**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH

Kongressbericht

**Band:** 8 (1968)

Artikel: Die Traglast von eingespannten Geschoss-Stützen mit I-Querschnitt bei

Biegung um beide Hauptachsen

Autor: Vogel, Udo

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-8793

# Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

# **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF: 21.11.2025** 

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

# Die Traglast von eingespannten Geschoß-Stützen mit I-Querschnitt bei Biegung um beide Hauptachsen

Ultimate Strength of I-shaped Restrained Columns in Biaxial Bending

Charge de rupture de colonnes en  $\ \ \Box$  encastrées soumises à des moments de flexion autour des deux axes principaux

# UDO VOGEL Privatdozent, Dr.-Ing., Universität Stuttgart (TH)

# 1. Einleitung

Für die Berechnung der Grenzlasten von e b e n e n Rahmentragwerken aus Stahl stehen Verfahren der Plastizitätstheorie zur Verfügung, die mit ausreichender Genauigkeit die stabilen, indifferenten und labilen Gleichgewichtszustände im unelastischen Bereich beschreiben (z.B.[1],[2],[3]). Bei Hochhäusern ist das Verhalten der Stützen von ausschlaggebender Bedeutung für die Stabilität des ganzen Gebäudes. Sind die Stützen Teile eines ebenen, rahmenartigen Skeletts, so können sie nach einem der bekannten Verfahren dimensioniert werden. Häufig werden diese Stützen jedoch durch rechtwinklig zu den Hauptrahmen verlaufende "Sekundär-Rahmen", biegesteif angeschlossene Quer-Unterzüge oder durchlaufende Decken auch rechtwinklig zur Hauptrahmenebene auf Biegung beansprucht. Die genaue Traglastberechnung solcher zweiachsig aussermittig gedrückter Stützen ist schon bei statisch bestimmter Lagerung – sehr schwierig und kompliziert, wie die wenigen bisher bekannten Veröffentlichungen auf diesem Gebiet zeigen ([4], [5], [10]).

Im Folgenden wird ein Verfahren entwickelt, mit dessen Hilfe die Traglasten von eingespannten – seitlich unverschieblichen – Geschosstützen mit I-Querschnitt bei Biegung um beide Hauptachsen näherungsweise mit geringem Rechenaufwand ermittelt werden können. Dies ist die Erweiterung einer früher veröffentlichten Untersuchung ([3], [6]), in der die Traglast von Geschosstützen bei Biegung in einer Ebene behandelt wurde.

Mehrere Traglastversuche an Stützen natürlicher Grösse dienen der Verbesserung und Bestätigung der theoretischen Ergebnisse.

# 2. Theoretische Traglast-Ermittlung

### 2.1. Vorbemerkung

Bei eingespannten Stützen werden die Biegemomente durch die Auflagerverdrehungen der angeschlossenen Riegel, Unterzüge oder Decken erzeugt. Diese Biegemomente sind abhängig von der Steifigkeit der Stützen, d.h. von den vorhandenen Axiallasten und vom Grad der Plastifizierung. Es ist daher sinnvoll, neben den Axiallasten nicht die Biegemomente sondern direkt die Kopf- und Fuss-Drehwinkel  $\psi_{\mathbf{x}}$  (um die x-Achse) und  $\psi_{\mathbf{y}}$  (um die y-Achse) als weiters Beanspruchungsmass für die Stützen einzuführen. Diese Winkel können wegen der im Verhältnis zur Stützen-

steifigkeit grossen Steifigkeit der Deckenkonstruktion und wegen der geringen Grösse der aufnehmbaren Stützenendmomente im Versagenszustand als Auflager-drehwinkel der an den Stützen frei drehbar gelagert gedachten Decken bzw. Unterzüge ermittelt werden. Damit können auch die Einflüsse von zusätzlichen Kriech-Durchbiegungen bei Stahlbeton oder Verbundträgerdecken leicht erfasst werden.

# 2.2 Voraussetzungen der Näherungstheorie

- a) Es gilt das bekannte idealelastisch- idealplastische Spannungs-Dehnungs- Gesetz für Baustahl mit der Fliessgrenze  $\pmb{\delta}_{\!\scriptscriptstyle F}$ .
- b) Die Traglast der Stütze ist erreicht, wenn durch Bildung einer genügenden Anzahl von Fliessgelenken (mindestens 3) eine kinematische Kette entstanden ist.
- c) Die Ausbreitung teilplastischer Zonen neben den Fliessgelenken wird vernachlässigt.
- d) Werden sowohl der Stützenkopf als auch der Stützenfuss verdreht, so sei das Verhältnis  ${m \gamma}_{\rm v}/{m \gamma}_{\rm x}$  an Kopf und Fuss gleich gross.
- e) Die verformte Achse der Stütze liegt im Traglastzustand in einer durch die Lage der Fliessgelenke definierten E b e n e . Torsionsmomente infolge der tatsächlich räumlich gekrümmten Stabachse werden vernachlässigt (s.a.[4]).
- f) Der Einfluss der Verformungen auf das Kräfte-Gleichgewicht wird berücksichtigt.
- g) Der Einfluss der Axiallast auf die Stützensteifigkeit und auf das aufnehmbare vollplastische Moment wird ebenfalls berücksichtigt.

Es sei darauf hingewiesen, dass die Voraussetzungen f) und g) notwendig sind, um das Traglastproblem richtig als Stabilitätsproblem ohne Gleichgewichtsverzweigung zu behandeln. Die Voraussetzungen b) und c) hingegen führen gegenüber der genaueren Untersuchung (z.B. [4], [5], [10]) zu einer wesentlichen Vereinfachung der Rechnung.

# 2.3 <u>Die Komponenten des aufnehmbaren vollplastischen Moments des dünnwandigen</u> doppeltsymmetrischen I-Querschnitts bei schiefer Biegung mit Normalkraft

Für die Herleitung der den Einfluss von Normalkraft und schiefer Biegung erfassenden Reduktionsfaktoren  $\psi_x$  und  $\psi_y$  für die vollplastischen Momente um die x- und um die y-Achse können die Momentenanteile der Spannungen in den Stegflächen vernachlässigt werden. Es wird also das I-Profil mit unendlich dünnem, jedoch schubsteifem Steg untersucht.

Bei schiefer Biegung und Normalkraft sind im Zustand der vollständigen Durchplastifizierung zwei Fälle für die Lage der Spannungsnullinie möglich:

- a) Die Nullinie verläuft durch beide Flansche (Bild 2.1.a).
- b) Die Nullinie verläuft nur durch einen Flansch (Bild 2.1.b).

Im Fall a) ergibt sich mit Bild 2.1.a und den folgenden Bezeichnungen

$$M_{plx}^{*}$$
 = bt(h - t) $\mathbf{6}_{F}$  (Vollplast. Moment bei Biegung um x-Achse allein)

$$M_{\text{plv}}^{*} = \frac{\text{tb}^2}{2} \, \mathbf{6}_{\text{F}}$$
 (Vollplast. Moment bei Biegung um y-Achse allein)

$$N_{pl} = F_F = 2 \text{ bt}_F$$
 (Vollplast. Normalkraft bei Druck allein)

aus den Gleichgewichtsbedingungen im Querschnitt  $\Sigma$ N=0,  $\Sigma$ M\_x=0 und  $\Sigma$ M\_y=0 :

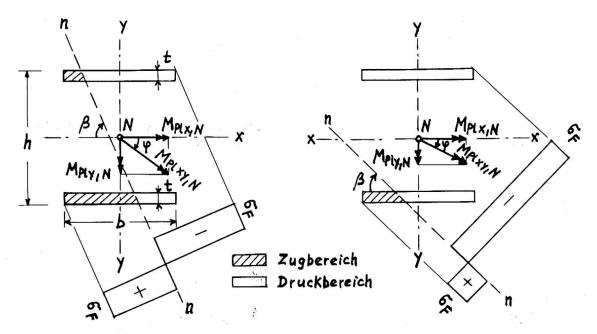
$$M_{plx,N} = 9 \cdot M_{plx}$$
 (2.1.a)

$$M_{ply,N} = (1 - p^2 - \kappa^2) M_{ply}$$
 (2.2.a)

Hierin bedeuten:

$$g = \frac{\text{ctg} \beta}{b/(h-t)} \tag{2.3}$$

$$\mathbf{\mathcal{X}} = \frac{N}{N_{\text{pl}}} = \frac{N}{F \mathbf{6}_{\text{F}}} \tag{2.4}$$



- a) Nullinie in beiden Flanschen
- b) Nullinie in einem Flansch

Bild 2.1: Vollplastizierter I-Querschnitt bei schiefer Biegung und Normalkraft

Der Faktor  $\phi$  lässt sich auch als Funktion des häufig aus anderen Bedingungen bekannten Neigungswinkels  $\phi$  des resultierenden Biegemomenten-Vektors zur x-Achse ausdrücken:

$$tg \varphi = \frac{{}^{M}_{ply,N}}{{}^{M}_{plx,N}} = \frac{1 - g^{2} - \varkappa^{2}}{g} \cdot \frac{\frac{1}{2}tb^{2} \sigma_{F}}{bt(h-t) \sigma_{F}} = \frac{1 - g^{2} - \varkappa^{2}}{2g} \cdot \frac{b}{(h-t)}$$
(2.5.a)

Mit dem Hilfswert

$$\mathbf{y} = \frac{\operatorname{tg} \mathbf{\varphi}}{\mathrm{b}/(\mathrm{b-t})} \tag{2.6.a}$$

erhält man aus der quadratischen Gleichung (2.5.a)

$$g = -y^{+}_{(-)} \sqrt{y^{2} + (1-y^{2})}$$
 (2.7)

Im Fall b) ergibt sich analog aus den Gleichgewichtsbedingungen:

$$M_{\text{plx},N} = (1 - \mathcal{X})M_{\text{plx}}^{\mathcal{X}}$$
 (2.1.b)

$$M_{ply,N} = 2 \mathcal{X} (1 - \mathcal{X}) M_{ply}^{*}$$
 (2.2.b)

Der Wert für  $M_{\text{plx,N}}$  nach Formel (2.1.b) kann bei schiefer Biegung nicht überschritten werden, da er bereits gleich dem Wert des vollplastischen Moments bei einachsiger Biegung um die x-Achse und gleichzeitig wirkender Normalkraft ist (vgl.[3], S.23, Gl.(3.6)).

Hier erhält man für tg♥ die Beziehung:

$$tg \varphi = \mathcal{X} \cdot \frac{b}{h-t} \tag{2.5.b}$$

und damit für den Hilfswert 🎢 den Grenzwert

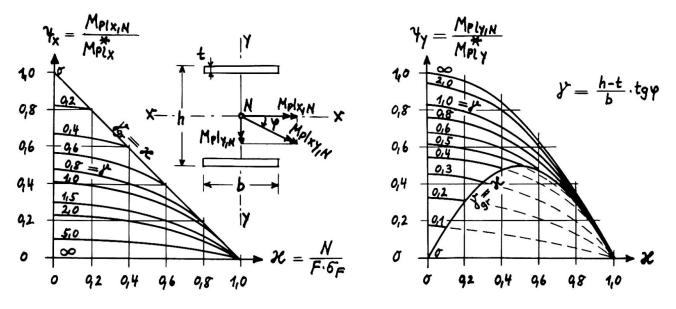
$$\mathcal{F}_{gr} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{b/(h-t)} = \mathcal{X} , \qquad (2.6.b)$$

der zu dem möglichen

Maximalwert von  $M_{ply,N}$  führt.

Für  $\mathcal{F} \geqslant \mathcal{H}$  gelten die Formeln (2.1.a) und (2.2.a), für  $\mathcal{F} \stackrel{\smile}{\cong} \mathcal{H}$  gelten die Formeln (2.1.b) und (2.2.b).

Zur Erleichterung der praktischen Berechnung sind diese Beziehungen graphisch in zwei Interaktions-Diagrammen in Bild 2.2 dargestellt.



 $\underline{\text{Bild 2.2}}$ : Abminderungsfaktoren für die Komponenten des vollplastischen Moments bei schiefer Biegung und Normalkraft

# 2.4 Traglast von Geschosstützen bei entgegengesetzt gleich grossen Kopf- und Fussdrehwinkeln um x- und y-Achse

Dieser Beanspruchungsfall ist in Bezug auf die Traglast in der Regel der ungünstigste, da ein einsinniger Krümmungsbauch der Stütze entsteht (s. Bild 2.3, Stütze I).

Die Traglast einer Statze vom Typ I ist erreicht, wenn drei Fliessgelenke entstanden sind. In [3], S. 35, wurde für einachsige Biegung gezeigt, dass das erste Fliessgelenk in Stabmitte und die beiden letzten gleichzeitig an Kopf und Fuss entstehen. Dies gilt auch bei zweiachsiger Biegung.

Die Traglast kann aus den Gleichgewichts- und Verformungsbedingungen der deformierten Statze im Zustand des beginnenden Versagens ermittelt werden. In diesem Zustand hat noch keine Verdrehung in den sich zuletzt bildenden Fliessgelenken stattgefunden.

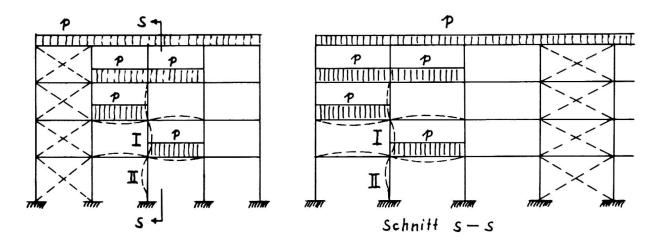


Bild 2.3 : Schachbrettbelastung im Bereich der untersuchten Stützen

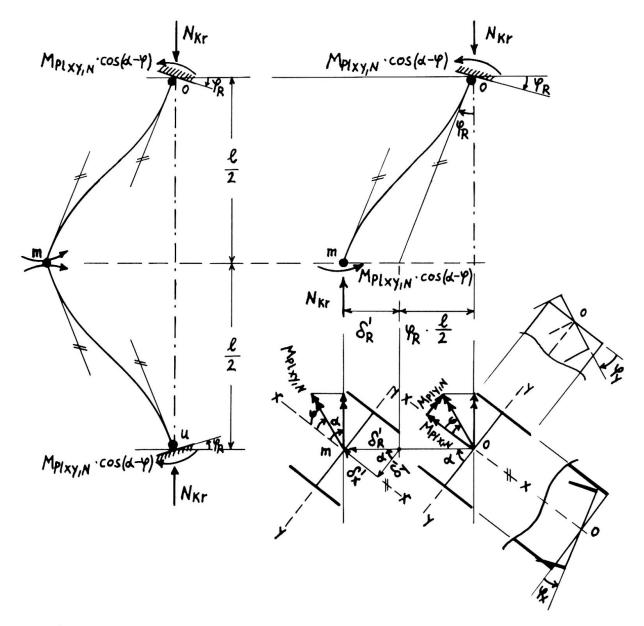


Bild 2.4 : Kräftespiel und Verformungen beim Erreichen der Traglast (Kopf- und Fussdrehwinkel gleich gross)

Die Bedingung für das Momentengleichgewicht in der Verformungs-Ebene der oberen Stabhälfte lautet mit den Bezeichnungen von Bild 2.4

$$N_{kr} \cdot (\mathbf{S}_{R}^{\prime} + \mathbf{\Psi}_{R} \cdot \frac{1}{2}) = 2 M_{plxy,N} \cdot \cos(\mathbf{\alpha} - \mathbf{\Psi})$$
 (2.8)

Mit der Voraussetzung e) des Abschnittes 2.2 lassen sich die Verformungen in x- und y- Richtung getrennt ermitteln. Man erhält somit nach Theorie II. Ordng.:

$$\mathbf{S}_{R}^{\prime} = \frac{\mathbf{S}_{y}^{\prime}}{\cos \mathbf{d}} = \frac{1}{\cos \mathbf{d}} \cdot \frac{(1/2)^{2}}{EI_{x}} \cdot \mathbf{\Psi}_{x} \cdot \mathbf{M}_{plx}^{\star} \left(\mathbf{a}_{x}^{\prime} - \mathbf{\beta}_{x}^{\prime}\right)$$
(2.9.a)

mit den Hilfswerten  $\alpha'_{\mathbf{v}}$  und  $\beta'_{\mathbf{v}}$ , die als Funktionen der Stabkennzahl

$$\mathbf{\xi}_{\mathbf{x}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{N_{\mathbf{kr}}}{EI_{\mathbf{x}}}} = \sqrt{\mathbf{k}} \cdot \lambda_{\mathbf{x}} \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{6}_{\mathbf{F}}}{E}}$$
(2.9.b)

aus [8] entnommen werden können. Für praktische Berechnungen ist die Differenz  $(\mathbf{a'} - \boldsymbol{\beta'})$  als Funktion von  $\boldsymbol{\mathcal{E}}$  in Bild 2.5 graphisch dargestellt.

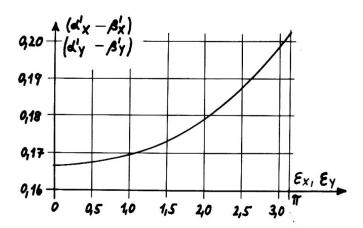


Bild 2.5 : Hilfswerte  $(a' - \beta') = f(\epsilon)$ 

Für den resultierenden Kopf- bzw. Fussdrehwinkel gilt:

$$\varphi_{R} = \varphi_{x} \cdot \cos \alpha + \varphi_{y} \cdot \sin \alpha = \varphi_{x} \left( \cos \alpha + \frac{\varphi_{y}}{\varphi_{x}} \cdot \sin \alpha \right)$$
(2.10)

Und für den Neigungswinkel der Verformungsebene gegen die Ebene durch die y-Achse des Querschnitts erhält man entsprechend (2.9.a):

$$tg \alpha = \frac{\mathbf{S}_{x}'}{\mathbf{S}_{y}'} = \frac{\mathbf{I}_{x} \cdot \mathbf{\gamma}_{y} \cdot \mathbf{M}_{ply}^{*} (\alpha_{y}' - \beta_{y}')}{\mathbf{I}_{y} \cdot \mathbf{\gamma}_{x} \cdot \mathbf{M}_{plx}^{*} (\alpha_{x}' - \beta_{x}')}$$

Setzt man  $M_{plx}^{\bigstar} = \alpha_{x} \cdot W_{x} \cdot \mathbf{6}_{F}$ ,  $M_{ply}^{\bigstar} = \alpha_{y} \cdot W_{y} \cdot \mathbf{6}_{F}$  und beachtet, dass  $\frac{I_{x} \cdot W_{y}}{I_{y} \cdot W_{x}} = \frac{h}{b}$ 

ist, so wird daraus

$$tg \, \mathbf{d} = \frac{\mathbf{\Psi}_{\mathbf{y}}}{\mathbf{\Psi}_{\mathbf{x}}} \cdot \frac{\mathbf{d}_{\mathbf{y}}}{\mathbf{d}_{\mathbf{x}}} \cdot \frac{\mathbf{h}}{\mathbf{b}} \cdot \frac{\mathbf{d}_{\mathbf{y}}' - \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{y}}'}{\mathbf{d}_{\mathbf{x}}' - \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{x}}'}, \qquad (2.11)$$

worin  $\mathbf{d}_{\mathbf{x}}$  und  $\mathbf{d}_{\mathbf{y}}$  die "Formfaktoren" für plastische Biegung um x-, bzw. y-Achse des I-Querschnitts bedeuten.

Der Wert tg $\psi$  ist durch (2.5.a) definiert. Mit der Annahme, dass das V e r - h å l t n i s der vollplastischen Momente um y-Achse und x-Achse zueinander gleich dem V e r h å l t n i s der Biegemomente nach Theorie I. Ordnung ist,

ergibt sich die - gegenüber (2.5.a) unabhängige - Beziehung :

$$tg \varphi = \frac{M_{y}, Th.I.O}{M_{x}, Th.I.O} = \frac{I_{y} \cdot \varphi_{y}}{I_{x} \cdot \varphi_{x}}, \qquad ( \nearrow \gg \varkappa )$$
(2.12)

die nur im Bereich ( $\mathcal{Y} \gg \mathcal{X}$ ) gültig ist. Ergibt sich mit (2.12) der Wert  $\mathcal{Y} < \mathcal{X}$ , so ist  $\mathcal{Y} = \mathcal{X}$  zu setzen und für tg  $\mathcal{Y}$  Gleichung (2.5.b) zu verwenden.

Setzt man nun (2.9.a) und(2.10) in Gleichung (2.8) ein, so erhält man nach Umformung die gesuchte Traglastbedingung zu:

$$\mathcal{Z} = \frac{N_{kr}}{F \mathbf{6}_{F}} = \frac{2 \cdot \mathbf{\psi}_{x} \cdot \mathbf{d}_{x} \cdot (\mathbf{1} + tgd \cdot tg\mathbf{\psi})}{(\mathbf{d}_{x}^{1} - \mathbf{\beta}_{x}^{1}) \frac{\mathbf{\psi}_{x} \mathbf{d}_{x}}{\cos^{2} \mathbf{d}} (\mathbf{\lambda}_{x} \sqrt{\frac{\mathbf{6}_{F}}{E}})^{2} + (\mathbf{\lambda}_{x} \cdot \mathbf{\psi}_{x}) \cdot \frac{h}{2i_{x}} \cdot (\mathbf{1} + \frac{\mathbf{\psi}_{y}}{\mathbf{\psi}_{x}} \cdot tgd)}$$
(2.13)

Diese Gleichung muss - zusammen mit (2.11) und (2.12) - durch Probieren gelöst werden, da auch auf der rechten Seite der gesuchte Wert  $\mathcal X$  in den Funktionen für  $\psi_x$ ,  $\mathbf A_x'$ ,  $\mathbf B_x'$ , tg  $\mathbf d$  und gegebenenfalls auch tg  $\boldsymbol \psi$  enthalten ist.

Bild 2.6 gibt die graphische Parameter-Darstellung der numerischen Auswertung von (2.13) mit  $\psi_y/\psi_x$  = 1 und  $\psi_y/\psi_x$  = 0 (einachsige Biegung) für die Stützenprofile IPB loo ÷ 300 nach DIN 1025 wieder, wobei für die Verhältnisse der Querschnittswerte folgende Mittelwerte eingesetzt wurden:

$$h/i_x = 2,34$$
,  $I_y/I_x = 0,353$ ,  $b/(h-t) = 1,08$ ,  $h/b = 1$ ,  $d_x = 1,13$ ,  $d_y = 1,5$ .

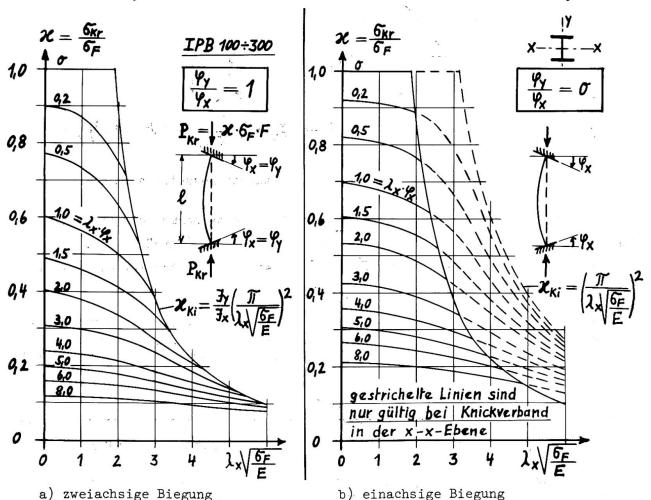


Bild 2.6: Traglasten eingespannter Stützen mit Kopf- und Fussverdrehung

Die Traglasten für Werte von  $1>\gamma_y/\gamma_x>0$  können mit ausreichender Genauigkeit durch lineare Interpolation zwischen den Bildern 2.6.a und 2.6.b ermittelt werden. Der Wert  $\gamma_y/\gamma_x>1$  wird i.a. nicht auftreten, dann man dann das Stützenprofil um 90 drehen wird.

# 2.5 Traglasten von Geschosstützen mit starrer Fusseinspannung und Verdrehung des Kopfes um x- und y-Achse

Dieser Beanspruchungsfall entspricht der Stütze II in Bild 2.3. Die Traglast ist auch hier erreicht, wenn drei Fliessgelenke entstanden sind. In [3], S. 38/39, wurde für einachsige Biegung gezeigt, dass im Bereich der Stabkennzahl  $\mathbf{E} \leqslant 0.745 \cdot \mathbf{\pi}$  die Traglast durch Vollplastizierung infolge der Normalkraft P allein bestimmt ist, da hier keine drei Fliessgelenke entstehen können. Im Bereich  $0.745 \cdot \mathbf{\pi} < \mathbf{E} \leqslant 2.\mathbf{\pi}$  bilden sich jedoch drei Fliessgelenke in folgender Reihenfolge aus: Das erste Fliessgelenk an der Stelle x zwischen Stützenkopf und Stützenmitte, das zweite am Stützenfuss und das letzte am Stützenkopf. Dies gilt auch bei zweiachsiger Biegung. Die Lage des ersten Fliessgelenks ist von der Stabkennzahl  $\mathbf{E}$  abhängig und kann in dem aus [3] entnommenen Diagramm des Bildes 2.7 abgelesen werden.

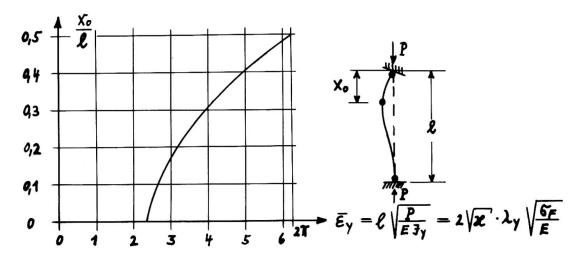


Bild 2.7: Lage des 1. Fliessgelenks bei starrer Fusseinspannung

Dabei wird die die etwas zu ungünstige Näherungsannahme getroffen, dass xobei schiefer Biegung durch  $\mathbf{\bar{\xi}}_y = 1 \sqrt{P/EI_y}$  bestimmt ist. (Tatsächlich wird xozwischen den durch die Kennzahlen  $\mathbf{\bar{\xi}}_x$  und  $\mathbf{\bar{\xi}}_y$  bestimmten Werten für die Stellen der Momenten-Maxima  $\mathbf{M}_{x,max}$  und  $\mathbf{M}_{y,max}$  liegen.)

Die Traglastermittlung kann analog Abschnitt 2.4 erfolgen. Der Vergleich der Bilder 2.4 und 2.7 zeigt, dass die Traglastbedingung unmittelbar angeschrieben werden kann, indem in Gleichung (2.13) der Wert 1/2 durch x ersetzt wird:

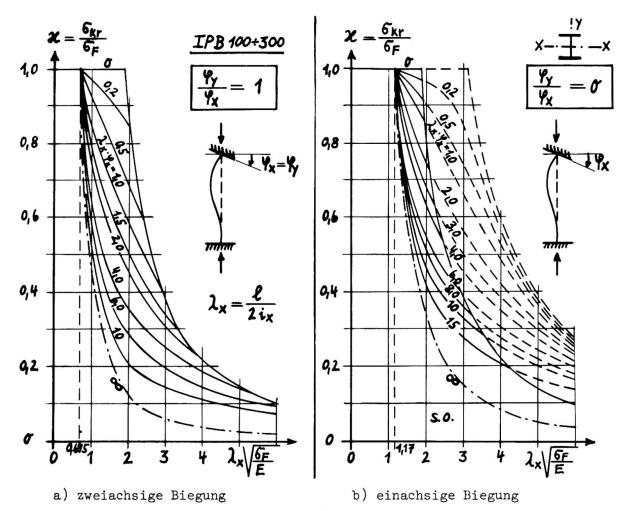
$$\mathcal{X} = \frac{N_{kr}}{F \mathbf{6}_{F}} = \frac{2 \cdot \mathbf{\psi}_{x} \cdot \mathbf{d}_{x} \cdot (\mathbf{1} + t_{g} \mathbf{d} \cdot t_{g} \mathbf{\psi})}{(\mathbf{d}_{x}^{'} - \mathbf{\beta}_{x}^{'}) \frac{\mathbf{\psi}_{x} \cdot \mathbf{d}_{x}}{\cos^{2} \mathbf{d}} \cdot (\frac{x_{0}}{1/2} \cdot \mathbf{\lambda}_{x} \sqrt{\frac{\mathbf{6}_{F}}{E}})^{2} + (\frac{x_{0}}{1/2} \cdot \mathbf{\lambda}_{x} \cdot \mathbf{\psi}_{x}) \frac{h}{2i_{x}} (\mathbf{1} + \frac{\mathbf{\psi}_{y}}{\mathbf{\psi}_{x}} t_{g} \mathbf{d})}$$
(2.14)

Für tg d und tg  $\varphi$  gelten wieder die Beziehungen (2.11) und (2.12), für  $x_0$  Bild 2.7. Die Differenzen ( $\mathbf{d'}_x - \boldsymbol{\beta'}_x$ ) und ( $\mathbf{d'}_y - \boldsymbol{\beta'}_y$ ) sind als Funktion von

$$\overline{\overline{\xi}}_{x} = \sqrt{x} \cdot \frac{x_{o}}{1/2} \cdot \lambda_{x} \sqrt{\frac{6_{F}}{E}}$$
(2.15)

aus Bild 2.5 zu entnehmen.

Wie (2.13) so kann auch (2.14) nur durch Probieren gelöst werden. Die Bilder 2.8.a und 2.8.b geben die numerische Auswertung von Gl. (2.14) für  $\psi_y/\psi_x=1$  und  $\psi_y/\psi_x=0$  für die Stützenprofile IPB loo ÷ 300 wieder. Auch hier kann man für Zwischenwerte von  $\psi_y/\psi_x$  linear interpolieren.



 $\underline{\mathtt{Bild}\ 2.8}$ : Traglasten eingespannter Stützen bei starrer Fusseinspannung

# 3. Experimentelle Traglast-Ermittlung

# 3.1. Vorbemerkung

Zur Überprüfung und Ergänzung der in Abschnitt 2 entwickelten Näherungstheorie wurden im "Otto-Graf-Institut" der Universität Stuttgart (TH) vier Traglastversuche durchgeführt. Eine ausführliche Beschreibung dieser Versuche einschliesslich der Auswertung der Messergebnisse wird in [9] gegeben. Es werden daher hier nur die wichtigsten Ergebnisse zusammengestellt.

Die Versuchsstützen erhielten angeschweisste Kopf- und Fussplatten. Beim Traglastversuch wurden Keilplatten mit Neigungen in x- und y-Richtung zwischen

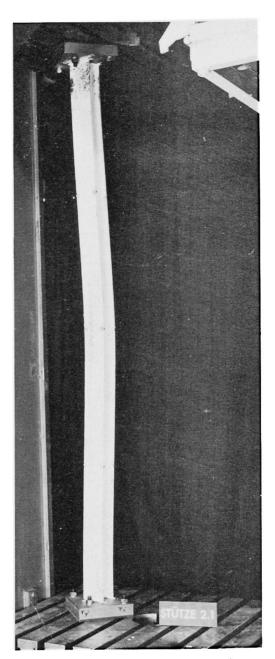


Bild 3.1 : Stütze 2.1 nach dem Traglastversuch

die Kopf- bzw. Fussplatten und die parallel zur Stützenachse geführten Pressen-Querhäupter der Versuchsmaschine gelegt. Durch das Vorspannen von HV-Schrauben, welche die Fuss- und Kopfplatten mit den Pressen-Querhäuptern verbinden, wurden die den Keilplatten entsprechenden Neigungen als Enddrehwinkel in die Stützen eingetragen (Bild 3.1). Anschliessend wurde die Axiallast über die Pressen-Querhäupter bis zur Traglast gesteigert.

# 3.2 <u>Einführung von baupraktisch unvermeidbaren</u> Imperfektionen

Es zeigte sich, dass trotz sorgfältiger Werkarbeit die vorgesehenen Stabendverdrehungen nicht genau eingehalten werden konnten. Diese Ungenauigkeiten lagen insbesondere in den Abweichungen vom Rechten Winkel zwischen den angeschweissten Kopf- bzw. Fussplatten und den Stabachsen und sind daher auch bei praktischer Bauausführung zu erwarten. Da ausserdem die Stützen auch gewisse Vorverformungen aufweisen und sicher auch Eigenspannungen aus den Walzvorgången vorhanden sind, wird vorgeschlagen, bei der Bemessung einen zusätzlichen Enddrehwinkel stellvertretend für den Einfluss aller möglichen Imperfektionen anzunehmen. Gleichzeitig können damit auch die praktisch auftretenden Abweichungen von den Voraussetzungen a) und c) des Abschnittes 2.2 zumindest qualitativ etwas ausgeglichen werden.

In Anlehnung an DIN 4114, Ri. 7.22 wird eine parabelförmige Verkrümmung der Stabachse mit dem Biegepfeil

$$u = \frac{i}{20} + \frac{1}{500}$$

in Stabmitte in x- und y-Richtung angesetzt. Die Enddrehwinkel betragen dann:

$$\Delta \varphi = \frac{\mu_u}{1} = 0.1 \cdot \frac{2i}{1} + \frac{1}{125}$$
  
Mit  $\lambda = 1/2i$  für die eingespannte Stütze wird daraus:

$$\Delta \varphi_{x} = \frac{0,1}{2} + 0,008$$

$$(3.1)$$

Der erste Anteil kann dabei die Einflüsse von Eigenspannungen und von der Ausbreitung teilplastischer Zonen neben den Fliessgelenken berücksichtigen, die beide tatsächlich mit wachsender Schlankheit abnehmen. Der zweite Anteil ist jedoch konstant und berücksichtigt die Bau-Ungenauigkeiten, die mit einem  $\Delta \phi_2 = 0.008$ , d.h. $\Delta \phi_2 = 0.008$  27' sicher nicht zu gross angesetzt sind.

# 3.3 Zusammenstellung der Versuchsergebnisse und Vergleich mit der Theorie

In der Tabelle 3.1 sind die Versuchsergebnisse den nach Abschnitt 2 ermittelten theoretischen Werten für die Traglast bei berücksichtigung der tatsäch-

lich gemessenen Enddrehwinkel gegenübergestellt. Die Versuchsergebnisse liegen i.M. um 7,4 % unter den theoretischen Ergebnissen , d.h. auf der "unsicheren Seite".

Ver- such	Sys- tem	Profil <b>6</b> <sub>F</sub> (Mp/cm <sup>2</sup> )	1 (m)	Soll $ \mathbf{\hat{\gamma}_x} = \mathbf{\hat{\gamma}_y} $	vorhar $oldsymbol{arphi}_{ m x}$		Ptheor. Pkr ( $\phi_{\text{vorh.}}$ )	PExp.	$\frac{P_{\text{Exp.}}}{P_{\text{kr}}}$
1.1	***	IPB 120	3,0	0,0071	0,0067	0,0082	76,5	69,2	0,904
1.2		2,43	6,0	0,0071	0,0097	0,0124	50,4	44,4	0,880
2.1		IPB 12o	3,0	0,0142	0,0169	0,0126	61,8	62,2	1,050
2.2	***	2,48	6,0	0,0142	0,0236	0,0160	36,9	33,7	0,915

Tabelle 3.1 : Vergleich der Traglasten nach Theorie (mit  $\phi_{\mathrm{vorh.}}$ ) und Experiment

Führt man jedoch den Winkel  $\Delta \varphi$  nach Gleichung (3.1) ein, so erhält man die Werte nach Tabelle 3.2. Die Theoretischen Ergebnisse liegen nun i.M. um 8 % über den Versuchsergebnissen.

Ver- such	$\Delta arphi_{ m x}$	ΔΨυ	Pkr (Mp)	PExp.	PEXp. Ptheor.	P <sub>F</sub> (Mp)
1.1	0,0114	o,oloo o,oo9o	64,0 43,5	69,2 44,4	1,081 1,021	o 21 <b>,</b> o
2.1	0,0114 0,0097	o,oloo o,oo9o	51,0 33,7	62 <b>,</b> 2 33 <b>,</b> 7	1,219 1,000	o 24 <b>,</b> 5

Tabelle 3.2 : Vergleich der Traglasten nach Theorie (mit  $\varphi_{\text{soft}} + \Delta \varphi$ ) und Experiment

Es sei noch auf die letzte Spalte von Tabelle 3.2 hingewiesen, in welcher diejenigen Werte von P eingetragen sind, die bei Vorhandensein der gemessenen Enddrehwinkel den Fliessbeginn in den am ungünstigsten beanspruchten Querschnitten erzeugen. Man erkennt, dass z.B. nach einer "elastischen Berechnung" die Stützen 1.1 und 2.1 überhaupt nicht mehr belastet werden dürften, obwohl gerade sie wegen ihrer geringen Schlankheit die grössten Traglasten aufweisen!

# LITERATUR

- "Plastic Design of Multi-Story Frames", Lecture Notes, Vol. 1 u. 2, Lehigh University, Bethlehem, Pa., 1965
- Horne, M.R. und Majid, K.I.:
  "The Design of Sway Frames in Britain", Guest Lectures of the 1965
  Summer Conference on Plastic Design of Multi-Story-Frames, Lehigh
  University, Bethlehem, Pa., 1965

- V og e 1, U.:
  "Die Traglastberechnung stählerner Rahmentragwerke nach der Plastizitätstheorie II.Ordnung", Forschungshefte aus dem Gebiet des Stahlbaues,
  Heft 15, Köln 1965
- Klöppel, K. und Winkelmann, E.:
  "Experimentelle und theoretische Untersuchungen über die Traglast von
  zweiachsig aussermittig gedrückten Stahlstüben", Der Stahlbau 31 (1962),
  S.33 ff.
- Birnstiel, Ch. and Michalos, J.:
  "Ultimate Load of H-Columns under Biaxial Bending" Proc.ASCE, Journal
  of the Struct.Div., Vol.89, No.ST 2, Apr.1963, p.161-197
- Pelikan, W. und Vogel, U.:
  "Die Tragfähigkeit von Stahlstützen in Geschossbauten mit Betondecken",
  Der Stahlbau 33(1964), S.161-167
- V o g e l , U.:
  "The Influence of Deformations on the Ultimate Load of Rigid Steel
  Frames", Guest Lectures of the 1965 Summer Conference on Plastic Design
  of Multi-Story-Frames, Lehigh University, Bethlehem, Pa., 1965
- [8] "Hilfstafeln zur Berechnung von Spannungsproblemen der Theorie II. Ordnung und von Knickproblemen", Stahlbau-Verlag GmbH Köln 1959
- V o g e l , U. und Z i m m e r m a n n , W.:
  "Traglastversuche an eingespannten Geschoss-Stützen mit I-Querschnitt
  bei Biegung um beide Hauptachsen", IVBH-Abhandlungen, Vol.28 (1968)
- Harstead, G.A.:
  "Elasto-Plastic Behavior of Columns subjected to Biaxial Bending",
  Ph.D.-thesis, New York University at Bronx, N.Y., 1966

# ZUSAMMENFASSUNG

Im vorliegenden Aufsatz wird eine Näherungslösung nach der Plastizitätstheorie zur Ermittlung der Traglasten von eingespannten Geschosstützen bei zweiachsiger Biegung entwickelt. Für einige praktisch auftretende Randbedingungen
werden die Ergebnisse in Kurventafeln dargestellt. Traglastversuche haben gezeigt, dass die entwickelten Traglastformeln bei Berücksichtigung einer zusätzlichen Annahme für mögliche Imperfektionen nach Gleichung (3.1) zu für die
Praxis ausreichend genauen und "sicheren" Ergebnissen führen.

# **SUMMARY**

In this paper an approximate solution by plastic design method for the calculation of the ultimate strength of biaxially loaded restrained columns is developed. For some practical boundary conditions the results are given in interaction-diagrams. Ultimate load tests have shown, that the developed ultimate strength formulas lead to a design which is sufficient and conservative for practical purposes, if additional possible imperfections (equation 3.1) are taken into account.

# RÉSUMÉ

L'exposé développe une solution approximative selon la théorie de plasticité pour la détermination de la charge de rupture de colonnes encastrées soumises à des flexions bi-axiales. Les résultats sont présentés sous forme de graphiques pour quelques conditions limites qu'on trouve dans la pratique. On a démontré par des essais de rupture que les formules développées conduisent à des résultats suffisamment exacts et sûrs, à condition de respecter une supposition supplémentaire pour de possibles imperfections selon l'équation (3.1).

# Leere Seite Blank page Page vide