Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 8 (1968)

Artikel: Zur Optimierung der Höhe von Balkenbrücken mit Hohlkastenquerschnitt

Autor: Iljasewitsch, S.A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-8778

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Zur Optimierung der Höhe von Balkenbrücken mit Hohlkastenquerschnitt

The Optimum Height of Steel Closed Continuous Girder Bridges

La hauteur optimum des ponts continus à longerons de section ferrée en acier

S. A. ILJASEWITSCH
Prof. UdSSR

Wir betrachten den einfachsten Kastenquerschnitt mit:

b- Breite;

H - Höhe;

δ - Horizontalblechdicke (Gurtbleche);

δ_c - Vertikalblechdicke;

n - Anzahl der Vertikalbleche.

Bestimmen wir die Optimalgröße für H_{optR} , die bei voller Ausnutzung der rechnerischen Stahlfestigkeit - " R " in den Querschnitt - Gurtblechen dem Mindestverbrauch an Baustahl entspricht.

Die Formel für Bestimmung des Konstruktionsgewichts pro lfd.M. der Brücke lautet:

$$g = \frac{2M\beta\psi_1}{HR}\gamma + n\delta_c H\psi_2\gamma + g_H \qquad (1)$$

wobei:

M -Gesamtbiegemoment;

$\beta = 1 - \frac{J_c}{J} - J_c$ und J - die Tragheitsmomente der Wände und Kastenquerschnitte sind;

ψ_1, ψ_2 - Beiwerte für Berücksichtigung der Gewichtszunahme von Gurtblechen und Kastenwände bei der Ausführung $(\psi_1 \sim 1{,}4;\ \psi_2 \sim 1{,}25)$;

γ - Raumgewicht von Stahl;

g_H - Gewicht pro lfd. M. des Fahrbahnbelags.

Nehmen wir an, daß die von H und der Anzahl der waagrechten Versteifungsrippen i abhängige Wanddicke δ_c die örtliche Wand-Stabilität gewährleistet.

Hieraus:

$$\delta_c = 1{,}3\sqrt{\frac{R(1-\mu^2)}{Ek}}\cdot \alpha H = \xi_R \alpha H,$$

Wobei:

$$\xi_R = 1{,}3\sqrt{\frac{R(1-\mu^2)}{Ek}}; \quad \alpha = \frac{1}{i+1}; \quad \beta = 1 - \frac{n\xi_R \alpha H^4}{12}; \quad k = 4{,}0\sqrt{\frac{2{,}1}{R}}$$

Nach entsprechenden Substitutionen und Transformationen läßt sich (1) wie folgt schreiben :

$$g = \frac{2M\psi_1}{HR}\cdot\gamma + n\xi_R\alpha H^2\left(\psi_2 - \frac{\psi_1}{3}\right)\gamma + g_H \qquad (2)$$

Die der Gleichung (2) entsprechende Kurve hat ein bestimmtes Minimum. Bei anderen den Wert R über- bzw. unterschreitenden Spannungs-größen, die gleich σ_1, σ_2, σ_3 ...sind, lassen sich ähnliche Kurven, die in anderen parallel verlaufenden Ebenen liegen, auftragen. Rwatschow Ju.A. und Salamachin P.M. haben dabei gezeigt, daß die dem Minimum diesen Kurven entsprechenden Stellen auf einer Gerade liegen. Diese Minima stellen die Optimalwerte der Höhen für verschiedenen Varianten dieser Querschnittsform fest . Jeder Optimalhöhe ein bestimmter Wert der relativen Durchbiegung entspricht, den man begingt als optimal bezeichen kann. Die im Bild 1 dargestellten Kurven wurden als Isotensen genannt.

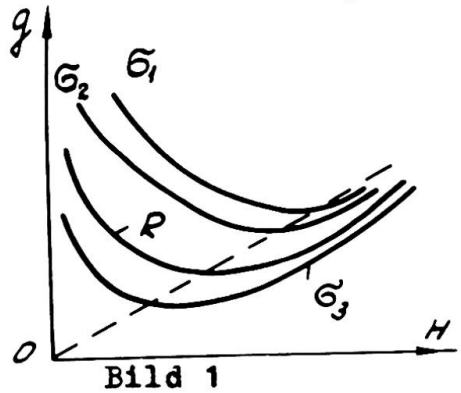

Bild 1

Mit der Gleichung (2) bestimmt man die Optimalwerte der Höhe $H_{opt,\sigma}$ unter voller Ausnutzung der Normalspannung:

$$H_{opt,\sigma} = \sqrt[3]{\frac{M}{1{,}3Rn\alpha\left(\frac{\psi_2}{\psi_1} - \frac{1}{3}\right)}\sqrt{\frac{Ek}{R(1-\mu^2)}}} \qquad (3)$$

Da $$f = \frac{2Rl^2}{AEH}$$

und " A " der vom Balkensystem und der Beanspruchungsart abhängige Faktor ist, so ergibt sich daraus:

$$\left(\frac{f}{l}\right)_{opt,\sigma} H_{opt,\sigma} = \frac{2Rl}{AE} = \eta_\sigma \qquad (4)$$

Ausgehend von der Blechberechnung nach der zulässigen Durchbiegung $\left[\frac{f}{l}\right]$ bei der Gurtspannungen, die gleich sind, finden wir

$$\sigma = \frac{AE}{2l}\left[\frac{f}{l}\right]H = \eta_f H; \qquad \eta_f = \frac{AE}{2l}\left[\frac{f}{l}\right]$$

In diesem Falle ist in (1) anstatt $R, \xi_R, \delta_c, \beta$ –

$$\sigma = \eta_f H; \quad \xi_f = 1{,}3\sqrt{\frac{\eta_f H(1-\mu^2)}{Ek}}; \quad \delta_c = \sqrt{\frac{\eta_f H^3(1-\mu^2)}{Ek}} = \varepsilon\alpha H^{3/2}; \quad \beta = 1 - \frac{n\varepsilon\alpha H^{9/2}}{12J}$$

einzusetzen.

Nach entsprechenden Substitutionen und der einfachsten Transformationen Gleichung (1) läßt sich die in folgender Form schreiben:

$$g = \frac{2M\psi_1}{\eta_f H^2}\gamma + n\varepsilon\alpha\gamma\left(\psi_2 - \frac{\psi_1}{3}\right)H^{5/2} + g_H \tag{5}$$

Die betreffende Kurve wurde als Isoflexe bezeichnet. Sie hat ein dem minimalen Konstruktionsgewicht entsprechenden Minimum, ohne sich von Isotense durch den Gesamtansicht zu unterscheiden. Für verschiedene Werte der Relativdurchbiegungen gibt es ähnliche Kurven mit eigenen Minima. Wie es bei Isotensen der Fall ist, so liegen auch die dem Isoflex-Minumum entsprechende Stellen auf einer Gerade. Das Isoflex-Minumum bestimmt den Optimalwert der Höhe $H_{opt,f}$ bei der Berechnung der Konstruktion ihrer Durchbiegung nach:

$$H_{opt,f} = \sqrt[9]{\left[\frac{1{,}6M}{\eta_f n\varepsilon\alpha\left(\frac{\psi_2}{\psi_1} - \frac{1}{3}\right)}\right]^2} \tag{6}$$

Von praktischem Interesse sind die Werte von $H_{opt,f}$, die für den Fall der zulässigen relativen Grenzdurchbiegung $\left[\frac{f}{l}\right]$ bestimmt werden. In diesem Falle eine bestimmte Gurtspannung, die bedingt als optimal bezeichnet werden kann und beträgt:

$$\sigma_{opt,f} = \eta_f H_{opt,f} = \frac{AE}{2l}\left[\frac{f}{l}\right]H_{opt,f} \tag{7}$$

Bei einigen Querschnitten aber hat die Querkraft eine grundlegende Bedeutung.

In diesen Fällen bei geringer relativer Wanddicke sind die Wände nicht imstande, die beträchtlichen Normalbiegespannungen aufzunehmen. Dann kann man von der Bedingung ausgehen, daß das Moment auf die Gurte und die Querkraft beziehungsweise auf die Wände übertragen wird.

Daraus ergibt sich:

$$\delta_c = \sqrt[3]{\frac{Q(1-\mu^2)}{0{,}59\,\nu\, n\, k_\tau E}} \cdot H^{1/3}$$

wobei

"k_τ" ist dabei der vom Verhältnis des Abstandes zwischen vertikalen Versteifungsrippen zu Wandhöhe sowie von der Befestigungsart der Wandränder abhängige Faktor (er ist tabellarisch dargestellt;

$= \frac{J}{SH}$ und S- statisches Moment des halben Querschnitt ($\nu \sim 0{,}9$)

Für lfd M. der Brückenkonstruktion, bei der die rechnerischen Normal- und Schubgrenzspannungen maximal ausgenutzt werden, läßt sich somit

$$\sigma = \frac{2M\psi_1}{HR}\gamma + n\psi_2\gamma\sqrt[3]{\frac{Q(1-\mu^2)}{0{,}59\,\nu\, k_\tau\, n\, E}} \cdot H^{4/3} + \sigma_H \tag{8}$$

schreiben. Minimisierung dieser Funktion ergibt für Optimalhöhe eines Kastenquerschnitts, der unter Ausnutzung von Grenzfestigkeit von Stahl wie in den Gurten (Normalspannung) als auch in den Wänden (Schubspannung τ) berechnet wird, die Formel:

$$H_{opt,\,\sigma,\tau} = \left(\frac{3M\psi_1}{2Rn\psi_2}\right)^{3/7} \cdot \left[\frac{0{,}59\,\nu\, n\, k_\tau E}{Q(1-\mu^2)}\right]^{1/7} \tag{9}$$

Bei der Projektierung der Konstruktionen ausgehend von der Bedingung der vollen Ausnutzung von zulässiger relativer Grenzdurchbiegung $\left[\frac{f}{l}\right]$ sowie von rechnerischem Schubwiderstand der Wand, nimmt die entsprechende Optimalwert $H_{opt,\,\tau,\,f}$:

$$H_{opt,\tau,f} = \left(\frac{6M\psi_1 l}{AEn\psi_2}\left[\frac{l}{f}\right]\right)^{3/10} \cdot \left[\frac{0{,}59\,\nu\, k_\tau\, n\, E}{Q(1-\mu^2)}\right]^{1/10} \tag{10}$$

Die Isotense, die die Varianten der Konstruktion mit voller Ausnutzung der rechnerischen Grenzfestigkeit R des Stahls in den Gurten kennzeichnet, als auch die den Varianten mit zulässiger Relativgrenzdurchbiegung $\left[\frac{f}{l}\right]$ entsprechende Isoflexe, wie zuerst Sacharow W.W. und dann Rwatschow Ju.A. und Salamachin P.M. gezeigt haben, können sich (in verschiedenen Ebenen liegend) gegenseitig in drei unterschiedlichen Positionen befinden, die von Interesse sind. Die erste von ihnen kennzeichnet sich durch das Vorhandensein von wirklichen Schnittpunkt der Isotense mit Isoflexe, links von den Stellen, die den Minimalwerten dieser Kurven entsprechen.

Bei der zweiten Position liegt der Schnittpunkt der Isotense mit Isoflexe zwischen den Minimalwerten jeder der beiden Kurven. Die dritte Position wird durch die Existenz des Schnittpunktes rechts von Mindestwerten der Isotense und Isoflexe charakterisiert. Diese drei verschiedenen gegenseitigen Positionen der betrachteten Kurves legen drei mögliche Bereiche der Projektierung fest. Nehmen wir an, daß Projektierung ausgehend vom Konstruktionsfestigkeitnachweis durchgeführt wird.

Tragen wir auf die gegebene Isotense (Bild 2) zwei Isoflexen auf, die eine von denen, die der Relativdurchbiegung $\left(\frac{f}{l}\right)_1$ entspricht, durch das Isotense-Minimum verläuft, und die andere, die Varianten mit Relativdurchbiegung $\left(\frac{f}{l}\right)_2$ einschließende Isoflexe sich mit Isotense in der Stelle des Isoflexe-Minimums schneidet. Durch diese zwei Isoflexen werden drei Projektierungsbereiche festgelegt. Der erste Bereich befindet sich links von der ersten Isoflexe und wird durch das Vorhanden sein (bei den Varianten dieses Bereichs) der Relativdurchbiegungen, die die relative Durchbiegung der Variante mit Mindestgewicht überschreiten, gekennzeichnet.

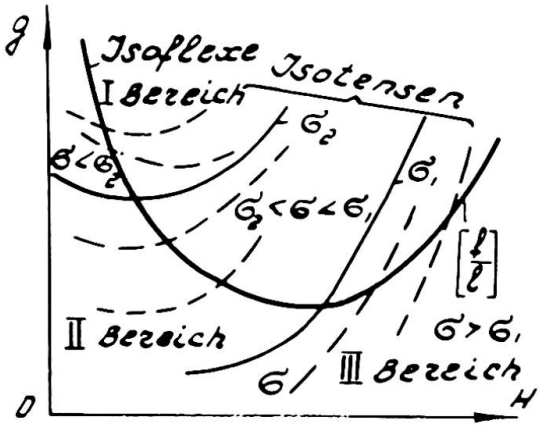

Bild 2

Der zweite Projektierungsbereich enthält die Varianten der gegebenen Isotense, die durch die Werte von Relativdurchbiegun-

gen , die $\left(\frac{f}{l}\right)_1$ unter - bzw. $\left(\frac{f}{l}\right)_2$ überschreiten, charakterisiert werden. Beim dritten Bereich kennzeichnen sich die Varianten durch die Relativdurchbiegungen, die den Wert $\left(\frac{f}{l}\right)_2$ unterschreiten.

Bei der Projektierung einer Konstruktion von der Bedingung ihrer Durchbiegung ausgehend, können ebenfalls ähnliche drei Bereiche der Projektierung bezeichnet werden. Die Grenzen dieser Bereiche werden durch die Schnittpunkte der gegebenen Isoflexe mit zwei Isotensen bestimmt. Die eine von ihnen, die die Varianten mit der Spannung σ_1 ,enthält, schneidet die Isoflexe in der Stelle des Isoflex-Minimums durch; die andere die Varianten mit der Spannung σ_2 einschließende Isotense schneidet die Isoflexe mit Isotense-Minimum durch. (Bild 3). In diesem Fall liegt der erste Projektierungsbereich oberhalb der der Spannung σ_2 entsprechenden Isotense; dieser Bereich charakterisiert die Varianten, die sich durch die volle Ausnutzung einer und derselben zulässigen Relativ-Grenzdurchbiegung $\left(\frac{f}{l}\right)$ sowie durch die σ_2 unterschreitenden Spannungen σ auszeichnen. Die Varianten dieses Bereichs mit der Spannungen, die σ_1 unter- bzw. σ_2 überschreiten, charakterisieren sich durch das Vorhandensein der gleichwertigen zulässigen relativen Grenzdurchbiegung $\left[\frac{f}{l}\right]$ ebenfalls. Der dritte Bereich befindet sich rechts von der Isotense mit der Spannung σ_1 . Die betreffenden durch die gegebene Isoflexe festlegenden Varianten haben dabei die Spannungen σ, die σ_1 überschreiten.

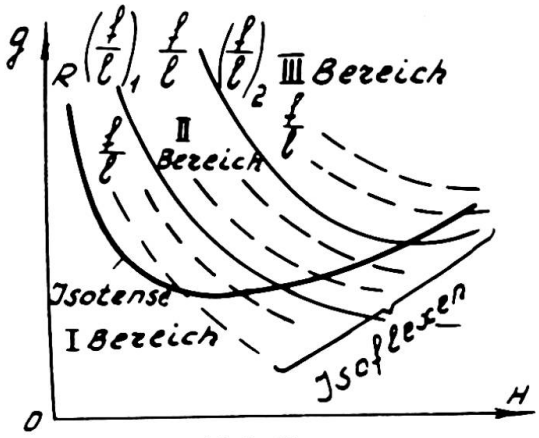

Bild 3

Die oben erwähnten Werte sind bei dem Festigkeitsnachweis nicht nur in Beziehung auf die für einen Werkstoff (bei einem bestimmten Wert von " R ") ermittelten Isotensen, sondern auch in Hinsicht auf die anderen, den Werkstoffen mit unterschiedlichen Rechenwerten der Grenzfestigkeit entsprechenden Isotensen zu finden. Bei dem Steifigkeitsnachweis ist es notwendig, über analoge Angaben nicht nur für die sich durch einen Wert der zulässigen relativen Grenzdurchbiegung $\left[\frac{f}{l}\right]$ charakterisierende

Isoflexe, sondern auch für verschiedene Isoflexen, die bei anderen Werten von $\frac{f}{l}$ bestimmt werden, zu verfügen. Das Vorhandensein der erwähnten Angaben erlaubt die gerechtfestigte zweckmäßigste Variante auszuwählen.

Aber schon die Ermittlung von nur einer Isotense bzw. Isoflexe erfordert einen großen Rechenaufwand. Bei der Lösung der Gesamt-Aufgabe aber hat man, wie es die obenangeführten Überlegungen beweisen, mit einer größeren Anzahl von Isotensen bzw. Isoflexen zu tun. Bei diesen Verhältnissen ist es erforderlich ein so großes Ausmaß an Rechenarbeit zu bewältigen, so daß diese umfangreiche Arbeit bei der Handberechnung nicht als praktisch annehmbar erachtet werden kann.

Etwas günstiger liegen die Verhältnisse bei der Ausführung des obengeführten Rechenaufwands mit Hilfe von elektronischen Rechenanlagen. Mit einem speziell für die betreffende elektronische Digitalrechenanlage ausgearbeiteten Programm wird die untersuchte Aufgabe mit grösstmöglicher Vollständigkeit und Exaktheit gelöst.

Literatur:

1. N.S. Strelezkij — Die Gesetzmässigkeit des Gewichtes für Stahlbrücken. Moskau. "Transpetschat" 1926.

2. W.W. Sacharow — Die graphisch- analytische Methode zur Bestimmung der Optimalhöhe von Stahlbrükkenbalken mit Wechselquerschnitt. Moskau, Institut für Bauingenieure, Sammlung N 10, 1956.

ZUSAMMENFASSUNG

Anhand der Untersuchung von zwei Typen der Gewichtskurven, die als Isotense und Isoflexe bezeichnet werden, wird eine Analyse der drei möglichen Projektierungsbereiche (ausgehend von der Festigkeit, der Festigkeit und Steifigkeit, sowie von der Steifigkeit) durchgeführt.

Diese Projektierungsbereiche werden in Abhängigkeit von der Art der Gegenseitigen Lage von Isotensen und Isoflexen festgelegt. Durch diese Analyse wird die Möglichkeit der exakten Ermittlung der gewichtsmäßig optimalen Konstruktionen gewährleistet.

SUMMARY

An analysis based on the study of two types of weight curves (isotenses and isoflexes) is presented for three possible areas of designing (strength analysis, strength and stiffness analysis and stiffness analysis). These areas are determined depending on the disposition of isotenses and isoflexes respecting each other.

The analysis provides the possibility of structural minimum weight optimization.

RÉSUMÉ

L'analyse des trois zones possibles de projection (suivant la résistance, résistance et rigidité, rigidité) est basée sur l'étude de deux types de courbes de poids (isotenze et isoflexe). On détermine ces zones en fonction du caractère de disposition mutuelle des isotenzes et isoflexes.

On peut trouver à l'aide de cette analyse des constructions dont le poids serait optimum.