**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH

Kongressbericht

**Band:** 7 (1964)

**Rubrik:** V: Behaviour of structures

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 09.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

# Béton armé et béton précontraint Stahlbeton und Spannbeton Reinforced and Prestressed Concrete

V

Comportement des constructions Verhalten der Bauwerke Behaviour of Structures

Va

Comportement des constructions sous l'effet de la température, de l'humidité et du temps (déformation et ruine sous charges de longue durée, par exemple)

Verhalten der Bauwerke unter Einfluß von Temperatur, Feuchtigkeit und Zeit (z. B. Verformung und Zusammenbruch unter Dauerlasten)

Behaviour of Structures with Regard to Temperature, Humidity and Time (e.g. Deflection and Collapse Under Longtime Loading)

Vh

Expériences acquises par des essais sur des éléments d'ouvrages sollicités au-dessus de la limite élastique

Erfahrungen aus Versuchen an über die Elastizitätsgrenze beanspruchten Bauteilen Experience From Tests of Structures Beyond Elastic Limits

V c

Corrosion des armatures et détériorations en résultant Korrosion von Armierungsstählen und daraus folgende Schäden Corrosion of Reinforcing Steels and Resulting Damage

# **General Report**

DOUGLAS MCHENRY Skokie, Ill.

## Va. Behavoir of Structures with Regard to Temperature, Humidity and Time.

The seven papers accepted under Theme Va approach the subject through mathematical analysis, laboratory tests, and field observations. The authors are concerned primarily with time-dependent effects, that is, creep and shrinkage. Going back into history, it may be noted that in the year 1905 a

paper by IRA H. Woolson reported on "Some Remarkable Tests Indicating Flow of Concrete Under Pressure''. This is perhaps the first published report on the creep of concrete. The subject has been under investigation ever since, so we now have a background of nearly 60 years of study. A recent bibliography on creep contains nearly 500 references. Studies of drying shrinkage have been in progress for an even longer time. Most of the laboratory tests reported in this extensive literature deal with the problem of separating and evaluating the numerous variables which influence creep and shrinkage, with respect to both rate and total amount; and most of them have been restricted to small-size prisms or beams. The total problem is a complex one, even when limited to the empirical approach of the laboratory worker studying only 15 cm prisms under constant sustained load (or zero load for shrinkage) and in a precisely controlled environment. Good progress has been made in comparing the effects of such variables as temperature, relative humidity, cement composition, mix proportions, stress level, and some others. The word "comparing" was used advisedly, for progress has been somewhat less marked in the areas of understanding the mechanism of creep and shrinkage and evaluating their effects on the performance of structures. Numerous review papers are available which summarize the state of our knowledge, and mention may be made especially of a recent comprehensive review by R. L'HERMITE [1]1).

Still restricting our attention to specimens tested in the laboratory under controlled conditions and constant load, one particular area is virtually demanding increased attention. I am speaking of what has been referred to by some as the effect of specimen size on creep, but which is more properly the inter-relationship between creep and drying shrinkage. It is unlikely that specimen size, per se, has much effect on creep rate or on ultimate creep, but there is no doubt that drying shrinkage (as influenced by geometry of the member and other factors) has a significant influence on the rate of creep and also perhaps on the ultimate creep. Fortunately, this matter is now under study, but (unfortunately) the natural processes involved occur at a rate which required several years for completion of an experiment. Transfer of creep data from a 15 cm prism to a full-size bridge girder is highly uncertain, and it is partly for that reason that measurements of service structures, as reported in some of these papers, are particularly important. It is hoped that such field observations will become more common and will be reported in the literature, in spite of the difficulty and uncertainty involved in the analysis of such data.

As soon as we leave the controlled environment and the constant loading conditions of the laboratory, a complete new set of problems is thrust upon us; but these added problems are the most important ones which confront us. They are the problems which represent the gap between materials research

<sup>1)</sup> References see page 885.

and structural engineering. Although progress is being made, as is demonstrated by some of the papers of this Congress, that gap is largely unfilled.

The creep of concrete under varying loads, the interchange of stress between concrete and reinforcing or prestressing steel, and the relaxation of stress under variable restraint, are still not well understood. In 1943 the writer [2] proposed a treatment of creep effects having a considerable degree of generality, but admittedly he has not pursued it although some others have — recently, for example O. C. Zienkiewicz [3]. In the same year A. D. Ross [4] published a method for solving a variety of creep problems for concrete of stable properties (neglecting the effect of increasing hydration) through the spring and dash-pot analogy. From that time on a variety of papers have appeared dealing with specific instances of structural analysis, and a few have appeared which present the subject with a degree of generality. The studies of N. Kh. Aroutiounian [5] may be mentioned especially.

Perhaps those of us who are hoping for a generalized treatment which will be useful to the practicing engineer in a design office of the usual type are searching for a philosopher's stone. But the acceptance of advanced and more precise design concepts, the break with precedent in building daring structures, and the demand for maximum economy in the use of materials and labor, require that these effects, frequently thought of as secondary, must be considered in the design of many structures.

Generalized treatments, particularly those involving indeterminate or composite structures, frequently involve mathematical concepts which are advanced in character or laborious in application. The use of digital computers is bringing some of these within the realm of practical usefulness, and it may be that analog computers will in time solve many of our structural problems. It is becoming increasingly important that a closer line of communication be established between the materials research engineer and the mathematical analyst. In particular, the latter must tell the former what type of tests he needs in order to formulate or to simplify his analyses. And the structural designer must likewise inform the mathematician as to just what is needed to accomplish the end result.

It may be worthwhile in this General Report to mention certain matters which may be familiar to students of the subject, but which are perhaps less well-known to some others who are concerned with the application of creep analysis to structural problems.

Acceptance of the validity of the superposition of load effects (for both positive and negative load increments) is implicit in virtually all analytical treatments. Laboratory tests made during the past 20 years appear to confirm the principle of superposition as a reasonable hypothesis. Concepts other than superposition have been introduced through various numerical procedures, but superposition will be accepted in the brief discussions which follow.

As mentioned previously, most laboratories have measured creep strain

under the condition of constant stress, leading to the so-called creep function. Some laboratories are now equipped to determine the relaxation function, that is, the function defining the diminishing stress under constant strain. The latter function is often the more useful of the two, for in some structural applications it may lead to a differential equation while use of the creep function would lead to a less tractable integral equation. However, it should be noted that the two functions can be interchanged mathematically. If the creep function is expressed as a simple exponential,  $\epsilon(t) = \alpha(1 - e^{-rt})$ , then the creep due to a varying stress,  $\sigma(\tau)$ , with  $\sigma(0) = 0$ , is given by

$$\epsilon(t) = \alpha \int_{0}^{t} (1 - e^{-r(t-\tau)}) \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} d\tau. \tag{1}$$

Treating this as an integral equation with the condition  $\epsilon = \text{constant}$ , the corresponding relaxation function is determined as

$$\sigma(t) = \frac{\sigma(0)}{E \alpha + 1} \left( 1 + E \alpha e^{-rt(E \alpha + 1)} \right). \tag{2}$$

For other functions the conversion can be made either analytically or numerically.

Another device which sometimes leads to simplification consists in changing the form of equation (1). Expressing that equation as

$$\epsilon(t) = \int_0^t u \, dv = u \, v \Big]_0^t - \int_0^t v \, du$$

we may substitute

$$u = F(t - \tau),$$
  $dv = \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau}d\tau.$ 

With the boundary conditions that  $\sigma(\tau) = 0$  when  $\tau = 0$  and  $F(t - \tau) = 0$  when  $t = \tau$ , we arrive at

$$\epsilon(t) = -\int_{0}^{t} \sigma(\tau) \frac{d}{d\tau} F(t - \tau) d\tau.$$
 (3)

The third device may be considered at this time as a theorem which appears to merit further study. The research worker is of course interested in the complete time-stress-strain history of the processes of creep and shrinkage; but the structural designer is frequently concerned only with the final state of his structure. This end result will probably be reached within a few years after construction, but in analysis it is reached by letting  $t \to \infty$ .

It appears that for a large class of problems the end result is independent of the path by which it is reached *provided* we assume that time-dependent changes in the properties of the material may be neglected. The class of problems referred to includes (and is restricted to) those in which the imposed loading, regardless of its source, eventually reaches a stable value. The concept may be illustrated by an example. Adopting again the creep function  $\epsilon(t)$  =

 $=\alpha (1-e^{-rt})$ , let us apply the time-dependent stress  $\sigma(\tau) = \beta (1-e^{-m\tau})$  which has the limiting value  $\sigma(\infty) = \beta$ . Substituting the expressions for  $\epsilon(t)$  and  $\sigma(\tau)$  into either Eq. (1) or Eq. (3) and integrating yields a fairly complex equation of the form  $\epsilon(t) = F(\alpha, \beta, r, m, t)$ . Substitution of  $t = \infty$  into that equation reduces it to simply  $\epsilon(\infty) = \alpha\beta$ ,

in which the rate factors r and m disappear. If the ultimate stress,  $\beta$ , is applied instantaneously at t=0 and maintained constant thereafter, the ultimate creep is likewise given by  $\epsilon(\infty) = \alpha \beta$ . It appears that the same treatment may be applied to any stress history which eventually reaches a stable value. Within the limitations imposed by the assumptions, a stress which reaches and then maintains a constant value will produce the same ultimate creep as if the ultimate value of the stress were applied at t=0 and maintained constant thereafter. This appears to be consistent with the concept of creep as delayed elasticity.

Still another device, which can be only mentioned here, involves entering the creep characteristics of the material into fictitious boundary forces and body forces, and solving the resulting problem as one of pure elasticity.

One will have no difficulty, of course, in pointing out the differences between our true material and the idealized material treated in the above concepts; but they may still serve as a useful background for more realistic developments and for approximate applications.

Mr. Z. P. Bažant has developed an analysis of creep and shrinkage effects which appears to possess a considerable degree of generality. The effect of the increasing age of the concrete has been introduced through Dischinger's assumption. As noted by the author, that assumption, unfortunately, is not a very accurate representation of reality. However, its adoption led to a mathematical system which can be solved (especially with the help of a digital computer) for a variety of non-homogeneous or statically indeterminate cases. The author proposes that the influence of seasonal climatic variations on creep and shrinkage may be accounted for by distorting the time scale.

Mr. E. Gibschmann has emphasized, as have other contributors, the importance of climatic conditions on the creep occurring in concrete structures, noting that the ultimate creep in the warm southern regions of the USSR may be twice as great as in a moderate climate. He has then investigated with considerable mathematical thoroughness the effects of creep and shrinkage on systems which are statically both determinate and indeterminate. The equations, as is to be expected, become rather involved, but are simplified for the condition of greatest interest, that is, for the ultimate condition reached as  $t \to \infty$ . Mr. Gibschmann treats the properties of the concrete as stabilized, which is probably a necessary assumption by his method of attack. However, his method permits consideration of dissimilar concretes, or concretes of different ages, in statically indeterminate systems.

Messrs. Olszak and Stepien have conducted a mathematical investigation of the effects of creep in spirally reinforced concrete columns under axial load, studying particularly the case in which the spiral is prestressed. As is customary, and probably necessary in the interest of reaching a solution, it has been assumed that the creep function does not change with increasing age of the concrete. Their derivation leads to an integral equation of the Volterra type, and the solutions are of considerable practical interest. The practical results are expressed in terms of the time-dependent safety factors of the column, considering the possibilities of failure of either the concrete core or the spiral binding. It appears that the optimum amount of prestress for any column can be determined by their methods.

G.Brendeland H. Rühle have reported test data on the important question of cracking in reinforced concrete beams as affected by sustained loading. Some of the flexure specimens were loaded to the point at which measurements indicated that cracks not yet visible had formed, and this same load was then sustained for two years. Cracks became visible at 2 to 3 months, and the maximum opening increased gradually to about 0.09 mm at two years. In other specimens under sustained loads of 50 to 75% of ultimate, the initial maximum crack widths of about 0.13 mm increased to about 0.23 mm in two years. The ratios of creep strains and creep deflections to the initial elastic strains and deflections were substantially less than the corresponding ratios of compressive strains for prisms under axial load. The effect of the sustained load and the additional cracking did not reduce the ultimate flexural strength of the beams, as was demonstrated by comparison with corresponding specimens tested without sustained load.

Mr. Abeles reports an 8-year record of measured deflection of four platform roofs, each 130 ft. long by 36 ft. wide and supported on four columns. The three prestressed slabs are supported on two beams, and they cantilever from the columns a distance of 36.5 ft. at the ends and 12 ft. at the sides. Due to unfavorable weather at the time of construction, concrete strengths were lower than had been anticipated. The deformations due to prestressing were about twice the values expected. Deflection measurements were started in 1955, about one year after construction, and have been continued since that time. During the 8-year period the excessive initial upward deflection of the cantilever ends reduced by about 1.5 in. Mr. Abeles has related the variation in deflections to temperature, snow load, and other factors; but because of the complexity of the conditions was unable to draw definite conclusions regarding the effects of shrinkage and creep. A principal conclusion is that the behavior of the thin slabs has been quite satisfactory in spite of adverse construction conditions and excessive initial deformations.

Another interesting 7-year record of measurements is presented by Mr. Aichhorn — in this case a record of length changes rather than of deflections. In three prestressed bridges steel rods 30 m long were embedded without bond

and anchored at one end. Dimensional changes were measured by dial gages at the free end. The measurements are compared with smooth curves of the exponential type. Deviations from the smooth curves suggest that the course of creep and shrinkage is influenced by climatic conditions at the time of construction as well as by seasonal changes thereafter. The author states that in future tests an attempt will be made to separate the contractions due to shrinkage and creep.

HERBERT GÖNER describes the interesting and somewhat different case of long-time deformations of the Syratal Bridge. A point of particular interest is that measurements are available with a degree of continuity for the past 57 years. The bridge is described as being made of a sort of concrete masonry with about 45% mortar component, and apparantly it was the largest massive arch bridge in the world when it was completed in 1905. The total span between massive supports is 90 m, but the span of the true arch is taken as 65 m. From design considerations, the initial settlement of the crown was expected to be 150 mm, but measurements showed 206 mm. This settlement increased moreor-less regularly to 508 mm in 1962; and it is continuing although at a diminishing rate. The paper reports the measurements together with the history of the bridge, including the effects of bomb damage and of various remedial measures. Those in responsible charge are to be commended highly for maintaining the continuing long-time record of crown deflections and other aspects of performance. It is indeed unfortunate that comparable records are seldom kept on other structures of more modern types.

# Vb. Experience from Tests of Structures Beyond Elastic Limits

The five papers accepted under Theme Vb are too diverse in character to permit any generalized discussion of their contents. They cover ultimate load capacity of prestressed girders, yield line formation in skewed plates, combined bending and torsion in the inelastic range, and the behavior of plastic hinges including the effect of load reversals.

It is encouraging to note the progress which is being made toward understanding the performance of reinforced concrete beyond the elastic stage, and particularly noteworthy in that respect is the cooperative research program under the guidance of the Commission on Hyperstatism of the European Concrete Committee. That program represents perhaps the most significant accomplishment to date in world-wide cooperation of structural testing laboratories.

The test data presented in the papers of Theme V b enter unavoidably into the complex field of non-linear mechanics. As in the case of creep and shrinkage studies discussed under Theme Va, a large gap remains to be closed. Perhaps a gap will always remain, for in some problems unique solutions appear to be non-existent; in others, the best that can be done is to define upper and lower bounds. The mathematician may insist that there is no set approach to non-linear problems, but perhaps he can devise an approach if the laboratory will provide him with full data on the inelastic properties of the materials concerned. That gives rise to a situation in which both must compromise, one defining the minimum which he needs and the other the maximum which he can provide. We arrive again at the need for intimate communication between materials research and analytical research. Two complementary talents might well share a common office; but frequently they are widely separated.

The major gap, however, is between laboratory and analytical investigations on the one hand, and practice on the other. In spite of much that has been said about the lag between research and application, it is apparent that at the present time structural designers recognize that their colleagues in the research field have much to offer them, and they are more than anxious to apply research findings as rapidly as they can do so with confidence. This is certainly true in the area of inelastic design concepts for reinforced concrete; but the situation today is a rather confused one. We find that in certain geographical areas building codes recognize non-linear relationships in the design of individual members and also in assessing the load capacity of redundant structures. In other codes moment redistribution in the structure is accepted, but members are designed on the basis of linear elasticity and working stresses; in still other codes the reverse is the case.

These differences in design approach are perhaps not surprising when one considers that the complex subject of collapse loading is further complicated by the vital requirements of adequate performance of the structure under service conditions. These requirements relate primarily to deflection and cracking, and they frequently govern the design to a primary extent, with collapse loading becoming an essential but secondary consideration.

Those who are working in the field of inelastic behavior of materials face a difficult task; but they have the assurance that they are working toward more realistic methods of structural analysis and design, and that they are shaping the future rather than refining the past.

As a part of the European Concrete Committee's cooperative investigation of the rotational capacity of hinging regions in reinforced concrete members, J. C. Maldague reports on laboratory tests of 23 beams on which measurements were made of deflection, steel and concrete strains, and rotation. A principal conclusion is that the plastic moment is reached when the compressive strain in the concrete reaches a certain value, and that this value is independent (within reasonable limits) of the amount of tension reinforcement. The author, following Saillard, related this strain to the square root of compressive strength. Use of these concepts resulted in close agreement between measured and computed values of plastic moment for 18 of the 23 test beams.

MINORU YAMADA discusses the important problem of the behavior of a plastic hinge in reinforced concrete under reversal of moments, and reports test data for 12 beams subjected to as many as ten reversals. The hypothesis that failure is caused by the total stored energy of the hysteresis loop was found to be of doubtful validity. Much better agreement with test data was found for the hypothesis that failure is caused by the total stored damage energy (Beschädigungsenergie).

Herbert Träger reports on tests made in connection with a precast prestressed concrete bridge of 15 spans, each 15.3 m long. The eight individual girders of each span were composed of five precast sections combined by posttensioning. Transverse prestressing was used at five locations in each span. After assembly the girders were covered by a reinforced concrete leveling course, an insulating layer, a protective concrete layer, and a 5 cm thick asphalt course. Pedestrian walks were cast in situ. Two full-scale girders fabricated for test purposes were loaded to failure, and deflections were measured as the loading progressed. For the individual girders, good agreement was found between computed and measured values with respect to both deflections and ultimate load capacity. Load tests of the completed bridge showed deflections of only 42 to 48 percent of those computed for the independent girders. These low deflections were attributed to the composite action developed by the concrete covering and the stiffening effect of the foot-walks. Consideration of these effects brought the measured and computed deflections into reasonable agreement. Transverse distribution of measured deflections was in good agreement with the Guyon-Massonnet analysis including torsional effects. A program of long-time measurements has been instituted which should lead to further important results.

R. N. Swamy presents a general review of the problem of combined bending and torsion, and includes a considerable amount of test data from his own work and from that of others. Both conventional reinforcing and prestressing are treated, and the sections considered include solid and hollow rectangles, I-beams, and T-beams. A method is noted for obtaining upper and lower approximations to the interaction curves, but it appears that no single criterion is available which gives consistent results for all stress ratios.

The paper by ZDENEK SOBOTKA reports on tests of six skew slabs of reinforced concrete 6 cm thick. Support was provided on either three or four sides. Two specimens were simply supported with the corners free to rise, while four were hinged to permit only rotation at the supports. Of particular interest is the effect of edge conditions on the formation of yield lines. As would be expected, these intersected the restrained corners but not the free corners. All slabs showed greater strength than was computed by yield line theory, and the reserve was attributed to strain hardening, elastic deformations, and other effects.

## Vc. Corrosion of Reinforcing Steels and Resulting Damage

On the basis of an inquiry made in several countries regarding Theme Vc, Prof. Louis has established a report on the corrosion damage of reinforcement bars in concrete and reinforced concrete structures. The "Preliminary Publication" contains a summary of this paper which will later be published as a separate volume.

# Rapport général

# Va. Comportement des constructions sous l'effet de la température, de l'humidité et du temps

Les sept mémoires qui ont été reçus au titre du Thème Va procèdent de l'analyse mathématique, d'essais au laboratoire et d'observations faites sur les ouvrages. C'est aux effets fonctions du temps, c'est à dire au fluage et au retrait, que les divers auteurs s'intéressent principalement. Si l'on remonte un peu en arrière, on remarquera qu'en 1905 un article de IRA H. Woolson traitait de «Quelques essais intéressants mettant en évidence le fluage du béton comprimé». C'est peut-être le premier rapport publié sur le fluage du béton. Le problème n'a cessé d'être étudié depuis lors, de sorte que nous avons maintenant derrière nous 60 années de recherches. Une bibliographie récente relative au fluage contient près de 500 références. L'étude du retrait au séchage a été poursuivie pendant encore plus longtemps. La plupart des essais au laboratoire dont il est rendu compte dans cette abondante littérature traitent du problème de la discrimination et de l'estimation des nombreux paramètres qui interviennent dans le fluage et le retrait, aussi bien en ce qui concerne la valeur limite que la rapidité du processus; en outre la plupart de ces essais ne portent que sur des poutres ou des prismes de petites dimensions. L'ensemble du problème est très complexe, même dans le cadre restreint des recherches expérimentales faites au laboratoire sur des prismes de 15 cm seulement, soumis à des efforts constants de longue durée (ou à une charge nulle pour le retrait) et dans des conditions de milieu très précisément déterminées. On a réalisé des progrès importants dans la comparaison des effets de diverses variables comme la température, l'humidité relative, la composition du ciment, les proportions de mélange, les niveaux de contrainte et quelques autres. Le terme «comparaison» était tout à fait approprié, car le progrès a été quelque peu moins marqué en ce qui concerne l'étude du mécanisme même du fluage et du retrait

et l'estimation de leurs effets sur la qualité des ouvrages. Il existe de nombreuses études récapitulatives qui font le point de nos connaissances, et l'on peut tout particulièrement citer la revue détaillée et récente de R. L'HERMITE [1]<sup>1</sup>).

En nous limitant encore, pour le moment, aux essais sur échantillons effectués au laboratoire dans des conditions précisément déterminées et sous charge constante, un point particulier paraît en fait solliciter une attention accrue. Je veux parler de ce que certains ont appelé l'effet des dimensions de l'échantillon sur le fluage mais qui, plus exactement, est une corrélation entre fluage et retrait au séchage. Il est improbable que les dimensions de l'échantillon, par elles-mêmes, influent beaucoup sur la rapidité du fluage ou sur sa valeur limite, mais il est hors de doute que le retrait au séchage (en ce qu'il dépend des caractéristiques géométriques de l'élément et d'autres facteurs) exerce une forte influence sur la vitesse du fluage et aussi peut-être sur le fluage limite. Heureusement, on est en train d'étudier cette question, mais (malheureusement) les processus naturels intéressés se développent si lentement qu'il faut plusieurs années pour mener un essai à bonne fin. Il est très hasardeux de rapporter les données relatives au fluage d'un prisme de 15 cm à une poutre de pont de grandeur naturelle, et c'est en partie pour cette raison que les mesures effectuées sur des ouvrages en service, telles celles présentées dans certains des mémoires, revêtent une importance spéciale. On souhaite que les observations de cette sorte deviennent plus fréquentes et soient présentées dans les revues techniques, en dépit des difficultés et de l'incertitude inhérentes à leur interprétation.

Dès que nous quittons le milieu sous contrôle et les conditions de chargement constantes du laboratoire, c'est tout un ensemble de problèmes nouveaux qui se dresse devant nous; mais ces problèmes supplémentaires sont les plus importants de ceux auxquels nous avons à faire face. Ce sont les problèmes qui représentent la brèche qui sépare l'essai des matériaux et l'art de la construction. Malgré les progrès réalisés, et qui sont mis en évidence par certains des mémoires présentés à ce Congrès, cette brèche est loin d'être comblée.

Le fluage du béton sous des charges variables, la redistribution des efforts entre béton et acier d'armature ou de précontrainte ainsi que la relaxation des efforts dans des conditions d'élongation variables sont des choses que l'on ne comprend pas encore très bien. En 1943 l'auteur [2] a proposé une méthode très générale de traitement des effets du fluage, mais il reconnaît ne pas avoir poursuivi ses recherches si d'autres l'on fait récemment, par exemple O. C. Zienkiewicz [3]. La même année, A. D. Ross [4] a publié une méthode, basée sur l'analogie ressort et amortisseur, permettant de résoudre divers problèmes de fluage dans le cas d'un béton ayant des propriétés stables (en omettant l'effet de l'hydratation croissante). Depuis cette date diverses études ont été publiées qui présentent des exemples spécifiques de calculs d'ouvrages, et

<sup>1)</sup> Pour la bibliographie, voir page 885.

quelques autres traitent le sujet avec un certain degré de généralité. On citera particulièrement les travaux de N. Kh. Aroutiounian [5].

Peut-être ceux d'entre nous qui rêvent d'une solution générale utilisable par les ingénieurs d'un bureau d'études du type usuel sont-ils en quête de la pierre philosophale. Mais, du fait de l'utilisation de concepts modernes et plus précis dans l'étude des structures, de la rupture avec les méthodes anciennes dans la construction d'ouvrages audacieux, et de l'exigence d'une économie maximum dans l'emploi des matériaux et de la main-d'œuvre, il est nécessaire de tenir compte de ces effets, souvent tenus pour secondaires, dans le calcul de nombreux ouvrages.

Les solutions générales, notamment celles qui intéressent les ouvrages mixtes ou hyperstatiques, procèdent souvent de concepts mathématiques très modernes ou d'application laborieuse. Grâce au calculateur digital, certaines d'entre elles entrent dans le domaine de la pratique, et il est possible que les calculateurs analogiques résolvent un jour nombre de nos problèmes de construction. Il importe de plus en plus qu'une liaison plus étroite s'établisse entre l'ingénieur spécialiste des matériaux et l'analyste. En particulier, le second doit dire au premier de quel type d'essais il a besoin pour exprimer mathématiquement le problème à traiter ou le simplifier. Et l'ingénieur doit à son tour faire savoir au mathématicien ce qu'il lui faut connaître pour mener son travail à bonne fin.

Il peut être intéressant dans ce Rapport Général de mentionner certaines questions sans doute familières aux spécialistes mais peut-être moins bien connues de ceux qui appliquent les données relatives au fluage aux problèmes de construction.

La validité du principe de superposition des effets de charge (pour des variations aussi bien négatives que positives de la charge) est implicitement admise dans pratiquement tous les calculs. Les essais exécutés au laboratoire au cours des 20 dernières années semblent confirmer ce principe de superposition comme hypothèse raisonnable. D'autres principes ont été appliqués dans diverses méthodes de calcul, mais on admettra le principe de superposition dans les brèves discussions qui vont suivre.

Ainsi qu'on l'a déjà fait remarquer, la plupart des laboratoires ont mesuré les raccourcissements de fluage dans les conditions de contrainte constante, menant à ce qu'on appelle la fonction de fluage. Certains laboratoires sont maintenant en mesure de déterminer la fonction de relaxation, c'est à dire la fonction exprimant la diminution de contrainte sous raccourcissement constant. C'est souvent cette dernière fonction qui est la plus utile des deux car, dans l'application à certains types de structures, elle conduit à une équation différentielle alors que la fonction de fluage mènerait à une équation intégrale plus difficile à manier. Toutefois, il faut noter que les mathématiques fournissent le moyen de passer de l'une à l'autre. Si la fonction de fluage a la forme d'une simple exponentielle,  $\epsilon$   $(t) = \alpha$   $(1 - e^{-rt})$ , le fluage dû à une contrainte

variable,  $\sigma(\tau)$ , avec  $\sigma(0) = 0$ , est alors donné par:

$$\epsilon(t) = \alpha \int_{0}^{t} (1 - e^{-r(t-\tau)}) \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} d\tau. \tag{1}$$

En considérant cette relation comme une équation intégrale avec  $\epsilon$  = Constante, on obtient la fonction de relaxation correspondante par:

$$\sigma(t) = \frac{\sigma(0)}{E \alpha + 1} \left( 1 + E \alpha e^{-rt(E \alpha + 1)} \right). \tag{2}$$

Pour d'autres fonctions on peut procéder analytiquement ou numériquement pour faire la conversion.

Un autre procédé, qui entraîne parfois une certaine simplification, consiste à transformer l'équation (1). Si l'on écrit cette équation sous la forme suivante

$$\epsilon(t) = \int_0^t u \, dv = u \, v \Big]_0^t - \int_0^t v \, du$$

on peut poser

$$u = F(t-\tau), \qquad dv = \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau}d\tau.$$

Avec les conditions limites que  $\sigma(\tau) = 0$  pour  $\tau = 0$  et  $F(t - \tau) = 0$  pour  $t = \tau$ : on arrive  $\lambda$ :

$$\epsilon(t) = -\int_{0}^{t} \sigma(\tau) \frac{d}{d\tau} F(t - \tau) d\tau.$$
 (3)

On peut considérer, en l'état actuel, le troisième procédé comme un théorème qui mérite d'être approfondi. C'est à tout le processus temps — contrainte — raccourcissement que s'intéresse évidemment le chercheur dans l'étude du fluage et du retrait; mais ce n'est souvent que l'état final de l'ouvrage que l'ingénieur a à considérer. Cet état final sera probablement atteint dans les années qui suivent l'achèvement de l'ouvrage mais, dans le calcul, on l'obtient en faisant tendre t vers l'infini  $(t \to \infty)$ .

Il semble que dans un grand nombre de problèmes l'état final soit indépendant du chemin suivi à condition qu'on admette que les variations fonction du temps des propriétés des matériaux peuvent être négligées. La catégorie de problèmes ici visée comprend, limitativement, ceux où le chargement imposé, indépendamment de son origine, finit par atteindre une valeur stable. Le principe peut être illustré par un exemple. Prenons encore la fonction de fluage  $\epsilon$  (t) =  $\alpha$  ( $1 - e^{-rt}$ ), appliquons l'effort fonction du temps  $\alpha$  ( $\tau$ ) =  $\beta$  ( $1 - e^{-m\tau}$ ) qui a pour limite  $\alpha$  ( $\infty$ ) =  $\beta$ . En remplaçant  $\epsilon$  (t) et  $\alpha$  ( $\tau$ ) par ces expressions dans l'équation (1) ou l'équation (3) et en intégrant, on obtient une équation assez complexe de la forme  $\epsilon$  (t) = t (t) = t (t). En faisant t = t0 dans cette équation, il vient simplement:

$$\epsilon(\infty) = \alpha \beta$$

expression dans laquelle les facteurs d'accroissement r et m ont disparu. Si l'effort ultime,  $\beta$ , est appliqué instantanément à t=0 et reste ensuite constant, le fluage limite est également donné par  $\epsilon$  ( $\infty$ ) =  $\alpha$   $\beta$ . Il semble que le même procédé soit applicable pour tout processus de sollicitations finissant par atteindre une valeur stable. Dans les limites imposées par les hypothèses, un effort qui atteint et conserve une valeur constante produira le même effet limite de fluage que celui qui serait dû à l'effort limite appliqué à t=0 et maintenu constant ensuite. Ceci semble conforme au principe du fluage compris comme une déformation élastique retardée.

Un autre procédé encore, qu'on ne peut que mentionner ici, consiste à exprimer les caractéristiques de fluage du matériau comme des forces de volume et de surface fictives et à résoudre le problème ainsi posé comme un problème purement élastique.

On n'aura bien sûr aucun mal à faire ressortir les différences qui existent entre le matériau réel et le matériau idéalisé auquel les principes qui viennent d'être exposés se réfèrent; mais ces principes peuvent néanmoins constituer une base utile permettant des développements plus réalistes et des applications par approximation.

M. Z. P. Bažant a élaboré une méthode de calcul des effets du fluage et du retrait qui semble être remarquablement générale. L'effet de l'âge du béton est introduit par l'hypothèse de Dischinger. Ainsi que le remarque l'auteur, cette hypothèse ne représente malheureusement pas très fidèlement la réalité. Cependant, si on l'adopte, on arrive à un système qu'on peut résoudre (notamment à l'aide d'un calculateur digital) dans un grand nombre de cas non homogènes ou hyperstatiques. L'auteur propose de prendre en compte l'influence des variations climatiques saisonnières sur le fluage et le retrait en transformant l'échelle du temps.

M. E. Gibschmann a souligné, comme d'autres auteurs l'ont fait, l'importance des conditions climatiques sur le fluage qui se produit dans les ouvrages en béton; il remarque que dans les régions chaudes du sud de l'URSS le fluage limite peut être le double de celui qui se produit dans les climats tempérés. Il a ensuite étudié mathématiquement, de manière approfondie, les effets du fluage et du retrait sur les systèmes à la fois hyperstatiques et isostatiques. Comme on peut l'attendre, les équations deviennent assez compliquées, mais elles se trouvent simplifiées dans le cas qui présente le plus l'intérêt, celui de l'état limite atteint pour  $t \to \infty$ . M. Gibschmann considère que les propriétés du béton se sont stabilisées, ce qui est vraisemblablement une hypothèse nécessaire quand on prend le problème de cette façon. Mais sa méthode permet de traiter le cas des systèmes hyperstatiques comportant des bétons différents ou des bétons d'âges différents.

MM. Olszak et Stepień ont étudié théoriquement les effets du fluage dans des piliers en béton à armature hélicoïdale soumis à une charge centrique, en retenant tout particulièrement le cas d'une spirale précontrainte. Comme

d'habitude, et comme sans doute il est nécessaire pour obtenir une solution, on a supposé que la fonction de fluage ne varie pas avec l'âge du béton. Leur calcul aboutit à une équation intégrale du type Volterra, et les solutions ont un intérêt pratique considérable. Les résultats utilisables sont exprimés en fonction des coefficients de sécurité, liés au temps, du pilier, en tenant compte des possibilités de rupture soit du noyau de béton, soit de l'armature hélicoïdale. Leur méthode est donnée comme permettant de déterminer, pour tout pilier, la précontrainte optimale.

G. Brendel et H. Rühle font part de résultats d'essais intéressant l'importante question de la fissuration dans les poutres en béton armé sous des charges de longue durée. Quelques-uns des poutres d'essai fléchies furent chargées jusqu'à ce que les mesures indiquassent que des fissures encore inapparentes s'étaient formées, et la charge ainsi définie fut maintenue pendant deux ans. Les fissures devinrent visibles au bout de 2 à 3 mois, et l'ouverture maximum augmenta progressivement pour atteindre environ 0,09 mm au bout des deux ans. Dans d'autres poutres, soumises à des charges correspondant à 50-75% de la charge limite, l'ouverture maximum initiale était d'environ 0,13 mm et, au bout de deux ans, d'environ 0,23 mm. On a constaté que les rapports des flèches et raccourcissements de fluage aux flèches et raccourcissements élastiques initiaux étaient nettement inférieurs aux rapports correspondants des déformations de prismes sollicités en compression pure. La comparaison avec des poutres d'essai correspondantes, éprouvées sous l'effet de charges de courte durée, a montré que l'effet des charges de longue durée et la fissuration additionnelle ne réduisaient pas la résistance des poutres à la rupture par flexion.

M. Abeles présente les mesures de flèche, prises sur une période de huit années, sur quatre marquises mesurant chacune 39,6×11 m et supportés par quatre piliers. Les trois dalles précontraintes reposent sur deux poutres et ont un porte-à-faux, par rapport aux piliers, de 11,1 m aux extrémités et de 3,7 m latéralement. En raison des conditions météorologiques défavorables régnant à l'époque de la construction, la résistance du béton s'avéra inférieure à celle qui avait été prévue. Les déformations dues à la précontrainte atteignirent le double des valeurs attendues. On entreprit de mesurer les flèches en 1955, environ un an après l'achèvement des travaux, et on continua depuis lors. Au cours de cette période de 8 ans, la très forte flèche initiale, dirigée vers le haut, des parties en encorbellement se réduisit d'environ 3,8 cm. M. Abeles montre la variation des flèches due à la température, aux charges de neige et à d'autres facteurs mais, en raison de la complexité des conditions, ne parvint pas à tirer de conclusions définitives quant aux effets du retrait et du fluage. On en déduit principalement que le comportement des dalles minces a été tout à fait satisfaisant en dépit des conditions défavorables lors de la construction et des déformations initiales excessives.

Un autre ensemble intéressant de mesures, prises sur une période de 7 ans, est présenté par M. Aichhorn; il s'agit ici de mesures portant sur des variations

de longueur plutôt que sur des flèches. Trois ponts traités par précontrainte comportaient des barres métalliques longues de 30 m noyées dans la masse sans adhérence ni ancrage à une extrémité. On a mesuré, avec des comparateurs à cadran, les variations de longueur à l'extrémité libre et comparé les mesures à des courbes ajustées du type exponentiel. Les écarts par rapport aux courbes ajustées montrent que le cours du fluage et du retrait est influencé par les conditions climatiques régnant au moment de la construction ainsi que par les variations saisonnières ultérieures. L'auteur ajoute qu'au cours des essais qui suivront on tentera de séparer les raccourcissements dues au retrait et au fluage.

HERBERT GÖNER décrit un cas intéressant et quelque peu différent de déformations de longue durée, celui du pont sur la vallée de la Syra. Un intérêt particulier s'attache au fait que les mesures ont été effectuées de façon plus ou moins continue au cours des 57 dernières années. Le pont est décrit comme étant constitué d'une sorte de «maçonnerie de béton» comportant environ 45% de mortier, et il semble que ce fut le plus grand pont en arc en béton du monde quand il fut achevé en 1905. L'ouverture entre les culées mesure 90 m mais la portée réelle de l'arc est considérée comme étant de 65 m. D'après le calcul, on comptait sur un tassement initial, à la clef, de 150 mm mais les mesures indiquèrent 206 mm. Ce tassement s'accentua de façon plus ou moins régulière pour atteindre 508 mm en 1962; et il continue d'augmenter, bien que moins rapidement. Le mémoire présente les mesures rapportées à l'histoire du pont, y compris les effets des dégâts causés par les bombardements et ceux des diverses réparations qui leur firent suite. Il faut hautement louer les responsables d'avoir continué à prendre les mesures de flèche à la clef et poursuivi les observations. Il est en vérité très regrettable que l'on procède rarement à des observations de cette sorte sur d'autres ouvrages de types plus modernes.

# Vb. Expériences acquises par des essais sur des éléments d'ouvrages sollicités au-dessus de la limite élastique

Les cinq mémoires qui ont été reçus au titre du Thème V b sont de caractère trop différent pour qu'il soit possible de procéder à une revue générale de leur contenu. Ils traitent de la résistance limite de poutres précontraintes, de la formation de lignes de rupture dans les plaques biaises, de la sollicitation à la torsion et à la flexion en dehors du domaine élastique et du comportement des rotules plastiques, y compris l'effet de l'alternance des charges.

Il est encourageant de constater les progrès réalisés dans la compréhension du comportement du béton armé au-delà de la limite élastique, et, à cet égard, le programme de recherches communes placé sous la direction de la Commission «Hyperstatique» du Comité Européen du Béton doit être tout particulièrement signalé. Ce programme représente peut-être l'événement le plus signifi-

catif à ce jour dans la coopération à l'échelle mondiale de laboratoires d'essais pour les constructions.

Les résultats d'essais présentés dans les mémoires relatifs au Thème V b intéressent inéluctablement le domaine complexe de la mécanique non linéaire. Comme dans le cas des travaux sur le fluage et le retrait présentés dans le Rapport relatif au Thème Va, il reste une large brèche à combler. Peut-être en subsistera-t-il toujours une car, dans certains problèmes, il semble que des solutions uniques ne puissent exister; dans d'autres, le mieux qu'on puisse faire est de déterminer des limites inférieure et supérieure. Le mathématicien peut soutenir qu'il n'existe pas de traitement général des problèmes non linéaires mais il lui sera peut-être possible de trouver une méthode si le laboratoire lui fournit des données complètes sur les propriétés plastiques des matériaux envisagés. Cela crée une situation dans laquelle les deux parties doivent accepter un compromis, l'une indiquant le minimum qui lui est nécessaire et l'autre le maximum pouvant être donné. Nous voici à nouveau devant cette nécessité d'une liaison intime entre l'essai des matériaux et la recherche analytique. Deux talents complémentaires peuvent bien partager un même bureau, tout en restant fort éloignés l'un de l'autre.

La principale brèche se situe toutefois entre le laboratoire et le théoricien d'une part, et la pratique, de l'autre. En dépit de tout ce qu'il a été dit sur le décalage entre la recherche et l'application pratique, il est manifeste qu'à l'heure actuelle les ingénieurs reconnaissent que leurs collègues de la recherche ont beaucoup de choses à leur offrir, et ils sont plus que désireux d'appliquer, dès qu'ils peuvent le faire avec confiance, les résultats auxquels les recherches aboutissent. Ceci est indubitablement vrai en ce qui concerne les principes du calcul en plasticité appliqué au béton armé; mais la situation actuelle est assez confuse. Dans certaines régions du monde, nous voyons que les règlements admettent les relations non linéaires dans le dimensionnement des éléments ainsi que dans l'estimation de la résistance limite des structures hyperstatiques. Dans d'autres règlements, on admet la redistribution des moments dans l'ouvrage, mais les éléments sont dimensionnés en élasticité linéaire et d'après les contraintes de service; dans d'autres encore, c'est le contraire qui a lieu.

Ces différences dans les méthodes de calcul ne sont peut-être pas surprenantes si l'on veut bien considérer que la question déjà complexe de la charge de rupture se trouve encore compliquée par la nécessité vitale d'un bon comportement de l'ouvrage dans les conditions de service. Cette exigence concerne en premier lieu les déformations et la fissuration, qui sont souvent les bases déterminantes du dimensionnement, la charge de rupture restant importante mais devenant tout de même secondaire.

Ceux qui travaillent dans le domaine du comportement plastique des matériaux se trouvent affrontés à une tâche difficile; mais ils sont assurés de travailler pour des méthodes de calcul et une conception de la construction plus réalistes, et de construire l'avenir plutôt que d'améliorer le passé.

Dans le cadre des recherches communes entreprises sous l'égide du Comité Européen du Béton, dans le but de définir les rotations dont sont capables les régions formant articulation plastique dans les éléments en béton armé, J. C. Maldague décrit des essais effectués au laboratoire sur 23 poutres, avec mesure des flèches, des déformations de l'acier et du béton, et des rotations. La principale conclusion en est que le moment de plastification est obtenu lorsque le raccourcissement du béton comprimé atteint une certaine valeur, cette valeur étant indépendante (dans un certain domaine) du pourcentage d'armatures tendues. L'auteur, à la suite de Saillard, a exprimé ce raccourcissement en fonction de la racine carrée de la résistance à la compression. L'emploi de cette méthode permit d'obtenir une concordance étroite entre les valeurs mesurées et calculées du moment plastique pour 18 des 23 poutres d'essai.

MINORU YAMADA considère l'importante question du comportement d'une rotule plastique dans un élément en béton armé soumis à des moments alternés; il présente les résultats d'essais effectués sur 12 poutres soumises à des cycles comportant jusqu'à dix répétitions. On conteste la validité de l'hypothèse selon laquelle c'est à l'énergie totale accumulée correspondant au cycle d'hystérésis qu'est due la rupture. On obtient une bien meilleure concordance avec les résultats des essais si l'on considère que la rupture est due à l'énergie totale d'altération accumulée (Beschädigungsenergie).

HERBERT TRÄGER rend compte des essais exécutés à propos d'un pont en béton précontraint constitué d'éléments préfabriqués, comportant 15 travées de 15,3 m chacune. Les huit poutres de chaque travée étaient constituées de cinq éléments préfabriqués solidarisés par précontrainte. Une précontrainte transversale fut appliquée en cinq endroits dans chaque travée. Après le montage, on recouvrit les poutres d'une couche d'égalisation en béton armé, d'une chape isolante, d'une couche de protection en béton et d'un tapis bitumineux de 5 cm. Le béton des trottoirs a été coulé sur place. On chargea à la rupture deux poutres grandeur nature fabriquées aux fins d'essai et on mesura les flèches au fur et à mesure du chargement. Pour les poutres isolées, on constata une bonne concordance entre les mesures et les valeurs calculées des flèches et de la charge limite. Les essais de chargement effectués sur le pont achevé firent apparaître des flèches qui ne représentaient que 42-48% de celles calculées pour les poutres indépendantes. On attribua cette diminution des flèches à la collaboration de la couverture en béton et des trottoirs. En prenant en compte ces effets, on rapprocha de façon assez satisfaisante les flèches mesurées et calculées. La répartition transversale des flèches mesurées présente un bon accord avec le calcul conduit selon la méthode Guyon-Massonnet, en tenant compte des effets de torsion. On a établi un programme de mesures de longue durée dont on attend d'autres résultats importants.

R. N. SWAMY présente une revue générale du problème de la sollicitation combinée à la flexion et à la torsion, dans laquelle on trouve de très nombreux

résultats d'essais dus à lui-même ou à d'autres. On y traite le béton armé et le béton précontraint, en considérant diverses sections: rectangles pleins, caissons rectangulaires, poutres en I, poutres en T. On indique une méthode permettant de déterminer les limites inférieure et supérieure des courbes d'interaction flexion-torsion, mais il ne semble exister aucun critère décisif qui puisse fournir des résultats compatibles pour tous les rapports de sollicitations.

M. Zdeněk Sobotka présente des essais exécutés sur dix dalles biaises en béton armé de 6 cm d'épaisseur. Dans quelques cas, trois des côtés seulement, dans d'autres tous les quatre sont appuyés. Deux des dalles sont simplement appuyées, les coins restant libres de se soulever; les quatre autres sont articulées de façon que seule soit possible une rotation autour de l'axe d'appui. Un intérêt particulier s'attache à l'effet des conditions aux limites sur la formation des lignes de rupture. Comme on peut s'y attendre, elles coupent les coins à soulevement empêché mais non les coins libres. Dans toutes les dalles, on trouve une résistance supérieure à celle calculée par la théorie des lignes de rupture, et on attribue la différence à l'écrouissage, aux déformations élastiques et à d'autres effets.

#### Vc. Corrosion des armatures et détériorations en résultant

M. le Prof. Louis, à partir d'une enquête concernant le thème Vc, faite dans différents pays, a établi un rapport sur les détériorations dues à la corrosion des armatures dans les constructions en béton et en béton armé. La «Publication Préliminaire» contient un résumé de ce travail, qui paraîtra plus tard comme publication séparée.

#### Generalbericht

#### Va. Verhalten der Bauwerke unter Einfluß von Temperatur, Feuchtigkeit und Zeit

Die sieben unter dem Thema Va angenommenen Abhandlungen treten durch mathematische Analyse, Laboratoriumsversuche und durch Messungen an ausgeführten Objekten an das Problem heran. Die Autoren befassen sich in erster Linie mit zeitabhängigen Einflüssen, d. h. mit dem Kriechen und Schwinden. Rückblickend verdient eine im Jahre 1905 veröffentlichte Abhandlung von IRA H. Woolson mit dem Titel «Einige bemerkenswerte Versuche über das Fließen von Beton unter Druck» der Erwähnung. Es ist dies möglicherweise die erste dem Beton-Kriechen gewidmete Veröffentlichung. Seither

ist diese Erscheinung laufend untersucht worden, so daß wir heute auf 60 Jahre Forschertätigkeit zurückblicken können. Ein kürzlich veröffentlichter Literaturnachweis über das Kriechen enthält nahezu 500 Titel. Die Anfänge der Schwinduntersuchungen liegen sogar noch weiter zurück.

Die meisten der in der umfangreichen Literatur aufgeführten Versuchsreihen dienten dem Zweck, die verschiedenen das Schwinden und Kriechen beeinflussenden Faktoren auseinanderzuhalten, und zwar sowohl in ihrer Wirkung auf den zeitlichen Ablauf als auch auf den Endbetrag; zudem beschränkten sie sich in den allermeisten Fällen auf die Untersuchung kleinmaßstäblicher Prismen und Balken. Das Gesamtproblem ist komplexer Natur, und zwar selbst wenn man sich darauf beschränkt, im Laboratorium auf empirischem Wege 15-cm-Prismen unter konstanter Belastung (oder Nullast beim Schwinden) und bei genau überwachten Umwelteinflüssen zu untersuchen. Gute Fortschritte ließen sich erzielen beim Vergleich verschiedener Einwirkungen wie Temperatur, relative Luftfeuchtigkeit, Zusammensetzung des Zementes, Beton-Mischverhältnisse, Spannungsstufen und andere mehr. Das Wort «Vergleich» ist mit Absicht verwendet worden; denn wo es um das Verständnis der Schwind- und Kriechmechanismen und ihrer Wirkung auf das Verhalten ganzer Bauwerke geht, sind die Fortschritte bedeutend weniger ausgeprägt. Es stehen zahlreiche Abhandlungen zur Verfügung, welche den heutigen Stand unserer Kenntnisse umreißen; ganz besonders sei auf eine kürzlich von R. L'Hermite herausgegebene, umfassende Darstellung hingewiesen [1]1).

Betrachten wir weiterhin nur im Laboratorium unter konstanter Last und gleichbleibenden Umweltsbedingungen getestete Prüfkörper, so verdient eine gewisse Erscheinung wachsende Beachtung. Wir denken hier an den von einigen Forschern als «Einfluß der Prüfkörperform auf das Kriechen» bezeichneten Effekt, wobei es sich indessen eher um eine gegenseitige Beeinflussung des Kriechens und Schwindens handelt. Es ist kaum anzunehmen, daß die Prüfkörperform an sich die Kriechgeschwindigkeit oder den Kriech-Endbetrag beeinflussen könnte; andererseits besteht aber kein Zweifel, daß das Schwinden, welches seinerseits von Formfaktoren abhängt, einen bedeutenden Einfluß auf Kriech-Geschwindigkeit und Endmaß ausübt. Wohl werden diese Zusammenhänge jetzt untersucht; doch dauert es leider, infolge der geringen Geschwindigkeit dieser natürlich ablaufenden Prozesse, Jahre, bis eine solche Versuchsreihe zu Ende geführt ist. Die Übertragung von an 15 cm Prismen ermittelten Kriechwerten auf ganze Brückenträger ist mit großen Unsicherheiten behaftet. Aus diesem Grunde sind Messungen an ausgeführten Bauwerken, wie sie in einigen dieser Abhandlungen beschrieben sind, von ganz besonderer Bedeutung, und es ist zu hoffen, daß weiterhin solche Untersuchungen durchgeführt werden, trotz den Schwierigkeiten und Unsicherheiten bei der Auswertung der gefundenen Ergebnisse.

<sup>1)</sup> Referenzen siehe S. 885.

Sobald wir den sicheren Boden des genau überprüfbaren Laboratoriumsversuchs unter konstant gehaltener Belastung verlassen, sehen wir uns einer ganzen Reihe von neuartigen Schwierigkeiten gegenüber, und die damit zusammenhängenden Probleme sind nun gerade von überragender, praktischer Bedeutung. Sie stellen gewissermaßen die Lücke dar, welche zwischen der Materialprüfung einerseits und der angewandten Ingenieurbaukunst andererseits klafft. Wenn auch, wie aus einigen Abhandlungen dieses Kongresses ersichtlich, einige Ergebnisse vorliegen, so bleibt doch diese Kluft nach wie vor unüberbrückt.

Das Betonkriechen unter veränderlicher Belastung, die Spannungsumlagerungen zwischen dem Beton und dem Bewehrungs- oder Spannstahl, die Spannungsrelaxation unter veränderlicher Zusammendrückung, all diese Vorgänge sind noch wenig erforscht. Im Jahre 1943 hat der Schreibende [2] eine recht umfassende Behandlung der Kriechvorgänge vorgeschlagen, sie allerdings zugestandenermaßen nicht weiter verfolgt. Die Ansätze sind kürzlich, beispielsweise von O. C. Zienkiewicz [3], wieder aufgenommen worden. Im selben Jahr hat A. D. Ross [4] ein Verfahren zur Lösung mannigfacher Kriechprobleme publiziert, welches (unter Annahme eines Betons mit gleichbleibenden Eigenschaften) auf der Analogie zu einer gedämpften Feder aufgebaut ist. Seither ist eine Vielfalt von Abhandlungen über engbegrenzte Fragestellungen spezifisch statischer Natur erschienen. Gesamtdarstellungen des Problemkreises liegen wenige vor; unter ihnen verdient die Abhandlung von N. Kh. Aroutiounian [5] der Erwähnung.

Vielleicht suchen die unter uns, welche eine dem projektierenden Ingenieur ohne Spezialausbildung dienliche, allgemeine Berechnungsweise anstreben, nach dem Stein der Weisen. Andererseits verlangen die verfeinerten Berechnungsverfahren, die immer kühneren Bauweisen und schließlich die Forderung nach weitestgehender Ausnützung von Material und Arbeitskraft ein zuverlässiges Erfassen auch dieser, oft zu Unrecht vernachlässigten Einflüsse.

Allgemeine Ansätze, welche insbesondere auch statisch unbestimmte — und Verbundbauweisen zu erfassen gestatten, verlangen ein anspruchsvolles mathematisches Rüstzeug oder zeitraubende Berechnungen. Der Einsatz elektronischer Rechengeräte bringt einige dieser Verfahren in den Bereich praktischer Verwendungsmöglichkeit; gegebenenfalls werden sich hier Analogie-Rechengeräte von ganz besonderem Nutzen erweisen. Sicher ist eine engere Zusammenarbeit zwischen Forschungsingenieur und Mathematiker anzustreben, wobei diesem ein Mitspracherecht bei der Aufstellung von Versuchsreihen einzuräumen ist, damit die Ergebnisse an statistischem Aussagewert gewinnen und die Erarbeitung einer brauchbaren Theorie erleichtern. Der praktisch tätige Ingenieur muß seine Ansprüche ebenfalls anmelden können.

Es mag von Nutzen sein, in diesem Generalreferat einige Zusammenhänge aufzudecken, welche dem Spezialisten geläufig sind, kaum aber dem praktisch tätigen Ingenieur. In sozusagen allen Theorien wird die Gültigkeit des Superpositionsprinzips für Lasteinwirkungen (und zwar belastender und entlastender Art) vorausgesetzt. Die in den letzten 20 Jahren durchgeführten Laboratoriumsversuche scheinen dies als brauchbare Arbeitshypothese zu bestätigen. Immerhin liegen auch verschiedene numerische Verfahren vor, welche vom Superpositionsprinzip keinen Gebrauch machen; wir werden indessen im folgenden die Gültigkeit der Superposition voraussetzen.

Wie vorgängig erwähnt, ist in den Laboratorien meist die Kriechverformung unter konstant gehaltener Spannung gemessen worden, was zu der sogenannten «Kriechfunktion» führt. Einige Laboratorien sind nun auch in der Lage, die «Relaxationsfunktion» zu bestimmen, d. h. den Spannungsabbau unter konstant gehaltener Dehnung. Die letztgenannte Funktion ist oft nützlicher, da sie in gewissen praktischen Anwendungen auf eine Differentialgleichung führt, während die Kriechfunktion eine schwerer zu handhabende Integralgleichung ergäbe. Immerhin soll beachtet werden, daß die beiden Funktionen unter gewissen Bedingungen mathematisch ineinander übergeführt werden können. Wenn in der Kriechfunktion der übliche exponentielle Verlauf angenommen wird,  $\epsilon(t) = \alpha(1 - e^{-\tau t})$ , dann folgt für das Kriechen unter veränderlicher Spannung  $\sigma(\tau)$  mit  $\sigma(0) = 0$ 

$$\epsilon(t) = \alpha \int_{0}^{t} (1 - e^{-r(t-\tau)}) \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} d\tau. \tag{1}$$

Andererseits läßt sich für die Relaxationsfunktion unter  $\epsilon$  = konstant gehaltener Spannung folgender brauchbare Ansatz finden:

$$\sigma(t) = \frac{\sigma(0)}{E_{\alpha+1}} \left( 1 + E_{\alpha} e^{-rt(E_{\alpha+1})} \right). \tag{2}$$

Die Äquivalenz dieser beiden Gleichungen ist (wie sich durch Einsetzen leicht nachprüfen läßt) im vorliegendem Fall mathematisch nicht streng. Dies als Folge der in Gleichung (1) gemachten Voraussetzung  $\sigma(0) = 0$ , welche in Gleichung (2) naturgemäß nicht ebenfalls Gültigkeit haben kann.

Ein anderer Kunstgriff, welcher manchmal zu Vereinfachungen führt, besteht im Abändern der Form von Gleichung (1). Es gilt bei partieller Integration

$$\epsilon(t) = \int_0^t u \, dv = u \, v \Big]_0^t - \int_0^t v \, du$$

und wir substituieren

$$u = F(t-\tau), \qquad dv = \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau}d\tau.$$

Mit den Randbedingungen  $\sigma(\tau) = 0$ , wenn  $\tau = 0$  und  $F(t - \tau) = 0$ , wenn  $t = \tau$ , gelangen wir zu der Beziehung

$$\epsilon(t) = -\int_{0}^{t} \sigma(\tau) \frac{d}{d\tau} F(t - \tau) d\tau.$$
 (3)

Der dritte Kunstgriff mag als Lehrsatz gelten, den weiter zu verfolgen sich lohnt. Der Forscher ist natürlich bemüht, über den vollständigen zeitlichen Ablauf der Kriech- und Schwindvorgänge Aufschluß zu erhalten; den Konstrukteur andererseits interessiert oft nur der Endzustand seines Bauwerkes. Dieser Endzustand mag einige Jahre nach dem Erstellen des Bauwerks eintreten; in der mathematischen Analyse ist er charakterisiert durch den Grenzübergang  $t \to \infty$ .

Es scheint, daß in vielen Fällen das Endresultat unabhängig ist vom Weg, über den es erreicht wurde, unter der wichtigen Voraussetzung allerdings, daß die zeitbedingten Änderungen der Materialeigenschaften vernachlässigt werden dürfen. Eine weitere Voraussetzung ist die, daß die aufgebrachte Last, unabhängig woher sie stammt, schließlich einen stabilen Endwert erreichen muß. Diese Zusammenhänge seien an einem Beispiel erläutert. Wiederum ausgehend von der Kriechfunktion  $\epsilon$  (t) =  $\alpha$  ( $1 - e^{-rt}$ ), wollen wir eine zeitabhängige Spannung  $\sigma$  ( $\tau$ ) =  $\beta$  ( $1 - e^{-m\tau}$ ) annehmen, welche einem Endwert  $\sigma$  ( $\infty$ ) =  $\beta$  zustreben soll. Setzen wir in Gleichung (1) oder (3) die Ausdrücke für  $\epsilon$  (t) und  $\sigma$  ( $\tau$ ) ein und integrieren, so führt dies auf eine ziemlich komplizierte Beziehung von der Form  $\epsilon$  (t) = F ( $\alpha$ ,  $\beta$ , r, m, t). Substituiert man  $t = \infty$ , so bleibt nur noch

$$\epsilon(\infty) = \alpha \beta$$

übrig, eine einfache Beziehung, welche die Koeffizienten r und m nicht mehr enthält. Dasselbe Ergebnis erhält man, wenn man von Anfang an die Endspannung t=0 auf bringt und dann konstant hält. Es scheint, daß dieses Vorgehen auf jeden Spannungsablauf Anwendung finden kann, sofern ein stabiler Spannungsendwert erreicht wird. Innerhalb der getroffenen Voraussetzungen, wird eine Spannung, welche einen Endwert erreicht und dann beibehält, dasselbe Endkriechen erzeugen, wie wenn die Endspannung schon vom Zeitpunkt t=0 an aufgebracht worden wäre. Dies scheint die Vorstellung vom Kriechen als einer «verzögerten Elastizität» zu bestätigen.

Noch eine andere Betrachtungsart, die hier nur am Rande erwähnt sei, läßt die Kriechfaktoren eines Materials in fiktive Rand- und Körperkräfte eingehen und löst dann die so entstandene Aufgabe als reines Elastizitätsproblem.

Es dürfte kaum schwerfallen, Widersprüche zwischen den einzelnen Betrachtungsweisen und Unterschiede zwischen dem tatsächlichen und dem idealisierten Verhalten der Baumaterialien aufzudecken; die verfolgten Ansätze bilden jedoch immerhin einen brauchbaren Hintergrund für genauere Erkenntnisse und für die praktische Anwendung.

Z. P. Bažant stellt eine Theorie der Kriech- und Schwindvorgänge auf, welche recht allgemein gefaßt ist. Der Einfluß der zunehmenden Beton-Alterung wird nach einem Ansatz von Dischinger berücksichtigt. Wie der Verfasser selbst zugibt, stellt dieser Ansatz von Dischinger leider keine sehr gute Annäherung an die Wirklichkeit dar. Immerhin gelangt man zu einem System von Gleichungen, welches (insbesondere unter Zuhilfenahme elektro-

nischer Rechengeräte) für verschiedene nicht homogene und statisch unbestimmte Fälle lösbar ist. Der Verfasser schlägt vor, den Einfluß der jahreszeitlichen Klimaschwankungen auf das Kriechen und Schwinden durch Verzerrung der Zeitskala zu berücksichtigen.

E. Gibschmann betont, wie andere Verfasser übrigens auch, die Bedeutung des Klimas auf den Kriechablauf in Betonbauwerken und erwähnt insbesondere, daß das Endkriechmaß in den warmen südlichen Gegenden der UdSSR zweimal größer sein kann als in gemäßigten Zonen. Er hat denn mit beachtlicher mathematischer Genauigkeit die Schwind- und Kriecheinflüsse auf statisch bestimmte und unbestimmte Konstruktionen errechnet. Die Gleichungen werden erwartungsgemäß recht verwickelt, vereinfachen sich aber ganz beträchtlich, wenn man sich nur für den Endzustand  $t \to \infty$  interessiert. Der Verfasser setzt voraus, daß die Betoneigenschaften im Verlauf der Zeit nicht ändern; dagegen gestattet seine Methode, nebeneinander Betone mit verschiedenen Eigenschaften oder verschiedenen Erhärtungsgraden in statisch unbestimmten Systemen zu berücksichtigen.

Olszak und Stepień untersuchen anhand einer mathematischen Berechnung den Kriecheinfluß auf spiralförmig umschnürte Betonsäulen unter zentrischer Last und wenden sich vor allem dem Fall einer vorgespannten Umschnürung zu. Wie üblich, wird auch hier vorausgesetzt, daß die Kriechfunktion durch das zunehmende Betonalter nicht verändert wird. Die Ableitungen der Verfasser führen auf eine Integralgleichung vom Volterra-Typ und die Lösungen sind von bedeutendem, praktischem Interesse. Die Ergebnisse erscheinen als zeitabhängige Sicherheitsfaktoren der Säulen, wobei ein Versagen sowohl des Betonkerns als auch der Umschnürung ins Auge gefaßt wird. Es scheint, daß sich mit diesem Verfahren in jedem Fall eine optimale Vorspannung angeben läßt.

G. Brendel und H. Rühle berichten über Versuchsergebnisse, die Rißbildung an Balken unter Langzeit-Belastung betreffend. Ein Teil der Biegebalken wurde belastet, bis sich, auf Grund der Messungen, von Auge noch nicht erkennbare Risse gebildet haben mußten, und diese Last wurde dann über 2 Jahre konstant beibehalten. Nach 2 bis 3 Monaten traten die Risse sichtbar in Erscheinung und öffneten sich über die Versuchsdauer von 2 Jahren stetig bis zu einem Maximalbetrag von 0,09 mm. Auf andere der Prüfkörper sind 50 bis 75% der Bruchlast aufgebracht worden, wobei sofort eintretende Risse von max. 0,13 mm innerhalb zweier Jahre auf 0,23 mm anwuchsen. Das Verhältnis zwischen Kriechdehnung bzw. Durchbiegung zur elastischen Dehnung bzw. Durchbiegung ist bedeutend kleiner als der entsprechende Quotient bei der Druckstauchung axial belasteter Prismen. Der Einfluß der Langzeit-Belastung und die erweiterte Rißbildung vermochten den Biegebruch-Widerstand des Balkens nicht herabzusetzen, wie dies aus einem Vergleich mit Balken, die keiner Langzeitbelastung ausgesetzt waren, hervorgeht.

P. W. Abeles veröffentlicht ein die Zeitspanne von 8 Jahren umfassendes

Meßprotokoll an vier Perron-Dächern, welche je 40 m lang und 11 m breit sind und auf 4 Stützen ruhen. Die vorgespannten Platten werden von 2 Balken gestützt und überkragen die Stützenfluchten um 11,1 m an den Enden und um 3,7 m seitlich. Infolge ungünstigen Wetters während der Erstellung entsprachen die Betonfestigkeiten nicht den Erwartungen. Die Verformungen unter dem Einfluß der Vorspannung übertrafen die vorausberechneten Werte um das zweifache. Die Durchbiegungsmessungen sind rund ein Jahr nach Fertigstellung im Jahre 1955 begonnen und bis heute fortgesetzt worden. In diesen 8 Jahren ging die große initiale Aufwärts-Auslenkung der Kragplatten um ca. 3,8 cm zurück. Mr. Abeles hat versucht, die gemessenen Durchbiegungen zu Temperatur, Schneelasten und anderen Faktoren in Zusammenhang zu bringen; infolge der Komplexität all der herrschenden Bedingungen war es ihm indessen nicht möglich, verbindliche Schlüsse über den Einfluß des Kriechens und Schwindens zu ziehen. Dagegen ließ sich ein befriedigendes Verhalten dieser dünnen, unter klimatisch und arbeitstechnisch schwierigen Verhältnissen entstandenen Platten feststellen, trotz anfänglich übermäßigen Verformungen.

Eine weitere interessante, sich über 7 Jahre erstreckende Meßreihe wird von J. Aichhorn vorgelegt. Hier sind vorwiegend die Längenänderungen (nicht die Durchbiegungen) beobachtet worden. In 3 vorgespannten Brücken sind 30 m lange Stahlstangen ohne Verbund eingebettet und einseitig verankert worden. Längenänderungen wurden am freien Ende mit Meßuhren registriert. Die Messungen werden mit glatten Kurven vom Exponential-Typ verglichen. Die gemessenen Abweichungen von diesen Kurven lassen vermuten, daß der Verlauf des Kriechens und Schwindens sowohl vom Klima im Bauzustand als auch durch die nachträglichen Klimaschwankungen beeinflußt wird. Der Verfasser will in einer späteren Meßreihe versuchen, den Einfluß des Kriechens und des Schwindens auseinanderzuhalten.

Herbert Göner beschreibt die sehr interessanten und etwas anders gelagerten Langzeit-Verformungsmessungen an der Syratal-Brücke. Von besonderem Interesse ist die Tatsache, daß hier eine Meßreihe vorliegt, die sich mit genügender Regelmäßigkeit über eine Zeitspanne von 57 Jahren erstreckt. Nach der Beschreibung soll die Brücke aus einer Art Beton-Mauerwerk mit rund 45% Mörtelkomponente bestehen und war im Jahre ihrer Herstellung 1905 zweifelsohne die größte massive Bogenbrücke der Welt. Die totale Spannweite zwischen den Widerlagern beträgt 90 m, die effektive Bogenspannweite rund 65 m. Auf Grund von Berechnungen hatte man eine initiale Setzung im Bogenscheitel von 150 mm erwartet; die Messungen ergaben aber 206 mm. Diese Setzung ist bis zum Jahr 1962 mehr oder weniger regelmäßig bis auf 508 mm angewachsen und geht, wenn auch abklingend, immer noch weiter. Die Meßprotokolle werden ergänzt durch geschichtliche Hinweise, Bombenangriffe und verschiedene Ausbesserungen mitinbegriffen. Die zuständigen Behörden haben sich mit diesen getreulich über die lange Zeitspanne hinweg

durchgeführten Setzungsmessungen und übrigen Beobachtungen über das Verhalten der Brücke große Verdienste erworben. Es ist in der Tat schade, daß, gerade an Brücken modernerer Bauart, nur höchst selten solche über viele Jahre sich erstreckende Beobachtungen angeordnet werden.

# Vb. Erfahrungen aus Versuchen an über die Elastizitätsgrenze beanspruchten Bauteilen

Die fünf zu Thema Vb eingegangenen Beiträge sind inhaltlich zu verschieden, als daß sie in allgemeiner Form diskutiert werden könnten; behandeln sie doch Traglastberechnungen vorgespannter Träger, Bruchlinienbildung in schiefen Platten, kombinierte Biege- und Torsionsbeanspruchungen im plastischen Bereich und das Verhalten plastischer Gelenke unter Wechselbeanspruchung.

Mit Genugtuung kann festgestellt werden, daß in der Erfassung des Tragvermögens im plastischen Bereich beträchtliche Fortschritte erzielt wurden. Dabei ist das gemeinsame Forschungsprogramm unter Leitung der Commission XI «Hyperstatique» des Comité Européen du Béton (C. E. B.) besonders erwähnenswert, stellt doch dieses Programm wahrscheinlich den bedeutendsten Beitrag dar, der bisher für die internationale Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Baumaterialprüfung geleistet wurde.

Die unter Thema Vb veröffentlichten Versuchsergebnisse dringen unvermeidlich in ein komplexes Feld nichtlinearer Mechanik ein. Wie im Falle der in Thema Va diskutierten Studien betreffend Kriechen und Schwinden klafft auch hier noch eine Lücke. Vielleicht kann diese Lücke nie geschlossen werden, da gewisse Probleme möglicherweise gar keine einheitliche Lösung haben, während bei anderen Problemen höchstens obere und untere Grenzwerte angegeben werden können. Die Mathematiker mögen wohl darauf bestehen, daß für diese nichtlinearen Probleme kein allgemeines Verfahren existiert; vielleicht läßt sich aber trotzdem eine Methode ableiten, wenn die Laboratorien eine genügend große Zahl von Versuchsergebnissen über die unelastischen Eigenschaften der betreffenden Materialien liefern können. Damit könnte eine Situation entstehen, bei der beide Seiten einander entgegenkommen müssen, indem die eine das Minimum angibt, das sie benötigt, während die andere das Maximum an Versuchsergebnissen festlegt, das sie ermitteln kann. Eine intensive Zusammenarbeit zwischen analytischer und experimenteller Forschung ist unumgänglich. Zwei Ingenieure mit sich ergänzenden Begabungen können wohl ein Bureau miteinander teilen und trotzdem sehr weit voneinander entfernt sein.

Die größte Lücke klafft aber nach wie vor zwischen der experimentellen und analytischen Forschung auf der einen und der Praxis auf der andern Seite. Trotzdem ist es aber heute offensichtlich, daß die Ingenieure in der Praxis erkannt haben, daß ihnen ihre Kollegen aus der Forschung sehr viel geben können und sie sind darauf erpicht, die neuesten Forschungsergebnisse, so rasch es verantwortbar ist, anzuwenden. Vor allem trifft dies bei plastizitätstheoretischen Überlegungen für die Berechnung von Stahlbetonkonstruktionen zu. Die allgemeine Situation ist heute aber eher konfus. In gewissen Ländern lassen die Normen nichtelastizitätstheoretische Methoden für die Bemessung einzelner Tragelemente oder die Berechnung der Bruchlast statisch unbestimmter Tragwerke zu. In anderen Vorschriften ist der Momentenausgleich im Gesamttragwerk zugelassen, aber die einzelnen Tragelemente werden nach der Elastizitätstheorie berechnet und auf Grund der zulässigen Spannungen bemessen; und wieder andere Normen sehen genau das Gegenteil vor.

Diese Unterschiede in den Berechnungsmethoden überraschen vielleicht nicht, wenn man bedenkt, daß das komplexe Gebiet der Bruchlastberechnung durch die grundlegende Anforderung eines gleichmäßigen Tragvermögens einer Konstruktion unter Gebrauchslasten noch wesentlich kompliziert wird. Diese Anforderungen betreffen insbesondere die Verformung und die Rissebildung; sie sind für die Bemessung oft von ausschlaggebender Bedeutung, während die Bestimmung der Bruchlast wohl eine wichtige, aber nur untergeordnete Rolle spielt.

Diejenigen, die sich mit dem Studium der Materialeigenschaften im plastischen Bereich befassen, stehen äußerst schwierigen Problemen gegenüber; sie haben aber die Genugtuung, daß sie nicht Bekanntes verfeinern, sondern neue und realistischere Methoden der Tragwerksberechnung erforschen.

In einem Beitrag zum allgemeinen Forschungsprogramm des C. E. B. über die Rotationsfähigkeit der Gelenkzone bei Stahlbetonelementen berichtet J. C. Maldaue über Laboratoriumsversuche an 23 Balken. Es handelt sich dabei um die Messungen der Durchbiegungen, der Stahl- und Betondehnungen sowie der Gelenkrotationen. Die wichtigste Folgerung dieser Untersuchung besteht darin, daß das plastische Moment mit dem Erreichen einer bestimmten Betondehnung auftritt, und zwar praktisch unabhängig von der Stärke der Zugarmierung. Saillard folgend, verknüpft der Verfasser diese maßgebende Betondehnung mit der Quadratwurzel der Betondruckfestigkeit und fand hiefür, bei 18 von 23 Balken, eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch.

MINORU YAMADA behandelt das Verhalten von plastischen Gelenken in Stahlbetonträgern unter wechselnder Momentenbeanspruchung und berichtet über die Versuchsergebnisse von 12 Balken, die mehr als 10 Lastwechseln unterworfen worden waren. Die Hypothese, daß der Bruch von der gesamten, aufgespeicherten Energie der Hysteresisschleife verursacht wird, scheint falsch zu sein. Eine viel bessere Übereinstimmung ergibt sich mit der Hypothese, daß der Bruch eine Funktion der gespeicherten Beschädigungsenergie ist.

HERBERT TRÄGER berichtet über Versuche im Zusammenhang mit dem Bau einer Brücke über 15 Öffnungen aus vorfabrizierten vorgespannten 15,3 m

langen Trägern. Die 8 einzelnen Träger jeder Spannweite bestehen aus je 5 vorfabrizierten Teilen, die nachträglich zusammengespannt wurden. Nach dem Versetzen wurden die Träger mit einer Ausgleichsschicht, einer Isolation, einer Mörtelschutzschicht und einem 5 cm starken Asphaltbelag versehen. Die Gehwege wurden an Ort betoniert. Die Versuchsbalken wurden bis zum Bruch belastet und die Durchbiegungen bei jeder Laststufe gemessen. Sowohl für die Durchbiegungen als auch für die Bruchlast ergab sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch. Bei der Belastungsprobe an der fertigen Brücke entstanden dagegen nur 42—48% der gerechneten Durchbiegungen. Diese geringen Einsenkungen sind auf die Lastverteilung der Deckschichten und auf die Versteifung der Gehwege zurückzuführen. Die Querverteilung der Durchbiegungen stimmt mit der Rechnung nach Guyon-Massonnet unter Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit sehr gut überein. Die Messungen werden noch über längere Zeit durchgeführt, so daß noch weitere wichtige Ergebnisse zu erwarten sind.

Der Beitrag von R. N. Swamy enthält eine allgemeine Übersicht über die gleichzeitige Wirkung von Biegung und Torsion. Der Bericht wird ergänzt durch eine beträchtliche Zahl von Versuchsergebnissen an ausgeführten Bauwerken. Die Untersuchungen betreffen Stahlbeton- und Spannbetonträger mit verschiedenen Querschnittsformen (volle und hohle Rechteckquerschnitte, T- und I-Querschnitte). Mit einer Näherungsmethode läßt sich die gegenseitige Beeinflussung von Biegung und Torsion abschätzen. Eine genaue Methode für die Spannungsberechnung besteht offenbar nicht.

ZDENĚK SOBOTKA berichtet über Versuche an 6 schiefen, armierten Betonplatten mit 3- bzw. 4-seitiger Auflagerung. Zwei Platten waren an den Rändern frei aufgelegt, so daß sich die Ecken abheben konnten; die einfache Auflagerung der vier anderen Platten wurde so ausgeführt, daß an den Rändern nur Drehungen entstehen können. Von besonderem Interesse ist der Einfluß der Randbedingungen auf den Verlauf der Bruchlinien. Wie zu erwarten war, trennen die Bruchlinien gelenkig gelagerte Ecken (im Gegensatz zu frei abhebbaren Ecken) ab. Sämtliche Platten weisen eine größere Tragfähigkeit auf als aus der Bruchlinientheorie abgeleitet wurde, eine Reserve, die auf Verfestigung, elastische Deformation und andere Effekte zurückzuführen ist.

## Vc. Korrosion von Armierungsstählen und daraus folgende Schäden

Zum Thema Vc wurde von Prof. Louis auf Grund einer Umfrage in verschiedenen Ländern ein Bericht über Korrosionsschäden an Armierungen bei Beton- und Stahlbetonkonstruktionen zusammengestellt. Der «Vorbericht» enthält eine Zusammenfassung dieser Arbeit, die zu einem späteren Zeitpunkt als separate Veröffentlichung herausgegeben wird.

#### Referenzen — Références — References

- R. L'HERMITE: "Volume Changes of Concrete." Proceedings of Fourth International Congress on the Chemistry of Cement, National Bureau of Standards, Washington, D. C., V. z., pp. 659—694 (1960).
- 2. D. McHenry: "A New Aspect of Concrete and Its Application to Design." Proceedings, American Society for Testing Materials, V. 43, pp. 1069—1084 (1943).
- 3. O. C. Zienkiewicz: "Analysis of Visco-Elastic Concrete Structures with Particular Reference to Thermal Stresses." Proceedings, American Concrete Institute, V. 58, pp. 383—394 (1961).
- 4. A. D. Ross: "Creep and Shrinkage in Plain, Reinforced, and Prestressed Concrete, a General Method of Calculation." Journal of the Institution of Civil Engineers, V. 21, pp. 38—57 (1943).
- 5. N. Kh. Aroutiounian: «Applications de la théorie du fluage.» Editions Eyrolles, Paris (1957).

# Leere Seite Blank page Page vide

#### Val

# Die Berechnung des Kriechens und Schwindens nicht homogener Betonkonstruktionen

The Analysis of Creep and Shrinkage of Non-homogeneous Concrete Structures

Le calcul du fluage et du retrait dans les constructions en béton non homogènes

ZDENĚK P. BAŽANT Ing., C. Sc., Dopravoprojekt Prag

Die Mehrzahl moderner Betonkonstruktionen ist durch die Nichthomogenität des Kriechens und Schwindens gekennzeichnet. Diese Nichthomogenität wird hervorgerufen entweder dadurch, daß der Beton der verschiedenen Konstruktionsteile bedeutend unterschiedliches Alter hat, oder dadurch, daß der Beton mit Stahl zusammenwirkt, oder weil der Baugrund nicht als steife, sondern als elastische Unterstützung oder Einspannung wirkt<sup>1</sup>). Das Kriechen solcher Konstruktionen ruft die Zeitveränderungen der Innenkräfte hervor, und zwar zum Unterschied von den homogenen Konstruktionen auch dann, wenn keine Veränderung des statischen Wirkens oder keine Stützenverschiebung entsteht. Diese Umlagerungen beeinflussen hauptsächlich die Rißsicherheit und die Durchbiegungen.

Manche Teillösungen wurden schon von zahlreichen Forschern gegeben <sup>2</sup>). Trotzdem sind aber noch viele Aufgaben ungelöst geglieben. In diesem Aufsatz wird die völlig allgemeine Lösung des Problems erklärt, die vom Autor schon 1961 [2] und 1962 [3] angedeutet wurde. Sie wird hier besonders mit Rücksicht auf die Verwendung der elektronischen Rechenmaschinen vorgelegt.

#### Die Annahmen über das Kriechen

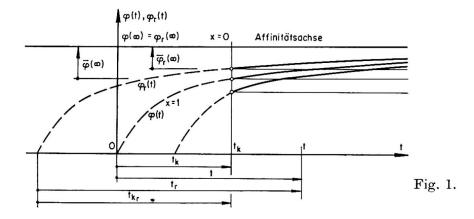
1. Die Dischingersche Annahme. Diese vereinfachende Annahme setzt den linearen Verlauf des Betonkriechens voraus, bei welchem die Dauerlast die

<sup>1)</sup> Zur ersten Gruppe gehören z. B. die im Freivorbau hergestellten Konsolbrücken, die aus Fertigteilträgern (evtl. unterschiedlichen Alters) hergestellten Roste und Durchlaufträger, die Tragwerke aus Fertigteilträgern, welche mit der oberen Ortbetonplatte zusammenwirken, die sukzessiv betonierten Konstruktionen, wie z. B. am selbsttragenden geschweißten Bewehrungsskelett, die in eine ältere steife Gründung eingespannten Betonbehälter usw. Zur zweiten Gruppe gehören z. B. die Schrägseil- und Hängebrücken mit Betonbalken, die Beton-Stahl-Verbundträger, die Träger aus vorgespanntem Beton, die Bogen mit Zugband u. a.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) Z. B. die Lösungen des nichthomogenen Querschnitts der homogenen Konstruktion, der Schrägseilbrücke, des Bogens mit Zugband, der einfach statisch unbestimmten Konstruktion mit der vereinfachten Veränderung des Betonalters u. a.

gesamte plastische Formänderung im Zeitabschnitt von t=0 bis t bewirkt, die dem Kriechmaß  $\varphi(t)$  proportional ist [4], wobei  $\varphi(t)$  eine im vorhinein gegebene stetige, wachsende Funktion der Zeit t mit dem endlichen Limit  $\varphi(\infty)$  für  $t \to \infty$  darstellt. Die Zeitveränderung des E-Moduls kann man hierin einbeziehen, so daß E als konstant (federnder E-Wert) angenommen werden kann [4].

2. Die Kriechaffinität. Um die Konstruktionsnichthomogenität auszudrücken, wird die Voraussetzung gemacht, daß die Kriechkurven  $\varphi_r(t)$  für die Teile r mit verschiedenem Betonalter  $t_r$  miteinander affin werden in der Weise, daß die Affinitätsachse parallel zur Zeitachse wird und daß die Werte  $\varphi_r(t)$  für den Ausgangszeitpunkt  $t=t_k$  und für  $t\to\infty$  unverändert bleiben (Fig. 1).



Wählt man eine gewisse Grundkriechkurve  $\varphi(t)$ , wo t ungefähr das mittlere Alter ausdrücken soll und bezeichnet man als  $\bar{\varphi}(t) = \varphi(t) - \varphi(t_k)$ ,  $\bar{\varphi}_r(t) = \varphi_r(t) - \varphi_r(t_k)$ , kann man schreiben

$$\bar{\varphi}_r(t) = \kappa \, \bar{\varphi}(t), \qquad \kappa = \frac{\bar{\varphi}_r(\infty)}{\bar{\varphi}(\infty)} = \frac{\bar{\varphi}_r(\infty)}{\varphi(\infty)} \frac{\varphi(\infty) - \varphi(t_{kr})}{\varphi(\infty) - \varphi(t_k)},$$
 (1)

wo  $t_{kr}$  das zu  $t_k$  entsprechende Ausgangsalter verschiedener Teile r bedeutet (Fig. 1). Der Wert  $\kappa$  wird bezeichnet als Koeffizient der Kriechsaffinität für den Teil r. Die Kriechaffinität des Betons ist mathematisch genau erfüllt für  $\varphi(t) = \varphi(\infty) (1 - e^{-at})$ . Für den anderen Verlauf von  $\varphi(t)$  gilt die Gl. (1) nur approximativ, jedoch kann man den Fehler vernachlässigen. Das Grafikon der Werte  $\kappa$  für  $\varphi(t) = \varphi(\infty) \sqrt{1 - e^{-\sqrt{t}}}$  ist in [3] und [2] gegeben. Weil der Zeitverlauf von E mit  $\varphi(t)$  angenähert affin ist, stimmt die Kriechaffinität gut mit der Annahme von konstantem E-Wert überein.

Für Beton gleicher Zusammensetzung gilt  $\varphi_r(\infty) = \varphi(\infty)$ . Bei der Biegung der Stahlbetonquerschnitte sind die plastischen Querschnittsdrehungen infolge der Rißbildung in der Zugzone bedeutend kleiner als bei der Biegung unter Druck oder Vorspannung, wie folgende Beziehung zeigt

$$\frac{\varphi(\infty)}{\varphi_r(\infty)} \cong 1 + \frac{\nu_a}{\nu_b} \frac{E_b}{E_a} \cong 3 \text{ bis } 6, [4].$$

Das langjährige Kriechen des Stahls ist im Verhältnis zum Betonkriechen unbedeutend und demzufolge kann man für Stahl  $\kappa \cong 0$  einsetzen. Die elastische Unterstützung oder Einspannung im Baugrund kann man außer durch den Elastizitätsmodul approximativ auch durch den von der Bodenart abhängigen Wert  $\kappa$  charakterisieren (z. B. Sand und Kies  $\kappa \cong 0$ ).

Als bezogenes Schwinden  $\tilde{\epsilon}_{schw_r}(t)$  des Betons vom Alter  $t_r$  im Zeitabschnitt von  $t_k$  bis t leitet man ein

 $\bar{\epsilon}_{schw_{\tau}}(t) = \kappa \frac{\epsilon_{schw}(\infty)}{\varphi(\infty)} \bar{\varphi}(t).$ 

3. Die Reduktion der Zeit. Die Witterungswechsel im Verlauf der Jahreszeiten beschleunigen oder verlangsamen das Kriechen und Schwinden des Betons. Man kann das ausdrücken, wenn in  $\varphi(t)$  anstatt der tatsächlichen Zeitabschnitte die reduzierten Zeitabschnitte eingesetzt werden. Im Sommer setzt man die  $\rho$ -fachen, im Winter die  $(2-\rho)$ -fachen und im Frühling und Herbst die 1-fachen der tatsächlichen Zeitabschnitte ein, wobei ungefähr  $\rho \cong 1,3$  bis 1,7 ist. Die Witterungseinflüsse rufen die Kräfteumlagerungen nur bei der Konstruktion aus verschieden altem Beton hervor und demzufolge ist die Reduktion besonders bei der Bestimmung von x mit Hilfe von  $\varphi(t_k)$  und  $\varphi(t_k)$  wichtig. Die vorgeschlagene Reduktion aller Kriechkurven  $\varphi_r(t)$  im gleichen Verhältnis stimmt mit der Annahme der Kriechaffinität überein.

# Die Problemlösung

- 4. Die transformierte Konstruktion. Wir bezeichnen als transformierte Konstruktion (oder Körper, System) solche elastische Konstruktion (Körper, System), die mit der gegebenen geometrisch identisch ist, aber anstatt der Elastizitätsmoduln E und der Poissonschen Zahlen  $\mu$  (und  $G = \frac{1}{2} E/(1 + \mu)$ ) die Moduln  $E' = E/\kappa$  und die Zahlen  $\mu'$  (und  $G' = \frac{1}{2} E'/(1 + \mu')$ ) besitzt. Dabei bedeutet  $\mu'$  das Verhältnis der plastischen Querkriechdehnung zur Längskriechdehnung, welches allgemein von  $\mu$  verschieden angenommen werden soll.
- 5. Die Formänderungsgleichungen des Körpers. Die Lösung des Spannungszustandes eines nicht homogenen isotropen Körpers wird durch die bekannten Differentialgleichungen des Gleichgewichtes, den Kompatibilitätsgleichungen und durch die geometrischen Gleichungen beschrieben, zu denen die Formänderungsgleichungen hinzuzufügen nötig ist, die man in folgender Form ableiten kann [3].

$$E \frac{d \epsilon_{x}(t)}{d \bar{\varphi}} = \frac{d \sigma_{x}(t)}{d \bar{\varphi}} - \mu \frac{d \sigma_{y}(t)}{d \bar{\varphi}} - \mu \frac{d \sigma_{z}(t)}{d \bar{\varphi}} + \kappa \sigma_{x}(t) - \mu' \kappa \sigma_{y}(t)$$

$$-\mu' \kappa \sigma_{z}(t) + E \kappa \frac{\epsilon_{schw}(\infty)}{\varphi(\infty)},$$

$$E \frac{d \gamma_{xy}(t)}{d \bar{\varphi}} = 2 (1 + \mu) \frac{d \tau_{xy}(t)}{d \bar{\varphi}} + 2 (1 + \mu') \kappa \tau_{xy}(t),$$
(2)

Die Aufgabenstellung muß noch mit den Randbedingungen des Körpers, der Belastung insgesamt, und mit ihren Anfangsbedingungen für  $t=t_k$  ergänzt werden. In der Gl. (2) bedeutet  $\epsilon_x(t), \gamma_{xy}(t), \ldots$  die bezogene Dehnung und Winkeldrehungen im Zeitpunkt  $\epsilon_x(t), \gamma_{xy}(t), \ldots$  die Normal- und Schubspannung in t;  $\kappa = \kappa(x, y, z)$  den Koeffizient der Kriechaffinität als Funktion der Koordinaten x, y, z. Als Folgerung der Linearität der Gl. (2) gilt das Superpositionsprinzip, welches auch für die von verschiedenen Zeitpunkten wirkenden Belastungen gültig ist.

Man kann zeigen, daß die Partikularlösung  $\sigma_{xp}, \tau_{xyp}, \ldots$  der Gl. (2) für ständige Belastung ein konstanter Spannungszustand ist, der als elastischer Spannungszustand des transformierten Körpers für die gegebene Belastung und für die bezogenen Schwinddehnungen von der Größe  $\kappa \frac{\epsilon_{schw}(\infty)}{\varphi(\infty)}$  bestimmt werden kann [3]. Aus dem rheologischen Gesichtspunkt bedeutet die Partikularlösung den Spannungszustand auf einem Körper aus der rein viskosen Flüssigkeit. Den gegebenen Anfangsbedingungen entspricht als Lösung der Verlauf der Spannungen, die sich aus den Ausgangswerten sukzessiv den den Werten  $\bar{\varphi}(\infty)$  entsprechenden Endwerten nähern. Diese Endwerte liegen gewöhnlich zwischen der Anfangs- und Partikularlösung.

- 6. Der Substitutionssatz. Setzt man  $\mu' = \mu$  und vernachlässigt man die Volumenkräfte, so bestimmt man durch Vergleich des ganzen Gleichungssystems für das Kriechen samt den Gl. (2) mit dem bekannten Gleichungssystem für den elastischen Zustand, daß das erste System aus dem zweiten entsteht, wenn darin  $\frac{1}{E}$  durch  $\left(\frac{1}{E}\frac{d}{d\bar{\varphi}} + \frac{1}{E'}\right)$ ,  $\epsilon_{schw}(\infty)$  durch  $\kappa \frac{\epsilon_{schw}(\infty)}{\varphi(\infty)}$ ,  $\sigma_x$ ,  $\tau_{xy}$ , ... durch  $\sigma_x(t)$ ,  $\tau_{xy}(t)$ , ... und die Verschiebungen und Drehungen durch ihre Ableitungen nach  $\bar{\varphi}(t)$  ersetzt werden, was auch für die Randbedingungen gilt 3).
- 7. Die Formänderungsgleichungen der Konstruktion. Für die veränderlichen statisch unbestimmten Größen  $X_1(t), \ldots, X_n(t)$  der Konstruktion K kann man folgendes System ableiten [2,3]

$$\sum_{j=1}^{n} \delta_{ij} \frac{d X_{j}(t)}{d \bar{\varphi}} + \sum_{j=1}^{n} \delta'_{ij} X_{j}(t) + \delta'_{i}(t) + \frac{d \delta_{i}(t)}{d \bar{\varphi}} + \delta'_{schw_{i}} = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (3)$$

Hier bedeutet  $\delta_{ij}$  bzw.  $\delta'_{ij}$  die elastische Formänderung des statischen Grundsystems der gegebenen bzw. transformierten Konstruktion von der Belastung  $\overline{X}_i = 1$  im Sinne der Größe  $X_j(t)$  und  $\delta'_j(t)$  bzw.  $\delta_j(t)$  bzw.  $\delta'_{schw_j}$  die Formänderung des Grundsystems der transformierten bzw. gegebenen Konstruktion von der gegebenen äußeren Belastung bzw. von den bezogenen Schwinddeh-

<sup>&</sup>lt;sup>3)</sup> Diese Substitution ist allgemein gültig, man muß aber beachten (z. B. bei Schalen), daß sie nur in den in den Innenkräften ausgedrückten Gleichgewichtsgleichungen oder in den Formänderungsgleichungen zwischen Innenkräften und Formänderungen durchgeführt werden darf, nicht aber z. B. in der Endgleichung zwischen den Formänderungen allein (einer Schale oder Platte) u. a.

nungen  $\kappa \frac{\epsilon_{schw}(\infty)}{\varphi(\infty)}$  im Sinne der Größe  $X_j(t)$ . Mittels  $\delta'_{ij}$ ,  $\delta'_j$  und  $\delta'_{schw_j}$  wird der Einfluß der Nichthomogenität, der elastischen Unterstützung oder Einspannung im Baugrund und des mit dem Kriechen verbundenen Schwindens eingeleitet  $^4$ ).

Für die Konstruktion mit nicht homogenen Querschnitten kann gezeigt werden [3], daß die Gl. (3), zum Unterschied von der nicht homogenen Konstruktion mit homogenen Querschnitten, nur approximativ nach Vernachlässigung gewisser Ausdrücke gilt.

- 8. Das statische Grundsystem. Es kann nicht nur statisch bestimmt, sondern auch statisch unbestimmt gewählt werden, aber nur im Falle, daß es sich um ein zwingungsfreies System handelt, dessen plastische Formänderungen zu  $\bar{\varphi}(t)$  proportional sind. Das Grundsystem ist zwingungsfrei, wenn seine Teile homogen sind und freie Formänderungen durch Schwinden möglich sind.
- 9. Die allgemeine Lösung für die ständige Belastung. Für diesen Fall gilt  $\delta_j'(t) = \delta_j' = \text{konst.}$  und  $\frac{d \, \delta_i(t)}{d \, \overline{\varphi}} = 0$ . Die Gl. (3) bildet dann ein System von n simultanen linearen, nicht homogenen Differentialgleichungen erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten für die unbekannten  $X_j(t)$  als Funktionen von  $\overline{\varphi}(t)$ , d. h. zusammengesetzte Funktionen von t. Die allgemeine Lösung ist [2,3]

$$X_{i}(t) = X_{ip} + \sum_{j=1}^{n} C_{j} k_{i}^{(j)} e^{\lambda_{j} \overline{\psi}(t)}, \quad i, j = 1, \dots, n.$$
 (4)

Die Konstanten  $X_{i_p}$  bedeuten die Partikularlösung, die durch das System

$$\sum_{i=1}^{n} \delta'_{ij} X_{ip} + \delta'_{j} + \delta'_{schw_{j}} = 0$$

$$(5)$$

gegeben ist und stellt also den Spannungszustand der transformierten Konstruktion für die gegebene Belastung und die bezogenen Schwinddehnungen  $\kappa \frac{\epsilon_{schw}(\infty)}{\varphi(\infty)}$  dar.

Die Zahlen  $\lambda_1,\ldots,\lambda_n$  sind die Wurzel der algebraischen charakteristischen Gleichung n-ter Stufe, die mit der Determinante  $(\delta_{ij}\lambda+\delta'_{ij})=0,\ (i,j=1,\ldots,n)$  bestimmt wird. Wenn  $\lambda_j$  ihre m-fache Wurzel ist, muß man in die Gl. (4) anstatt  $e^{\lambda_j \overline{\varphi}(t)}$  nacheinander  $e^{\lambda_j \overline{\varphi}(t)},\ \overline{\varphi}(t)\,e^{\lambda_j \overline{\varphi}(t)},\ldots,\overline{\varphi}(t)^{m-1}\,e^{\lambda_j \overline{\varphi}(t)}$  einsetzen, was aber nur dann gilt, wenn die Determinante n-1 linear unabhängige Zeilen hat. Im negativen Falle hängen einige  $X_i(t)$  von weniger als n willkürlichen Konstanten ab. Jedem Werte  $\lambda_j$  entsprechen n Werte  $k_1^{(j)},\ldots,k_n^{(j)}$ , welche man als proportional zu den  $1,(-1)^1,\ldots,(-1)^{n-1}$ -fachen Subdeterminanten irgend

<sup>&</sup>lt;sup>4)</sup> In  $\delta'_j(t)$  muß man auch den Einfluß einer eventuellen Vorspannung einbeziehen. Wenn sich die Querschnittsmomente von Dauerlast mit den Momenten von den Querschnittsvorspannkräften annähernd eliminieren (kleine Differenz von großen Zahlen), muß man die Möglichkeit der Abweichungen (etwa um  $\pm 5$  bis  $\pm 15$ %) in der Größe der Vorspannkräfte rechnerisch durch Berechnung beider Grenzfälle beachten.

einer Zeile findet. Die Konstanten  $C_j$  werden den Ausgangswerten  $X_i(t_k)$  (oder bzw. den Endwerten  $X_i(\infty)$ ) gemäß bestimmt, mittels denen der Einfluß der Stützenverschiebung, der Veränderung des statischen Wirkens bei den verbundenen Fertigteil-Systemen, der Vorspann-Größe u.a. ausgedrückt wird  $^5$ ).

Wenn die Belastung in  $\bar{\varphi}(t)$  expotential veränderlich ist, kann man auch eine einfache Lösung geben [3].

10. Die numerische Integration und Anwendung der elektronischen Rechenmaschinen. Wenn die statische Unbestimmtheit größer als 2 bis 3 ist, kann man bequemer das System (3) mittels sukzessiver numerischer Integration lösen, die man einzeln für die verschiedenen Ausgangszustände durchführen muß. Den Wert  $\bar{\varphi}(\infty)$  verteilt man auf  $m_0$  Abschnitte  $\Delta \bar{\varphi}$ , durch deren Verkleinerung beliebige Genauigkeit erzielt werden kann. Dem System (3) entsprechen die Differenzengleichungen

$$\sum_{j=1}^{n} \delta_{ij} \Delta X_{j}^{(m+1)} + (\sum_{j=1}^{n} \delta'_{ij} X_{j}^{(m)} + \delta'_{i}^{(m)} + \delta'_{schw_{i}}) \Delta \bar{\varphi} + \Delta \delta_{i}^{(m+1)} = 0, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad (6)$$

die ein System von n linearen Gleichungen mit der Matrix  $[\delta_{ij}]$  für die Veränderungen  $\Delta X_j^{(m+1)}$  im entsprechenden Abschnitte  $\Delta \bar{\varphi}^{(m+1)}$  bilden. Hier bedeutet  $X_j^{(m)}$  den Endwert von  $X_j$  (t) im vorhergehenden Abschnitte  $\Delta \bar{\varphi}^{(m)}$ . Den Ausgangswert für den folgenden Abschnitt  $\Delta \bar{\varphi}^{(m+1)}$  erhält man als  $X_j^{(m+1)} = X_j^{(m)} + \Delta X_j^{(m+1)}$  (Tafel 1). Umgekehrt ist es auch möglich, aus den verlangten Endwerten rückwärts die erforderlichen Ausgangswerte zu errechnen, die in die Konstruktion während des Bauvorgangs eingeführt werden müssen. Mit Hilfe  $\Delta X_j^{(m)}$  kann man auch die Formänderungen nach der Gl. (12) errechnen.

Dieser Integrationsvorgang hat die allgemeine Gültigkeit für alle elastischen Aufgaben, z.B. für die Platten, Körper u.a. Die Veränderung  $\Delta S$  von der Innenkraft S (Biegungsmoment, Spannung usw.) im Abschnitt  $\Delta \bar{\varphi}$  ist gleich den Innenkräften, die auf der gegebenen elastischen Konstruktion von den inneren Verformungen  $D_s' \Delta \bar{\varphi}$  und von den Schwinddehnungen  $\kappa \Delta \bar{\epsilon}_{schw}$  hervorgerufen werden und zu denen man noch den Einfluß der Veränderung äußerer Belastung addiert.  $D_s'$  bedeutet die zur Innenkraft S auf der transformierten Konstruktion entsprechende innere Verformung. Die numerische Integration überführt also das Kriechproblem auf die elastische Aufgabe. Alle Aufgaben, die für beliebige innere Verformungen auflösbar sind, können auch für nicht homogenes Kriechen und Schwinden gelöst werden.

$$\frac{d\,X_{i}\left(t\right)}{d\,\bar{\varphi}}+X_{i}\left(t\right)=\,X_{ip}\,,\qquad\Rightarrow X_{i}\left(t\right)=\,X_{i}\left(t_{k}\right)+\left[X_{ip}-X_{i}\left(t_{k}\right)\right]\left(1-e^{-\overline{q}\left(t\right)}\right).$$

Analoge Gleichungen ergeben sich auch für die Spannungen  $\sigma_x(t)$ ,  $\tau_{xy}(t)$  des Körpers, bei welchem  $\mu' \approx \mu$  ist.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>) Als spezieller Fall für  $\kappa \equiv 1$  ergibt sich die Lösung der homogenen Konstruktion oder Körper. Für  $d \delta_i / d \overline{\varphi} = 0$  kann man aus der Gl. (3) ableiten [2, 3]

 $\begin{array}{c} \text{ANFANG} & \longrightarrow & 0 \to m, \quad X_i \ (t_k) \to X_i^{(0)} \\ & & \longrightarrow & \\ & \downarrow \\ & & \downarrow \\$ 

Tafel 1. Das Programmschema für die numerische Integration von  $X_i(t)$ 

Bei dieser Lösung ist es vorteilhaft, daß sich in jedem Abschnitt  $\Delta \bar{\varphi}$  die Lösung des elastischen Systems mit derselben Matrix  $[\delta_{ij}]$  wiederholt. Darum wird die Form (6) sehr geeignet für die Berechnung auf der elektronischen Rechenmaschine, besonders wenn die Lösung für mehrere Ausgangszustände bestimmt werden soll. Die Kehrmatrix  $[\delta_{ij}]^{-1}$  wird gewöhnlich früher bei der Berechnung der Einflußlinien gefunden und steht hier also schon im vorhinein zur Verfügung. Das Programm für die numerische Integration besteht aus einer Reihe der Programme für die elastischen Aufgaben. Die Einleitung des Begriffs der transformierten Konstruktion ermöglicht weiter auch die Koeffizienten  $\delta'_{ij}$ ,  $\delta'_{j}$ ,  $\delta'_{schw_i}$  mit Hilfe der schon vorhandenen Programme für die elastischen Konstruktionen automatisch zu errechnen. Die vorliegende Formulierung gibt also die Möglichkeit einer voll automatischen Berechnung der Kriecheinflüsse, was nicht nur die Beschleunigung und Zeitersparnis bedeutet, sondern auch die Möglichkeit der Beurteilung vieler Ausgangszustände bietet. Einerseits wird die automatische Berechnung der Kriecheinflüsse noch vorteilhafter als für die elastischen Fälle, denn hier wird dieselbe elastische Lösung vielfach wiederholt, so daß das Programm mehrfach ausgenützt wird.

11. Andere Näherungslösungen. System (3) kann man auch lösen in der Form einer Potenzreihe

$$X_{j}(t) = X_{j}(t_{k}) + \sum_{\alpha=1}^{\infty} \tilde{X}_{j(\alpha)} \bar{\varphi}^{\alpha}.$$
 (7)

Die Konstanten  $\tilde{X}_{j(\alpha)}$  erhält man für den gegebenen Ausgangszustand sukzessiv aus den folgenden Gleichungssystemen  $[\tilde{X}_{j(0)} = X_j(t_k)]$ 

$$\sum_{j=1}^{n} \delta_{ij} \tilde{X}_{j(\alpha)} + \frac{1}{\alpha} \sum_{j=1}^{n} \delta'_{ij} \tilde{X}_{j(\alpha-1)} + \frac{1}{\alpha!} \left[ \frac{d^{\alpha-1}}{d \, \bar{\varphi}^{\alpha-1}} (\delta'_i + \delta'_{schw_i}) + \frac{d^{\alpha}}{d \, \bar{\varphi}^{\alpha}} \delta_i \right]_{t=t_k} = 0, \qquad (8)$$

$$i = 1, \dots, n, \quad \alpha = 1, 2, \dots$$

wieder mit gleicher Matrix  $[\delta_{ij}]$ , wobei für  $\alpha > 1$   $d^{\alpha-1}\delta'_{schw_i}/d\bar{\varphi}^{\alpha-1} = 0$  wird. Bei ständiger Belastung werden auch übrige Ableitungen null. Auch diesen Vorgang kann man verallgemeinern für alle elastischen Aufgaben.

Eine grobe Näherungslösung bietet die Idealkonstruktion mit den idealen Moduln

$$E_{id}(t) = rac{E}{1 + \kappa \, ar{arphi} \left( t 
ight)} \quad ext{ und } \quad \mu_{id} \left( t 
ight) = rac{\mu + \mu' \, \kappa \, ar{arphi} \left( t 
ight)}{1 + \kappa \, ar{arphi} \left( t 
ight)},$$

was aus der Annahme eines unveränderlichen Spannungszustandes resultiert. Man erhält ( $\delta_i = \text{konst.}$ )

$$\sum_{j=1}^{n} \left[ \delta_{ij} + \delta'_{ij} \,\bar{\varphi}(t) \right] X_{j}(t) - \sum_{j=1}^{n} \delta_{ij} \,X_{j}(t_{k}) + \left( \delta'_{i} + \delta'_{schw_{i}} \right) \bar{\varphi}(t) = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (9)$$

Sind die Endwerte  $X_j$  ( $\infty$ ) gegeben und sucht man die erforderlichen Ausgangswerte  $X_j$  ( $t_k$ ), dann ist die Matrix der Gleichungen wieder durch [ $\delta_{ij}$ ] gegeben. Man kann beweisen, daß diese Lösung zwischen der Anfangs- und Partikularlösung liegt [3].

Für das System, das approximativ auf einfach statisch unbestimmtes System vereinfacht werden kann, gilt die Näherungsformel

$$X_{j}(t) \approx X_{j}(t_{k}) + (X_{jp} - X_{j}(t_{k}) \left(1 - e^{-\frac{\delta_{ij}}{\delta_{jj}} \varphi(t)}\right). \tag{10}$$

12. Das Variationsprinzip. Der Zeitverlauf des Spannungszustandes kann, wenn man in den Gleichgewichtsgleichungen die Volumenkräfte vernachlässigt, mit dem Prinzip vom Minimum des Formänderungswiderstands folgenderweise formuliert werden: Aus allen Gleichgewichtszuständen des Körpers im Zeitpunkt t entsteht ein solcher, bei dem der Formänderungswiderstand  $\Phi(t)$  ein Minimum hat [3]. Für einen Körper gilt das Prinzip nur für  $\mu' \approx \mu$ , für eine Rahmenkonstruktion gilt es allgemein. Den Formänderungswiderstand definiert man als den Funktional  $\Phi(t)$ 

$$\Phi(t) = \frac{d\Pi(t)}{d\bar{\varphi}} + \Pi'(t) + \Pi'_{schw}(t).$$
(11)

Hier bedeutet  $\Pi(t)$  bzw.  $\Pi'(t)$  das elastische Potential,  $\Pi'_{schw}(t)$  die Arbeit der inneren Kräfte auf den bezogenen Schwinddehnungen  $\kappa \frac{\epsilon_{schw}(\infty)}{\varphi(\infty)}$ . Für Körper folgt nun

$$\Phi(t) = \iiint_{0} \left\{ \left( \frac{d}{d\,\bar{\varphi}} + \kappa \right) \frac{1}{2\,E} \left\{ \sigma_{x}^{2}(t) + \sigma_{y}^{2}(t) + \sigma_{z}^{2}(t) - 2\,\mu \left[ \sigma_{x}(t)\,\sigma_{y}(t) + \sigma_{y}(t)\,\sigma_{z}(t) + \sigma_{z}(t)\,\sigma_{x}(t) \right] \right. \\
\left. + 2\,(1+\mu)\left[ \tau_{xy}^{2}(t) + \tau_{yz}^{2}(t) + \tau_{zx}^{2}(t) \right] \right\} \\
\left. + \left[ \sigma_{x}(t) + \sigma_{y}(t) + \sigma_{z}(t) \right] \kappa \frac{\epsilon_{schw}(\infty)}{\varphi(\infty)} dx \, dy \, dz$$
(11 a)

und für Konstruktion mit den Innenkräften  $M(t), \dots$ 

$$\Phi(t) = \frac{d}{d\,\overline{\varphi}} \int_{K} \frac{1}{2} \left[ \frac{M^{2}(t)}{EJ} + \frac{N^{2}(t)}{EF} + \frac{\alpha T^{2}(t)}{GF} \right] ds 
+ \int_{K} \frac{1}{2} \left[ \frac{M^{2}(t)}{E'J} + \frac{N^{2}(t)}{E'F} + \frac{\alpha T^{2}(t)}{G'F} \right] ds + \int_{K} N(t) \kappa \frac{\epsilon_{schw}(\infty)}{\varphi(\infty)} ds.$$
(11b)

Bezeichnet man die Funktion hinter dem Integrationszeichen in Gl. (11a) als den spezifischen Formänderungswiderstand f(t), dann kann man finden

$$\frac{\partial f(t)}{\partial \sigma_x} = \frac{d \epsilon_x(t)}{d \bar{\varphi}}, \qquad \frac{\partial f(t)}{\partial \tau_{xy}} = \frac{d \gamma_{xy}(t)}{d \bar{\varphi}}, \dots$$

13. Die Formänderungen. Die Formänderung  $\delta(t)$  einer statisch unbestimmten Konstruktion im Sinne der statischen Größe X ist mit der Gleichung

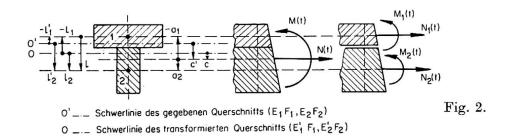
$$d\delta(t) = \left[\delta'_{el}(t) + \delta'_{schw}\right] d\bar{\varphi}(t) + d\delta_{el}(t) \tag{12}$$

gegeben. Hier bedeutet  $\delta_{el}(t)$  bzw.  $\delta'_{el}(t)$  die elastische, den Innenkräften  $M(t),\ldots$  entsprechende Formänderung der gegebenen oder der transformierten Konstruktion im Sinne der Größe X und  $\delta'_{schw}$  die durch die Schwinddehnungen  $\kappa \frac{\epsilon_{schw}(\infty)}{\varphi(\infty)}$  hervorgerufene Formänderung im Sinne der Größe X. Die Gl. (12) kann in einfachen Fällen in geschlossener Form, in den komplizierten numerisch oder in einer Reihe integriert werden. Es gilt auch die Beziehung  $\frac{d\delta(t)}{d\bar{\varphi}} = \frac{\partial \Phi(t)}{\partial x}$ .

14. Die Anwendung für Querschnittslösung. Für die Lösung eines nicht homogenen, aus m homogenen Teilen verbundenen Querschnitts kann man die angeführten Gleichungen anwenden, denn es handelt sich auch um ein elastisches System. Man bezeichnet die auf einzelne Teile in ihren Schwerpunkten wirkenden Normalkräfte und Biegungsmomente mit  $N_i(t)$  und  $M_i(t)$ . In einer statisch unbestimmten Konstruktion können sie allgemein auch bei ständiger Belastung veränderlich sein. Die Kräfte  $M_i(t), N_i(t)$  müssen mit dem äußeren Querschnittsmoment M(t) und der Normalkraft N(t) zwei Gleichgewichtsbedingungen erfüllen, und infolgedessen ist der Querschnitt 2(m-1)-fach statisch unbestimmt.

Für den aus zwei Teilen verbundenen Querschnitt (Fig. 2) wählt man als die statisch Unbestimmten z.B.  $M_1(t)$ ,  $N_1(t)$ . Die Formänderungsbedingung

zur Bewahrung ebener Querschnitte erfordert, daß die Formänderungen des Grundsystems im Sinne der Größen  $M_1, N_1$  null werden. Weil es sich um ein elastisches System handelt, müssen die Formänderungsgleichungen die Form (3) haben. Man kann ihre Koeffizienten einfach mit Hilfe der unabhängigen,



die zwei Gleichgewichtsbedingungen erfüllenden Zustände des gegebenen und transformierten Querschnitts bestimmen. Ihre Werte sind <sup>6</sup>)

$$\begin{split} \delta_{1MM} &= \quad \frac{1}{E_1J_1} + \frac{1}{E_2J_2}, & \delta_{1MN} &= -\frac{e}{E_2J_2}, \\ \delta_{1NN} &= \quad \frac{1}{E_1F_1} + \frac{e^2}{E_2J_2} + \frac{1}{E_2F_2}, & \delta'_{1MN} &= -\frac{e}{E_2J_2}, \\ \delta'_{1MM} &= \quad \frac{\kappa_1}{E_1J_1} + \frac{\kappa_2}{E_2J_2}, & \delta'_{1MN} &= -\frac{e}{E_2J_2}, \\ \delta'_{1NN} &= \quad \frac{\kappa_1}{E_1F_1} + \frac{e^2\kappa_2}{E_2J_2} + \frac{\kappa_2}{E_2F_2}, & \\ \delta'_{1M}(t) &= -[M(t) - N(t) \, a_2] \, \frac{\kappa_2}{E_2J_2} - \left(\frac{d\,M(t)}{d\,\bar{\varphi}} - \frac{d\,N(t)}{d\,\bar{\varphi}} \, a_2\right) \frac{1}{E_2J_2}, \\ \delta'_{1N}(t) &= \quad [M(t) - N(t) \, a_2] \, \frac{e\,\kappa_2}{E_2J_2} - N(t) \, \frac{\kappa_2}{E_2F_2} \\ &+ \left(\frac{d\,M(t)}{d\,\bar{\varphi}} - \frac{d\,N(t)}{d\,\bar{\varphi}} \, a_2\right) \frac{e}{E_2J_2} - \frac{d\,N(t)}{d\,\bar{\varphi}} \, \frac{1}{E_2F_2}, \end{split}$$

wo  $J_1$ ,  $J_2$  die Trägheitsmomente,  $i_1$ ,  $i_2$  die Trägheitshalbmesser und  $F_1$ ,  $F_2$  die Flächen der einzelnen Teile bezeichnen. Für die unveränderliche Belastung M,N kann man die Partikularlösung finden  $^6$ )

$$M_{1p} = \frac{M + Nc' + \frac{\epsilon_{schw}(\infty)}{\varphi(\infty)} (e_1' E_1 F_1 + e_2' E_2 F_2)}{i_1^2 + e_1'^2 + \frac{E_2 F_2}{E_1 F_1} \frac{\kappa_1}{\kappa_2} (i_2^2 + e_2'^2)} i_1^2, \tag{14}$$

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>) Als spezieller Fall ergibt sich hieraus sehr einfach die Lösung des Verbundquerschnitts Beton-Stahl (als Limite der angeführten Ausdrücke für  $\kappa_2 \to 0$ ,  $\kappa_1 \to 1$ ,  $e'_1 \to -e$ ,  $e'_2 \to 0$ ,  $c' \to -e_2$ ) oder des vorgespannten Querschnitts (als Limite für  $\kappa_2 \to 0$ ,  $\kappa_1 \to 1$ ,  $i_2 \to 0$ ,  $J_2 \to 0$ ,  $e'_2 \to 0$ ,  $e'_1 \to -e$ ,  $c' \to -e_2$ ) samt den Spannungsverlusten. Freilich kann man auch eine analoge direkte Lösung durchführen (siehe [3]).

$$N_{1p} = M_{1p} \frac{e_1'}{i_1^2} + \frac{N + \frac{\epsilon_{schw}(\infty)}{\varphi(\infty)} \left(1 - \frac{\kappa_1}{\kappa_2}\right) E_2 F_2}{1 + \frac{E_2 F_2}{E_1 F_1} \frac{\kappa_1}{\kappa_2}}.$$
 (14)

- 15. Andere Anwendungen. Wir zitieren hier nur: Der Querschnitt mit stetig verteilter Nichthomogenität, der zylindrische Betonbehälter, die in zwei Richtungen vorgespannte Platte usw. [3].
- 16. Die Bedeutung der Kriechaffinität. Die Bedeutung liegt darin, daß die Koeffizienten  $\delta'_{ij}$ ,  $\delta'_i$ ,  $\delta'_{schw_i}$  konstant sind, womit die Lösung wesentlich vereinfacht wird. Wenn jede Kurve  $\varphi_r(t)$  eine beliebige, mit  $\varphi(t)$  nicht affine stetige wachsende Funktion würde, gelten die Gl. (2), (3), (8), (10), (13) unverändert, aber die Koeffizienten  $\kappa$ ,  $\delta'_{ij}$ ,  $\delta'_i$ ,  $\delta'_{schw_i}$  würden dann zeitveränderlich sein.
- 17. Weitere Entwicklungsmöglichkeiten. Die gezeigte Lösung ist die möglichst allgemeine Lösung in den Grenzen der Dischingerschen Annahme, deren Einfachheit den mathematischen Vorgang bis zum Ziel zu bringen ermöglicht hat.

Jedoch ergibt die Lösung nur ein annäherndes Bild der Wirklichkeit. Die Möglichkeit einer besseren Näherung liegt in der Wahl der Konstanten  $\bar{\varphi}(\infty)$  und  $\kappa$ , welche man durch verschiedene Werte für verschiedene Fälle vorschreiben könnte, und  $\kappa$  bei der numerischen Integration auch für verschiedene Zeitabschnitte und Kraftgrößen (Nichtlinearität; das Superpositionsprinzip gilt dann nicht). Noch eine bessere Näherung könnte theoretisch die allgemeine lineare Kriechtheorie bieten [1], wobei zwei unabhängige Veränderliche — Zeit und Alter — erwogen werden. Dann aber wäre der Verlauf der Koeffizienten  $\delta_i$ , . . . leider im vorhinein nicht gegeben, sondern würde von dem vorläufigen Verlauf der Innenkräfte abhängig sein, was praktisch unüberwindliche mathematische Komplikationen brächte.

#### Schlußwort

Die praktischen Berechnungen zeigen, daß bei manchen modernen Betonkonstruktionen die Einflüsse des Kriechens und Schwindens sehr bedeutend sein können. Deshalb muß man beim Entwurf danach streben, die ungünstigen Einflüsse zu vermindern und, wenn es möglich ist, auch die Kriecheinflüsse auszunützen<sup>7</sup>). Für die Berechnung von komplizierteren Fällen kann man vorteilhaft die elektronischen Rechenmaschinen verwenden, was durch Überführung der Aufgabe auf die Reihe der Lösungen elastischer Konstruktionen mit Hilfe der Einleitung des Begriffs von transformierter Konstruktion ermöglicht wurde.

<sup>7)</sup> Die beeinflussenden Faktoren sind: der Konstruktionstyp, das statische System, die Verteilung der Steifigkeiten, das Verhältnis der ständigen zur zufälligen Belastung und zur Vorspannung, die Stützenverschiebungen, der Bauvorgang, das Betonierungstempo, die Eigenschaften des Betons, der Anteil der Bewehrung, die Jahreszeit der Betonierung, die Witterungsverhältnisse und die Rektifikationen.

#### Schrifttum

- N. Ch. Arutjunjan: «Einige Fragen der Kriechtheorie» (russisch). Verlag für techn. Lit., Moskau 1952.
- 2. Z. P. Bažant: «Der Einfluß des Kriechens und Schwindens bei den statisch unbestimmten Konstruktionen mit veränderlichem Betonalter» (tschechisch). Inženýrské stavby 1961, H. 11, S. 426, Prag.
- 3. Z. P. Bažant: «Die Theorie des Kriechens und Schwindens des Betons in den nicht homogenen Konstruktionen und Querschnitten» (tschechisch). Stavebnícky časopis 1962, H. 9, S. 552, Bratislava.
- 3a. Z. P. Bažant: «Die Näherungsmethoden der Berechnung des Kriechens und Schwindens des Betons bei den nichthomogenen Konstruktionen» (tschechisch). Stavebnícky časopis (im Druck).
- 3b. Z. P. Bažant: «Die zeitliche Zusammenwirkung der Konstruktionen mit dem Baugrund» (tschechisch). Stavebnícky časopis (im Druck).
- 3c. Z. P. Bažant: «Das Kriechen und Schwinden des Betons bei der Berechnung der Konstruktionen» (tschechisch). Verlag SNTL, Prag (im Druck).
- 4. F. DISCHINGER: «Elastische und plastische Verformungen der Eisenbetontragwerke und insbesondere Bogenbrücken.» Bauing. 1939, S. 53.

# Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird die ganz allgemeine, für die elektronischen Rechenmaschinen geeignete Theorie des Autors für die Lösung der Kriechund Schwindeinflüsse bei den nicht homogenen Konstruktionen aus Beton und Stahl oder aus Beton verschiedenen Alters entwickelt.

#### Summary

In this paper a general theory for the solution of the creep and shrinkage influences in non-homogenous structures of concrete and steel or of concrete of different ages is developed. It is quite suitable for use with electronic computers.

#### Résumé

Cette contribution a pour objet de présenter une méthode tout à fait générale de calcul des influences du fluage et du retrait dans les constructions mixtes acier-béton ou en bétons d'âges différents. Cette méthode se prête très bien à l'emploi de calculateurs électroniques.

#### Va2

# Berechnung der Stahlbetonbrücken mit Rücksicht auf die Langzeitvorgänge

Design of Reinforced Bridges Taking into Account Long-term Effects

Le calcul des ponts en béton armé eu égard aux processus de longue durée

E. GIBSCHMANN Prof.

Die üblichen Methoden zur Berücksichtigung des Einflusses von Langzeitvorgängen (Kriechen, Schwinden) sind stark approximiert und ergeben bei der Berechnung von Stahlbetonbrücken eine oft unexakte und selbst falsche Bewertung der wirklichen Vorgänge in den Konstruktionselementen.

Die Kennzeichen des Kriechens und des Schwindens des Betons werden sehr annähernd angenommen, da diese Vorgänge an ausgeführten Bauwerken noch wenig untersucht sind.

Im Laufe der letzten Jahre wurden in der UdSSR umfangreiche Untersuchungen, zwecks Ausarbeitung von genügend genauen und einfachen Berechnungsmethoden für Stahlbetonbrücken unter Berücksichtigung der Dauerverformungen, durchgeführt.

Zahlreiche Untersuchungen von B. Ulizkij, I. Seregin und anderen Forschern zeigen, daß Kriechen und Schwinden des Betons in Brücken nicht nur von den Betoneigenschaften, sondern auch in hohem Maße von klimatischen Faktoren abhängig sind.

Die den natürlichen Verhältnissen entsprechenden Beobachtungen haben ergeben, daß der Endkriechwert des Betons in den Gebieten der UdSSR mit gemäßigtem Klima  $\varphi_k = 1,5-2,5$  und in den südlichen, warmen Gebieten  $\varphi_k = 3-4$  beträgt.

Bei negativen Temperaturen klingt der Kriechvorgang fast völlig ab. Daher entstehen 80—90% der Kriechverformungen in der warmen Jahreszeit.

Temperatursenkungen während des Jahres verlangsamen den Kriechvorgang so stark, daß bei natürlichen Verhältnissen während der ersten 6 Monate weniger als 40-50% der Endkriechverformungen eintreten.

Durch Dampf behandlung nimmt das Kriechen des Betons auf 15—40% ab. Die experimentellen Untersuchungen zeigen auch, daß im belasteten Beton der lineare Zusammenhang von Kriechverformung und Spannung immer in einer bestimmten Zeit eintritt. Falls die Spannungen im Beton 50% seiner Würfeldruckfestigkeit nicht überschreiten, tritt der lineare Zusammenhang schon in 2 bis 3 Monaten nach der Belastung des Betons auf.

Unter langandauernder Belastung liegt die Grenze des linearen Kriechens nahe bei der Dauerfestigkeitsgrenze des Betons.

#### Einfluß des Kriechens und Schwindens bei statisch bestimmten Konstruktionen

Die Methode der bedingten Ersatzprismen, von B. Busemann vorgeschlagen und in den sowjetischen Forschungsarbeiten weiterentwickelt, erleichtert wesentlich die Berücksichtigung des Einflusses von Kriechen und Schwinden in Stahlbetonkonstruktionen.

Bekanntlich ermöglicht diese Methode, einen Stahlbetonträger mit willkürlicher Bewehrung durch 2 zentral bewehrte Stahlbetonprismen zu ersetzen.

Die Verformungen, die durch Kriechen und Schwinden des Betons solcher Prismen infolge Wirkung einer Längsbelastungskraft N und der zeitabhängigen Bewehrungsspannkraft  $N_a$  hervorgerufen werden, lassen sich in der bekannten Gleichung anschreiben

$$\frac{dN_a}{E_bF_b} + \frac{N_a + N}{E_bF_b} d\varphi_t + d\epsilon_t + \frac{dN_a}{E_aF_a} = 0,$$

dessen Lösung gibt

dabei ist

$$N_a = N_0 \, e^{-\beta \, (q_{\it i} - q_{\it T})} - B \, E_b \, F_b \, e^{-\beta \, q_{\it i}} \int\limits_{\tau}^t \! \frac{d \, \epsilon_t}{d \, t} e^{\beta \, q_{\it i}} \, d \, t - N \, [1 - e^{-\beta \, (q_{\it i} - q_{\it T})}] \, . \label{eq:Na}$$

Bei Berücksichtigung des Kriechens allein ergibt sich die Änderung der Bewehrungsspannung zu:

$$\begin{split} \varDelta\,\sigma &= \frac{N_{\,0} - N}{F_{a}} = \frac{N_{\,0} + N}{F_{a}} \left[1 - e^{-\beta\left(q_{\,l} - q_{\,T}\right)}\right] = \frac{\sigma_{b\,0}}{\mu} \left[1 - e^{-\beta\left(q_{\,l} - q_{\,T}\right)}\right], \\ B &= \frac{1}{1 + \frac{E_{\,b}\,F_{\,b}}{E_{\,b}\,E_{\,b}}}. \end{split}$$

Bedeutend schwieriger ist die Ermittlung von Bewehrungsspannungen, die durch Schwinden des Betons hervorgerufen werden.

Um die Lösung dieser Aufgabe zu erleichtern, wird oft angenommen, daß der zeitliche Verlauf des Kriechens und des Schwindens dem gleichen Gesetze folgen.

Das ist aber nicht exakt. Es wäre richtiger, das Kriechen und das Schwinden mit unterschiedlichen Geschwindigkeitsmassen zu betrachten.

Nehmen wir für Kriechen  $\varphi_t = \varphi_k (1 - e^{-\beta t})$  an und für Schwinden  $E_t = E_k (1 - e^{-pt})$ , so bekommen wir für den Fall wenn Kriechen und Schwinden vom Zeitpunkt t = 0 beginnt

$$\int_{0}^{t} \frac{d\epsilon_{t}}{dt} e^{\beta \varphi_{t}} dt = \epsilon_{k} p e^{\beta \varphi_{k}} \int_{0}^{t} e^{-pt} e^{-\beta \varphi_{k} e^{-\beta t}} dt.$$

Diese Integrate kann man in unvollständige Gamma-Funktionen, die in der UdSSR von E. Sluzkij untersucht worden sind, darstellen. Dann erhält man

 $\int_{0}^{t} \frac{d \epsilon_{t}}{d t} e^{\beta \varphi_{t}} d t = \frac{\epsilon_{k} p e^{\beta \varphi_{k}}}{\beta (\beta \varphi_{k})^{p/\beta}} \left[ \Gamma \left( \frac{p}{\beta}; \beta \varphi_{k} \right) - \Gamma \left( \frac{p}{\beta}; \beta \varphi_{k} e^{-\beta t} \right) \right].$ 

Die Änderung der Bewehrungskraft, die durch das Schwinden des Betons hervorgerufen wurde, beträgt

$$\begin{split} N_a &= \frac{\epsilon_k \, E_b \, F_a}{\mu} \, K_y, \\ \text{worin} \qquad K_y &= \frac{p}{\beta} \, \varphi_k^{-\frac{p}{\beta}} \, \beta^{-\frac{p}{\beta}+1} \, e^{\beta (q_k - q_l)} \bigg[ \Gamma\bigg(\frac{p}{\beta} \, ; \beta \, \varphi_k\bigg) - \Gamma\bigg(\frac{p}{\beta} \, ; \beta \, \varphi_k \, e^{-\beta t}\bigg) \bigg]. \end{split}$$

Für den Zeitpunkt  $(t \to \infty)$ , da die Kriechverformungen zu Ende sind, erhält man:

$$K_{y} = \frac{p}{\beta} \varphi_{k}^{-\frac{p}{\beta}} \beta^{1-\frac{p}{\beta}} \Gamma\left(\frac{p}{\beta}; \beta \varphi_{k}\right).$$

Der Koeffizient  $K_y$  hängt wesentlich vom Verhältnis  $p/\beta$  ab. Je schneller die Schwindverformungen zunehmen, desto kleiner sind die Größen der von ihnen hervorgerufenen Spannungen, die nach Abschluß der Kriechverformungen erreicht werden.

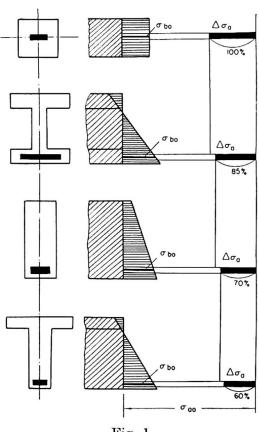


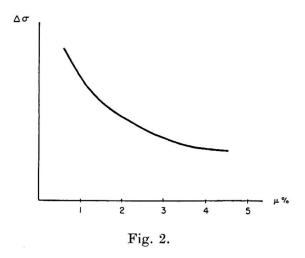
Fig. 1.

Bei  $\frac{p}{\beta} > \sim 5$ , d.h. bei schneller Zunahme des Schwindens, wenn dieses die Kriechverformung wesentlich überholt, erreichen die vom Schwinden hervorgerufenen Endspannungen das Minimum.

Die Untersuchungen des Kriech- und Schwindeinflusses auf die Spannungsumlagerungen in Stahlbetonelementen zeigen, daß die Spannungsänderungen durch Querschnittsform und Bewehrungsziffer stark beeinflußt werden.

Fig. 1 zeigt Spannungsänderungen in der Bewehrung, die durch das Kriechen des Betons bei verschiedenen Querschnittformen mit gleicher Bewehrungsziffer und gleicher Anfangsspannung des Betons in der Bewehrungsebene hervorgerufen werden.

Der Zusammenhang zwischen Spannungsänderungen der Bewehrung und der Bewehrungsziffer des Querschnittes ist in Fig. 2 dargestellt.



Der große Einfluß der Querschnittform von Stahlbetonelementen auf die Spannungsumlagerungen, die infolge plastischer Verformungen des Betons entstehen, ist auch experimentell bestätigt worden.

#### Einfluß des Kriechens von Beton bei statisch unbestimmten Konstruktionen

In statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen kann infolge des Vorhandenseins der Bewehrung das Kriechen des Betons eine Veränderung der statisch Überzähligen und der inneren Kräfte im System hervorrufen.

Die Berechnung dieser Systeme erfordert die Kenntnis des Gesetzes der durch das Kriechen des Betons bedingten zeitlichen Änderung der statisch Überzähligen  $X_u$ .

Dieses Gesetz kann man wie folgt anschreiben

$$X_{il} = X_i \frac{1 - e^{-\varphi_l + \varphi_{\tau_0}}}{1 - e^{-\varphi_k}},\tag{1}$$

worin  $X_i$  Größe der statisch Überzähligen nach Beendigung des Kriechprozesses.

 $\varphi_t$  zeitliche Betonkriechzahl.

 $\varphi_k$  Endkriechzahl des Betons, der im Alter  $\tau_0$  belastet wurde.

Die Endwerte aller statisch Überzähligen, die von den Kriechverformungen hervorgerufen werden, geben die Lösung folgender harmonischer Gleichungen:

$$\begin{split} X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + \dots & X_n \delta_{1n} = \Delta_{H1}, \\ \dots & \dots & \dots \\ X_1 \delta_{n1} + X_2 \delta_{n2} + \dots & X_n \delta_{nn} = \Delta_{Hn}, \end{split}$$

worin  $\Delta_{Hi}$  Deformationen am statisch bestimmten Grundsystem in Richtung der Unbekannten unter Einfluß der Kriechverformungen, die im betrachteten Zeitpunkt entstehen.

 $\delta_{ik}$  die Summe der Deformationen am Grundsystem aus elastischen Verformungen und Betonkriechen, die in Richtung der statisch Überzähligen von Kräften  $X_{it}=1$ , die diese Größe nach Gesetz (1) erreichen, entstehen.

Zur Ermittlung der Werte von  $\delta_{ik}$  muß man die Winkelverformungen in Elementarquerschnitten errechnen. Das ist unter Anwendung des Ersatzprismenverfahrens leicht zu machen.

Die Spannungen in einem Ersatzprisma zum Zeitpunkt  $t \to \infty$  von elastischen und plastischen Verformungen, die unter Wirkung einer sich nach Gesetz (1) verändernden Kraft hervorgerufen werden, kann man wie folgt anschreiben: In der Bewehrung

$$\begin{split} \sigma_a &= \sigma_{bx} \left( n + \frac{1}{\mu} \right) \frac{k}{1 - e^{-\varphi_k}} \\ \sigma_b &= \sigma_{bx} \left( 1 + n \, \mu \right) \left( 1 - \frac{k}{1 - e^{-\varphi_k}} \right), \end{split}$$

im Beton

worin  $\sigma_{bx}=$  Betonspannung im Ersatzprisma von der Kraft  $X_i=1$  ohne Berücksichtigung der Kriechverformungen.

Dann ergeben sich die Winkelverformungen  $\gamma$ , die zur Ermittlung der Deformationen  $\delta_{ik}$  notwendig sind, zu

$$\gamma = \frac{\sigma_{a1} - \sigma_{a2}}{(a+b) E_a},$$

worin  $\sigma_{a1}$  und  $\sigma_{a2}$  = Bewehrungsspannungen im unteren und oberen Ersatzprisma.

a+b= Abstand zwischen den beiden Ersatzprismen im betrachteten Querschnitt.

Die plastischen Verformungen des Betons beeinflussen sehr stark Spannungen, die in statisch unbestimmten Stahlbetonbrücken künstlich geschaffen werden.

Meist gebraucht sind folgende 3 Typen der künstlichen Regelung der Spannungen in den Brücken:

- a) Einsatz von äußeren Belastungen.
- b) Schaffung von künstlichen Verschiebungen.
- c) Veränderung des statischen Systems der Konstruktion.

Die Spannungen, die bei der Regelung der Kräfte durch Einsatz von äußeren Belastungen auftreten, weisen trotz Zunahme der Kriechverformungen keine Veränderung mit der Zeit auf.

Die Wirkung der künstlichen Regelung nach b) und c) vermindert sich im Laufe der Zeit stark.

Nehmen wir zum Beispiel eine Zweisystemkonstruktion, worin ein System im Zeitpunkt t=0 und das zweite im Zeitpunkt  $t=\tau_0'$  betoniert und bei  $t=\tau$  zu einer statisch unbestimmten Konstruktion zusammengesetzt wird. In dieser Konstruktion tritt unter Einfluß des Kriechens die überzählige Unbekannte  $X_{it}$  auf, die aus folgender Differentialgleichung zu ermitteln ist:

$$\delta_{11} d X_{1t} + \delta_{11}^{\cdot} X_{1t} d \varphi_t + \delta_{11}^{\prime} X_{1t} d \varphi_{t-\tau_0}^{\prime} - \Delta^{\cdot} p_1 d \varphi_t - \Delta^{\prime} p_1 d \varphi_{t-\tau_0}^{\prime} = 0, \qquad (2)$$

worin  $\delta_{11}$  = elastische Verschiebung in Richtung der überzähligen Unbekannten von der Kraft  $X_i = 1$ .

 $\delta_{i1}$  = elastische Verschiebung von der Kraft  $X_i = 1$ , die nur von Elementverformungen aus dem ersten Beton  $(E_{bi} \varphi_l)$  hervorgerufen wird.

 $\delta'_{11}$  = das gleiche von Elementverformungen aus zweitem Beton  $(E'_b, \varphi'_l)$ .

 $\Delta$   $p_1$  = elastische Verschiebung in Richtung der überzähligen Unbekannten von Belastungen, die auf die Elemente des ersten Betons einwirken.

 $\Delta' p_1 =$ das gleiche für die Elemente aus zweitem Beton. Dabei sind  $\delta_{11} = \delta_{11} + \delta_{11}'$  und  $\Delta p_1 = \Delta' p_1 + \Delta' p_1$ .

worin  $\Delta p_1$  = elastische Verschiebung in Richtung der überzähligen Unbekannten von Belastungen, die im Zeitpunkt  $\tau$  auf das zusammengesetzte System einwirken.

Die Lösung der Gleichung (2) für den Zeitpunkt  $t = \infty$  bei gleichen Geschwindigkeitszunahmen des Kriechens für beide Betone ( $\beta = \beta^1$ ) ist:

$$X_{1t} = \left(\varDelta^{\cdot} p_{1} + \frac{\varphi_{k}^{'}}{\varphi_{k}} \varDelta^{\prime} p_{1}\right) \frac{1 + e^{-\frac{\varphi_{k}}{\delta_{11}}} \left(\delta_{11}^{\cdot} + \delta_{11}^{'} \frac{\varphi_{k}^{\cdot}}{\varphi_{k}}\right)}{\delta_{11}^{\cdot} + \delta_{11}^{'} \frac{\varphi_{k}^{\prime}}{\varphi_{k}}},$$

- worin  $\varphi_k$  = Kriechwert des ersten Betons mit Rücksicht auf den Belastungsbeginn im Alter  $\tau_1$ .
  - $\varphi_k'$  = Kriechwert des zweiten Betons mit Rücksicht auf den Belastungsbeginn im Alter  $(\tau_1 \tau_0)$ .

Diese Lösung kann man auch für die Berechnung mehrfach statisch unbestimmter zusammengesetzter Tragwerke, die aus Konstruktionselementen mit verschiedenartigem Beton hergestellt wurden, verwenden.

# Zusammenfassung

Die in der UdSSR durchgeführten Untersuchungen zeigen, daß Kriechund Schwindverformungen von Brücken in hohem Maße von klimatischen Faktoren abhängig sind.

Für praktische Berechnungen kann man — unter Berücksichtigung von plastischen Verformungen — die Methode von Ersatzprismen von Buseman anwenden. Diese Methode wurde in sowjetischen Forschungsarbeiten weiterentwickelt.

Zur Berücksichtigung des Schwindens muß von der Voraussetzung, daß die Geschwindigkeiten der Kriech- und Schwindzunahmen verschieden sind, ausgegangen werden. Für die Lösung sind Gamma-Funktionen zu verwenden.

Das vorgeschlagene Gesetz der Veränderung der überzähligen Unbekannten erleichtert wesentlich die Berechnung von statisch unbestimmten Brückenkonstruktionen.

Für die Berechnung zusammengesetzter Systeme ungleicher Betonqualität wird ein Verfahren entwickelt, das den Einfluß der Kriechverformungen des Betons berücksichtigt.

# Summary

Investigations carried out in the U.S.S.R. show that creep and shrinkage deformations of bridges depend to a large extent on climatic factors.

For practical design, Busemann's equivalent prism method may be used, which allows for plastic deformations. Soviet research enables this method to be developed further.

For shrinkage, it is necessary to assume that the rates of increase of creep and of shrinkage are different. Gamma functions are used for the solution.

The suggested law for the variation of redundant unknowns simplifies substantially the calculation of statically indeterminate bridge structures.

For the calculation of composite systems consisting of concretes of different quality, a method is developed which takes into account the effect of creep deformations of the concrete.

#### Résumé

Des recherches exécutées en URSS, il ressort que les déformations des ponts dues au fluage et au retrait dépendent, dans une large mesure, des facteurs climatiques.

Pour le calcul, compte tenu des déformations plastiques, on peut utiliser la méthode du prisme équivalent de Buseman. Les recherches soviétiques ont permis de poursuivre le développement de cette méthode.

En ce qui concerne le retrait, il faut partir de l'hypothèse qu'il s'agit d'un processus dont la vitesse n'est pas égale à celle du fluage. On utilise les fonctions gamma pour le calcul.

On présente une loi de la variation des inconnues hyperstatiques qui facilite grandement le calcul des ouvrages hyperstatiques.

Une méthode est en outre présentée, qui permet de tenir compte du fluage du béton dans le calcul des systèmes composites constitués par des bétons de qualités différentes.

# Time-dependent Effects in Compressed Bound Elements

Phénomènes retardés en pièces comprimées frettées

Zeitabhängige Erscheinungen in umschnürten Druckelementen

W. OLSZAK Professor Dr., Dr. h. c. A. STEPIEŃ Dipl. Ing.

1. If a structural element is subjected to the action of external loads maintained over long periods of time, time-dependent effects occur (creep and relaxation). These phenomena result in a redistribution of interior forces and, for this reason, are essential for the determination of the actual factor of safety of the structural element under consideration. Previous research work has been mainly concerned with the redistribution of interior forces (chiefly bending moments) produced by plastic and time-dependent deformations in structures such as beams, frames, arches and, partly, plates. However, pronounced "migration" of interior forces occurs also in reinforced concrete elements loaded axially which are of basic importance in the domain of structural engineering. Here, the existing research work is related nearly exclusively to compressed elements with longitudinal reinforcement.

The present paper is devoted to the problem of redistribution of interior forces, produced by the time-variable creep of the concrete core in spirally bound elements, as well as to the role of these phenomena in the determination of the limit load of such elements and their real factor of safety.

2. The bound element under consideration is assumed to be composed of a core (radius r=a) with rheological properties and a binding which, for simplicity, is treated as a substitute continuous coating (thickness g), covering the core. We also assume (in agreement with reality) that the spiral binding is not capable of transferring longitudinal loads. The axis of the core coincides with the axis z of a cylindrical coordinate system r,  $\varphi$ , z. The labels r,  $\varphi$ , z of  $\sigma$  and  $\epsilon$  denote radial, circumferential and longitudinal stress and strain, respectively.

With the above assumptions, we have, for the elastic range, the following relations between the strains and stresses in the core:

$$\epsilon_p = \frac{1-\nu}{E} p - \frac{\nu}{E} \sigma_z, \qquad \epsilon_z = -\frac{2\nu}{E} p + \frac{1}{E} \sigma_z,$$
 (2.1)

where E denotes Young's modulus of the core and  $\nu$  its Poisson's ratio. We have taken into consideration the equalities  $\sigma_r = \sigma_{\varphi} = p$  and  $\epsilon_r = \epsilon_{\varphi} = \epsilon_p$ .

To assess the elastic as well as the rheological phenomena of the core, we adopt N. Kh. Arutyunyan's model of a body, [1], which for concrete is in a fair agreement with reality. Accordingly, the elastic response depends on the age of the material, whereas the creep effects are determined by the time dependence of the loading programme. So, e.g., for uniaxial stress we have, [1],

$$\epsilon_{p}(t) = \frac{1}{E(t)} p(t) - \int_{\tau_{0}}^{t} p(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \frac{1}{E(\tau)} + \eta(t, \tau) \right] d\tau, \qquad (2.2)$$

where  $\tau$  denotes the age of the material (counted from a certain conventional instant), t being reserved for the current time coordinate;  $\eta(t,\tau)$  stands for the creep term and we assume that the load has been applied at the instant  $t=\tau_0$ . Let us, in addition, introduce  $\nu_1(\tau)$  for Poisson's ratio for the elastic state depending on the age of the concrete, whereas  $\nu_2(t)$  stands for the coefficient of transverse expansion for rheological deformations.

For the analysis we should consider that for technical applications bound reinforced columns may be provided with initial prestress of the spirals. Such a mode of design and execution results in an increase of the load-carrying capacity of the column and presents also some other advantages in the working stage of the element, [3]. Consequently, let us assume that, for  $t=\tau_0$ , a lateral pressure  $p_1(t)$  has been applied on the core. Further on, at the instant  $t=\tau_1$ , a vertical load  $\sigma_z$  starts acting; this is considered to be constant,  $\sigma_z = P/\pi a^2$ , and to induce an additional lateral pressure  $p_2(t)$  on the core.

Now if we account for elastic as well as rheological effects, we have to replace the relations (1.1) by

$$\epsilon_{p}(t) = \frac{p_{1}(t) + p_{2}(t)}{E(t)} [1 - \nu_{1}(t)] - \int_{\tau_{0}}^{t} p_{1}(\tau) \frac{\partial}{\partial t} \Phi(t, \tau) d\tau - \int_{\tau_{1}}^{t} p_{2}(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \Phi(t, \tau) d\tau - \sigma_{z} \frac{\nu_{1}(\tau_{1})}{E(\tau_{1})} - \sigma_{z} \eta(t, \tau_{1}) \nu_{2}(t, \tau_{1}),$$

$$\epsilon_{z}(t) = -2 \frac{p_{1}(t) + p_{2}(t)}{E(t)} \nu_{1}(t) + 2 \int_{\tau_{0}}^{t} p_{1}(t) \frac{\partial}{\partial \tau} \Psi(t, \tau) d\tau + 2 \int_{\tau_{1}}^{t} p_{2}(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \Psi(t, \tau) d\tau + \frac{\sigma_{z}}{E(\tau_{1})} + \sigma_{z} \eta(t, \tau_{1}),$$

$$\Phi(t, \tau) = \frac{1 - \nu_{1}(\tau)}{E(\tau)} + \eta(t, \tau) - \nu_{2}(t, \tau) \eta(t, \tau),$$

$$(2.3)$$

with

$$\Psi(t, au) = rac{
u_1( au)}{E( au)} + 
u_2(t, au) \eta(t, au).$$

3. The binding is assumed to be linearly elastic (up to the yield limit Q or rupture  $\zeta Q$ ) and its rheological deformations are disregarded when compared with those of concrete. Therefore, the stress-strain relation for steel is simply

$$\epsilon_s(t) = \frac{1}{E_1} \sigma_s(t). \tag{3.1}$$

The ration of the area of binding  $F_s$  to that of the core  $F_c$  will be denoted by  $\lambda$ . So we have

$$\lambda = \frac{F_s}{F_c} = \frac{2\pi a g}{\pi a^2} = 2\frac{g}{a}.$$
 (3.2)

We have to determine the quantities p(t),  $\epsilon_{p}(t)$ ,  $\epsilon_{z}(t)$ ,  $\epsilon_{s}(t)$ ,  $\sigma_{s}(t)$  from (2.3), (2.4), (2.5). For this, the two additional required relations are provided by the equilibrium and compatibility conditions:

$$\left. \begin{array}{l} F_s \, \sigma_s \left( t \right) + F_c \, p \left( t \right) \, = \, 0, \\ \epsilon_s \left( t \right) \, = \, \epsilon \, p \left( t \right) + \epsilon_0 \, , \end{array} \right\} \quad \text{for } r = a \, , \tag{3.3} \\ 
\left. \begin{array}{l} \left( 3.3 \right) \\ \left( 3.4 \right) \end{array} \right.$$

$$\epsilon_s(t) = \epsilon p(t) + \epsilon_0, \qquad (3.4)$$

where  $\epsilon_0$  denotes the initial strain in the steel jacket necessary to produce the prestress  $\sigma_0$ .

Now the procedure to adopt is the following one: we replace the left hand side of (2.3) by the expressions following from (3.3) and (3.4) and we obtain integral equations for the unknown functions  $p_1(t)$  and  $p_2(t)$ .

4. For the creep function we introduce  $\eta(t,\tau) = \eta_0 [1 - e^{-\gamma(t-\tau)}]$ . For simplicity it is assumed that  $\nu_1(t,\tau) = \nu_2(t,\tau) = \nu = \text{const}(t,\tau)$ . Then we obtain, for  $p_1(t)$ , the Volterra integral equation

$$-\frac{2 p_{1}(t)}{\lambda E_{s}} - \frac{\sigma_{0}}{E_{s}} = \frac{p_{s}(t)}{E} (1 - \nu) - \int_{\tau_{s}}^{t} p_{1}(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} (1 - \nu) \eta_{0} \left[1 - e^{-\gamma(t - \tau)}\right] d\tau \qquad (4.1)$$

(we consider the time interval  $t_0 \le t \le t_1$ ) and an analogous one for  $p_2(t)$ .

After solution and computation of the constants, we readily find the expressions for the stress and strain components in the bound element. If, for matured concrete, we introduce E(t) = E = const(t), all these components may be expressed in closed form by combinations of elementary functions. They are graphically represented in Fig. 1 and 2.

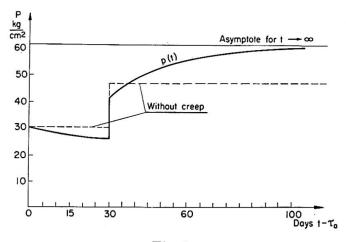
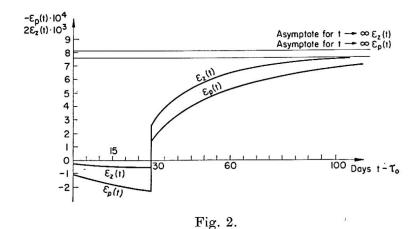


Fig. 1.

Of course, all the above results hold also for elements without prestress. It simply suffices to put everywhere  $p_1(\tau_0) = 0$ , especially also in the final results.



To illustrate the results, an example has been computed, with the following data for the core and steel:  $E=2.10^5$  kg/cm²,  $\nu=0.286$ ,  $\eta_0=2/E$ ,  $\gamma=0.03$ ,  $\lambda=0.04$ ,  $\sigma_z=300$  kg/cm²,  $\tau_1-\tau_0=30$  days,  $E_s=2.1\cdot10^6$  kg/cm². Fig. 1 shows the variability in time of p(t), Fig. 2, the variability of the  $\epsilon_z(t)$  and  $\epsilon_p(t)$ . The diagrams hold for  $p_1(\tau_0)=30$  kg/cm². It is clearly seen that the influence of the rheological phenomena on stresses and strains is extremely pronounced. In responsible structural elements, this should be taken into account.

5. This time-dependent evolution of deformations and the "migration" of interior forces induces, of course, also a time-variation of the load-carrying capacity of the element and of its corresponding factor of safety.

Let us now find the functional coefficients  $\alpha_{(Ia)}$ ,  $\alpha_{(Ib)}$  and  $\alpha_{(II)}$ , characterizing the increase of the load-carrying capacity of the column due to the binding. These coefficients show how many times this load-carrying capacity increases when compared with a column without binding. The label denotes the destruction type of the structure. Thus (I) corresponds to the case when the load-carrying capacity of the core is exhausted, whereas (II) is related to the case when the load-carrying capacity of the binding is exhausted; (Ia) concerns the destruction of the core with undamaged binding, and (Ib) the destruction of the core due to the attainment of the yield limit of the coat (then the transverse pressure of the binding vanishes and the three-dimensional state is destroyed, and causes the destruction of the core which has now become free to deform transversally). This scheme was advanced by A. M. Freudenthal ([2], pp. 62—66) 1). Considering now the conditions in

<sup>1)</sup> Rheological phenomena were not taken into account. To facilitate comparison of the results, similar notations are, wherever possible, used in what follows. The argument is also explained in a similar manner.

which a bound element subject to the action of a compressive force attains its ultimate strength, we can express the coefficients  $\alpha$  of increase of the limit load.

For conglomerates such as concrete, the simplest mathematical expression determining Mohr's limit envelope may be expressed thus

$$\frac{\sigma_z}{R} = b + c \frac{p}{R},\tag{5.1}$$

where R stands for the compressive strength of concrete, and b and c denote constants. Then the coefficients have the form

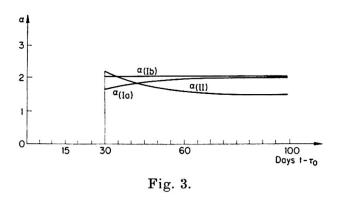
$$\alpha_{(Ia)}(t) = b + \frac{c p(t)}{R}, \qquad (5.2)$$

$$\alpha_{(Ib)}(t) = b + \frac{1}{2}c\lambda \frac{\zeta Q}{R}, \qquad (5.3)$$

$$\alpha_{\text{(II)}}(t) = \frac{\zeta Q \lambda \sigma_z}{2 p(t) R}. \tag{5.4}$$

The values b and c should be taken from experiment. The corresponding results available in literature differ considerably. For the numerical examples computed here, we adopted  $b \approx 1$ ,  $c \approx 3.33$ .

Fig. 3 shows the corresponding diagrams for a prestress  $p_1(\tau_0) = 30 \text{ kg/cm}^2$ , Fig. 4 represents the same diagrams for a smaller prestress,  $p_1(\tau_0) = 10 \text{ kg/cm}^2$ .



The Figs. 1—4 are very instructive. They show that the redistribution and transfer of interior forces is a function of time: the time-variable creep (longitudinal and transverse) of the core forces the steel to a gradually increasing action. The effect of this transfer is important and essential: the load-carrying capacity of the core gradually increases (because of the increase of the lateral pressure in the combined state of stress), whereas the carrying capacity of the steel binding gradually decreases. From Figs. 3 and 4 it may be seen that the coefficients  $\alpha_{(I\,a)}$  and  $\alpha_{(II)}$  (which characterize this load-carrying capacity) are,

because of the rheological effects, themselves, respectively, monotonically increasing and monotonically decreasing functions of time, and so are the corresponding factors of safety, which likewise vary monotonically in time.

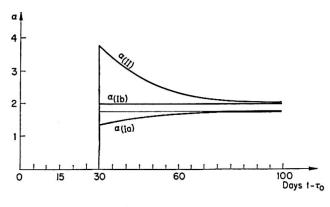


Fig. 4.

It can be observed that the action of creep increases the efficacy of the prestress because, by increasing the lateral pressure, the load-carrying capacity of the core is augmented (with a corresponding reduction of the load-carrying capacity of the steel coating. There is, however, no quantitative correspondence between these phenomena).

In the second example, the creep has an advantageous influence on the structure, because it tends to equalize the coefficients  $\alpha_{(Ia)}$ ,  $\alpha_{(Ib)}$ , and  $\alpha_{(II)}$ . In the first example (Figs. 1—3), this influence is apparently less advantageous (always the smallest of the coefficients is decisive). However, let us recall our assumption concerning the properties of binding: this has been supposed to be perfectly elastic up to the yield limit Q (or ultimate strength  $\zeta Q$ ) and not to exhibit creep.

In practice, there are considerable deviations from this rule, because the binding passes, before rupture, through a phase of plastic strains. As a result, the stress in the binding does not increase in such a degree as would follow from the assumption of linear elasticity. The coefficient  $\alpha_{(II)}$  does not fall, therefore, to the value such as would follow from the theoretical assumptions.

For every bound column there exists an optimum prestress. On the other hand, it is quite possible that, under unfavourable circumstances, the element may undergo collapse under longtime loading. The value of the corresponding loads may readily be computed.

Therefore, in important structures, the influence of creep on their behaviour should be investigated in an individual manner, depending on the material constants and the percentage of binding. This will enable us to select the most advantageous value of prestress.

Further corrections to the above theory, due to the non-linearity and anisotropy of the core, are discussed separately.

#### References

- 1. N. Kh. Arutyunyan: "Some Problems of Creep" (in Russian). Moscow-Leningrad 1952.
- 2. A. M. FREUDENTHAL: «Verbundstützen für hohe Lasten.» Ernst und Sohn, Berlin 1933.
- 3. W. Olszak: "Prestressed Spiral Reinforcement." Proc. 7th Internat. Congr. Appl. Mech., vol. I, London 1948; Travaux 196, 1951, Paris.
- 4. W. Olszak, A. Stepień: "Rheological Effects in Prestressed Bound Elements" (in Polish). Symp. Pol. Soc. Theor. Appl. Mech., 1961, 39—51.

#### Summary

The redistribution of interior forces in bound compressed reinforced concrete elements is analyzed. The variation of stresses and strains, due to the creep of the concrete core, is expressed as a function of time, as well as the variation of the load-carrying capacity of such elements and of their real factors of safety.

#### Résumé

Le mémoire présente l'analyse de la redistribution des efforts intérieurs dans des éléments en béton armé frettés. La variation des contraintes et des déformations, due au fluage du noyau en béton, est exprimée en fonction du temps, ainsi que la variation de la capacité portante de tels éléments et de leur coefficient de sécurité.

# Zusammenfassung

Die Umlagerung der inneren Kräfte in spiralumschnürten Stahlbetonelementen wird untersucht. Infolge der Kriecherscheinungen des Betonkernes werden der Spannungs- und Formänderungszustand als Funktionen der Zeit ermittelt. Ebenso wird die charakteristische Abhängigkeit der Tragfähigkeit derartiger Konstruktionselemente und deren tatsächlichen Sicherheitsfaktors als Zeitfunktion bestimmt.

# Leere Seite Blank page Page vide

#### Va4

#### Dauerstandversuche mit Stahlbetonbalken

Tests on Reinforced Concrete Beams Under Long-Term Loads

Essais sur poutres en béton armé soumises à des charges de longue durée

G. BRENDEL

H. RÜHLE

Professor, Dipl.-Ing., Technische Universität Dresden Dr.-Ing., Dresden

#### 1. Zweck der Versuche

Neben einer ausreichenden Bruchsicherheit wird von Stahlbetonkonstruktionen auch die Einhaltung unschädlicher Rißweiten und Durchbiegungen gefordert. Im Zusammenhang mit der Einführung neuer Berechnungsverfahren im Stahlbetonbau wurden im Deutschen Amt für Material- und Warenprüfung Dresden u. a. 8 Balken durch gleichbleibende Lasten beansprucht, um die Auswirkungen einer Dauerbelastung insbesondere auf die Rißbildung zu studieren. Nach knapp 2 Jahren waren die Kriechverformungen und Rißerweiterungen abgeklungen, wonach die Dauerlasten entfernt und die Balken in Kurzzeitversuchen bis zum Bruch neu belastet wurden.

# 2. Versuchsbalken und deren Belastung

Tabelle 1 enthält die Hauptangaben für die Versuchsbalken. Die Balkenpaare I, III und IV stimmen in Abmessungen und Bewehrung überein, desgleichen die mit Torstahl 60 bewehrten Balkenpaare II, V und VI.

Die Balkenpaare I und II wurden in Kurzzeitversuchen zu Bruch gebracht. Bei den Balkenpaaren III und V wurden, nachdem eine starke Rißbildung eingetreten war, die zugehörigen hohen Lasten als Dauerlasten unveränderlich beibehalten. Die Balkenpaare IV und VI hingegen wurden mit Vorsicht nur so hoch belastet, daß sich die ersten Risse durch Strukturänderungen im Beton zwar ankündigten, aber noch nicht sichtbar wurden. Unter dieser Dauerlast traten die ersten sichtbaren Risse bei den Balken mit Rundstahl nach  $2^{1}/_{2}$  Monaten, bei den Balken mit Torstahl nach 3 Monaten spontan auf.

Die Balkenquerschnitte und der Aufbau des Versuchsstandes sind aus Fig. 1 zu ersehen. Die Größe der Dauerlast wurde wöchentlich kontrolliert und gegebenenfalls reguliert.

Während der Dauerbelastung wurden Luftfeuchte und Temperatur in engen Grenzen gehalten. Messungen an Schwindprismen, Kriechprismen, Druckwürfeln und Biegezugbalken in bestimmten Zeitabständen ergänzten die Balken-

Tabelle	1
---------	---

Bezeichnung der Balken	Haupt- bewehrung	Dauermoment kpm	Rißmoment kpm	Bruchmoment kpm
I/1 I/2	R 9 Ø 16	. —	2200 3300	9740 9900
II/1 II/2	T 5 Ø 14	_	1300 1300	11100 10400
III/1 III/2	R 9 Ø 16	9350 9350	2090 2090	11820 12100
IV/1 IV/2	R 9 Ø 16	2200 2200	$\frac{2200}{2200}$	11000 11500
V/1 V/2	T 5 Ø 14	6500 6500	$2730 \\ 2730$	13000
VI/1 VI/2	T 5 Ø 14	1300 1300	1300 1300	11480 11700

R = Rundstahl St I ( $\sigma_S = 2540...3220 \text{ kp/cm}^2$ ,  $\sigma_{Bruch} = 3490...4560 \text{ kp/cm}^2$ ),

T = Torstahl 60 ( $\sigma_{0,2} = 6460...6500 \text{ kp/cm}^2$ ,  $\sigma_{Bruch} = 7480 \text{ kp/cm}^2$ ),

Betondruckfestigkeit  $W_{30} = 312 \text{ kp/cm}^2$ .

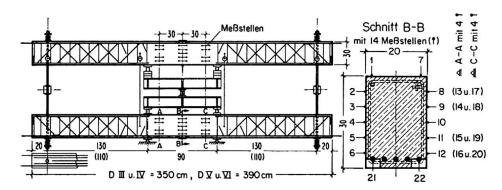


Fig. 1. Dauerversuchsstand und Balkenquerschnitt (Torstahl 60).

versuche. Der Einfluß der Änderungen von Temperatur und Luftfeuchte wurde an etwa 1 Jahr alten, abgelagerten Betonprismen beobachtet.

Für die Dehnungsmessungen am Beton und Stahl wurde ein Albrechtscher Setzdehnungsmesser benutzt (Meßlängen 100 mm, Ablesegenauigkeit <sup>1</sup>/<sub>1000</sub> mm).

# 3. Versuchsergebnisse

Infolge der starken Balkenbewehrung wanderte die Nullinie bei steigender Belastung gegen den Zugrand. Wie erwartet, vergrößerte sich aber die Betondruckzone vor allem infolge des Kriechens des Betons unter Dauerlast. Das

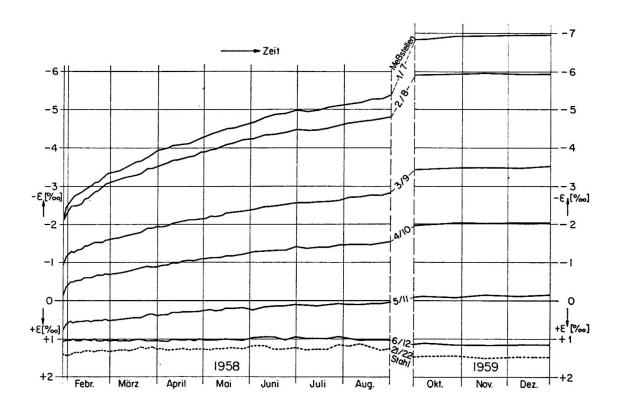


Fig. 2. Dehnungen des Betons und Stahles (Balken III/1).

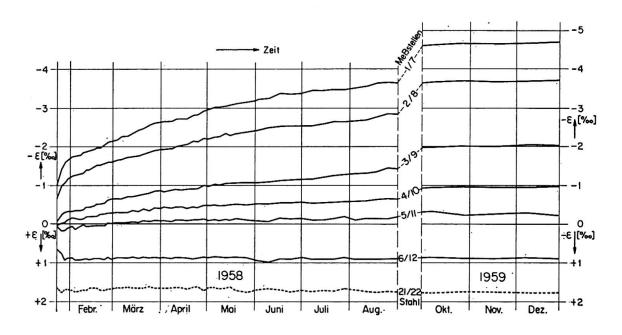


Fig. 3. Dehnungen des Betons und Stahles (Balken V/1).

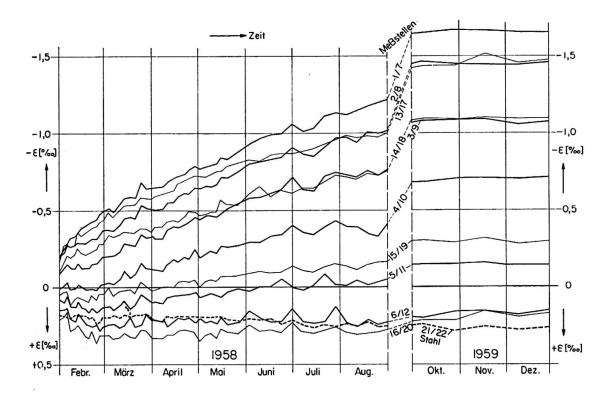


Fig. 4. Dehnungen des Betons und Stahles (Balken IV/1).

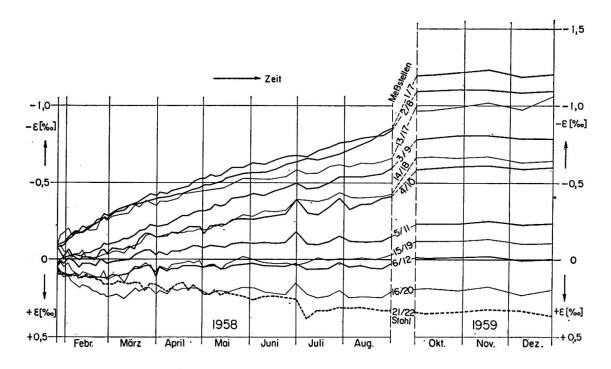


Fig. 5. Dehnungen des Betons und Stahles (Balken VI/1).

dadurch verursachte Anwachsen der Stahldehnungen geht aus Fig. 2 bis 5 hervor.

Mit Rücksicht auf das Wandern der Nullinie wurden von allen Kriechwerten in der Betondruckzone nur diejenigen am oberen bzw. unteren Druckrand vergleichsweise herangezogen.

Mit  $\varphi = \text{Kriechzahl am zentrisch gedrückten Betonprisma}$   $\varphi' = \frac{\text{Kriechverkürzung}}{\text{sofortige Verkürzung}} \text{ am Druckrand}$   $\varphi'' = \frac{\text{Kriechdurchbiegung}}{\text{sofortige Durchbiegung}}$ 

ergaben die Versuche folgende Verhältniswerte  $\varphi : \varphi' : \varphi''$ 

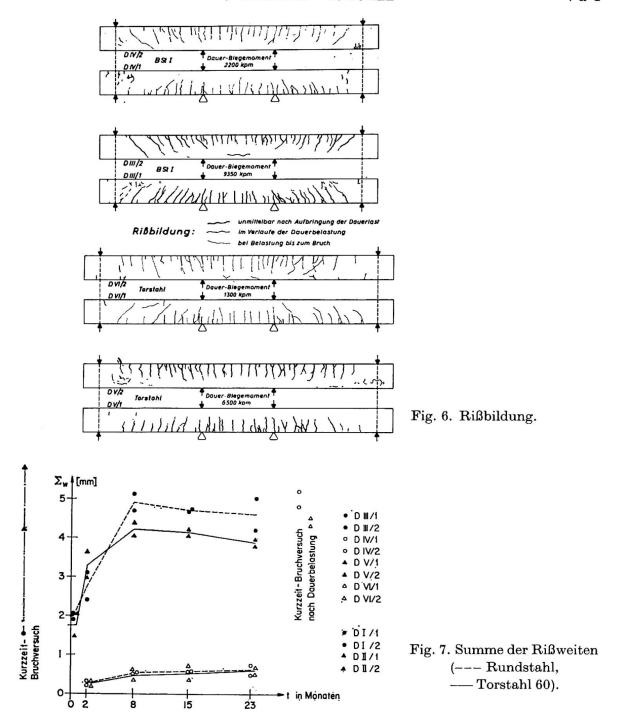
```
 \begin{aligned} & \text{III} & 5,8:2,0:0,4=1:0,35:0,07=2,90:1:0,20 \\ & \text{IV} & 5,8:4,4:1,2=1:0,76:0,21=1,32:1:0,27 \\ & \text{V} & 5,8:2,7:0,7=1:0,47:0,12=2,15:1:0,26 \\ & \text{VI} & 5,8:4,1:1,2=1:0,71:0,21=1,41:1:0,29 \end{aligned}
```

Hierbei sind die an den Betonprismen gemessenen Längenänderungen infolge Schwinden und Temperaturschwankungen berücksichtigt. Die für die Berechnung der Balkendurchbiegung aus den Randverformungen maßgebenden Kriechzahlen  $\varphi'$  sind kleiner als die für die entsprechenden zentrisch gedrückten Prismen gefundenen Kriechzahlen anzusetzen. Besonders auffällig ist die Abhängigkeit von der Größe des Dauermomentes, wobei der Unterschied bei Balken mit Torstahl weniger groß war als bei den stärker bewehrten Balken mit Rundstahl. Die Werte  $\varphi''$  sind kleiner als die Werte  $\varphi'$ , weil die biegungerzeugenden Kriechverformungen nur in der Druckzone vor sich gehen. Die Abhängigkeit des Verhältniswertes  $\varphi'': \varphi' = 0,20\dots 0,27$  bzw.  $0,26\dots 0,29$  von der Höhe der Dauerlast dürfte auf die erst später einsetzende Rißbildung der gering belasteten Balken zurückzuführen sein.

Während der Dauerbelastung wurden die Rißbilder beobachtet und die Veränderungen von Anzahl, Weite und Länge der Risse festgehalten (siehe Fig. 6 bis 9). Die Rißweiten verringerten sich am Schluß der Dauerstandversuche geringfügig, was auf Temperaturschwankungen zurückzuführen sein dürfte.

Sowohl bei den Balken mit niedriger Dauerlast als auch bei Balken mit sehr hoher Dauerlast haben sich die anfänglichen maximalen Rißweiten etwa verdoppelt.

Die Summe der Rißweiten vergrößerte sich bei den zunächst rißfreien Balken zwischen dem 2. und 23. Monat der Belastung auf das etwa 3fache, wobei die Anzahl der Risse um etwa 10% zunahm. Auch bei den sehr hoch belasteten Balken mit Rundstahlbewehrung stieg die Summe der Rißweiten auf das 3fache der Summe unmittelbar nach Aufbringen der Dauerlast, während es



bei den Balken mit Torstahlbewehrung nur das 2fache war. Die Steigerung der Anzahl der Risse betrug dabei ebenfalls etwa 10%.

Die Anzahl der Risse und die maximale Rißbreite waren, besonders bei den Balken mit Rundstahlbewehrung, im Bruchzustand nach vorangegangener Dauerlast größer als bei Bruchbelastung im Kurzzeitversuch. Hinsichtlich der Summe der Rißweiten konnte dies nur bei den Balken mit Rundstahl I festgestellt werden.

Der Bruch trat bei allen 12 Balken durch Zerstörung der Betondruckzone ein. Die Bruchlasten der vorher dauerbelasteten Balken waren durchweg 10

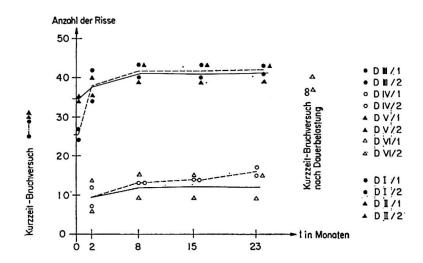


Fig. 8. Anzahl der Risse.

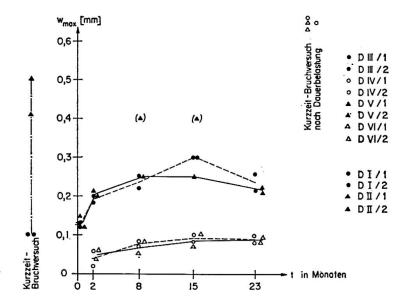


Fig. 9. Maximale Rißweite.

bis 15% größer als die entsprechenden Kurzzeit-Bruchlasten, was auf die Festigkeitszunahme im Laufe der Zeit zurückzuführen ist. Die Betonstauchungen am Rand der Druckzone betrugen kurz vor Erreichen des Bruches bei den Kurzzeitversuchen 2,6 bis  $2.8^{\circ}/_{00}$ , bei den Balken mit niedriger Dauerlast nach Wegnahme derselben und anschließender Neubelastung bis zum Bruch nur 1,8 bis  $1.9^{\circ}/_{00}$  und im Falle der sehr hohen Dauerlast wegen des großen Anteiles der bleibenden Verformungen an den Gesamtverformungen noch weniger.

# Zusammenfassung

An 8 Stahlbetonbalken wurden Rißverhalten und Verformungen unter Dauerlast während zweier Jahre beobachtet. Die anfänglichen maximalen Rißweiten haben sich unabhängig von der Größe der Dauerlast sowohl bei den Balken mit Rundstahl als auch bei den Balken mit Torstahl 60 etwa verdoppelt, die Summen der Rißweiten etwa verdreifacht. Dies muß bei den Nachweisen für die Einhaltung der zulässigen Rißweite von Stahlbetonbalken beachtet werden. Die Kriechzahl für zentrisch belastete Betonprismen wirkt sich nur zum Teil in der Betondruckzone und in Abhängigkeit von der Größe der Dauerlast aus. Die im Bruchzustand gegenüber Kurzzeitversuchen besonders bei den Balken mit gewöhnlichem Rundstahl ungünstigeren Rißerscheinungen führten infolge der mit der Zeit zunehmenden Druckfestigkeit des Betons zu keiner Abminderung der Kurzzeit-Bruchlast.

# **Summary**

Cracking and deformation have been observed on 8 reinforced concrete beams under long-term loads over a period of two years. The width of the largest crack increased to double its size independently of the magnitude of the imposed load; the sum of the widths of all the cracks increased threefold during the same period of time. This must be taken into consideration in the prediction of the width of the largest crack which must not be exceeded. The relations between the deformations due to creep and the elastic strains observed for concrete prisms under a centred compressive load are not applicable to the compression zone of a beam. For the latter, smaller creep strains were found, which depended upon the size of the long-term load. The additional cracking as a result of the long-term load did not reduce the short-term ultimate load, because the compressive strength of the concrete was increased.

#### Résumé

On a observé, sur une période de 2 ans, la fissuration et les déformations de 8 poutres en béton armé soumises à des charges permanentes. La largeur des fissures qui, initialement, étaient les plus grandes, a doublé indépendamment de l'intensité de la charge permanente, et cela aussi bien dans le cas d'aciers habituels que dans le cas de poutres armées d'aciers Tor 60; la somme des largeurs de toutes les fissures d'une poutre a triplé dans le même temps. Ceci doit être pris en considération si l'on veut que la largeur des fissures reste en deçà des tolérances. Les relations entre les déformations élastiques et de fluage, observées dans les prismes chargés à la compression pure, ne sont pas applicables à la zone comprimée des poutres; on y trouvera des déformations de fluage plus petites et liées à la grandeur de la charge permanente. Grâce à l'augmentation de la résistance du béton à la compression, la fissuration additionnelle, due aux charges permanentes, n'a pas diminué la charge de rupture dans les essais rapides à la ruine.

# Behaviour of Four Prestressed Concrete Platform Roofs Between 1955 and 1963

Comportement de quatre marquises en béton précontraint entre 1955 et 1963 Verhalten von vier Spannbetonbahnsteigdächern zwischen 1955 und 1963

# P. W. ABELES London

Two pairs of two platform roofs were built at Potters Bar near London in 1954/55. As seen in Fig. 1, each of the four roofs is 130 ft. long and approximately 36 ft. wide supported by four columns. Each roof consists of a cantilever slab of a thickness of 3—4 in., supported by two main beams, the slab being prestressed by means of post-tensioned four-wire cables placed in grooves 12 in. apart. Each of the two main beams of 130 ft. length, cast and prestressed in situ, is supported by two columns 65 ft. apart. Thus in both cases for the slab as well as for the beams there are only negative bending moments with tension at the upper sides under uniformly distributed load which allowed the provision of straight posttensioned tendons.

The weather conditions were most unfavourable during the entire building operations, particularly in the second part of 1954, with almost constant rain. This delayed the work and also made it very difficult for the contractor to obtain uniform concrete strength. The concrete in the slabs was well compacted by means of internal vibrators placed horizontally within the concrete, whereas that of the main beams was less well compacted by means of so-called Kango

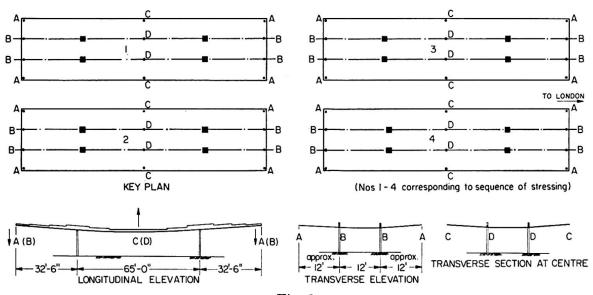


Fig. 1.

hammers. The provision of a rather light shuttering prevented the use of more efficient, heavier external vibrators. The concrete was further affected by the vibrations of passing traffic. Although there were speed restrictions for the trains on the main line London-Edinburgh, they might not have always been fully observed during the night and in the early morning, which was concluded from the fact that occasionally haircracks had developed overnight.

Prestressing was applied when the concrete test specimens showed sufficient strength. However, the strength in the roof beams must have been much less than that of the well compacted test specimens made on the ground in which the water content was not increased by rain. In consequence of the reduced strength, difficulties occurred during prestressing, particulars of which are described by the author elsewhere 1), which required some repair work at the anchorages. When the prestress was applied, excessive deformations took place.

This was almost twice the amount of the values expected, based on an assumed instantaneous E-value of  $5.25 \times 10^6$  psi corresponding to the specified cube strength of 6500 psi. Thus, the actual strength at transfer in the beams must have been appreciably less. The instantaneous deformation at transfer increased further due to creep, but this was again much more than originally expected for the specified strength. The photo Fig. 2 shows the deformations of the roofs in Summer 1955.

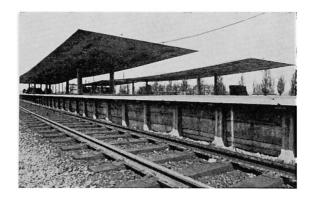


Fig. 2.

The four platform roofs had been built in the sequence 1 to 4, as indicated in Fig. 1, and the temperature conditions varied to a very great extent during this time with the consequence that quite different deformations of the roofs occurred owing to different shrinkage and creep. This was particularly conspicuous along the two pairs of edges of adjacent roofs where different deformations occurred and the two adjacent levels did not meet. This difference in age and shrinkage and creep history between the individual roofs has remained quite apparent all the time, although the degree of discrepancy was slightly reduced by the end of 1955.

The conditions were further aggravated by the fact that owing to the

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) See Chapters 23 and 25 of the author's book "An Introduction to Prestressed Concrete", to be published by *Concrete Publications Ltd.*, London, 1964.

excessive deformation and by the infiltration of water into a lightweight concrete topping (which was afterwards provided at the centre portion to improve the drainage), the deadload was appreciably increased and exceeded there the working load with the consequence that cracks developed at the underside i.e. where compressive stresses were expected, as described in more detail elsewhere 1). Consequently, modifications were made by removal of the "lightweight" concrete topping and roofing cover over the centre portion of the roof and ensuring satisfactory drainage, thereby keeping the dead load within the design value, when all cracks at the underside closed. Figs. 3 and 4 show the





Fig. 3.

Fig. 4.

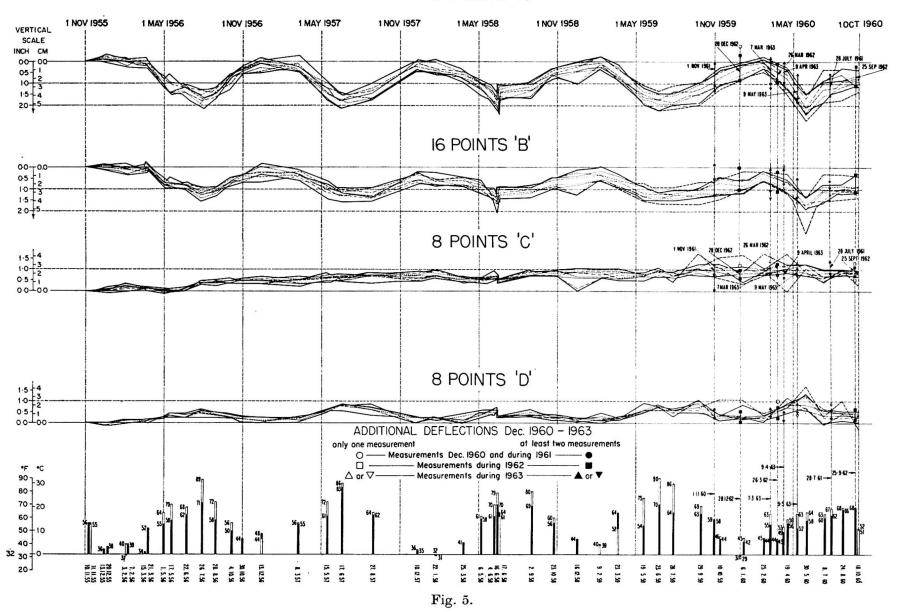
roof after this modification, when the deformations were greatly reduced and the recoveries were in good agreement with the anticipation based on the calculation with an *E*-value more appropriate to the actual strength.

Although the deformations of the roofs were greatly reduced, they were still much more than they should have been if the concrete had its specified strength. In order to investigate the further changes in deformation, measurements were made since November 1955 when the new platforms had been in use; special bench marks were made and all following measurements were related to the actual deformations in November 1955 which became the zero points.

Measurements of the levels of the four corners A, of the four cantilever ends B and of the two points C and D at the centre of the roofs have been made for all four roofs at certain intervals. In Fig. 5 the maximum and minimum levels of each roof have been plotted for the time between November 1955 and November 1960. The abscissa representing the time is divided into 10 divisions, each of which indicates half a year, and the date is given underneath. The maximum and minimum of deflections of all four roofs are shown by solid lines when at least two readings were available and by dotted lines where only a single reading applied. Fig. 5 relates to the measurements of 16 points each at the corners A and the cantilever ends B, and covers the points C and D at the centres where eight readings each were taken.

The temperatures are given for the individual dates in degrees of Fahren-

# 16 POINTS 'A'



heit, plotted from 32 deg. F. (zero C). Two different temperatures are given in each case, one measured below the roof and the other above. The temperature below the roof is indicated by blacking-in the rectangle drawn, whereas the upper level is shown without the blacking-in. Normally the temperature was higher above the roof and thus in the diagrams 5 the positions shown in black usually terminate below those given for the top. In a few instances these two temperatures were equal, in which case the entire rectangles are blackened. In a few other instances the temperature was higher below than above the roof, in which case the lower portions of the rectangles are left white, whereas the upper portions are shown black.

It is seen that the deflections varied to a great extent during each year and were mainly dependent on the temperature. Obviously, also, sunshine and relative humidity are of some influence. However, it was impossible, as originally intended, to make some distinction between the effect of temperature, sunshine and relative humidity. The latter was ascertained since Autumn 1959 and varied between 36 and 88 per cent relative humidity. The weather in England, as is well known, is very changeable and thus appreciable differences in temperature and humidity occurred often between the levelling of the first and last roof. This accounts for great variations between the minimum at individual measurements.

The exactness of the level readings may be taken as  $^{1}/_{100}$  ft. corresponding to  $^{1}/_{8}$  in. or about 3 mm. As the diagrams were not always plotted immediately after the levels had been taken (except for the first two years) a few discrepancies occurred. In one or two cases, when it was obvious that there must have been a mistake, the reading was excluded, but in all other instances even doubtful values as those in April 1960 (for C) and in May 1960 (for A and B) were included.

It must be realised that in November 1955 which is the basis of the comparison, the ages of the four roofs varied to a great extent. Roofs (1) and (2) were well over a year old, whereas roofs (3) and (4) were of ages slightly above or below  $^{3}/_{4}$  year respectively. Obviously the difference in age and thus in creep history had a great influence upon the subsequent behaviour. Unfortunately, it was impossible to base the deformations on the original levels, which applied before transfer of the prestress, since the scaffolding which was required for concreting was in the way.

It was considered as possible that the excessive deformations (comprising upward deflections at the cantilevers and downward deflections at the centres of the roofs) might even increase in the course of time in consequence of further creep and shrinkage of the concrete and relaxation of the steel. However, the measurements, as shown in Fig. 5, indicate that there has, in principle, not been an excessive increase in the deformations. In general, it can be seen that with increasing temperature a relief in deformation takes place, the cantilever ends lowering and the centres of the beams rising, as indicated in Fig. 1.

Sudden changes in temperature caused immediate deviation in deflections as can be seen for the measurements on 4, 16 and 17 June 1958. The sudden increase in temperature on the 16th June and the subsequent reduction brought about immediate changes in the deflections.

Greater variations between maximum and minimum deflections occurred in 1963 after a prolonged sustained loading due to snow in January and February 1963. Already at the loading on 28th December 1962 snow was on the roof, but the deformations differ relatively little from those obtained at investigations without live load. However, greater deviations occurred at the measurements in March 1963. For this reason further investigations were carried out in April and May 1963.

The results are summarised in the Table 1 for the points A and B, where the individual deflections in May 1956 were compared with those in 1963, and also a number of intermediate readings are shown for December 1962 with the snow load and those in March and April 1963, the latter made in the morning and afternoon at different temperatures. Similar results were obtained for the points C and D. However, they are not shown as in these cases only two levels instead of four were available, and consequently the results are not so conspicuous; but also in these cases a similar behaviour was noticed.

A comparison of the results in May 1956 with those in May 1960 at similar temperatures shows that the downward movement of the cantilevers increased during these seven years which corresponds to a reduction in the rather excessive original deformations of the roofs. For example, the greatest reduction (average of four roofs) in the levels of the corners A was 1.05 in. in 1956 and 1.50 in. in 1963. This is not very excessive when the entire variations are taken into account which amounted at the cantilever ends to approximately 2 in., whereas those at the centre are about 1 in. However, the corresponding differences between maximum and minimum levels in the four roofs changed to a much greater extent; they were, for example, on the average 0.34 in 1956 and 0.84 in 1963. This appreciable increase may have been caused by the snow loading in the Winter 1962/63, which was certainly not uniformly distributed over the roofs. At the beginning of the snow loading in December 1962 the average differences between maximum and minimum deflections of the four roofs were less pronounced and amounted for point A to 0.48 in., as can be seen from Table 1, while they became immediately larger in the subsequent investigations in March, April and May. Another point may be mentioned, i.e. a difference in the sequence of taking the levels for the individual roofs. In the first years the levels of each roof were taken separately and thus the difference in temperature during this operation was relatively small. Later the levels were taken by other assistants carrying along each platform covering two roofs before levelling the other side along the other platform, with the consequence that a longer time was required for taking the levels of each roof (although the overall time was reduced). Hence subsequently in many cases

Table 1. Maximum and	Minimum	Deflections of	Points A	and $B$	in the 4	Roofs at .	Different
		Time (in in	ches)				

points		A $B$									
roof		1	2	3	4	all	1	2	3	4	all
1 st May 1956	max. min. diff.	1.02 0.66 0.36	0.78 0.78 0	$0.60 \\ \hline 0.54$	1.08 0.60 0.48	$\begin{array}{ c c }\hline 1.14 \\ 0.60 \\ \hline 0.54 \\ \hline \end{array}$	$0.84 \\ 0.48 \\ \hline 0.36$	0.78 0.48 0.30	$   \begin{array}{r}     1.02 \\     0.48 \\     \hline     0.54   \end{array} $	$0.90 \\ 0.66 \\ \hline 0.24$	1.02 0.48 0.54
Dec. 1962	max. min. diff.	$ \begin{array}{r} 0.54 \\ 0.18 \\ \hline 0.36 \end{array} $	$\begin{array}{ c c } 0.42 \\ \hline 0 \\ \hline 0.42 \\ \end{array}$	0.54 $0$ $0.54$	$ \begin{array}{r} 0.78 \\ 0.18 \\ \hline 0.60 \end{array} $	$0.78 \\ 0 \\ \hline 0.78$	$0.84 \\ 0.12 \\ \hline 0.72$	$\frac{0.42}{-0.24*} \\ \hline 0.66$	$0.72 \\ 0.48 \\ \hline 0.24$	$0.66 \\ 0.36 \\ \hline 0.30$	$\frac{0.84}{-0.24*} = \frac{0.84}{1.08}$
March 1963	max. min. diff.	1.14	$0.84 \\ 0.12 \\ \hline 0.72$	$0.90 \\ 0.12 \\ \hline 0.78$	$0.66 \\ 0.30 \\ \hline 0.36$	1.14	$   \begin{array}{r}     1.02 \\     0.18 \\     \hline     0.84   \end{array} $	$ \begin{array}{c c} 1.02 \\ 0.06 \\ \hline 0.96 \end{array} $	$0.96 \\ 0.30 \\ \hline 0.66$	$0.96 \\ 0.60 \\ \hline 0.36$	$ \begin{array}{r} 1.02 \\ 0.06 \\ \hline 0.96 \end{array} $
April 1963 morning	max. min. diff.	$0.54 \\ -0.12 \\ \hline 0.66$	$0.42 \\ -0.12* \\ \hline 0.54$	0.54 $0$ $0.54$	$0.30 \\ 0.06 \\ \hline 0.24$	$0.54 \\ -0.12 \\ \hline 0.66$	$0.96 \\ 0.12 \\ \hline 0.84$	$0.54 \\ -0.06 \\ \hline 0.60$	$0.66 \\ 0.12 \\ \hline 0.54$	$0.66 \\ 0.36 \\ \hline 0.30$	$0.96 \\ -0.06 \\ \hline 1.02$
April 1963 afternoon	max. min. diff.	$ \begin{array}{r} 1.20 \\ 0.24 \\ \hline 0.96 \end{array} $	$0.78 \\ 0.06 \\ \hline 0.72$	$0.54 \\ 0.06 \\ \hline 0.48$	$0.72 \\ 0.12 \\ \hline 0.60$	$ \begin{array}{c c} 1.20 \\ 0.06 \\ \hline 1.14 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 1.20 \\ 0.30 \\ \hline 0.90 \end{array} $	0.90 0.30 0.60	$0.96 \\ 0.54 \\ \hline 0.42$	$0.72 \\ 0.48 \\ \hline 0.24$	$ \begin{array}{r} 1.20 \\ 0.30 \\ \hline 0.90 \end{array} $
9th May 1963	max. min. diff.	1.80 0.84 0.96	1.50 0.60 0.90	$   \begin{array}{r}     1.50 \\     0.54 \\     \hline     0.96   \end{array} $	$   \begin{array}{r}     1.20 \\     0.66 \\     \hline     0.54   \end{array} $	$   \begin{array}{r}     1.80 \\     0.54 \\ \hline     1.26   \end{array} $	$0.84 \\ \hline 0.72$	$   \begin{array}{r}     1.26 \\     0.72 \\     \hline     0.54   \end{array} $	$   \begin{array}{r}     1.20 \\     0.78 \\     \hline     0.54   \end{array} $	$   \begin{array}{r}     1.20 \\     0.60 \\     \hline     0.60   \end{array} $	1.56 0.60 0.96

\* The deflections are shown negative in Fig. 5 (downwards), but in this Table as positive, while the upward deflections, which are positive in Fig. 5 are in this Table indicated negative and, where the difference between maximum and minimum deflections are computed, added to the maximum.

In the columns, headed "all" the maximum and minimum deflections of all 4 roofs are given.

The temperatures at the individual investigations are seen in Fig. 5, except for April 1963, when different values for morning (47/50 deg. F.) and for afternoon (51/56 deg. F.) apply.

a greater change in temperature may have occurred for each roof than previously. Bearing all this in mind the behaviour of the roofs seem to be quite satisfactory, but unfortunately it is impossible because of the complexity of the conditions to draw definite conclusions regarding the effect of the stress history, delayed shrinkage and creep.

The author would like to thank the Chief Civil Engineer of British Railways, Eastern Region, for permission to publish this investigation and would like to acknowledge the work of the New Works Department in carrying out the measurements.

### Summary

Due to unfavourable weather conditions, the concrete strength of 4 prestressed cantilever platform roofs (each 130 ft. by 36 ft., supported by  $2\times 2$  columns), built in 1954/55, was relatively low, with the consequence that relatively large deformations occurred at and after prestressing. At certain intervals between Nov. 1955 and Nov. 1960 the levels were measured at 4 points each at both ends and at the centre of each roof, and the variations were plotted in relation to the zero points of November 1955. These measurements were augmented by further levels, taken between December 1960 and May 1963. From the deflection diagrams and the Table, shown in the paper, it is seen that considerable variation in deformation occurred during each year, mainly dependent on the temperature, but that otherwise the behaviour of the roofs seems to be satisfactory in spite of the difficulties which occurred at construction.

### Résumé

Par suite de conditions météorologiques défavorables, la résistance du béton précontraint dans 4 marquises construites en 1954/55 (mesurant chacune  $40 \times 11$  m et supportée par  $2 \times 2$  colonnes) était relativement faible. En conséquence, il se produisit des déformations relativement importantes pendant et après la précontrainte. A certains intervalles, entre novembre 1955 et novembre 1960, les niveaux de quatre points étaient mesurés aux deux extrémités et au centre de chaque marquise, et les variations étaient tracées par rapport aux points zéro de novembre 1955. On a fait des mesures complémentaires entre décembre 1960 et mai 1963. A partir des diagrammes de flèches et de la table, reproduits dans ce travail, on peut se rendre compte que des variations appréciables des déformations se produisirent chaque année, surtout à cause des variations de température. Toutefois, de tous les autres points de vue, le comportement des marquises semble être satisfaisant malgré les difficultés rencontrées pendant la construction.

## Zusammenfassung

Infolge ungünstigen Wetters war die Betonfestigkeit von 4 in den Jahren 1954/55 erbauten vorgespannten Bahnsteigkragdächern (jedes  $40 \times 11$  m mit  $2 \times 2$  Stützen) ziemlich niedrig und daher ergaben sich sehr große Verformungen bei und nach der Vorspannung. Zwischen November 1955 und November 1960 wurden in gewissen Abständen Niveaumessungen an je 4 Punkten an beiden Enden und in der Mitte an jedem der 4 Dächer vorgenommen und von den Nullpunkten entsprechend der Verformung im November 1955 aufgetragen.

Weitere Messungen wurden vom Dezember 1960 bis Mai 1963 vorgenommen. Die Durchbiegungsdiagramme und die Tafel, die im Artikel enthalten sind, zeigen, daß beträchtliche Verformungen innerhalb jedes Jahres entstanden, die in erster Linie von der Temperatur abhängen; aber andrerseits scheint das Verhalten der Dächer trotz der Schwierigkeiten, die sich bei der Ausführung ergaben, zufriedenstellend zu sein.

# Leere Seite Blank page Page vide

# Langzeitmessungen von Kriechen und Schwinden

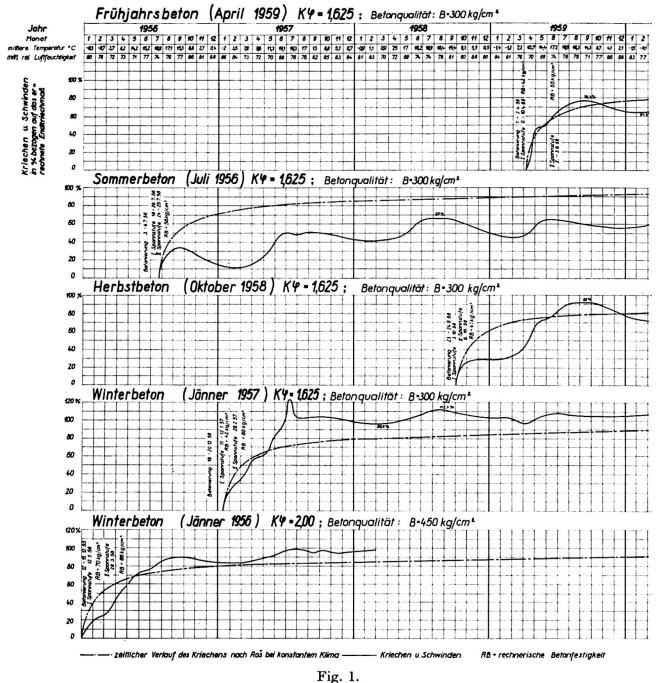
Long-Term Creep and Shrinkage Measurements

Mesure du fluage et du retrait sur une longue période

JOSEF AICHHORN Wirkl. Hofrat, Dipl.-Ing., Linz/Donau, Österreich

Aus der Beobachtung des Schwindens und Kriechens bei früher gebauten Brücken hat sich gezeigt, daß das Schwind- und Kriechmaß sehr erheblich abhängig ist von der Jahreszeit, in der betoniert wurde. Um einen genaueren Einblick in diese Verhältnisse zu bekommen, wurden bei mehreren Brücken, bzw. mehreren Abschnitten der gleichen Brücke, Vorrichtungen zum Messen von Schwinden und Kriechen eingebaut und mehrere Jahre hindurch beobachtet. Da der Beton bei allen drei Bauwerken ziemlich gleich war und die drei Brücken nicht weit voneinander in einer Gegend mit gleicher Witterung liegen, konnten, wohl ohne mit großen Fehlern rechnen zu müssen, die Beobachtungsergebnisse zueinander in Beziehung gebracht werden.

Die Meßvorrichtung besteht in einem ohne Verbund mit dem Beton eingebauten, am einen Ende im Beton befestigten Stahlmeßstab von 30 m Länge, von dem die Verschiebung des anderen, freien Endes gegenüber einer Meßmarke im Beton gemessen wird. Zur Ermittlung der Längenänderungen dienten Meßuhren. Die Messungen wurden zunächst täglich, später wöchentlich und in den letzten Jahren monatlich durchgeführt. Da das Schwinden und Kriechen außer von der Luftfeuchtigkeit und der Temperatur von vielen anderen Umständen beeinflußt wird, unter anderem auch von der Zusammensetzung des Betons und dessen Verarbeitung, von der chemischen Zusammensetzung des Zementes und so weiter, können Meßergebnisse des Schwindens und Kriechens von Betonen, die in verschiedenen Jahreszeiten hergestellt wurden, nur ungefähr verglichen werden. Aber diese Unterschiede sind so erheblich und eindeutig, daß man sie bei der statischen Berechnung, bzw. bei der Ermittlung der Verformungen, berücksichtigen sollte (s. hiezu 8.3 in [1]). In Fig. 1 werden fünf Kriech- und Schwindkurven dargestellt, wie sie sich nach den jahrelang durchgeführten Messungen ergaben. Die zu erwartende Endverkürzung (in der Darstellung mit 100% angegeben) wurde nach DIN 4227 ermittelt mit einem Endkriechmaß von  $\varphi = 1,625$  und einer Schwindverkürzung nach der 1. Spannstufe (Vorspannung 80%) von 0,6×  $K \times \epsilon_s =$  $=0.6\times1\times10\times10^{-5}=0.06^{\,0}/_{00}$ . Zum Vergleich wurde in die Kriech- und Schwindkurven der zeitliche Verlauf des Kriechens nach Roš aus [2] bei konstantem Klima eingetragen.



- -6· -·

Die Betrachtung der einzelnen Kurven in Fig. 1 ergibt folgendes:

# Frühjahrsbeton (April)

Die Kurve verläuft ziemlich genau nach der Roš-Kurve; sie steigt im Sommer an und fällt im Winter ab. Die jahreszeitlichen Schwankungen sind ziemlich gering. Maximum 78,3%, Minimum 64,3%.

## Sommerbeton (Juli)

Infolge der trockenen Witterung im Juli ist der Beton bis zum Vorspannen bereits so weit ausgetrocknet, daß er nur noch langsam kriecht. Im folgenden

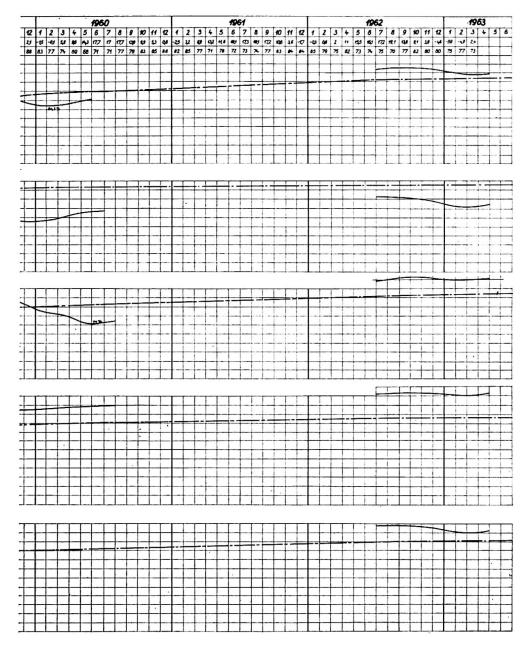


Fig. 1.

Monat hemmt außerdem die feuchte Witterung das Schwinden, so daß Kriechen und Schwinden zusammen Mitte September erst ein verhältnismäßig kleines Ausmaß erreicht haben. Mit Einsetzen der feuchten Herbstwitterung beginnt der Beton durch die Wasseraufnahme der Kapillaren zu quellen, so daß die Kriechverkürzung fast zur Gänze wieder aufgehoben wird. Im darauffolgenden Frühjahr setzt mit Eintritt der warmen und trockenen Witterung eine auffallende Belebung des Kriechens ein. Im 3. und 4. Jahr stellen sich ziemlich konstante jahreszeitliche Schwankungen zwischen 40% und 67% der errechneten Größe ein. Die Verluste an Vorspannung bleiben somit merklich geringer als erwartet.

### Herbstbeton (Oktober)

Der Verlauf ist zunächst ähnlich wie im Sommer. Die zunehmende Feuchtigkeit der Herbstmonate verlangsamt das Kriechen sehr bald und hält es ziemlich konstant, weit unter der gerechneten Roš-Kurve. Im folgenden Frühjahr tritt wieder eine starke Belebung des Kriechens ein und steigt die Kurve über die Roš-Kurve hinaus an: Maximum 92,0%, Minimum 71,0%.

### Winterbeton (Januar 1957)

Große Luftfeuchtigkeit in der Zeit zwischen Herstellung und Anspannung des Betons läßt ihn nicht trocknen. Das Schwinden bleibt gering und Quellung tritt nicht ein. Somit wird das Kriechen aus Vorspannung hier stärker wirksam. Aus dem Verlauf der Kurve ersieht man neben der Auswirkung der 2. Spannstufe auch den Einfluß der sehr trockenen Monate März und Mai sowie der Hitzewelle im Juli, die zu steilen Kurvenanstiegen führten. Bei der Hitzewelle trat der später nie wieder erreichte Höchstwert von 122% ein, der die Roš-Kurve weit überschritt. In den folgenden Jahren stellten sich ebenfalls ziemlich konstante Schwankungen ein, die jedoch wesentlich kleiner waren als beim Sommerbeton (Maximum 112,3%, Minimum 96,6%, somit Unterschiede vom Mittelwert von  $\pm 7,5\%$  gegenüber  $\pm 25\%$  beim Sommerbeton im gleichen Zeitraum).

Man sollte daher bei der Herstellung von Winterbeton die zweite Spannstufe möglichst spät nach Abklingen eines möglichst großen Teils des starken Kriechens auf bringen. Im gegebenen Fall wurde die zweite Spannstufe erst nach 2 Monaten aufgebracht. Zu diesem Zeitpunkt waren bereits 42% des errechneten Endwertes des Kriechens eingetreten, so daß im Endzustand das gerechnete Endhöchstmaß nicht überschritten wurde.

### Winterbeton (Januar 1956)

Diese Kurve verläuft im wesentlichen sehr ähnlich wie jene des Winterbetons vom Jänner 1957. Lediglich der steile Anstieg des Kriechens und Schwindens zufolge der Hitzewelle im Juli 1957 und nachfolgender Abfall in der anschließenden Regenperiode hat sich bei dem bereits eineinhalb Jahre alten Beton bei dieser Brücke, ähnlich wie bei dem bereits ein Jahr alten Sommerbeton, nicht mehr wesentlich ausgewirkt.

Da der steile Kurvenanstieg, bzw. der anschließende Abfall beim Winterbeton vom Jänner 1957, im Juli 1957 durch mehrere Messungen festgestellt wurde, dürfte eine Fehlmessung nicht anzunehmen sein.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß alle Betone ein deutlich ausgeprägtes Ansteigen des Schwindens und Kriechens in den Sommermonaten und ein Abnehmen während der Wintermonate zeigen. Die Erscheinung dürfte damit erklärt werden können, daß im Sommer durch die Austrocknung eine

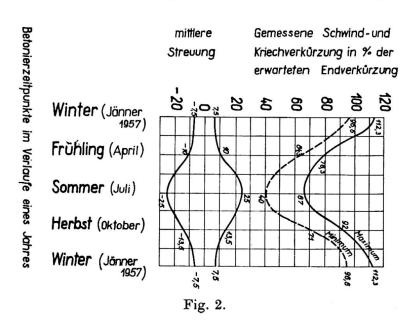
Verkürzung und im Winter durch die Feuchtigkeitsaufnahme und damit Quellung eine Verlängerung der Betonkörper eintritt.

Die im allgemeinen geringe Schwind- und Kriechverkürzung des Sommerbetons dürfte auf die rasche Erhärtung des Betons zurückzuführen sein. Die Wahrscheinlichkeit, daß das tatsächliche Endkriech- und Schwindmaß hinter dem üblicherweise angenommenen zurückbleibt, ist daher bei den Sommerbetonen im allgemeinen gegeben, während sie von Betonen, die bei feuchter und kühler Witterung hergestellt werden, durch Austrocknung in der heißen Jahreszeit und somit vermehrter Schwindung, die gerechneten bzw. angenommenen Größen meistens überschreiten.

Die Messungen im Sommer 1962 zeigen überraschenderweise, daß das Schwinden und Kriechen auch nach einigen Jahren noch verhältnismäßig stark ansteigt und mit Ausnahme vom Sommerbeton die Roš-Kurve teilweise nicht unerheblich übersteigt. Die Messungen zeigen außerdem eindeutig, daß das Schwinden und Kriechen nach längerer Zeit (sechs und mehr Jahre) in Wirklichkeit mehr zunimmt als nach der Roš-Kurve. Damit dürften die in anderen Ländern verschiedentlich gemachten Feststellungen, daß die Durchbiegungen bei Spannbetontragwerken auch nach Jahren mit einer gewissen Regelmäßigkeit noch weitergehen, erklärt werden können.

Leider wurden die Messungen zwischen 1960 und 1962 unterbrochen. Sie werden aber nunmehr wieder regelmäßig weitergeführt, überdies bei neuen Bauwerken in erweitertem Umfange begonnen und mit Messung der Durchbiegungen verbunden werden. Um bei der Verkürzung die Anteile aus Schwinden und Kriechen getrennt feststellen zu können, werden in der neuen Versuchsreihe — unbelastete Betonstäbe, an denen das Schwinden allein gemessen werden kann — mitbetoniert. Die Ergebnisse der neuen Messungen werden zur gegebenen Zeit veröffentlicht werden.

Es erscheint somit zweckmäßig, schon bei der Aufstellung der statischen



Berechnung, bzw. bei der Ermittlung der Verformungen, z. B. bei der Festlegung der Lagerstellung, bei der Ermittlung der Durchbiegungen usw., die Veränderlichkeit des Endhöchstmaßes des Kriechens und Schwindens zu berücksichtigen.

Trägt man die im Verlauf eines Jahres gemessenen Maxima und Minima der Schwind-Kriechkurven der Fig. 1 und ihre Abweichungen vom Mittelwert über den Betonierterminen als Abszissen in einem Diagramm auf, so zeigen sie ebenfalls einen recht gleichmäßigen und somit gesetzmäßigen Verlauf (Fig. 2).

Zuletzt sei noch bemerkt, daß die Meßergebnisse einer kleinen Verbesserung bedürfen, da die Wärmedehnzahlen von Beton um etwa 10% höher sind als diejenigen des Bewehrungsstahles. Dies bedeutet, daß die Maxima größer, die Minima kleiner und die Unterschiede der beiden größer werden. Beim 30 m langen Meßstab ergibt sich ein Fehler von  $\pm 4\%$ , der sich wie folgt errechnet:

Für  $\pm 15$  Grad C und  $\alpha_t = 10^{-5}$  ist

$$\Delta \delta^l = 30 \,\mathrm{m} \times 10^{-5} \times (\pm 15) \times 10\% = \pm 0.45 \,\mathrm{mm}.$$

Bei einem Mittelwert von 11 mm wäre 0,45 mm

$$\frac{0.45 \times 100}{11} = 4\%.$$

Bei der Aufstellung des Meßprogrammes und Auswertung der Meßergebnisse hat Herr Dipl.-Ing. Kurt Wenzel, Linz/Donau, sehr wesentlich mitgewirkt.

### Literatur

- 1. H. Rüsch: «Spannbeton Erläuterungen zu DIN 4227.» Berlin 1954, Wilh. Ernst & Sohn.
- 2. F. LEONHARDT: «Spannbeton für die Praxis.» 2. Auflage, Berlin 1962, Wilh. Ernst & Sohn, S. 57.

### Zusammenfassung

Durch Langzeitmessungen des Kriechens und Schwindens von Betonen, die zu verschiedenen Jahreszeiten hergestellt wurden, wurde festgestellt, daß das Kriechen und Schwinden sehr wesentlich von der Jahreszeit der Betonherstellung abhängig ist. Gleichzeitig wurde aber auch festgestellt, daß die Intensität und Dauer des Kriechens und Schwindens im allgemeinen größer bzw. länger ist als bisher allgemein angenommen wurde.

### Summary

Measurements carried out over a long period of time on concrete manufactured in different seasons of the year showed that both creep and shrinkage are to a large degree dependent on the season in which the concrete was made. The tests revealed, in addition, that the intensity of the creep and shrinkage processes is larger, and their duration longer, than hitherto assumed.

### Résumé

Au cours d'une longue période, on a mesuré le fluage et le retrait de bétons fabriqués en différentes saisons; les mesures mettent en évidence que ces phénomènes dépendent essentiellement de la saison de la fabrication. De plus, il apparaît que l'intensité du fluage et du retrait est plus grande, et leur durée plus longue qu'on ne le croit habituellement.

# Leere Seite Blank page Page vide

### Va7

# Das Verhalten der Syratalbrücke in Plauen i.V. seit ihrer Erbauung

The Behaviour of the Syra Valley Bridge at Plauen in Vogtland Since its Construction

Le comportement du pont sur la vallée de la Syra, à Plauen/Vogtl., depuis sa construction

HERBERT GÖNER Prof. Dr.-Ing., Dresden

## 1. Aufgabe und Hauptmaße der Brücke

Mit dem Brückenbauwerk, der heutigen Ebertbrücke in Plauen i. Vogtl., wurde eine von beiden Seiten zur Brücke hin fallende Straße mit elektrischer Straßenbahn über die im Syratal liegende Verkehrsstraße mit ihrer Bebauung geführt. Der auf beiden Talseiten anstehende, geschlossene Felsen ließ den Gedanken aufkommen, das Tal mit einem einzigen Bogen von 90 m Spannweite in «Betonmauerwerk», eine Art Concrete-Mauerwerk mit etwa 45% Mörtelanteil je m³, zu überbrücken. Dieses für die damalige Zeit sehr kühne Bauwerk stellte die s. Z. größte gewölbte Massivbrücke der Welt dar. Nach einer Bauzeit von etwa 2 Jahren, in den Jahren 1903/04, wurde sie 1905 dem Verkehr übergeben.

Die Hauptabmessungen des Bauwerkes sind:

eingespannter Bogen, theoret. Stützweite	90,00  m
Stützweite des elastischen Bogenteiles	65,00 m
lichte Höhe des Gesamtbauwerkes	18,00 m
Stich des elastischen Bogenteiles	6,50  m
Gewölbebreite	16,00 m
Fahrbahnbreite	10,90 m
Breite der beiderseitigen Fußwege je	2,95  m

### Gewölbestärken:

im Scheitel	1,50 m
am Beginn des elastischen Bogenteiles	2,00  m
am Kämpfer	4,00 m

Bogenmauerwerk aus plattenförmigem Theumaer Fruchtschiefer, einem Phyllit-Schiefer mit hoher Druckfestigkeit, mit einem Mörtelanteil von etwa 45%. Über die Zusammensetzung des Betonmörtels ist nur bekannt, daß dafür Portlandzement der Marke «Stern» verwendet wurde, der als Qualitätszement bekannt war.

Die Bemessung des Bogens erfolgte durch die ausführende Firma Liebold & Co., Langebrück b. Dresden, auf Grund graphischer Untersuchungen nach dem Stützlinienverfahren. Eine von Geheimrat Prof. Lucas, Technische Hochschule Dresden, im Zusammenhang mit der Begutachtung des Entwurfes durchgeführte Berechnung nach der Elastizitätstheorie ergab eine hinreichende Übereinstimmung. Da die massigen Widerlager mit ihren Spargewölben die freie Verformbarkeit des Bogens im Kämpferbereich nahezu unmöglich machen, ist bei späteren Untersuchungen in der Hauptsache der mittlere Bogenteil als elastischer Bogen mit etwa 65 m Stützweite betrachtet worden mit der Annahme, daß die Widerlagerscheiben starr sind und sich die Kämpferpunkte am Ende der Auskragungen ausbilden.

### 2. Verhalten der Brücke

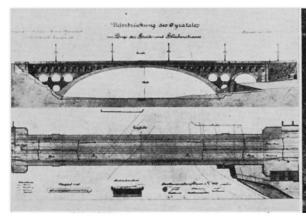
Es zeigte sich sehr bald, daß die Verformungen des Bogens, also die Scheitelsenkung, wesentlich größer waren als die bei der Berechnung getroffenen Annahmen. Außerdem kamen diese Bewegungen nicht zum Stillstand, sondern gingen mit einer gewissen Gleichförmigkeit weiter, ohne erkennen zu lassen, daß sie irgendwie einem Ruhepunkt zustrebten. Von Anfang an wurden daher regelmäßige Messungen durchgeführt, zahlreiche Meßbolzen eingesetzt und später weitere Meßbolzen und Meßskalen angebracht sowie Thermometer im Bogen eingebaut. Die vom Vermessungsamt der Stadt Plauen ermittelten monatlichen Meßergebnisse wurden graphisch aufgetragen, ausgewertet und durch Angabe der jeweiligen Außen- und Innentemperaturen sowie der Luftfeuchtigkeit ergänzt. Somit liegen seit 1905 bis heute derartige Angaben vor, was als ein ungewöhnlich glücklicher Umstand anzusehen sein dürfte. Sie machen jedenfalls deutlich, daß die Verformung und dabei vornehmlich die Scheitelsenkung des Bogens mit wechselnder Geschwindigkeit in gewissen Intervallen weitergeht und offenbar noch kein Ruhezustand zu erwarten ist.

Dieses Verhalten der Brücke und die wiederholt aufgetretenen Feuchtigkeitsschäden führten zur Einschaltung mehrerer Gutachter und zur Durchführung durchgreifender Instandsetzungsmaßnahmen in den Jahren 1923 und 1933/34. Gutachten wurden erstattet:

- 1923 von Prof. Dr.-Ing. e.h. MAX FOERSTER, Technische Hochschule Dresden,
- 1933 von Prof. Dr.-Ing. Spangenberg, Technische Hochschule München,
- 1938 von Prof. Dipl.-Ing. Rüth, Technische Hochschule Dresden,
- 1946 von Dipl.-Ing. CARL, Plauen i. V.,
- 1947/49 gutachtliche Stellungnahmen von Prof. Dr.-Ing. Beyer, Technische Hochschule Dresden, im Zusammenhang mit der Beseitigung der Kriegsschäden.

In groben Zügen kann hier nur skizziert werden, daß 1923 die unteren Bogenteile im Widerlagerbereich angebohrt und mit Zementmörtel verpreßt wurden, wobei erhebliche Ansammlungen von Wasser in Hohlräumen des Mauerwerkes festzustellen waren. Das gleiche Ergebnis brachte die Auspressung des mittleren Bogenteiles um 1933/34. Größere Schäden an den Entwässerungen der Widerlager wurden grundlegend beseitigt. Die Feuchtigkeitsdämmung des mittleren Bogenteiles wurde 1934 erneuert. Auf Anraten von Rüth wurden 1933 über den angenommenen Kämpfern des elastischen Bogenmittelteiles (65-m-Bogen) Bewegungsfugen in den Längsmauern der Spargewölbe (Spandrills) bis oben hin nachträglich ausgeführt. Gegenüber den alten Dilatationsfugen des Neubaues liegen diese um 2,90 m zum Scheitel hin versetzt.

Die Frage der Unverschieblichkeit der Widerlager wurde wiederholt geprüft. Es fanden sich jedoch keine Anzeichen dafür, daß ein Verkippen, Verdrehen oder Gleiten eingetreten sei. Auch die Messungen ergaben dafür keine Anhaltspunkte, obgleich erst ab 1933 der Abstand der Meßbolzen in Brückenlängsachse selbst eingemessen wurde. Dabei war zu berücksichtigen, daß bei der Ausführung der Fundamente überraschend alte Bergwerksstollen aus dem 15. oder 16. Jahrhundert angetroffen worden waren, die entsprechend gesichert wurden. Durch die Kriegsschäden sind viele Meßpunkte verloren gegangen, doch können auch heute Widerlagerbewegungen ausgeklammert werden.



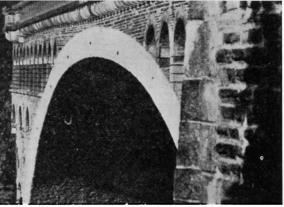


Fig. 1. Syratalbrücke nach einer Zeichnung von 1906 (südl. Widerlager mit Treppenaufgang).

Fig. 2. Verformungen der Brücke (1961) — Westseite.

Bemerkenswert ist, daß der Brückenbogen nach wie vor deutlich auf Temperatur- und Feuchtigkeitsschwankungen mit einem entsprechenden Verzug reagiert, was durch die Messungen belegt wird. Die Meßergebnisse mußten daher ausgemittelt und ausgeglichen werden, um die Einflüsse sehr kalter Winter oder sehr heißer Sommer auf die Scheitelbewegung auszuschalten. Wiederholt sind im Zusammenhang mit den Gutachten neue statische Berechnungen unter Zugrundelegung der verformten Bogenachse aufgestellt worden. Sie ergaben z. T. extrem hohe Randspannungen, die das Mauerwerk unmöglich

aufnehmen konnte. 1942 wurde erstmals von Rüth die Möglichkeit des Kriechens des Bogenbaustoffes in Betracht gezogen und erwähnt, daß dieser Vorgang nach 37 Jahren noch nicht abgeschlossen sein könnte. Der Gedanke wurde jedoch nicht weiter verfolgt.

Zur Charakterisierung des Verformungsvorganges seien hier die wichtigsten Werte der Scheitelsenkung zusammengestellt.

1906	Scheitelsenkung	206 mm
	(statt nach Vorschätzung	150 mm)
1912	Scheitelsenkung	267 mm
1918	Scheitelsenkung	300 mm
ab 1918 bis 1933	Scheitelsenkung etwa gleic	hmäßig 2,00 mm/Jahr
ab 1933 bis 1940	Scheitelsenkung etwa gleic	hmäßig 7,5 mm/Jahr
1940	Scheitelsenkung	380  mm
ab 1940 bis 1945	Scheitelsenkung etwa gleic	hmäßig 4,5 mm/Jahr
Unterbrechung in	folge Bauschäden durch Kr	iegseinwirkung.
1950	Scheitelsenkung	470 mm
ab 1950 bis 1956	Scheitelsenkung etwa i. M.	4.0  mm/Jahr
ab 1956 bis 1962	Scheitelsenkung etwa i. M.	2.5  mm/Jahr
1962	Scheitelsenkung	508 mm

Es ist durch Auswertung der Anzeigen der im Gewölbe eingebauten Innenthermometer festgestellt worden, daß eine Temperaturerhöhung des Gewölbes um  $1^{\circ}$ C eine Scheitelhebung von 2,18 mm verursacht. Daher wurden die Meßergebnisse, um zu vergleichbaren Werten zu kommen, auf eine Mitteltemperatur von  $+10^{\circ}$ C reduziert.

Die Messungen der Jahre nach 1945 haben deutlich gemacht, daß von der Verformung nahezu ausschließlich der mittlere elastische Bogenteil (65-m-Bogen) betroffen wird und daß der Scheitel der Brücke durchhängt, was auch in Fig. 2 unschwer zu erkennen ist.

Die Aufhöhung der Granitkonsolen, die die Gehwegauskragung tragen, erfolgte mit zwischengelegten Steinplatten im Jahre 1912, als Fahrbahn und Gehwege zur Beseitigung der über dem Scheitel entstandenen Mulde auf 40 m Länge um 16 cm mit Beton angehoben wurden.



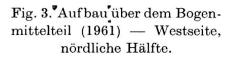




Fig. 4. Auf bau über dem Bogenmittelteil
(1961) — Westseite, nördliche Hälfte anschließend an Fig. 3.

Im Bruchsteinmauerwerk des Brückenaufbaues trat bereits frühzeitig ein waagrechter Scherriß auf. Bereits 1910 wird darüber berichtet. Die Fig. 3 und 4 zeigen den heutigen Zustand.

Derartige Risse sind auch in den Längsmauern der Spargewölbe und andere in den Gewölben vorhanden.

# 3. Teilzerstörung des Bauwerkes durch Kriegseinwirkungen

Im April 1945 wurde die Brücke von etwa 5 Fliegerbomben getroffen, deren Zerknall am südlichen Widerlager schwere Schäden anrichtete und etwa im Scheitel praktisch die Hälfte des Gewölbes zerstörte. Nach Wiederherstellung der Fahrbahn ging der Verkehr ohne Straßenbahn über die stehengebliebene Bogenhälfte weiter. Die Wiederherstellung erfolgte in Abschnitten in den Jahren 1946 bis 1949. 1948/49 wurde unter der Oberleitung von Prof. Dr.-Ing. Beyer der Bogen durch Einfügen eines etwa 24 m langen Bogenstückes aus Beton B 300 (245) wieder auf die volle Breite gebracht. Diese «Betonplombe» ist mit Pressen ungefähr auf die rechnerisch ermittelte Pressung des Bogenmauerwerkes vorgespannt worden. Man war sich klar darüber, daß diese «Betonplombe» eine wesentliche Inhomogenität des Bogens an dieser Stelle verursachte und daß das Zusammenwirken zwischen dem Beton und dem übrigen Bogenmauerwerk durchaus unklar blieb.

Durch das Seismologische Institut der Universität Jena (Prof. Martin) waren im Jahre 1948 vor und nach der «Plombierung» der Brücke Erschütterungsmessungen (Schwingungsmessungen) durchgeführt worden, die den Schluß zuließen, daß die elastischen Eigenschaften des Bogens durch das Einfügen der «Plombe» eine Verbesserung erfahren haben.

## 4. Ursachen der Gewölbeverformungen

### 4.1. Bisherige Feststellungen

Aus den bisherigen Untersuchungen können folgende Feststellungen getroffen werden:

- 4.1.1. Die hinreichende Starrheit der Widerlager ist zu unterstellen und wird durch die Meßergebnisse im wesentlichen bestätigt.
- 4.1.2. Die Verformungen äußern sich vornehmlich als Scheitelsenkungen des mittleren Bogenteiles (elastischer 65-m-Bogen).
- 4.1.3. Ein Abklingen dieser Scheitelsenkungen ist bisher nicht festzustellen. Jeder Eingriff in den Gleichgewichtszustand, der sich im Bauwerk herausgebildet hatte, führte zu einer Steigerung der Scheitelsenkungen. Das geschah bei den tiefgreifenden Instandsetzungsarbeiten der Jahre 1923, 1933/34 und 1948/49.

- 4.1.4. Die derzeitige Senkung des Bogenscheitels wurde mit 508 mm festgestellt. Hiervon ist die planmäßig vorgesehene Senkung mit 150 mm abzusetzen, so daß 358 mm als außergewöhnliche Scheitelsenkung verbleiben.
- 4.1.5. Nach Augenzeugenberichten sind die plattigen Bruchsteine mit Betonmörtel vergossen worden. Eine regelrechte Vermauerung erfolgte somit nicht und war bei dem hohen Mörtelanteil von 45% wohl auch nicht möglich. Eine ordnungsmäßige Verdichtung des Betonmörtels nach unseren heutigen Erkenntnissen war somit ebenfalls nicht gegeben. Es ist daher sicher, daß zahlreiche Lufthohlräume verblieben und durch Verdunstung des Wassers entstanden sind. Das wurde auch durch die Feststellungen beim Auspressen des Bogens in den Jahren 1923 und 1933/34 bestätigt.
- 4.1.6. Zur Herabsetzung der Schwindspannungen waren im Gewölbe Fugen vorgesehen, die allerdings den Querschnitt nur verschwächten und erst später geschlossen wurden.
- 4.1.7. Nach dem Prüfungszeugnis des Materialprüfungsamtes Dresden vom 10. 2. 1949 wurden Feststellungen an 6 herausgesägten Mauerwerksprismen des Bogens mit einem Querschnitt von  $16 \times 16$  cm bei 40 cm Höhe getroffen. Bei der Entnahme der Proben zeigte sich, daß nur eine geringe Haftung zwischen den sich «speckig» anfühlenden Oberflächen des Fruchtschiefers und dem Betonmörtel besteht, so daß ein Auseinanderbrechen in den Lagerflächen trotz besonderer Vorsicht mehrfach erfolgte. Als wichtigste Ergebnisse sind zu nennen:

Elastizitätsmodul  $E = 76\,000$  bis  $156\,000 \text{ kp/cm}^2$ ,

Bruchfestigkeit  $\sigma_M = 214$  und  $294.5 \text{ kp/cm}^2$ ,

Verhältnis bleibende Dehnung/federnde Dehnung, für eine Pressung von  $\sigma = 132,1 \text{ kp/cm}^2$ .

```
      Mörtel
      0 Std. 0,45:1,

      264 Std. 0,95:1.

      Stein
      0 Std. 0,60:1,

      264 Std. 0,78:1.

      Mauerwerk
      0 Std. 0,91:1,

      264 Std. 1,34:1.
```

Damit wurden die bereits 1946 getroffenen Feststellungen bestätigt, daß das verwendete Concrete-Mauerwerk erhebliche bleibende Formänderungen aufweist. Dabei wächst die plastische Verformung mit der Dauer der Belastung wesentlich an.

### 4.2. Neuere Untersuchungen

Aus der Sichtung der Unterlagen, der Prüfung der bisher vorliegenden Untersuchungsergebnisse und wiederholten Besichtigungen der Brücke wurden folgende Schlüsse gezogen:

4.2.1. Die Schäden am Aufbau sind die Folgeerscheinungen aus der Ver-

formung des tragenden Gewölbes. Eine Mitwirkung dieses Aufbaues zur Erhöhung der Tragfähigkeit der Brücke ist wegen dieser Schäden auszuschließen.

- 4.2.2. Für die Standsicherheit der Brücke ist das Verhalten des mittleren Bogenteiles entscheidend.
- 4.2.3. Trotz der ständig weitergehenden Scheitelsenkungen sind weder in den Stirnflächen noch auf der unteren Leibung des Gewölbes nennenswerte Risse vorhanden. Offenbar werden durch plastische Verformung Spannungsspitzen, die durch die Änderung der Gewölbeachse im Zusammenhang mit der Scheitelsenkung auftreten, schnell abgebaut.
- 4.2.4. Auch im Bereich des neu eingefügten, 24 m langen, etwa 8,00 m breiten Bogenstückes aus Beton sind Risse o. ä. nicht erkennbar, so daß auch hier der Spannungsausgleich durch Plastizierung des Mauerwerkes erfolgen wird. Es steht fest, daß beträchtliche Unterschiede im Kriechverhalten des Betons und des Bogenmauerwerkes bestehen.
- 4.2.5. Als wichtiger Faktor ist zu werten, daß das Tragwerk die schweren Kriegsschäden sowie die damit verbundenen Erschütterungen und Teilentlastungen ohne wesentliche Schäden an den stehengebliebenen Bauwerksteilen überstanden hat. Dieses darf als ein weiterer Beweis für die Plastizierungsfähigkeit des Bogenbaustoffes angesehen werden, der offenbar in der Lage ist, sich in recht kurzer Zeit geänderten Spannungsverhältnissen anzupassen.
- 4.2.6. Weiter ist zu erwähnen, daß die Brücke nach ihrer Wiederherstellung häufig von Schwerlastfahrzeugen befahren worden ist, wenn auch der Straßenbahnverkehr fortfiel.
- 4.2.7. Proben des Theumaer Fruchtschiefers, der für das Bogenmauerwerk verwendet wurde, weisen eine recht schiefrige, plattige Struktur auf, wobei die Oberfläche sich «speckig» anfühlt. Die Schieferschichten sind durch Kristallkörner, die in Abständen vorhanden sind, gewissermaßen miteinander vernäht. Versuche ergaben, daß bei dem Darren der Proben die Gewichtskonstanz bei 0,5% Wasserabgabe bereits nach 5 Std. Trocknung erreicht war. Nach 24 Std. Wasserlagerung wurden 1% Wasser aufgenommen. Der Frostversuch nach DIN 52104 wurde ohne äußere Anzeichen von Schädigungen bei geringer zusätzlicher Wasseraufnahme bestanden.
- 4.2.8. Tastversuche über 15 Wochen mit Probekörpern  $4\times4\times16$  cm³, die mit gebrochenem Theumaer Fruchtschiefer und mit Ziegelstücken hergestellt wurden, brachten im wesentlichen eine Übereinstimmung mit den unter Ziffer 4.1.7 genannten Versuchsergebnissen des Materialprüfungsamtes Dresden über das Kriechverhalten.
- 4.2.9. Mit den gleichen Probekörpern nach Ziffer 4.2.8 wurden Schwindund Quellversuche durchgeführt, die sich auf 49 Tage erstreckten. Während die Probekörper aus reinem Mörtel und aus Mörtel + Ziegel etwa das gleiche Schwindmaß hatten, lag es bei den Probekörpern aus Mörtel + Schiefer um etwa 50% höher. Bei dem Quellversuch ergaben sich nach 35 Tagen ähnliche

Verhältnisse, doch lag das Quellmaß der Proben Mörtel + Schiefer sogar um 150% höher. Hieraus wird die Empfindlichkeit des Bogenbaustoffes gegen Feuchtigkeitseinflüsse deutlich.

### 4.3. Schlußfolgerungen

Die Ursachen für das bisherige Verhalten der Syratalbrücke dürften in folgenden Einflüssen zu suchen sein:

- 4.3.1. Durch das Vorhandensein von Hohlräumen im Mörtel des Bogenmauerwerkes, die zeitweise mit Wasser gefüllt waren, ist es zusätzlich noch zu Auswaschungen von Kalk und damit zu einer weiteren Erhöhung der Porosität des Betonmörtels gekommen.
- 4.3.2. Bei der großen Stärke der Mörtelfugen ist mit einer Behinderung der Querdehnung des Mörtels durch die Reibung an den Steinflächen kaum zu rechnen. Außerdem bleibt diese Reibung bei der glatten, speckigen Oberfläche des Steines ohnehin problematisch. Also wird die Mauerwerksfestigkeit in ungleich höherem Maße als bei Ziegelmauerwerk durch den Betonmörtel bestimmt.
- 4.3.3. Für das Verhalten des Mauerwerkes ist das hohe Schwindmaß, vor allem das erstaunlich hohe Quellmaß gegenüber Ziegelmauerwerk von Bedeutung. Nach einem Zeitraum von 58 Jahren kann angenommen werden, daß der Schwindvorgang abgeschlossen ist. Das Quellen kann jedoch stets neu einsetzen, und zwar als Folge unmittelbarer Wasseraufnahme aus Undichtigkeiten oder auch durch Aufnahme von Luftfeuchtigkeit. Die Messungen haben den Beweis dafür erbracht, da nach längeren Nässeperioden stets Störungen in den Meßwerten auftraten. Offenbar nimmt der Fruchtschiefer von den Kanten her Wasser auf und wird damit für den Quellvorgang ausschlaggebend.
- 4.3.4. Aus dem Verlauf der Scheitelsenkungen ist zu ersehen, daß diese im Laufe der Jahre geringer werden, ohne daß der Endpunkt bisher erreicht wurde. Jeder Eingriff in den Gleichgewichtszustand des Bauwerkes bei größeren Instandsetzungen usw. ist mit Spannungsumlagerungen verbunden, die weitere Kriecherscheinungen auslösen. Das kann z.B. auch bei örtlichen Schädigungen der Mauerwerksfestigkeit geschehen. Das Abklingen des verstärkten Kriechens kann dann wieder über Jahre gehen, wie es die vorliegenden Meßergebnisse beweisen. Dafür ist das Verhalten der Brücke nach 1945 recht aufschlußreich.
- 4.3.5. Aus diesen Überlegungen heraus ergibt sich, daß eine Berechnung des Tragwerkes in dem verformten Zustand nach der Elastizitätstheorie kein brauchbares Ergebnis liefern kann. Bei der fehlenden Kenntnis über die Plastizierung derartigen Concrete-Mauerwerks, das obendrein in der Zusammensetzung recht uneinheitlich sein kann, ist eine Beurteilung des Tragvermögens naturgemäß recht schwierig. Es bleibt nur übrig, aus dem bisherigen Verhalten des Bauwerkes, den Baustoffeigenschaften und einer näherungsweisen rech-

nerischen Erfassung des wirklichen Tragsystems auf die Tragfähigkeit zu schließen.

4.3.6. In dem vorliegenden Falle kommt aus dem Durchhängen des Scheitels noch ein Stabilitätsproblem, nämlich das Problem des möglichen Durchschlagens hinzu, das mit verschiedenen Unsicherheiten behaftet ist.

### 5. Beurteilung des Tragvermögens und der Lebensdauer

Das Brückenbauwerk wurde bereits im Jahre 1939, also noch vor dem Eintreten der Kriegsschäden, als gefährdet bezeichnet. Trotzdem hat es sich bis heute als brauchbar erwiesen. Wenn keine ungewöhnlichen Umstände eintreten, ist anzunehmen, daß die Scheitelsenkungen um den Wert 2 mm/Jahr liegen und nach einigen Jahren noch geringer sein werden. Eine Gefahr für das Ausbeulen des Gewölbes nach unten scheint für die nächsten 15 Jahre, in denen die Scheitelsenkung um max. 30 mm zunehmen kann, nicht zu bestehen. Nach dem heutigen Stand kann also das Tragvermögen der Brücke vorerst bis zum Jahre 1978 als hinreichend gelten. Die Fortführung der monatlichen Messungen wird Aufschluß darüber geben müssen, wie sich die «Betonplombe» im Bogen weiter auswirkt und ob sich daraus im Querschnitt einseitige Spannungsverschiebungen, wie es andeutungsweise jetzt schon sein könnte, ergeben. Diese Meßergebnisse werden später die Grundlage für eine erneute Beurteilung des Tragvermögens bilden müssen. Jeder tiefgreifende Eingriff in den jetzigen Bauzustand ist zu unterlassen, wie vorher dargetan wurde. Außerdem ist für eine ordnungsmäßige Unterhaltung der Fahrbahn und aller Entwässerungsanlagen zu sorgen.

Die Lebensdauer des Brückenbauwerkes wird davon abhängen, ob die Verformungen unter den genannten Voraussetzungen allmählich auf einen etwa gleichbleibenden, geringen Mindestwert absinken, der bei dem hohen Plastizierungsvermögen des Bogenmauerwerkes durch geringe Spannungsumlagerungen aus Temperatur- und Feuchtigkeitseinflüssen sowie wechselnde Verkehrslasten bedingt sein kann. Es besteht somit begründete Hoffnung, dieses interessante und kühne Brückenbauwerk nicht nur als technisches Kulturdenkmal, sondern auch als brauchbaren Verkehrsweg für die Zukunft zu erhalten.

Dieses Bauwerk weist erneut auf die Bedeutung des Zeitfaktors für das Verhalten weitgespannter Tragwerke hin. Es genügt jedenfalls nicht mehr, nur den Zustand der Errichtung im Zeitpunkt 0 zu untersuchen, sondern es müssen die zu erwartenden Verformungen aus allen möglichen Einflüssen hinreichend Berücksichtigung finden. Aufschlüsse über die Eigenschaften und das Verhalten der Baustoffe können nicht verläßlich sein, wenn sie nur aus Kurzzeitversuchen gewonnen wurden.

### Literatur

1. Kurt Meinel, Dipl.-Ing.: «Die Ebertbrücke über das Syratal in Plauen.» Zeitschrift Bauplanung und Bautechnik, Heft 8/1948, S. 223—231.

### Zusammenfassung

Die in den Jahren 1903/04 entstandene Bogenbrücke über das Syratal in Plauen/Vogtl. weist seit ihrer Erbauung Verformungen auf, die bisher nicht zum Abschluß gekommen sind. Diese machen sich in erster Linie als eine, in wechselndem Zeitmaß wachsende Scheitelsenkung bemerkbar, worin auch erhebliche Kriegsschäden und deren Beseitigung nur eine geringe Störung bewirkt haben. Es wird über die in neuester Zeit durchgeführten Untersuchungen zur Aufdeckung der Ursachen dieser Verformungen berichtet. Diese sollen als Grundlage für die Beurteilung des weiteren Tragvermögens und der Lebensdauer dieses Brückenbauwerkes benutzt werden.

### **Summary**

The arch bridge which was built over the Syra Valley at Plauen in Vogtland in 1903—1904 has, since the time of its construction, shown deformations that have not yet ceased. These manifest themselves primarily as a settlement of the crown, which increases at a rate varying with the passage of time. Serious damage sustained during the war, and the subsequent repair thereof, had but little effect on these deformations. The latest investigations carried out with the object of ascertaining the causes of these deformations are described. These will provide the basis for assessing the anticipated further load-carrying capacity and service life of this bridge.

### Résumé

Le pont en arc sur la vallée de la Syra, à Plauen/Vogtl., qui a été érigé en 1903/1904, présente, depuis sa construction, des déformations qui ne se sont pas encore stabilisées. Ces déformations se caractérisent principalement par une flèche à la clef croissante avec le temps, sans que les dégâts importants causés par les bombardements, pendant la guerre, et leur réparation interviennent autrement que dans une mesure très limitée. Il est rendu compte des recherches qui ont été récemment effectuées en vue de déterminer les causes de ces déformations. Elles permettront d'estimer les charges que pourra à l'avenir supporter cet ouvrage et sa durée de service.

# Essais de poutres en béton armé en phase plastique

Versuche an Stahlbetonbalken im plastischen Bereich Tests of Reinforced Concrete Beams in the Plastic Range

# J. C. MALDAGUE Paris

Les essais dont il est partiellement rendu compte dans cet exposé font partie d'un programme établi par le Comité Européen du Béton, dans le but de définir les rotations dont sont capables les articulations plastiques des poutres en béton armé. Ils ont été réalisés à l'Institut de Recherches Appliquées du Béton Armé à Paris, sous la direction de M. Y. Guyon.

### 1. Programme et exécution des essais

Les caractéristiques des 23 poutres essayées, ainsi que les caractères mécaniques des matériaux utilisés font l'objet du Tableau I.

Les rotations des sections ont été mesurées à l'aide de clinomètres à cordes vibrantes, jusqu'à la rupture, ou presque; les flèches, par des comparateurs; les raccourcissements du béton et les allongements de l'acier par des extensomètres à cordes vibrantes. La fig. 1 montre la disposition des appareils sur les poutres sollicitées par une seule charge concentrée.

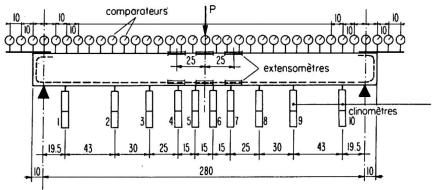


Fig. 1.

## 2. Résultats des mesures

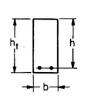
Les résultats des mesures, rassemblés dans le Tableau II ne concernent que la phase plastique. Dans ce Tableau figurent:

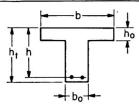
a) La valeur du moment de plastification expérimental. C'est le moment de flexion qui marque la fin de la phase de fissuration et le début de la phase

 $Tableau\ I$ 

Poutre		\$	Section				ure prin- pale	Caracte de l	ères méca l'acier ter	niques idu	Résistance à la com- pression du	Cadres	Mode de chargement
n <sup>0</sup>	b cm	$h_t$ cm	h cm	$b_{f 0} \ { m cm}$	$egin{array}{c} h_0 \ \mathrm{cm} \end{array}$	Trac- tion	Com- pression	kg/mm²	$ m kg/mm^2$	%	$\begin{array}{c c} \text{pression du} \\ \text{béton} & \sigma_{cyl}. \\ \text{kg/cm}^2 \end{array}$	Caures	Portée m
A 2 A 5 A 8 A 11	25,1 15,1 15,1 29,9	27,9 28,0 28,0 27,9	25,3 24,5 26,0 25,8		9,9	2 \$\phi\$ 14 6 \$\phi\$ 14 4 \$\phi\$ 10 4 \$\phi\$ 10	$\left.\begin{array}{c} 2 \phi 14 \\ 2 \phi 6 \end{array}\right.$	27,7 27,8 26,2 25,7	41,0 41,1 38,0 37,7	35,7 36,6 37,7 38,6	318 338 338 326		P L = 2.80
B 2 B 5 B 8 B 11	25,3 15,2 15,2 29,0	28,0 28,0 28,1 28,1	25,2 24,4 25,7 25,5		10,0	2 \$\phi\$ 14 6 \$\phi\$ 14 4 \$\phi\$ 10 4 \$\phi\$ 10	$\left.\begin{array}{c} 2 \phi 14 \\ 2 \phi 6 \end{array}\right.$	27,1 26,6 26,8 26,3	40,4 40,4 38,2 38,3	$   \begin{array}{r}     39,1 \\     37,0 \\     39,3 \\     37,9   \end{array} $	333 310 310 310	$ \phi 5 \text{ mm} $ $ t = 20 \text{ cm} $	L/3 L/3 L/3 L/3 L = 2.80 - L = 2.80 - L
E 6 E 9 F 6 F 9	15,0 15,0 15,0 15,0	28,0 28,0 28,0 28,0	24,4 25,6 24,4 25,3	  	_ _ _	6 T 12 4 T 8 6 T 12 4 T 8		53,0 52,7 51,9 49,9	65,0 60,0 64,9 60,1	15,1 15,1 17,1 16,2	258 253 415 450		
H 2 H 5 H 8 H 11	25,0 15,0 15,0 30,0	28,0 28,0 28,0 27,9	25,7 24,6 25,3 25,4		10,0	2 T 14 6 T 14 4 T 10 4 T 10	$ \begin{array}{c} 2 \text{ T } 14 \\ 2 \phi 6 \end{array} $	50,6 49,6 47,5 47,1	61,8 61,5 58,1 58,2	16,3 17,6 18,9 19,1	308 287 295 290	$ \phi 3 \text{ mm} $ $ t = 20 \text{ cm} $	<b>↓</b> P
N 2 N 5 N 8 N 9	30,0 30,0 30,0 30,0	14,0 14,0 14,0 14,0	11,4 10,3 11,3 11,3	  	_ _ _	2 T 14 6 T 14 4 T 10 4 T 8	$ \begin{array}{c} 2 \text{ T } 14 \\ 2 \phi 6 \end{array} $	50,0 50,4 47,6 50,2	62,0 61,5 58,4 59,3	17,3 16,9 19,4 16,2	288 265 305 320	φ 5 mm	-L=2.80-
R 4 R 5 R 6	15,0 15,0 15,0	28,0 28,0 28,0	23,7 24,5 24,6	_ 	_	6 T 16 6 T 14 6 T 12	4 T 10 3 T 10 1 T 10 + 2 T 8	47,5 50,6 52,6	57,7 61,9 65,2	16,4 17,2 17,0	292 317 387	$t=20\mathrm{cm}$	

 $\phi$  = acier doux T = acier TOR t = espacement des cadres



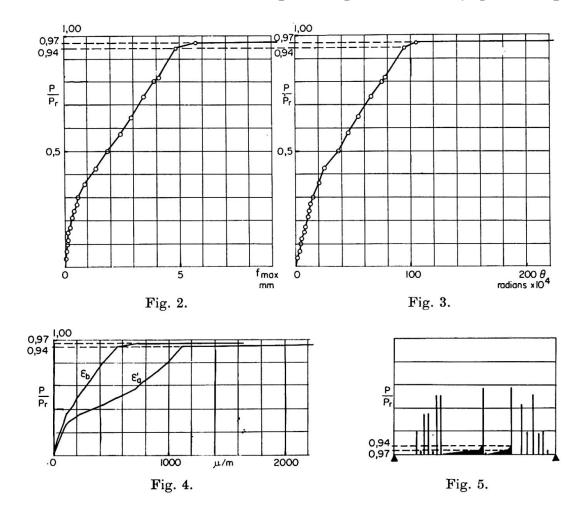


plastique. Au cours de l'essai, il ne se manifeste par aucune modification apparente des matériaux qui constituent la poutre, mais il peut être défini à partir d'un certain nombre d'indices de plastification, tous concordants, mis en lumière par l'examen des mesures effectuées. Il s'agit, en particulier:

- Du changement de pente des courbes qui représentent les déformations (flèches, rotations des sections, etc.) pour une même valeur du moment de flexion, précisément appelé moment de plastification.
- Du fait que le nombre des fissures de flexion cesse de croître lorsque la poutre équilibre ce moment de plastification, alors que les ouvertures des fissures situées dans la ou les régions qui se plastifient, augmentent dans des proportions importantes.

C'est ce que montrent, à titre d'exemple, les figures 2 à 6 relatives à la poutre A 8 et qui donnent, en fonction du rapport  $\frac{P}{P_r}$ , de la charge appliquée à la charge de rupture, les courbes de la flèche maximale (fig. 2), des rotations totales, définies ci-dessous (fig. 3), des déformations du béton et de l'acier dans l'axe de la poutre (fig. 4), des ouvertures des fissures (fig. 5).

Le changement de pente des quatre courbes, de même que le début d'accroissement d'ouverture des fissures se produit pour  $P=0.94\,P_r$  qui correspond

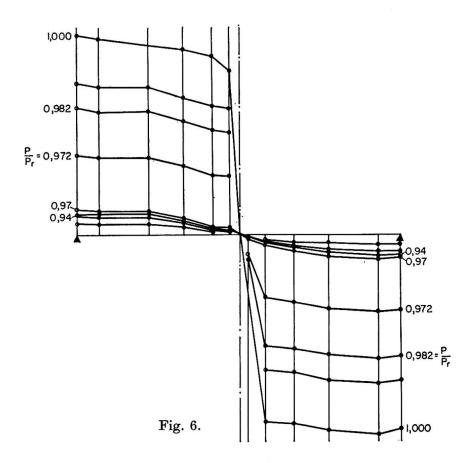


Poutre nº	Pourcentage d'acier tendu	$M_{p}$	$M_e$	$M_r$	$\theta_{p}$	$\theta_e$	$\theta_r$	$ heta_e -  heta_{m p}$	$\theta_r - \theta_p$	
	%	kgm	kgm	kgm	$ m Radians  imes \overline{10}^4$					
A 2 A 5 A 8 A 11	0,487 2,500 0,790 0,415	2294 5728 2417 2500	2532 5938 2493 2510	2707 6127 2558 2619	140,2 155,5 94,3 88,4	340,8 193,9 337,3 280,4	875,1 357,2 863,7 812,4	200,6 38,4 243,0 192,0	734,9 201,7 769,4 724,0	
B 2 B 5 B 8 B 11	0,480 2,540 0,820 0,410	2090 5318 2265 2329	$     \begin{array}{r}       (1) \\       5831 \\       (1) \\       2462     \end{array} $	2372 $5925$ $2331$ $2486$	86,4 195,3 132,1 101,2	(1) 447,3 (1) 510,1	836,3 712,4 618,0 624,7	$^{(1)}_{252,0}$ $^{(2)}_{(1)}$ $^{(1)}_{408,9}$	749,9 517,1 (2) 485,9 523,5	
E 6 E 9 F 6 F 9	1,840 0,523 1,840 0,525	8318 2599 7828 2606	8675 (1) 8962 3033	8815 3054 9354 3089	$254,1 \\ 136,0 \\ 147,2 \\ 121,2$	369,7 $(1)$ $246,3$ $404,9$	(3) 493,0 (3) (3)	115,6 (1) 99,1 283,7	(3) 357 (3) (3)	
H 2 H 5 H 8 H 11	$\begin{array}{c} 0,481 \\ 2,500 \\ 0,795 \\ 0,410 \end{array}$	4212 8598 (4) 3656 3683	4454 $9144$ $4230$ $4491$	5136 9704 4503 4701	$180,0 \\ 264,0 \\ 172,0 \\ 128,2$	$264,6 \\ 312,7 \\ 342,7 \\ 371,0$	> 558 (6) 398,3 > 706,7 (6) (3)	84,6 48,7 170,7 242,8	> 378 (6) 134,3 > 534,7 (6) (3)	
N 2 N 5 N 8 N 9	0,900 2,950 0,910 0,580	1570 3009 1710 1164	1927 (1) 1836 (1)	$   \begin{array}{r}     1952 \\     3707 \\     2029 \\     1324   \end{array} $	345,5 434,3 402,7 343,7	571,7 (1) 661,8 (1)	1001,2 662,6 (3) 642,5	$226,2 \ (1) \ 259,1 \ (1)$	655,7 228,3 (3) 298,8	
R 4 R 5 R 6	3,290 2,510 1,840	11020 (4)(5) 9172 (4)(5) 7856 (5)	$12049 \\ 10768 \\ 8479$	13008 11356 8913	$267,3 \\ 255,6 \\ 246,1$	$313,7 \\ 337,1 \\ 292,0$	398,9 $493,1$ $559,3$	46,4 81,5 45,9	131,6 $237,4$ $313,2$	

L'épaufrement n'a été observé que pour la charge de rupture.
 Ces valeurs qui paraissent exceptionnelles ne sont pas portées sur la fig. 9.
 Mesure impossible.
 Très grandes ouvertures des fissures d'effort tranchant.
 Indices de plastification difficiles à déceler.
 Mesure précédent immédiatement la rupture.

environ à  $M=0.94\,M_r$ . Ce point appartient encore à la phase de fissuration dont il marque la fin. Pour  $P=0.97\,P_r$ , la poutre commence à fonctionner en régime plastique. Le changement de phase se produit pour un très faible accroissement de charge (3%). Entre ces deux charges, c'est à dire presque instantanément, l'acier manifeste un allongement très important alors que le raccourcissement du béton varie très peu (voir fig. 4).

La fig. 6 représente les rotations mesurées le long de la poutre, portées en ordonnées, pour chaque valeur du rapport  $\frac{P}{P_r}$ . A partir de  $0.97\,P_r$ , les courbes se déplacent parallèlement à elles-mêmes dans les régions non plastifiées, ce qui prouve que les déformations de ces régions, qui fonctionnent en régime fissuré élastique, deviennent négligeables devant l'importance des déformations plastiques concentrées dans l'articulation.



La poutre A8, armée à 0,8% d'acier doux a été choisie à dessein pour illustrer l'existence de ces indices de plastification. Dans les poutres armées d'acier écroui à froid, sans palier d'écoulement, les changements de pente des graphiques sont moins brusques mais nettement repérables. Lorsque le pourcentage d'acier va croissant, ces indices demeurent visibles mais la précision avec laquelle ils permettent de définir le moment de plastification va en diminuant jusqu'à prêter à discussion dans le cas de pourcentages excessifs.

Enfin, les fig. 7 et 8 donnent, pour l'ensemble des poutres, les points repré-

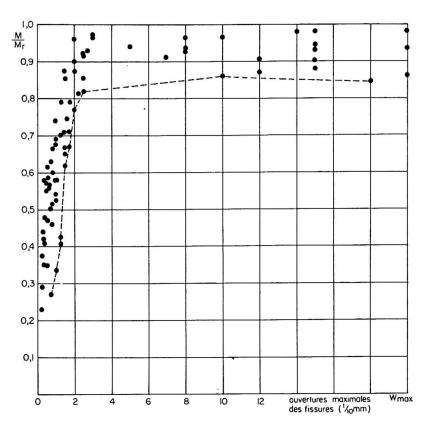


Fig. 7. (Poutres armées d'acier doux).

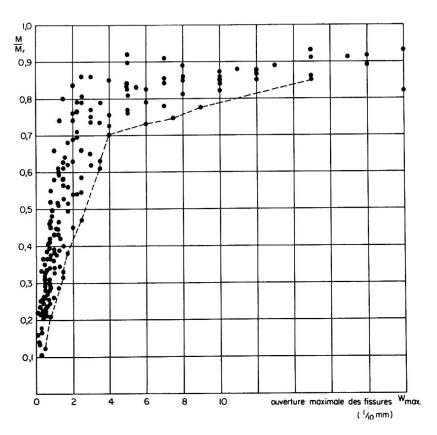


Fig. 8. (Poutres armées d'acier TOR).

sentant les ouvertures maximales des fissures en fonction du rapport entre le moment de flexion calculé au droit de la fissure, pour la charge sous laquelle l'ouverture est mesurée et le moment de rupture de cette même section. Ces graphiques donnent une idée de l'importance des ouvertures des fissures lorsque la poutre est sollicitée par le moment de plastification.

b) La valeur du moment d'épaufrement qui marque le début de la désorganisation visible du béton comprimé: petites fissures horizontales, sur les faces latérales, et léger soulèvement d'une écaille de béton sur la face supérieure de la poutre.

Les premiers signes de la destruction ont échappé quelquefois à l'observation la plus attentive. Dans d'autres cas, l'épaufrement a été observé en même temps que la rupture. Il est probable que la vitesse d'application des charges joue un certain rôle dans la marge qui sépare les premiers signes de rupture de la rupture complète.

- c) La valeur du moment de rupture, défini comme étant le moment maximal atteint au cours de l'essai et correspondant à la désorganisation complète du béton comprimé. C'est le moment qui peut être calculé par les méthodes de calcul à rupture des sections.
- d) La valeur des rotations totales mesurées lorsque la poutre est soumise au moment de plastification  $(\theta_p)$ , au moment d'épaufrement  $(\theta_e)$  et au moment de rupture  $(\theta_r)$  précédemment définis. Elles représentent la somme des rotations mesurées par les clinomètres n° 1 et 10 (voir fig. 1) c'est-à-dire, pratiquement, la somme des rotations des sections d'appui.
- e) Les valeurs des différences  $(\theta_e \theta_p)$  et  $(\theta_r \theta_p)$  qui représentent la capacité de rotation de l'articulation plastique entre le début de la plastification et le début de la désorganisation (épaufrement) ou la rupture. Toutes ces rotations sont exprimées en radians  $\times \overline{10}^4$ .

La fig. 9 qui donne les capacités de rotation précédentes en fonction du pourcentage d'acier montre que celles-ci diminuent lorsque le pourcentage augmente.

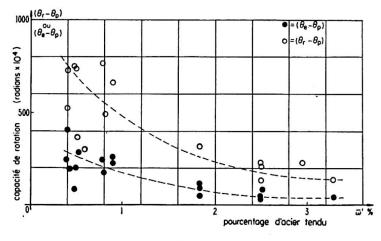


Fig. 9.

## 3. Calcul du moment de plastification

La connaissance du moment de plastification d'une poutre est nécessaire à la définition des lois de déformation en phase plastique dont ce moment marque le début. Elle est par ailleurs indispensable à certaines méthodes de calcul des systèmes hyperstatiques auxquelles il sert de références [1].

Lorsque le pourcentage d'armature tendue n'est pas excessif, c'est l'acier qui se plastifie le premier. Il pourrait sembler normal de définir le moment de plastification comme le moment de flexion pour lequel apparaît la plastification des aciers. Mais cette définition n'est pas en accord avec l'expérience. Ainsi, le moment qui correspond au début du palier d'écoulement, dans la poutre A 8 est égal à  $0.74\,M_{\tau}$  alors que le moment de plastification est égal à  $0.94\,M_{\tau}$ . Cette constatation faite systématiquement, conduit à émettre l'hypothèse suivante:

Le moment de plastification d'une poutre en béton armé est obtenu lorsque le raccourcissement du béton comprimé atteint une certaine valeur  $\epsilon_0$  (que l'on peut appeler raccourcissement de plastification), cette hypothèse étant valable quel que soit le pourcentage d'acier, à partir du minimum pour lequel le moment résistant de la section homogène de béton seul est égal au moment résistant de la section fissurée armée, jusqu'au pourcentage critique supérieur.

Cette hypothèse implique, dans le cas des poutres armées selon les pourcentages de la pratique, que l'acier, ayant atteint sa phase plastique, se soit allongé d'une quantité suffisante pour que le béton se plastifie à son tour. En d'autres termes, le changement de comportement de la poutre, qui se traduit par de nouvelles lois de déformation, dépend finalement du béton comprimé.

La méthode de calcul utilisée pour déterminer l'expression théorique du moment de plastification a été développée par plusieurs auteurs [2]. Elle suppose que le diagramme contraintes-déformations du béton comprimé puisse être assimilé à une parabole du second degré dont le sommet se trouve hors de la poutre dans le cas de faibles charges. Nous supposons que ce sommet se situe au niveau de la fibre la plus comprimée lorsque le béton atteint son raccourcissement de plastification  $\epsilon_0$  (fig. 10) et que la contrainte maximale de compression qui sollicite la poutre est égale à la résistance du béton en compression  $\sigma_0$  mesurée sur cylindres. Dans ce cas:

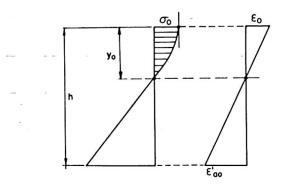


Fig. 10.

$$M_{p} = \frac{2}{3} \sigma_{0} b y_{0} (h - \frac{3}{8} y_{0}), \tag{1}$$

$$y_0 = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0 + \epsilon'_{a0}} h. \tag{2}$$

L'allongement  $\epsilon'_{a0}$  de l'acier, correspondant au raccourcissement  $\epsilon_0$  du béton a été défini graphiquement par l'intersection du diagramme réel de traction de l'acier et de l'hyperbole:

$$\sigma_a' = \frac{2\,\sigma_0\,\epsilon_0}{3\,\overline{\omega}'\,(\epsilon_0 + \epsilon_a')}\tag{3}$$

définie par les conditions d'équilibre des forces internes et dans laquelle  $\bar{\omega}'$  est le pourcentage d'acier,  $\sigma'_a$  et  $\epsilon'_a$  respectivement la contrainte et l'allongement de l'acier.

La valeur du raccourcissement  $\epsilon_0$  a fait l'objet de plusieurs propositions. Nous avons utilisé celle du Dr Y. Saillard (2):

$$\epsilon_0 = 0.12 \times 10^{-3} \sqrt{\sigma_0},$$
 (4)

 $Tableau\ III$ 

<b>D</b>	Pourcentage			Moment de p		
Poutre nº	d'acier %	$\epsilon_0  imes 10^3$	$\epsilon'_{a\ 0} \times 10^3$	expérimental kgm	théorique kgm	$\frac{M_p \exp}{M_p \text{ th.}}$
A 2	0,487	2,14	31,5	2294	2130	1,08
A 5	2,500	2,20	5,00	5728	5500	1,04
A 8	0,790	2,20	21,00	2417	2150	1,12
A 11	0,415	2,17	39,5	2500	2255	1,11
B 2	0,480	2,20	34,0	2090	2150	0,97
B 5	2,540	2,11	4,0	5318	5500	0,97
В 8	0,820	2,11	17,5	2265	2100	1,08
B 11	0,410	2,11	34,5	2329	2300	1,01
E 6	1,840	1,93	2,25	8318	5940	1,40
E 9	0,523	1,91	9,00	2599	2730	0,95
F 6	1,840	2,45	4,45	7828	7700	1,02
F 9	0,525	2,55	23,00	2606	2825	0,92
H 2	0,481	2,10	13,8	4212	4250	0,99
H 5	2,500	2,04	1,92	8598	<b>7250</b>	1,19
H 8	0,795	2,06	8,25	3656	3350	1,09
H 11	0,410	2,05	17,2	3683	3850	0,96
N 2	0,900	2,05	7,17	1570	1520	1,03
N 5	2,950	1,96	1,80	3009	2450	1,23
N 8	0,910	2,10	7,50	1710	1620	1,06
N 9	0,580	2,15	12,80	1164	1150	1,01
R 4	3,290	2,05	1,60	11020	7800	1,41
R 5	2,510	2,13	2,10	9172	7800	1,18
${f R}$ 6	1,840	2,35	3,92	7856	7520	1,04

Elle conduit, pour les bétons réalisés dans cette série d'essais à des valeurs un peu supérieures à  $2.0 \times 10^{-3}$ . (Valeur proposée par M. Y. Guyon.)

Le Tableau III donne, en particulier, le rapport entre le moment de plastification expérimental et le même moment calculé. On constate, pour 18 poutres sur 23, une concordance qui semble justifier l'hypothèse faite sur le rôle déterminant du béton en ce qui concerne le seuil de plastification d'une poutre en béton armé. L'écart ne dépasse pas 12%.

Pour cinq poutres (E 6, H 5, N 5, R 4 et R 5), l'écart est important. Il convient de remarquer que les pourcentages d'armature de ces poutres sont parmi les plus élevés et que l'acier, selon les diagrammes de traction dont nous disposons, travaille encore en régime élastique.

Par ailleurs, il n'a pas été tenu compte des aciers comprimés dans les calculs. Il est probable qu'ils ont une influence sur le moment de plastification (cas de R 4 et R 5 par exemple), mais les résultats dont nous disposons ne sont pas suffisamment nombreux pour qu'il soit possible d'en tirer des conclusions. Selon ces premiers résultats, l'hypothèse ne semble applicable ni aux poutres dont le pourcentage d'acier tendu est voisin du pourcentage critique supérieur, ni aux poutres armées d'une quantité suffisante d'aciers comprimés.

### **Notations**

P = charge concentrée.

 $P_r$  = charge de rupture.

M =moment de flexion.

 $M_n =$ moment de plastification.

 $M_e$  = moment d'épaufrement (début de la désorganisation du béton comprimé).

 $M_r =$ moment de rupture.

 $h_t$  = hauteur totale de la poutre.

h = hauteur utile.

b = largeur poutre (section rect.).

= largeur table (poutre en té).

 $b_0 = \text{largeur nervure (poutre en té)}.$ 

 $h_0$  = épaisseur table de compression.

L = port'ee de la poutre.

 $\phi$  = désigne un acier doux. Ex.:  $2 \phi 14$ .

T = désigne un acier Tor: 2 T 14.

t =espacement des armatures transversales.

 $y_0$  = position de l'axe neutre dans une section sollicitée par le moment de plastification.

 $\theta_n$  = rotation due au moment de plastification.

 $\theta_e$  = rotation due au moment d'épaufrement.

 $\theta_r$  = rotation due au moment de rupture.

 $\bar{\omega}'$  = pourcentage d'acier tendu.

 $\sigma_0$  = contrainte de compression dans le béton lorsque le moment de plastification est appliqué.

 $\sigma_{cul.}$  = résistance du béton à la compression, mesurée sur cylindre.

 $\sigma'_a$  = contrainte de l'acier tendu.

 $\epsilon'_a$  = allongement de l'acier.

 $\epsilon_0$  = raccourcissement de plastification du béton.

 $\epsilon'_{a\,0}$  = allongement de l'acier correspondant au raccourcissement  $\epsilon_0$  du béton.

### **Bibliographie**

- 1. M. Z. Cohn and V. A. Petcu: "Influence of steel percentage on the plastic adaptability of redundant reinforced concrete beams." Bull. Acad. Pol. Sci., Serie Sci. Techn. no 10—11, 1961.
- 2. Y. SAILLARD: «L'épuisement du béton armé en flexion simple.» CEB 1955.

### Résumé

Le but des ces essais, dont le programme a été établi par le CEB, est de mesurer les rotations des articulations plastiques. Ces mesures sont données dans le texte. Une hypothèse est ensuite faite, permettant le calcul du moment de plastification d'une poutre en béton armé.

### Zusammenfassung

Auf Grund von Versuchen, deren Programm vom CEB aufgestellt worden war, sind die Verdrehungen in den plastischen Gelenken gemessen worden. Die Ergebnisse sind in der Arbeit dargelegt. Es wird eine Hypothese aufgestellt, die die Berechnung der plastischen Momente in Stahlbetonbalken ermöglicht.

### Summary

The purpose of these tests, the program of which was set-up by the European Concrete Committee (C.E.B.), is to measure the rotations of the plastic hinges. The results of the measurements are given in the text. An hypothesis is then made, which permits the calculation of the plastic moment of a reinforced concrete beam.

# Leere Seite Blank page Page vide

# Verhalten plastischer Gelenke in Stahlbetonbalken

Behaviour of Plastic Hinges in Reinforced Concrete Beams

Le comportement des rotules plastiques dans les poutres en béton armé

M. YAMADA Prof. Dr.-Ing., Univ. Kobe, Japan

### 1. Einleitung

Um die Bruchvorgänge in Stahlbetonkonstruktionen abzuklären, müssen vorerst als Grundlage der Theorie die Formänderungseigenschaften der über die Elastizitätsgrenze beanspruchten Bauteile, d. h. das Verhalten der plastischen Gelenke in diesen Bauteilen untersucht werden. Damit wird erst die Bruchanalyse des ganzen Bauwerkes nach dem modernen Traglastverfahren [1] ermöglicht. Der Verfasser [2] hat schon früher über das Verhalten plastischer Gelenke in Stahlbetonbalken unter statischem Biegemoment berichtet. In der vorliegenden Arbeit wird das Verhalten plastischer Gelenke in Stahlbetonbalken bei bestimmten, wechselseitigen Verdrehungen auf Grund von Versuchsergebnissen erörtert.

### 2. Plastische Gelenke in Stahlbetonbalken

Die Entstehung eines ideal plastischen Gelenkes in einem Stahlbetonbalken unter einfachem Biegemoment in Balkenmitte oder unter Biegemoment und Querkraft am Balkenende wurde vom Verfasser experimentell bewiesen. Die Drehfähigkeit des Gelenkes (plastischer Drehwinkel  $\varphi_p$ ) ist von der Bewehrungsstärke ( $\beta_s \mu - k_c \beta'_s \mu'$ ) abhängig, d. h. je größer die Bewehrungsstärke ist, desto kleiner wird — wie die folgenden Formeln zeigen — seine plastische Zähigkeit.

Das Streckmoment  $M_s$  des Querschnittes mit beidseitiger Bewehrung ist

$$M_{s} = \left[\sigma_{p} \left(\beta_{s} \mu - k_{c} \beta_{s}' \mu'\right) \left\{1 - \frac{(\beta_{s} \mu - k_{c} \beta_{s}' \mu')}{2}\right\} + k_{c} \sigma_{s}' \mu' \left(1 - \eta\right)\right] b h^{2}. \tag{1}$$

Die Drehungsgrenze eines plastischen Gelenkes ergibt sich zu

$$\begin{aligned} \max \varphi_p &= \\ &\frac{2 \left\{ 1 - (\beta_s \, \mu - k_c \, \beta_s' \, \mu') \right\} \left\{ 2 - (\beta_s \, \mu - k_c \, \beta_s' \, \mu') \right\} + (\beta_s \, \mu - k_c \, \beta_s' \, \mu')^2}{(\beta_s \, \mu - k_c \, \beta_s' \, \mu') \left\{ \left( 1 - \frac{\beta_s \, \mu - k_c \, \beta_s' \, \mu'}{2} \right) - \frac{k_c \, \beta_s' \, \mu'}{\beta_s \, \mu} \left( \eta - \frac{\beta_s \, \mu - k_c \, \beta_s' \, \mu'}{2} \right) \right\}} \left( \frac{0,056}{\sqrt{\sigma_p}} - 0,00014 \, \sqrt{\sigma_p} \right), \end{aligned}$$

$$\cong \left[ \frac{4 \left\{ 1 - (\beta_s \mu - k_c \beta_s' \mu') \right\}}{(\beta_s \mu - k_c \beta_s' \mu')} + \frac{2 \left( \beta_s \mu - k_c \beta_s' \mu' \right)}{\left\{ 2 - (\beta_s \mu - k_c \beta_s' \mu') \right\}} \right] \left( \frac{0,056}{\sqrt{\sigma_n}} - 0,00014 \sqrt{\sigma_p} \right), \quad (3)$$

wobei

 $\sigma_p$ : Prismenfestigkeit des Betons,

Streckspannung der Zugbewehrung,

Streckspannung der Druckbewehrung,

Zugbewehrungsanteil,

 $\mu'$ : Druckbewehrungsanteil,

 $\beta_s \mu = \frac{\sigma_s}{\sigma_p} \mu$ : Zugbewehrungsstärke,  $\beta_s' \mu' = \frac{\sigma_s'}{\sigma_p} \mu'$ : Druckbewehrungsstärke,

Verhältnis der vorhandenen Spannung zur Streckspannung der Druckbewehrung,

Ort der Druckbewehrung.  $\eta$ :

In Beton- oder Stahlbetonquerschnitten mit Profilstahlverstärkungen entsteht ein ähnliches ideal plastisches Gelenk, und die Gleichungen (1), (2) und (3) sind ebenfalls gültig, wenn die Werte der Profilstahlverstärkung in die Bewehrungswerte umgerechnet werden.

Es stellt sich nun die Frage, welchen Widerstand und welche Zähigkeit plastische Gelenke bei der Umkehrung des Biegemomentes aufweisen oder was für ein mechanisches Verhalten die Gelenke bei Wechselbiegebelastungen im plastischen Bereich zeigen. Hierüber lagen bisher noch keine Versuchsergebnisse vor. Die Kenntnis der mechanischen Eigenschaften plastischer Gelenke bei Wechselbiegebelastung mit bestimmter Formänderung ist aber für die Bruchberechnung eines Bauwerkes nach dem modernen Traglastverfahren unentbehrlich. Für die elasto-plastische Berechnung eines Tragwerkes unter Erdbebeneinwirkung muß man z. B. die Zähigkeitseigenschaften der Bauteile genau erfassen. Dabei stellt der Zähigkeitsfaktor [3] (Ductility factor) — Verhältnis der gesamten Formänderung zur elastischen Formänderung — ein Maß für die Bruchsicherheit dar oder er wird anderseits auch als Richtwert für die Schwingungsberechnung benutzt. Davon ausgehend wird die zweckmäßigste Methode zur statischen oder dynamischen Bemessung des Bauwerkes mit vorgegebener Bruchsicherheit festgelegt.

#### 3. Versuche

Die Versuchsbalken (Reihen DF-6/4, DF-4/4 und DF-3/4 in Tabelle 1) sind, wie Fig. 1 zeigt, beidseitig gleich stark bewehrt und mit zwei symmetrischen Lasten belastet worden. Die Durchbiegung wurde in Balkenmitte gemessen. Dieser Versuch erstreckt sich gemäß Tabelle 1 über drei Reihen zur Untersuchung der Einflüsse zufolge Änderung des Bewehrungsanteils. Jede Reihe besteht anderseits aus einigen Versuchsbalken zur Untersuchung der Einflüsse, die sich aus einer Änderung der Formänderungsamplitude ergeben.

	Beton			Stahl				
Balken	Balken Prismen- Zug- festigkeit		Beweh- rung Beweh- rungs- anteil		Streck- grenze des Stahles	Beweh- rungs- stärke		
	$\sigma_p    \mathrm{kg/cm^2}$	$\sigma_{bz}  \mathrm{kg/cm^2}$		μ %	$\sigma_s  \mathrm{kg/cm^2}$	$eta_s  \mu \! - \! k_c  eta_s'  \mu'$		
RC BM 6/4 DF-1	198	22,0	$2-\varnothing 13$	1,51	3070	0,170		
RC BM 6/4 DF-2	179	21,6	$2-\varnothing 13$	1,51	3070	0,177		
RC BM 4/4 DF-1	206	20,1	$3-\varnothing 9$	1,09	3200	0,150		
RC BM 4/4 DF-2	254	26,4	$3-\varnothing 9$	1,09	3200	0,137		
RC BM 4/4 DF-3	181	20,4	$3-\varnothing 9$	1,09	3200	0,153		
RC BM 4/4 DF-4	220	22,5	$3-\varnothing 9$	1,09	3200	0,144		
RC BM 3/4 DF-1	216	25,4	$2-\varnothing 9$	0,72	3200	0,107		
RC BM 3/4 DF-2	272	28,3	$2-\varnothing 9$	0,72	3200	0,084		
RC BM 3/4 DF-3	239	23,6	$2-\varnothing 9$	0,72	3200	0,097		
RC BM 3/4 DF-4	238	23,6	$2-\varnothing 9$	0,72	3200	0,097		

Tabelle 1. Angaben über die Versuchsbalken

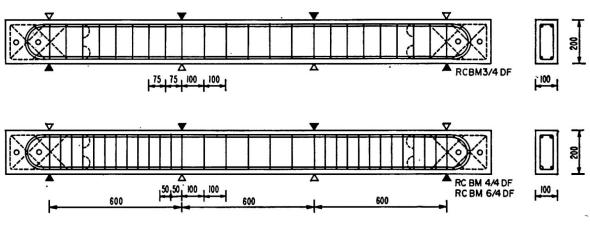


Fig. 1. Versuchsbalken.

Verwendete Baustoffe (s. auch Tabelle 1):

Beton: Mischungsverhältnis (nach Gewicht) 1:2,55:3,34 mit Wasserzement-

faktor 0.6;

Stahl: Rundeisen.

## 4. Versuchsergebnisse

Die Versuchsergebnisse sind in Fig. 7 (1—10) dargestellt. Daraus ist folgendes ersichtlich:

Durch Umkehrung des Biegemomentes nach der größten plastischen Drehung entsteht wieder ein plastisches Gelenk in umgekehrter Richtung (DF-1)

mit einer Drehungsgrenze, die dem doppelten Amplitudenwert entspricht. Dabei ergibt sich aber ein etwas niedrigeres Streckmoment  $M_s$ ; die Biegesteifigkeit verringert sich gegenüber der erstmaligen Belastung (Bauschingereffekt). Bei der Wiederholung der Wechselbiegebelastung wird die Neigung der Hysteresisschleife allmählich kleiner, während die federnde Formänderung allmählich vergrößert wird. Die federnde Formänderung bei der größten Grenzdrehung (DF-1) wird jedoch von derjenigen bei kleineren Amplituden (DF-2, DF-3, DF-4) nie überschritten.

Bei großen Amplituden ist die Zahl der Lastwechsel bis zum Bruch ziemlich klein; sie nimmt bei kleineren Amplituden beträchtlich zu. Die Hysteresisschleife ist visko-elastisch (Fig. 2) und wird unmittelbar vor dem Bruch gleitelastisch (Fig. 3).

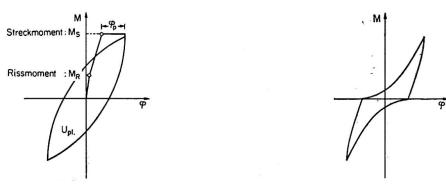


Fig. 2. Hysteresisschleife (visko-elastisch).

Fig. 3. Hysteresisschleife (gleit-elastisch).

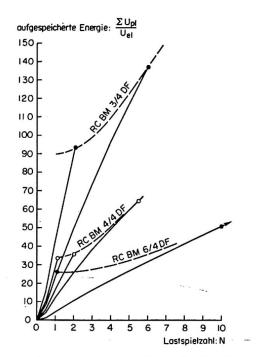
Abschließend soll noch die Beziehung zwischen der Formänderungsamplitude  $\varphi_p$  und der Lastwechselzahl N untersucht werden. In Fig. 4 ist die gesamte aufgewendete Energie der Hysteresisschleife  $\frac{\sum U_{pl}}{U_{el}}$  in Funktion der Lastwechselzahl N aufgetragen. Würde der Bruch durch die gesamte aufgewendete Energie der Hysteresisschleife verursacht, müßte der Bruch bei gleichen Querschnitten auf einer Parallelen zur Abszisse liegen. Wie Fig. 4 zeigt, ist diese Hypothese falsch.

Eine bessere Übereinstimmung mit den Versuchen ergibt sich, unter der Voraussetzung, daß der Bruch eine Funktion der gesamten aufgewendeten Beschädigungsenergie (schraffierte Fläche in Fig. 5) ist. Die Bruchbedingung lautet dann

$$2\{\frac{1}{2}(\kappa 2\varphi_p)(2\varphi_p)\}N = k, \tag{4}$$

und es folgt hieraus 
$$N \varphi_p^2 = K$$
 (konstant). (5)

Fig. 6 stellt die Beziehung zwischen  $\log \varphi_p$  und  $\log N$  dar. Die Neigung jeder Versuchsreihe beträgt ca.  $-\frac{1}{2}$ . Diese Bruchhypothese trifft für plastische Zug-, Bruch-, Wechselbelastung von Stahl gut zu und ergibt auch bei Stahlbeton — trotz der Sprödigkeit des Materials — noch eine ziemlich gute Übereinstimmung mit den Versuchswerten.



M Neigung K Beschödigungs-energie

Fig. 4. Aufgespeicherte Energie durch die Hysteresisschleife.

Fig. 5. Beschädigungsenergie.

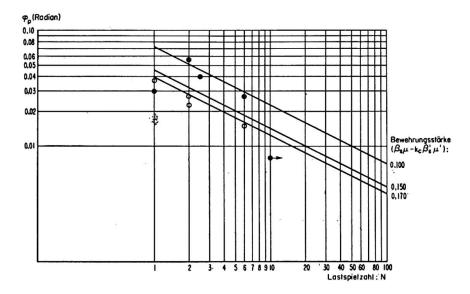


Fig. 6. Plastische Drehamplitude  $\varphi_p$  — Lastspielzahl N.

Die Konstante k beim Stahlbetonquerschnitt ergibt sich aus Gleichung (2), (3) und (5) zu

$$K = 1 \max \varphi_p^2 = \max \varphi_p^2. \tag{6}$$

Daraus folgt

$$N = \frac{\max \varphi_p^2}{\varphi_p^2}, \tag{7}$$

wobei  $\max \varphi_p$  aus Gleichung (2) oder (3) entnommen wird.

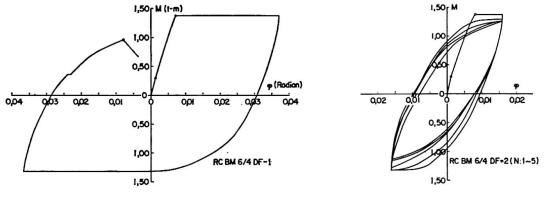


Fig. 7-1.

Fig. 7–2a.

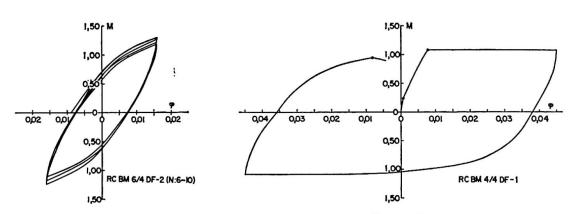


Fig. 7-2b.

Fig. 7-3.

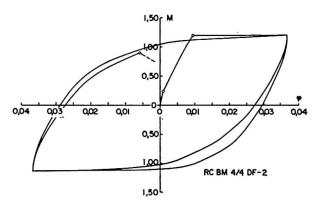
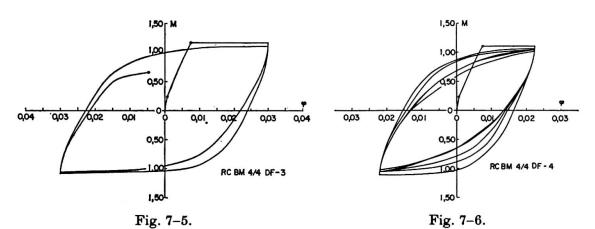


Fig. 7-4.



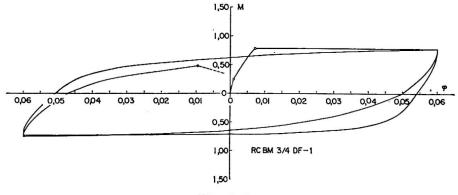


Fig. 7-7.

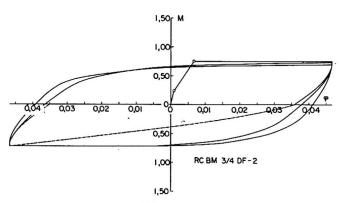


Fig. 7-8.

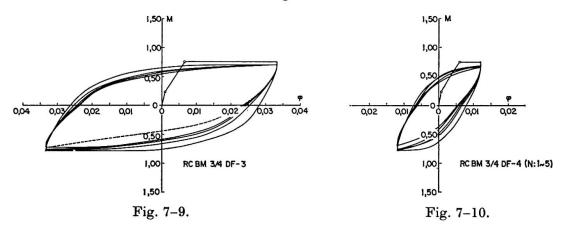


Fig. 7. Versuchsergebnisse.

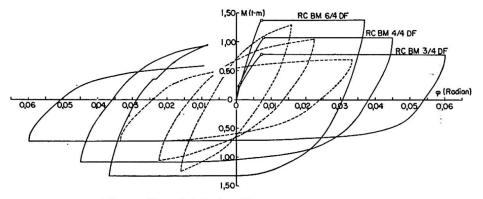


Fig. 8. Vergleich der Versuchsergebnisse.

#### Literatur

- 1. W. Prager and P. G. Hodge: "Theorie of Perfectly Plastic Solids." John Wiley, New York, 1951.
- 2. M. Yamada: «Drehfähigkeit plastischer Gelenke in Stahlbetonbalken», Beton- und Stahlbetonbau, 53. Jahrg., H. 4, April 1958, S. 85—91.
- 3. Veletsos and Newmark: "Effect of Inelastic Behavior on the Response of Simple Systems to Earthquake Motion". Proc. 2nd WCEE, 1960, Vol. 2, S. 895—912.

## Zusammenfassung

Auf Grund von Versuchsergebnissen wird das Verhalten plastischer Gelenke in Stahlbetonbalken unter konstanten wechselseitigen Verdrehungen untersucht. Die Hysteresisschleife ist dabei visko-elastisch. Die Beziehung zwischen Formänderungsamplitude  $\varphi_p$  und Lastwechselzahl N stimmt mit der gesamten aufgewendeten Beschädigungsenergie Gleichung (5) und (7) ziemlich gut überein (Fig. 6).

## Summary

The behaviour of plastic hinges in reinforced concrete beams under constant reversal of moments was studied on the basis of experimental results. Under these conditions the hysteresis loop is visco-elastic. The relationship between the deformation amplitude  $\varphi_p$  and the number of stress reversals N is in fairly good agreement (fig. 6) with the total stored damage energy Eqs. (5) and (7) employed.

#### Résumé

A la lumière de résultats d'essais, l'auteur étudie le comportement des rotules plastiques dans les poutres en béton armé soumises à des flexions alternées constantes. Le cycle d'hystérésis est visco-élastique. Le rapport entre l'amplitude des déformations  $\varphi_p$  et le nombre d'alternances N concorde de façon assez satisfaisante avec l'expression qui en est donnée dans les équations (5) et (7) de l'énergie totale d'altération en jeu (fig. 6).

# Bruchversuche und Messungen mit vorfabrizierten Spannbetonbalken von 15,70 m Spannweite

Fracture Tests and Measurements with Prefabricated Prestressed Concrete Beam Essais de rupture et mesures sur des poutres préfabriquées en béton précontraint

> HERBERT TRÄGER Dipl.-Ing., Budapest

## Kurze Beschreibung der Brücke

Beim Bau einer Flutgebietbrücke in Ungarn mußten 15 gleiche, 15,30 m lange Öffnungen überbrückt werden. Die Pfeiler wurden für eine Brückenkonstruktion aus monolytischen Stahlbetonplatten im Gerber-System gebaut. Später wurden die Pläne geändert, da die 15 gleichen Öffnungen eine besonders gute Möglichkeit für die Verwendung der Fertigteilbauweise boten.

Die verwirklichte Konstruktion besteht in jeder Öffnung aus 8 einfachen, vorfabrizierten Spannbetonbalken. Die Balken von 15,70 m Spannweite sind an ihren Enden und an 3 Zwischenpunkten in der Querrichtung zusammengespannt und arbeiten dadurch als Trägerrost. Die Berechnung des Trägerrostes wurde nach Guyon-Massonnet-System durchgeführt, unter Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit.

Die Balken sind grundsätzlich ausgeführt; nur die Querträgeranschlüsse der Randträger sind etwas verschieden.

Auf die Hauptträger wurde — entsprechend dem zweiseitigen Gefälle der Fahrbahn — eine Ausgleichsschicht mit Drahtnetzeinlage betoniert. Darauf wurde die Isolierung, der Schutzbeton und die 5 cm dicke Gußasphaltdecke gelegt. Die Gehwege sind an Ort betonierte Stahlbetonkonsolen. Der Einfluß dieser Schichten auf die Formänderung und Kraftverteilung der Konstruktion wurde bei der Berechnung nicht berücksichtigt.

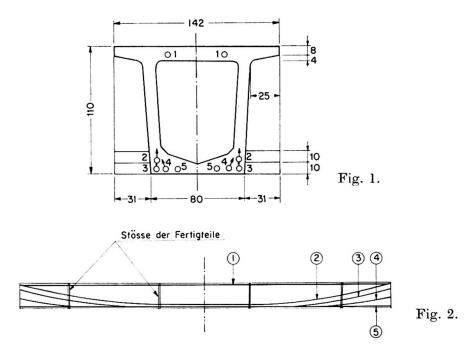
Die einzelnen Balken wurden aus fünf vorfabrizierten Teilen durch nachträgliches Spannen zusammengesetzt. Die Fertigteile wurden auf der zur Brücke anschließenden Böschung hergestellt; die Betongüte war B 400. Auf dem Montageplatz wurden die Fertigteile in einer Distanz von 3,5 cm zusammengestellt, und die Fugen wurden mit einem Mörtel von entsprechender Kornstruktur ausgefüllt. Zwei Tage später wurde mit dem Spannen (Freyssinet-Spannpressen) begonnen. Die Spannkabel bestehen aus Drähten Ø 5 mm (Bruchfestigkeit 150 kg/mm²). Der Querschnitt der Träger und die Linien-

führung der Kabel ist in Fig. 1 bzw. 2 dargestellt. Die Zusammenwirkung in der Querrichtung ist bei jedem Querträger mit 4 Kabeln gesichert.

Zum Montieren der vorfabrizierten Balken diente eine dreistützige Montagebank (Fig. 3).

Diese Konstruktion wurde von einer Öffnung in die andere konsolartig hinübergeschoben, indem die Unterstützung am vorderen Ende provisorisch aufgehoben wurde.

Der Bauherr, das ungarische Verkehrs- und Postministerium, hat schon beim Entschluß der Verwirklichung dieser Baukonstruktion die Herstellung von zwei zusätzlichen Balken und deren Probebelastung bis zum Bruch verlangt. Außerdem wurde eine Probebelastung für weitere drei Balken, die später in die Brücke eingebaut wurden, vorgesehen.



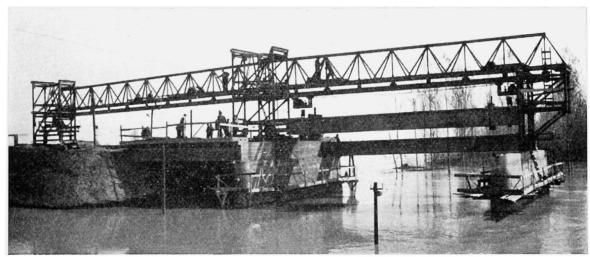
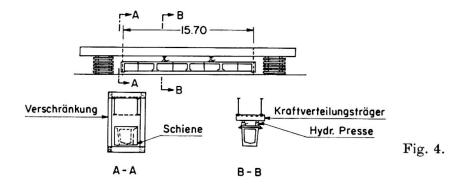


Fig. 3.

#### Bruchversuche mit zwei Balken

Der Bruchversuch der 26 t wiegenden Balken an der Baustelle erforderte entsprechende Vorbereitungen. Das nach Mörsch berechnete Bruchmoment ist 420 tm, dazu trägt das Eigengewicht 45 tm bei. Zur Erreichung des übrigbleibenden Momentes von ca. 375 tm mußten nach der Anordnung laut Fig. 4 und 5 in jedem belasteten Querschnitt Kräfte von ca. 80 t wirken. Da so große



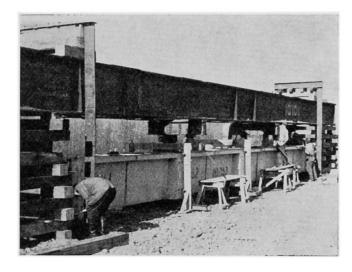


Fig. 5.

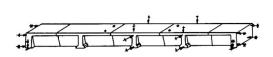
Gewichte nicht aufgebracht werden konnten, mußte eine der folgenden Möglichkeiten gewählt werden:

- a) Erstellen von Ramm- oder Bohrpfählen und Aufbringen der Last durch Zugbeanspruchung der Pfähle.
- b) Übereinanderlegen von zwei Balken, Verbinden der Balkenenden und Einbau von hydraulischen Pressen in den Belastungspunkten.

Nach Prüfung obiger Möglichkeiten wählten wir die letztere, da hiebei der Angriffspunkt der Kräfte veränderlich ist und der Straßenbelag nicht gestört wird. Ein aus zwei IP 100 bestehender Kastenträger, dessen Tragfähigkeit 426 tm war, wurde über den Spannbetonbalken gestellt. Die Verschränkungen wurden so dimensioniert, daß in dem untersuchten Träger außer der Wirkung des Eigengewichtes 400 tm Biegemoment hergestellt werden konnte.

Die Belastungskräfte wurden in beiden belasteten Querschnitten mit zwei, insgesamt mit vier hydraulischen Pressen hergestellt. Die Kraft wurde mit Ericssen-Meßdosen gemessen. Die Pressen wurden über die Stege des Spannbetonträgers gestellt; die Entfernung der Pressen betrug 80 cm. Die Stegbleche des oberen Trägers waren 142 cm weit voneinander entfernt; es mußten deshalb auf die Pressen lastverteilende Querträger gelegt werden.

Während des Versuches wurden die senkrechten und waagrechten Bewegungen des Mittelpunktes und des Viertelpunktes sowie des Trägerendes mit Meßuhren gemessen. Letztere Messung war notwendig, weil bei dieser Anordnung des Versuches die Enden des Spannbetonträgers sich infolge der Belastung senkrecht bewegten. Außerdem wurde die Verdrehung der Endquerschnitte des Trägers mit oben und unten waagrecht angeordneten Meßuhren gemessen. Die Anordnung der Meßuhren ist in Fig. 6 angegeben.

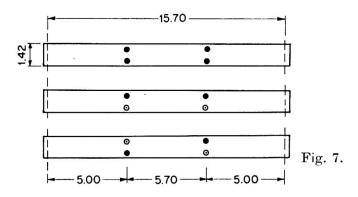


- Hydraulische Pressen
- Messuhr (1/10 mm), nur an den sichtbaren Stellen.
- Messuhr (½00 mm), symmetrisch, auch an den unsichtbaren Stellen.

Fig. 6.

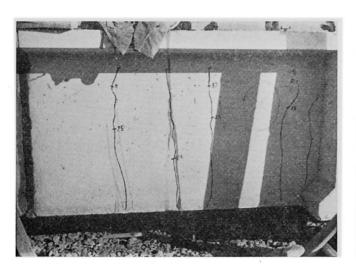
An beiden Trägern haben wir zuerst mit Belastungen, die keine Risse verursachten, bei verschiedenen Lastanordnungen mehrere Messungen durchgeführt. Nach diesen folgten größere Belastungen und endlich der Bruchversuch.

Während der anfänglichen Belastungen wurde im Träger wiederholt 245 tm Biegemoment erzielt (Wirkung des Eigengewichtes ÷ 200 tm). Die Verwendung von zwei Pressen in den belasteten Querschnitten ermöglichte auch die Herstellung von Torsionsbeanspruchung. Zu diesem Zwecke wirkten die Belastungskräfte nicht symmetrisch, sondern asymmetrisch und diagonal (Fig. 7). Bei diesen Belastungen waren keine Risse zu beobachten, wie ja laut Berechnung im Träger bei dem maßgebenden Moment von 210 tm keine Zugspannung entsteht und bei 245 tm die Zugspannung die Zugfestigkeit des Betons nicht erreicht. Die gemessenen Durchbiegungen stimmten bei diesen Messungen gut



mit den berechneten Werten überein. Vor den weiteren Belastungen wurden die empfindlichen Meßinstrumente entfernt.

Die ersten Risse waren bei ca. 290 tm zu beobachten, aber auch die bei einem Moment von 390 tm entstandenen Risse haben sich bei Entfernung der Belastung gut geschlossen, so daß wir nur durch kleine Scharten auf die Stellen der Risse folgern konnten. Ebenso verhielten sich die Risse bei den Stößen der Fertigteile, welche sich bei der erwähnten Belastung bis 3—4 mm geöffnet hatten. Die Gestaltung der Risse bei  $4\times20$  t,  $4\times25$  t und  $4\times30$  t Belastung ist in Fig. 8 dargestellt.



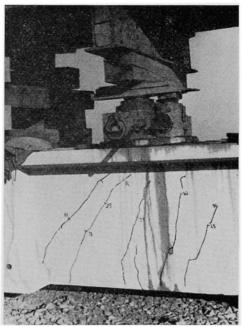
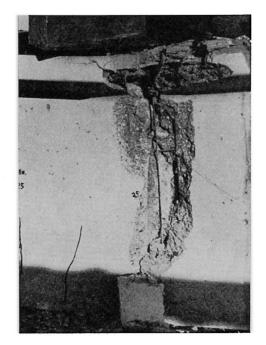


Fig. 8a.

Fig. 8b.

In dieser Belastungsperiode waren die gemessenen Durchbiegungen fünfmal größer als die unter Berücksichtigung des homogenen Betonquerschnittes berechneten Werte. Wir berechneten das Trägheitsmoment auch unter der Voraussetzung, daß die Risse sich bis zum oberen Ende des Steges ausdehnen. Der so erhaltene Wert war ungefähr ein Sechstel des Trägheitsmomentes des homogenen Querschnittes. Diese Angaben stimmen mit der Tatsache überein, daß die Risse das obere Ende des Steges nicht ganz erreichten.

Der Bruch trat bei einem Biegemoment von ca. 440 bzw. 400 tm ein. Zuerst wuchs die Durchbiegung ohne Zunahme der Belastung und endlich prallte der obere Teil des oberen Betongurtes bei einem Stoß der Fertigteile explosionsartig ab (Fig. 9). Das geschah beim Träger Nr. 2 in einem Zeitpunkt, als die Tätigkeit der Pressen pausierte. An der Bruchstelle knickten die Drähte der oberen Kabel aus.



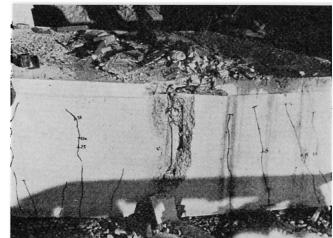


Fig. 9a.





Fig. 9c.

Der zweite Balken zeigte sich auch bezüglich der gemessenen Durchbiegungen schwächer als der erste, aber die gewonnenen Durchbiegungswerte entsprechen auch hier den Vorschriften.

Die Ergebnisse der Messungen während der Probebelastung der Balken Nr. 1 und 2 innerhalb der Elastizitätsgrenze sind in Tabelle I angegeben. Ausgangspunkt war der nur mit Eigengewicht belastete Balken.

In der Tabelle sind wegen der Endpunktverschiebungen korrigierte Werte zusammengestellt. Die gemessenen Werte entstanden als Durchschnitt mehrerer Messungen bzw. sich gleich verhaltender Meßstellen.

Die waagrechten Verschiebungen waren bei symmetrischer und diagonaler Belastung sehr klein und wurden daher nicht ausgewertet. Bei asymmetrischer Belastung zeigte sowohl die obere als auch die untere Meßuhr eine Verschiebung in die Richtung der belasteten Seite. Bei einer Belastung von  $2 \times 20$  t

 $Tabelle\ I$ 

	Biege-	Г	Ourchbieg	Verdrehung des Endquer- schnittes (10 <sup>-2</sup> )			
Belastung	moment (tm)	Mitte gemes-   berech-				Viertel gemes-   berech	
		sen	net	sen	net	gem.	ber.
Balken Nr. 1							
4 imes20 t	200	19,7	19,6	13,7	14,0	0,378	0,394
$2 \times 20$ t asymm. belastete Seite unbelastete Seite	100	8,9 7,4		6,3 4,8			
$2 \times 20 \; \mathrm{t} \; \mathrm{diagonal}$	100	8,35	9,8	5,9	7,0	0,153	
2×40 t asymm. belastete Seite unbelastete Seite	200	21,8 19,7		15,3 13,7			
Balken Nr. 2							
$4 \times 20  \mathrm{t}$	200	22,4	19,6	16,0	14,0	0,472	0,394
$2 \times 20$ t asymm. belastete Seite unbelastete Seite	100	10,7 7,7		8,2 5,0			
$2 \!  imes \! 40 \mathrm{\ t \ diagonal}$	200	24,4		17,1		0,500	
$2  imes 40  ext{ t}$ asymm. belastete Seite unbelastete Seite	200	25,5 $21,2$		17,3 14,4			

war die Verschiebung oben ca. 1 mm größer als unten. Vergleicht man diese mit den senkrechten Durchbiegungen derselben symmetrischen Belastung, dann stellt man fest, daß sich der Trägerquerschnitt beim Querträger infolge der Torsion nicht verzerrte, sondern ein rechtwinkliges Viereck blieb. Die gemessene Verdrehung war größer als die berechnete, wahrscheinlich weil die Belastungskräfte nicht bei den Querträgern wirkten.

## Prüfung von drei eingebauten Trägern von der Spannung bis zur Probebelastung

Drei Träger am Rande einer Öffnung wurden ausgewählt, um ihr Verhalten von der Herstellung über die Montage bis zur Probebelastung und weiter über längere Zeit zu beobachten.

Als Vorbereitungen der Messungen studierte der Lehrstuhl für Brückenbau Nr. II an der Technischen Universität für Bauindustrie und Verkehr, Budapest, und das Forschungsinstitut für Straßenwesen, Budapest, eingehend die Qualität des für die Träger verwendeten Betons und Spanndrahtes, mit besonderer Berücksichtigung von Kriechen und Schwinden.

Die Messungen auf der Baustelle begannen beim Spannen der Balken. Es wurde die Zugspannung der Drähte, der Reibungsverlust, die Längeveränderung des Betons und die Durchbiegung des Trägers geprüft.

Die Probebelastung der drei Träger bis zur maßgebenden Beanspruchung wurde unmittelbar vor der Montage durchgeführt. Zu dieser Belastung war der früher besprochene große Stahlträger nicht mehr notwendig, da der Oberbau des Montagegerätes benützt werden konnte. Die Anordnung der Probebelastung war beinahe gleich wie früher, nur die Verschränkungen an den Trägerenden waren nicht senkrecht, sondern etwas schief, weil die Spannweite des Spannbetonträgers 15,70 m betrug, während die Knotenpunktentfernung des Montagegerätes nur 15,00 m war. Wegen dieser Schrägheit wirkte eine kleine Druckkraft auf den Spannbetonträger, welche aber die Messung nicht störte. Zur Herstellung der Belastungskraft von 40 t in einem Querschnitt waren nur zwei Pressen notwendig; um die asymmetrische und diagonale Belastung herzustellen, wurden die Pressen in Querrichtung verlegt.

Während des Spannens wurde die Zugkraft in den Kabeln mit einem im Forschungsinstitut für Straßenwesen konstruierten Meßzylinder gemessen, welcher zwischen die Spannpresse und den Betonkörper eingelegt war. Auf dem Meßzylinder sind Dehnungsmeßstreifen aufgeklebt und die Längeveränderung des Meßzylinders infolge des Spannens kann durch elektrische Dehnungsmessung festgestellt werden. Mit zwei an beiden Enden des Kabels angeordneten Meßzylindern konnte auch der Reibungsverlust festgestellt werden: wenn nur die Presse an einem Ende in Betrieb war, zeigte der Meßzylinder an der anderen Seite die mit dem Reibungsverlust verminderte Spannkraft. (Das endgültige Spannen wurde immer von beiden Seiten durchgeführt.)

Die Längeänderung des Trägers während des Spannens wurde mit Huggenberger-Deformeter gemessen (Basislänge 254 mm). Die Verkürzung des Mörtels bei den Stößen war immer größer als die des Betons der Fertigteile.

Die senkrechte Durchbiegung des Trägers während des Spannens stimmte gut mit den berechneten Werten (in der Mitte ca. 1 cm) überein.

Tabelle II

Belastung	Biegemoment	Durchbieg	0/		
Delastung	(tm)	berechnet	gemessen	%	
$egin{array}{c} 4 imes 10~\mathrm{t} \ 4 imes 15~\mathrm{t} \ 4 imes 20~\mathrm{t} \ \end{array}$	107 160 214	5,7 8,5 11,4	5,9 9,0 12,1	103,5 105,5 106	

Die bei den einzelnen Probebelastungen der Träger gemessenen und die berechneten Durchbiegungen sind in Tabelle II zusammengestellt. (Durchschnittliche Werte in mm.)

Im Zeitpunkt der Probebelastung waren die Kabel eines Trägers noch nicht injiziert; dieser Einfluß war aber bei der Durchbiegungsmessung nicht zu bemerken.

Gleichzeitig mit der Durchbiegungsmessung wurde die Verdrehung der Endquerschnitte mit Klinometern gemessen. Die gemessenen und berechneten Werte stimmten gut miteinander überein (zwischen 86—106 %).

## Probebelastung der fertigen Brücke

Bei der Probebelastung der fertigen Brücke wurden die Durchbiegungen in der Mitte einer Öffnung bei drei nebeneinander liegenden Laststellungen gemessen. Der Vergleich der gerechneten und gemessenen Durchbiegungen ergab, daß die gemessenen Werte 42—48% der berechneten betrugen. Die geringen Durchbiegungen sind auf die Mitwirkung des Ausgleichbetons, Schutzbetons, Gehwegbetons und in gewissem Ausmaß der Asphaltdecke mit den Fertigteilbalken zurückzuführen. Wir berechneten das Trägheitsmoment des ganzen Brückenquerschnittes (ohne Asphalt), dessen Wert 1,84 fach größer ist als die Summe der Trägheitsmomente der 8 Träger. Die gemessenen Durchbiegungen betrugen 77—88% der so korrigierten berechneten Werte. Die Messung zeigt, daß die Querverteilung der Konstruktion gut mit der nach Guyon-Massonnet berechneten übereinstimmt.

Zur Erleichterung der Probebelastung der fertigen Brücke und der Langzeit-Messungen wurde in der Öffnung der drei erwähnten Balken ein leichtes Gerüst aufgehängt, das in Brückenachse verschoben werden kann.

#### Langzeit-Messungen

Die geplanten Langzeit-Messungen umfassen:

- 1. Weitere Prüfung der Verfestigung des Betons, ohne Zerstörung.
- 2. Prüfung des Schwindens mit auf dem Pfeilerkopf bzw. im Bureau der Baustelle gelagerten Probekörpern.
- Prüfung des Schwindens und Kriechens an den Meßpunkten der fertigen Brücke und an Probekörpern, die im Laboratorium des Lehrstuhles für Brückenbau gelagert sind.

Die Messungen an Ort und Stelle sollen jährlich zweimal, womöglich bei gleichem Wetter (im Mai bzw. Oktober) durchgeführt werden.

### Zusammenfassung

Es handelt sich um Bruchversuche und andere Messungen an Spannbetonbalken von 15,70 m Spannweite.

Nach kurzer Beschreibung der aus den erwähnten Balken bestehenden Brückenkonstruktion beschreibt der Verfasser die Belastung von zwei Balken bis zum Bruch und von drei Balken bis zur maßgebenden Beanspruchung, die Probebelastung der fertigen Brücke und die durchgeführten Messungen.

## Summary

This paper describes tests to failure and other tests on prestressed concrete beams of 15.70 m span.

After a brief description of the bridge construction in which the beams were used, the author describes the loading of two beams to failure and of three beams to determine the degree of prestress, the test loading of the finished bridge and the measurements recorded.

#### Résumé

L'auteur présente des essais de rupture et d'autres mesures effectuées sur des poutres précontraintes de 15,70 m de portée.

Après avoir décrit brièvement le pont réalisé avec ces éléments, l'auteur présente les essais poussés jusqu'à la ruine sur deux poutres et jusqu'aux contraintes déterminantes sur trois autres, l'épreuve du pont terminé et les mesures effectuées.

## Inelastic Behaviour of Reinforced and Prestressed Concrete Beams under Combined Bending and Torsion

Comportement non élastique des poutres en béton armé et en béton précontraint sollicitées à la fois à la flexion et à la torsion

Unelastisches Verhalten armierter und vorgespannter Betonbalken bei gleichzeitiger Wirkung von Biegung und Torsion

> R. N. SWAMY University of Leicester, Great Britain

#### Introduction

Pure torsion is generally avoided in concrete construction. Torsional stresses of varying magnitude nevertheless, occur in many structures, invariably as a secondary effect of bending — due to asymmetrical loading and the monolithic nature of concrete construction, whether it be reinforced, prestressed or composite. Although torsional stresses are seldom primary, they influence considerably the strength of a beam since the effects of bending and twisting occur simultaneously and are closely linked together, and because of the sudden and destructive character of torsion failures.

With the increased use of precast and in-situ structural concrete, hollow beams are also being extensively used for building, piling and bridging work. The trends of modern design for ultimate strength with reduced load factors make the problem of combined bending and torsion of great practical significance in many fields of structural analysis, and particularly in long span bridges with box-girders.

The existing test data [2] show that the failure of concrete under combined stresses is very complex indeed and not well-defined. Although the primary cause of such failures is either the tensile or compressive strength of concrete, depending upon the ratio of bending to twisting moment, the essential conditions producing such failures are not yet fully understood.

#### **Test Results**

The behaviour and strength of reinforced and prestressed concrete beams in pure bending and in pure torsion are well-established. Failure in bending is initiated either through yielding of the reinforcing bars or through primary compression failure due to the limited elongation of steel. In either case failure occurs by the crushing of concrete on the compression face. The ultimate strength of such beams can be very much greater than the initial cracking load.

Torsion failures, on the other hand, are violent, destructive and occur without warning if not adequately reinforced for diagonal tension. Such cleavage fractures result when the principal tensile stress due to torsional shear exceeds the tensile strength of concrete. When prestressed, the precompression must be eliminated before the concrete can be stressed in tension; prestressing consequently secures large increases in the torsional resistance of a beam.

Under combined bending and torsion, therefore, two different modes of failure are possible [1, 2].

## **Bending Failures**

In construction practice bending effects usually predominate. In beams therefore subjected to large ratios of bending to twisting moments, failure results by the crushing of concrete on the compression face with or without steel yielding. The diagonal compression due to torsional shear increases the direct compression due to bending so that the effect of the addition of a small amount of torsion is to reduce the bending strength, although slightly. The crushing failure is always accompanied by the formation of debris and considerable disintegration due to energy release and is generally caused by the diagonal shear due to compression.

The presence of small amounts of torsion does not, however, deprive such beams of their reserve load carrying capacity after the beam has cracked in the tensile zone. The failure load can thus be much higher than the initial

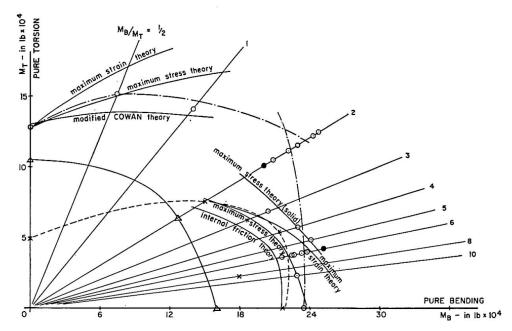


Fig. 1. Variation in the strength of prestressed solid and hollow beams at the formation of the first crack.

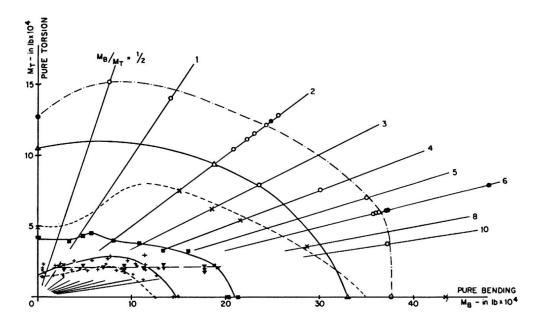


Fig. 2. Failure envelopes of prestressed solid and hollow beams.

 $M_0$  = fully plastic yield moment for pure bending.

 $T_0$  = fully plastic yield torque for pure torsion.

M =actual applied moment producing yield.

T =actual applied torque producing yield.

 $O = 9 \times 9$  in hollow uniformly prestressed.

 $\otimes$  =  $9 \times 9$  in hollow uniformly prestressed: web reinforcement.

 $\boxtimes$  = 9×9 in hollow uniformly prestressed: circular hollow.

 $\square$  = 9×9 in hollow uniformly prestressed — transition failure.

 $\bullet$  =  $9 \times 9$  in solid uniformly prestressed.

 $\Delta = 6 \times 9$  in solid uniformly prestressed (Cowan).

 $\times$  =  $6 \times 8$  in solid eccentrically prestressed (Jones).

 $\blacksquare$  =  $5 \times 8$  in solid eccentrically prestressed (Rowe).

 $\nabla$  = 5×8 in I eccentrically prestressed (Gardner).

+ = 6-10×8 in T eccentrically prestressed (Reeves).

 $\triangle$  =  $6 \times 9$  in solid reinforced concrete (Cowan).

cracking moment. This is, however, in marked contrast to the strength of beams subjected to ratios of bending moment to twisting moment  $(M_B/M_T)$  less than six. Below this limit even a small increase in torsion reduces the ultimate strength substantially with consequent loss of load-capacity after cracking (Figs. 1 and 2).

In hollow beams even small amounts of torsion are undesirable as they lead to serious rupture producing large and wide cracks at failure which often penetrate into the thickness of the webs and flanges (Fig. 3). Diagonal strains may in such cases be critical at more than one face. The provision of torsional reinforcement then becomes important and essential for such beams and even nominal steel helps to minimise the disruptive action of torsional stresses and hold the beam together.

Tests in reinforced concrete [3] show that there is actually an increase in

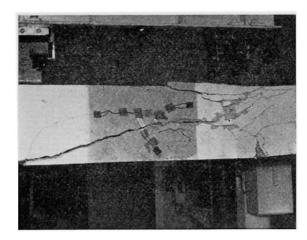
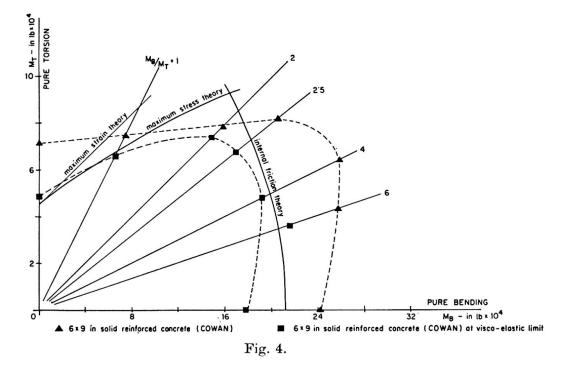


Fig. 3. Bending failure of a prestressed concrete hollow beam subjected to a twisting moment =  $\frac{1}{6}$  of bending moment.



bending strength upto a ratio of  $M_B/M_T=4$ , below which an increase in torsion reduces the bending strength (Fig. 4). Small torsional stresses thus enhance the factor of safety against bending failure. Where cracks traverse the torsional steel, yield strains can be developed. Failure may also occur in bond between concrete and steel.

## **Torsional Failures**

Very small ratios of  $M_B/M_T$ , with the consequent predominance of the twisting effect are not generally common in concrete construction. They contribute, however, to a better understanding of the failure of concrete under combined stresses. Failure under such loadings is generally due to diagonal

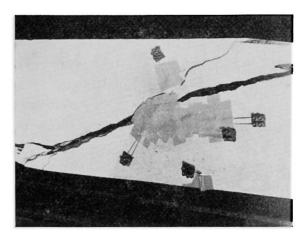


Fig. 5. Cleavage fracture of a prestressed concrete hollow beam subjected to equal bending and twisting moments.

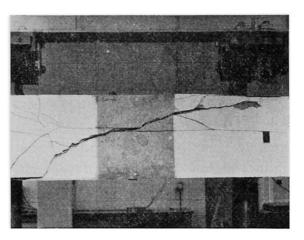


Fig. 6. Torsion fracture of hollow beam subjected to a twisting moment = ½ of bending moment.

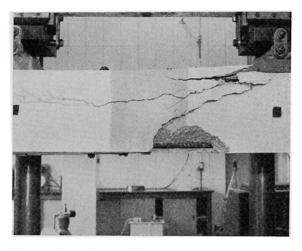


Fig. 7. Torsion failure of solid beam subjected to a twisting moment =  $\frac{1}{2}$  of bending moment.

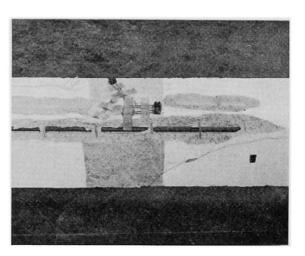


Fig. 8. Torsion failure with vertical stirrups. Twisting moment =  $\frac{1}{2}$  of bending moment.

tension due to shear and sudden and destructive, with debris "exploding" out of the section. Cracks formed are then clean and well-defined and free from any signs of crushing (Fig. 5); they, however, form a continuous chain right round the surface with a diagonal compression crack on the opposite face. These beams failed when the principal tensile stress on the compression face of the beam exceeded the tensile strength of concrete. Failure does not take place at the bottom face due to a redistribution of internal stresses.

The effect of the compressive stress due to bending is to reduce the principal tension due to torsional shear, and these beams were thus generally able to sustain a higher twisting moment than beams in pure torsion. Tests show that hollow [4] and T-beams [9] may be loaded upto 65% and 80% respectively of the ultimate bending moment before their strengths fall below the pure torsional strength (Figs. 6 and 7).

In normal reinforced concrete beams bending augments resistance to torsional deformation over a wide range of  $M_B/M_T$  ratios upto  $2^1/2$  to 3, beyond which any increase in bending actually reduces the torsional strength (Fig. 4). The gain in torsional load of prestressed solid beams is within narrower limits. In hollow beams the maximum increase in torsional resistance is obtained with a ratio of  $M_B/M_T = 1/2$  (Fig. 2). Any increase in applied bending moment beyond this limit reduces the torsional strength at a fast rate. Test data [4, 5] show that the addition of bending does not produce phenomenal increases in torsional strength. The presence of large compressive stresses has a dual action: while retarding the development of critical tensile stresses in some regions, it also affects adversely the tensile strain capacity in others.

In pure torsion the greatest increase in strength is obtained by uniform prestressing. It is, however, more economical in construction practice to provide an optimum stress gradient under dead load and the prestressing force. Under combined loading, greater increases in torsional strength can then be obtained. In such beams, initial failure occurs on the top face, and small amounts of bending cause negligible increase in the torsional strength. When the bending is sufficiently large so as to produce a uniform stress distrir bution, the ultimate strength is increased considerably. Tests on rectangulabeams [6,7] show that depending on the stress gradient, this increase in torsional strength occurs for loads from one half to the full working load and as the applied bending moment increases the critical section changes from top to the bottom face via the middle of the sides.

In hollow beams subjected to low ratios of  $M_B/M_T$  and without torsional reinforcement, the cracks formed and extended rapidly and caused a sudden and immediate fracture. The initial cracking moments were also then the ultimate failure moments. Solid beams were able to sustain loads higher than the initial cracking loads. The presence of torsional steel lessens the violence of fracture and changes its character into a gradual and mild one preceded by cracking and deformation (Fig. 8).

#### Transition Failures

Between the crushing failure of concrete due to compression and the cleavage fracture due to torsion there is a transition stage. This occurs when the torsional shear stress becomes large enough to produce the critical principal tensile strain for the cleavage fracture of concrete. Failure in this intermediate stage is complex and the result is a dual failure — an initial cracking due to bending but an ultimate torsion failure. The initial vertical cracks inclined with increase in load, and failure occurred along these diagonal tensile cracks, often masking the bending cracks (Fig. 9).

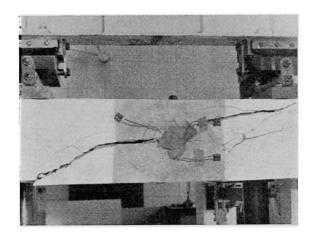


Fig. 9. Transition (initial bending, final torsion) failure: twisting moment = 1/5 of bending moment.

In prestressed beams  $M_E/M_T$  ratios of 3 to 5 represent this change from torsion to bending failure. As the applied bending moment increased, the process of failure became gradual, with greater warning of impending fracture and increased load carrying capacity beyond initial cracking. The failure was quite sudden when it occurred. The ratio 5 represents the dividing line between ultimate torsion and ultimate bending failures: above this ratio a crushing failure occurs: at and below this, beams fail in ultimate torsion.

Tests on hollow beams show that they are more efficient and economical to resist torsional loads. There is a particular size of the hollow for which the maximum increase in strength may be obtained.

#### Tests on I and T-beams

These beams were initially loaded with upto 80% of the ultimate bending moment producing extensive cracks and then twisted to failure. Tests on eccentrically prestressed I beams [8] show that there is virtually no interaction between bending and torsion. This result is not altogether surprising. The I-section is basically weak in torsion, and the addition of bending moment is unable to overcome this inherent weakness of the section. The torsional strength of T-beams, on the other hand, is greatly influenced by the magnitude of the applied bending moment and the shape of the compression flange [9]. Compared with other cross-sections the greatest increase in torsional strength — as much as 1.6 times the pure torsional strength — is obtained with T-beams. The large compression area enables a more efficient redistribution of the very high shear stresses present thus increasing the load-capacity of the beams. Grouting also assists in this redistribution since it produces a better configuration of bending cracks.

#### Failure Criteria

The tests of the author and those of others are compared in Figs. 1, 2 and 4. The experimental data show that the customary elastic theories of failure cannot satisfactorily and adequately explain the essential differences between a bending failure and a torsion fracture. It is possible to use certain criteria such as a constant maximum stress or a constant maximum strain to compute the initial cracking load of a beam under combined stresses but no single criterion gives consistent results for all stress combinations. Nor does there seem to be an acceptable simple mathematical basis to predict the failure load for all stress ratios. A similar situation also exists with respect to the strength under combined stresses of other brittle materials like cast iron and of even mild steel.

These experiments also show that the mechanism of failure of concrete is complex and not clearly defined for many load combinations. They reveal that a cleavage type fracture can sometimes be preceded by substantial amounts of inelastic deformation. Thus torsion failures may be associated with relatively ductile behaviour. This phenomenon of considerable plastic behaviour before fracture under certain conditions of loading is also exhibited by other brittle substances. These tests confirm that under a superimposed bending stress a beam may carry large shear stresses without critical tensile stresses developing — thus concrete in torsion may exhibit significant plasticity under favourable loading conditions.

But torsional failures in any form are extremely undesirable in concrete. A tension crack is like a lever of very high mechanical advantage: once formed, propagation is extremely rapid and very little energy is expended to keep such a fracture going. Even with adequate torsional reinforcement, the reserve strength in torsional failure after initial cracking is considerably less than that in a similar bending failure. Only one major crack is needed for fracture in contrast to many needed for inelastic behaviour.

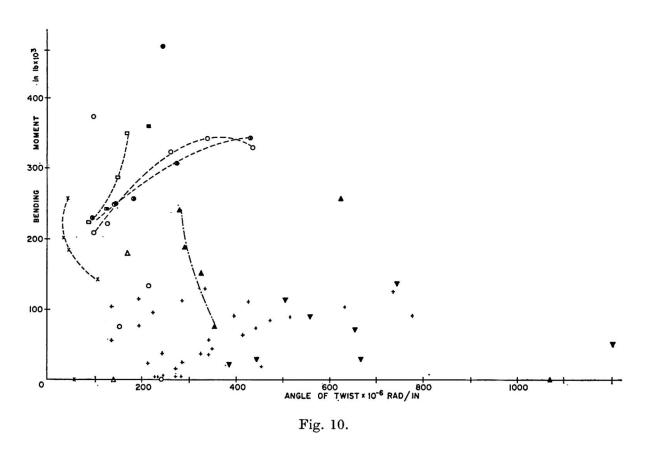
In any case, plastic deformation of concrete in torsion (and hence in tension) is insufficient to be able to develop full plasticity at failure [10,11]. The substantial amounts of inelastic deformation found in torsional failures of certain stress combinations must therefore be associated with the compressive strength of concrete.

Although the diagonal tensile stress is undoubtedly the initiator of torsional fractures, the magnitude of these stresses and the character of the fracture is influenced by a number of factors including the distribution of shear stresses and the inelastic deformation preceding failure. An initially clean crack normal to the principal tension may thus develop into an oblique rough crack into the region of high compression and may show signs of crushing. It is not precisely known from these experiments where and how such tensile stresses are developed and more basic information on the deformation characteristics and stress and

rotation capacities of concrete under combined stresses is needed to make the exact nature of these failures clear.

#### Strains and Rotations

As the applied bending moment increased these beams displayed a great capacity for torsional rotation from 2 to 4 times the ultimate value in pure torsion. Fig. 10 shows the measured rotation characteristics at or near the ultimate load. While there is no conclusive pattern, certain general trends may be seen to exist. As the mode of failure changed from torsion to bending, the deflection, strains and rotations all showed a gradual transition from the elastic into the inelastic stage.



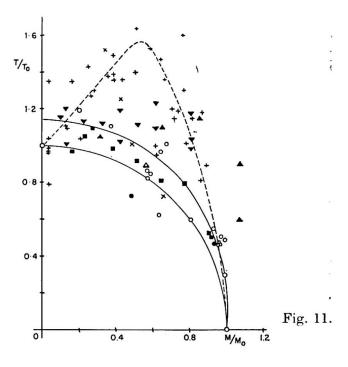
In bending failures the principal concrete compressive strains were considerably high. In torsion failures the principal tensile strains were all critical, of the order of 1.8 to  $3.4 \times 10^{-4}$  and were much larger in beams with nominal reinforcement. These and other results [9, 12] reveal the enhanced tensile strain capacity of concrete under favourable combined loadings.

With increase in the applied bending moment the beams showed increased ability to sustain very high shear stresses. These stresses were far in excess of the normal failure strength of concrete under shear or diagonal tensile stress. A considerable redistribution of shear stresses must have therefore taken place for the concrete to be able to withstand such excessive shear stresses. The presence of very large compressive stresses is thought to be responsible for this redistribution, and this accounts for the increased torsional load carrying capacity with increasing bending stresses.

#### **Interaction Curve**

By treating concrete as an ideally plastic-rigid material, it is possible to obtain upper and lower approximations to the interaction curve of the bending and twisting couples at yield for the combined bending and twisting of various sections [13].

The various test results are plotted in Fig. 11 and show good agreement



for hollow and solid prestressed beams but considerable scatter for reinforced concrete and I-beams. The results for T-beams follow a well-defined pattern

#### References

- 1. H. J. Cowan: "The strength of plain, reinforced and prestressed concrete under the action of combined stresses, with particular reference to the combined bending and torsion of rectangular sections." Magazine of Concrete Research, No. 14, December 1953, pp. 75—86.
- 2. R. N. Swamy: "The strength of plain, reinforced and prestressed concrete under combined stresses." Indian Concrete Journal, Vol. 35, No. 10, October 1961, pp. 368—374.

- 3. H. J. Cowan and S. Armstrong: "Experiments on the strength of reinforced and prestressed concrete beams and of concrete-encased steel joints in combined bending and torsion." Magazine of Concrete Research, Vol. 6, No. 19, March 1955, pp. 3—20.
- 4. R. N. Swamy: "The behaviour and ultimate strength of prestressed concrete hollow beams under combined bending and torsion." Magazine of Concrete Research, Vol. 14, No. 40, March 1962, pp. 13—24.
- 5. D. McHenry and J. Karni: "Strength of Concrete under combined tensile and compressive stress." Journal of the American Concrete Institute, Vol. 29, No. 10, April 1958, pp. 829—839.
- 6. P. H. C. Jones: "Eccentrically prestressed concrete beams in combined bending and torsion." Thesis presented for the degree of B. E. (Hons), University of Sheffield, 1953.
- 7. R. E. Rowe: Discussion, Third Congress of the Fédération Internationale de la Précontrainte, Berlin 1958, pp. 44—47.
- 8. R. P. M. GARDNER: "The behaviour of prestressed concrete I beams under combined bending and torsion." Technical Report TRA/329, February 1960, Cement and Concrete Association, London.
- J. S. Reeves: "Prestressed Concrete Tee beams under combined bending and torsion." Technical Report TRA/364, December 1962, Cement and Concrete Association, London.
- 10. R. H. Evans: "Extensibility and modulus of rupture of concrete." The Structural Engineer, Vol. 24, No. 12, December 1946, pp. 636—658.
- 11. F. A. Blakey and F. D. Beresford: "Tensile Strains in Concrete." Parts I and II. Building Research, Australian Division, Commonwealth Scientific and Industrial Research Organization, Australia, Report C2 2-1, 1953.
- 12. S. Kajfasz and R. E. Rowe: "An Investigation of the behaviour of composite concrete beams I composite rectangular beams." Technical Report TRA/345, January 1961, Cement and Concrete Association, London.
- 13. F. A. GAYDON and H. NUTTAL: "On the combined bending and twisting of beams of various sections." Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 6, No. 1, 1957, pp. 17—26.

## Summary

Tests on reinforced and prestressed concrete beams subjected to combined bending and twisting are reported. Depending on the relative magnitude of the two stresses, beams may fail in diagonal tension or in compression. Between these two types of failure there is a transition from cleavage to crushing failure. The direct stresses due to the applied bending moment greatly augment the tensile strain, rotation and shear stress capacity of the beams which results in an increased torsional resistance.

The tests show no consistent agreement with the existing failure criteria. Failure loads may, however, be related to interaction curves.

#### Résumé

L'auteur présente des essais exécutés sur des poutres en béton armé et en béton précontraint sollicitées à la fois à la flexion et à la torsion. Selon la grandeur relative des deux efforts, c'est la compression ou l'effort de traction oblique qui provoque la rupture. Entre ces deux types de rupture existe une transition qui est celle de la rupture par fissuration à celle de la rupture par écrasement dû à la compression. Les contraintes directes dues au moment fléchissant qui est appliqué augmentent considérablement la capacité de déformation sous tension des poutres, leur capacité de rotation et leur résistance au cisaillement, ce qui accroît la résistance à la torsion.

On ne constate aucune concordance satisfaisante entre les résultats des essais et les critères de rupture actuellement admis. On peut néanmoins rapporter les charges de rupture aux courbes d'interaction flexion-torsion.

## Zusammenfassung

Der Verfasser berichtet über Belastungsversuche an armierten und vorgespannten Betonbalken bei gleichzeitiger Biege- und Torsionsbeanspruchung. Je nach der relativen Größe der Beanspruchungsart brechen die Balken entweder infolge der schiefen Zug- oder Druckspannungen. Zwischen diesen beiden Brucharten kann ein Übergang vom Aufreißen zum Stauchen beobachtet werden. Die direkten Spannungen zufolge des Biegemomentes vergrößern die Dehn- und Verdrehungsfähigkeit der Balken und führen damit zu einer erhöhten Torsionstragfähigkeit.

Die Versuche zeigen keine konsequente Übereinstimmung mit den bekannten Bruchkriterien. Die Bruchlast läßt sich jedoch mit Kurven, die die Wechselwirkung von Biegung und Torsion berücksichtigen, angeben.

## Essais sur dalles obliques en béton armé

Versuche an schiefen Stahlbeton platten

Tests on Skew Reinforced-Concrete Plates

ZDENĚK SOBOTKA Doc. Ing., D. Sc., Praha

## 1. Programme, dispositif et conduite des essais

L'objet de la présente communication, est de rendre compte des recherches qui ont été effectuées sur le comportement mécanique dans des états différents de déformation, la formation et l'évolution des fissures, les lignes de rupture et la capacité portante de dalles obliques simples en béton armé soumises à une charge uniformément répartie.

L'auteur présente les résultats d'essais exécutés sur des dalles appuyées de la façon suivante: appui articulé ou simple sur le pourtour et appui articulé ou simple le long de trois côtés.

Les dimensions et les armatures des dalles essayées sont représentées dans la fig. 1. L'épaisseur de toutes les dalles essayées est de 6 cm. L'armature est constituée par des fils d'acier doux de diamètre 5 mm. Les principales caractéristiques mécaniques du béton et des armatures sont données dans le tableau 1.

On a appuyé les dalles à 5 cm des bords. Dans le cas de l'appui articulé, tout soulèvement des coins et des parties périphériques se trouvait empêché. Ces parties pouvaient seulement tourner autour de l'axe d'appui. Avec l'appui simple, les parties périphériques pouvaient simultanément tourner et se soulever.

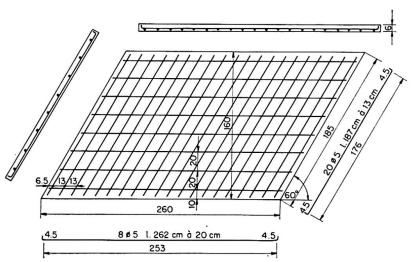


Fig. 1. Plan et coupes des dalles d'essai avec les armatures.

 $Tableau\ 1.\ R\'ecapitulation\ des\ donn\'ees\ les\ plus\ importantes\ fournies\ par\ les\ essais\ effectu\'es\ sur\ des\ dalles\ obliques\ simples\ en\ b\'eton\ arm\'e$ 

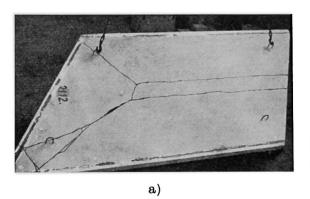
Nº	Mode sur	Résis- tance sur cube du béton  Armature  Limite  Limite		Distance longi- tudinale des points de bi- furcation des	Charge à la naissance de fissures en kg/m²		Charge à la limite d'écoulement en kg/m²		Charge à la limite de dé- formation en kg/m²		Charge à la rupture en kg/m²		
		en kg/cm²	d'écoule- ment en kg/cm²	de résis- tance en kg/cm²	lignes de rup- ture en cm	Charge d'essai	Charge totale	Charge d'essai	Charge totale	Charge d'essai	Charge totale	Charge d'essai	Charge totale
1	Appui articulé le long de trois côtés	210,3	2670	3740	93	650	800	700	850	850	1000	950	1100
2	Appui articulé le long de trois côtés	239,0	2670	3740	97	500	650	700	850	850	1000	900	1050
3	Appui simple le long de trois côtés	300,0	2670	3740	102	400	550	600	750	700	950	700	950
4	Appui articulé le long du pourtour	403,8	2980	3870	81 72	1250	1400	1350	1500	1600	1750	1850	2000
5	Appui articulé le long du pourtour	357,5	2980	3870	98 104	1150	1300	1250	1400	1400	1550	1750	1900
6	Appui simple le long du pourtour	319,0	2980	3870	92 89	1000	1150	1150	1300	1350	1500	1600	1750

Le chargement uniforme a été réalisé avec des sacs remplis de plomb, une couche de sacs donnant la charge uniforme de  $50 \text{ kg/m}^2$ . L'effet du poids propre peut être compris, pour toutes les dalles, dans la valeur arrondie de la charge uniforme de  $150 \text{ kg/m}^2$ .

## 2. Fissures et lignes de rupture

La fig. 2 représente la fissuration de la dalle oblique dans les conditions de l'appui articulé le long de trois côtés. Les numéros inscrits le long des fissures, sur la face inférieure (fig. 2b) indiquent la naissance successive de fissures et correspondent aux charges d'essai suivantes sans effet du poids propre:

1	$650 \text{ kg/m}^2$	5	$850 \text{ kg/m}^2$
2	$700 \text{ kg/m}^2$	6	$900 \text{ kg/m}^2$
3	$750 \text{ kg/m}^2$	7	950 kg/m <sup>2</sup> rupture
4	$800 \text{ kg/m}^2$		,



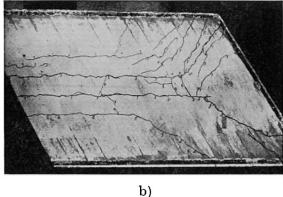


Fig. 2. Fissuration sur la face a) supérieure et b) inférieure de la dalle oblique avec appuis articulés le long de trois côtés. Dalle nº 1.

La répartition des fissures est influencée par la disposition des armatures. Deux fissures longitudinales principales naissant du côté libre, se développent sous les barres longitudinales placées symétriquement à une distance de 10 cm de l'axe longitudinal. D'autres fissures longitudinales (n° 6 et 7) suivent, de même, partiellement les armatures, représentant un affaiblissement des sections situées dans leur direction.

On remarquera en outre la bifurcation des lignes de rupture devant le coin, formant angle aigu, où le concours de deux côtés articulés agit à la façon d'un encastrement secondaire.

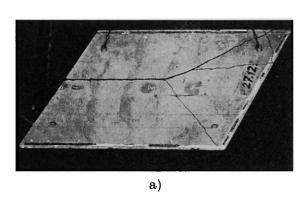
La fig. 3 représente les fissures dans une autre dalle avec les mêmes conditions d'appui. Comme dans le cas précédent, la première fissure a pris sa naissance près du milieu du côté libre sous une barre d'armature longitudinale qui est plus rapprochée du coin formant angle obtus. L'autre fissure longi-

tudinale centrale n'est pas si marquée, et on ne peut l'observer que sur la face inférieure.

Les numéros sur la fig. 3b correspondent aux charges d'essai suivantes:

- $1 \quad 500 \text{ kg/m}^2$
- 2 500 kg/m<sup>2</sup> après 1 heure 10 min.
- 3 600 kg/m<sup>2</sup>
- 4 600 kg/m² après 1 heure
- $5 \quad 650 \text{ kg/m}^2$
- 6 700 kg/m<sup>2</sup>

- 7 700 kg/m² après 45 min.
- $8 \quad 750 \text{ kg/m}^2$
- 9  $750 \text{ kg/m}^2 \text{ après } 16 \text{ heures } 50 \text{ min.}$
- 10 800 kg/m<sup>2</sup>
- $11 850 \text{ kg/m}^2$
- 12 900 kg/m<sup>2</sup> rupture



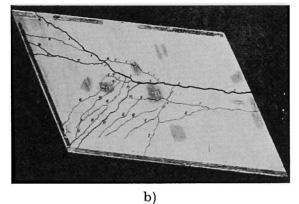


Fig. 3. Fissures sur la face a) supérieure et b) inférieure de la dalle oblique avec appui articulé le long de trois côtés. Dalle nº 2.

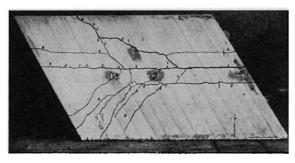


Fig. 4. Fissures sur la face inférieure de la dalle simplement appuyée le long de trois côtés. Dalle nº 3.

La fig. 4 donne les fissures sur la face inférieure de la dalle oblique simplement appuyée le long de trois côtés. Dans ce cas, les coins représentés à gauche se sont considérablement soulevés, et c'est pourquoi les fissures ne passent pas par ces derniers. La capacité portante est moins élevée que dans le cas des dalles avec appuis articulés.

Les numéros le long des fissures correspondent aux charges d'essai suivantes:

- $1 \quad 400 \text{ kg/m}^2$
- $2 ext{ } 450 ext{ kg/m}^2$
- 3 500 kg/m<sup>2</sup>
- $4 \quad 550 \text{ kg/m}^2$
- $5 \quad 600 \text{ kg/m}^2$

- 6 600 kg/m<sup>2</sup> après 18 heures 40 min.
- $7 \quad 650 \text{ kg/m}^2$
- 8 650 kg/m² après 2 heures 15 min.
- 9 700 kg/m<sup>2</sup> rupture

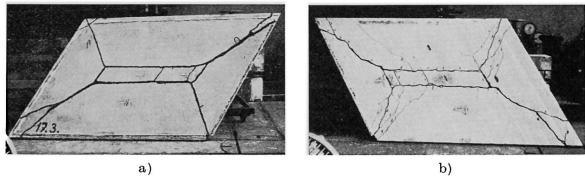


Fig. 5. Fissures sur la face a) supérieure, b) inférieure d'une dalle oblique avec appui articulé le long du pourtour. Dalle nº 4.

La fig. 5 présente la fissuration d'une dalle oblique avec appui articulé le long du pourtour. On peut y voir aussi la place des jauges à fil résistant.

De même que dans les cas précédents, on peut observer l'influence de la disposition des armatures sur la répartition des fissures.

Les numéros le long des fissures correspondent aux charges d'essai suivantes:

1	$1250 \text{ kg/m}^2$	6	$1450 \text{ kg/m}^2$
2	$1300 \text{ kg/m}^2$	7	$1500 \text{ kg/m}^2$
3	$1300 \text{ kg/m}^2$ après 23 heures	8	1500 kg/m² après 22 heures 30 min.
4	$1350 \mathrm{\ kg/m^2}$	9	$1550 \text{ kg/m}^2$
5	$1400 \text{ kg/m}^2$		

La rupture totale a eu lieu sous la charge d'essai de 1850 kg/m².

La fig. 6 représente les fissures sur les deux faces de la dalle simplement appuyée le long du pourtour; tous les quatre coins se soulèvent considérablement au cours du chargement. D'où la bifurcation des fissures.

Les numéros le long des fissures correspondent aux charges d'essai suivantes:

1	$1000 \text{ kg/m}^2$	5	$1200 \mathrm{\ kg/m^2}$	8	1300 kg/m² après 24 heures
<b>2</b>	$1050 \mathrm{\ kg/m^2}$	6	$1250 \mathrm{\ kg/m^2}$	9	$1350 \text{ kg/m}^2$
3	$1100 \text{ kg/m}^2$	7	$1300 \text{ kg/m}^2$	10	$1400 \text{ kg/m}^2$
1	1150 kg/m2		17.4		

4 1150 kg/m<sup>2</sup>

La rupture finale est intervenue sous la charge d'essai de 1600 kg/m².

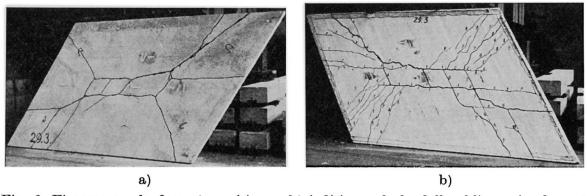
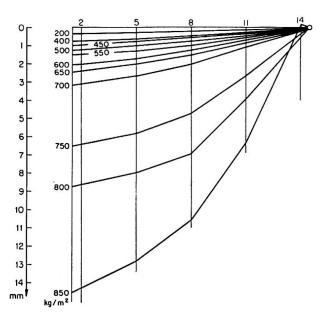


Fig. 6. Fissures sur la face a) supérieure, b) inférieure de la dalle oblique simplement appuyée le long du pourtour. Dalle n° 6.

#### 3. Surface fléchie des dalles

Les flèches ont été mesurées au moyen de comparateurs au 0,001 mm. Au total, 48 diagrammes ont été obtenus montrant l'évolution des flèches dans les coupes de la surface déformée des dalles essayées. A titre d'exemple, deux diagrammes typiques seront présentés ici pour illustrer le processus de déformation.

La coupe médiane longitudinale de la surface fléchie de la dalle n° 2 (fig. 7) est construite selon les indications successives de cinq comparateurs. La ligne représentative des flèches est inclinée, même dans la partie gauche, voisine du côté libre, tandis qu'en théorie, on y suppose la ligne de rupture horizontale. L'inclinaison effective est causée par l'écrouissage de la plaque et par l'inter-



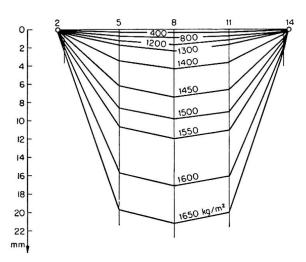


Fig. 7. Coupe médiane longitudinale de la surface déformée de la dalle nº 2 avec appui articulé le long de trois côtés.

Fig. 8. Evolution des flèches dans la coupe médiane longitudinale de la dalle nº 4.

vention de déformations élastiques, ce qui produit une réserve de capacité portante.

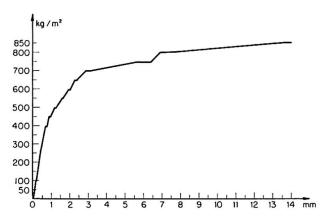
La fig. 8 donne l'évolution des déformations dans la coupe médiane de la dalle n° 4 avec appui articulé le long du pourtour. Les flèches augmentent toujours vers le centre au lieu d'être constantes entre les comparateurs 5 et 11 où on suppose horizontale la ligne de rupture théorique.

## 4. Diagrammes charges-flèches

Les diagrammes charges-flèches ont été déterminés suivant les indications de comparateurs pour quinze points de chaque dalle essayée. A titre d'exemple,

l'auteur présente ici le diagramme relatif au centre du côté libre de la dalle n° 2 avec appui articulé le long de trois côtés (fig. 9) et celui relatif au centre de la dalle n° 4 avec appui articulé le long du pourtour (fig. 10).

Sur ces diagrammes, on peut observer la limite de la variation linéaire qui correspond à peu près à la naissance de la première fissure et la limite d'écoulement de la dalle, qui est caractérisée par une augmentation considérable des déformations. Après l'écoulement, la courbe charges-flèches arrive dans le domaine de l'écrouissage.



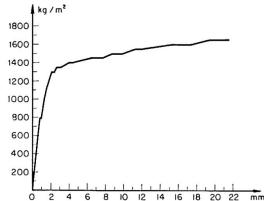


Fig. 9. Diagramme charges-flèches relatif au centre du côté libre de la dalle nº 2.

Fig. 10. Diagramme charges-flèches relatif au centre de la dalle nº 4.

### 5. Revue des résultats des essais

Les principaux résultats des essais sur six dalles obliques sont donnés dans le tableau 1. Ce tableau indique également la distance longitudinale à laquelle se trouvent les points de bifurcation des principales lignes de rupture par rapport aux côtés appuyés. Avec l'accroissement de cette distance, la charge limite diminue et réciproquement.

La limite de déformation a été prise pour la charge correspondant à la flèche égale à un centième de la portée perpendiculaire transversale, c'est-à-dire à la flèche de 15 mm.

Des données des essais, il ressort que la capacité portante des dalles avec appuis articulés est plus élevée que celle des dalles simplement appuyées. La charge théorique, à la limite d'écoulement de la dalle n° 1, est 765 kg/m², celle de la dalle n° 3 est 705 kg/m². Pour la dalle n° 4 nous obtenons 1130 kg/m² et pour la dalle n° 6: 1040 kg/m².

En comparant les données expérimentales avec les résultats des calculs effectués selon la théorie des lignes de rupture, on voit que les dalles réelles ont des réserves considérables de capacité portante. Ces réserves sont dues à l'écrouissage non-uniforme des dalles, à l'intervention des déformations élastiques, à l'accroissement de la limite d'écoulement des armatures enrobées de

béton, à la solidarité des aciers et du béton, à la dispersion de rupture augmentant le travail de déformation limite et à d'autres effets moins importants.

### Résumé

L'auteur présente les résultats d'essais effectués sur des dalles obliques simples en béton armé soumises à une charge uniformément répartie et avec des conditions d'appui différentes. Une attention particulière est donnée à la formation et à l'évolution des fissures.

En comparant les données expérimentales avec les résultats des calculs effectués selon la théorie des lignes de rupture, on constate que les dalles réelles possèdent des réserves de capacité portante.

# Zusammenfassung

Der Verfasser zeigt die Ergebnisse von Versuchen an schiefen Stahlbetonplatten mit der gleichmäßigen Belastung und mit verschiedenen Auflagerungsbedingungen. Besondere Aufmerksamkeit wird der Risseentwicklung gewidmet.

Aus dem Vergleich von Versuchsergebnissen mit der Berechnung nach dem Bruchlinienverfahren kann man die Tragfähigkeitsreserve der wirklichen Platten sehen.

### Summary

The author presents the results of tests on skew reinforced-concrete plates under various conditions on the supports. Special attention is given to the development of cracks.

From a comparison of the test data with the results of an analysis on the basis of the yield-lines theory, the reserve in the load-carrying capacity of the actual plates becomes evident.

# Résumé du rapport général d'enquête sur la corrosion des armatures des ouvrages en béton armé et des armatures de précontrainte

Auszug aus dem Untersuchungsbericht über Korrosionsschäden an Armierungen bei Stahlbeton- und Spannbeton-Tragwerken

Abstract of the Survey Report on Damage Resulting from Corrosion of Reinforcement Steels in Reinforced and Prestressed Concrete Structures

# H. LOUIS Prof., Belgique

En 1960, un groupe de travail de la Commission III de l'A.I.P.C. a été chargé de l'étude des problèmes de corrosion des armatures des ouvrages en béton armé et des armatures de précontrainte.

Sa première tâche consistait à recueillir des informations sur les cas de corrosion rencontrés en pratique en procédant à une enquête auprès des membres de l'A.I.P.C., par l'intermédiaire des Présidents des Groupements nationaux.

Un questionnaire rédigé en anglais et en français, approuvé par le Président de la Commission III et par le groupe de travail, a été porté à la connaissance des membres de l'A.I.P.C.

Au préalable, il avait reçu l'accord de M. le Professeur Lobry de Bruyn, Président de la Commission de corrosion de la R.I.L.E.M., cette commission et le groupe de travail ayant décidé en 1962 de collaborer étroitement en vue de rechercher une explication théorique des cas de corrosion signalés en réponse à l'enquête et suite à leur examen, de proposer des sujets de recherches et de mettre sur pied des recommandations pratiques.

Neuf pays ont participé à l'enquête: la République Fédérale d'Allemagne Occidentale, l'Australie, l'Autriche, la Belgique, le Danemark, la France, les Indes, le Portugal et la Suède.

Sur les bases des réponses, un rapport général a été établi; il a été déposé lors de la Réunion que le Comité Permanent de l'Association a tenue à Zurich au mois de septembre 1963. A cette session, il a été décidé d'envoyer à nouveau le questionnaire à chacun des délégués au Comité Permanent à qui il était demandé de contacter individuellement les membres de l'Association.

Si de nouvelles réponses parviennent à temps au rapporteur, le rapport général pourra faire l'objet d'un premier complément à présenter au Congrès de Rio de Janeiro.

Avant d'entreprendre le résumé de ce rapport, il convient de rappeler que des enquêtes du genre de celle entreprise par l'A.I.P.C. ont déjà eu lieu en

Grande-Bretagne et en Hollande et que des travaux importants ont été publiés sur le même sujet, notamment dans les rapports des congrès de l'Association.

A la date du 1er août 1963, l'enquête a permis de réunir 62 réponses complètes ou partielles dont les résultats font l'objet, dans le rapport général, d'une première partie consacrée aux ouvrages en béton armé et d'une seconde partie ayant trait aux armatures de précontrainte.

# Ouvrages en béton armé

56 réponses ont été données, parmi lesquelles cinq cas concernant des ponts n'ont pas donné lieu à corrosion des armatures malgré une importante fissuration du béton et la présence d'un milieu ambiant peu favorable.

Des 51 cas restants, 29 sont relatifs à des ponts, 11 concernent des bâtiments industriels ou à usage d'habitation, 11 ont trait à des constructions diverses.

Quatre constructions présentant des dommages ne constituent pas à proprement parler des ouvrages en béton armé; il s'agit de deux plafonds en terre cuite armée et de deux cas de conduites de chauffage enrobées de mortier ou de béton. Ces cas particuliers sont décrits assez longuement car ils permettent d'attirer l'attention sur certains problèmes dont la reproduction est assez fréquente: condensation de vapeur, atmosphère chaude et saturée d'humidité, perméabilité de l'enrobage, épaisseur d'enrobage trop faible, présence de chlorure de calcium et sa concentration très inégale, ventilation insuffisante.

Les autres cas de corrosion étant trop nombreux que pour être décrits individuellement, les renseignements fournis ont été groupés d'après l'âge des constructions, le milieu ambiant, la localisation des dégradations, la nature de celles-ci, les causes invoquées pour les expliquer, les réparations effectuées, les précautions qui auraient pu éviter les dommages.

L'âge des constructions dégradées varie entre 0 (corrosion observée dès la mise en service) et 70 ans, leur âge moyen est 35 ans; l'âge moyen du début des détériorations est de 8 ans.

Les types de milieu ambiant rencontrés ont été classés comme suit: atmosphère normale considérée comme n'étant pas agressive (13 cas), humide (21 cas), agressive (10 cas), contact avec l'eau ou voisinage de l'eau (7 cas).

Les dégradations dues à la corrosion se sont manifestées au voisinage des armatures, soit dans les parties de l'ouvrage les plus exposées, soit aux endroits où la qualité et le serrage du béton sont susceptibles d'être les moins bons, soit encore sur l'ensemble de l'ouvrage ou tout au moins sur une partie importante de celui-ci exposée à des actions agressives.

C'est ainsi que pour 17 constructions, les corrosions ont été constatées à la partie inférieure des éléments: base des nervures, semelles ou talons des poutres (fig. 1), cependant que dans certains cas les désordres suivent à la fois la position des étriers et celle des armatures principales inférieures (fig. 2).

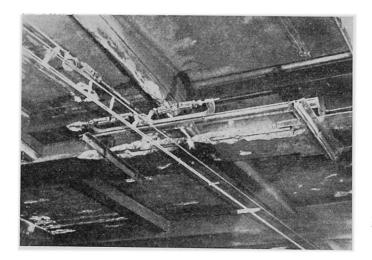


Fig. 1.



Fig. 2.

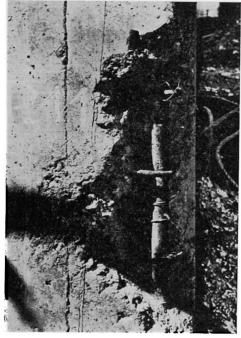


Fig. 3.

Fig. 4.

On constate systématiquement que les angles, les arêtes, les zones voisines des joints et du raccordement de plusieurs pièces, les zones à trop forte densité d'armatures, constituent des endroits de prédilection pour la corrosion.

Les dégradations observées comportent des ouvertures anormales de fissures transversales et longitudinales — jusqu'à 3 mm —, des éclatements, des effritements, des écaillages et des décollements du béton. Dans certains cas, la destruction du béton est totale avec mise à nu des aciers.

L'oxydation des armatures est parfois à peine visible, tandis qu'elle conduit pour certains ouvrages à des réductions importantes de section, de plus de 25% (fig. 3) et même à des ruptures.

En ce qui concerne les causes invoquées pour expliquer les désordres, elles ne sont pas connues ou aucune explication n'est donnée à propos de 8 des 51 cas décrits. Pour 36 ouvrages, il est fait état soit d'un enrobage insuffisant (19 cas) soit de la mauvaise qualité du béton manifestement mal serré et trop poreux (17 cas). L'enrobage est parfois inférieur à un centimètre, tandis que la qualité insuffisante du béton est attribuée à un ou plusieurs des facteurs suivants: pauvreté en ciment; mauvaise granulométrie; excès d'eau de gâchage; moyen de serrage insuffisant, défectueux ou mal approprié; densité trop grande des armatures (fig. 4).

Les bétons de mauvaise qualité donnent lieu fréquemment à l'apparition de fissures longitudinales qui ont nettement pour effet de réduire d'abord, puis de supprimer rapidement tout caractère protecteur de l'enrobage.

On rencontre encore comme cause des fissurations et des désordres la perméabilité des joints, des reprises de bétonnage défectueux, la ségrégation des constituants du béton soit lors de la mise en place par gravité avec chute d'une trop grande hauteur, soit par suite de la simple vibration du coffrage, soit encore parce qu'une couche de mortier fin entourant les armatures est prise en sandwich entre le béton du fond de coffrage et le béton de remplissage audessus des armatures (des fissures longitudinales naissent à la jonction des divers matériaux).

Il est constaté que le processus de destruction des ouvrages est gravement accéléré par des variations de température et d'humidité ou par l'adjonction de certains plastifiants et de chlorure de calcium.

Les dégradations signalées sont tellement importantes que pour certains ouvrages, la démolition complète a dû être décidée. Des réparations effectuées ou prévues sont décrites pour 32 cas; elles sont très variées: remplacement, renforcement local et même rechargement par soudure des armatures; décapage, nettoyage et badigeonnage au lait de ciment, des aciers; décapage au jet de sable et repiochage du béton en place; réparation par projections d'éléments fins; injection dans les fissures de produits à base de bitume.

Certaines réparations se sont mal comportées; l'attention est attirée sur la nécessité de ne pas limiter les réparations aux régions visiblement endommagées, mais de les étendre à un large voisinage de ces régions.

Les précautions suivantes maintes fois signalées seraient susceptibles sinon d'éviter complètement du moins de réduire l'importance des dommages:

- Etude soignée de la granulométrie, la préférence étant donnée aux granulométries continues.
- Utilisation de béton suffisamment riche en ciment; mise en œuvre de mortiers riches et plastiques pour l'enrobage de canalisations.
- Epaisseur de l'enrobage adaptée à l'agressivité du milieu ambiant: l'épaisseur conseillée varie de 5 à 7 centimètres en cas d'atmosphère saline; la protection par un enrobage suffisant doit être suffisante aussi bien pour les étriers, les armatures de retrait et toutes armatures secondaires que pour les armatures principales.
- Fixation soignée et inamovible des armatures dans le coffrage; les ligatures, s'il en existe, doivent rester suffisamment en retrait par rapport aux parements.
- Soin apporté à la mise en place et au serrage du béton.
- Soin apporté dans la confection et l'imperméabilisation des joints.
- Enduisage par des produits de qualité, étudiés, éprouvés et appropriés, des surfaces particulièrement exposées à une atmosphère agressive.
- Utilisation prudente et en quantité limitée de chlorure de calcium, à propos duquel il y a lieu de se prémunir contre une répartition inégale dans la masse de béton.
- Installation d'écrans protecteurs destinés à éviter le contact direct d'éléments de la construction avec certains gaz et fumées.
- Nécessité d'assurer une ventilation et une circulation d'air énergiques afin de maintenir le degré hygrométrique de l'air ambiant à une valeur suffisamment basse.
- En atmosphère marine et au contact de l'eau de mer, protéger les infrastructures par une couche de sable suffisamment épaisse.

Des notes générales provenant d'Autriche, du Danemark, de Grande-Bretagne et de Suisse ont aussi été envoyées dans le cadre de l'enquête. Les différentes causes qu'elles mettent en avant pour expliquer les cas de corrosion, de même que les précautions à prendre sont quasiment identiques aux conclusions tirées de l'ensemble des cas soumis à l'enquête du groupe de travail de l'A.I.P.C.

En particulier la concordance s'avère très bonne avec les considérations tirées par M. Hill, à propos du comportement de bâtiments en béton armé construits en Grande-Bretagne durant les cinquante premières années du siècle. Il écrit en effet: «Les constructions examinées comprennent des bureaux, des bâtiments industriels, des hangars, des meuneries, des usines à gaz et de produits chimiques.

Beaucoup de ces constructions ont requis jusqu'ici très peu d'entretien mais

d'autres ont atteint un stade où des réparations importantes et coûteuses s'avèrent nécessaires; ces constructions doivent être considérées comme structures dangereuses car l'effritage des pièces nuit de plus en plus à la sécurité.

Si le béton est proprement fait et employé judicieusement, les constructions présentent un caractère durable. Aucune différence de durabilité n'a été observée dans les constructions où on a utilisé du ciment Portland normal ou d'autres types de ciment, des agrégats constitués de gravier ou de concassé.

En atmosphère agressive (au bord de la mer, dans les usines à gaz ou dans les usines de produits chimiques...) la vie du béton armé, même de bonne qualité, est assez courte à moins que les surfaces exposées ne soient protégées efficacement et maintenues en bon état.

Même en milieu modérément agressif, la vie du béton armé sans détérioration est assez courte si le recouvrement des armatures est faible, si les fils de ligatures font saillie sur le béton ou si le béton est poreux.

A l'intérieur des bâtiments, des problèmes de corrosion peuvent se présenter en cas de fuite d'eau, généralement au travers d'une toiture défectueuse, en cas de condensation d'eau dans les fissures ou d'emploi d'eau salée pour éteindre le feu et dans les cas où des corps gras, des acides ou d'autres substances agressives ont été répandus.

Aux causes les plus fréquentes de détérioration, dues à des enrobages insuffisants et à une mauvaise qualité du béton, il convient d'ajouter les études mal conduites, le choix de matériaux inappropriés, les défauts d'exécution et l'action de substances chimiques agressives en suspension dans l'air ou dans l'eau.

Il est généralement possible de prolonger de façon notable la vie des constructions endommagées moyennant des réparations soignées dont le prix n'est égal qu'à une fraction de la reconstruction complète.

Pour éviter les désordres, il est recommandé d'adopter des épaisseurs de recouvrement suffisantes et de ne pas descendre en dessous de  $1^1/2^n$  dans le cas de surfaces exposées dangereusement. Ces mesures doivent être prises également vis-à-vis des barres petites ou secondaires (étriers, frettages, etc...) qui souvent servent de chemin à l'humidité qui peut ainsi progresser jusqu'aux barres principales.

La fixation soignée des barres dans les coffrages de même que le maintien d'espaces suffisants (entre et autour de toutes les barres) proportionnés aux dimensions des agrégats utilisés sont indispensables.

Les fissures dans les zones exposées sont dangereuses de même que les changements brusques de section ou de pourcentage d'acier; les coins, les ouvertures, les joints sont particulièrement vulnérables.

Comme l'acier est l'élément sensible, il ne doit être prévu que là où il est indispensable.

Les surfaces horizontales sont à éviter sauf si elles sont recouvertes d'asphalte ou de bitume.

Le dosage, la granulométrie des agrégats, les dispositifs de mise en place ou de vibration du béton doivent être soigneusement étudiés.»

## Ouvrages en béton précontraint

Les dégâts dus à la corrosion des armatures, présentent en général un caractère de gravité plus grand en béton précontraint qu'en béton armé; on constate aussi qu'ils surviennent beaucoup plus rapidement.

Deux cas signalés dans les réponses au questionnaire concernent les ruptures lors du stockage.

Les ruptures de fils de 7 millimètres de diamètre ayant subi un traitement de stress-relieving sont attribuées à un entreposage sur des bobines de faible diamètre (1,5 mètre) ce qui donne lieu à des tensions d'enroulement de plus de 90 kg/mm². Dans un cas, les ruptures sont particulièrement nombreuses suite à des piqûres de corrosion due à de l'écume d'eau de mer qui, lors d'un typhon, a atteint l'aire de stockage.

Des expériences consécutives à ces constatations ont montré qu'il suffisait de porter à deux mètres le diamètre des bobines pour être à l'abri de telles ruptures.

Les constructions en béton précontraint, ayant fait l'objet d'une réponse au questionnaire sont au nombre de douze; elles se répartissent comme suit: 4 ponts, 5 poutres en dalles de couverture, 2 canalisations et un ancrage dans du rocher.

L'âge moyen de ces constructions est seulement de quelques années et l'âge maximum auquel correspond l'apparition des dégradations n'est que d'une dizaine d'années.

Chacune des douze réponses constitue un cas d'espèce; elle fait l'objet d'une description sommaire dans le rapport général. A la liste de ces constructions endommagées, il convient d'ajouter les ruptures des fils de précontrainte transversale de la conduite de Regina au Canada à propos desquelles maintes descriptions et études ont fait l'objet de publications.

Le nombre de constructions signalées lors de l'enquête et auxquelles sont survenus des dommages est insuffisant pour permettre de tirer des conclusions générales sur la corrosion des armatures de précontrainte du béton. Ces cas doivent cependant attirer l'attention sur une série de points particuliers.

La précontrainte ayant pour effet de supprimer la fissuration en service ou du moins de la réduire fortement, on croit parfois, à tort, que le danger de corrosion des armatures de précontrainte est moins grand que celui qui menace les armatures de béton armé et cela d'autant moins que le béton des constructions précontraintes présente le plus souvent les caractéristiques mécaniques les plus élevées.

Une telle idée est dangereuse et il est indispensable surtout dans les cas

d'atmosphère humide ou agressive de prévoir des enrobages suffisamment importants et bien exécutés si on veut éviter les dégradations. On note d'ailleurs actuellement une tendances systématique à l'accroissement des épaisseurs d'enrobage imposées aux armatures de précontrainte.

Les fils présentent en général un diamètre nettement plus petit que celui des armatures de béton armé, ils sont de plus soumis à des tensions de beaucoup plus élevées.

Le danger est très grand, en cas d'attaque par la corrosion, d'obtenir des ruptures brusques des fils suite aux concentrations de tensions dues à l'effet d'entaille. Les accidents dus à la corrosion présentent donc en général un caractère de gravité beaucoup plus grand en béton précontraint qu'en béton armé. On constate de plus qu'ils surviennent beaucoup plus rapidement, parfois même pendant le stockage des fils ou après leur mise en tension avant leur enrobage dans le béton ou dans le mortier d'injection.

Il semble bien que si la nature du ciment ne joue pas un rôle très important en béton armé, ce n'est pas le cas pour le béton précontraint. L'utilisation de ciment alumineux ou l'utilisation dans une même construction de deux types différents de ciment est considéré comme dangereuse. La présence de chlorure de calcium est redoutée même en très faible pourcentage du poids du ciment.

Le danger des atmosphères agressives (fumées de locomotive, gaz provenant de produits chimiques, acide sulfurique, vapeurs) ou très humides ainsi que le danger des actions électrochimiques ou du contact des ouvrages avec les produits de décomposition du sol, sont mis en évidence dans différents cas traités.

Cependant le rôle défavorable de la carbonatation du béton peut être souligné en signalant à cet égard que la nature du ciment, de même que les additifs jouent un rôle important auquel les chercheurs et les praticiens sont de plus en plus attentifs en raison de la grande sensibilité des armatures de précontrainte à la corrosion.

Plusieurs pays envisagent la mise sur pied de nouvelles règlementations notamment dans le sens d'une limitation dans la possibilité du choix du ciment et de l'emploi d'additifs tel que le chlorure de calcium tandis qu'une distinction tend à s'établir entre les constructions précontraintes et les constructions postcontraintes.

Sans prendre parti, nous croyons pouvoir signaler qu'une majorité semble se faire pour écarter le ciment alumineux dans les constructions pré- ou post-contraintes et pour rejeter l'emploi de chlorure de calcium comme additif dans le béton de ces constructions.

\* \*

Diverses études bibliographiques ou comptes rendus de recherches sur les problèmes de la corrosion ont été envoyés dans le cadre de l'enquête en cours. Parmi ces travaux, il convient de souligner l'intérêt que présentent les

investigations entreprises par M. le Dr G. Rehm et M. H. Voll au sujet du contrôle sur des constructions réelles de la passivité des aciers enrobés.

D'après les connaissances actuelles, le rôle de protection joué par le béton vis-à-vis des armatures provient d'une part de ce que le béton jeune ayant un pH d'environ 12, l'acier se comporte passivement dans un tel milieu et d'autre part d'une suffisante imperméabilité du béton à l'air et à l'eau.

L'alcalinité du béton est due en ordre principal à l'hydroxyde de calcium formé par hydratation des silicates calciques et pour une part insignifiante à la faible teneur des ciments en NaOH et KOH.

La passivité des aciers enrobés dans le béton disparaît lorsque la valeur du pH du béton diminue de façon sensible (pH -8 à 10). Cette diminution du pH provient surtout d'une carbonatation de l'hydrate calcique libre. La vitesse de carbonatation du béton dépend essentiellement de sa perméabilité, de la teneur en  $\rm CO_2$  de l'atmosphère et de l'humidité du béton. Les études effectuées en Allemagne sur quelques constructions anciennes qui ont été démolies, ont permis d'obtenir des données sur l'importance de la carbonatation du béton en atmosphère normale et sur son influence sur la corrosion des armatures.

Les travaux de MM. Rehm et Voll (Technische Hochschule de Munich: Professeur H. Rüsch) ont porté à la fois sur la mesure du pH du béton de diverses sections transversales des pièces prélevées et sur la détermination du degré de corrosion des armatures.

Pour la détermination du pH, la méthode utilisée consiste à laisser tomber sur la surface fraîche et humidifiée à étudier, quelques gouttes d'une solution alcoolphénolphtaléine dont le point de virement de la couleur correspond à un pH voisin de 8,3. Le béton dont le pH est supérieur à 8,3 se colore en rouge tandis que celui dont le pH est inférieur à 8,3 reste inchangé.

Pour un pH inférieur à 8,3, il ne faut pas s'attendre à la passivité de l'acier et on peut admettre que le béton est carbonaté à un degré très poussé. Pour un pH supérieur à 8,3, le béton contient encore de la chaux libre, même s'il y a

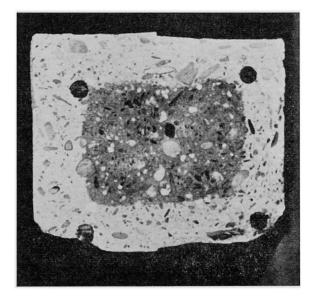


Fig. 5.

déjà en partie carbonatation mais pour rendre les choses comparables et l'interprétation aisée, on considère les zones à pH supérieur à 8,3 comme non carbonatées.

Le degré de corrosion des armatures est d'autre part déterminé suivant une échelle conventionnelle dont chaque valeur correspond à une profondeur déterminée de la partie corrodée.

La fig. 5 montre à titre d'exemple la zone centrale foncée (en rouge sur la pièce) d'une section transversale d'un élément en béton armé et la zone de pourtour claire qui est fortement carbonatée.

Les essais ont montré que même dans les constructions très anciennes dont le béton est de bonne qualité et la mise en œuvre correcte, aucune diminution de pH susceptible de provoquer la corrosion des armatures ne se produit. Il n'en est pas de même si le béton entourant l'armature est de mauvaise qualité.

Les observations faites sur une très vieille construction (50 ans) ont montré que l'épaisseur moyenne de la zone carbonatée était de 5 cm et ceci indépendamment des structures assez différentes du béton. L'épaisseur la plus faible de la couche carbonatée était de 2 cm tandis qu'en des endroits particulièrement perméables, elle atteignait une épaisseur de 10 cm. La diminution du pH détruit la passivité de l'acier dans le béton ce qui a pu être mis en évidence sur les aciers situés en partie dans la zone carbonatée et en partie dans la zone non carbonatée: les armatures étant très nettement corrodées dans la zone carbonatée et intactes dans l'autre zone.

Pour des bétons ayant environ 30 ans et 10 ans d'âge, la zone carbonatée était respectivement et en moyenne de 4 et de 1,5 centimètres.

De tels essais sont susceptibles d'apporter des indications précieuses dans l'étude des cas de corrosion et il serait souhaitable d'appliquer ou de développer cette méthode lors de l'examen de constructions qui ont subi des dommages.

### Résumé

Le rapport, qui a été établi sur la base d'une enquête effectuée dans différents pays, examine en détail les facteurs qui provoquent la corrosion et les dommages en résultant. Il est fait état des principaux moyens à employer pour prévenir ces détériorations. Comme l'enquête le montre, même les ouvrages précontraints, lorsque la réalisation est défectueuse, peuvent subir de graves détériorations dues à la corrosion et le danger est particulièrement grand du fait des sollicitations élevées qui s'y exercent.

### Zusammenfassung

Der Bericht, der sich auf eine in verschiedenen Ländern durchgeführte Umfrage stützt, befaßt sich eingehend mit den Ursachen, die zu Korrosionsschäden geführt haben. Es werden die wichtigsten Maßnahmen erwähnt, die zur Verhütung dieser Schäden getroffen werden müssen. Wie die Untersuchung zeigt, sind auch Spannbetontragwerke bei fehlerhafter Ausführung für Korrosionsschäden sehr anfällig und wegen der hohen Beanspruchungen besonders gefährdet.

# Summary

The report, which is based on an inquiry carried out in various countries, discusses in detail the causes which have resulted in corrosion damage. The most important measures that must be taken for the prevention of such damage are enumerated. As the investigation shows, also prestressed concrete structures are highly susceptible to corrosion damage, due to defective construction, and are particularly endangered on account of the considerable stresses to which they are subjected.

# Leere Seite Blank page Page vide