**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH

Kongressbericht

**Band:** 8 (1968)

Artikel: Kritische Betrachtung der Sicherheitskriterien und ihrer grundsätzlichen

Auffassungen

**Autor:** Freudenthal, A.M.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-8688

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

## Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF: 23.11.2025** 

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

# Sicherheit

Ia

# Kritische Betrachtung der Sicherheitskriterien und ihrer grundsätzlichen Auffassungen

A. M. FREUDENTHAL

Professor of Civil Engineering, Columbia University, New York

Das Problem der Sicherheit der Tragwerke ist seit der ersten Tagung in Wien (1928) auf der Traktandenliste eines jeden Kongresses der IVBH in irgendeiner Form erschienen. Der einzige Unterschied besteht diesmal darin, daß der Zweck des Einführungsberichtes zu diesem Thema mehr ein Überblick über die heutige Situation sein soll als die Zusammenfassung verschiedener persönlicher Beiträge.

## 1. Allgemeine Betrachtungen

Es gibt drei Aspekte bei der Berechnung von Tragwerken:

- 1. Die Bestimmung der äußeren Kräfte («load-analysis»);
- 2. Die Bestimmung der Beanspruchung und der Spannungen («stress analysis»);
- 3. Die Bemessung (Dimensionierung) auf der Grundlage des maßgebenden Bruchmechanismus und der Materialeigenschaften («strength and safety analysis»).

Die größte Beachtung schenkte man in Forschung und Entwicklung stets der Berechnung der Spannungen. In der Tat betrachten die weitaus meisten Ingenieure die beiden anderen Aspekte nicht als bedeutsam, so daß diese meist nicht Gegenstand wissenschaftlicher Untersuchungen, sondern höchstens von Materialprüfung und Normzusammenstellungen bilden. Trotzdem dringt in wachsendem Maße – vor allem unter dem Einfluß der Entwicklungen beim Flugzeug- und Raumschiffbau – die Erkenntnis durch, daß die Bestimmung der Belastungen und der Sicherheit (load and safety analysis) wenigstens ebenso

wichtige Bestandteile der Berechnung von Tragwerken sind wie die eigentlichen statischen Berechnungen (stress analysis). Dies vor allem, weil unabhängig davon, wie genau die statische Berechnung selbst durchgeführt wird, ihr Resultat nur so zuverlässig sein kann wie die Bestimmung der Belastungen, die man ihr zugrundelegt. Ebenso scheint es absurd, die Berechnungsmethoden immer mehr verfeinern zu wollen, wenn andererseits bei der Bemessung die Resultate der statischen Berechnungen mit sogenannten «Gebrauchsspannungen» (working stresses = zulässige Spannungen), verglichen werden, die auf recht grobe Weise bestimmt worden sind, indem man die sehr zweifelhaften Festigkeitswerte, gewonnen aus konventionellen Materialprüfungen, durch noch viel zweifelhaftere sogenannte Sicherheitsfaktoren dividiert.

Seit einigen Jahren haben nun Ingenieure in verschiedenen Ländern versucht, sich mit dem Grundproblem der Sicherheit der Tragwerke auseinanderzusetzen [1-12]. Es ist dabei allerdings nur ein recht langsamer Fortschritt zu verzeichnen, weil eine große Mehrheit von Ingenieuren immer noch davon überzeugt ist, daß die «Intuition des Ingenieurs» und daneben die konventionellen Normen für die Projektierung sicherer und auch wirtschaftlicher Bauwerke genügen. Wo organisierte Versuche gemacht wurden zur Entwicklung einer modernen Konzeption der Bestimmung der Sicherheit und zur Einführung derselben in die Praxis, wie zum Beispiel durch ein Komitee der Institution of Structural Engineers in London unter Leitung von SIR ALFRED PUGSLEY [13], dessen letztes Buch [4] eine ausgezeichnete Einleitung und einen guten Überblick über die Sicherheit der Tragwerke gibt, sowie durch ein Komitee des International (European) Council for Building Research unter der Leitung von Professor Eduardo Torroja [14] und durch ein Komitee des ASCE unter der Leitung von OLIVER G. JULIAN und des Schreibenden [16], überall haben diese Versuche zu einem Kompromiss geführt zwischen der Überzeugung einer Minderheit von Komiteemitgliedern, daß nur eine radikale Erneuerung des Sicherheitsbegriffs auf wahrscheinlichkeitstheoretischer Grundlage zu einer wissenschaftlichen Begründung der Sicherheit führen könne, und dem Widerstand der Mehrheit gegen eine wahrscheinlichkeitstheoretische Interpretation des Sicherheitsbegriffs. Die vorgeschlagenen Änderungen der bisherigen Sicherheitsbestimmungen enthalten daher nur Halbheiten, wo sie sich auf die notwendige Entwicklung eines wahrscheinlichkeitstheoretischen Sicherheitsbegriffs beziehen, und vermeiden jede Erwähnung der Auffassung der «annehmbaren Bruchwahrscheinlichkeit», die ja der Schlüssel zu einer wissenschaftlichen Konzeption des Sicherheitsbegriffes ist.

Der eigentliche Grund für die sehr weitverbreitete Interesselosigkeit bei den Bauingenieuren gegenüber den Problemen der Bestimmung von Belastung und Sicherheit ist sicherlich, daß die meisten Bauwerke, mit wenigen Ausnahmen, längst nicht bis an die Grenzen des «Standes der Technik» ausgenützt sind, sondern die Beanspruchungen erheblich darunter bleiben. Deshalb sind Einstürze wegen unzulänglicher Bemessung sehr selten (meist entstehen sie aus

unvorhergesehener dynamischer Unstabilität) und lassen sich normalerweise bis zu («groben» d.Ü.) Fehlern bei der Ausarbeitung der Details, vor allem der Verbindungen, zurück verfolgen; die Ansprüche an die Wirtschaftlichkeit werden nicht sehr hoch gestellt, so daß eine Überbemessung des Tragwerks keine ernsten wirtschaftlichen Folgen haben kann und deshalb ohne große Bedeutung ist. Nur wenn ein Tragwerk auf die Grenze seiner Tragfähigkeit bemessen werden soll und jede ungerechtfertigte Verstärkung wegen der Erhöhung des Eigengewichtes nicht nur die Kosten erhöht sondern auch sein Tragvermögen beeinträchtigt, dann versagt die konventionelle Art der Bestimmung der Lasten und des Sicherheitsnachweises, da in diesem Fall die Beziehungen zwischen Sicherheit, Tragfähigkeit und/oder Wirtschaftlichkeit eine kritische Form annehmen.

Es ist das Resultat der schnellen Entwicklung auf dem Gebiete der bemannten Flugzeuge, daß die modernen Flugzeugtypen bei ihrer Bemessung normalerweise bis nahe an die Grenze ihrer Tragfähigkeit ausgenützt sind, so daß nur äußerste Sorgfalt beim Einsetzen der vorkommenden Beanspruchungen und die genaue Bestimmung eines als tragbar betrachteten Bruchrisikos (= Wahrscheinlichkeit des Versagens, d. Ü.), das durch erschöpfende Versuche nachgewiesen wird, zu Konstruktionen führt, die den Anforderungen genügen.

Ähnliche, wenn nicht noch strengere Bedingungen gelten für die Bemessung der Konstruktionen für die Raumfahrt. Dies hat zur Folge, daß die Bestimmung von Zuverlässigkeit und Tragvermögen auf dem Gebiete der Flugzeuge und der Raumschiffe zu Forschungsgebieten von dringlicher Wichtigkeit für die entsprechenden Industriezweige geworden sind. Theoretisch und experimentell wird diese Forschung durch die Wahrscheinlichkeitsrechnung und die statistische Methodik beherrscht. Die Literatur zu diesem Gebiet ist derart schnell gewachsen [17], daß ein spezieller Dokumentationsdienst eingerichtet werden mußte, um die Ingenieure und Forscher über neue Erkenntnisse und Entwicklungen [18] auf dem laufenden zu halten.

Daß man in letzter Zeit an allen Ingenieurschulen der USA umfangreiche Kurse über das Thema der wahrscheinlichkeitstheoretischen Sicherheit (reliability) eingerichtet hat, ist nur eine Auswirkung des wie ein Pilz in die Höhe geschossenen Interesses der Flugzeug- und Raumschiffindustrie an diesem Forschungszweig. Daneben befassen sich auch – allerdings in bescheidenem Maße – mehr und mehr die Bauingenieure mit der Untersuchung von Sicherheit und Beanspruchung. Das Merkmal der gegenwärtigen Entwicklung ist, daß – wenn auch nur schrittweise und sehr zögernd – eine immer größere Zahl von Bauingenieuren die wahrscheinlichkeitstheoretische Auffassung des Sicherheitsfaktors nebst dessen Beziehung zu einer zahlenmäßigen Darstellung des Risikos eines funktionellen oder totalen Versagens akzeptiert, durch die der Sicherheitsfaktor erst seinen Sinn bekommt. Das zeigt sich in jüngster Zeit in den häufigen Publikationen, in denen die grundsätzliche Idee der wahrschein-

lichkeitstheoretischen Deutung des Sicherheitsbegriffs wiederholt und auf spezielle Probleme angewandt wird [19–27].

Entsprechend dieser Deutung kann das Sicherheitsproblem der Tragwerke im gleichen Maße wie die Entwicklung moderner Methoden der statischen Berechnung nur auf eine wissenschaftliche Grundlage gestellt werden, wenn dabei die statische Verteilung von Belastung und Tragfähigkeit beachtet wird. Dies bedeutet weder, daß damit eine Reduktion der bisherigen Sicherheitsfaktoren einhergehen müsse noch daß sie gar gefordert werden soll, sondern nur, daß die Grundlage der Tragwerkssicherheit aus dem Reich der Metaphysik in die physikalische Wirklichkeit gebracht wird, wo die beste Annäherung eines konstanten physikalischen Parameters die Häufigkeitsverteilung ist.

Es muß allerdings zugegeben werden, daß der Widerstand gegen diese Anschauung nicht ganz ungerechtfertigt ist, wirft doch die Einführung eines Sicherheitsfaktors, der auf der Grundlage der Wahrscheinlichkeitstheorie basiert und mit einem bestimmten Bruchrisiko gekoppelt ist, anstelle der erprobten zulässigen oder «Gebrauchsspannungen» in der Bemessungspraxis zahlreiche Probleme theoretischer und praktischer Natur auf.

Die hauptsächlichsten theoretischen Probleme sind:

- a) Die Existenz nichtzufälliger Einflüsse auf die Sicherheit der Tragwerke, die nicht in statistische Approximationen einbezogen werden können, und
- b) die Unmöglichkeit, zufällige Ereignisse in jenem Bereich zu beobachten, der für das Sicherheitsproblem erst bestimmend ist. Dies bedingt eine Extrapolation weit über die Grenzen des Beobachtens hinaus.
  - Die wichtigsten praktischen Probleme sind:
- a) die Festsetzung und Rechtfertigung eines zahlenmäßigen Wertes für das «tragbare» Bruchrisiko, und
- b) die Darstellung der Resultate der ziemlich komplizierten Bestimmung der wahrscheinlichkeitstheoretischen Sicherheit in einer Form, die für die praktische Bemessung genügend einfach ist.

Dies sind in der Tat sehr wichtige Probleme. Wir müssen aber beachten, daß auch die konventionelle Methode der Bemessung keine absolute Sicherheit erzeugen kann, noch ergeben sich daraus Tragwerke, die in allen Teilen die gleiche Sicherheit aufweisen. Man kann leicht durch das Einführen einer statistischen Verteilung der vorkommenden Belastungen [28] sowie der entscheidenden Materialeigenschaften [29] zeigen, daß Tragwerke, die nach den heutigen Normen dimensioniert wurden, eine Bruchwahrscheinlichkeit besitzen, die nicht verschwindet und die sogar an verschiedenen Orten verschieden groß ist. Für Stahlkonstruktionen wie Straßenbrücken oder Masten liegt sie in der Größenordnung von 10-4 bis 10-5, bei Eisenbetonkonstruktionen bei 10-3 bis 10-5 für einen Belastungszyklus [30]. Wenn also von einer absoluten Sicherheit gesprochen wird, so ist dies nur eine angenehme Selbsttäuschung. Wird aber diese Fiktion aufrechterhalten, so ist es allerdings unmöglich, zu einer Bemessung auf gleichmäßige Sicherheit zu kommen, weil diese viel mehr auf die

«tragbare Bruchwahrscheinlichkeit» basiert werden muß, die ein wirklichkeitstreues Maß der Sicherheit gibt, als auf den Zahlenwert des Sicherheitsfaktors. Dieses Maß des Bruchrisikos kann auf verschiedene Arten [31] bestimmt werden, und die Wahl des Kriteriums hängt auch davon ab, ob das Bruchrisiko während der Lebensdauer als unveränderlich angenommen werden darf oder ob es sich mit dem Alter des Tragwerks ändert. Nur im ersten Fall können die «Wahrscheinlichkeit, daß sich ein Einsturz ereignet» und der «mittlere Zeitraum zwischen zwei Unfällen» als alternative Kriterien eingesetzt werden. Im zweiten Fall, wenn man annehmen muß, daß die Tragfähigkeit mit der Zeit oder mit der Anzahl Lastwechsel (Kriechen, Korrosion, Ermüdung) abnimmt, muß das Risikokriterium die Schadenanhäufung im Bruchmechanismus berücksichtigen.

# 2. Der wahrscheinlichkeitstheoretische Sicherheitsbegriff

Die wahrscheinlichkeitstheoretische Deutung der Sicherheit der Tragwerke gründet sich darauf, daß die Lasten und anderen Kräfte, die am Tragwerk angreifen, als statistische Bevölkerung mit bekannter Verteilung eingeführt werden, während die Tragfähigkeit ebenfalls durch eine Bevölkerung von (nominell identischen) Tragwerken repräsentiert wird. Die Bruchwahrscheinlichkeit p<sub>F</sub> bezieht sich dann unter einer bestimmten Belastung oder Lastanordnung auf diese Bevölkerung von Tragwerken mit statistisch variabler Tragfähigkeit, R, von denen jedes einer Belastung oder einer Lastgruppe aus der Bevölkerung S statisch variabler Belastungen unterworfen ist. Dann bedeutet p<sub>F</sub> den Erwartungswert der relativen Anzahl von Tragwerken, die in diesem «Spiel» zwischen Beanspruchung und Tragfähigkeit versagen. Deshalb ist  $p_F$  auch die Wahrscheinlichkeit dafür, daß irgendeines der Tragwerke unter einem Belastungszyklus zusammenbricht. Diese Wahrscheinlichkeit ist aber nicht ein direktes Maß der Sicherheit des Tragwerkes, das einer zufälligen Sequenz von Lastzyklen aus der Bevölkerung der Belastungen unterworfen ist. Ein solches Maß wird erst durch die «Zuverlässigkeitsfunktion»  $L_N(n)$  beschrieben, die als Wahrscheinlichkeit dafür definiert ist, daß die Lebensdauer des Tragwerkes gemessen durch die Zahl N der Lastzyklen bis zum Versagen n, nämlich die Anzahl der (aufzubringenden) Lastzyklen übersteigt, oder

$$L_N(n) = Pr\{N > n\} \tag{2.1}$$

so daß die Wahrscheinlichkeit des Bruches vor dem oder gerade beim *n*-ten Lastzyklus

$$F_N(n) = 1 - L_N(n) = Pr\{N \le n\}$$
 (2.2)

beträgt. Die Wahrscheinlichkeit, daß der Bruch des Tragwerkes gerade beim n-ten Lastzyklus erfolgt, beträgt dann offenbar

$$f_N(n) = Pr\{N = n\} = F_N(n) - F_N(n-1)$$
 (2.3)

so daß die Wahrscheinlichkeit, daß das Tragwerk n-1 Lastzyklen überlebt hat und bei der n-ten Belastung versagen wird,

$$h_N(n) = f_N(n)/L_N(n-1)$$
 (2.4)

ist. Die Funktion  $h_N(n)$  bezeichnet dann das «Bruchrisiko» oder den Bruchanteil (failure rate).

Wenn man n in erster Annäherung als stetige Variable behandelt, kann Gleichung (2.3) in der folgenden Form geschrieben werden:

$$f_N(n) \cong \frac{d}{dn} F_N(n) \tag{2.5}$$

und somit:

$$h_N(n) = -\frac{d}{dn} \ln L_N(n) \tag{2.6}$$

oder

$$L_N(n) = \exp\left[-\int_0^n h_N(\xi) d\xi\right]$$
 (2.7)

womit die Beziehung zwischen Vertrauens- und Risikofunktion gegeben ist. Mit der vereinfachenden Annahme, daß die Bruchwahrscheinlichkeit  $p_F$  unabhängig ist von n, ist die Wahrscheinlichkeit, daß der n-te Lastzyklus überstanden wird,

$$L_N(n) = (1 - p_F)^n (2.8)$$

und damit bei Berücksichtigung von (2.6):

$$h_N(n) \cong p_F = T_F^{-1}$$
 (2.9)

wobei  $T_F$  den Erwartungswert für die Periode der Wiederkehr des Bruchereignisses oder der Anzahl Lastzyklen zwischen zwei Bruchereignissen bezeichnet («waiting time»).

Aus Gleichung (2.7) können wir, wenn  $np_F \ll 1$  ist, annähern:

$$L_N(n) = exp(-np_F) \sim (1 - np_F) \text{ und } F_N(n) \sim np_F$$
 (2.10)

Gleichung (2.10) definiert dann die Vertrauensfunktion für die «Möglichkeit» des Bruchereignisses und die Beziehung zwischen  $F_N(n)$  und  $p_F$ .

Die Beziehung zwischen den Sicherheitsfaktoren und der Bruchwahrscheinlichkeit  $p_F$  folgt einfach aus der Definition des Sicherheitsfaktors  $\nu$  als statistische Variable mit der Wahrscheinlichkeitsdichte  $p_{\nu}(\nu)$  und der zugeordneten (Summen-)funktion:  $P_{\nu}(\nu) = \int_{0}^{\nu} p_{\nu}(t) dt$ , die durch das Verhältnis

$$\nu = R/S \tag{2.11}$$

gegeben ist. Dabei bezeichnet R > 0 die Tragfähigkeit oder den «Widerstand» des Tragwerks und S > 0 die aufgebrachte Belastung, wo beide Größen als statistische Variable mit den Wahrscheinlichkeitsdichten  $p_R(R)$  und  $p_S(S)$  und den zugeordneten Funktionen  $P_R(R) = \int_0^R p_R(t) dt$  und  $P_S(S) = \int_0^S p_S(t) dt$  zu denken sind. Die Bruchwahrscheinlichkeit  $p_F$  ist somit

$$p_F = Pr\{\nu < 1\} = P_{\nu}(1) \tag{2.12}$$

wobei man die Wahrscheinlichkeitsfunktion des Quotienten  $\nu$  bei Verwendung der Funktionen  $p_R(R)$  und  $p_S(S)$  in der Form [32]

$$P_{\nu}(\nu) = \int_0^\infty P_R(\nu t) p_S(t) dt \qquad (2.13)$$

erhält. Dann gilt

$$p_F = P_{\nu}(1) = \int_0^\infty P_R(t) p_S(t) dt = \int_0^\infty P_T\{R < t\} \cdot P_T\{S = t\} dt$$
 (2.14)

oder auch

$$p_F = \int_0^\infty Pr\{S > t\} \cdot Pr\{R = t\} dt = \int_0^\infty [1 - P_S(t)] \cdot p_R(t) dt$$
. (2.15)

Wir haben bei (2.11) bis (2.15) stillschweigend angenommen, daß die Variablen R und S statistisch unabhängig sind. Diese Annahme ist genügend genau für die meisten Tragwerke, die ohne dynamische Einflüsse dimensioniert werden können.

Daß Gleichungen (2.14) und (2.15) eine Beziehung zwischen  $p_F$  und einem Sicherheitsfaktor bestimmen, kann leicht für den Fall exponentieller Verteilungen von R und S für R > 0 und S > 0 gezeigt werden. Es seien:  $P_R(R) = 1 - exp(-\alpha R)$  und  $1 - P_S(S) = exp(-\beta S)$  und somit  $p_R(R) = 1 - exp(-\alpha R)$ 

$$P_R(R) = 1 - exp(-\alpha R)$$
 und  $1 - P_S(S) = exp(-\beta S)$  und somit  $p_R(R) = a \exp(-\alpha R)$  und  $p_S(S) = \beta \exp(-\beta S)$ . Dann folgt aus Gleichung (2.14):

$$p_F = \int_0^\infty (1 - e^{-\alpha t}) \beta e^{-\beta t} dt = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} = \frac{1}{1 + \bar{R}/\bar{S}} = \frac{1}{1 + \nu_0}$$
 (2.16)

wobei die Erwartungswerte von R und S:  $E[R] = \overline{R} = \alpha^{-1}$  und  $E[S] = \overline{S} = \beta^{-1}$  und somit  $v_0 = \beta/\alpha = \overline{R}/\overline{S}$  die zentrale Tendenz der Verteilung des (statisch variablen) Sicherheitsfaktors v angibt, der in Gleichung (2.13) definiert wurde:  $P(v) = (1 + v_0/v)^{-1}$ . Dieses Maß soll im folgenden als «zentraler» Sicherheitsfaktor bezeichnet werden.

Da die Vereinfachung, die durch die Wahl von Exponentialverteilungen für R und S getroffen wurde, zu weit geht, schließt sich in Wirklichkeit die Anwendung von Gleichung (2.16) aus. Nichtsdestoweniger illustriert diese Glei-

chung das wichtigste Ergebnis aller Beziehungen  $p_F$  und  $v_0$ : Wenn ein «zentraler» Sicherheitsfaktor in der Bemessung gebraucht wird, so muß sein Wert von sehr großer Ordnung sein, damit eine genügend kleine Bruchwahrscheinlichkeit garantiert werden kann. Die konventionelle Bemessung ist allerdings nicht auf einen «zentralen» Sicherheitsfaktor begründet, weil ja die Normenwerte für Last- und Tragfähigkeit unter der stillschweigenden Annahme bestimmt wurden, daß die Bemessungslast ein «Maximalwert» sein müsse, wogegen die Tragfähigkeit auf einem «Minimalwert» der entscheidenden Materialwerte basiert ist. Eine «maximale» Belastung  $S_{max}$  und eine «minimale» Tragfähigkeit  $R_{min}$  können jedoch (mit einigen Ausnahmen, nämlich wo eine obere Grenze der Lasten aus funktionalen Gründen gegeben ist, wie durch den maximal verfügbaren Stapelraum, die dichteste Volksmenge, das größte Lokomotivengewicht) nur in statistischen Termen wissenschaftlich definiert werden, nämlich als Lastintensität  $S_{max} = S_q$ , die mit einer genügend kleinen Wahrscheinlichkeit  $q = Pr\{S > S_q\}$  überschritten, und als Tragfähigkeit  $R_{min}$ , die mit der genügend kleinen Wahrscheinlichkeit p = Pr $\{R < R_p\}$  unterschritten wird. Führen wir die Parameter  $\xi_p$  und  $\eta_q$  ein, so daß  $R = \xi_p \bar{R}$  und  $S_q = \eta_q \bar{S}$  und definieren wir einen «konventionellen» Sicherheitsfaktor

$$\bar{\nu} = R_{min}/S_{max} = R_p/S_q = (\xi_p/\eta_q)\nu_0$$
 (2.17)

so kann die Beziehung zwischen  $\bar{\nu}$  und  $\nu_0$  leicht bestimmt werden. Mit  $\xi_p < 1$  und  $\eta_q > 1$ , wird  $\nu_0 >> \bar{\nu}$ ; daraus erklärt sich die Diskrepanz zwischen den Werten des Sicherheitsfaktors der konventionellen Bemessungen und den «zentralen» Sicherheitsfaktoren, die aus der wahrscheinlichkeitstheoretischen Sicherheitsbestimmung, begründet auf Mittel, Median oder Modus von Belastungs- und Tragfähigkeitsmaßen, hervorgehen.

Vorhandene Beobachtungen über die Verteilungen der wichtigsten Materialeigenschaften deuten darauf hin, daß unter der Bedingung einer sehr guten Qualitätskontrolle eine logarithmisch-normale Verteilungsfunktion eine recht gute Beschreibung davon liefert. Andererseits zeigt die Auswahl der meisten Lastspektren (für die Bemessung), wobei nur das Gebiet der höheren Belastungen behandelt wird, daß eine Verteilung der (oberen) Extremwerte (= Extremwertverteilung) eine gute Annäherung ist. Da dabei nur dieser (obere) Ast der Lastverteilungen einbezogen wird, reduziert sich offenbar die Auswahl der Lastzyklen, die in der Sicherheitsbestimmung betrachtet werden sollen, so daß  $F_N(n)$  durch einen höheren zulässigen Wert  $p_F$  (Gleichung 2.10) spezifiziert werden kann, als wenn das gesamte Belastungsspektrum betrachtet würde. Die Beziehungen für  $p_F(v_0)$  und  $p_F(\bar{v})$  sind für die oben bezeichneten Ausnahmen berechnet und in Fig. 1 zusammengestellt worden. Fig. 2 zeigt die Funktion  $p_F(\bar{\nu})$  für p=0,1 und q=0,01 und eine Anzahl charakteristischer Variationskoeffizienten von S und R, verglichen mit denen, die man aus einer logarithmisch-normalen Verteilung für S und einer Extremalverteilung für R

erhält [34]. Der Vergleich zeigt den Einfluß der verschiedenen für S und R eingesetzten Verteilungen.

Bei der hier behandelten Sicherheitsbestimmung wurde impliziert, daß ein einziger Bruchmechanismus, der sich einmal entwickelt hat, auch den Zusammenbruch des Tragwerkes zur Folge hat. Dieser Bruchmechanismus kann auf eine maximal zulässige reversible (oder irreversible) Verformung bezogen werden, deren Überschreiten als funktionelles Versagen und somit als Bedingung für die «Unbrauchbarkeit» (unserviceability) betrachtet werden kann. Der Bruchmechanismus kann Versagen einer kritischen Stelle im Tragwerk oder auch, häufiger, als Instabilität des Tragwerkes (kinematischer Zusammenbruch, Knicken) verstanden werden.

In der heutigen Forschung wird unterschieden zwischen Tragwerken, die in einer oder der anderen oben angewandten Weise versagen, nämlich einerseits durch einen «Einzelteil» oder eben das «schwächste» Glied, oder andererseits durch eine Folge des Nachgebens verschiedener Glieder oder Teile bei jeweiliger Kräfteumlagerung [35]. Allerdings ist die Betrachtung dieses «Kettenreaktions»-Typs meist nicht von praktischer Bedeutung, weil das Versagen eines der überzähligen Glieder durch Bruch oder Fließen die Bruchwahrscheinlichkeit der übrigen Glieder plötzlich sehr stark erhöht, so daß die Wahrscheinlichkeit des «Überlebens» des Tragwerks wesentlich beeinträchtigt ist, außer es handle sich um einen Fall mit außerordentlich vielen überzähligen Gliedern.

Die oben angeführte «Überzähligkeit» (stat. Unbestimmtheit, d. Ü.) ist so zu verstehen, daß die aufgebrachte Belastung gleichzeitig von allen Gliedern des Tragwerks getragen wird, wie im Fall eines Bündels paralleler Fäden, im Unterschied zum «nicht überzähligen» (statisch bestimmten) Tragwerk, das durch eine Kette dargestellt wird, bei der alle Glieder die volle Last tragen. Keiner der beiden Modellfälle aber zeigt den Charakter etwa einer Brücke oder anderer Tragwerke, bei denen nicht alle Glieder durch die gleiche Last oder Lastgruppe gleich stark beansprucht sind. Die höchste Beanspruchung wird in verschiedenen Gliedern durch verschiedene Lastfälle bewirkt, die voneinander unabhängig sind. In einem bestimmten Tragwerk muß die Bruchwahrscheinlichkeit jedes Gliedes gesondert bestimmt werden, damit das «kritische» Glied gefunden werden kann, nämlich jenes Element, das den höchsten Wert von  $F_N(n) \sim n p_F$ besitzt. Der Bruchmechanismus eines statisch bestimmten Systems ist jener, der das Versagen des «kritischen» Gliedes enthält oder, im Fall daß mehrere Glieder mit dem gleichen Wert  $F_N(n)$  vorkommen, das Versagen irgendeines von diesen.

Die Berechnung der Bruchwahrscheinlichkeit eines m-fach statisch unbestimmten Systems erfordert die Betrachtung der m aufeinanderfolgenden Zustände abnehmender statischer Unbestimmtheit, die das Tragwerk bis zum Eintritt in den endlichen Bruchmechanismus durchläuft, bei dem die m überzähligen Glieder sowie das «kritische» des zuletzt sich ergebenden statisch bestimmten Tragwerks versagt haben. Die Schwierigkeit rührt daher, daß weder

der Weg vom statisch unbestimmten Tragwerk bis zum Bruchmechanismus noch der Bruchmechanismus selbst einzig sind, weil es in der Regel mehr als eine Gruppe von (m+1) Gliedern gibt, denen Versagen mit dem Zusammenbruch des Tragwerkes gleichgesetzt werden kann.

Tritt der Zusammenbruch durch das gleichzeitige Versagen aller m+1 notwendigen Glieder bei einem festgelegten Lastfall ein, so kann die Bruchwahrscheinlichkeit jedes einzelnen Gliedes zu  $p_F$  berechnet werden. Die Bruchwahrscheinlichkeit des gesamten Tragwerks ist dann  $kp_F^{(m+1)}$  wo k die Anzahl der möglichen und unabhängigen Folgen von (m+1) Gliedern bezeichnet, deren Versagen zum gleichen Bruchmechanismus führt. Sonst beträgt die «Überlebenswahrscheinlichkeit» unter (m+1) unabhängigen Lastwechseln des Lastmusters nach Gleichung (2.8):

$$L_N(n) = [1 - k p_F^{(m+1)}]^n (2.18)$$

oder wo  $k p_F^{(m+1)} \ll 1$ ,

$$L_N(n) \sim 1 - nk p_F^{(m+1)}$$
 (2.19)

und

$$F_N(n) \sim nk p_F^{(m+1)} < np_F$$
 (2.20)

außer k sei außerordentlich groß und n sehr klein. Die Bruchwahrscheinlichkeit  $p_F$  einer der k-Gruppen von (m+1) Gliedern eines statisch unbestimmten Tragwerks kann somit für einen bestimmten Wert  $F_N(n)$  größer sein als für das kritische Glied eines statisch bestimmten Tragwerks.

Die obigen Gleichungen stellen allerdings erst eine erste Annäherung an das Sicherheitsproblem statisch unbestimmter Tragwerke dar, dessen wirkliche Lösung ein detailliertes Studium der möglichen Bruchmechanismen eines Tragwerks voraussetzt, wobei nicht nur das Versagen unter einer Bevölkerung unabhängiger Lasten, sondern auch unter aufeinanderfolgenden Lastwechseln gehört, von denen jeder ein partielles Versagen von weniger als (m+1) Gliedern zur Folge haben kann. Darüber ist noch sehr wenig gearbeitet worden [36].