

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 8 (1968)

**Artikel:** Die Traglast von eingespannten Geschoss-Stützen mit I-Querschnitt bei Biegung um beide Hauptachsen

**Autor:** Vogel, Udo

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-8793>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 14.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

**Die Traglast von eingespannten Geschoß-Stützen mit I-Querschnitt  
bei Biegung um beide Hauptachsen**

Ultimate Strength of I-shaped Restrained Columns in Biaxial Bending

Charge de rupture de colonnes en I encastrées soumises à des moments de flexion autour des deux axes principaux

**UDO VOGEL**  
Privatdozent, Dr.-Ing., Universität Stuttgart (TH)

1. Einleitung

Für die Berechnung der Grenzlasten von e b e n e n Rahmentragwerken aus Stahl stehen Verfahren der Plastizitätstheorie zur Verfügung, die mit ausreichender Genauigkeit die stabilen, indifferenten und labilen Gleichgewichtszustände im unelastischen Bereich beschreiben (z.B. [1], [2], [3]). Bei Hochhäusern ist das Verhalten der Stützen von ausschlaggebender Bedeutung für die Stabilität des ganzen Gebäudes. Sind die Stützen Teile eines ebenen, rahmenartigen Skeletts, so können sie nach einem der bekannten Verfahren dimensioniert werden. Häufig werden diese Stützen jedoch durch rechtwinklig zu den Hauptrahmen verlaufende "Sekundär-Rahmen", biegesteif angeschlossene Quer-Unterzüge oder durchlaufende Decken auch rechtwinklig zur Hauptrahmenebene auf Biegung beansprucht. Die genaue Traglastberechnung solcher zweiachsig aussermittig gedrückter Stützen ist - schon bei statisch bestimmter Lagerung - sehr schwierig und kompliziert, wie die wenigen bisher bekannten Veröffentlichungen auf diesem Gebiet zeigen ([4], [5], [10]).

Im Folgenden wird ein Verfahren entwickelt, mit dessen Hilfe die Traglasten von eingespannten - seitlich unverschieblichen - Geschosstüzen mit I-Querschnitt bei Biegung um beide Hauptachsen näherungsweise mit geringem Rechenaufwand ermittelt werden können. Dies ist die Erweiterung einer früher veröffentlichten Untersuchung ([3], [6]), in der die Traglast von Geschosstüzen bei Biegung in einer Ebene behandelt wurde.

Mehrere Traglastversuche an Stützen natürlicher Grösse dienen der Verbesserung und Bestätigung der theoretischen Ergebnisse.

2. Theoretische Traglast-Ermittlung

2.1. Vorbemerkung

Bei eingespannten Stützen werden die Biegemomente durch die Auflagerverdrehungen der angeschlossenen Riegel, Unterzüge oder Decken erzeugt. Diese Biegemomente sind abhängig von der Steifigkeit der Stützen, d.h. von den vorhandenen Axiallasten und vom Grad der Plastifizierung. Es ist daher sinnvoll, neben den Axiallasten nicht die Biegemomente sondern direkt die Kopf- und Fuss-Drehwinkel  $\psi_x$  (um die x-Achse) und  $\psi_y$  (um die y-Achse) als weiters Beanspruchungsmass für die Stützen einzuführen. Diese Winkel können wegen der im Verhältnis zur Stützen-

steifigkeit grossen Steifigkeit der Deckenkonstruktion und wegen der geringen Grösse der aufnehmbaren Stützenendmomente im Versagenszustand als Auflagerdrehwinkel der an den Stützen frei drehbar gelagert gedachten Decken bzw. Unterzüge ermittelt werden. Damit können auch die Einflüsse von zusätzlichen Kriech-Durchbiegungen bei Stahlbeton oder Verbundträgerdecken leicht erfasst werden.

## 2.2 Voraussetzungen der Näherungstheorie

- Es gilt das bekannte idealelastisch- idealplastische Spannungs-Dehnungs-Gesetz für Baustahl mit der Fliessgrenze  $\sigma_F$ .
- Die Traglast der Stütze ist erreicht, wenn durch Bildung einer genügenden Anzahl von Fliessgelenken (mindestens 3) eine kinematische Kette entstanden ist.
- Die Ausbreitung teilplastischer Zonen neben den Fliessgelenken wird vernachlässigt.
- Werden sowohl der Stützenkopf als auch der Stützenfuss verdreht, so sei das Verhältnis  $\varphi_y / \varphi_x$  an Kopf und Fuss gleich gross.
- Die verformte Achse der Stütze liegt im Traglastzustand in einer durch die Lage der Fliessgelenke definierten Ebene. Torsionsmomente infolge der tatsächlich räumlich gekrümmten Stabachse werden vernachlässigt (s.a. [4]).
- Der Einfluss der Verformungen auf das Kräfte-Gleichgewicht wird berücksichtigt.
- Der Einfluss der Axiallast auf die Stützensteifigkeit und auf das aufnehmbare vollplastische Moment wird ebenfalls berücksichtigt.

Es sei darauf hingewiesen, dass die Voraussetzungen f) und g) notwendig sind, um das Traglastproblem richtig als Stabilitätsproblem ohne Gleichgewichtsverzweigung zu behandeln. Die Voraussetzungen b) und c) hingegen führen gegenüber der genaueren Untersuchung (z.B. [4], [5], [10]) zu einer wesentlichen Vereinfachung der Rechnung.

## 2.3 Die Komponenten des aufnehmbaren vollplastischen Moments des dünnwandigen doppeltsymmetrischen I-Querschnitts bei schiefer Biegung mit Normalkraft

Für die Herleitung der den Einfluss von Normalkraft und schiefer Biegung erfassenden Reduktionsfaktoren  $\varphi_x$  und  $\varphi_y$  für die vollplastischen Momente um die x- und um die y-Achse können die Momentenanteile der Spannungen in den Stegflächen vernachlässigt werden. Es wird also das I-Profil mit unendlich dünnem, jedoch schubsteifem Steg untersucht.

Bei schiefer Biegung und Normalkraft sind im Zustand der vollständigen Durchplastifizierung zwei Fälle für die Lage der Spannungsnulllinie möglich:

- Die Nulllinie verläuft durch beide Flansche (Bild 2.1.a).
- Die Nulllinie verläuft nur durch einen Flansch (Bild 2.1.b).

Im Fall a) ergibt sich mit Bild 2.1.a und den folgenden Bezeichnungen

$$M_{plx}^* = bt(h - t)\sigma_F \quad (\text{Vollplast. Moment bei Biegung um x-Achse allein})$$

$$M_{ply}^* = \frac{tb^2}{2} \sigma_F \quad (\text{Vollplast. Moment bei Biegung um y-Achse allein})$$

$$N_{pl} = F\sigma_F = 2bt\sigma_F \quad (\text{Vollplast. Normalkraft bei Druck allein})$$

aus den Gleichgewichtsbedingungen im Querschnitt  $\sum N = 0$ ,  $\sum M_x = 0$  und  $\sum M_y = 0$  :

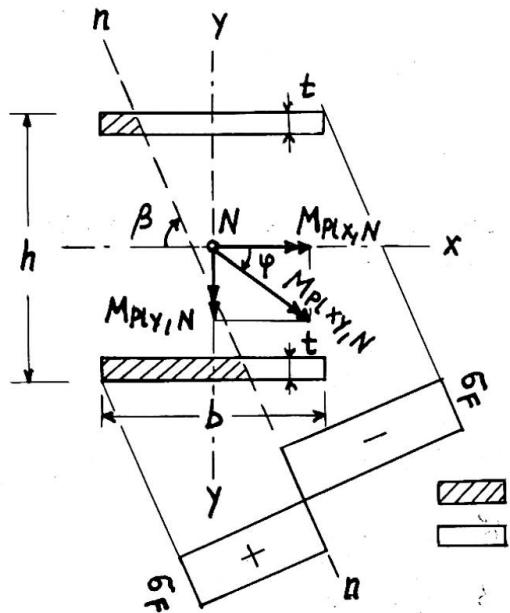
$$M_{plx,N} = \varphi \cdot M_{plx}^* \quad (2.1.a)$$

$$M_{\text{ply},N} = (1 - \varphi^2 - \chi^2) M_{\text{ply}} \quad (2.2.a)$$

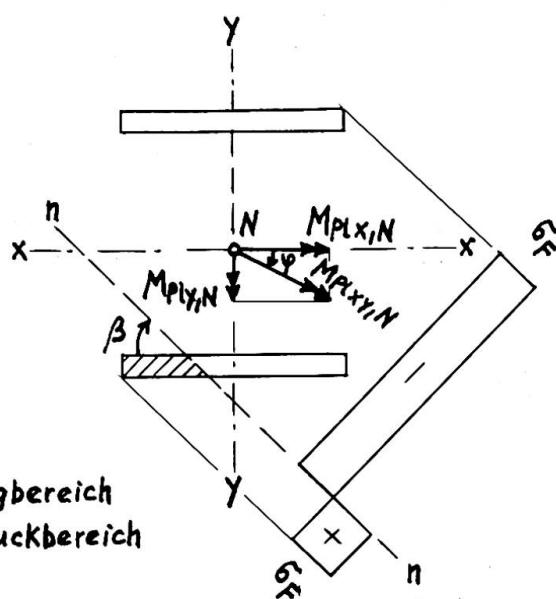
Hierin bedeuten:

$$\varphi = \frac{\text{ctg } \beta}{b/(h-t)} \quad (2.3)$$

$$\chi = \frac{N}{N_{\text{pl}}} = \frac{N}{F \sigma_F} \quad (2.4)$$



a) Nulllinie in beiden Flanschen



b) Nulllinie in einem Flansch

Bild 2.1: Vollplastizierter I-Querschnitt bei schiefer Biegung und Normalkraft

Der Faktor  $\varphi$  lässt sich auch als Funktion des häufig aus anderen Bedingungen bekannten Neigungswinkels  $\varphi$  des resultierenden Biegemomenten-Vektors zur x-Achse ausdrücken:

$$\varphi = \frac{M_{\text{ply},N}}{M_{\text{plx},N}} = \frac{1 - \varphi^2 - \chi^2}{\varphi} \cdot \frac{\frac{1}{2}tb^2 \sigma_F}{bt(h-t) \sigma_F} = \frac{1 - \varphi^2 - \chi^2}{2\varphi} \cdot \frac{b}{(h-t)} \quad (2.5.a)$$

Mit dem Hilfswert

$$\gamma = \frac{\varphi}{b/(h-t)} \quad (2.6.a)$$

erhält man aus der quadratischen Gleichung (2.5.a)

$$\varphi = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 + (1-\chi^2)} \quad (2.7)$$

Im Fall b) ergibt sich analog aus den Gleichgewichtsbedingungen:

$$M_{\text{plx},N} = (1 - \chi) M_{\text{plx}}^* \quad (2.1.b)$$

$$M_{\text{ply},N} = 2\chi(1 - \chi) M_{\text{ply}}^* \quad (2.2.b)$$

Der Wert für  $M_{plx,N}$  nach Formel (2.1.b) kann bei schiefer Biegung nicht überschritten werden, da er bereits gleich dem Wert des vollplastischen Moments bei einachsiger Biegung um die x-Achse und gleichzeitig wirkender Normalkraft ist (vgl. [3], S.23, Gl.(3.6) ).

Hier erhält man für  $\operatorname{tg}\varphi$  die Beziehung:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{b}{h-t}, \quad (2.5.b)$$

und damit für den Hilfswert  $\gamma$  den Grenzwert

$$\gamma_{gr} = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{b/(h-t)} = \chi, \quad (2.6.b)$$

der zu dem möglichen

Maximalwert von  $M_{ply,N}$  führt.

Für  $\gamma \geq \chi$  gelten die Formeln (2.1.a) und (2.2.a),  
für  $\gamma \leq \chi$  gelten die Formeln (2.1.b) und (2.2.b).

Zur Erleichterung der praktischen Berechnung sind diese Beziehungen graphisch in zwei Interaktions-Diagrammen in Bild 2.2 dargestellt.

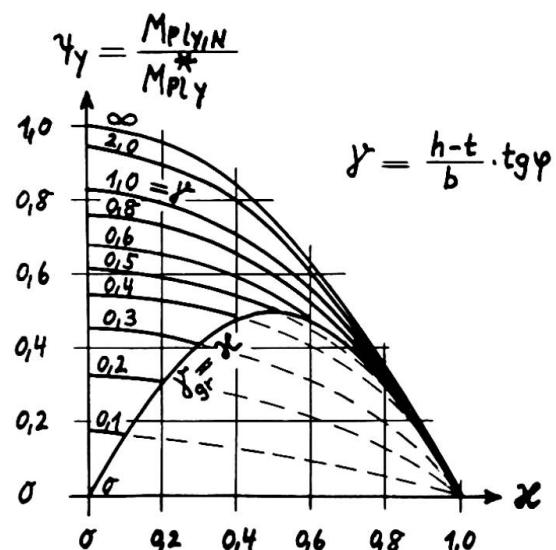
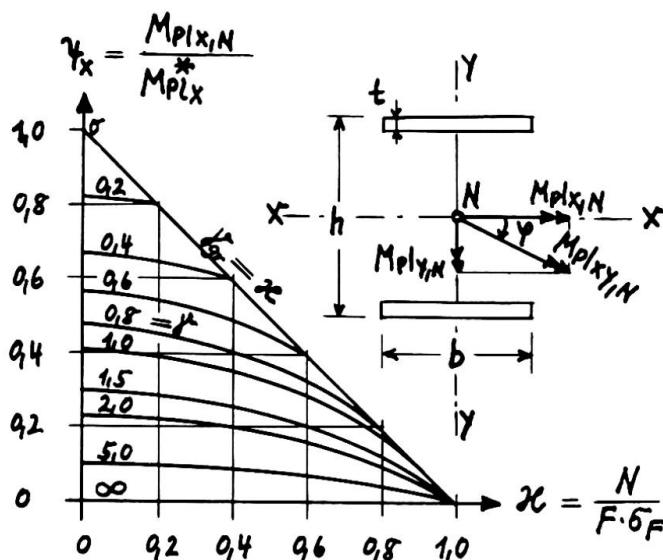


Bild 2.2 : Abminderungsfaktoren für die Komponenten des vollplastischen Moments bei schiefer Biegung und Normalkraft

#### 2.4 Traglast von Geschosstüzen bei entgegengesetzt gleich grossen Kopf- und Fussdrehwinkeln um x- und y-Achse

Dieser Beanspruchungsfall ist in Bezug auf die Traglast in der Regel der ungünstigste, da ein einsinniger Krümmungsbauch der Stütze entsteht (s. Bild 2.3, Stütze I).

Die Traglast einer Stütze vom Typ I ist erreicht, wenn drei Fliessgelenke entstanden sind. In [3], S. 35, wurde für einachsige Biegung gezeigt, dass das erste Fliessgelenk in Stabmitte und die beiden letzten gleichzeitig an Kopf und Fuss entstehen. Dies gilt auch bei zweiachsiger Biegung.

Die Traglast kann aus den Gleichgewichts- und Verformungsbedingungen der deformierten Stütze im Zustand des beginnenden Versagens ermittelt werden. In diesem Zustand hat noch keine Verdrehung in den sich zuletzt bildenden Fliessgelenken stattgefunden.

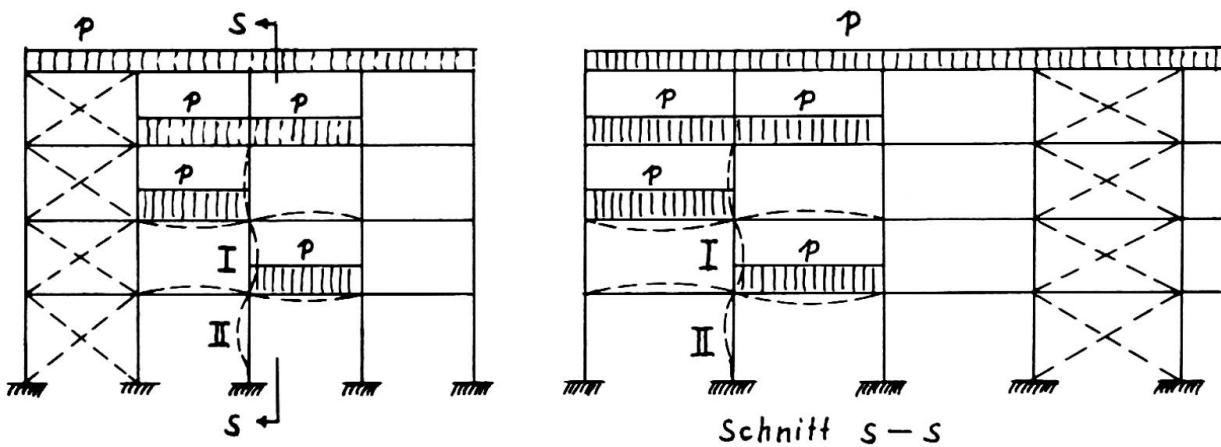


Bild 2.3 : Schachbrettbelastung im Bereich der untersuchten Stützen

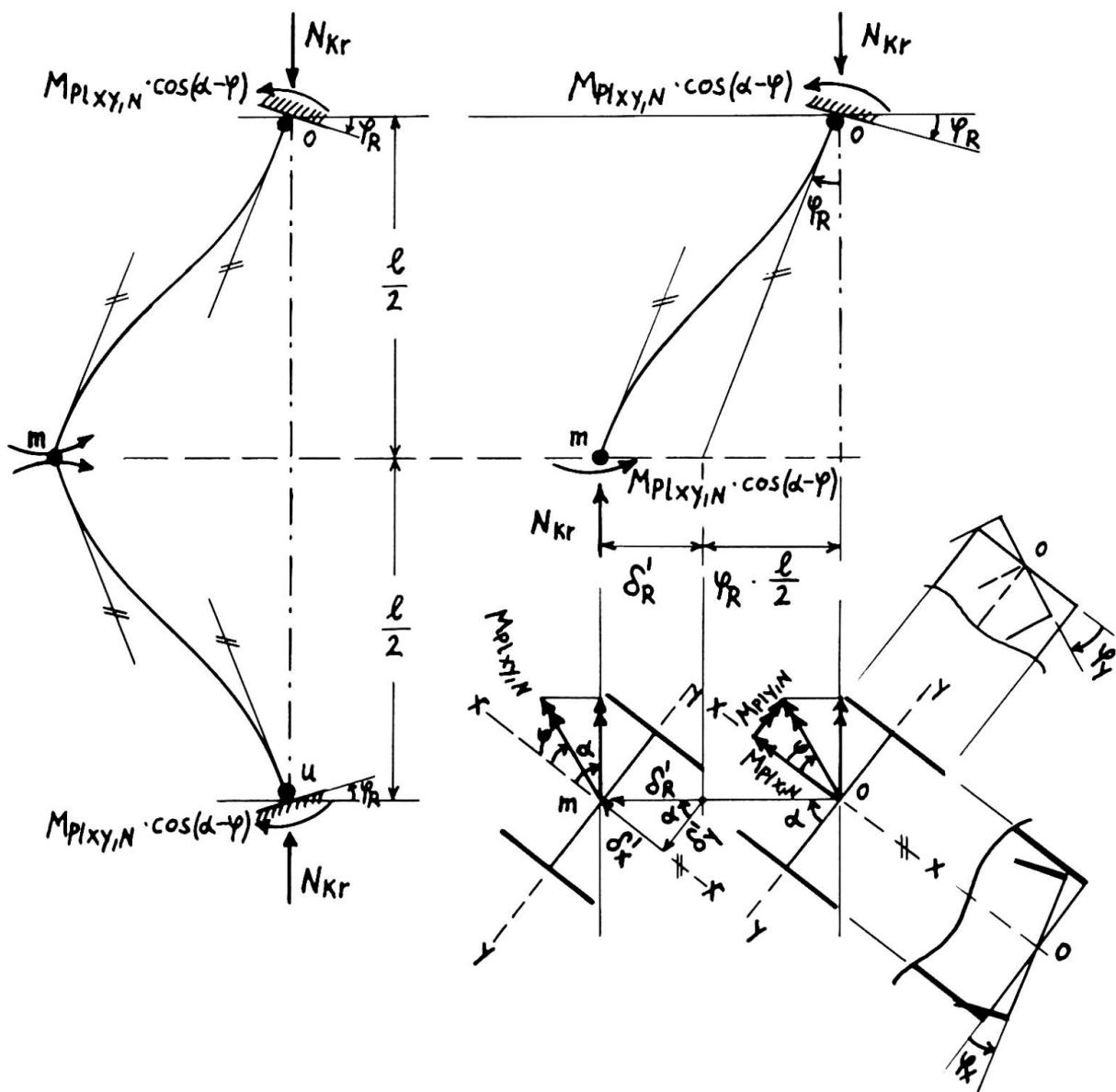


Bild 2.4 : Kräftepiel und Verformungen beim Erreichen der Traglast  
(Kopf- und Fussdrehwinkel gleich gross)

Die Bedingung für das Momentengleichgewicht in der Verformungs-Ebene der oberen Stabhälfte lautet mit den Bezeichnungen von Bild 2.4

$$N_{kr} \cdot (\delta'_R + \varphi_R \cdot \frac{1}{2}) = 2 M_{plxy, N} \cdot \cos(\alpha - \varphi) \quad (2.8)$$

Mit der Voraussetzung e) des Abschnittes 2.2 lassen sich die Verformungen in x- und y- Richtung getrennt ermitteln. Man erhält somit nach Theorie II. Ordng.:

$$\delta'_R = \frac{\delta'}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha} \cdot \frac{(1/2)^2}{EI_x} \cdot \varphi_x \cdot M_{plx}^* (\alpha'_x - \beta'_x) \quad (2.9.a)$$

mit den Hilfswerten  $\alpha'_x$  und  $\beta'_x$ , die als Funktionen der Stabkennzahl

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{N_{kr}}{EI_x}} = \sqrt{\frac{6}{E}} \cdot \lambda_x \sqrt{\frac{6}{E}} \quad (2.9.b)$$

aus [8] entnommen werden können. Für praktische Berechnungen ist die Differenz  $(\alpha' - \beta')$  als Funktion von  $\varepsilon$  in Bild 2.5 graphisch dargestellt.

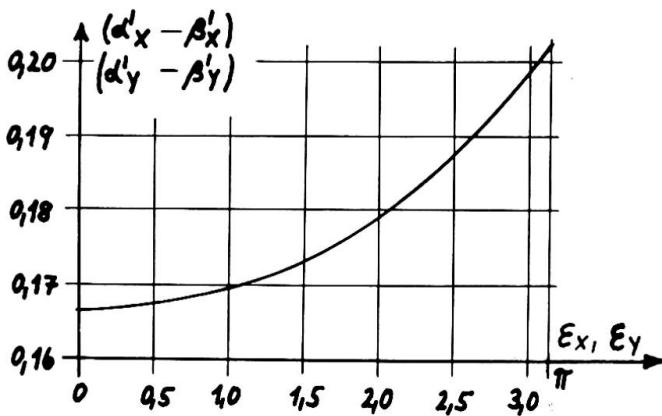


Bild 2.5 : Hilfswerte  $(\alpha' - \beta') = f(\varepsilon)$

Für den resultierenden Kopf- bzw. Fussdrehwinkel gilt:

$$\varphi_R = \varphi_x \cdot \cos \alpha + \varphi_y \cdot \sin \alpha = \varphi_x (\cos \alpha + \frac{\varphi_y}{\varphi_x} \cdot \sin \alpha) \quad (2.10)$$

Und für den Neigungswinkel  $\alpha$  der Verformungsebene gegen die Ebene durch die y-Achse des Querschnitts erhält man entsprechend (2.9.a):

$$\tan \alpha = \frac{\delta'_x}{\delta'_y} = \frac{I_x \cdot \varphi_y \cdot M_{plx}^* (\alpha'_y - \beta'_y)}{I_y \cdot \varphi_x \cdot M_{plx}^* (\alpha'_x - \beta'_x)}$$

Setzt man  $M_{plx}^* = \alpha_x \cdot W_x \cdot \delta_F$ ,  $M_{ply}^* = \alpha_y \cdot W_y \cdot \delta_F$  und beachtet, dass  $\frac{I_x \cdot W_y}{I_y \cdot W_x} = \frac{h}{b}$  ist, so wird daraus

$$\tan \alpha = \frac{\varphi_y}{\varphi_x} \cdot \frac{\alpha_y}{\alpha_x} \cdot \frac{h}{b} \cdot \frac{\alpha'_y - \beta'_y}{\alpha'_x - \beta'_x} \quad (2.11)$$

worin  $\alpha_x$  und  $\alpha_y$  die "Formfaktoren" für plastische Biegung um x-, bzw. y-Achse des I-Querschnitts bedeuten.

Der Wert  $\tan \alpha$  ist durch (2.5.a) definiert. Mit der Annahme, dass das Verhältnis der vollplastischen Momente um y-Achse und x-Achse zueinander gleich dem Verhältnis der Biegemomente nach Theorie I. Ordnung ist,

ergibt sich die - gegenüber (2.5.a) unabhängige - Beziehung :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{M_y, \text{Th.I.O.}}{M_x, \text{Th.I.O.}} = \frac{I_y \cdot \varphi_y}{I_x \cdot \varphi_x}, \quad (\gamma > \alpha) \quad (2.12)$$

die nur im Bereich  $(\gamma > \alpha)$  gültig ist. Ergibt sich mit (2.12) der Wert  $\gamma < \alpha$ , so ist  $\gamma = \alpha$  zu setzen und für  $\operatorname{tg} \varphi$  Gleichung (2.5.b) zu verwenden.

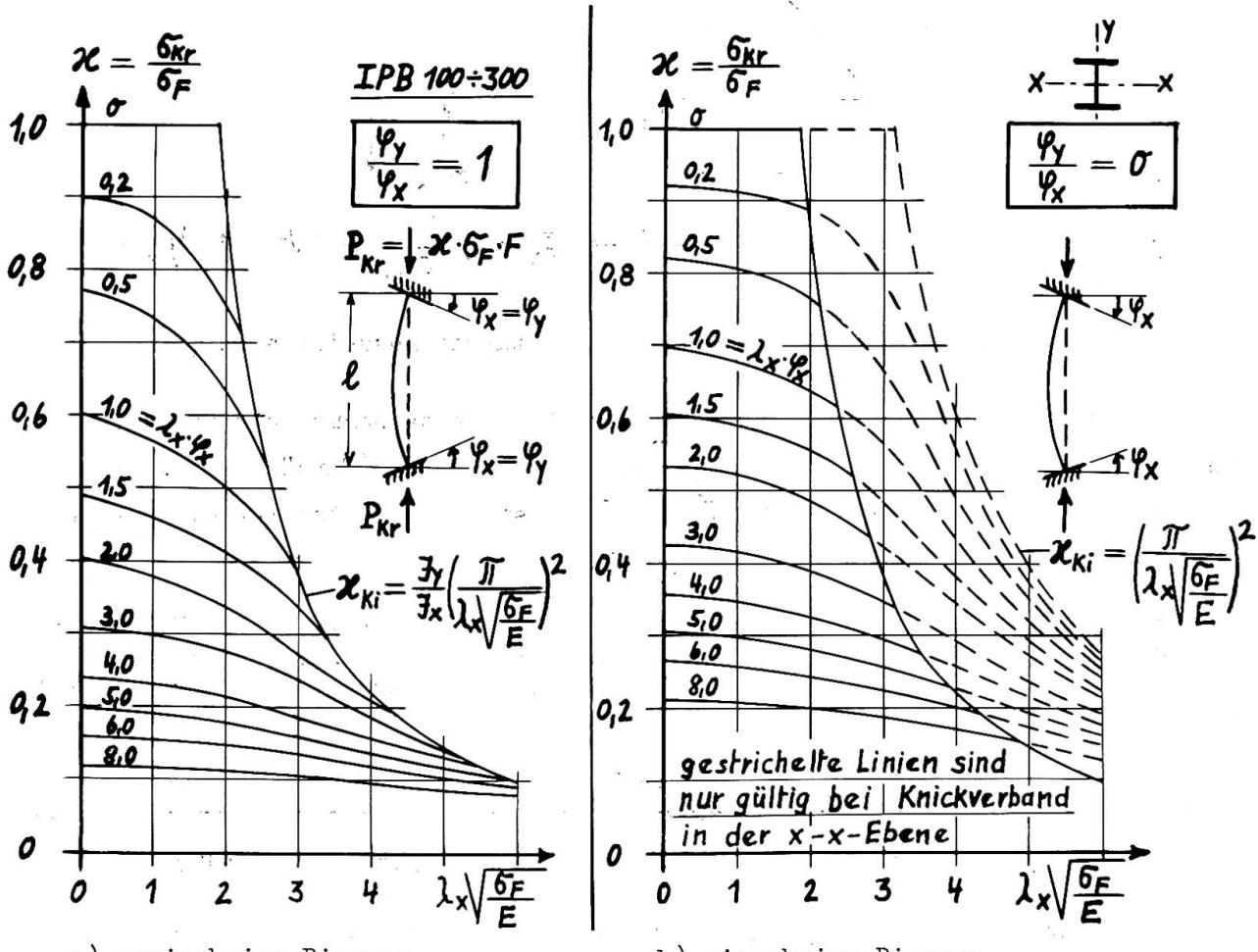
Setzt man nun (2.9.a) und (2.10) in Gleichung (2.8) ein, so erhält man nach Umformung die gesuchte Traglastbedingung zu:

$$\alpha = \frac{N_{kr}}{F \cdot 6} = \frac{2 \cdot \varphi_x \cdot d_x \cdot (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi)}{(d_x' - \beta_x') \frac{\varphi_x \cdot d_x}{\cos^2 \alpha} (\lambda_x \sqrt{\frac{6}{E}})^2 + (\lambda_x \cdot \varphi_x) \cdot \frac{h}{2i_x} \cdot (1 + \frac{\varphi_y}{\varphi_x} \cdot \operatorname{tg} \alpha)} \quad (2.13)$$

Diese Gleichung muss - zusammen mit (2.11) und (2.12) - durch Probieren gelöst werden, da auch auf der rechten Seite der gesuchte Wert  $\alpha$  in den Funktionen für  $\varphi_x$ ,  $d_x'$ ,  $\beta_x'$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$  und gegebenenfalls auch  $\operatorname{tg} \varphi$  enthalten ist.

Bild 2.6 gibt die graphische Parameter-Darstellung der numerischen Auswertung von (2.13) mit  $\varphi_y/\varphi_x = 1$  und  $\varphi_y/\varphi_x = 0$  (einachsige Biegung) für die Stützenprofile IPB 100 ÷ 300 nach DIN 1025 wieder, wobei für die Verhältnisse der Querschnittswerte folgende Mittelwerte eingesetzt wurden:

$$h/i_x = 2,34, \quad I_y/I_x = 0,353, \quad b/(h-t) = 1,08, \quad h/b = 1, \quad d_x = 1,13, \quad d_y = 1,5.$$



a) zweiachsige Biegung

b) einachsige Biegung

Bild 2.6 : Traglasten eingespannter Stützen mit Kopf- und Fussverdrehung

Die Traglasten für Werte von  $1 > \frac{\varphi_y}{\varphi_x} > 0$  können mit ausreichender Genauigkeit durch lineare Interpolation zwischen den Bildern 2.6.a und 2.6.b ermittelt werden. Der Wert  $\frac{\varphi_y}{\varphi_x} > 1$  wird i.a. nicht auftreten, dann man dann das Stützenprofil um  $90^\circ$  drehen wird.

## 2.5 Traglasten von Geschosstüzen mit starrer Fusseinspannung und Verdrehung des Kopfes um x- und y-Achse

Dieser Beanspruchungsfall entspricht der Stütze II in Bild 2.3. Die Traglast ist auch hier erreicht, wenn drei Fliessgelenke entstanden sind. In [3], S. 38/39, wurde für einachsige Biegung gezeigt, dass im Bereich der Stabkennzahl  $\bar{\epsilon} \leq 0,745 \cdot \pi$  die Traglast durch Vollplastizierung infolge der Normalkraft  $P$  allein bestimmt ist, da hier keine drei Fliessgelenke entstehen können. Im Bereich  $0,745 \cdot \pi < \bar{\epsilon} \leq 2 \pi$  bilden sich jedoch drei Fliessgelenke in folgender Reihenfolge aus: Das erste Fliessgelenk an der Stelle  $x_0$  zwischen Stützenkopf und Stützenmitte, das zweite am Stützenfuss und das letzte am Stützenkopf. Dies gilt auch bei zweiachsiger Biegung. Die Lage des ersten Fliessgelenks ist von der Stabkennzahl  $\bar{\epsilon}$  abhängig und kann in dem aus [3] entnommenen Diagramm des Bildes 2.7 abgelesen werden.

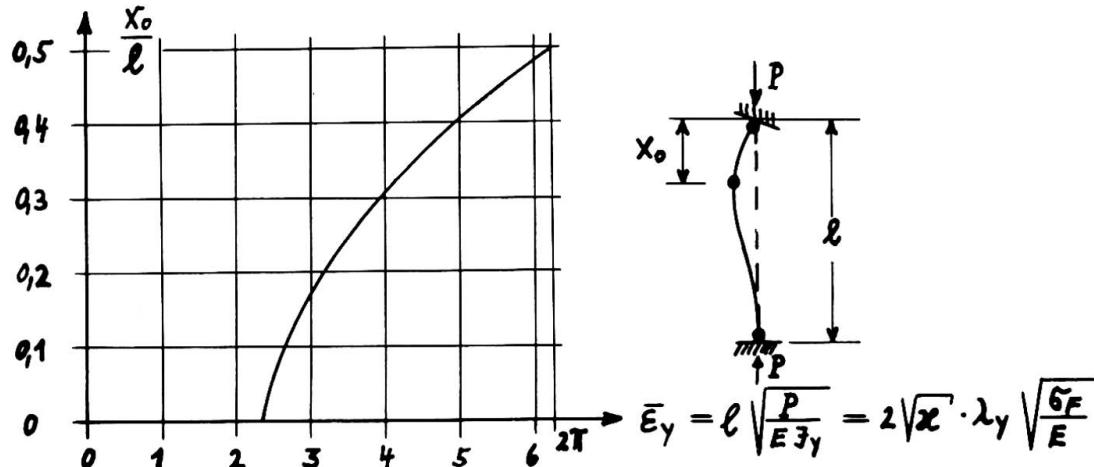


Bild 2.7 : Lage des 1. Fliessgelenks bei starrer Fusseinspannung

Dabei wird die etwas zu ungünstige Näherungsannahme getroffen, dass  $x_0$  bei schiefer Biegung durch  $\bar{\epsilon}_y = 1 \sqrt{P/EI_y}$  bestimmt ist. (Tatsächlich wird  $x_0$  zwischen den durch die Kennzahlen  $\bar{\epsilon}_x$  und  $\bar{\epsilon}_y$  bestimmten Werten für die Stellen der Momenten-Maxima  $M_{x,\max}$  und  $M_{y,\max}$  liegen.)

Die Traglastermittlung kann analog Abschnitt 2.4 erfolgen. Der Vergleich der Bilder 2.4 und 2.7 zeigt, dass die Traglastbedingung unmittelbar ange schrieben werden kann, indem in Gleichung (2.13) der Wert  $1/2$  durch  $x_0$  ersetzt wird:

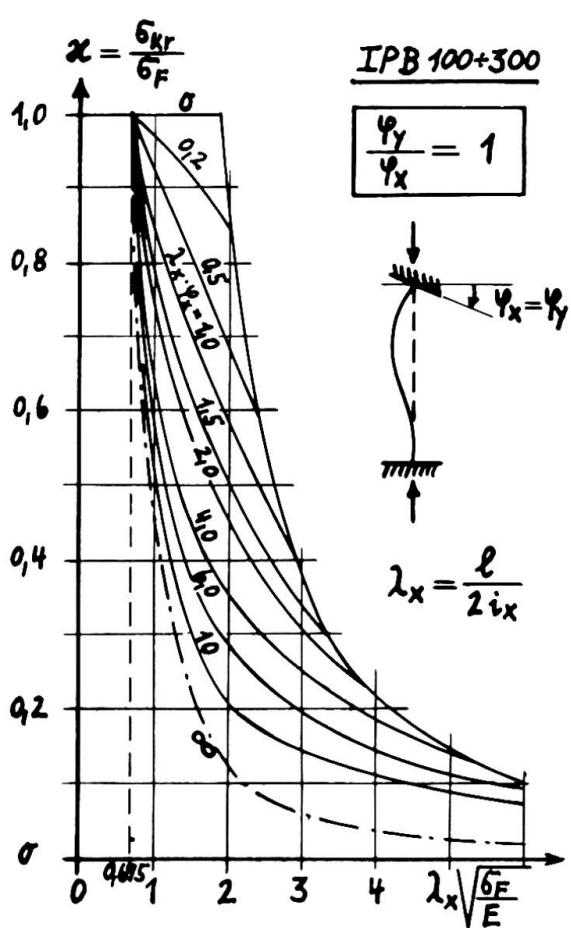
$$\mathcal{X} = \frac{N_{kr}}{F \cdot 6_F} = \frac{2 \cdot \varphi_x \cdot \alpha_x \cdot (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi)}{(\alpha'_x - \beta'_x) \frac{\varphi_x \alpha_x}{\cos^2 \alpha} \left( \frac{x_0}{1/2} \cdot 2 \sqrt{\frac{6_F}{E}} \right)^2 + \left( \frac{x_0}{1/2} \cdot \lambda_x \cdot \varphi_x \right) \frac{h}{2i_x} \left( 1 + \frac{\varphi_y}{\varphi_x} \operatorname{tg} \alpha \right)} \quad (2.14)$$

Für  $\operatorname{tg} \alpha$  und  $\operatorname{tg} \varphi$  gelten wieder die Beziehungen (2.11) und (2.12), für  $x_0$  Bild 2.7. Die Differenzen  $(\alpha'_x - \beta'_x)$  und  $(\alpha'_y - \beta'_y)$  sind als Funktion von

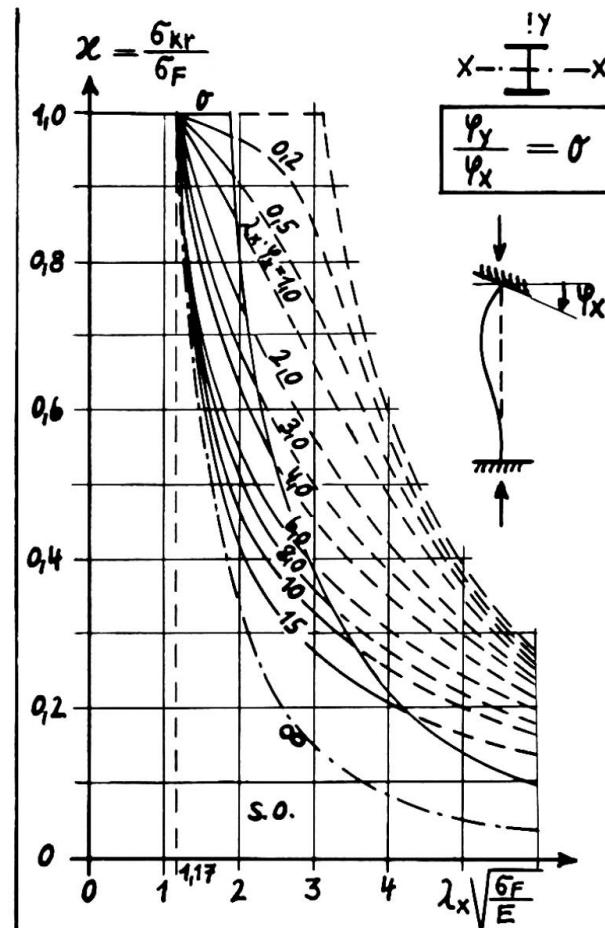
$$\bar{\bar{\varepsilon}}_{x(y)} = \sqrt{\chi} \cdot \frac{x_0}{l/2} \cdot \lambda_{x(y)} \sqrt{\frac{6F}{E}} \quad (2.15)$$

aus Bild 2.5 zu entnehmen.

Wie (2.13) so kann auch (2.14) nur durch Probieren gelöst werden. Die Bilder 2.8.a und 2.8.b geben die numerische Auswertung von Gl. (2.14) für  $\varphi_y/\varphi_x = 1$  und  $\varphi_y/\varphi_x = 0$  für die Stützenprofile IPB 100 ÷ 300 wieder. Auch hier kann man für Zwischenwerte von  $\varphi_y/\varphi_x$  linear interpolieren.



a) zweiachsige Biegung



b) einachsige Biegung

Bild 2.8 : Traglasten eingespannter Stützen bei starrer Fusseinspannung

### 3. Experimentelle Traglast-Ermittlung

#### 3.1. Vorbemerkung

Zur Überprüfung und Ergänzung der in Abschnitt 2 entwickelten Näherungstheorie wurden im "Otto-Graf-Institut" der Universität Stuttgart (TH) vier Traglastversuche durchgeführt. Eine ausführliche Beschreibung dieser Versuche einschließlich der Auswertung der Messergebnisse wird in [9] gegeben. Es werden daher hier nur die wichtigsten Ergebnisse zusammengestellt.

Die Versuchsstützen erhielten angeschweisste Kopf- und Fussplatten. Beim Traglastversuch wurden Keilplatten mit Neigungen in x- und y-Richtung zwischen

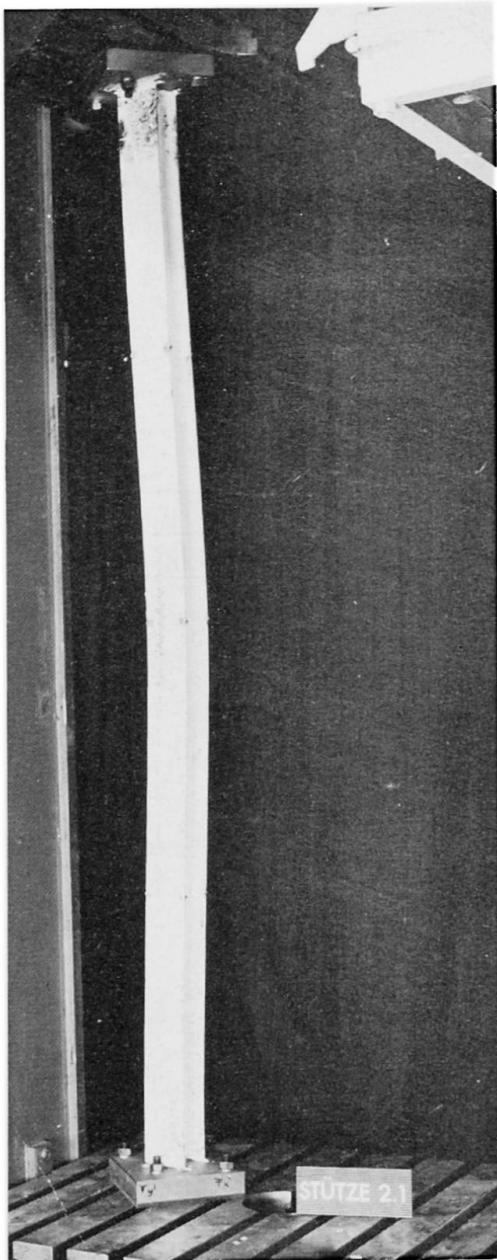


Bild 3.1 : Stütze 2.1 nach dem Traglastversuch

die Kopf- bzw. Fussplatten und die parallel zur Stützenachse geführten Pressen-Querhaupter der Versuchsmaschine gelegt. Durch das Vorspannen von HV-Schrauben, welche die Fuss- und Kopfplatten mit den Pressen-Querhauptern verbinden, wurden die den Keilplatten entsprechenden Neigungen als Enddrehwinkel in die Stützen eingebracht (Bild 3.1). Anschliessend wurde die Axiallast über die Pressen-Querhaupter bis zur Traglast gesteigert.

### 3.2 Einführung von baupraktisch unvermeidbaren Imperfektionen

Es zeigte sich, dass trotz sorgfältiger Werkarbeit die vorgesehenen Stabendverdrehungen nicht genau eingehalten werden konnten. Diese Ungenauigkeiten lagen insbesondere in den Abweichungen vom Rechten Winkel zwischen den angeschweissten Kopf- bzw. Fussplatten und den Stabachsen und sind daher auch bei praktischer Bauausführung zu erwarten. Da ausserdem die Stützen auch gewisse Vorverformungen aufweisen und sicher auch Eigenspannungen aus den Walzvorgängen vorhanden sind, wird vorgeschlagen, bei der Bemessung einen zusätzlichen Enddrehwinkel stellvertretend für den Einfluss aller möglichen Imperfektionen anzunehmen. Gleichzeitig können damit auch die praktisch auftretenden Abweichungen von den Voraussetzungen a) und c) des Abschnittes 2.2 zumindest qualitativ etwas ausgeglichen werden.

In Anlehnung an DIN 4114, Ri. 7.22 wird eine parabelförmige Verkrümmung der Stabachse mit dem Biegepfeil

$$u = \frac{i}{20} + \frac{1}{500}$$

in Stabmitte in x- und y-Richtung angesetzt. Die Enddrehwinkel betragen dann:

$$\Delta\varphi = \frac{4u}{l} = 0,1 \cdot \frac{2i}{l} + \frac{1}{125}$$

Mit  $\lambda = 1/2i$  für die eingespannte Stütze wird daraus:

$$\Delta\varphi_x = \frac{0,1}{\lambda_x} + 0,008 \quad (3.1)$$

$$\Delta\varphi_y = \frac{0,1}{\lambda_y} + 0,008$$

Der erste Anteil kann dabei die Einflüsse von Eigenspannungen und von der Ausbreitung teilplastischer Zonen neben den Fliessgelenken berücksichtigen, die beide tatsächlich mit wachsender Schlankheit abnehmen. Der zweite Anteil ist jedoch konstant und berücksichtigt die Bau-Ungenauigkeiten, die mit einem  $\Delta\varphi_2 = 0,008$ , d.h.  $\Delta\varphi_2 = 0^\circ 27'$  sicher nicht zu gross angesetzt sind.

### 3.3 Zusammenstellung der Versuchsergebnisse und Vergleich mit der Theorie

In der Tabelle 3.1 sind die Versuchsergebnisse den nach Abschnitt 2 ermittelten theoretischen Werten für die Traglast bei Berücksichtigung der tatsäch-

lich gemessenen Enddrehwinkel gegenübergestellt. Die Versuchsergebnisse liegen i.M. um 7,4 % unter den theoretischen Ergebnissen, d.h. auf der "unsicheren Seite".

Ver- such	Sys- tem	Profil $\sigma_F$ (Mp/cm <sup>2</sup> )	l (m)	Soll $\varphi_x = \varphi_y$	vorhanden $\varphi_x$	$\varphi_y$	$P_{\text{theor.}}^{kr}$ ( $\varphi_{\text{vorh.}}$ )	$P_{\text{Exp.}}$ (Mp)	$\frac{P_{\text{Exp.}}}{P_{\text{theor.}}^{kr}}$
1.1		IPB 120	3,0	0,0071	0,0067	0,0082	76,5	69,2	0,904
1.2			2,43	6,0	0,0071	0,0097	0,0124	44,4	0,880
2.1		IPB 120	3,0	0,0142	0,0169	0,0126	61,8	62,2	1,050
2.2			2,48	6,0	0,0142	0,0236	0,0160	36,9	33,7

Tabelle 3.1 : Vergleich der Traglasten nach Theorie (mit  $\varphi_{\text{vorh.}}$ ) und Experiment

Führt man jedoch den Winkel  $\Delta\varphi$  nach Gleichung (3.1) ein, so erhält man die Werte nach Tabelle 3.2. Die theoretischen Ergebnisse liegen nun i.M. um 8 % über den Versuchsergebnissen.

Ver- such	$\Delta\varphi_x$	$\Delta\varphi_y$	$P_{\text{theor.}}^{kr}$ (Mp)	$P_{\text{Exp.}}$ (Mp)	$\frac{P_{\text{Exp.}}}{P_{\text{theor.}}^{kr}}$	$P_F$ (Mp)
1.1	0,0114	0,0100	64,0	69,2	1,081	0
1.2	0,0097	0,0090	43,5	44,4	1,021	21,0
2.1	0,0114	0,0100	51,0	62,2	1,219	0
2.2	0,0097	0,0090	33,7	33,7	1,000	24,5

Tabelle 3.2 : Vergleich der Traglasten nach Theorie (mit  $\varphi_{\text{soll}} + \Delta\varphi$ ) und Experiment

Es sei noch auf die letzte Spalte von Tabelle 3.2 hingewiesen, in welcher diejenigen Werte von P eingetragen sind, die bei Vorhandensein der gemessenen Enddrehwinkel den Fließbeginn in den am ungünstigsten beanspruchten Querschnitten erzeugen. Man erkennt, dass z.B. nach einer "elastischen Berechnung" die Stützen 1.1 und 2.1 überhaupt nicht mehr belastet werden dürften, obwohl gerade sie wegen ihrer geringen Schlankheit die größten Traglasten aufweisen!

#### LITERATUR

- [1] "Plastic Design of Multi-Story Frames", Lecture Notes, Vol. 1 u. 2, Lehigh University, Bethlehem, Pa., 1965
- [2] Horne, M.R. und Majid, K.I.: "The Design of Sway Frames in Britain", Guest Lectures of the 1965 Summer Conference on Plastic Design of Multi-Story-Frames, Lehigh University, Bethlehem, Pa., 1965

- [3] Vogel, U.: "Die Traglastberechnung stählerner Rahmentragwerke nach der Plastizitätstheorie II. Ordnung", Forschungshefte aus dem Gebiet des Stahlbaus, Heft 15, Köln 1965
- [4] Klapp, K. und Winkelmann, E.: "Experimentelle und theoretische Untersuchungen über die Traglast von zweiachsig aussermittig gedrückten Stahlstäben", Der Stahlbau 31 (1962), S.33 ff.
- [5] Birnstiel, Ch. and Michalos, J.: "Ultimate Load of H-COLUMNS under Biaxial Bending" Proc. ASCE, Journal of the Struct. Div., Vol.89, No. ST 2, Apr. 1963, p.161-197
- [6] Pelikan, W. und Vogel, U.: "Die Tragfähigkeit von Stahlstützen in Geschossbauten mit Betondecken", Der Stahlbau 33(1964), S.161-167
- [7] Vogel, U.: "The Influence of Deformations on the Ultimate Load of Rigid Steel Frames", Guest Lectures of the 1965 Summer Conference on Plastic Design of Multi-Story-Frames, Lehigh University, Bethlehem, Pa., 1965
- [8] "Hilfstafeln zur Berechnung von Spannungsproblemen der Theorie II. Ordnung und von Knickproblemen", Stahlbau-Verlag GmbH Köln 1959
- [9] Vogel, U. und Zimmermann, W.: "Traglastversuche an eingespannten Geschoss-Stützen mit I-Querschnitt bei Biegung um beide Hauptachsen", IVBH-Abhandlungen, Vol.28 (1968)
- [10] Harstead, G.A.: "Elasto-Plastic Behavior of Columns subjected to Biaxial Bending", Ph.D.-thesis, New York University at Bronx, N.Y., 1966

## ZUSAMMENFASSUNG

Im vorliegenden Aufsatz wird eine Näherungslösung nach der Plastizitätstheorie zur Ermittlung der Traglasten von eingespannten Geschossstützen bei zweiachsiger Biegung entwickelt. Für einige praktisch auftretende Randbedingungen werden die Ergebnisse in Kurventafeln dargestellt. Traglastversuche haben gezeigt, dass die entwickelten Traglastformeln bei Berücksichtigung einer zusätzlichen Annahme für mögliche Imperfektionen nach Gleichung (3.1) zu für die Praxis ausreichend genauen und "sicheren" Ergebnissen führen.

## SUMMARY

In this paper an approximate solution by plastic design method for the calculation of the ultimate strength of biaxially loaded restrained columns is developed.

For some practical boundary conditions the results are given in interaction-diagrams. Ultimate load tests have shown, that the developed ultimate strength formulas lead to a design which is sufficient and conservative for practical purposes, if additional possible imperfections (equation 3.1) are taken into account.

## RÉSUMÉ

L'exposé développe une solution approximative selon la théorie de plasticité pour la détermination de la charge de rupture de colonnes encastrées soumises à des flexions biaxiales. Les résultats sont présentés sous forme de graphiques pour quelques conditions limites qu'on trouve dans la pratique. On a démontré par des essais de rupture que les formules développées conduisent à des résultats suffisamment exacts et sûrs, à condition de respecter une supposition supplémentaire pour de possibles imperfections selon l'équation (3.1).

Leere Seite  
Blank page  
Page vide