen geführt werden. Als maximale Rißweite wurde  $w = 0,05 < 0,1$  mm mit der Annahme, daß die Mittellast gleich der Höchstlast ist, errechnet. Nach [1] muß die Durchbiegung u.a. für alle Bauteile nachgewiesen werden, deren Schlankheitsgrad  $\lambda = \frac{l_i}{h} > 35$  ist. Für die Dachkassettenplatte mit  $\lambda = 49$  ergab sich mit einer angenommenen Dauerlast von 361 kp/m eine Durchbiegung von  $f_{v+\max \varphi+q} = 4,39$  cm. Die Zugspannungen in der Spannbewehrung blieben mit  $\sigma_{z,v+\max \varphi+q} = 7362$  kp/cm<sup>2</sup> unter den zulässigen Werten. In den durchgeführten Tragfähigkeitsversuchen wurden die errechneten Größen bestätigt.

Durch die Anwendung der teilweisen Vorspannung für diese Dachkassettenplatten konnte ein beachtlicher wirtschaftlicher Vorteil erzielt werden, denn auf eine nach beschränkter Vorspannung notwendige Rippenverbreiterung oder Vergrößerung der Querschnittshöhe oder Verstärkung der Bewehrung konnte verzichtet werden.

Bis zum Jahresende 1967 wurden 370 000 m<sup>2</sup> dieser Platten eingebaut. Die an zwei Bauwerken seit 1964 regelmäßig durchgeführten Beobachtungen von 2852 Platten haben bisher zu keinerlei Beanstandungen geführt.

Für Leuchten-, Fahrleitungs- und Energiemaste wird in zunehmendem Umfang der Spannbeton angewandt. Die Bemessung dieser Masenelemente nach der teilweisen Vorspannung ist wegen der wechselnden Beanspruchung entsprechend Bild 1 besonders wirtschaftlich. Aus dem Spannbetonmastensortiment der DDR [10] wird als Beispiel der Leuchtenmast L 10.0 mit einer freien Länge von 10 m bei einer Gesamtlänge von 12 m herausgegriffen. Zur Unterbringung des Sicherungselementes ist 40 cm über Geländeoberkante eine Aussparung notwendig. Für die Bemessung dieser konischen Maste wird der an der Unterkante dieser Aussparung liegende Querschnitt maßgebend. Er ist aus Bild 5 ersichtlich. Bei einer Untersuchung nach Zustand I können, wie im Bild 5 aufgezeigt, die zulässigen Betonzugspannungen für beschränkte Vorspannung nach [1] nicht eingehalten werden. Auf eine Vergrößerung des Betonquerschnittes oder der Spannbewehrung konnte durch die Berechnung nach der teilweisen Vorspannung verzichtet werden. Für den Leuchtenmast L 10.0 errechnete sich die Rißweite unter Höchstlast zu  $w = 0,1$  mm, also wesentlich unter der nach Tafel 2 zulässigen. Experimentelle Erprobungen mit diesen Masten ergaben eine befriedigende Übereinstimmung zwischen Versuchs- und Berechnungswerten.

Nach der teilweisen Vorspannung bemessene Spannbetonmaste sind seit 1960 in großem Umfange produziert und aufgestellt worden. Umfangreiche Untersuchungen an Spannstählen ausgebauter Maste, die bis zu 4 Jahren Beanspruchungen unter Betriebsbedingungen ausgesetzt waren, ergaben keine Anhaltspunkte dafür, daß sich die für teilweise Vorspannung zulässige Rißbildung ungünstig auf den Korrosionsbefall der Spannstähle auswirkt.

Auch bei der Bemessung von im Spannbett hergestellten Vollwandbindern mit I-Querschnitt erbrachte die teilweise Vorspannung geringeren Materialeinsatz. Der meistbeanspruchte Querschnitt eines trapezförmigen Vollwandbinders für 24 m Spannweite ist im Bild 6 dargestellt. Für diesen im Drittelspunkt des Binders gelegenen

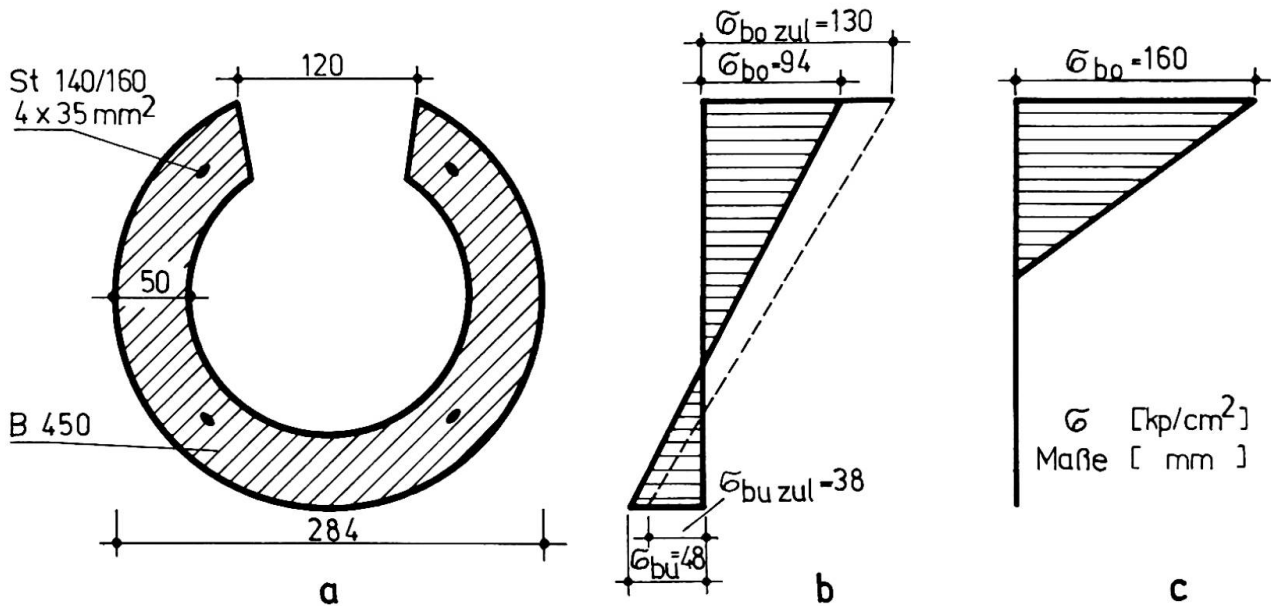


Bild 5: a) Für die Bemessung maßgebender Querschnitte des Leuchtmastes L 10.0  
 b) Betonspannungen nach Zustand I für den Belastungszustand  $v + \max \varphi + q$  und die nach [1] für beschränkte Vorspannung zulässigen Spannungen  
 c) Betonspannungen nach Zustand II für den Belastungszustand  $v + \max \varphi + q$

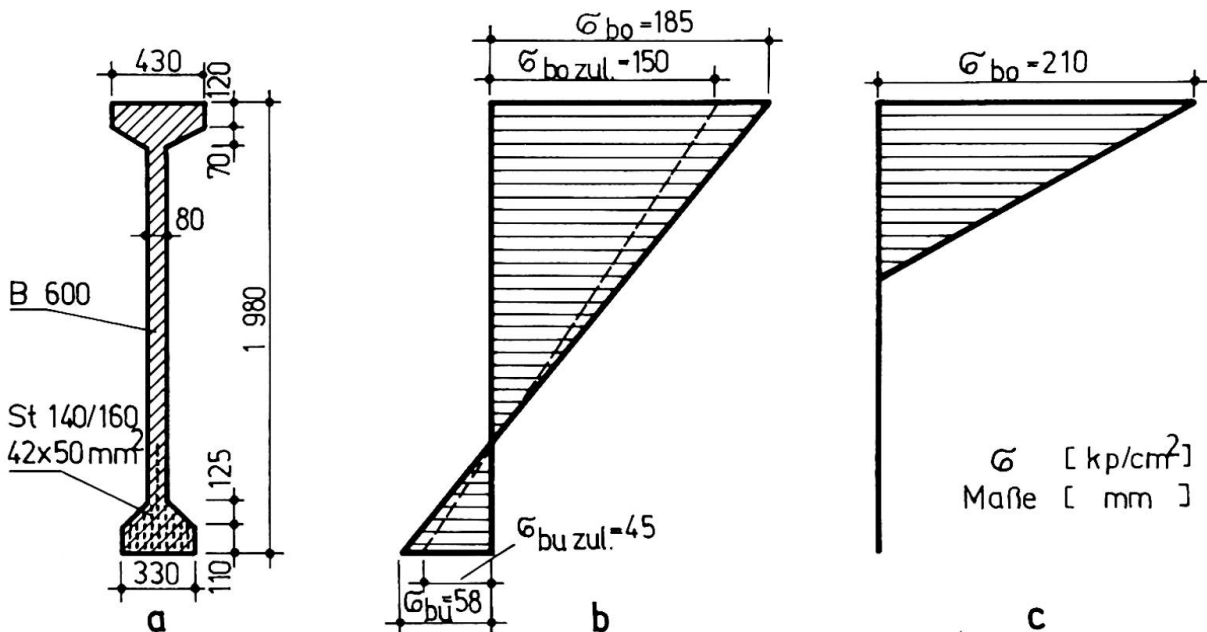


Bild 6: a) Querschnitt im Drittelpunkt eines Vollwandbinders für 24 m Spannweite  
 b) Betonspannungen nach Zustand I für den Belastungszustand  $v + \max \varphi + q$  und die nach [1] für beschränkte Vorspannung zulässigen Spannungen  
 c) Betonspannungen nach Zustand II für den Belastungszustand  $v + \max \varphi + q$



Querschnitt sind die mit einer Nutzlast von 3,8 Mp/m und einer Einzellast von 0,6 Mp/m nach Zustand I und Zustand II errechneten Betonspannungen im gleichen Bild aufgezeichnet. Ein Vergleich mit den eingetragenen zulässigen Spannungen bei beschränkter Vorspannung zeigt die Vorteile der teilweisen Vorspannung für diesen Fall. Die größte Rißweite dieses Binders unter Höchstlast wurde mit 0,1 mm ermittelt und überschreitet damit nicht den zulässigen Wert nach Tafel 2.

### 9. Einfluß der Rißweiten

Zur Erforschung des Einflusses verschiedener Rißweiten auf die Korrosion der Spannstähle wurden 1965 Balken mit Variation der Betondeckung, der Rißweiten, der Betongüte, des Wasser-Zement-Wertes und der Vorspannung hergestellt und in normaler Großstadtatmosphäre, an der Küste im Seeklima und in einer durch die chemische Industrie besonders aggressiven Atmosphäre ausgelagert. Einige dieser Versuchsstücke wurden in einer Klimakammer einem aggressiven Gasgemisch ( $\text{CO}_2$ ;  $\text{SO}_2$ ) mit erhöhter Luftfeuchtigkeit ausgesetzt.

Die bisher gewonnenen Ergebnisse mit diesen Balken bestätigen, was auch von vielen anderen Forschern schon festgestellt wurde [11] [12], daß bei Einhaltung der Rißweiten nach Tafel 2 keine Korrosion der Spannstähle befürchtet werden muß.

### 10. Schlußbetrachtung

Abschließend können für die zukünftige Berechnung von Spannbetonkonstruktionen folgende Gesichtspunkte genannt werden. Welcher Vorspannungsgrad für eine Konstruktion vorgesehen werden muß, wird durch die Forderung bestimmt, die an das Bauwerk in bezug auf die Rißsicherheit gestellt wird. Muß eine Konstruktion der Korrosionsgefährdung wegen absolut dicht und rissefrei sein, so wird die Berechnung nach wie vor auf der Grundlage zulässiger Spannungen erfolgen. Bauteile, für die eine Rissefreiheit nicht erforderlich ist, sollten nach Zustand II berechnet werden unter weitgehender Ausschöpfung der in der Konstruktion vorhandenen Reserven an Tragkraft.

### Literaturverzeichnis

- [1] TGL O-4227    Spannbeton-Berechnung und Ausführung
- [2] DIN 4227     Spannbeton-Richtlinien für Bemessung und Ausführung
- [3] Körner, C:    Berechnung von Spannbetonkonstruktionen nach kritischen Zuständen.  
Bauplanung-Bautechnik (1963), S. 550 u. S. 604
- [4] Autorenkollektiv:  
Spannbeton-Berechnung nach Zustand II (Erläuterungen zur TGL O-4227, Abschnitt 2).  
VEB Verlag für Bauwesen, Berlin (1964)
- [5] Autorenkollektiv:  
Tabellen zur Spannungsermittlung im Zustand II bei einachsiger Biegung mit Längsdruckkraft für Rechteck-, Plattenbalken- und Kreisringquerschnitte  
VEB Verlag für Bauwesen, Berlin (1964)

- [6] TGL 11422      Bauwerke und Fertigteile aus Beton und Stahlbeton, Berechnungsgrundlagen-Traglastverfahren
- [7] Körner C. und Rickenstorf, G.:  
Berechnung von Spannbetonquerschnitten im Bereich freidrehbar gelagerter Endauflager nach TGL 0-4227  
Bauplanung-Bautechnik (1966), S. 30
- [8] Ebisch, D. u. Kehrner, J.:  
Vorgespannte 12 m-Dachkassettenplatten  
Schriftenreihe Stahlbeton, Deutsche Bauakademie Berlin, Heft 7 (1967)
- [9] Schmidt, H.: Vorgespannte Kassettenplatten für Dachkonstruktionen mit Spannbeton- oder Stahlbindern  
Betonstein-Zeitung 33 (1967), S. 470
- [10] Haupt, W. und Körner, C.:  
Entwicklung eines geschlossenen Spannbetonmasten-Sortimentes  
Betonstein-Zeitung 33 (1967), S. 472
- [11] Rüsch, H.: Bericht über die Herbsttagung des Vereins Deutscher Zementwerke in Hamburg  
Beton (1964), S. 509
- [12] Moskvín, V. M.: Verwendung von Spannbetonkonstruktionen in Industriebauten in aggressiver Umgebung  
Beton i Železobeton, Moskva, 10 (1964), S. 481

#### ZUSAMMENFASSUNG

Die Berechnung von Spannbetonkonstruktionen nach Zustand II ist seit 1964 in der DDR offiziell zugelassen. Die aus umfangreichen Forschungsarbeiten entwickelten Grundlagen zur Bemessung nach der teilweisen Vorspannung werden im vorstehenden Beitrag kurz beschrieben. Für drei ausgewählte Querschnitte von Spannbetonfertigteilen werden die erzielten wirtschaftlichen Vorteile der teilweisen Vorspannung durch einen Vergleich mit den Betonspannungen im Zustand I aufgezeigt.

#### SUMMARY

The plastic design of the prestress concrete structures is officially permitted in G.D.R. since 1964. The fundamental principles developed through extensive research work for the design with part prestressing are briefly described in the preceding paper. The economical advantages gained through part prestressing have been pointed out with the help of a comparison of concrete stresses in elastic region in the case of three typical cross sections of prefabricated prestress concrete units.

#### RÉSUMÉ

Le calcul des constructions en béton précontraint selon l'état II est officiellement admis dans la RDA depuis 1964. L'article actuel contient une description courte des bases pour la détermination des dimensions conformes à une précontrainte partielle, développées au moyen des recherches scientifiques étendues. Les avantages économiques obtenus par la précontrainte partielle sont montrés pour trois sections choisies par comparaison aux tensions du béton de l'état I.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide

## IVb

### **La nécessité d'accepter des tractions dans le béton précontraint**

Die Notwendigkeit, Zugspannungen im Spannbeton zuzulassen

It Is Necessary to Accept Tensile Stresses in Prestressed Concrete

#### **H. MATHIEU**

Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées  
Chef de la Division des Ouvrages d'art B  
du Service d'Etudes Techniques des Routes et Autoroutes  
(ancien Service Spécial des Autoroutes)  
Ministère de l'Équipement et du Logement (France)

La présente communication se réfère à une note que nous avons établie le 19 Avril 1967 à l'intention de la Commission française chargée d'établir, sous la présidence de M. l'Ingénieur Général BONNOME, un nouveau Règlement de béton précontraint. Nous avons bénéficié, dans cette étude, des encouragements et d'observations de M. GUYON, ancien président de la Fédération Internationale de la Précontrainte, et de M. R. PELTIER, Ingénieur Général des Ponts et Chaussées, ancien Directeur du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Rapporteur Général de la Commission. Nous les remercions pour les précieux conseils qu'ils ont bien voulu nous donner.

o

o o

S'il est exact que, comme l'indique le rapport préliminaire, l'"Ecole française", c'est-à-dire les Règlements français de calcul et les principaux constructeurs français, ont pendant de longues années soutenu l'idée d'une précontrainte complète, il paraît utile d'indiquer que cette idée s'est trouvée souvent controversée dans notre pays au cours de ces dernières années. En effet un effort de réflexion a conduit à douter d'abord de la réalité d'un grand nombre de précontraintes que l'on avait calculées comme "complètes", puis par suite à douter de leur nécessité. Par voie de conséquence il est apparu que les avantages que l'on recherchait par la "précontrainte complète" n'étaient pas directement liés à celle-ci et que de nouveaux critères de sécurité pouvaient lui être substitués.

#### **1 - Caractère inéluctable des tractions dans les ouvrages en béton précontraint :**

1.1-Diverses causes de traction, admises dans notre pays depuis de longues années, dans les ouvrages précontraints, sont bien connues. Il s'agit essentiellement :

- de tractions en phase provisoire dans toutes les parties des ouvrages ;
- de tractions dans les zones d'ancrage, où il est à noter que

les câbles sont particulièrement exposés à la corrosion, mais en général relativement peu exposés à la fatigue;

- de tractions à peu près perpendiculaires aux câbles de précontrainte, dans les ouvrages précontraints dans une seule direction; de telles tractions tendent à ouvrir des fissures parallèles aux câbles;

- de tractions (flexion de hourdis et cisaillements des âmes des poutres) que l'on admet en général ne pas fissurer effectivement le béton, compte tenu des coefficients de sécurité réels attachés aux modes de calcul habituels des efforts. En ce qui concerne les hourdis, il convient de noter cependant qu'il s'agit de parties d'ouvrages où les câbles sont tout particulièrement exposés à la fatigue aussi bien qu'à la corrosion, et que pourtant, depuis de longues années, malgré le grand nombre de câbles ainsi exposés, aucun accident ni incident n'a jamais été signalé dans notre pays, même dans les cas où les hypothèses les plus favorables de calcul ont été admises.

1.2 - Bien d'autres causes d'importantes tractions, dont certaines sont assez peu connues, se rencontrent dans les ouvrages, même calculés comme soumis à des précontraintes complètes.

a) - le Règlement français ne prescrit la précontrainte complète qu'au temps  $t$  infini, c'est-à-dire toutes pertes de précontrainte effectuées. Or une telle vérification ne peut être que conventionnelle, portant sur un état mal connu, comme le montrent la diversité et les variations au cours des années des appréciations que l'on a faites des pertes de précontrainte (frottements, relaxation, fluage). Cet état risque de n'être jamais atteint ou d'être dépassé selon que les pertes de précontrainte sont surestimées ou sous-estimées. Au mieux, il ne doit être atteint théoriquement qu'au bout de longues années (durée du fluage du béton), alors que les surcharges sont appliquées aux ouvrages dès l'âge de 90 jours environ. A ce moment des tractions sont dues d'une part à un excès de précontrainte et d'autre part, en particulier pour de nombreux passages inférieurs d'autoroutes, à la circulation d'engins lourds de terrassements dont l'agressivité (poids, effet dynamique et nombre, alors que le béton est encore jeune) dépasse largement dans certains cas celle des surcharges réglementaires. Il importe de ne pas méconnaître ces tractions. C'est pourquoi, profitant de ce que le calcul électronique auquel il recourt largement sous forme de notes de calcul complètes permet de multiplier aisément les stades de vérification, le S.S.A.R. a procédé systématiquement, depuis deux ans, à un calcul des contraintes avec surcharges à l'âge de 90 jours, c'est-à-dire pertes en grande partie non effectuées, mais sans exiger la précontrainte complète à ce stade, la sécurité supplémentaire que permet cette vérification étant recherchée exclusivement par l'addition d'armatures passives.

Nous indiquons, en donnant deux exemples d'ouvrages courants, avec aciers de précontrainte à relaxation normale, les résultats que l'on obtient ainsi, en appliquant le Règlement français de béton précontraint qui apprécie assez sévèrement les pertes de précontrainte :

- à mi-portée d'une travée indépendante à poutres préfabriquées de 35m de longueur, on trouve dans les talons des compressions à l'âge de 90 jours de 40kg/cm<sup>2</sup> environ plus élevées qu'au temps  $t$  infini; mais sur la fibre supérieure, du fait de l'excentrement de la précontrainte, la compression est au contraire réduite de 6kg/cm<sup>2</sup>,



et cette seule cause suffit déjà à faire apparaître des tractions de la même grandeur dans le hourdis coulé en place entre les poutres. Dans les zones d'appui en revanche, le centrage de la précontrainte fait qu'à 90 jours les compressions sont uniformément plus élevées, de  $7\text{kg/cm}^2$  environ, qu'au temps  $t$  infini.

- dans une dalle pleine de  $53\text{cm}$  d'épaisseur, à quatre travées continues, on trouve une compression moyenne d'environ  $8\text{kg/cm}^2$  plus élevée à l'âge de 90 jours qu'au temps  $t$  infini. Mais en raison de l'excentrement de la précontrainte, au droit des appuis intermédiaires la compression est réduite de  $13\text{kg/cm}^2$  sur la fibre inférieure, et cette seule cause suffit déjà à faire apparaître des tractions d'une dizaine de  $\text{kg/cm}^2$  sur cette fibre à l'âge de 90 jours.

b) - dans le cas de structures en vue desquelles le Règlement français a été tout particulièrement établi, à savoir les tabliers à poutres préfabriquées séparées par hourdis coulé en place, la seconde précontrainte et le retrait différentiel du hourdis par rapport aux poutres introduisent d'importantes tensions dans ce hourdis.

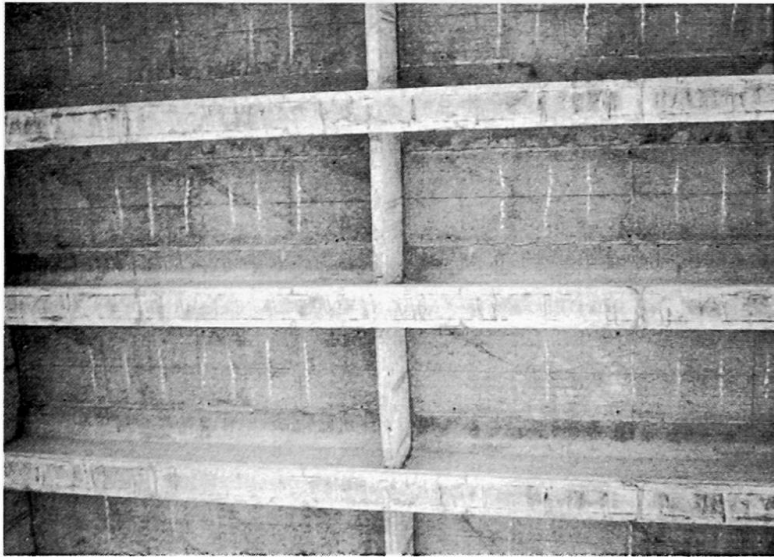
Ces tensions, dans l'exemple que nous avons cité ci-dessus, atteignent  $18,6\text{kg/cm}^2$  à mi-portée sur la fibre supérieure après application de la deuxième précontrainte; on est alors en phase provisoire et il ne s'y ajoute aucune flexion locale notable. Lors de la mise en service, supposée à l'âge de 90 jours, cette traction s'est abaissée à  $7\text{kg/cm}^2$  par suite de l'application du poids des superstructures et des pertes de précontrainte intervenues entre temps, mais il vient alors s'y ajouter les contraintes supplémentaires de flexion locale sous le trafic, contraintes qui par application du Règlement français de surcharges atteignent  $40\text{kg/cm}^2$  en traction sur la fibre supérieure à l'encastrement du hourdis sur les entretoises, et qui ne sont compensées que de façon très partielle et aléatoire par le supplément de flexion générale.

On peut ajouter d'ailleurs que les tractions sont localement très accrues par les réductions locales de la section résistante du hourdis, dues aux câbles transversaux.

Quant à l'atténuation souvent supposée, du retrait différentiel ( $2/10$  du retrait total dans notre exemple) par le fluage, elle nous paraît discutable parce que la compression à vide de la fibre supérieure des poutres préfabriquées est peu élevée ( $40$  à  $50\text{kg/cm}^2$ ) de sorte que le fluage, qui croît plus vite que proportionnellement aux contraintes, peut agir davantage pour accentuer, par flexion, la cambrure des poutres et par conséquent la traction du hourdis. D'ailleurs un calcul complet fait sur un exemple par M. FAUCHART, Ingénieur des Ponts et Chaussées attaché au SETRA, a montré que même dans l'hypothèse d'un fluage proportionnel aux contraintes, la moitié seulement de la contrainte de traction par retrait différentiel disparaissait peu à peu du fait du fluage.

Le calcul de tabliers de ce type ayant négligé ces causes de traction du hourdis coulé en place, il a été constaté, dans certains d'entre eux, une fissuration transversale systématique du hourdis coulé en place, fissuration concentrée au droit des câbles de précontrainte transversale (cf Photographie). Dans de tels cas, il est certainement souhaitable de reconnaître l'existence de tractions et d'armer ces hourdis en conséquence (ce que prescrit d'ailleurs le Règlement français)

.c) - dans le cas des ponts dalles même droits, la concentration des réactions d'appui en quelques points, généralement non

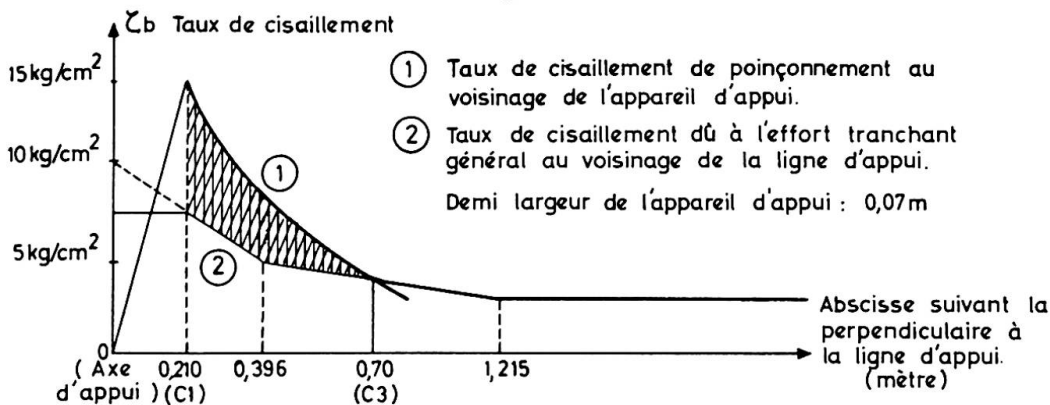


Fissures dans un hourdis coulé en place entre poutres préfabriquées. Photographie S.S.A.R.

prise en compte dans le calcul, introduit en fait des tractions locales notables. La distribution des efforts tranchants autour des points d'appui peut être assez bien connue dans les cas courants selon une méthode simple que nous avons mise au point avec le concours de M.M. GERBAULT, Ingénieur des Ponts et Chaussées et MOLLARD, Ingénieur des Travaux Publics de l'Etat, dans le document type du S.S.A.R. "Répartition des armatures de cisaillement aux environs des points d'appui concentrés des ponts-dalles". Par intégration de ces efforts tranchants on calcule aisément que dans le cas par exemple d'une dalle pleine à travées continues

de 53cm d'épaisseur, dont les points d'appui sont espacés de 3,40m, le supplément de contrainte de flexion dû au poinçonnement, même limité par défaut à l'effet de l'aire hachurée sur la figure n°1 ci-dessous, afin de ne pas être trop pessimiste en raison de l'écrêtement favorable éventuel des moments fléchissants par l'appareil d'appui, atteint 8,6kg/cm<sup>2</sup> au droit d'un point d'appui sur pile. La compression résiduelle minimale que l'on calcule habituellement sans

Figure n°1



tenir compte du poinçonnement étant à peu près nulle sur la fibre supérieure, cette seule cause suffit pour provoquer des tractions locales de 8

kg/cm<sup>2</sup>. En outre, entre appareils d'appui, une perturbation de moindre importance peut être signalée sur la fibre inférieure.

Il peut toutefois être noté, à cette occasion, que la marge de sécurité dont on dispose vis-à-vis de la fissuration dépasse largement la limite de résistance du béton à la traction : en effet il s'agit de contraintes locales de flexion dans une section rectangulaire pleine et il est bien connu que, dans certaines limites de dimension tout au moins, la rupture par flexion d'un prisme ne se produit que lorsque la contrainte  $\frac{6M}{a^3}$  dépasse de 60 % environ la ré-

sistance du béton à la traction simple. Ceci est d'ailleurs la raison pour laquelle le Règlement français relatif à l'exécution du béton armé détermine la résistance à la traction du béton par la formule  $\frac{3,6 M}{a^3}$  quand elle est mesurée par un essai de flexion simple.



L'apparition tardive de la fissuration par flexion locale dans une dalle pleine précontrainte a d'ailleurs été vérifiée par essais sur modèle réduit (cf. Pont de Choisy-le-Roi).

1.3.- A ces causes principales de tractions s'ajoutent des causes secondaires. En particulier :

a) - non prise en compte, dans le calcul d'ouvrages hyperstatiques, de tassements qui ne sont pas toujours négligeables. Certains accidents ont montré que la souplesse des dalles précontraintes leur permettait de bien se comporter en présence de certains mouvements théoriquement inacceptables. Dans l'un d'entre eux, un tablier dalle à trois travées continues d'environ 18m de portée centrale et 12m de portées de rive a supporté sans dommage des tassements des deux appuis d'extrémité atteignant 16cm, et après relevage a pu être remis en service sans nécessiter aucune réparation.

b) - non prise en compte, dans le calcul, d'efforts secondaires tels par exemple que la flexion latérale ou la torsion d'âmes de poutres, efforts qui cependant sont assez importants pour qu'on ait reconnu dans le Règlement français, la nécessité de disposer des armatures passives auxiliaires dans ces parties d'ouvrages.

c) - les hétérogénéités de composition et de compacité du béton quand il est mis en oeuvre à la main (cas général du béton coulé en place), les hétérogénéités de fonctionnement tenant par exemple aux variations de température.

1.4.- Tout ce qui précède est général et concerne notamment les ouvrages dont le fonctionnement mécanique est classique. Lorsqu'on en vient à considérer des ouvrages dont la forme et par suite le fonctionnement classique sont plus complexes, on constate que :

- d'une part des zones plus vastes que dans les ouvrages classiques échappent à la précontrainte complète, faute de pouvoir être câblées d'une manière pratique et économique ;

- d'autre part des zones de concentration d'efforts, auxquelles ne peuvent correspondre des concentrations comparables de précontrainte, obligent soit à dimensionner l'ensemble de l'ouvrage d'une manière largement surabondante, soit à accepter certaines tractions locales ;

- enfin la variation des directions des efforts principaux est importante d'un point à l'autre et d'un cas de charge à l'autre, de sorte que les efforts sont toujours plus ou moins biaisés par rapport aux directions des armatures.

Les figures n° 2 et 3 ci-après en donnent un exemple.

Pont-dalle  
précontraint  
biais à 35  
grades

Figure n° 2

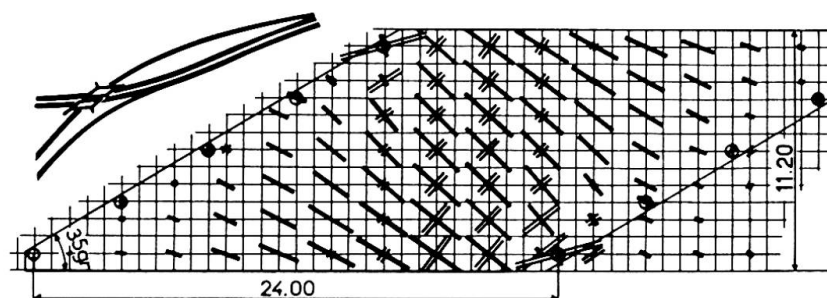
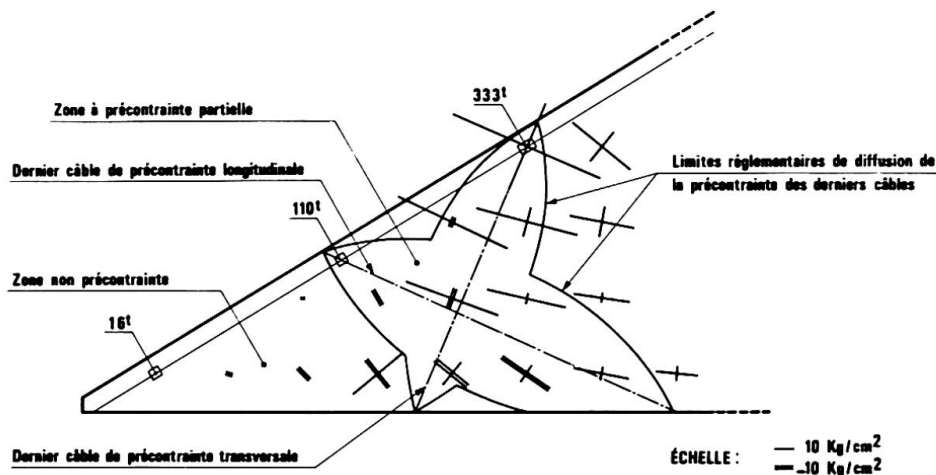


Figure  
N° 3

Dans cet exemple le premier dessin montre la distribution des moments fléchissants sous une charge uniforme. Le second dessin montre les contraintes suivant la face inférieure au voisinage de l'angle aigu. D'autres zones de précontrainte partielle existent, en particulier au-dessus des points d'appui des angles obtus.

## 2 - Dans quelle mesure des tractions menacent-elles la sécurité des constructions précontraintes ?

Les craintes que l'on a eues en présence de tractions ont toujours été motivées par la possibilité de dommages aux armatures de précontrainte, soit par corrosion (insuffisance d'étanchéité), soit par fatigue. On a traditionnellement rattaché la sécurité vis-à-vis de ces risques au maintien de compressions dans toute la masse du béton, ou à la limitation des tractions.

Qu'en est-il réellement ?

2.1 - du point de vue de la corrosion : on suppose traditionnellement que l'état de compression de la surface du béton précontraint est en relation directe avec les risques de corrosion des armatures. Admettons que ces risques ne soient pas attachés à la pénétration d'eau et d'air par les ancrages, ni réduits par les gaines et leur injection. Admettons aussi, car c'est un fait très fréquent pour le moment, que les chapes d'étanchéité ne suffisent pas à procurer la sécurité désirée. On compterait donc sur l'état de compression de la surface du béton précontraint pour assurer la protection, ou un complément de protection, contre la corrosion.

Or plusieurs considérations montrent à notre avis qu'il n'y a pas de relation directe entre l'état de compression de la surface du béton et la protection recherchée.

a) - le béton comprimé, tout au moins au-dessous de 15 à 30 kg/cm<sup>2</sup>, est par lui-même, le plus souvent, très incomplètement étanche. L'expérience des ponts non revêtus et des réservoirs (coupes de fond) le prouve directement de façon quotidienne : les cas où des surfaces de béton mis en oeuvre à la main, de quelques dizaines ou centaines de mètres carrés, sont entièrement étanches, sont l'exception. Nul ne peut ignorer les fréquentes craquelures superficielles des tabliers, craquelures dont l'ouverture est souvent de plusieurs millimètres, donc considérablement plus grande que la micro-fissuration, sous traction, d'un béton sain bien armé

On ne peut également ignorer l'existence dans de nombreux ouvrages, de joints de construction qu'on traite le mieux possible, mais qui n'en restent pas moins des zones d'hétérogénéité intéressant des sections entières, et traversées par des armatures de précontrainte.

b) - Il semble bien que la porosité du béton joue de toute manière un rôle important dans la circulation de l'air et de l'eau; en effet, un béton non fissuré paraît se dessécher tout aussi bien qu'un béton armé abondamment microfissuré.

c) - Comme indiqué au § 1.1, il est déjà couramment admis un certain nombre d'exceptions au principe de non traction dans les ouvrages, par exemple celle d'ouvrages armés transversalement aux câbles de précontrainte. Autrement dit, les fissures longitudinales cousues, selon les règles du béton armé, par des armatures passives sont déjà réputées non dangereuses en béton précontraint, et l'expérience nous paraît le confirmer de façon très générale. Comme il est bien connu qu'en béton armé les fissures transversales sont nettement moins dangereuses, pour la corrosion, que les fissures longitudinales, aucune raison ne nous paraît exister pour qu'en béton précontraint des fissures dont la couture serait soigneusement assurée prennent une importance particulière lorsqu'elles sont transversales; et il ne semble pas qu'aucune constatation ait jamais été faite à ce sujet.

d) - Il est bien connu que c'est une couverture convenable, par un béton de bonne qualité, qui assure seule d'une manière durable la conservation des armatures passives. Les auteurs de diverses publications recommandent de 3 à 7,5cm d'épaisseur de couverture. En béton armé il ne faut pas aller trop loin, mais en béton précontraint on le peut, pour la protection des armatures actives.

En conséquence la protection contre la corrosion des armatures de précontrainte ne nous semble pas être directement fonction de l'état de compression ou de traction de l'ensemble de la surface du béton dans la direction parallèle aux câbles, mais bien plutôt de la qualité et de l'épaisseur du béton situé immédiatement autour des câbles, et de l'absence de grosses fissures dans cette épaisseur.

Si par exemple l'on considère une dalle de 50cm d'épaisseur où l'axe des câbles se situe à 10cm au-dessus de l'intrados, peut-on considérer de façon plausible que la compression complète et inconditionnelle des 40cm situés au-dessus est vitale ou même importante pour la conservation? N'est-il pas au contraire beaucoup plus raisonnable de considérer qu'une exigence limitée aux 10cm immédiatement supérieurs aux câbles, symétrique par conséquent par rapport aux 10cm inférieurs, serait une base beaucoup plus sérieuse, étant bien entendu qu'en outre les 30cm de l'extrados seraient en ce cas convenablement cousus comme un béton armé ordinaire? Certes on peut discuter à l'infini sur les limites jusqu'auxquelles des fissures risqueraient de s'étendre, sur les ouvertures qu'elles pourraient avoir à différents niveaux et sur les risques qui pourraient en résulter. Aussi des règles d'application sont très certainement nécessaires, elles seront sans doute prudentes et même il nous paraît probable qu'en un premier temps tout au moins, jusqu'à ce que l'on ait une expérience suffisante, on estimera préférable de limiter d'une manière ou d'une autre les tractions jusqu'à une assez grande distance des câbles. Mais nous ne voyons aucune raison a priori d'exclure que l'on soit plus hardi par la suite. A notre avis personnel les cas les plus délicats seront ceux où des cisail-

lements importants existeraient dans le béton au voisinage de certains câbles.

A noter, subsidiairement, que l'existence nécessaire d'armatures passives nécessitera certaines précautions supplémentaires vis-à-vis de majorations accidentelles de surcharges :

- en fonctionnement quasi normal : compte tenu que les taux de travail des armatures passives croîtront beaucoup plus vite que proportionnellement aux surcharges (effet de flexion composée) il pourrait y avoir lieu, dans les cas où les tractions seraient importantes, de déterminer ces taux de travail sous sollicitations pondérées, comme le font déjà normalement les Règlements français pour le béton armé et la construction métallique. En effet, un danger notable serait qu'un faible dépassement de surcharge entraîne un dépassement de la limite élastique des armatures passives, empêchant la fermeture de fissures accidentelles. Bien entendu, dans la grande majorité des cas, les armatures passives ne subiront pas de contraintes importantes, n'étant pas nécessaires pour équilibrer les efforts extrêmes, et un calcul sous sollicitations pondérées sera sans objet.

- à la rupture : s'assurer si les résistances du câblage et des armatures passives s'ajoutent bien; si au contraire leurs ruptures sont largement échelonnées, on ne peut cumuler intégralement ces résistances. Cette dernière vérification ne concerne d'ailleurs pas la résistance à la corrosion.

2.2 - du point de vue de la fatigue : les facteurs directs de sécurité sont bien évidemment les suivants : valeurs extrêmes des contraintes des armatures actives, distribution du nombre de répétitions des variations de contraintes en fonction de l'amplitude de ces variations.

Si on s'écarte de la conception du béton précontraint intégral, ces facteurs peuvent utilement être pris en considération directement comme critères de sécurité vis-à-vis de la fatigue des armatures. Bien entendu, dans le cas général, on remplacera l'examen de la loi de distribution des variations de contrainte en fonction de l'amplitude par une valeur totale pondérée du nombre d'oscillations en fonction de l'amplitude des variations, comme on le fait déjà en matière de calcul de chaussées. Toutefois dans ce calcul il sera bon de porter une attention particulière sur le fait que le nombre d'oscillations peut, par suite de vibrations, être très supérieur à celui des passages de surcharges. Dans le cas particulier de nombreux ponts de voiries locales situés dans des régions agricoles, le critère du nombre de variations de contrainte ne jouera sans doute pas, les valeurs maximales de ces contraintes devant en revanche être considérées.

Cette prise en compte directe nous paraît seule rationnelle pour fixer des limites valables de sécurité à la fatigue des armatures parce que nous ne voyons aucune possibilité de relation directe entre la résistance à la fatigue et le fait que l'ensemble de la section de béton soit comprimé : en effet l'existence de compressions fixe certes par voie empirique certaines limites aux variations maximales des contraintes, mais ces limites sont variables dans une assez large mesure d'un ouvrage à un autre selon les dispositions du projet, de sorte que la sécurité qui en résulte n'est pas homogène.

Ainsi, pour prendre un premier exemple qui soit relativement



défavorable tout en restant fréquent et de conception classique, nous considérons à nouveau une travée indépendante à poutres préfabriquées de 35m de longueur. On y trouve, à mi-portée, sur la base d'un coefficient d'équivalence  $n=E_a/E_i=5,3$ , une augmentation possible de contrainte des armatures de  $4,5\text{kg/mm}^2$  sous les surcharges réglementaires françaises (et une réduction possible de  $0,5\text{kg/mm}^2$ ). Dans cet exemple la contrainte de rupture garantie des aciers  $R_g$  est de  $160\text{kg/mm}^2$ ; leur limite élastique garantie, égale à la traction initiale au vérin, est de  $140\text{kg/mm}^2$ ; pour les câbles de seconde précontrainte, qui restent les plus tendus, la contrainte à vide à mi-portée est estimée être de  $111\text{kg/mm}^2$  à la mise en service et s'abaisser à  $94\text{kg/mm}^2$  au temps  $t$  infini. Dans cet exemple les contraintes oscillent donc de  $0,69$  à  $0,72 R_g$  lors de la mise en service, et de  $0,59$  à  $0,62 R_g$  au temps  $t$  infini.

Un exemple moins défavorable est celui d'une dalle pleine à quatre travées continues de 53cm d'épaisseur, précontrainte par câbles filants selon les règles classiques de dimensionnement. Au point le plus sollicité, qui se situe au droit de l'appui central, les contraintes oscillent de  $0,62$  à  $0,64 R_g$  lors de la mise en service et de  $0,54$  à  $0,56 R_g$  au temps  $t$  infini. La comparaison de ces chiffres à ceux du premier exemple fait déjà apparaître à l'évidence qu'on pourrait, sans danger du point de vue de la fatigue, être plus hardi en matière de quantité de précontrainte pour ce dernier ouvrage.

On peut aisément calculer enfin, en imaginant le cas extrême d'un tirant en béton précontraint soumis alternativement à la compression maximale réglementaire admissible et à une décompression totale, que la variation de contrainte des armatures de précontrainte serait de  $7\text{kg/mm}^2$  si le béton est de résistance courante, de  $8\text{kg/mm}^2$  si le béton est de  $400\text{kg/cm}^2$  de résistance nominale. Telles sont les variations maximales de contrainte que l'on admet déjà, en principe, sans précaution particulière, en dimensionnant les ouvrages selon la conception classique.

Pour déterminer maintenant quelles sont les variations de contrainte admissibles en fait, il paraît difficile de se baser sur des ouvrages réalisés, faute d'expérience suffisante. Mais il peut dès à présent être tiré certaines conclusions des résultats déjà publiés d'essais de résistance à la fatigue d'armatures de précontrainte. Par exemple d'assez nombreux essais de ce genre ont été effectués pour le compte de la Commission Ministérielle permanente française du béton précontraint, en vue de l'agrément des principaux systèmes de précontrainte ; et quoique ces essais aient conduit seulement à observer des ruptures de fils peu nombreuses et localisées généralement aux ancrages, nous pouvons en tirer une enveloppe, sans doute pessimiste, des variations de contrainte admissibles dans les armatures. Cette enveloppe serait la suivante :

- pour résister à 2 millions d'alternances, nombre qui paraît raisonnable pour des ponts soumis à une circulation lourde (soit environ 180 mises en pleine surcharge par jour en moyenne pendant 30 ans), une oscillation de contrainte de  $0,05 R_g$  entre  $0,60$  et  $0,65 R_g$  donne une garantie complète; il semble probable que la même oscillation entre  $0,65$  et  $0,70 R_g$ , et même une oscillation de  $0,07 R_g$  entre  $0,63$  et  $0,70 R_g$ , seraient admissibles.

- pour résister à 100 000 alternances, nombre qui paraît raisonnable pour des ponts de voirie locale habituellement peu circulés, une oscillation de contrainte de  $0,10 R_g$  entre  $0,60$  et  $0,70 R_g$

donne une garantie complète.

On peut aussi se référer à certains résultats d'essais publiés par divers auteurs (9ème Session d'Etudes de l'A.S.P. : BIRKENMAIER pages 57 et sq, et BRENNEISEN pages 181 et sq - Bulletin n° 23/24 de l'A.I.P.C. : BATE, pages 66 et 67). Sauf erreur d'interprétation de notre part, ces résultats sont compatibles avec l'enveloppe ci-dessus. Seule la nouvelle norme suisse S.I.A. 162/1966 serait nettement plus hardie en admettant des surtensions de  $15\text{kg/mm}^2$  pour les armatures passives aussi bien que pour les armatures de précontrainte (selon M. BIRKENMAIER la rupture par fatigue des armatures de précontrainte se produit pour une variation de contrainte de  $25\text{kg/mm}^2$ ); mais, nous a-t-il semblé, les variations de contrainte prises en compte par la norme S.I.A. sont calculées avec un coefficient d'équivalence de 10, ce qui explique en très grande partie les chiffres élevés annoncés. Ces essais font également apparaître que de très sérieux risques de rupture par fatigue seraient encourus si la tension maximale des armatures en service approchait de  $0,8 R_G$ .

Pour limitées que soient ces conclusions, le rapprochement de tous ces chiffres avec ceux qui sont indiqués plus haut pour des ouvrages réels fait apparaître qu'il reste possible d'admettre, du point de vue de la résistance des armatures de précontrainte à la fatigue, de plus grandes variations de contrainte dans de nombreux ouvrages que selon la conception classique. En effet, pour les ouvrages soumis à une circulation lourde, les variations admissibles de contrainte ne seraient guère modifiées, mais étant prises directement en compte elles pourraient être en fait approchées de beaucoup plus près qu'elles ne le sont lorsque leur limitation résulte du maintien de compressions dans le béton. Et pour les ouvrages peu circulés, elles seraient sensiblement accrues.

Atteindre ces limites supposera des tractions dans le béton. Pour l'évaluation directe des variations de contrainte, il sera donc nécessaire de tenir compte, lorsque des tractions apparaissent, de l'existence possible de fissures et de considérer ainsi que la traction maximale des armatures croît alors plus vite que proportionnellement à la charge, comme il est habituel en flexion composée. D'autre part, dans ce calcul, le coefficient d'équivalence devra à notre avis être pris égal au rapport des modules d'élasticité instantanés de l'acier et du béton, de l'ordre de 6 par conséquent, et non pas aux valeurs qui sont usuelles dans les calculs de béton armé dans lesquels la charge permanente est l'élément principal de traction des armatures.

Un dernier risque attaché à l'influence locale de fissures sur les tensions de certains fils de précontrainte nous paraît devoir être considéré : on peut se demander si l'ouverture d'une fissure traversée par un fil (ou une armature) de précontrainte lui impose ou non des surtensions locales importantes qui pourraient en provoquer la rupture par fatigue; après cette rupture, la fissure irait attaquer le fil (ou l'armature) suivant, etc...

Un tel phénomène ne pourrait affecter les différentes armatures que de façon successive parce que l'existence de surtensions notables d'une fraction importante des armatures, par rapport aux tensions résultant d'un calcul global de la section, ne serait pas compatible avec l'équilibre des efforts internes. En béton armé, lorsque les pourcentages d'armatures dépassent un certain minimum, le phénomène n'est pas observé.



Nous pensons que deux cas sont à envisager :

- dans le cas où les armatures de précontrainte sont concentrées en quelques grosses unités, ce sont elles qui imposent, ou plutôt empêchent, les déformations du béton à leur pourtour; le phénomène n'est pas à craindre.

- dans le cas où elles sont constituées de fils séparés, un danger pourrait exister seulement si les fils, ou une partie d'entre eux, représentaient un trop faible pourcentage de la section tendue.

Dans tous les cas la réalité ou l'inexistence d'un tel processus de rupture peut être établie par expérimentation. Dans tous les cas également, seules des fissures dans la partie de la section contenant les câbles pourraient présenter un certain risque à cet égard, et ceci est une nouvelle raison pour limiter certaines exigences à la seule partie de la section contenant les armatures de précontrainte.

Admettons donc que comme indiqué plus haut une évaluation correcte des efforts dans les armatures de précontrainte soit prise pour base de vérification. Pour améliorer la sécurité à la fatigue, dans les cas où cela serait nécessaire pour respecter les limites que l'on retiendra, on pourra agir sur les éléments suivants :

- ne pas placer les armatures de précontrainte trop près de la surface du béton, là où les variations de contraintes et de longueur sont les plus grandes; pour certains ouvrages hyperstatiques le déplacement des armatures sera gratuit, parce que compensé par la variation des moments hyperstatiques de précontrainte.

- réduire la contrainte moyenne des armatures de précontrainte.

Nous n'entendons certes pas dire que de tels moyens sont systématiquement avantageux (et ils ne le seront pas pour des ouvrages des structures élancées soumis à un trafic élevé), mais qu'ils sont techniquement licites.

#### Conclusion :

Qu'on le veuille ou non, d'importantes tractions existent dans de très nombreux ouvrages en béton précontraint, même dans ceux que l'on a calculés en vue d'une précontrainte complète.

A la suite de l'Association Scientifique de la Précontrainte (Recommandations de 1965), de la Fédération Internationale de la Précontrainte et du Comité Européen du Béton (Recommandations pratiques de 1966) un tournant vient d'être pris dans notre pays par la Commission française du Règlement qui a retenu, en principe, plusieurs genres de vérification du béton précontraint. S'il est prématuré de dire quelles seront ses propositions définitives, il est possible d'indiquer que des tractions seront admises dans certains cas et qu'on s'oriente vers des prescriptions différentes pour les sections d'enrobage des armatures de précontrainte d'une part, et pour le reste des sections d'autre part.

Supposant que l'on cherche en outre à établir des règles de sécurité plus ou moins grandes selon les ouvrages et parties d'ouvrages, nous pensons personnellement qu'il y aura lieu de faire porter ces règles de sécurité, en particulier, sur les trois points suivants :

- l'enrobage minimal des armatures actives;

- les taux de travail extrêmes (maximum et variations) des armatures actives des ouvrages en service, en fonction de l'importance de la circulation sur ces ouvrages;

- la bonne couture par armatures passives du béton tendu, avec bien entendu calcul de leur taux de travail maximal dans les conditions indiquées au § 2.2, et sans doute, dans certains cas, limitation de ce taux en fonction des risques de fatigue pour les armatures passives à haute adhérence.

Le deuxième point conduira à étudier les contraintes du béton dans la section minimale d'enrobage des câbles (par exemple jusqu'à 5 à 10cm du pourtour des câbles, ou tout simplement jusqu'à la distance minimale admise entre les câbles et la surface du béton). Il est probable que dans certains cas, mais à titre secondaire à notre avis personnel, on continuera à exiger la compression permanente de cette zone (mais non plus des sections entières). Le troisième point conduira à mieux ferrailer d'armatures passives les ouvrages précontraints, grâce à quoi ceux-ci tout en étant souvent plus économiques se comporteront mieux.

Les exigences du "béton précontraint intégral", inutilement sévères en ce qui concerne les contraintes du béton, sont seulement conventionnelles et valables à une certaine échelle de sorte que toute analyse plus fine des contraintes réelles fait s'évanouir l'objectif poursuivi. Mais surtout, elles ne portent pas sur les points qui sont réellement importants pour le but recherché. Il paraît justifié, non pas de les abolir purement et simplement, mais de leur substituer des règles de sécurité plus directement efficaces. En raison de leur caractère plus général, ces nouvelles règles permettront de choisir pour les différentes parties des ouvrages le degré de précontrainte le plus adéquat au lieu de limiter uniformément, soit les contraintes minimales du béton, soit les contraintes maximales des aciers.

## RÉSUMÉ

Un examen attentif des ponts que l'on a calculés en vue d'une précontrainte complète fait apparaître qu'en réalité leur béton est souvent soumis à des tractions. Si certaines conditions sont satisfaites, les tractions ne sont pas dommageables pour les constructions précontraintes.

## ZUSAMMENFASSUNG

Eine aufmerksame Prüfung der als voll vorgespannt berechneten Brücken zeigt, dass ihr Beton in der Tat oftmals Zugspannungen erleidet. Unter gewissen Bedingungen sind die Zugspannungen nicht schädlich für die vorgespannten Bauwerke.

## SUMMARY

An attentive examination of the bridges which have been calculated as fully prestressed shows that their concrete is in fact often subjected to some tensile stresses. Under some conditions the tensile stresses do not damage the prestressed structures.

## **Prestressed Reinforced Concrete System**

Le système du béton armé précontraint

Stahlbeton mit Spannzulagen (Vorgespannter Stahlbeton)

**HIDEO YOKOMICHI**

Dr. Eng., Professor, Faculty of Engineering  
Hokkaido University, Sapporo, Japan

### **1. Introduction**

The "Prestressed Reinforced Concrete (PRC)" system is defined as a system in which relatively small prestressing forces are introduced into reinforced concrete (RC) in attempt to reduce the opening of cracks. In this case, the RC is designed to have the required safety factor against failure. The conditions to be met for tolerable crack opening in PRC is the same as in RC. In other words PRC is a partially prestressed concrete with mixed reinforcement.

The term "Prestressed Reinforced Concrete (PRC)" was proposed by the author's team in 1961, to distinguish PRC from the full or limited prestress system used hitherto. The main difference between the two systems is as follows; the basic system of PRC is reinforced concrete while that of the latter is plain concrete in the absence of prestressing forces.

The PRC system combines the merits of RC and prestressed concrete (PC) in that the cost is low as in RC and that the cracking behavior is advantageous as in PC. Allowing for tolerable crack openings of 0.1 to 0.3mm, the prestressing forces in this system are generally small not exceeding about one fifth of ordinary limited prestressed concrete.

The author's team have continued to study the PRC system since 1961 and have constructed several bridges, including a 48m span of  $\pi$ -shaped rigid frame.

In this paper the behavior of PRC beams in cracking and deformation are discussed on the basis of the results of tests on a total of 250 RC tensile elements and a total of 200 RC beams and PRC beams under static and dynamic loads with less than 2 million pulsations. Design rules of PRC are derived for controlling crack width.

The present paper also describes the practical aspects of PRC and the Kamihimekawa bridge designed according to the system.

### **2. Cracking and Deformation**

#### **2.1 Introduction**

For rational designing of RC and PRC structures, it is necessa-

ry to clarify beforehand the behavior of cracking and deformation. Many investigations on this problem have been carried out in many countries, for recent instances (1)(2)(3). In the present paper results on the analysis of tension elements and of beams that were obtained in the investigations (4 to 9) are applied. Efforts are made to render the design rules as simple as possible without losing theoretical scrutinization throughout the course.

Particular stress is laid on the hyperbolic-cosine behavior in the initial state of cracking and the effect of the concrete cover in the stationary state.

## 2.2 Maximum Crack Spacing and Maximum Crack Width

### 2.21 Fundamental Equations

Distances between cracks observed in RC tension elements and beams generally vary over a wide range between maximum and minimum values. However, the maximum crack spacing is to be theoretically estimated (4).

Let tensile force  $P$  be gradually increased in a tension test of a bar surrounded by concrete of a length,  $l$ , as shown in Fig.1, and a crack be first observed in the mid section at  $P = \sigma_{so} A_s$ , then the length,  $l$ , is to be considered as equal to the maximum crack spacing at  $P$ , denoted by  $l_{max}^P$ . Thus, applying the equilibrium equation

$$l_{max}^P = \frac{2 k_1 A_e \sigma_{ct}}{U \bar{\tau}_0^P} \quad (1)$$

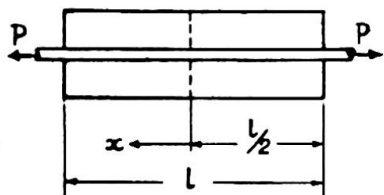


Fig.1

where

$A_e$  = cross-sectional area of concrete of the element,

$\sigma_{ct}$  = tensile strength of concrete,

$\bar{\tau}_0$  = mean value of bond stresses over the length,  $l$ ,

$U$  = perimeter of steel bar,

$k_1$  = coefficient.

Following the first cracking, new cracks occur in succession under progressively increasing loads. However, this phenomenon terminates at a critical value of the steel stress  $\hat{\sigma}_{so}$ , shown in Fig.2 (4), after which only an increase in crack width is seen. From the test results (4)  $\hat{\sigma}_{so}$  in the case of deformed bars was found equal to 1.5 to 2.5 times  $\sigma_{so,cr}$  which is the steel stress at the first cracking.

Thus the cracking behavior of RC tensile elements and beams may be divided into two different states; i.e. the initial state of cracking with steel stresses of  $\sigma_{so} < \hat{\sigma}_{so}$  and the stationary state of cracking with  $\sigma_{so} \cong \hat{\sigma}_{so}$ . In practice it is necessary to clarify the behavior in the initial state of cracking, because this state often occurs under working loads.

The crack width,  $w$ , can generally be expressed by

$$w = \left( \frac{\sigma_{so}}{E_s} - \frac{\bar{\sigma}_{cm}}{p E_s} - \bar{\epsilon}_{c,surf} \right) l,$$

where

$l$  = crack spacing,

$\sigma_{so}$  = steel stress in the cracked section,

$\bar{\sigma}_{cm}$  = mean concrete stress in a given section,

$\bar{\sigma}_{cm}$  = mean value of  $\sigma_{cm}$  over the length  $l$ ,

$p$  = ratio of cross-sectional area of the bar  $A_s$  against that of concrete  $A_e$ ,

$\bar{\epsilon}_{c,surf}$  = mean strain at the surface of concrete over the length,  $l$ .

$\bar{\epsilon}_{c,surf}$  involves elastic strain, plastic residual strain, pre-

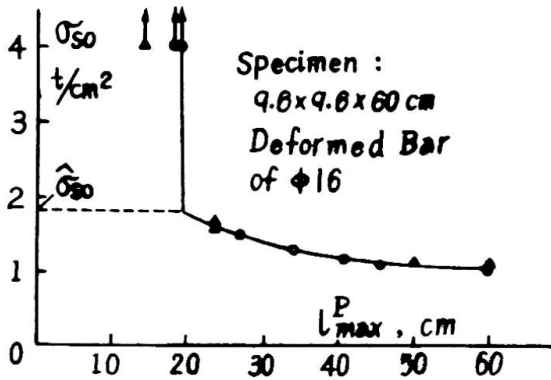


Fig. 2

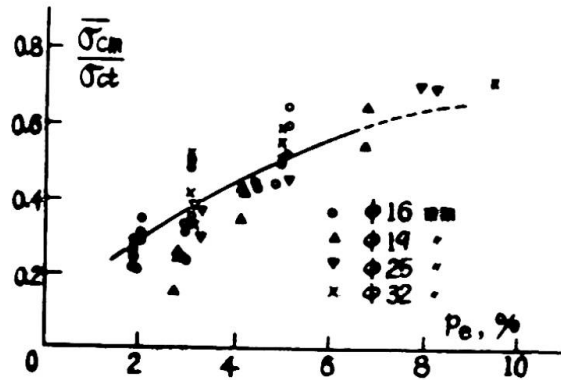


Fig. 3

strain etc. and is generally smaller than other strains, except where prestrain and shrinkage are important. In practice it may be disregarded. Thus, the crack width can be expressed by

$$w = \left( \frac{\sigma_{s0}}{E_s} - \frac{\bar{\sigma}_{cm}}{p E_s} \right) l \quad (2)$$

$\bar{\sigma}_{cm}$  depends on the steel ratio,  $p$ , and the tensile strength of concrete,  $\sigma_{ct}$ . Investigation (4) shows that the relation between  $\bar{\sigma}_{cm}/\sigma_{ct}$  and  $p$ , (Fig. 3) is available for utilization in the case of deformed bars, irregardless of the change in diameter of the bars.

Further, from eq. (2), the steel stress,  $\sigma_{s0.w}$ , at which the crack width at spacing  $l$  reaches a certain value of  $w$  can be expressed by

$$\sigma_{s0.w} = \frac{E_s w}{l} + \frac{\bar{\sigma}_{cm}}{p} \quad (3)$$

## 2.22 Initial State of Cracking

Let the straight line 1-2-1 shown in Fig. 4 be the original sectional plane in RC tensile element of the abscissa of  $x$  indicated in Fig. 4 and let the curved line 1'-2'-1' be its actual deformed surface and let the line 1"-2"-1" be the mean level of the sectional surface of concrete, then, with regard to the difference between the elongation of steel bar  $A_s$  and the mean deformation  $\Delta_{cm}$ , the following differential equation is obtained by assuming that the deformation of concrete in the section is caused only by shear stresses (4)

$$\frac{d^2 \Delta}{dx^2} - k_3^2 \Delta = 0,$$

where

$$\left. \begin{aligned} k_3^2 &= \beta G_c \frac{U}{t} \left( \frac{1}{A_s E_s} + \frac{1}{A_c E_c} \right) \\ \beta &= \frac{\gamma_i}{\gamma_m \beta_1} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Solving the differential equation,  $\Delta$  can be expressed by

$$\Delta = \frac{\sigma_{s0}}{k_3 E_s} \frac{\sinh k_3 x}{\cosh k_3 l/2} \quad (5)$$

accordingly the following expressions can be derived

$$\sigma_s(x) = \frac{\sigma_{s0}}{1+np} \left( np + \frac{\cosh k_3 x}{\cosh k_3 l/2} \right), \quad (6)$$

$$\sigma_{cm}(x) = \frac{p \sigma_{s0}}{1+np} \left( 1 - \frac{\cosh k_3 x}{\cosh k_3 l/2} \right). \quad (7)$$

The tests (4) shows that the coefficient  $\beta$  in eq. (4) can be equal to 0.25. Taking into consideration the fact that

$$\sigma_{cm}(0) = \sigma_{ct} \quad \text{and} \quad P_{cr} = \sigma_{ct} A_i,$$

the maximum crack spacing in the initial state may be derived from eq. (7) by a hyperbolic-cosine function



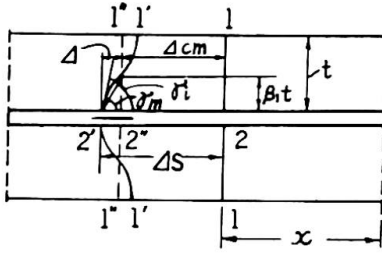


Fig. 4

A number of flexural tests rectangular and T-shaped RC beams with a span of 3.0m also shows that the hyperbolic-cosine rule eq. (8) coincides with the flexural cracking in beams in Fig. 6, taking  $M$  instead of  $P$  as follows:

$$l_{max}^M = \frac{2}{k_3} \cosh^{-1} \frac{M}{M - M_{cr}} \quad (9)$$

and as  $A_e$  in eq. (4) an effective sectional area of concrete in which the center of gravity coincides with that of the reinforcing bar, Fig. 7. Furthermore, taking into consideration that  $\Delta(x=l/2) = w/2$  and combining eq.s (5) and (9), maximum crack width can be expressed by

$$w_{max}^M = \frac{2}{k_3} \frac{\sigma_{so}}{E_s} \frac{\sqrt{M_{cr}(2M - M_{cr})}}{M} \quad (10)$$

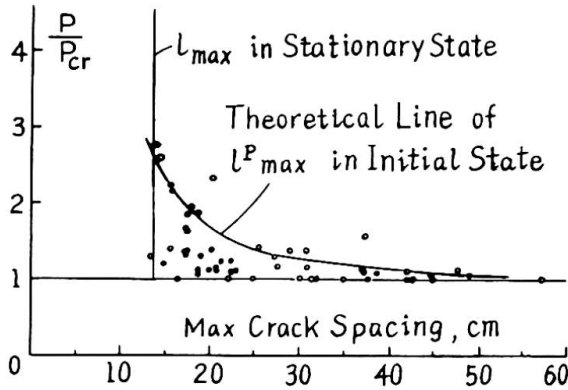


Fig. 5

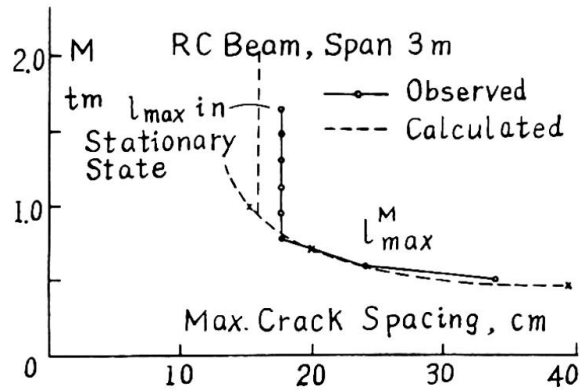


Fig. 6

### 2.23 Stationary State of Cracking

In this state the number of cracks no longer increases; hence maximum crack spacing is constant. The maximum crack spacing in this state is denoted by  $l_{max}$  and the following expression is obtained from eq. (1)

$$l_{max} = \frac{2k_1 A_e \sigma_{ct}}{U(\bar{\epsilon}_o)_{max}} \quad (11)$$

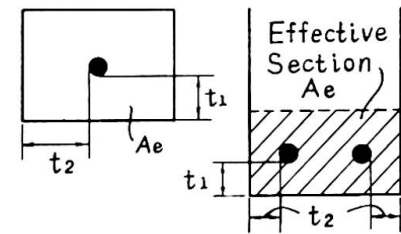


Fig. 7

Since  $U\bar{\epsilon}_o$  expresses the force per unit length, transmitted by bond to the surrounding concrete, its maximum value is affected by the values of  $\sigma_{ct}$ ,  $A_e$ , concrete cover,  $t$ , and also by the pattern of bars. Investigation (4) shows that  $U(\bar{\epsilon}_o)_{max}/\sigma_{ct}$  is fairly proportional to  $A_e/t_{mean}$  as shown in Fig. 8. Taking this into consideration, a simple expression can be obtained from eq. (10)

$$l_{max} = k_2 t_{mean} \quad (12)$$

where  $t_{mean}$  denotes the mean of concrete covers,  $(t_1 + t_2)/2$ , in case of the sections as indicated in Fig. 7. Applying eq. (2), the maximum crack width in the stationary state is expressed by

$$w_{max} = \left( \frac{\sigma_{so}}{E_s} - \frac{\bar{\sigma}_{cm}}{pE_s} \right) l_{max} \quad (13)$$

Tests (4) on a total of 250 of RC tensile elements show that the coefficient  $k_2$  in case of deformed bars with transverse ribs is 5.4 (Fig.9). A number of tests on RC beams with a span of 3.0m show that eq.(13) and eq.(12) are valid (Fig.10)(4).

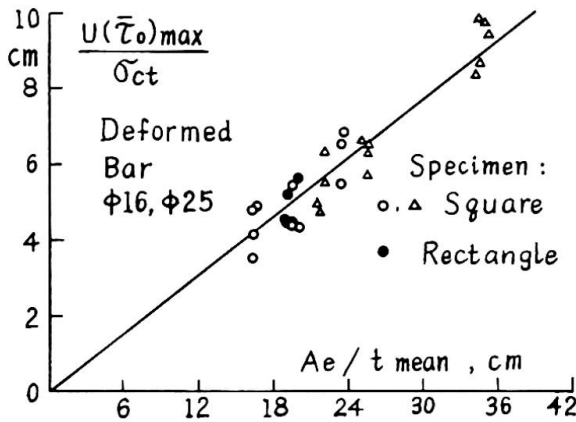


Fig.8

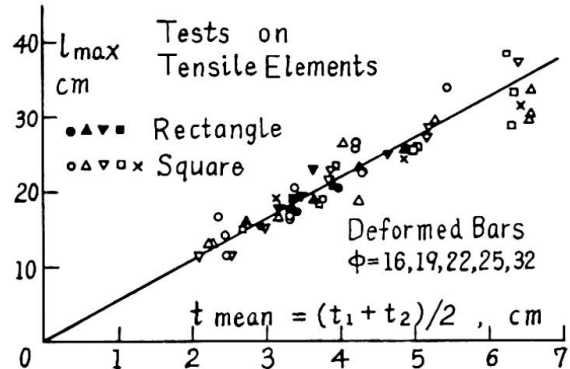


Fig.9

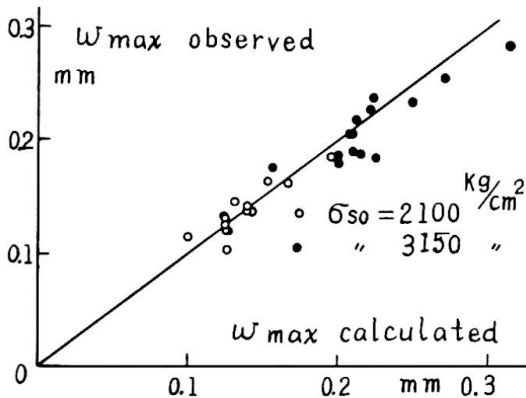


Fig.10

## 2.24 Design Rules

It is necessary for checking the conditions of tolerable crack openings in RC beams to estimate bending moments for specified maximum crack width in the sections concerned.

For this purpose the results of tests on 58 RC beams with deformed bars and with a span of 3.0m can be utilized (Fig.11) (1 to 3).

$M_{0.1}$  and  $M_{0.2}$  in the figure denote the moments for crack widths of 0.1 mm and 0.2mm respectively. The lim-

iting lines within a range of  $\pm 2 \times$  standard deviation are in the figure.

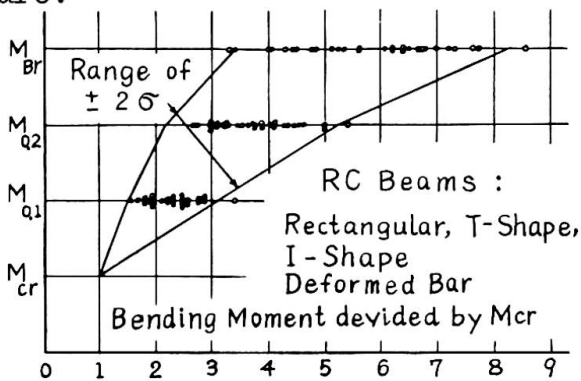


Fig.11

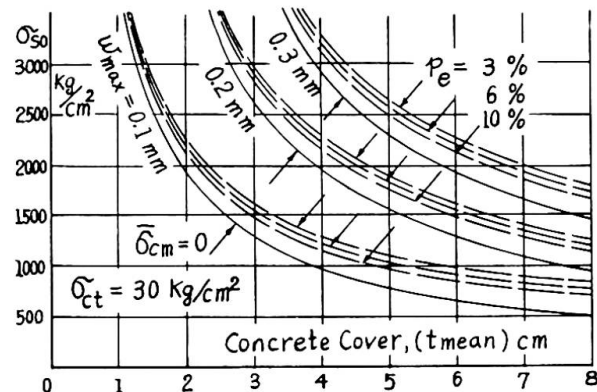


Fig.12

Thus, the following approximate expressions can be adopted for practical use

$$M_{0.1} \geq 1.4 M_{cr} \quad \text{and} \quad M_{0.2} \geq 2.0 M_{cr} \quad (14)$$

With reference to the estimation of cracking moment  $M_{cr}$ , existing materials will serve well (7)(10).

Secondly a more precise determination of the moment  $M_w$  for maximum crack width of  $w$  in state II is expressed by

$$M_w = \sigma_{s0.w} A_s Z, \quad (15)$$

where  $Z$  = lever arm of resisting couple in the cracked section.  $\sigma_{s0.w}$  is obtained by combining eq.s(3),(12) and (13). A chart for  $\sigma_{s0}$  -

relations are indicated in Fig.12, showing the effects of variations of . In state I, where  $w_{max}$  is approximately less than 0.1mm, directly from eq.(10)  $M_w$  is expressed by

$$M_w = \frac{1}{2} M_{cr} + (w k_3 E_s A_s z)^2 / 8 M_{cr} \quad (16)$$

### 2.3 Cracking Behavior of PRC Beams

Tests (4)(5) were performed for comparing the cracking behavior of PRC beams against that of RC beams. T-section or rectangular sections of 30cm height and a 3m span were used. As regards the crack width steel strain diagrams showed little or no difference between the two systems (Fig.13).  $\Sigma w$  in the figure gives the sum of crack widths observed in the middle third of the span where bending moments are constant and  $\epsilon_{s0}$  is the steel strain in the cracked section. Moreover, the results show a characteristic behavior of PRC beams in moment-crack width relation (Fig.14).

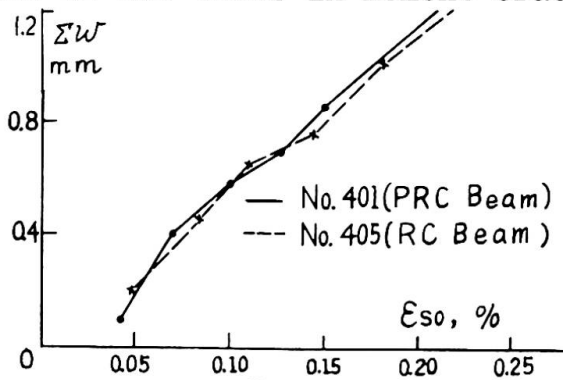


Fig.13

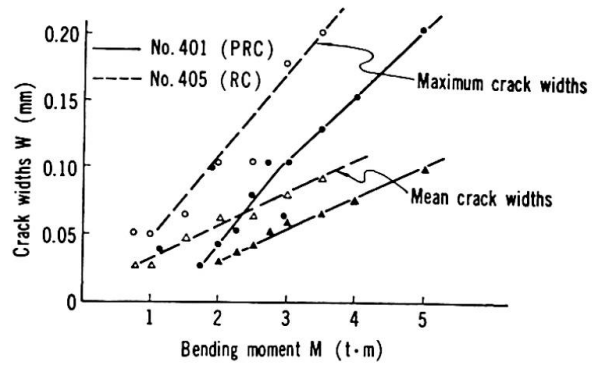


Fig.14

By the action of prestressing forces  $P_v$  the cracking moment leading to the first cracks increases approximately by the amount

$$\Delta M = P_v (e_p + k') \quad (17)$$

where  $e_p$  and  $k'$  are the distances from the gravity center to the position of prestressing tendons and to the core point for the tension edge, respectively. In the cracked state the effect of prestress on the reduction of crack widths is strengthened with the development of cracks, i.e. with the increase of load (Fig.14). This shows that PRC is practical, because in PRC beams the prestress aims at the restraint of the development of crack widths, namely, the reduction of stress of the reinforcement under dead load in the cracked state, while in the PC system the prestress aims at complete prevention of cracks and is much greater in magnitude than the former.

Thus the following expression for the increment in  $M_w$  in eq.(15) by  $P_v$  can be obtained from Fig.14

$$\Delta M = P_v (z - \Delta e) \quad (18)$$

where  $\Delta e$  = distance from RC steel to PC tendon

### 2.4 Deformation in Cracked State

In the uncracked state the moment-deflection line of RC beams is approximately linear as shown in Fig.15, its direction I being calculated by an ordinary hypothesis of "State I" in which a complete section of concrete is considered. Following the first cracking under increasing loads, the line suddenly changes its direction and turns gradually to have an approximately constant direction II, nearly parallel to the straight line II. The inclination is determined by the usual hypothesis of the "State II" where the tensile strength is disregarded and Bernoulli's assumption and Hooke's law are valid.

Though the transition line between the two straight lines, I

and  $II_0$ , is generally pretty complicated, for practical use it can approximately be substituted by a straight line III as indicated in the figure, which intersects the lines I and  $II_0$  at points A and B respectively. The two points can be assumed to correspond to the previously mentioned steel stresses  $\sigma_{SO,cr}$  and  $\hat{\sigma}_{SO}$  respectively.

Moreover, since the vertical distance,  $\Delta M$ , between the two lines  $II_0$  and II is considered to be caused by the effectiveness of the tensile strength of concrete in the tensile zone between cracks, the moment-deflection line  $II_0$  can theoretically be calculated (4) or approximately be expressed by

$$\left. \begin{aligned} M(\delta) &= M_{II}(\delta) + \Delta M, \\ \Delta M &= (A_e + 0.3A_{ew})\bar{\sigma}_{cm}y_e = \text{constant} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

where  $A_e$  = effective sectional area of concrete in tension zone, Fig.7,  
 $A_{ew}$  = sectional area of a part of the web obtained by subtracting  $A_e$  from the total sectional area of concrete in the tension zone,  
 $y_e$  = distance from gravity-center of complete section of concrete to that of effective section.

For values of  $\bar{\sigma}_{cm}$  Fig.3 is available as previously mentioned.

### 3. Influences of Delayed Deformation and Fatigue on Cracking and Deformation Behavior of Beams

#### 3.1 Delayed Deformation

The deflection of a beam due to creep of concrete under a sustained load, is partially restricted by reinforcing steels. However the eccentric restriction of concrete shrinkage by steel exerts a fairly large supplemental deflection of a beam. The restriction effect of both reinforcing bars and PC tendons in PRC beams can theoretically be analyzed (4)(5), but in most cases of PRC beams the restriction by PC tendons is negligible. Tests mentioned previously (4)(5) show the validity of the above-stated behavior as shown in Fig.16.

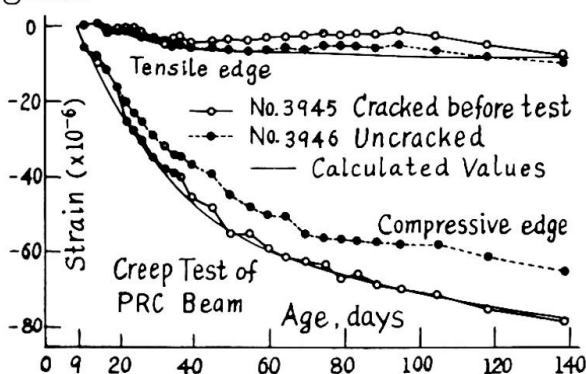


Fig.16

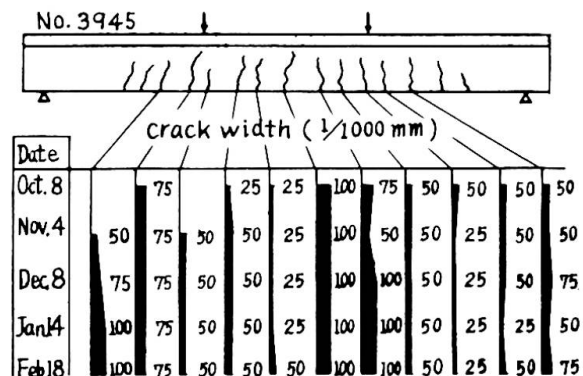


Fig.17

The crack widths observed in PRC beams remain practically unchanged under sustained load (Fig.17)(4)(5). A precise investigation on RC beams (4) shows that the increase of crack widths due to gradual relaxation of bond stresses are observed under sustained load, (Fig.18). The final amount of increment can theoretically be estimated as equal to  $\bar{\sigma}_{cm}/p\bar{\sigma}_{SO}$  in ratio against the initial crack

widths. As seen in Fig.18, however, this relaxation does not neces-

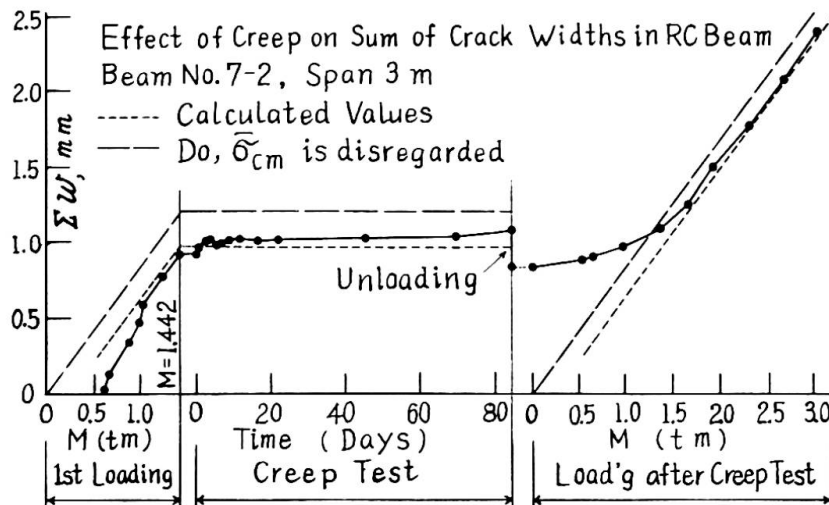


Fig.18

at a rate of 250 cycles per minute (4)(8)(9). The results show that the increase of crack openings and deflections hardly occurs by dynamic

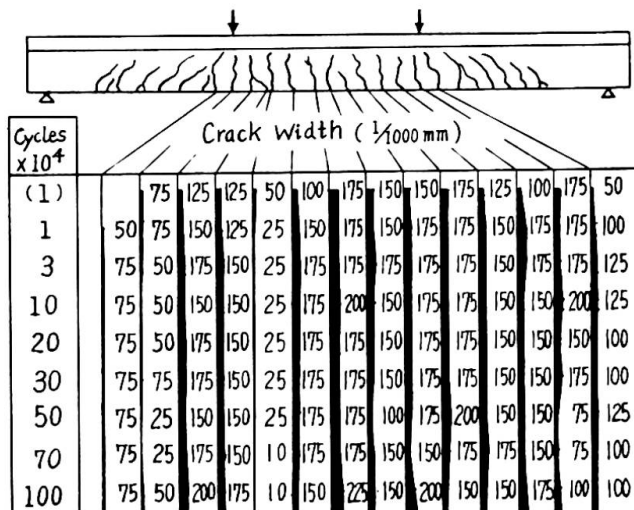


Fig.19

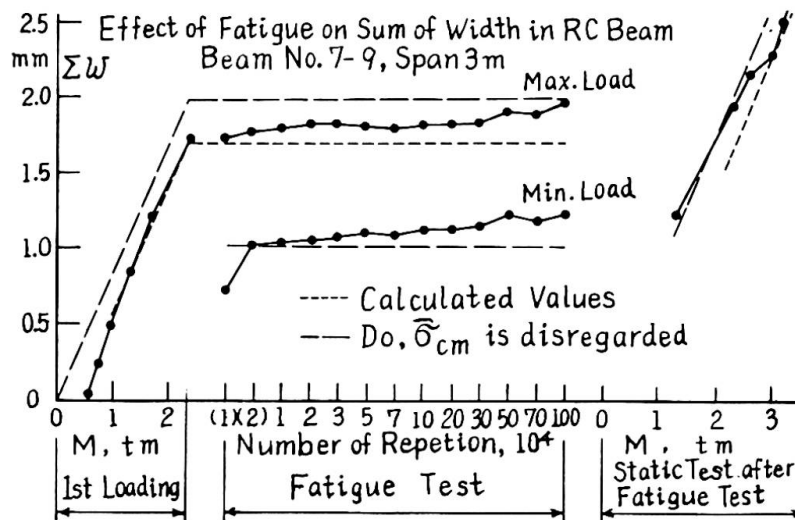


Fig.20

sarily result in a detrimental failure of the bonds, because the static flexural test after creep test shows that the bond stresses are restored at higher loads than that in the creep test.

### 3.2 Fatigue

About 100 RC and PRC beams with T-shape cross sections of 28 x 30cm and reinforcing deformed bars were tested under repeated loads with less than two million pulsations

at a rate of 250 cycles per minute (4)(8)(9). The results show that the increase of crack openings and deflections hardly occurs by dynamic loads, when steel stresses  $\sigma_{s0}$  are under  $0.8 \sigma_{sy}$ , even when the initial crack openings were 0.3mm. Fig.19 shows a typical PRC test result.

A more precise investigation on RC beams (4) shows that a slight increase of crack widths is observed under repeated loadings (Fig.20), but this may be caused by gradual relaxation of bond stresses, as in creep tests previously mentioned.

### 4. Practice of PRC

As discussed the behavior of PRC in cracking and deformation, as influenced by creep and fatigue of concrete, is generally the same or increasingly advantageous that in RC. Accordingly in designing PRC the same safety conditions for tolerable opening of cracks in RC is sufficient. The safety conditions of cracking are generally specified as follows:

$$\text{Dead load } M_{w1} \geq f_1 M_D \quad (20)$$

$$\text{Live load } M_{w2} \geq f_2 M_L + M_D \quad (21)$$



where  $w_1$  and  $w_2$  are specified tolerable crack openings.

In the PRC system structures are firstly designed by RC theory to secure the required safety factor against failure. Then the bending moment  $M_w$  of each section is estimated, where  $M_w$  is the moment when maximum crack width in concrete reaches a specified value of  $w$ .  $M_w$  is determined by design rules as stated in 2.24.

Next, applying the calculated  $M_w$  the conditions (20)(21) are examined. When prestresses are required in certain sections, which generally occurs only with respect to condition (20), prestressing forces to be introduced using eq.s (17) and (18) are determined by

$$P_v \geq \frac{f_t M_D - M_{w1}}{Z - 4e}, \quad (22)$$

$$P_v \geq \frac{f_t M_D - M_{w1}}{e_p + \kappa'}, \quad \text{for } w_1 \leq 0.1 \text{ mm}. \quad (23)$$

Prestressing forces in this system determined as above are generally small not exceeding about one fifth of ordinary PC systems. Therefore concrete stresses which are superimposed by prestressing on the stresses due to working loads are generally very small and do not require checking. Thus the layout of prestressing tendons in a PRC system are easier than in PC systems.

Prestressing tendon arrangement is not always necessary for the full span of the structures. They may be arranged as outside or inside webs and also be designed by any system of pretensioning and posttensioning.

Before prestressing the elements of the structures designed for PRC system can withstand the loads during construction as RC elements. Hence prestressing can be done any time during construction. This fact is favorable, especially in the case of cantilever construction, and it is superior to ordinary PC systems in which prestresses must be introduced at every step of the construction.

### 5. Kamihimekawa Bridge

The Kamihimekawa bridge, over which national road No.5 runs is 40km north of Hakodate in southern Hokkaido, and is the first PRC (prestressed reinforced concrete) bridge constructed in Japan (11)

The main span is 48m, the two cantilever spans are 15.9m and the two piers are 19m high, forming a  $\pi$ -shaped rigid-frame structure of 80m. The carriageway is 7m wide and has a curved route with a radius of 400m, Fig.21.

A system of RC cantilevers was chosen for the construction of deck girders, which project from the piers. This was achieved by extending cantilevers by a RC system without prestressing or any centering.

The height of girders varies from 2.8m at the point, where it is rigidly fixed to the pier, to 1.2m at mid-span and to 2.0m at the end of cantilever span.

The transverse section of the structure consists of a 5m wide box-section. The upper slab of the box has a thickness of 22cm which is increased, by means of haunches, to 33cm at the junction with webs. The thickness of the lower slab varies from 15cm at mid-span to 50cm at the pier and 29cm at the point on the cantilever at 11.5m distance from the center of pier. The two webs of the girders have a constant thickness of 45cm.

The shaft of piers has a bi-cellular box-section, which is 2.0m  $\times$  5.0m in outer measurements with a 40cm wall and is secured at the foundations.

Each half-span and cantilever girder were constructed by suc-

cessive corbellings, in a symmetrical manner, from the piers. The static calculations of the structure were performed for two states of structural systems, i.e. a system of cantilevers during construction and that of rigid frame after closing.

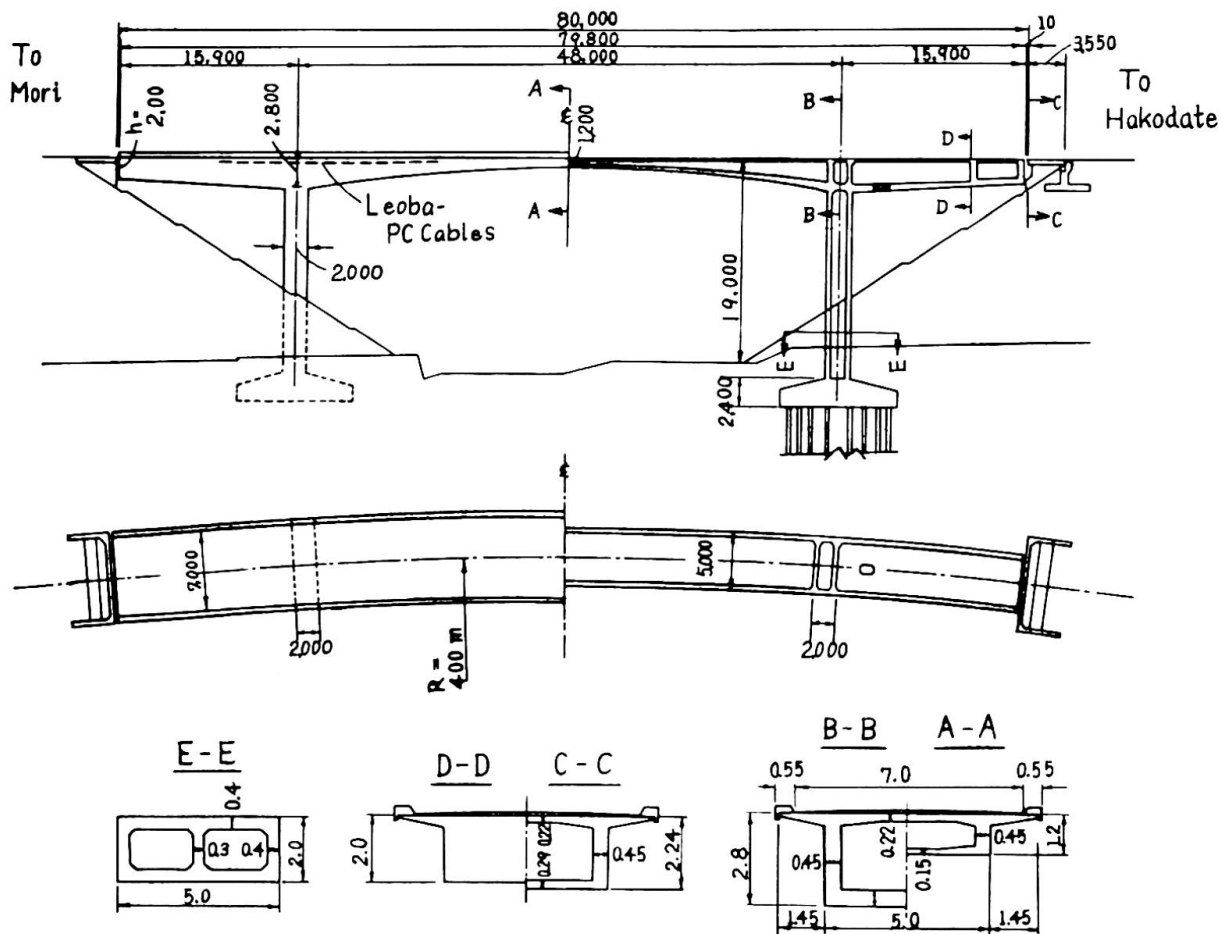


Fig.21 Kamihimekawa Bridge (Japan)

Before the closing 25.4t of ballasts were loaded temporarily on each end of the cantilever girders as a counter weight to balance the self weight of each girder of half length of center-span, Fig.



Fig.22

crete of  $\sigma_{28} = 360\text{kg/cm}^2$  quality for the main girder and  $\sigma_{28} = 210$  for piers.

A total of 470t of prestressing forces were longitudinally introduced during the corbelling construction to parts of deck girders of 22m length in order to control crack widths, Fig.21. The prestressing was performed in accordance with the Leoba system in two webs of

22. The effect of delayed deformation of concrete as well as that of uplifts caused by removal of the counter weights after closing are to be taken into account for the static calculation.

The structure was designed as a RC system, using 32mm cold-twisted bars of steel SDC 40 as the main reinforcement and con-

the box girder by means of prestressing tendons which consist of the  $6 \times S66(16\phi 8)$  and  $2 \times S24(12\phi 5)$ .

The super structure was built by corbelling in successive stages without centering. The length of the successive advances, which numbered 20 in all, was 3.0m. In accordance with the progress of the girders, the non-prestressed main bars  $\phi 32$  were screwed to the next bars of 6m length by means of FY-couplers, Fig.23.

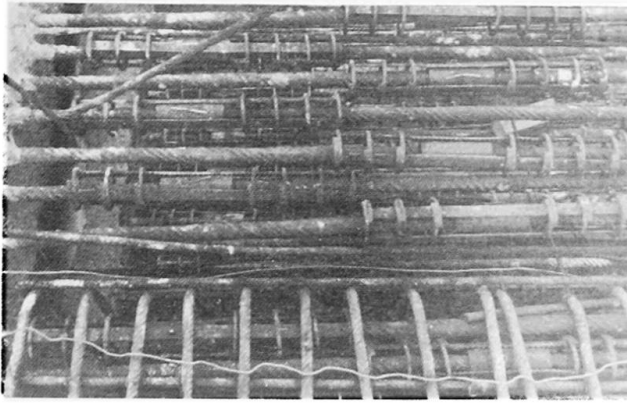


Fig.23

The FY-coupler is a special type of screw-threaded coupler which was developed by the author's team and experimentally tested to secure the transmission of the entire strength of the bar to be joined (12).

The main structure was completed in Nov. 1965 and the bridge was opened to traffic in June 1966. Fig.24 shows the completed bridge.



Fig.24 The completed Kamihimekawa Bridge

#### Acknowledgement

The author is grateful to Dr.Y.Kakuta for his assistance in the investigations and is also indebted to Dr.M.Hayashi, head of Division I of the Civil Engineering Research Institute of the Hokkaido Development Bureau, for his efforts in the development of the PRC system.

#### References (J: in Japanese)

- 1 Recommendations for an International Code of Practice for Rein-

- forced Concrete-CEB, published by ACI, CCA, 1963.
- 2 B.B.Broms: Cracking width and Crack Spacing in Reinforced Concrete Members, ACI-Journal, Vol.62, No.10, Oct.1965.
  - 3 J.F.Borges: Cracking and Deformability of Reinforced Concrete Beams, IABSE-Publications 26th Volume, 1966.
  - 4 Y.Kakuta: Fundamental Investigation on Cracking and Deformation Behavior of Reinforced Concrete Beams, (J), Dissertation, Yokomichi Laboratory, Faculty of Eng., Hokkaido University, Dec.1967.
  - 5 H.Yokomichi, Y.Kakuta: On Influence of Creep and Shrinkage of Concrete on Strain of PRC Beams, (J), Cement Gijitsu Nempo XX 1966, JCEA.
  - 6 H.Yokomichi, Y.Fujita: Flexural Tests on Reinforced Concrete Beams with Deformed Bars, (J), Concrete Library No.2, Japan Society of Civil Engineers, 1962.
  - 7 Y.Fujita: Study on Ultimate Strength Design of Reinforced Concrete Beams and Prestressed Concrete Beams subjected to Simple Bending, (J), Bulletin of Faculty of Eng., Hokkaido University No.32, Oct.1963.
  - 8 H.Yokomichi: On New Development of Reinforced Concrete and PRC System, (J), Hokkaido Branch of Japan Society of Civil Engineers, Feb.1964.
  - 9 H.Yokomichi, Y.Fujita, T.Nishibori: On Fatigue Behavior of Concrete Beams Reinforced by Deformed Bars, (J), Reports of Civil Engineering Research Institute, Hokkaido Development Bureau, No.37, Oct.1965.
  - 10 H.Yokomichi: Concrete Bridges, (J), Gihodo Co.Ltd., Tokyo, 1962.
  - 11 H.Yokomichi, S.Tonozaki: On Design and Execution of Kamihimekawa-bridge (PRC System), (J), Journal of Japan Prestressed Concrete Association Vol.7 No.5, Oct.1965.
  - 12 Tests on FY-Coupler Joints of Deformed Bars, (J), Yokomichi Laboratory, Faculty of Eng., Hokkaido University, May 1965.

## SUMMARY

The behavior of "prestressed reinforced concrete (PRC)" in cracking and deformation under static and dynamic loads is discussed. With regard to the cracking behavior the initial and stationary states are dealt with. The design rules for controlling the crack widths are derived. This paper also described the practical aspects of the PRC System and its application in the construction of the Kamihimekawa bridge, a  $\pi$ -shaped rigid frame bridge.

## RÉSUMÉ

Les agissements du béton armé précontraint dans la fissuration et la déformation sous les charges statiques et dynamiques sont discutés. Concernant des agissements de la fissuration, les conditions initiales et stationnaires sont traitées. Les règles de calcul pour contrôler les largeurs des fissurations sont dérivées. Et de plus, l'application pratique du système du béton armé précontraint et l'application duquel au pont de Kamihimekawa, qui est le pont en cadre en forme de  $\pi$ , sont décrites dans ce rapport.

## ZUSAMMENFASSUNG

Das Riss- und Verformungsverhalten des Spannstahlbetons wird sowohl unter der statischen Belastung wie unter der dynamischen Belastung untersucht. In Bezug auf das Rissverhalten werden der anfängliche sowie der stationäre Zustand betrachtet. Die Konstruktionsregeln zur Rissekontrolle werden aufgestellt. Auch stellt dieser Beitrag die Praxis des Spannstahlbeton-Systems und dessen Anwendung auf eine  $\pi$ -förmige Rahmenbrücke über dem Fluss Kamihime dar.



## IVb

### **The Practical Application of Partial Prestressing. Research on Cracking and Deflection under static, sustained and fatigue Loading**

Application pratique de la précontrainte partielle. Etudes sur la fissuration et la déformation sous charges statiques continues et de fatigue

Die praktische Anwendung der teilweisen Vorspannung. Untersuchungen über Rißbildung unter statischer, bleibender und schwingender Last

**PAUL W. ABELES**

at present Visiting Professor in Civil Eng.  
University Kentucky

including

### **The Behaviour of partially prestressed Beams, containing, bonded, non-tensioned Strands and curved, non-bonded Tendons**

La tenue de poutres précontraintes partiellement, contenant torons adhésifs non-tendus et cambrés, et tendons non-adhésifs

Das Verhalten teilweise vorgespannter Balken mit schlaffen Litzen im guten Verbunde und nicht vermörtelten aufgebogenen Spanngliedern

**PAUL W. ABELES**

Research Fellow  
University of Southampton

**VICTOR L. GILL**

Chief Civil Engineer  
British Ropes Ltd. Doncaster

### 1. Introduction.

With the late General Secretary Dr P Lardy's assistance "Partial Prestressing" was included in the "Conclusions and Suggestions" of the Final Report<sup>(1)</sup>, on the author's suggestion 20 years ago as acknowledged by the author in<sup>(2)</sup>. Dr. Thürlimann<sup>(3)</sup> has summarized the advantages of partial prestressing. In Fig.1, the author's classification taken from<sup>(2)</sup> is shown, amplified by the FIP-CEB classification. For the latter a distinction between IIIA and IIIB is made. Class IIIA represents in the author's view, the most ideal solution with complete rigidity under "normal" service load, when fully prestressed, but exhibiting ductility when the limit state of service load is approached and exceeded, as was recently pointed out by the author in paper<sup>(4)</sup>. Prof. Leonhardt now shares this view with regard to highway bridges (see pages 413-4 of<sup>(5)</sup>).

Prof. Thürlimann is not quite correct in stating on page 476<sup>(3)</sup> that the author's suggestion of 1942 of prestressing the "total reinforcement" was applied in 1948. In fact, to his knowledge this system has never been used except for research. The system, introduced by the author at British Railways Eastern Region 1948-1962, relates to his proposal of 1940 of a "mixed reinforcement" comprising tensioned and non-tensioned prestressing steel. There is no need as stated on page 476<sup>(3)</sup> that "The resulting tensile forces in the concrete have to be covered by an appropriate reinforcement". Tests on beams containing only tensioned steel have proved that visible cracking after the prestress has become ineffective solely depends on the concrete strength, the shape of the cross section, the bond efficiency and distribution of the steel (whether tensioned or not). Prof. Thürlimann says on page 475<sup>(3)</sup> that with full prestress-



ing according to equations (1) to (4) "the section exhibits a safety margin which is considerably above the specified one" when investigated at ultimate load. This applies only to the steel but not necessarily to the concrete compression zone. As ultimate load conditions are completely different from those in a homogenous section, even with a fully prestressed section the compressive zone may be too weak for ultimate load design although suitable for the conditions of a homogeneous section. For more particulars about "Partial Prestressing" see the Appendix of Vol.2. of the author's book (6).

| THREE TYPES OF PRESTRESSED CONCRETE STRUCTURE |                                                                                                       |                                                                                                                                                |                  |                                               |         |
|-----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|-----------------------------------------------|---------|
| 1956                                          |                                                                                                       |                                                                                                                                                | 1968             |                                               |         |
| NO.                                           | CHARACTERISTICS                                                                                       | WORKING LOAD STRESS                                                                                                                            | CONDITION        | TYPE OF PRESTRESS                             | FIP-CEB |
| I                                             | ALWAYS FREE FROM CRACKS                                                                               | COMPRESSION<br>COMPRESSION STRESS LIMIT 0                                                                                                      | TRULY MONOLITHIC | FULLY PRESTRESSED                             | I       |
|                                               |                                                                                                       |                                                                                                                                                | NON MONOLITHIC   |                                               |         |
| II                                            | TEMPORARY HAIR CRACKS UNDER RARE MAXIMUM WORKING LOAD<br>FREE FROM CRACKS UNDER ORDINARY WORKING LOAD | (a) RARE MAXIMUM WORKING LOAD<br>COMPRESSION<br>TENSION<br>IN EXCESS OF M.R.<br>(b) ORDINARY WORKING LOAD<br>COMPRESSION<br>TENSION<br>LIMIT 0 | TRULY MONOLITHIC | PARTIALLY PRESTRESSED                         | II      |
| III                                           | FINE HAIR CRACKS UNDER WORKING LOAD.<br>DEFLECTION CONTROLLED                                         | COMPRESSION<br>TENSION IN EXCESS OF M.R.                                                                                                       |                  | PRESTRESSED REINFORCED HIGH STRENGTH CONCRETE | III     |

M. R. = MODULUS OF RUPTURE

Fig.1.

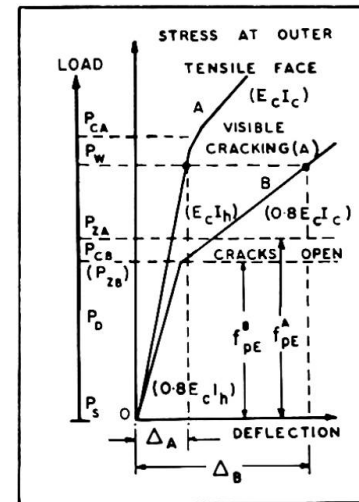


Fig.2.

## 2. Partially Prestressed Members Class II

With Class II, visible cracks will, in general, not occur, but microcracks develop. The author has reported at previous Congresses on the successful use of this type of partial prestressing by British Railways, Eastern Region, when tensile stresses of 650 to 750 psi (45 to 52.5 kp/cm<sup>2</sup>) were permitted (i.e. 2/3 to 3/4 of the stress at which cracks become visible). The development of visible cracks has been avoided, as reported by the author (7), (8). Strict supervision is necessary to avoid different behavior of structural members, as indicated in Fig.2. Beam "A" corresponds to the design, based on assumed maximum losses. If in a beam "B" the E-values of the concrete is only 80% of that in beam "A" and the effective prestressing force is less than assumed (either due to too low initial tensioning stress or to greater losses than assumed) the effective prestress  $f_{pE}$  is less. If shrinkage cracks have occurred before the prestressing force is applied, they may open when load  $P_{ZB}$ , corresponding to the stress  $f_{pE}$  is exceeded. On the other hand, with beam "A" visible cracks will occur only when the flexural strength of the member  $f'_f$  is reached, which corresponds to the difference between the cracking load  $P_{CA}$  and the zero stress load  $P_{ZA}$ .

The new trends of limit design load require probabilistic considerations. With Class II, properties variations must be reduced to a minimum. This obviously requires strict supervision and preferably the use of random, non-destructive performance tests. More than 1500 such tests were carried out at British Railways Eastern Region between 1949 and 1962 as described in (6) page 550, and only a few rejections occurred at products from first jobs of prestressing works, when some mistakes in the application of the prestress had occurred or shrinkage cracks had developed before transfer of prestress. In one case, all 80 beams of a job were successfully tested.

## 3. Partially Prestressed Members Class III (IIIA and IIIB)

Class IIIA was, in principle, embodied already in the British Code of Practice CP 115 of 1951 where it is stated "Where the maximum working load to be considered is of temporary nature and is exceptionally high in comparison with the load normally carried, a higher calculated tensile stress is permissible, provided that under normal conditions the stress is compressive to ensure closure of any cracks which might have occurred". This allows a wide interpretation

and "the temporary nature" may relate to the limit state of service load which may occur rarely but need not be instantaneous (e.g. snow load) or to abnormal instantaneous loads on bridges. The deflection at first loading and after repeated loading to the limit state, as well as due to creep, is illustrated in Fig 3. Small variations in production could be allowed for.

Prof. Thürlimann states under 5. "Method of analysis" that the "stress calculations can no longer be based on assumption of a homogeneous section." This is true, but there is no need for a stress calculation except for the fatigue range. It fully suffices to investigate (1) the limit state of collapse, thus ensuring a safety factor against failure and (2) to compute the required prestressing force. For Class IIIA no tensile stresses must occur at "normal" service load. For Class IIIB, the prestressing force  $P_E$  for a homogeneous section must be of such magnitude that at the limit state of service load neither too wide cracks occur nor the deflection becomes excessive, as will be discussed in the following.

Fig 4 illustrates these conditions. With IIIA the required minimum effective prestress  $f_{pE}$  in a homogeneous section must be equal and opposite to the tensile stress due to the normal service load,  $f_{sN}$ ; there is no need to find out the stress conditions at abnormal load (limit state of service load). With IIIB the magnitude of the required minimum effective prestress  $f_{pE}$  can be obtained

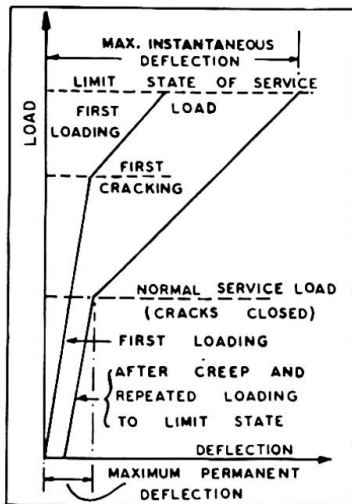


Fig. 3.

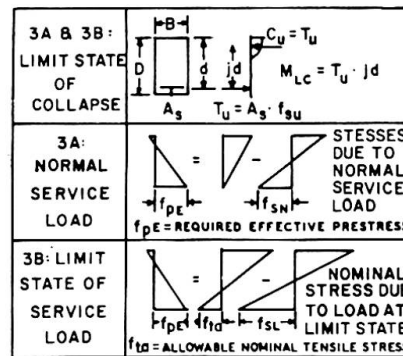


Fig. 4.

as the difference between two fictitious stresses in a homogeneous section:  $f_{sL}$ , due to the entire service load, and  $f_{ta}$ , the nominal allowable tensile stress, which corresponds to the maximum permissible strain to limit the crack width. Members Class IIIA are also obtained if a skilful designer employs Prof. T.Y. Lin's method<sup>(9)</sup> of balancing bending moments.

While a structural member Class IIIA presents the most ideal solution, Class IIIB has also possibilities, but it is necessary in this case to study deflection and cracking at static, sustained and fatigue loading, the latter being mainly important for Class IIIA.

#### 4. Cracking and Deflection at Static Loading

The maximum crack width for a definite strain depends on many parameters, varying with the shape of the cross section, the percentage, distribution and bond efficiency of the steel which latter again depends on its shape and surface conditions, and on the concrete strength. The author carried out tests on rectangular beams, containing non-tensioned prestressing steel, at the University of Southampton in 1965 to simulate the conditions after the prestressing force has become zero. Fig. 5 shows deflection diagrams and crack widths at 3 loading cycles of a high strength concrete beam, containing 4 non-tensioned prestressing wires 0.2 in. dia.<sup>(10)</sup> It is seen that the load deflection curves at the 2nd and 3rd cycles remained steep for a low load, corresponding to a homogeneous section. Simple and safe results for  $f_{ta}$  (the allowable nominal tensile stress in a homogeneous section) were obtained<sup>(11)</sup> for rectangular beams; e.g.

$$f_{ta} = 800 + 1300 (100p - 0.3) \text{ for round bars and } f_{ta} = 1000 + 2000 (100p - 0.3)$$

for strands, for maximum crack width  $5 \times 10^{-3}$  in. at the position of steel for concrete of a cube strength of approx. 7000 psi ( $420 \text{ kg/cm}^2$ ),  $p$  being the percentage-ratio (s. Fig. 6).

The choice of the suitable type of non-tensioned steel has also to be considered. Emperger suggested ordinary reinforcing steel as main reinforcement whereas the author proposed prestressing steel as non-tensioned steel and never used more than half the entire steel as non-tensioned reinforcement.

With high strength steel, the deflections become relatively large though the cracks remain narrow, whereas with mild or medium strength steel the deflection is greatly reduced, but more space is required for placing the steel, and the construction becomes less economical, as pointed out by Prof. Zerna (12). Prof. Kani (13) has referred to the shortening due to shrinkage and creep which produces a compressive force in the steel; he states that an opposite equal tensile force must occur in the concrete, thus reducing the prestressing force similar to the behavior in columns. This would mean that the greater the cross sectional area of the non-tensioned steel, the greater becomes the compressive force in the non-tensioned steel, though the amount of creep and shrinkage would be reduced by the increase of the steel section. Comparative tests, however, have indicated that there is very little difference, if any, between the loads at which cracks become visible, though microcracks seem to occur earlier with the larger reinforcement of mild steel. A recent study by Prof. Shaikh (14) and Branson indicates that there is no difference in visible cracking.

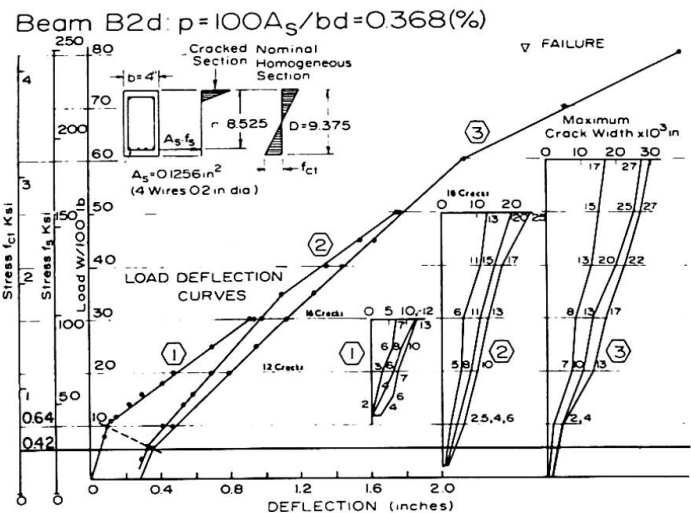
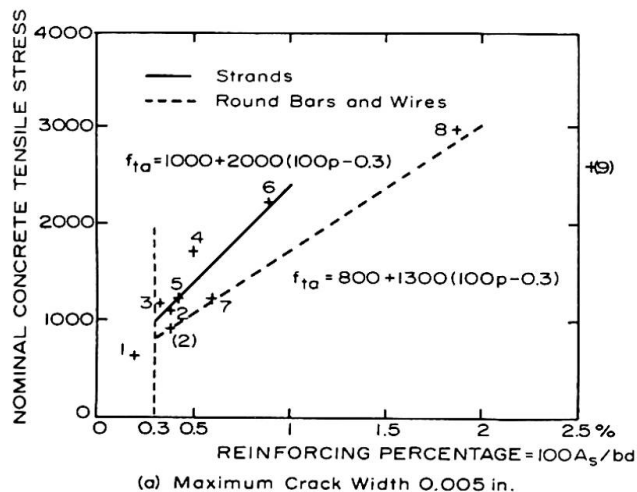
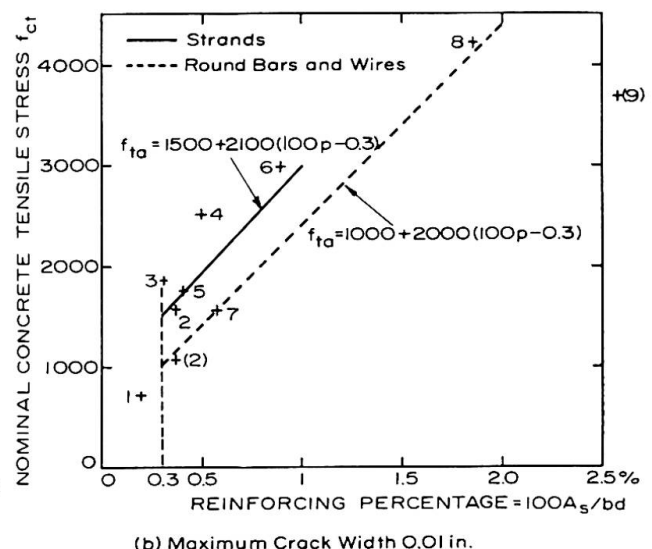


Fig. 5.



(a) Maximum Crack Width 0.005 in.



(b) Maximum Crack Width 0.01 in.

Fig. 7 shows results of comparative tests carried out at the University of Kentucky 1967 (15). In this case, in addition to two alloy bar tendons, 3 types of non-tensioned steel were used; prestressing strands (AS), high strength steel (AH) and mild steel bars (AM) of equal nominal yield force. With all 3 beams failure occurred at almost the same load and agreed well with the predicted ultimate load, based on the actual position of steel. There were only slight differences in cracking load. In the beams Fig 7 the steel was displaced and thus in the uncracked section the beam AS, containing strands with the smallest percentage, was the stiffest, although AM ought to have been the stiffest. The Table I shows number and width of cracks.

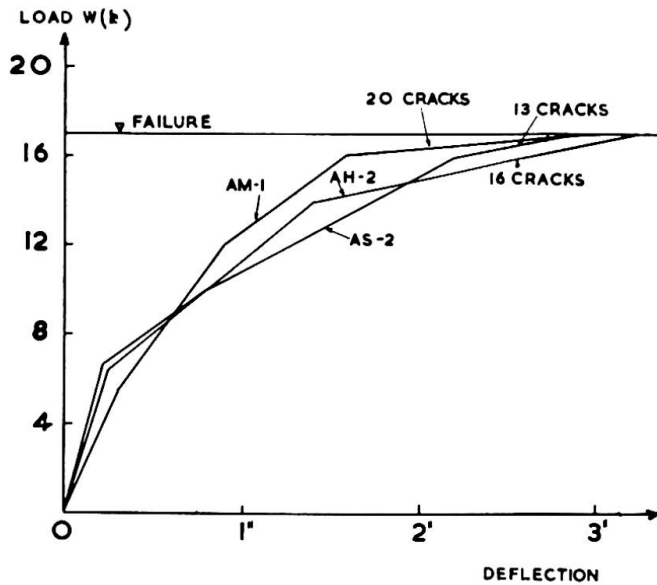


Fig. 7.

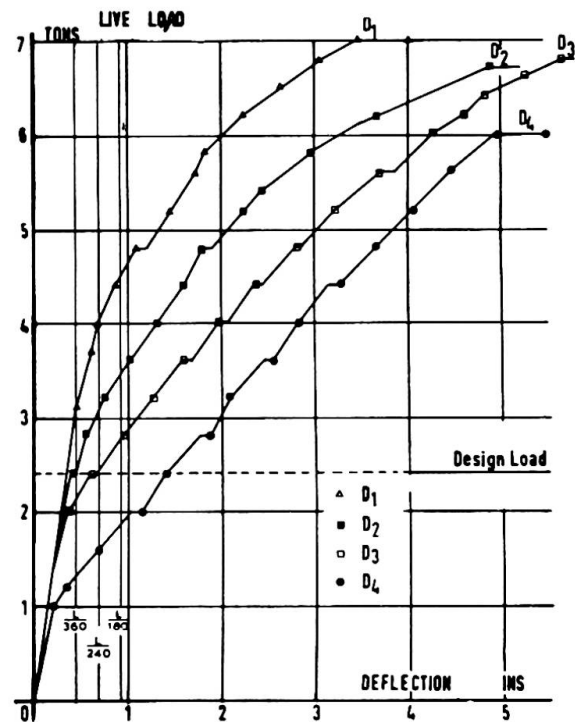


Fig. 9.

| CRACKS AT LOAD $W=8k$ |              |                                         |                           |                    |
|-----------------------|--------------|-----------------------------------------|---------------------------|--------------------|
| BEAM TYPE             | CRACK NUMBER | MAXIMUM CRACK WIDTH $\times 10^{-3}$ IN |                           |                    |
|                       |              | AT OUTER TENSILE FACE                   | AT LEVEL OF REINFORCEMENT | AT LEVEL OF TENDON |
| AM                    | 15           | 4                                       | 3                         | 3                  |
| AH                    | 10           | 6                                       | 3                         | 2                  |
| AS                    | 8            | 16                                      | 4                         | 3                  |

Table I.

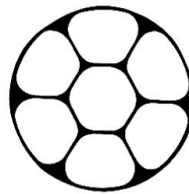


Fig. 8.

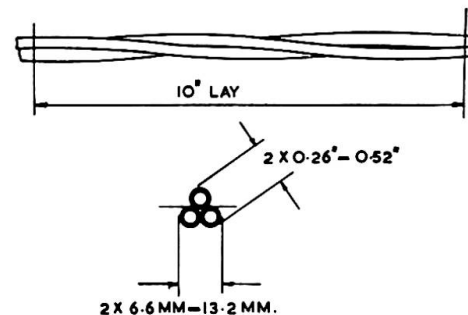


Fig. 10.

In addition to the EI values, also cracking affects deflection. Reference is made to Fig P.11 in (6) (p 630), comparing the deflection of two rectangular beams, one containing a single deformed bar and the other two non-tensioned prestressing strands of slightly smaller area, both placed at the same depth. In spite of the slightly larger steel area the former beam had a greater deflection, in consequence of fewer and wider cracks.

In the following, an example is shown of the use as non-tensioned steel of the "Dyform" prestressing strand of especially high strength (Fig. 8). This strand is drawn through a die, which produces a relatively smooth cylindrical surface, but it showed very satisfactory bond characteristics. The following data have been taken from a thesis by Dr Dave and have been kindly supplied by Dr Bennett, of Leeds University<sup>(16)</sup>. Rectangular beams 5 in. wide and 8 in. deep containing 3 "Dyform" strands 5/16 in. dia.  $1\frac{1}{4}$  in. above the tensile face were tested for a span of 14 ft. with two point loads at the quarter points. Fig. 9 illustrates the load deflection diagrams of 4 beams: D1 in which all 3 strands were tensioned, D2 with two tensioned and one non-tensioned strand, whereas in D3 one was tensioned and two remained non-tensioned, D4 relating to a beam in which all 3 strands remained non-tensioned. This figure has been included, because it clearly shows the advantages and limitation of partial prestressing using super-high strength non-tensioned steel



In view of the excellent bond and crack performance of beams containing non-tensioned prestressing strands a new three wire strand called Bristrand 100 was introduced by British Ropes Ltd. (see Fig.10). This steel has a proof stress of 100 ksi ( $70 \text{ kp/mm}^2$ ) and a minimum strength of 120 ksi ( $84 \text{ kp/mm}^2$ ), the diameter of the individual wires being 0.263 in (6.6mm). It was assumed that this type would be suitable both as high strength reinforcement for ordinary reinforced concrete and as non-tensioned bonded steel in partially prestressed concrete, representing a medium strength between ordinary high strength steel and prestressing strands. Tests on beams containing such Bristrands are described in the following section. The actual strength of the steel was 139 ksi ( $103 \text{ kp/mm}^2$ ) and the Modulus of Elasticity  $27 \times 10^6 \text{ kp/cm}^2$ .

#### 6. The Use of non bonded Tendons.

Non-bonded or badly bonded, post-tensioned tendons behave less satisfactorily than well bonded tendons. Only a few wide cracks occur and the flexural resistance is reduced. However, there are advantages, as the pressure grouting of the tendons can be dispensed with and thus a situation is avoided at which efficient grouting under adverse conditions may become rather difficult and unreliable. Moreover it is possible to readjust the prestressing force at a later date to offset the losses due to creep and shrinkage. Obviously a special corrosion protection is essential.

By the use of partial prestressing the great advantage of good bond can be kept and the disadvantages, mentioned above, can be avoided by the use of well bonded non tensioned steel, placed closely to the tensile face. This was shown by Prof Burns<sup>(17)</sup> who had carried out tests to prove that continuous beams, containing non-bonded tendons in conjunction with bonded medium strength steel, behave much better both in bending and in shear than expected by the Codes. The author has proved that the expected ultimate resistance for bonded steel was obtained by the tests Fig.6 described before. This figure was previously used only to show by comparison the effect of different types of non-tensioned steel. It was not pointed out that in this case the tendons were non-bonded, because the crack distribution was very satisfactory and the ultimate load reached corresponded very well with the computed values based on the yield points and proof stress of the non-tensioned steel and the proof stress of the alloy bars.

In the following, tests are briefly described, carried out by the authors at the University of Southampton between Oct.1967 and Jan.1968, in which the newly introduced Bristrand 100 (Fig.10) was used as bonded, non-tensioned reinforcement. Fig.11 illustrates the test programme and Fig.12 is a photograph of a beam under test. Two beams of type A were not prestressed. Four beams each of types B, C, & D were originally planned, two grouted and two non-grouted. Since there was hardly any noticeable difference between these two types with beams B and C, one beam of the original type D was differently reinforced as type D̄. The stress strain diagrams of the various sizes of Dyform Strands are seen in Fig.13 which also contains the size relating to the tests Bennett-Dave (Fig.9).

Fig.14 shows the deflection diagrams for the applied loads of all beams all of which were under-reinforced. There was great uniformity in the maximum load and deformation, except for one beam D, illustrated by a dotted line. With all other beams failure did not occur, but the tests had to be terminated in consequence of too great deflections. The recovery on removing the load was between 80 and 90%, although in some cases horizontal cracks developed during removal of the load in consequence of the very large change in strain.

The beam with the dotted deflection diagram failed by crushing of the concrete at a bending moment of approximately 75% of the maximum of the other two beams D and it was noticed that there was a pocket in the flange with poor compaction. This is a good example of the importance of strict supervision. The 14 beams described were cast in a civil engineering workshop using ready mixed concrete. The two authors supervised either jointly or separately, casting, prestressing and pressure grouting. Unfortunately, when the two beams D13 and D14 were cast, the supervising engineer had to leave shortly before completion of the casting. Thus beam D13 (D) was well cast but the flange of beam D14 evidently did



TESTS FOR BRITISH ROPES LTD  
SOUTHAMPTON UNIVERSITY 1967/8.

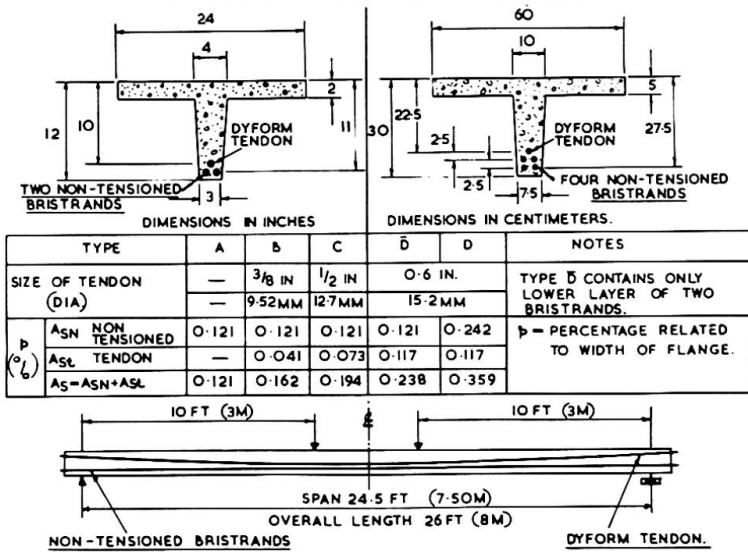


Fig. 11.

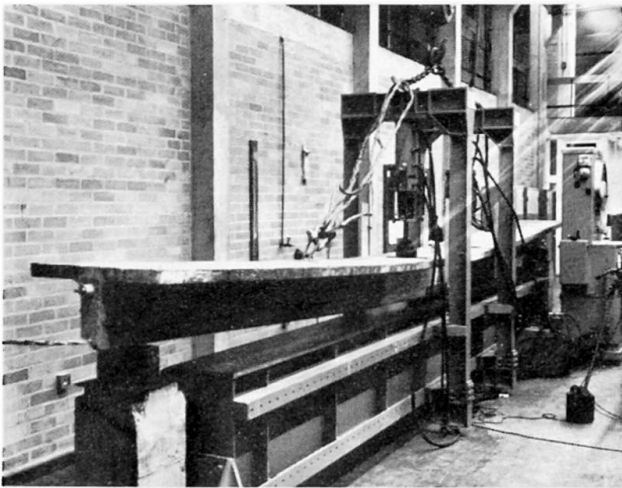


Fig. 12.

not have the concrete properly vibrated and this poor concrete was the cause of the early collapse.

More details and particulars about electric resistance strain gauge readings and analysis of the test results will be published in a paper by the two authors later. An example is shown in Fig. 15 of the deflection diagrams at 3 load cycles of beam DII containing a non-bonded tendon. Also the maximum crack widths are given. The maximum loads generally agreed with the values obtained for the guaranteed minimum strength of the Bristrand 100 and the proof stress of the Dyform tendons, which were positioned further away from the tensile face.

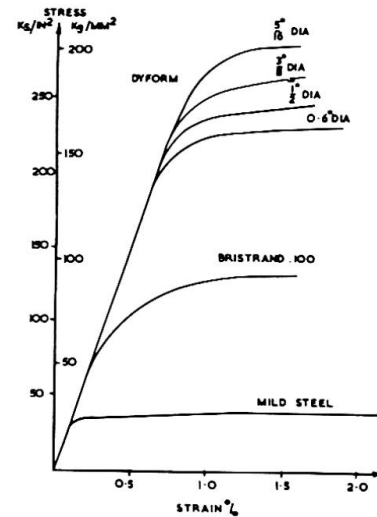


Fig. 13.

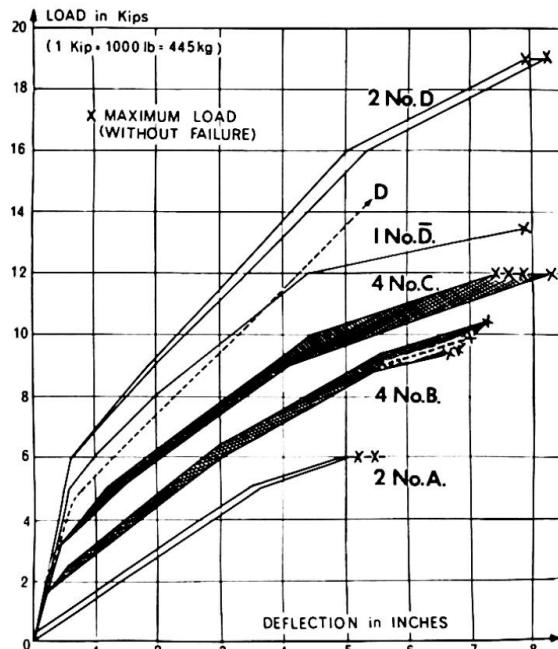


Fig. 14.

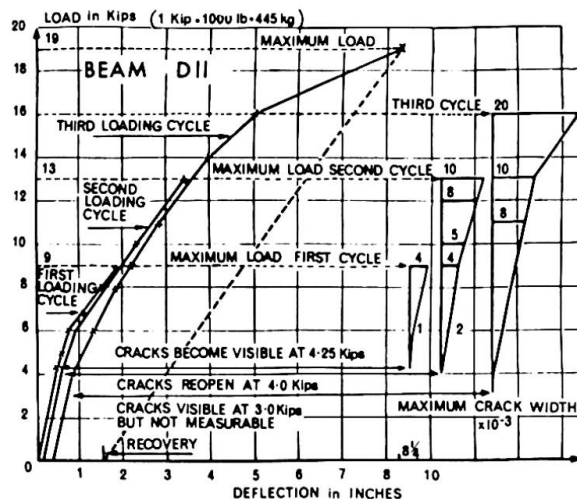


Fig. 15.

### 6. The Effect of Sustained Loading.

This is important with members Class IIIB. Fig.16 shows the result of a test carried out by British Railways (Research Dept. Derby and Chief Civil Engineer Eastern Region) on a rectangular beam 8"x 12" (20x30cm) containing two layers of wires 0.2 in. (5mm) dia. of a span of 13 ft. 6 in. (4m) with 2 central loads 3 ft. 6 in. (1.06m) apart. The prestress at transfer was 2700 psi (189 kp/cm<sup>2</sup>) at the outer tensile face. The loading carried out at Derby Station commenced only after approx. 2½ years, when the initial camber had more than doubled. The beam was subjected to a load of 50% of the static failure load (S.F.L.) of a companion beam, when microcracks occurred, the nominal tensile stress being 880 psi (62kp/cm<sup>2</sup>). The load was sustained for almost 3 years and then increased to 80% of the S.F.L., when  $5 \times 10^{-3}$  in. (0.125mm) wide cracks developed which increased to 3 times the size during more than one year, when the test terminated; but the deflection had increased only by 50% during this time. More particulars are seen in Fig.P.14 of (6), which does not, however, show completion of the test. The beam with permanently open cracks of  $15 \times 10^{-3}$  in. (0.48mm) was exposed to the highly polluted surroundings of Derby Station, but the corrosion of the well bonded wires was relatively small.

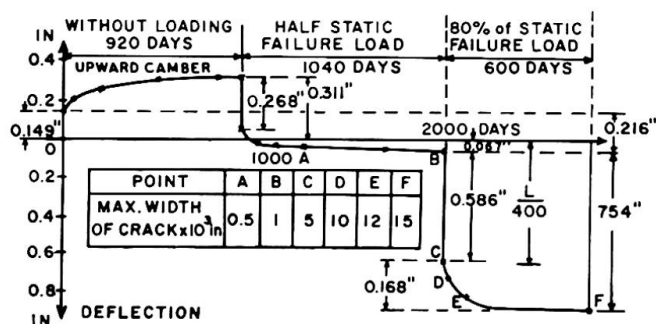


Fig.16.

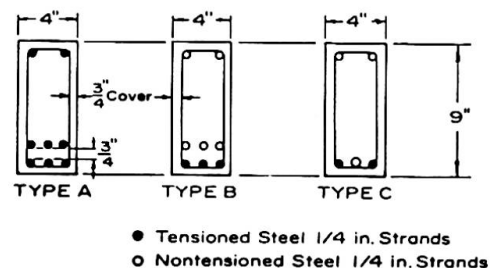


Fig.17.

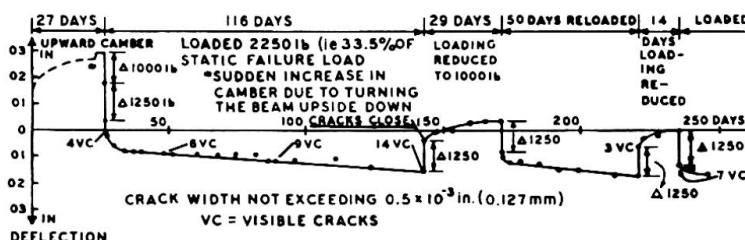


Fig.18.

Prof. Brown of DUKE University arranged together with the author comparative static and sustained loading tests to be reported in paper (18). Fig. 17 shows cross sections of the beams types A, B and C and Fig.18 illustrates the results of sustained loading and unloading on beam CL1, the letter L indicating semi-light weight material. Span and loading points were as with the beam Fig.16, but the load was applied from below. The load applied at an early age was of such magnitude that microcracks developed. For more particulars see paper (18).

### 7. Cracks and Deflection after Fatigue.

The author reported in Cambridge (19) on tests carried out at Liège in 1951 that 3 million load cycles within definite stress ranges, during which cracks opened and closed, did not affect the failure load in a subsequent static test. Full serviceability and change in slope of deflection due to fatigue after cracking was discussed in Lisbon (20). The crack width may become almost 3 times as large as the initial value at approaching fatigue failure, as shown in P.9 (6). Prof Ekberg and Assoc. (21) have shown that the stress range within the Goodman-diagram governs fatigue failure. However, also the width, extent and distribution of the cracks greatly influence fatigue behavior. Members with well bonded and distributed steel, having the same percentage of steel and being subjected to the same stress range in the steel, will have a longer fatigue life than members in which the steel is concentrated and/or badly bonded. It has been

found that occasional overloadings are of no influence on the fatigue resistance under working load. Dr. Brown of DUKE University arranged fatigue tests on a new MTS machine, which allowed to study this and other problems. First experiments were carried out in 1966 on two beams (22) which had already failed in a static loading test by yielding (18), but were only slightly damaged by spalling off some edges in the compression zone. Almost complete recovery took place on immediate removal of the load. Fig.19 depicts the results on beam BL1 (see also Fig. 17). The static loading had been carried out in 3 cycles (curves 1, 2 & 3);  $W_0$  is the load at which the effective precompression at the tensile face became zero. The applied static failure live load of 10.5 k. agreed quite well with the calculated value

Cycling loads over 10 different ranges were applied (I-X), with 6 intermediate static load deflections (A-F). With I, the range was 14% and with II-VII it was 19% of S.F.L., gradually extending to an upper limit of 76% with approx. 80,000 cycles at each range. The following ranges VIII and IX with 20,000 and 29,000 cycles respectively extended over a 25% larger range, the displacements increasing greatly as indicated in the figure. The upper limit was increased at IX and further at X to 85% and 90% respectively of the S.F.L. Fatigue failure occurred due to fracture of one wire of one strand after 143 cycles of X between 52 and 90% of the S.F.L. when the beam collapsed, the entire fatigue test comprising 605,000 cycles. For further particulars see paper (22).

Based on further fatigue tests a joint paper (23) was presented in which it was reconfirmed that occasional overloadings (e.g. 20,000 cycles) did not affect the fatigue resistance (2 million cycles) within a lesser stress range, although in the latter the cracks opened and closed a million times. Note that a weekly abnormal loading would only amount to 5200 cycles in 100 years.

In the following, only Fig.20 is shown from this paper to illustrate the test on beam AL2 which was loaded until fatigue failure occurred. The beam was first subjected to 105,000 cycles between 14 and 36% S.F.L. until previous microcracks just became visible. Afterwards, 307,700 load cycles were applied between 30 and 70% of the S.F.L. of a companion beam. Failure occurred by fracture of 7 wires of the central lower strand and 2 wires of one of the outer lower

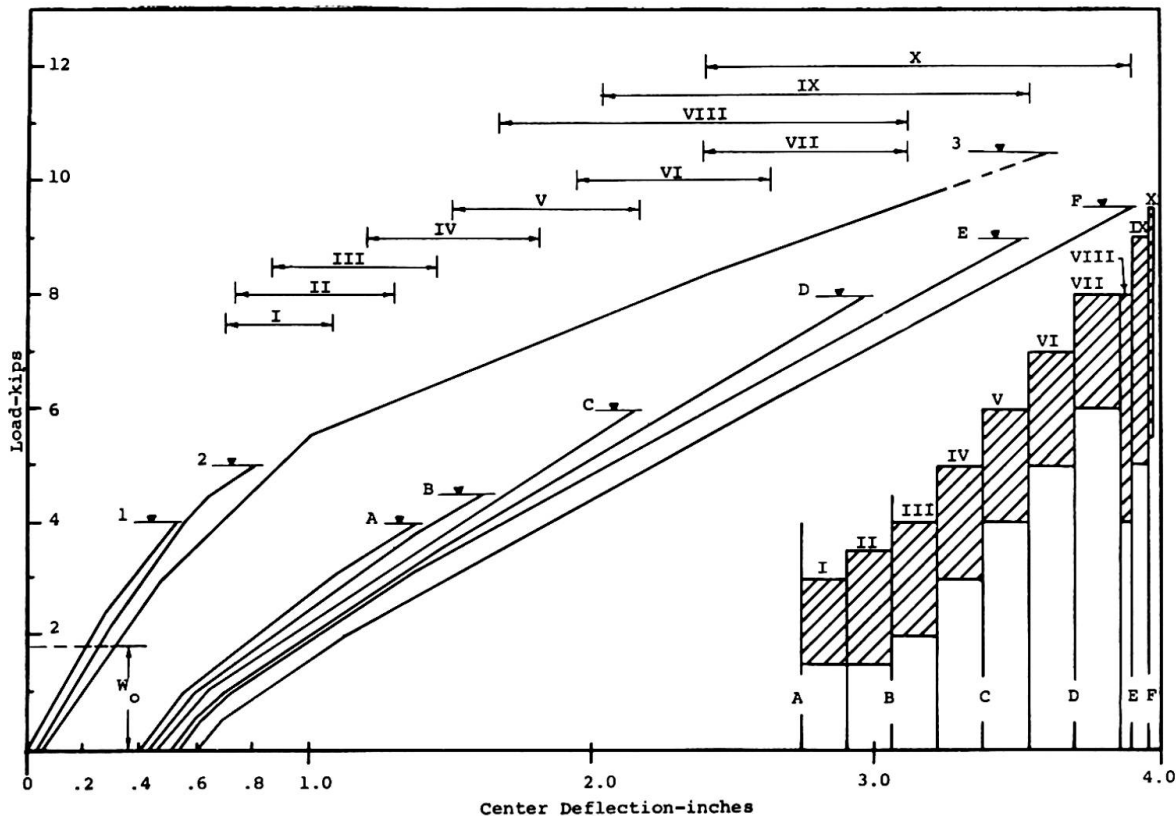


Fig.19.

strands. Fig.20 also shows the effect of fatigue on deflection and cracking; diagram 3 refers to a loading, before the large range fatigue loading commenced, No.4 to a loading after 5,500 cycles, No.10 to a loading after further 222,200 cycles, while No.11 relates to a static loading after fatigue failure. This very important test result has indicated the importance of studying the fatigue resistance of prestressed concrete over large ranges to obtain L-N curves (i.e. load versus the number of cycles), the lower limit of 30% relating to dead load. In subsequent tests at DUKE University the strains were measured by electrical resistance strain gauges. Much research has still to be done, as is pointed out in the joint paper (24) and it is hoped that it will be possible to continue the further tests required to clarify these problems.

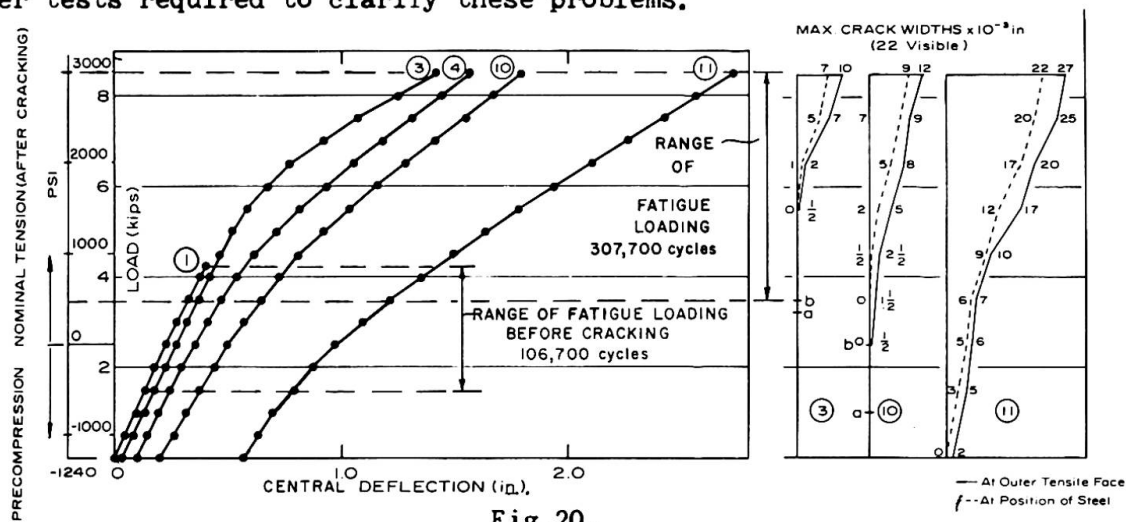


Fig.20.

Reference may be made to the importance of obtaining satisfactory Goodman-diagrams for steel, based on S-N curves. Papers by Warner & Hulsbos (25), Tide & Van Horn (26), Hilms & Ekberg (27) may be mentioned. As soon as reliable S-N curves for prestressing strands and wires are available, (which have to follow the law of probability and are to be based on safe values), it should be possible to obtain rather safe L-N curves for prestressed concrete beams of substantial depth. In this case faults in workmanship cannot greatly affect dimensions and position of steel, whereas with very small members great scatter and thus substantial variations in test results may occur, as experienced by Prof. Venuti (28). Dr. Dave-Dr. Bennett found a relatively great fatigue resistance by single tests on various types of their differently prestressed members, as will be found in (16) when it appears. They have also established a design method for determining the steel stresses in partially prestressed beams after cracking. For further research data see also Chapter 14 of the author's book Vol.1 (29).

#### 8. Other Problems

Unfortunately there is lack of space to deal with other problems such as composite sections, differential shrinkage, creep and stress redistribution, shear, torsion, compression or indeterminate structures. With regard to impact and economy see the author's respective papers (30) & (31), the latter presented in 1948.

Finally the author would like to acknowledge the facilities offered him in preparing this paper by the Dept. of Civil Eng. of the University of Kentucky.

#### 9. Conclusions

1. Members Class II with hardly visible cracks, have proved very satisfactory, provided that strict supervision and/or non-destructive, random performance tests are carried out. Otherwise there is a danger of great variation which might result in wide hair cracks and large deflection.
2. Class III ought to be subdivided into IIIA and IIIB, the former being in compression under "normal" service load with temporary visible cracks at the limit state of service load, and Class IIIB with permanently visible cracks.
3. Class IIIA represents the most suitable solution, when great differences



between limit state and "normal" service load occur, such as with highway bridges.

4. It is unnecessary with Class III, except for fatigue, to know the stresses under service loads, as the members must be designed for collapse load. It is only necessary to determine the required effective prestressing force.
5. This force must be large enough to compensate with IIIA the maximum tensile stress under "normal" service load and with IIIB the difference between the nominal tensile stress under the limit state of service load and the allowable nominal tensile stress. The latter indicates limitation of the strain and thus of crack width, as obtainable from tests.
6. Rigidity after cracking is governed by percentage of steel and bond efficiency. Non-tensioned mild steel ensures maximum rigidity, but is less economical and requires more space; prestressing strands are more economical, require less space, but rigidity is reduced. Lower strength strands may be preferable.
7. Non-bonded tendons cause few wide cracks, and ultimate resistance is limited. The Southampton tests have confirmed that these disadvantages are overcome by provision of well-bonded, non-tensioned steel. This allows restressing and avoids pressure grouting, but needs corrosion protection of the tendons.
8. Crack widths and deflection increase at sustained and fatigue loading, dependent on age and magnitude of stress at loading. Further research is necessary.
9. Further research of large range fatigue loading for a limited number of cycles is particularly important to obtain a basis for assessing the safe carrying capacity and the expected fatigue life of existing bridges and for future design in view of increase in "abnormal" loading. Such tests have been introduced at DUKE University which it is hoped will be continued.

#### References.

- (1) IABSE, Final Report, 3rd Congress, Liege 1948;
- (2) P.W.Abeles: "Safety against Cracking", IABSE, Final Report, 5th Congress, Lisbon, 1956, p.541;
- (3) B.Thürlimann: "Report IVb", IABSE Prelim.Report, 8th Congress New York, 1968;
- (4) P.W.Abeles: "The Limit States of Reinforced and Prestressed Concrete", The Consulting Engineer, London, June 1968;
- (5) F.Leonhardt: "Report IVa", IABSE Prelim.Report, 8th Congress New York, 1968;
- (6) P.W.Abeles: "An Introduction to Prestressed Concrete", Vol.2, Concrete Publ. Ltd., London, 1966;
- (7) P.W.Abeles: "Partially Prestressed Concrete Constructions at Eastern Region, British Railways", IABSE, Vol.12, 1952;
- (8) P.W.Abeles: "The Conditions of Partially Prestressed Concrete Structures after 3-7 years' Use", IABSE, Congress Lisbon, 1956, p.625;
- (9) T.Y.Lin: "Load Balancing Method for Design and Analysis of Prestressed Concrete Structures", ACI Journal, June 1963;
- (10) P.W.Abeles: "Cracking and Bond Resistance in High Strength Reinforced Concrete Beams", ACI Journal, Nov. 1966;
- (11) P.W.Abeles: "Design of Partially Prestr.Concrete Beams", ACI J., Oct.1967;
- (12) W. Zerna: "Partially Prestressed Concrete" (in German), Beton u.Stahlbeton, Vol.51, No.10, Dec. 1956;
- (13) G.H.J.Kani: "Prestressed Concrete" (in German), K.Wittwer, Stuttgart, 1955;
- (14) A.F.Shaikh, D.E.Branson: "Unfavourable and Favourable Effects of Non-tensioned Steel in Prestressed Concrete Beams (to be published);
- (15) J.O.Woolums: "Study of Behaviour of Prestressed Concrete Beams", M.Sc. Thesis, University of Kentucky, 1967;
- (16) E.W.Bennett, N.J.Dave: "An Experimental Basis for the Design Calculations of Beams with Limited Prestress" (to appear in Structural Engineer, London in 1969);
- (17) N.H.Burns, D.M.Pierce: "Stresses and Behaviour of Prestressed Members with Unbonded Tendons", PCI Journal, Oct.1967;
- (18) P.W.Abeles, E.I.Brown, J.O.Woods: "Preliminary Report on Static and Sustained Loading Tests on P.C.Beams", PCI J., Aug. 1968;



- (19) P.W.Abeles: "Fatigue Tests on Partially Prestressed Concrete Members", IABSE, Final Report 4th Congress Cambridge, 1952;
- (20) P.W.Abeles: "Fatigue Resistance of Prestressed Concrete Beams, IABSE, Final Report 5th Congress Lisbon, 1956;
- (21) C.E.Ekberg, R.E.Walter, R.G.Slutter: "Fatigue Resistance of Prestressed Concrete Beams in Bending", ASCE, July 1957;
- (22) P.W.Abeles, F.W.Barton: "Fatigue Tests on Damaged Prestressed Concrete Beams", RILEM Intern.Symposium, Mexico 1966;
- (23) P.W.Abeles, F.W.Barton, E.I.Brown: "Fatigue Behaviour of Prestressed Concrete Beams", ACI Intern.Symposium on Bridge Design, 1967;
- (24) P.W.Abeles, E.I.Brown, J.Slepetz: "Fatigue Resistance of Partially Prestr. Concr.Beams to Large Range Loading", IABSE, 8th Congr. IV(b)6;
- (25) R.F.Warner, C.L.Hulsbos: "Fatigue Properties of P.C.", PCI J., Febr.1966;
- (26) R.H.R.Tide, D.A.VanHorn: "A Statistical Study of Static and Fatigue Properties of High Strength Prestressing Strands", Progress Report No.2, Fritz Eng.Report 309.2, 1966;
- (27) J.B.Hilms, C.E.Ekberg: "Statistical Analysis of Fatigue Characteristics of Under-reinforced Prestressed Concrete Flexural Members", Report 545, Eng.Exp.Station, University Iowa, Ames, 1966;
- (28) W.J.Venuti: "A statistical Approach to the Analysis of Fatigue Failure of Prestressed Concrete Beams", ACI J., Nov.1965;
- (29) P.W.Abeles: "An Introduction to Prestressed Concrete", Vol.1, Concrete Publ.Ltd., London, 1964;
- (30) P.W.Abeles: "Impact Resistance of P.C.Masts", IABSE Publ., Vol.17, 1957;
- (31) P.W.Abeles: "The Economy of Prestressed Concrete", IABSE, Final Report, 3rd Congress, Liege 1948.

#### SUMMARY

Beams with temporary visible cracks and great ductility at the "limit state" of service load, but fully prestressed and rigid at "normal" service load, offer an ideal solution of a structure, including highway bridges, having temporary, instantaneous cracks at "abnormal" load, provided a safe overall fatigue resistance is ensured. Studies in this respect are made at DUKE University. A combination of non-bonded tendons (allowing re-stressing) with a new type of well bonded, non-tensioned strand has proved very satisfactory. Recent research on crack width and deflection at static, sustained and fatigue loading is discussed.

#### RÉSUMÉ

Poutres avec fissures visibles temporaires et grande ductilité à l'état limite de service normal mais entièrement précontraintes et ainsi rigides au poids normal, semble être la solution idéale d'une structure, y compris ponts ayant des fissures instantanées temporaires sous poids anormal, pourvu qu'une entière sécurité de résistance soit assurée. Etudes sous contract sont en cours à l'Université de Duke. Une combinaison de tendons non-adhésifs (permettant la recontrainte) avec un nouveau genre de torons bien adhésifs non tendus, s'est démontrée très satisfaisante. On discutera de récentes recherches sur la largeur et la déviation des fissures qui se produira sous des poids statiques, continus et prolonges.

#### ZUSAMMENFASSUNG

Balken mit temporären sichtbaren Rissen und grosser Verformbarkeit im Grenzzustand der Nutzlast, aber voll vorgespannt und daher starr bei "normaler" Nutzlast bieten eine ideale Lösung einer Konstruktion, auch für Strassenbrücken, in welchen Risse unter "abnormaler" Last entstehen, vorausgesetzt dass genügende Schwingungssicherheit besteht. Solche Studien werden an der DUKE Universität gemacht. Eine Kombination zwischen nichtvermörtelten Spanngliedern (mit Ermöglichung von Nachspannen) und einer neuen Type einer schlaffen Litze hat sich sehr bewährt. Versuchsergebnisse über Rissweite und Durchbiegung bei statischer, bleibender und schwingender Belastung werden besprochen.

## **Fatigue Resistance of Partially Prestressed Concrete Beams to Large Range Loading**

Résistance à la fatigue de poutres de béton partiellement précontraintes au cours d'une gamme variée de charges

Der Schwingungswiderstand von teilweise vorgespannten Balken gegenüber Lastwechsel von großem Bereich

**PAUL W. ABELES**  
Visiting Professor (1965/7)

**EARL I. BROWN, II**  
J.A.Jones Professor  
Department of Civil Engineering, Duke University  
Durham, N.C.

**JOHN M. SLEPETZ**  
Research Assistant

### I. INTRODUCTION

The first named author has presented a paper under the same subject dealing with different classes of partially prestressed members in general and briefly covering fatigue.<sup>1</sup> The present paper includes research carried out at Duke University relating to large range fatigue tests on pretensioned beams. These tests were carried out in slow cycles because of large amplitude of deformation. They were based on the consideration that temporary cracks under rarely occurring "abnormal" loads are harmless, provided that the structure is "fully" prestressed (i.e., entirely in compression) under normal loads. The reliability of highway bridges depends on their fatigue resistance to action of both the normal and abnormal loadings over the expected lifetime. Previous fatigue tests by the first named author, published at the Liège Congress 1952,<sup>2</sup> had already shown that three million cycles within definite loading ranges at which cracks opened during all cycles did not affect the subsequent S.F.L. (static failure load).

Dr. Ekberg and Assoc.<sup>3</sup> were the first to show that the fatigue resistance of under-reinforced prestressed concrete beams is governed by the "Goodman" diagrams of steel and concrete. The authors are of the opinion that in addition, bond resistance and crack distribution are of influence. The Goodman Diagram is obtained from S-N curves based on various load ranges and applies for a specified number of load cycles. Originally this was 1 or 2 million; however, now it appears necessary to consider 10 million cycles or more. For highway bridges the lower level of the range (i.e., the dead load) may vary between 30 and 40% of S.F.L. Ten million cycles ought to be considered for the normal loading but for an "abnormal" loading which is investigated in this paper, a limited number of cycles applies, i.e., an "abnormal" load occurring once a week would amount to only 5,200 cycles in 100 years. The scope of the present investigation is limited to loading of a frequency less than 300,000 cycles. Figure 1 is a Goodman diagram of prestressing

strands, based on 2 million cycles, showing the lower and upper limits of the ranges. In the diagram recent test results have been indicated for 10 million cycles based on (4). The probable stress ranges of the tensioned and nontensioned steel are indicated. No data is available for low cycle ranges and consequently it has been found necessary to investigate this problem on prestressed concrete beams to obtain L-N (load-number of cycles) curves. With highway bridges the frequency both of normal and abnormal loading has to be taken into account. A study of the abnormal loading was the basis of the research at Duke University 1966 to 1968.

In Fig. 2, two possible L-N curves are shown on the assumption that the dead load is 30% of S.F.L. and the effective prestress is 30 and 40% respectively of the S.F.L. The shape of the curves has been assumed to be similar to known shapes of S-N curves for various materials. In this diagram the range of cycles discussed in the following is indicated.

The authors are gratified that Professor Leonhardt in his report IVa<sup>5</sup> has come to similar conclusions. From his paper the following may be quoted which completely fits into the research consideration of the authors:

It so happens that prestressed concrete girders are very little affected by occasional rare overloading; even if the concrete in the tensile flange cracks, the cracks completely close up again, as a result of the compression developed by the prestressing force, immediately after the abnormal loading of short duration has ceased. Tests have always confirmed this great capacity for recovery of prestressed concrete girders after brief overloading. It is therefore not a reasonable procedure to keep the tensile flanges of girders permanently in a state of very high compression in order to obviate the occurrence of tensile stresses in the concrete in rare extreme cases of loading, the more so as one then has to put up with the above-mentioned creep deformations which alter the gradients.

The appropriate choice of the degree of prestressing is not only of great importance to the economy of prestressed concrete bridges, but also to their behaviour under permanent load....Therefore with "limited" prestressing savings are effected and better behavior under sustained load is obtained, without sacrifice of safety.

In section II, statistics and probability in connection with limit states of design (serviceability and collapse) and with fatigue are discussed, (See reference 6.) In section III a survey is given on research carried out by the last named author.<sup>7</sup> In section

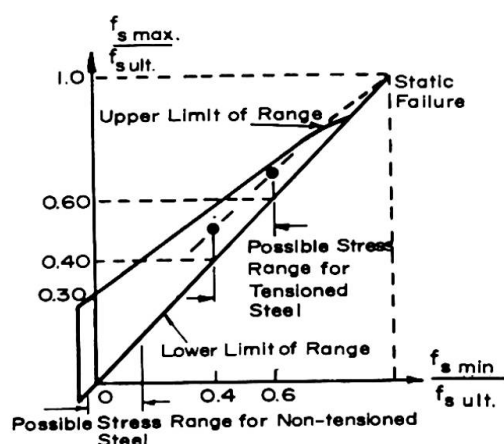


Fig. 1. Goodman Diagram

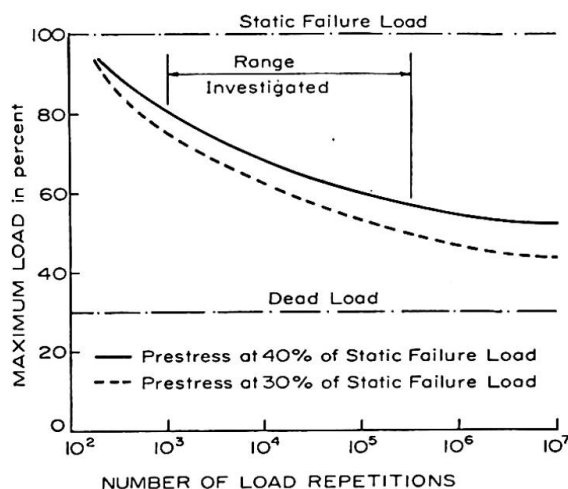


Fig. 2. Possible L-N Curves for Prestressed Concrete Beams

IV proposals are made for further research and conclusions are drawn in section V.

## II. STATISTICS AND PROBABILITY IN CONNECTION WITH FATIGUE

Variations in the fatigue resistance of prestressed concrete beams may occur owing to differences in concrete strength and workmanship. There are also great variations in the loading not considered here. In the fabrication of prestressed concrete beams, excellent supervision and good workmanship are essential because otherwise no reliance can be made on the design assumptions, e.g., prestressing force and concrete strength. In Fig. 2, reference (1), it is shown that substantial differences in the behavior under service load may occur in partially prestressed beams if supervision is unsatisfactory. There are numerous examples of good agreement in the performance of prestressed members if sufficient supervision is available. It must be agreed that no structure is absolutely safe, but an acceptable minimum of safety should be achieved. This means that there will be a margin between extreme service conditions and failure.

The most frequent loads on bridges are automobiles of relatively low weights. Next are trailers which frequently pass over bridges but whose weights are still below the design load. In addition, there are "abnormal" loads which occur rarely and for which a permit is necessary before they are allowed to pass over bridges. These "abnormal" loads will likely include tanks or other heavy machinery. In these cases, the magnitude of the load will be known and it will be possible to determine whether a limited number of such loads passing over the bridge does affect the carrying capacity and if the required margin is maintained between fatigue failure and limit of reliability in loading.

Variability of performance in fatigue must be considered. S-N diagrams for prestressing steel exhibit variations which are based upon the inherent properties of the material under fatigue loading conditions. Variations have been established for such factors as different sizes, different heats, different manufacturers, and different wires and strands. These variations are further increased by fatigue loads. Tide and Van Horn<sup>4</sup> have shown such variables in S-N curves based upon 50% probability. However, the designer would prefer to know the minimum S-N curve. In any case, he would prefer 90% reliability as shown by Hilmes and Ekberg.<sup>8</sup> Bennett<sup>9</sup> has carried out fatigue tests on wires whereas the previous tests mentioned related to strands. Further research to obtain the fatigue resistance of prestressing steel is most important because, as already pointed out by Ekberg,<sup>3</sup> the Goodman diagram thus obtained offers a safe basis for the fatigue design of under-reinforced prestressed concrete beams.

There is relatively little recent research on plain concrete fatigue except that of Ople and Hulsbos<sup>10</sup> which was undertaken on eccentrically loaded prisms. Higher fatigue resistance was observed than for concentrically loaded comparison specimens.

Numerous fatigue tests on prestressed concrete beams have been carried out in addition to those reported.<sup>2,3</sup> Included are those of Bennett-Dave<sup>11</sup> who carried out comparative fatigue tests on beams containing the same number of crimped wires with varying arrangement of tensioned and nontensioned steel. For example, 5 such beams were subjected to fatigue tests to a stress of 2260 psi with the upper range varying in accordance with the respective prestress from



320 to 1620 psi nominal tensile stress. After 3 million load cycles, static load tests to failure were carried out with satisfactory results.

Tests mentioned above relate to individual beam investigations and were not intended to study fatigue on a statistical basis. Comparative tests on a statistical basis were carried out by Warner and Hulsbos<sup>12</sup> and Venuti.<sup>13</sup> In the former two sets of four beams each were tested. One beam of each set was loaded statically. The remaining three beams of each set were tested under fatigue loading. Beams of one set were subjected to the same constant cycle range of loading and those of the other set were loaded under a program of cumulative load cycles. There were appreciable differences in the fatigue resistance of the beams, but the highest ratio between the maximum and minimum observed fatigue life was not more than 1.6 for the constant cycle tests and 1.7 for the cumulative cycles tests.

The tests of Venuti<sup>13</sup> included very small specimens 6" wide and 4½" deep, with two 3/8" diameter strands, located 3" apart and 1.9" above the tensile face. The span was 6' with 2-point loads located 1' apart. The tests comprised 90 beam specimens, 18 for each of five maximum load levels of 50, 60, 70, 80 and 90% of the S.F.L. which was obtained from 16 other beams. The lower level of fatigue loading was 10% of S.F.L. There was much scatter in fatigue test results. These tests were carried out on two machines of constant amplitude type requiring periodic load adjustments. Venuti obtained early compression failures of some of the under-reinforced beams even at the lowest maximum load level while others failed in compression in the first cycle of loading at the highest fatigue level. These results, which would preclude any reliability considerations with regard to fatigue of prestressed concrete, are in the authors' view influenced by various conditions such as the small size of specimen, intentional omission of special supervision of manufacture, the type of test machine used, and the relatively large space between tendons resulting in little crack protection. This publication is very interesting because it represents the first statistical fatigue study of prestressed concrete beams and offers a challenge to prove that with larger size members and supervision of manufacture of prestressed concrete, a greater reliability in fatigue can be obtained.

### III. THE RESEARCH AT DUKE UNIVERSITY 1967-68.

Comparative tests were carried out on prestressed beams of type A and type B; cross section using the loading arrangement shown in Fig. 3. The beams consisted of ordinary weight or of semi-light concrete, those of the latter are indicated by the letter "L". Some preliminary fatigue tests on beams AL were also reported.<sup>15,16</sup> (See report by Abeles, Figs. 15, 17, 18.) The lightweight specimens<sup>15,16</sup> were produced in a pretension bed of a prestressing works. The beams discussed in the following were produced at Duke University in a transportable prestressing bed allowing three specimens to be stressed in one casting. Two beams of each casting were tested in a fatigue and one statically. Resistance strain gages were attached to the tensioned strands. This was rather difficult because of the small size of the wires of the ¼" strands. It was even more difficult with the nontensioned strands of type B beams; however, strain measurements were obtained in a few cases.

Figure 4 shows the results of the fatigue tests. The S.F.L. of type B beams was only about 86% of that type of beams. This was due



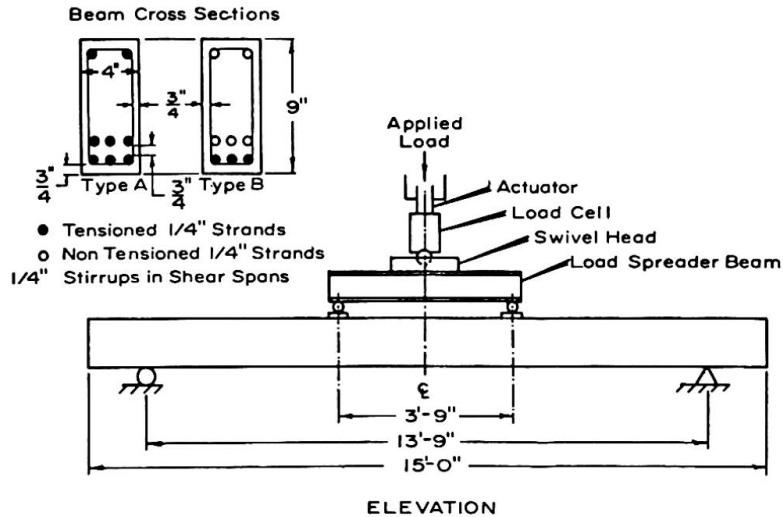


Fig. 3. Cross Sections and Loading Arrangement for Test Beams

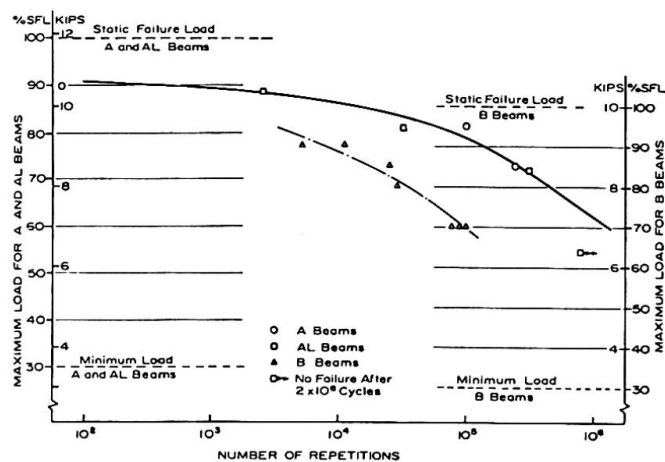


Fig. 4. Fatigue Test Results

to two conditions. The maximum stress reached at failure in the non-tensioned strands of B was less than in tensioned strands of A beams and also there was a slightly lower concrete strength in the B beams than in the A beams. There was no difference between the A and AL beams, and some results obtained for AL beams have been included in Fig. 4.

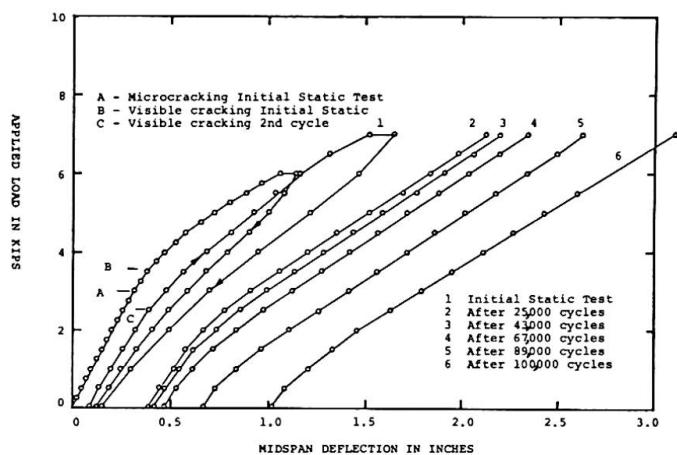


Fig. 5. Load-Deflection Characteristics After Repeated Loading, B8

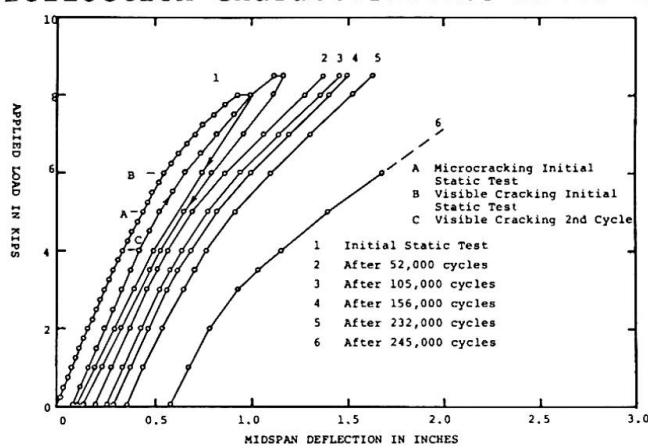


Fig. 6. Load-Deflection Characteristics After Repeated Loading, A1

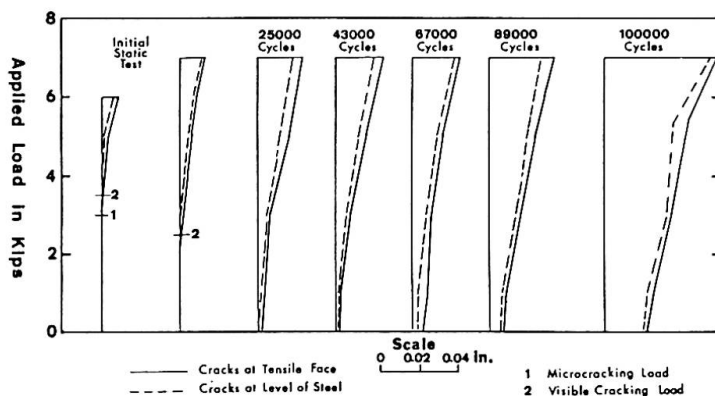


Fig. 7. Maximum Crack Width in Beam B8 After Repeated Loads

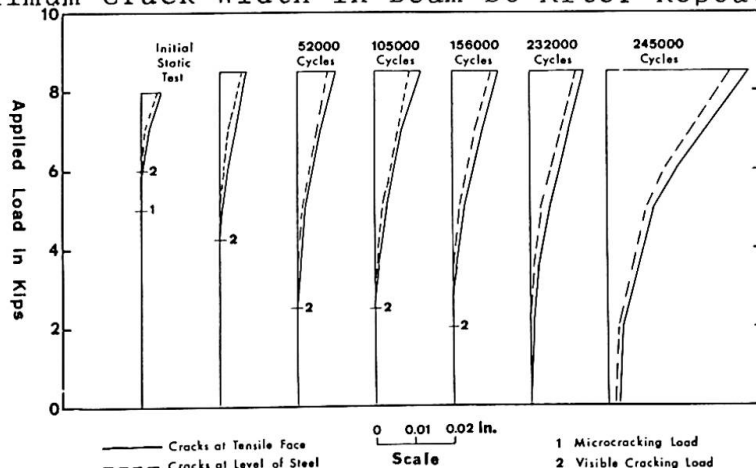


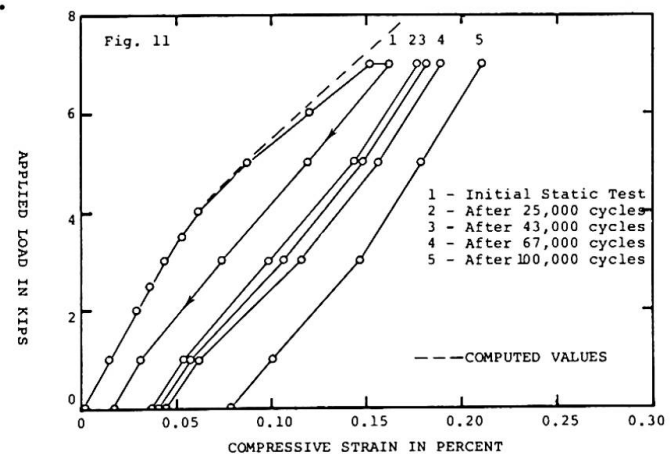
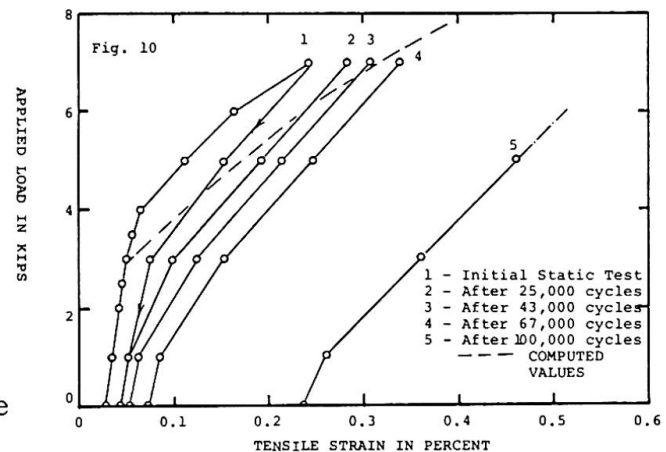
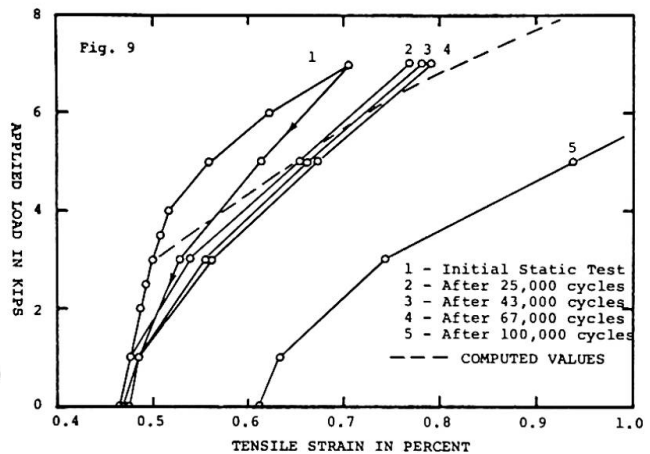
Fig. 8. Maximum Crack Width in Beam A1 After Repeated Loads

In Fig. 4 the ordinate is the upper range of the fatigue load. The percentage related to the S.F.L. is indicated separately for beams A and B. It is seen that the results with regard to the A beams show much greater resistance than those of the B beams related to absolute loading due to the higher prestress as was expected. However, if related to the percentage of the S.F.L., the B beams show more favorable results than the A beams for loads above 85% of the S.F.L. It may be noted also that the minimum load of 30% of the S.F.L., corresponding to dead load, was higher with beams A than with beams B.

Figures 5 and 6 illustrate load-deflection curves for beams A1 and B8 showing the difference in behavior of the two types of beams. The former beam was subjected to 245,000 cycles, whereas the latter failed after only 1000,000 cycles, in both cases the range being approximately between 30 and 70% of the respective S.F.L.

Figures 7 and 8 depict the crack measurements made up to the maximum level of the fatigue load for the same two beams. It is seen that with the A beam, having much higher prestress, the cracks closed completely after 232,000 cycles whereas they remained open only after 245,000 cycles, when 20 wires of the tensioned strands failed, two of which were in the upper layer. With beam B8 the cracks remained visible after only 25,000 cycles and became quite wide after 11 wires had fractured after 1000,000 cycles.

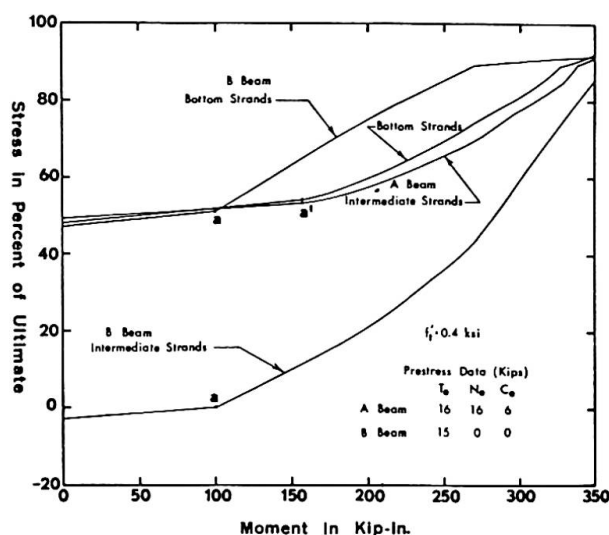
Figures 9 and 10 show the respective strain measurements in the tensioned and nontensioned steel of a B beam. It is seen that here the strain in the lower layer, i.e., pretensioned steel, did not have a great permanent set after 67,000 cycles. However it must be pointed out that this was observed only with some of the



Figs. 9, 10, and 11.

Load Strain Characteristics of a Bottom Strand, an Intermediate Strand and at the Compressive Face, Respectively of Beam B-8 After Repeated Loading.

Fig. 12  
Computed Static Stresses  
in Bottom and Intermediate  
Strands of A and B Beams



strain gages, whereas with other strain gages which were close to cracks, larger permanent sets were noticed owing to the cracks which had developed. It is seen in Fig. 10 that with the nontensioned strands, the permanent sets were not substantial up to 67,000 cycles, but in both cases the strains became quite large after failure of some of the wires in the bottom strands. The strain measurements obtained in A beams were similar to those shown in Fig. 9 for B beams where the position of the gage was not close to a crack and this applied both to the bottom and upper layers of the tensioned steel. Figure 11 shows the measurements of the compressive strain in the concrete near the top face of a B beam. This graph, which agrees with other tests<sup>12</sup>, indicates that a change in curvature occurs in consequence of the fatigue loading.

The theoretical stresses obtained for tensile strands for A and B beams are indicated in Fig. 12 which shows that for the A beams the stresses in the two layers of strands are very close whereas at an earlier stage in the B beams much higher stresses occur in the bottom layer but those in the nontensioned steel in the second layer gradually increase when approaching failure.

It should be pointed out that in all cases in which the upper range of the fatigue loading did not exceed 80-85% of the S.F.L., some wires fractured, causing increase in deflection which resulted in automatic stoppage of the fatigue load. Afterwards, the fatigue test was continued with close observation, but after a limited number of cycles further wire fractures occurred; consequently, the first wire fracture can be considered as fatigue failure. When the upper load range was above 80-85% of the S.F.L. sudden collapse of the beam took place after a relatively low number of cycles due to the crushing of the concrete without wire fracture. The conditions with regard to the concrete are such that not only the magnitude of the stress at the outer face but also the stress gradient in the compression zone changes between the lower and upper load levels of each cycle (see reference 10), so that the change in gradient alone would not suffice to simulate the conditions in a prestressed beam. Suitable results might be obtained on highly over-reinforced flexural members in which the magnitude of the gradient of the concrete stresses of lower and upper ranges correspond to those occurring in the prestressed concrete beam.

The previous description is only of a quite general nature. It is intended that a more detailed report of this research will be prepared by the last mentioned author in conjunction with the two other authors.

#### IV. FUTURE RESEARCH REQUIRED.

When comparing the results shown in Fig. 4 with those of Venuti<sup>13</sup> it is seen that greater uniformity is obtained here in spite of the possibility of variation expected with fatigue tests. Results here seem to be in good agreement with those of Warner and Hulsbos,<sup>12</sup> although the variations of the latter are somewhat greater. In order to obtain statistical data about fatigue resistance it would be essential to repeat these tests (Strain measurements would not be necessary.) on a great number of similar beams, as Venuti did with his tests.<sup>13</sup> In addition, it would be most important to investigate other types of beams varying in shape, reinforcement, degree of prestress and other parameters including beams with post-tensioned tendons. It seems that the size of the beam selected is appropriate, i.e., neither too small to cause great scatter resulting from possible errors in positioning of the reinforcement and other defects of manufacture, nor too large to cause difficulties in handling. Nevertheless, for comparison purposes some full size beam tests would also be desirable, preferably with strain measurements on the reinforcement.

#### CONCLUSIONS

1. Large range, slow cycle fatigue tests undertaken at Duke University seem to be of great importance in ascertaining the reliability of prestressed concrete beams under a limited number of abnormal loads, as may occur on highway bridges.

2. S-N diagrams for prestressing steel are available but the data indicate considerable variation and thus further research is necessary to obtain not only the mean but also the minimum stress range for products of different manufacture and heat.

3. For concrete, the existing S-N curves and Goodman diagrams are based either on concentric or on eccentric loading of constant eccentricity. In fatigue loading both stress and stress gradient are different at the upper and lower load levels, and thus the Goodman diagram does not apply. This difficulty could be overcome in tests on over-reinforced beams, simulating gradients and stresses.

4. It is advisable to obtain L-N (load-number) curves, related to the S.F.L. for each type of beam, rather than S-N curves (related to the stresses of the materials), as crack distribution and width are also important. In these tests, the lower range relating to the influence of dead load was assumed as 30% of the S.F.L. (static failure load).

5. Tests were carried out at Duke University on two types of medium size, under-reinforced beams, having 6 strands, 3 in each of two layers in the tension zone. In type A, all 6 strands were pretensioned whereas in type B the 3 lower strands were pretensioned, the 3 upper strands remaining nontensioned. The static failure load of B beams was approximately 86% that of A.

6. Beam types A and B exhibited similar L-N curves, extending to about  $10^5$  cycles, type B showing a relatively better performance related to the lower static failure load of B as compared with A (although the actual failure loads were less). Type A showed great



superiority when a greater number of cycles apply for lesser upper load ranges.

7. Comparison of the load-deflection characteristics for A and B beams indicates an earlier change in slope occurring with B because of the lesser prestress. The load-deflection diagrams show that the deflection of type A remained on a relatively steep gradient (without much permanent set) at a number of cycles at which the type B already exhibited an appreciable deflection and permanent set. At the last comparison both beams were subjected to the same loading range related to the S.F.L. (range between 30 and 70% of the S.F.L. number of cycles with A: 245,000 and with B: 100,000).

8. The tests have demonstrated that it is possible to apply without failure over 200,000 load cycles (245,000 with A beams and 305,000 with AL beams) between 30 and 70% of the S.F.L. to type A beams. Similarly it was possible to apply about 100,000 cycles to B beams within the same range of the respective S.F.L. This should give a sufficient safety factor to apply, in addition to the large number of small range cycles of ordinary loading with increased frequency, about 75,000 large range cycles of abnormal loading of this magnitude, corresponding to two daily loadings during 100 years for A beams, and about half this amount for B beams.

9. The tests have further demonstrated that it was possible to apply about 100,000 load cycles between 30 and 80% of the S.F.L. to A beams and over 25,000 load cycles to B beams within the same respective range. This should give a sufficient safety factor to apply, in addition to the large number of small range cycles of ordinary loading with increased frequency, about 25,000 cycles of the large range abnormal loading for A beams, corresponding to approximately five weekly loadings during 100 years and to one weekly loading during 100 years with B beams.

10. Cracks occurred much earlier and increased in size to a much greater extent with type B than with type A. A comparison shows that for the same range with the B beam, cracks remained visible after only 25,000 cycles, whereas with the A beam they remained closed even after 230,000 cycles. As soon as some of the wires of the strands had fractured the cracks remained open.

11. The change of load-strain characteristics of type B containing nontensioned strands, show some similarity of the behavior of the tensioned and nontensioned steel. Obviously, the strains obtained from electrical resistance strain gages greatly depend on the location of the gage with respect to cracks. Regarding concrete strain, with increase in the number of cycles, a change in curvature has been noticed as is usual when concrete is subjected to a certain amount of cyclic loading.

12. The mode of failure has been observed to be fracture of one or more wires of the steel for cyclic loading where the upper limit ranges below 80% of the static failure load, whereas with higher upper limits failure took place due to crushing of the concrete without wire fracture.

13. The present tests, carried out on medium size specimens were investigated on a comparative basis, but insufficient specimens were tested to study the results statistically. This will be essential to prove that a much greater reliability can be obtained than has been found in some investigations. Thus it will be essential to repeat the tests on the A and B beams for the same loading ranges on a great number of specimens, without however, the need of strain measurements.

14. It would also be important to extend the research to different types of beam with regard to size, shape and reinforcement to be conducted both on a scientific basis and on a statistical basis covering both pretensioned and post-tensioned tendons. This should include a number of full size beam tests to compare results on medium size specimens with those on full size beams.

#### REFERENCES

1. P. W. Abeles: "The Practical Application of Partial Prestressing. Research on Cracking and Deflection under Static, Sustained and Fatigue Loading". IABSE, New York, IVb.
2. P. W. Abeles: "Fatigue Tests on Partially Prestressed Concrete Members". IABSE Final Report Congress, Cambridge, 1952.
3. C. E. Ekberg, R. E. Walther, R. G. Slutter: "Fatigue Resistance of Prestressed Concrete Beams in Bending". ASCE, July 1957.
4. R. H. R. Tide, D. A. Van Horn: "A Statistical Study of the Static and Fatigue Properties of High Strength Prestressing Strand". Fritz Engineering Laboratory Report No. 309.2, 1966.
5. F. Leonhardt: "Report IVa", IABSE, 8th Congress New York 1968.
6. P. W. Abeles: "The Limit States of Reinforced and Prestressed Concrete", The Consulting Engineer, London, May 1968.
7. J. M. Slepetz: "Behavior of Rectangular Prestressed Concrete Beams, Subjected to Heavy Repeated Load", Ph.D. Dissertation, Department of Civil Engineering, Duke University, 1968.
8. J. B. Hilmes, C. E. Ekberg: "Statistical Analysis of the Fatigue Characteristics of Underreinforced Prestressed Concrete Flexural Members". Iowa Engineering Experiment Station, 1965.
9. E. W. Bennett, R. K. Boga: "Some Fatigue Tests of Large Diameter Hard Drawn Wire Used for Prestressed Concrete". Civil Engineering and Public Works Review, London, January, 1967.
10. F. S. Ople, Jr., C. L. Hulsbos; "Probable Fatigue Life of Plain Concrete with Stress Gradient". Journal ACI, Title No. 63-2, January 1966.
11. E. W. Bennett, N. J. Dave: "An Experimental Basis for the Design Calculations of Beams with Limited Prestress". Accepted for publication by "The Structural Engineer" London, for Spring 1969.
12. R. F. Warner, C. L. Hulsbos: "Probable Fatigue Life of Prestressed Concrete Beams". PCI Journal, Vol II, No. 2, April 1966.
13. W. J. Venuti: "A Statistical Approach to the Analysis of Fatigue Failure of Prestressed Concrete Beams". Journal ACI, Title No. 62-76, November 1965.
14. P. W. Abeles, E. I. Brown, J. O. Woods: "Preliminary Report on Static and Sustained Loading Tests on Prestressed Concrete Beams". To appear PCI Journal, August 1968.
15. P. W. Abeles, F. W. Barton: "Fatigue Tests on Damaged Prestressed Concrete Beams". RILEM Symposium, Mexico 1966.

16. P. W. Abeles, F. W. Barton, E. I. Brown: "Fatigue Behavior of Prestressed Concrete Beams". ACI International Symposium on Bridge Design". Toronto, 1967. (To appear Jan. 1969).

#### SUMMARY

The fatigue life of highway bridges need not be affected by a specific limited number of occasional "abnormal" loadings provided that cracks thus developing remain closed under "normal" loading. In spite of much greater frequency of "normal" loading, a satisfactory reliability of the structure can be obtained. Studies in this respect on pretensioned beams have been carried out at Duke University, based on fatigue tests extending over large loading ranges.

#### RÉSUMÉ

La fatigue des ponts d'autoroute n'est pas nécessairement affectée par un accroissement important d'un nombre limité spécifique de charges occasionnelles "anormales" pourvu que les fissures qui apparaissent restent fermées sous une charge "normale". Malgré une fréquence beaucoup plus grande des charges "normales", on peut obtenir une sécurité satisfaisante de la structure. Des études à ce sujet sur des poutres précontraintes ont été conduites à l'Université de Duke, basées sur des essais de fatigue au cours d'une gamme variées de charges.

#### ZUSAMMENFASSUNG

Es besteht keine Gefahr, dass die Lebensdauer von Strassenbrücken infolge von Ermüdung bei einer beschränkten Anzahl von Sonderlasten, die noch weiter erhöht werden dürften, verringert wird, vorausgesetzt dass hierbei aufgetretene Risse sich bei der üblichen Nutzlast vollständig schliessen. Trotz einer viel grösseren Frequenz dieser üblichen Nutzlasten kann eine zufriedenstellende Sicherheit dieser Konstruktion erzielt werden. Diesbezügliche Studien an im Spannbett hergestellten Balken werden an der Duke Universität gemacht, die auf einen grossen Lastbereich sich erstreckende Schwingungsversuche aufgebaut sind.

### Deformed Bars as Pretensioned Reinforcement in Partially Prestressed Members

Emploi de barres en acier préalablement déformées comme armature pré-tendue dans des constructions partiellement précontraintes

Rippenstahl als selbstverankernde Bewehrung in teilweise vorgespannten Bauteilen

A. LOSBERG

Prof., Dr. Techn.

Chalmers University of Technology

Gothenburg, Sweden

K. CEDERWALL

Techn. lic.

The development in Sweden during the last decades in the matter of reinforcement steel has resulted in a production of deformed bars (transversally ribbed bars) with high allowable stresses, and further increase of strength by means of cold-drawing is possible. For example, a steel with a 0,2-point of  $9000 \text{ kp/cm}^2$  is now manufactured in Sweden. The use of such steel qualities as ordinary reinforcement is restricted owing to the risk of large crack widths and deformations. These difficulties could be eliminated by a moderate pretension of the reinforcement.

The present investigation deals with the function of such cold-drawn high grade deformed bars used as pretensioned reinforcement in partially prestressed members. It is particularly two aspects that have been studied, namely anchorage problems concerning the lengths of the stress transfer and the risk of splitting in the bar-end zone as well as problems concerning stiffness and crack formation in partially prestressed beams. Two series of tests, outlined below, have been carried out in order to study the two aspects mentioned above.

The first test-series consists of a number of long prisms centrally pre-stressed with a single reinforcement bar. The prestress in the steel was comparatively low, between  $3000\text{--}6000 \text{ kp/cm}^2$ . The stress-increase in the tendons from the bar-end inwards was measured with strain-gauges fitted into slots along the bar, and the corresponding concrete-strains on the surfaces of the prisms were measured along and transversely to the direction of the force. In most test-prisms the end zone of the reinforcement bar was surrounded by a spiral reinforcement. In some of the prisms the stress in the spiral reinforcement was measured with glued on strain-gauges.

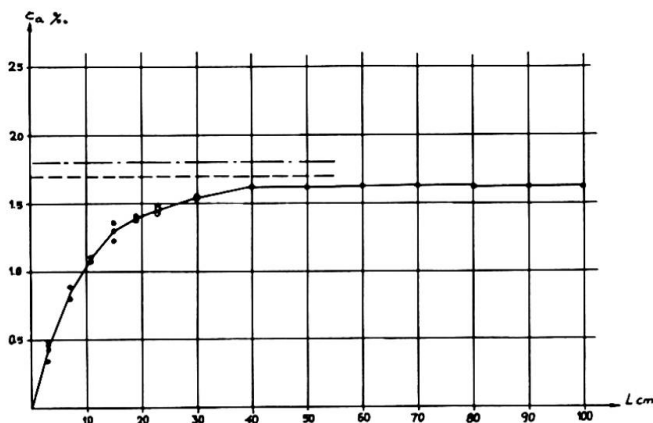


Fig. 1. Strain-increase from bar end in pretensioned bar.

Figure 1 shows the strain measurements along the steel from the bar end for one of the prisms. The transfer lengths are rather short, amounting to about 30-35 cm, fairly independent of the prestressing force and only slightly dependent of the diameter of the bar. The application of the theory of "Modulus of displacement" presented by one of the authors at the previous IABSE congress [1] gives a theoretical expression of the transfer length:

$$l_t = 3,50 \sqrt{\frac{E_s \cdot A_s}{K \cdot \pi \cdot d}}$$

where  $E_s$  = modulus of elasticity of steel

$A_s$  = steel area

$K$  = modulus of displacement

$d$  = diameter of the bar

The measured transfer lengths gives a value of  $K=15000 \text{ kp/cm}^3$  which is in good agreement with other tests with this kind of reinforcement.

Observations of the strain transversely to the force direction at the prism ends agree fairly well with theoretical calculations of the splitting stresses according to Hampe [2]

$$\sigma_{spl} \approx 0,65 \cdot \sigma_c \left(\frac{h}{l_t}\right)^2$$

where  $\sigma_c$  = concrete stress due to prestensioning

$h$  = largest dimension of test prism

$l_t$  = transfer length

This indicates, if the elements are not too extremely shaped, that the influence of the splitting tendencies does not seem to be more disturbing than if for example wires or strands are used. It seems possible to eliminate the splitting effect through a rather moderate amount of transverse reinforcement.

The expression above for splitting stress gives a total splitting force

$$F_{spl} = k \cdot F_{pre} \cdot \left(\frac{h}{l_t}\right)$$

where  $F_{pre}$  = prestressing force

$k$  = factor depending upon the ration  $h/l_t$ , for these tests  $k = 0,25$ .

The tests indicate that a transverse reinforcement corresponding to this expression is quite sufficient.

The second test-series consists of partially prestressed beams reinforced with a single deformed bar, diameter 16 mm, as well as beams with two bars, diameter 12 mm, placed near the bottom surface of the beam. The prestress in the

steel varied between 3000-6000  $\text{kp/cm}^2$ . The beams were loaded in the one-third points with a short-time load to an appreciated working-level and after unloading, the beams were loaded to failure. The stress distribution along the bars was measured with strain-gauges in the same way as for the prisms, and the strain distribution in cross sections as well as the curvature was measured.

Figure 2 shows the measured steel-strain for some of the loading stages. It is obvious that the length of transfer is rather short, about 30 cm, and remains the same up to the ultimate load. The peaks in the strain diagrams are due to cracking. The stiffness was as favourably effected by the prestress as expected. The crack formation was moderate with fine and well distributed cracks; the crack formation for one of the beams is shown in figure 3.

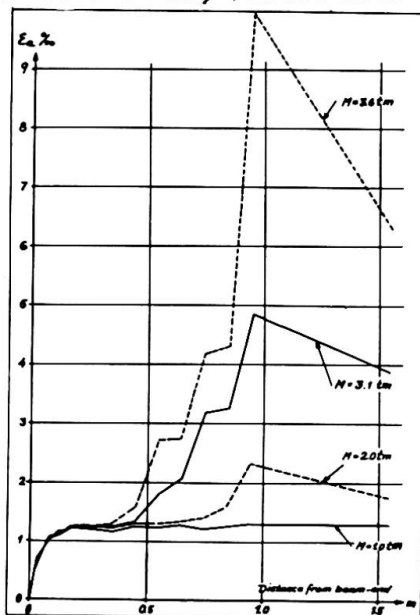


Fig. 2. Steel-strains for two loading stages under and two above the working level.

A comparison with the standard methods of calculating the bending stiffness for uncracked and cracked stages agreed well with the results.



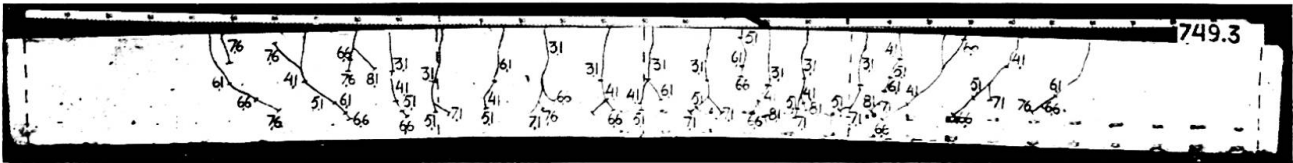


Fig. 3. Crack formation for one test-beam

The crack-widths can also be reasonably well predicted through standard calculation methods for loading stages close to working-level. The ultimate load is also fairly well predictable through standard ultimate theory. It is evident that the cooperation between concrete and reinforcement is very good during the whole loading process.

These tests have shown clearly that deformed bars of the described above type can be used as self-anchoring tendons, and that even quite moderate prestress gives satisfying possibilities for making full use of a very high-grade steel as reinforcement. On account of prestress losses it is, however, desirable to use a higher value of the prestress, and for the kind of steel used in these tests the prestress should at least amount to about 5000 kp/cm<sup>2</sup>.

- |1| A Losberg: Anchorage of Beam Reinforcement Shortened According to the Moment Distribution Curve, IABSE 7th Congress, Final Report.
- |2| E Hampe: Vorgespannte Konstruktionen, Berlin 1964.

## SUMMARY

The present investigation deals with the function of cold-drawn high grade deformed bars used as pretensioned reinforcement in partially prestressed members. The tests have shown that this steel can be used as self-anchoring tendons and that even a rather moderate prestress effectively decreases deformations and crack-widths.

## RÉSUMÉ

Le présent ouvrage étudie l'usage de barre en acier doué de haute résistance, écroui à froid et préalablement déformé, comme armature tendue dans des constructions partiellement précontraintes. Les résultats montrent que cet acier peut être employé comme tenseur à ancrage propre et qu'une légère pré-tension diminue de façon effective les déformations et la largeur des fissures.

## ZUSAMMENFASSUNG

Diese Untersuchungen behandeln die Funktionen kalt gezogenen hochwertigen Rippenstahls, der als selbstverankernde Bewehrung in teilweise vorgespannten Bauteilen angewandt wird. Die Resultate haben gezeigt, dass dieser Stahl als ein selbstverankernder Stab angewandt werden kann, und dass sogar eine ganz geringe Vorspannung die Verformungen und Rissbildungen effektiv verringert.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide

## IVb

### DISCUSSION LIBRE / FREIE DISKUSSION / FREE DISCUSSION

#### **Le béton précontraint armé Evolution dans la conception des structures précontraintes**

Bewehrter Spannbeton  
Entwicklung in der Auffassung vorgespannter Bauten

Reinforced Prestressed Concrete  
Evolution in the Conception of Prestressed Structures

**S. CHAIKES**  
Ingénieur-Conseil A.I.G.

La précontrainte partielle rationnellement appliquée au béton, procède d'une idée de synthèse en vue de réunir en un seul matériau les avantages essentiels du béton précontraint et du béton armé.

Rationnellement appliquée, l'idée serait à la fois simple et ingénieuse. Pour obtenir un pouvoir résistant élevé on utiliserait l'armature comme en béton armé pour conférer au béton la propriété d'allongement qui lui manque en béton précontraint, et on utiliserait la précontrainte pour freiner et réduire cet allongement sous charges dans les limites que le béton armé est capable de supporter sans altération.

Répondant à cette formule, ce matériau de synthèse jouit des qualités des deux produits, béton armé et béton précontraint et est exempt des défauts et limitations propres à chacun d'eux.

La solution que nous préconisons permet cette synthèse rationnelle. Elle est basée sur des travaux théoriques et expérimentaux et a permis des applications importantes en Belgique sous le nom de béton précontraint armé. Ces applications concernent de nombreux ponts et viaducs.

Ce résultat est atteint grâce à l'observation des conditions fondamentales suivantes, qui constituent les principales caractéristiques de ce produit de synthèse:

- Avant la précontrainte, l'armature passive en quantité suffisante rend le béton invulnérable aux effets des variations linéaires (retrait, dilatation) et des sollicitations accidentelles (tassement).
- Sous charges permanentes, la précontrainte appropriée supprime toute traction dans le béton (y compris les effets des variations linéaires).
- Sous charges totales, la précontrainte et l'armature confèrent au béton une sécurité à la fissuration satisfaisante.

Actuellement, un programme d'essais étendu est à l'étude par le Centre Scientifique et Technique de la Construction avec le concours de plusieurs universités. Il concerne des poutres isostatiques et continues soumises à des épreuves de fatigue et de longue durée afin de permettre d'élargir le champ d'application de ce procédé, tant dans le génie civil que dans le bâtiment.

En dehors de l'avantage d'une sécurité à la fissuration avant la précontrainte, les avantages en ce qui concerne l'économie et la facilité d'exécution, intimement liés, sont nombreux :

Citons les principaux :

- simplification des formes et du câblage; suppression des câbles plongeants, relevés et courts, d'exécution difficile;
- possibilité accrue de suivre la ligne d'égale résistance, grâce aux aciers passifs plus maniables;
- réduction de la largeur des semelles inférieures des poutres;
- suppression de la précontrainte éventuelle par étapes;
- diminution générale de la précontrainte, opération onéreuse; zones d'ancrage moins sollicitées et blocs d'about moins lourds.

Citons aussi quelques avantages structuraux importants :

- suppression des contre-flèches inégales dues au fluage différentiel excessif dans les constructions à éléments préfabriqués juxtaposés;
- suppression des désordres éventuels dans le bâtiment, provenant d'un fluage excessif des éléments précontraints.

#### Bibliographie

"Le béton précontraint armé" IV<sup>e</sup> Congrès de la F.I.P. Rome 1962, Thème III, Volumes 1 et 2.

"Le béton partiellement précontraint, Etude théorique, Essais et réalisations". Annales des Travaux Publics de Belgique, N° 2-1966.

# Détermination de la limite des ruptures mixtes des poutres précontraintes et partiellement précontraintes

Bestimmung der kombinierten Bruchgrenze vorgespannter und teilweise vorgespannter Balken

Estimation of the Limit of Combined Rupture in Prestressed and Partially Prestressed Members

R. BAUS

A. BRENNEISEN

G. CLAUDE

Les poutres en béton précontraint ou partiellement précontraint présentent les mêmes types de rupture que les poutres en béton armé. Cependant, contrairement à ce qui se passe en béton armé, des cassures brutales d'armatures peuvent survenir dans des éléments précontraints de dimensions courantes, en raison de l'utilisation d'aciers fortement écrouis dont la faible capacité de déformation est déjà partiellement absorbée lors de la mise en précontrainte.

L'influence de l'allongement maximal sous charge de l'armature de précontrainte sur la résistance et sur le mode de rupture des poutres précontraintes a été étudié théoriquement et expérimentalement.

Le diagramme de la figure 1 résume l'ensemble des résultats expérimentaux obtenus à l'Université de Liège sur la base de 56 essais statiques de poutres précontraintes et partiellement précontraintes effectués dans le cadre d'une recherche du Comité Belge pour l'Etude des Armatures de Précontrainte. Les poutres d'essais présentent une gamme étendue de pourcentages mécaniques et différents types d'armatures, caractérisés par des capacités d'allongements différentes.

Les points expérimentaux se répartissent en deux zones correspondant respectivement à des ruptures survenant par cassure des armatures ou par écrasement du béton sans cassure des armatures.

Ces deux zones sont séparées par une série de points correspondant à des ruptures mixtes.

L'équation de la courbe passant par ces points est la suivante :

$$\epsilon_1 = \frac{37,5}{\bar{\omega}_a} - 0,75 \quad (\text{en } \%).$$

$\epsilon_1$  est l'allongement de l'acier sous les charges, dans le stade de rupture de la poutre.

$\bar{\omega}_a$  est le pourcentage mécanique d'armature.



La courbe des ruptures mixtes permet d'obtenir des indications pratiques relatives au choix du type d'armature et au choix de la résistance du béton à utiliser dans les poutres précontraintes ou partiellement précontraintes en vue d'éliminer la possibilité d'obtention de rupture par cassure nette des fils.

On voit qu'il faut imposer, soit des valeurs minimales à la capacité de déformation en charge des armatures, soit des valeurs maximales de la résistance du béton.

Les limites inférieures à imposer à l'allongement maximal en charge des aciers peuvent être déduites sans difficulté, de la courbe des ruptures mixtes.

En effet, l'allongement disponible  $\epsilon_1$  est donné par la différence entre l'allongement maximal sous charge  $\epsilon_{\max.}$ , mesuré en-dehors de la zone de striction, et l'allongement  $\epsilon_0$  dû à la mise en précontrainte, déduction faite des pertes.

$$\text{On a donc } \epsilon_{\max.} = \epsilon_0 + \epsilon_1.$$

Ainsi, pour calculer  $\epsilon_{\max \text{ limite}}$ , il suffit de déplacer l'origine des coordonnées vers le bas d'une quantité égale à  $\epsilon_0$ .

Les allongements  $\epsilon_0$  varient d'un cas à l'autre et peuvent être évalués avec une certaine précision dans chaque cas particulier, en tenant compte de la contrainte initiale, des déformations différées du béton et des irrégularités de longueurs initiales des fils.

La figure 2 donne la courbe expérimentale de rupture mixte dans le système d'axe  $\epsilon_{\max}, \bar{\omega}_a$ , dans l'hypothèse où  $\epsilon_0$  présente une valeur moyenne de 0,75 %.

On y a représenté également, en traits interrompus, différentes positions de l'axe des abscisses correspondant à 2 types d'aciers et à différentes valeurs de la contrainte initiale  $\sigma_1$ .

Pour tenir compte de la dispersion sur  $\epsilon_{\max}, \bar{\omega}_a$  et sur les résultats d'essais, on peut déterminer une courbe telle que celle tracée en traits interrompus, correspondant à une probabilité définie d'obtenir des ruptures par cassure des armatures, pour des poutres dont les points représentatifs se situent au-dessus de cette courbe.

Dans le cas présent cette courbe, correspondant à une probabilité de 2,5 % est approximative et n'est donnée qu'à titre indicatif.

A partir d'une telle courbe, plus sûre que la courbe moyenne, on peut déduire, pour toute valeur de pourcentage mécanique d'armature, un allongement  $\epsilon_{\max}$  à imposer pour éviter les ruptures brutales des poutres par cassure nette des fils.

-----

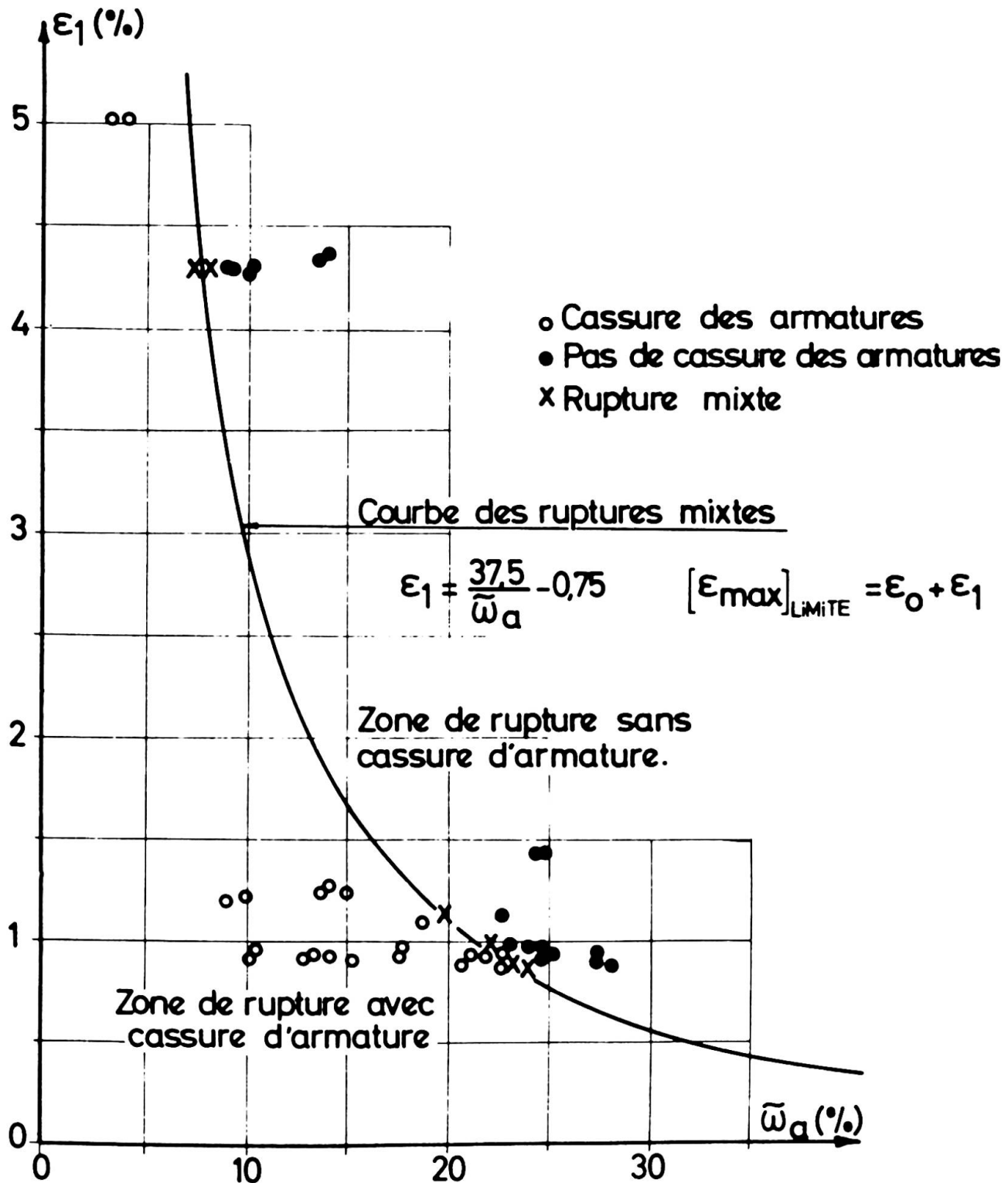
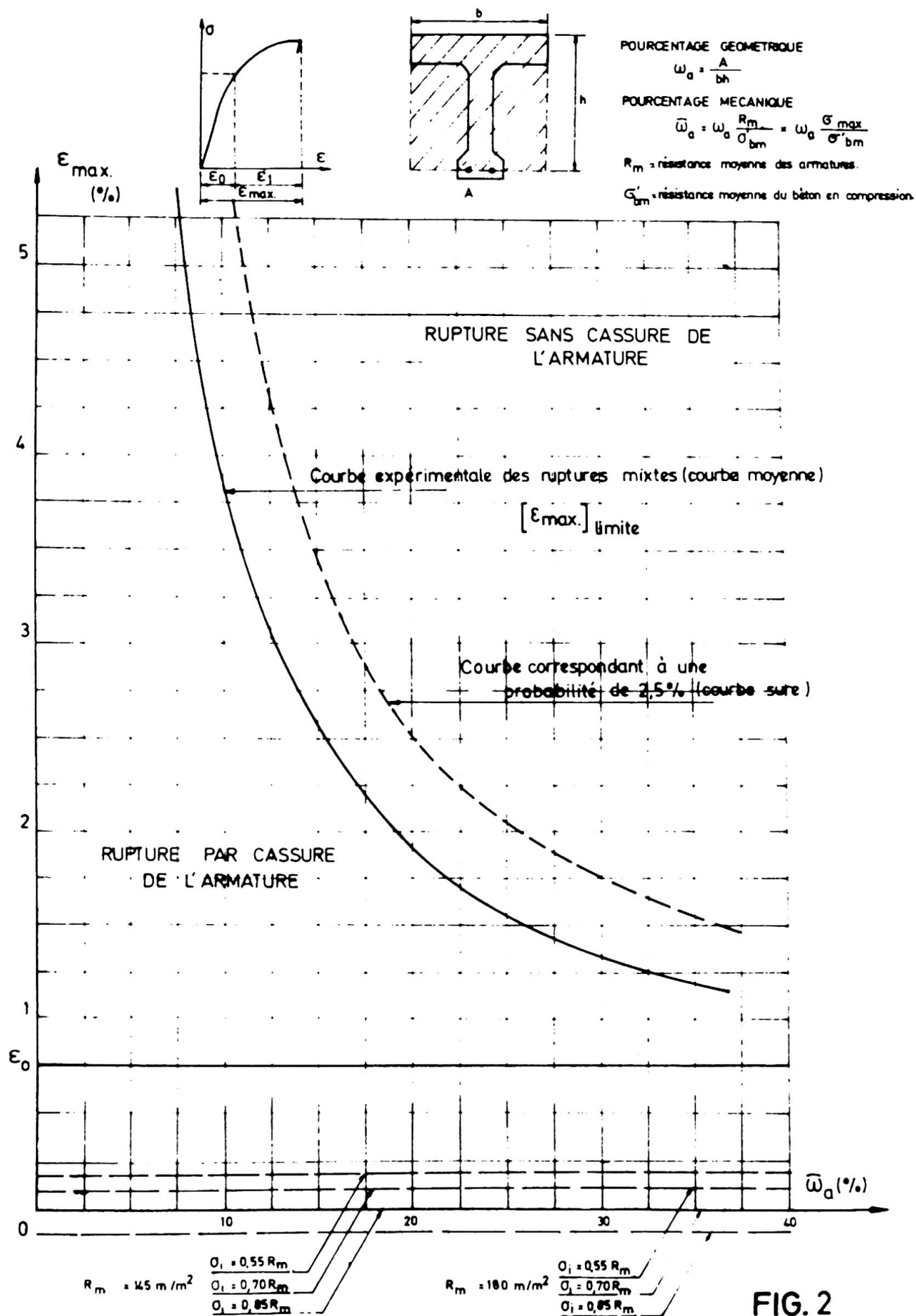


FIG.1



## IV b

Remarques de l'auteur du rapport introductif  
Bemerkungen des Verfassers des Einführungsberichtes  
Comments by the author of the introductory report

BRUNO THÜRLIMANN  
Prof. Dr.  
Eidg. Technische Hochschule, Zürich

Zum Thema IVb "Teilweise vorgespannte Bauteile" sind für die vorbereitete Diskussion 6 Beiträge eingereicht worden. In der freien Diskussion wurden 5 weitere Beiträge vorgetragen, wovon 2 nachher schriftlich unterbreitet wurden.

Uebereinstimmend kam in allen Beiträgen die grundsätzliche Zustimmung zur Anwendung der partiellen Vorspannung zum Ausdruck. Mit konzeptionellen Fragen befasste sich der aufschlussreiche Beitrag von H. Mathieu. Er zeigte, dass die Forderung der vollen Vorspannung sehr oft zu unnötig scharfen Vorschriften führt. Bessere Regeln, welche vor allem wirklichkeitsnaher sind, sollten entwickelt werden. Daraus wird sich auch der für eine bestimmte Aufgabe notwendige Vorspanngrad ergeben. S. Chaikes (freie Diskussion) machte konzeptionelle Betrachtungen zur teilweisen Vorspannung und führte ihre verschiedenen Vorteile auf. Zur historischen Entwicklung trugen P.W. Ables und V.L. Gill Bemerkungen bei. Daneben wurden von ihnen vereinzelte Versuchsergebnisse zu verschiedenen Fragen wie Risse, Durchbiegungen unter statischen, dynamischen und Dauer-Lasten angeführt. Der 1964 neu eingeführte Abschnitt über die teilweise Vorspannung in der Deutschen Demokratischen Republik wurde von H. Schmidt und Ch. Körner kurz erläutert. Die praktische Anwendung wurde an drei Beispielen von vorfabrizierten Elementen (Deckenplatten, Leuchtenmasten, Vollwandbinder) gezeigt.

Spezielle Probleme wurden in 3 Beiträgen untersucht. R. Baus, A. Brenneisen und G. Claude untersuchten im ersten Teil ihrer Arbeit die wirtschaftliche Auswirkung der partiellen Vorspannung. Auf der Basis der belgischen Vorschriften und Materialpreise wurden für ein-

fach gelagerte I-Träger unter gleichmässiger Nutzlast eine kritische Spannweite definiert. Nur unterhalb dieser Spannweite ist die teilweise Vorspannung der vollen Vorspannung wirtschaftlich überlegen. Im zweiten Teil wurden zusammenfassende Resultate über das experimentelle Verhalten von Biegeträgern unter statischer und dynamischer Belastung dargestellt. Im besonderen wurde auch der Einfluss des Armierungsgehaltes auf die Bruchart – spröd bis zähe – untersucht (Zusatz in der freien Diskussion). P.W. Abeles und E.I. Brown stellten allgemeine Betrachtungen über den Einfluss von aussergewöhnlichen Lasten auf das Ermüdungsverhalten von vorgespannten Strassenbrücken an. Im weiteren berichteten sie über entsprechende Ermüdungsversuche. Ueber die Entwicklung des PRC – Systems (Prestressed Reinforced Concrete – Stahlbeton mit Spannzulagen) berichtete H. Yokomichi. Nach diesem System wird die schlaffe Armierung so bemessen, dass der Bauteil die geforderte Bruchsicherheit aufweist. Die Spannarmierung in Form von Zulagekabeln wird nur zur Kontrolle der maximalen Rissweiten verwendet. Im Beitrag wurden die Grundlagen der Risskontrolle und entsprechende Versuche kurz aufgeführt. Schliesslich wurde auch eine nach dem PRC-System ausgeführte Strassenbrücke von 80 m Länge beschrieben.

Während im PRC-System die Hauptarmierung aus schlaffem Stahl besteht und die Spannarmierung lediglich eine Zusatz-Armierung darstellt, ist in vielen andern Ländern eher die umgekehrte Tendenz festzustellen. Die Wirtschaftlichkeit der ersten oder zweiten Lösung hängt im wesentlichen von der Preisrelation zwischen Spannarmierung und schlaffer Armierung ab.

Vom Berichterstatter wurde in der Diskussion über laufende Versuche an teilweise vorgespannten Biegeträgern berichtet. Im besonderen wurde gezeigt, dass die im Vorbericht angeführte Schubbemessung von teilweise vorgespannten Trägern zu sicheren Resultaten führt. Der Beginn des Fliessens der Schubarmierung wird ziemlich treffend erfasst. Die Bruchlast kann jedoch unter Umständen höher liegen, wenn im kritischen Querschnitt die Biegearmierung die Fliessgrenze noch nicht erreicht hat. Eine Darlegung der Versuche und Resultate würde den Rahmen dieses zusammenfassenden Berichtes sprengen. Ueber die Ergebnisse soll in einer kommenden Veröffentlichung ausführlich berichtet werden.



### Schlussfolgerungen:

1. Die Diskussionen haben einheitlich die Zweckmässigkeit der teilweisen Vorspannung aufgezeigt. Die Entwicklung hat in verschiedenen Ländern bereits zu praktischen Anwendungen geführt. In einzelnen Ländern sind schon Vorschriften über die teilweise Vorspannung in Kraft (z.B. Deutsche Demokratische Republik 1964, Schweiz 1968).
2. Die Bestimmung des Biegewiderstandes von teilweise vorgespannten Trägern kann als abgeklärt betrachtet werden. Ebenfalls sind Regeln für eine vernünftige Bemessung der Schubarmierung vorhanden. Hingegen bleibt das Problem des Schubwiderstandes und des Bruchwiderstandes unter kombinierter Beanspruchung Biegung - Schub - Torsion - weiterhin offen. Es sei erwähnt, dass diese Fragen auch für den Stahlbeton und Spannbeton weiterhin bestehen.
3. Die Kontrolle der Risse im Gebrauchszustand wird als wichtiges Kriterium betrachtet. Verschiedene Ansätze dazu liegen vor. Weitere Fortschritte sind zu erwarten.
4. Untersuchungen über das dynamische Verhalten bei einer beschränkten Anzahl von aussergewöhnlich hohen Lasten sind notwendig. Dabei gilt es, auf der Belastungsseite gesicherte Unterlagen über Frequenz, Höhe und Verteilung von Lastwechseln zu erarbeiten. Andererseits muss der dynamische Widerstand teilweise vorgespannter Träger unter entsprechenden Lastwechseln experimentell untersucht werden. Das gleiche Problem stellt sich aber auch für Stahlbeton- und Spannbetonträger.
5. Wie im Vorbericht und in verschiedenen Diskussionsbeiträgen erwähnt wurde, wird die partielle Vorspannung dem Betonbau neue Möglichkeiten erschliessen. Erst durch ihre Anwendung gewinnt die Vorspanntechnik ihr ganzes Anwendungsgebiet. Die in den nächsten Jahren zu erwartenden Entwicklungen und Erfahrungen sollten an einem kommenden Kongress wieder diskutiert werden.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide