Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 7 (1964)

Rubrik: IVa: Shear strength (including influence of stirrups on bond, anchorage and shear; influence of shrinkage and temperature)

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 18.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

IVa1

Critical Appraisal of the Moment-Shear-Ratio

Considérations critiques sur le rapport moment fléchissant-cisaillement

Kritische Betrachtungen über das Momenten-Schubverhältnis

R. WALTHER
Dr., Basel-Stuttgart

1. Introduction

In the last few years an extensive investigation into the problem of shear in reinforced concrete has been carried out by Prof. Dr.-Ing. F. LEONHARDT and the author at the *Otto-Graf-Institut* of the Technische Hochschule Stuttgart. The results of these tests conducted so far have been reported in several publications [1, 2, 3]. The limited space allotted to the present publication does not permit here a detailed description of all these tests or findings. We therefore treat only one of the many problems dealt with, namely, the question whether it is the bending moment or the shear force or both together which decisively govern the shear strength of reinforced concrete.

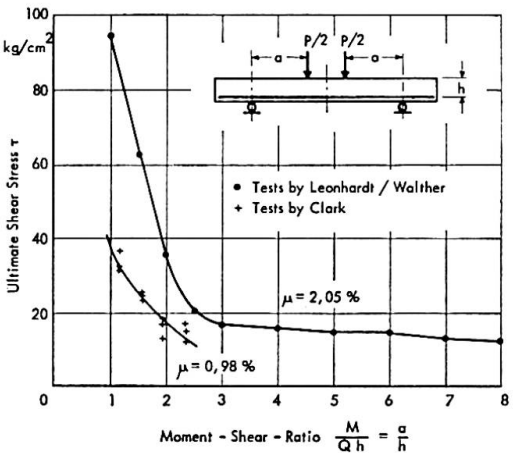


Fig. 1. The influence of $\frac{M}{Q\,h} = \frac{a}{h}$ on the ultimate shear stresses of simple span rectangular beams without web-reinforcement (μ = percentage of longitudinal tension reinforcement).

As is well known, mainly from early investigations in the U.S.A. the ultimate shear force of a given member is by no means a constant (Fig. 1), but increases very rapidly with decreasing shear span a (i.e. distance of the load from the support). As a result it was and is often concluded, that the shear force Q or the shear stresses τ alone could not be a suitable criterion for the shear strength. Many investigators, therefore, have formulated the shear strength as a moment capacity, sometimes even completely disregarding the magnitude of the shear force. In fact the ultimate shear moment of a given member varies less than the shear force, but it is also not a constant (Fig. 2).

Opposed to this point of view, warning voices were raised in many places, particularly in Germany, by those who wanted to adhere to the traditional truss analogy founded by Mörsch, according to which moment and shear are to be treated independently and the shear stresses are the only criterion for the dimensioning of the web and the web reinforcement. The high shear strength for loads near the supports are considered as local effects, which occur so pronounced only in the case of rectangular members and only for loads applied from the top and near the supports. These effects are believed to be insignificant for practical purposes.

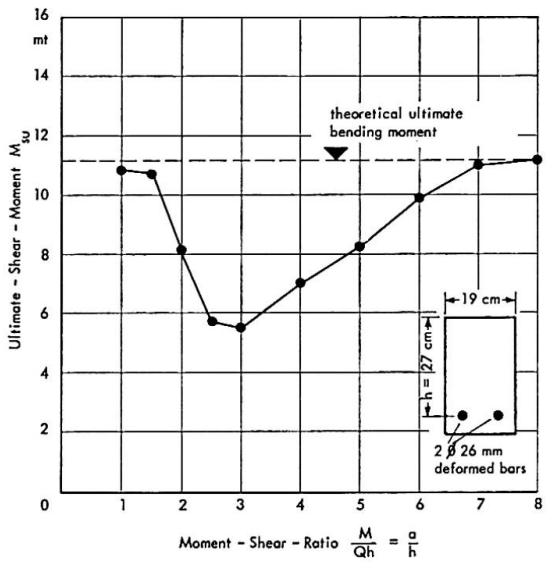


Fig. 2. Evaluation of the same test results as given in Fig. 1 (upper curve), but in terms of ultimate shear-moment.

Concrete strength: $\beta_w \cong 350$ kg/cm²
Yield strength of steel: $\beta_{0,2} = 4740$ kg/cm²

As is often so in the case of such extreme views, both overlook a few significant aspects important for the general understanding and the practice. Undoubtedly some premature and too far reaching conclusions were drawn from recent investigations, but there are, just as definitely, many cases in which the new findings can positively be applied. To derive these and to limit the possible fields of application shall be the task of this paper.

In place of shear span, which after all is clearly defined only for the members with symmetrical two point loading, predominant in shear testing, the more general term "moment-shear-ratio" $\frac{M}{Q\,h}$ is used mostly nowadays.

2. Simply-supported Rectangular Beams

2.1. Experimental evidence

The results of some test series on rectangular beams without web reinforcement are summarized in Fig. 1. They all show that in case of loads near the support, i. e., for small shear spans or for small moment-shear-ratios the relative shear stresses $\tau_{0,u} = \frac{Q_u}{b\,z}$ at ultimate are very high and attain sometimes

ten times the value of the allowable stresses. Undoubtedly this phenomenon has led to the conclusion, that the shear stresses are not a suitable criterion for the shear strength. Therefore many mostly empirical formulae were proposed which give the shear strength as a function of $\frac{M}{Q\,h}$.

The same test results are plotted over again in Fig. 2 as a function of $\frac{M_{su}}{b\,h^2\,\beta_p}$ (ultimate shear-moment / cross. sectional properties). In case of loads close to the support M_{su} corresponds to or exceeds the ultimate bending moment even though the mode of failure was that of shear. In all the test series the ultimate shear-moments show a minimum for $\frac{M}{Q\,h}$ values between 2 and 3. After that, M_{su} increases continually up to the point where failure is due to bending. The transition from shear to flexural failure depends largely on the percentage of longitudinal reinforcement.

Similar conclusions were observed for beams with uniformly distributed load, where the ultimate shear resistance decreases with increasing slenderness l/h.

2.2. Interpretation and objections

The results of such tests were hardly ever doubted, but they were interpreted quite differently. Some take it as a clear proof that the shear failure results from the combined action of moment and shear, a notion which is decidedly disputed by others.

Let us first consider some arguments of the latter.

2.2.1. Vertical load stresses. The most important is probably the fact that loads and support reactions acting directly on the beam produce vertical compression stresses σ_y, which in turn reduce the inclined principal tensile stresses according to the well known relationship

$$\sigma_{\mathrm{I/II}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{2} + \tau_{xy}^2}.$$

Thus they delay the formation of shear cracks and consequently the shear failure. Since these σ_y may be pretty big close to the supports or load points and fade away with increasing distance from these points, it is conceivable to attribute the high shear strength for small values of M/Qh to this favorable effect of local stress concentration.

As a further proof for this school of thought, an investigation by FERGUSSON [4] is often cited. In these tests it was observed, that the ultimate load drops considerably, when the loads are not applied from the top as usual, but over crossmembers. In the extreme case, where not only the loads but also the support reactions are introduced indirectly over crossmembers, the shear strength was found to be only about one third of that for normal load and

support conditions; this may be traced back to the lack of the favourable vertical load stresses σ_y [1]).

These considerations seem to substantiate the view, that beams without web reinforcement fail in shear, when the principal tensile stresses reach the tensile strength of concrete. Since these tensile stresses outside the region of loads or supports are equal to τ_0 in the neutral axis of cracked sections, one can conclude, that the shearing stresses are after all the governing factor for shear failures, and that there is no need or justification of considering the bending moment.

2.2.2. The influence of the percentage of longitudinal reinforcement. There are however other aspects of the problem, which cannot be explained by the favourable effect of vertical loads stresses σ_y mentioned above. Fig. 3, for

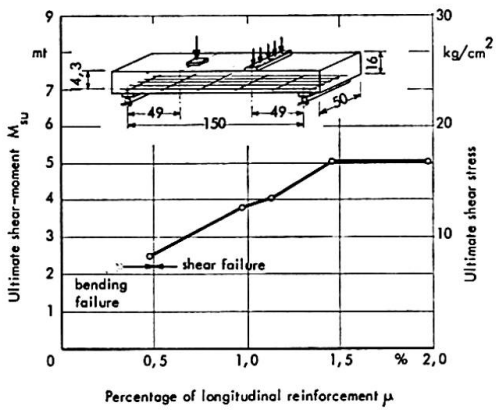


Fig. 3. Influence of the percentage of longitudinal tension reinforcement on the ultimate shear-moment of simply supported slabs.

example, shows the results of a test series of simply supported slabs without web reinforcement. The only parameter of this series was the percentage of longitudinal reinforcement μ. Accordingly the shear strength can increase by more than 100%, when μ increases from 0.5% to 1.5%. One can thus presume, that the bending moments do have an influence on the shear strength and that it might be appropriate to relate the carrying capacity to a moment rather than to the somewhat uncertain shearing stresses.

2.2.3. The dowel-action. However, also this argument has lately been discredited, owing to recent investigation into the dowel-action of the longitudinal reinforcement.

It has always been sensed, that the longitudinal bars crossed by an inclined crack carry a certain amount of shear force, which however was considered negligible compared with the total shear. Yet according to tests by W. J. Krefeld and C. W. Thurston [5] this does not seem to be the case.

---

[1]) Fergusson's test specimens had, however, no reinforcement in the cross-members and very short anchorage lengths of the longitudinal main reinforcement, thus precipitating failure for other reasons than shear.

In these tests (see Fig. 4) a central concrete block, separated from the rest of the concrete beams, permitted to apply the loads to be applied directly on the longitudinal reinforcing bars; the whole load had thus to be carried by dowel action. In order to give an idea about the magnitude of this dowel-action, we have evaluated the results of these tests in terms of nominal shearing stresses at ultimate. Fig. 4 shows that they amount to about one third of the ones obtained in normally loaded beams. The dowel-action increases with the

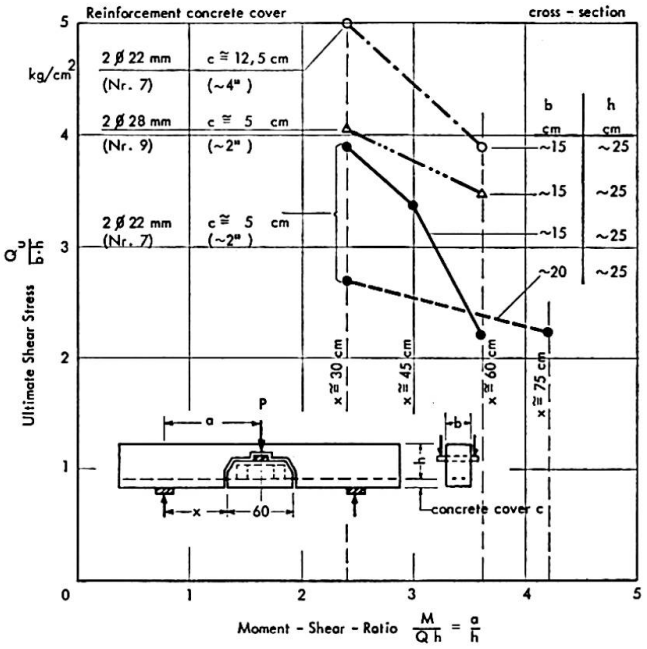


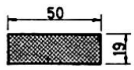
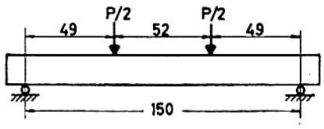
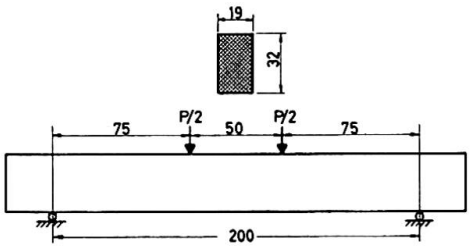
Fig. 4. Tests by KREFELD and THURSTON [5] to determine the dowel-action of the longitudinal tension reinforcement.

(In order to allow a comparison with standard shear tests, the results are given in terms of ultimate shear stresses of the cross-section $b.\ h$.)

thickness of the concrete cover, the percentage of the longitudinal reinforcement and last but not least with decreasing shear span or M/Qh. The dowel-action follows, therefore, quite closely the tendencies of the phenomena mentioned so far, and one could be tempted, to consider it as their major cause.

2.2.4. The influence of bond. However, other points of view have still to be considered. In the course of our investigations two beam series were tested with the purpose to check the influence of the bond of the longitudinal reinforcement (see [1], Ch. 3 and 5). The variation of bond was obtained by placing only a few but thick bars in one set of beams or slabs and more but thinner bars in the others in such a way that both sets had the same total area of steel. Consequently the distributed reinforcement had a higher ratio of surface to area than the concentrated one and thus a better bond. The results are summarized in table 1. It shows that the shear strength in case of distributed reinforcement is up to 28% greater than in case of concentrated reinforcement. In our opinion this increase can only be the result of better bond because the effect of dowel-action, if any, should exhibit an inverse trend since the spacing and the proper stiffness of the bars are smaller for distributed than for concentrated reinforcement.

Table 1. Influence of Bond

Beam	Dimensions of test beams	Long. steel	p (%)	P_U (Mp)
P 4		9 ⌀ 12 mm	1,40	20,0
P 6		4 ⌀ 18 mm	1,43	17,4
P 7		2 ⌀ 26 mm	1,48	15,0
EA 2		3 ⌀ 16 mm + 2 ⌀ 14 mm	1,87	15,2
EA 1		2 ⌀ 24 mm + 1 ⌀ 16 mm	1,88	11,9

Now if the bond of the longitudinal reinforcement does play an important role, which can hardly be doubted, then so do the deformations of the tensile zone and consequently the bending moment.

2.2.5. Cut-off-bars. This can also be seen from our tests with simple and continuous slabs [6] with partially cut-off main reinforcement. The most essential data is presented in Fig. 5. The reinforcement consisted of two layers of welded wire meshes; one layer extending over the support, while the other was cut-off in the tension zone. The main variable of that series was the anchorage length v, i.e., the distance between the point where the second layer is theoretically not anymore needed as bending reinforcement and the last lateral wire at the end of the mesh.

As follows from Fig. 5, the strength of these slabs decreases appreciably with decreasing anchorage length v even though there was everywhere sufficient reinforcement to cover the flexural stresses. It is further to be noted, that the ultimate shearing stresses can be much lower than in comparable beam tests with the same concrete strength of $\beta_w \cong 300$ kp/cm² and without bar cut-off. This is especially true for continuous slabs, where even for ample bond length the flexural capacity was not attained. Therefore, the deformations in the tension zone do have an important influence on the shear strength. It proves once more, that the shearing stresses alone are indeed a very uncertain criterion for the prediction of shear failure.

Aside from the problem treated here, careful attention should be payed to the low shearing stresses causing shear failure, which were even smaller than

the ones presently allowed in the German Code for service load [1]. Since it is fairly common practice in slab construction to have the wire mesh partly overlapping similarly to these tests, a reduction of the allowable shearing stresses is recommended for such slabs.

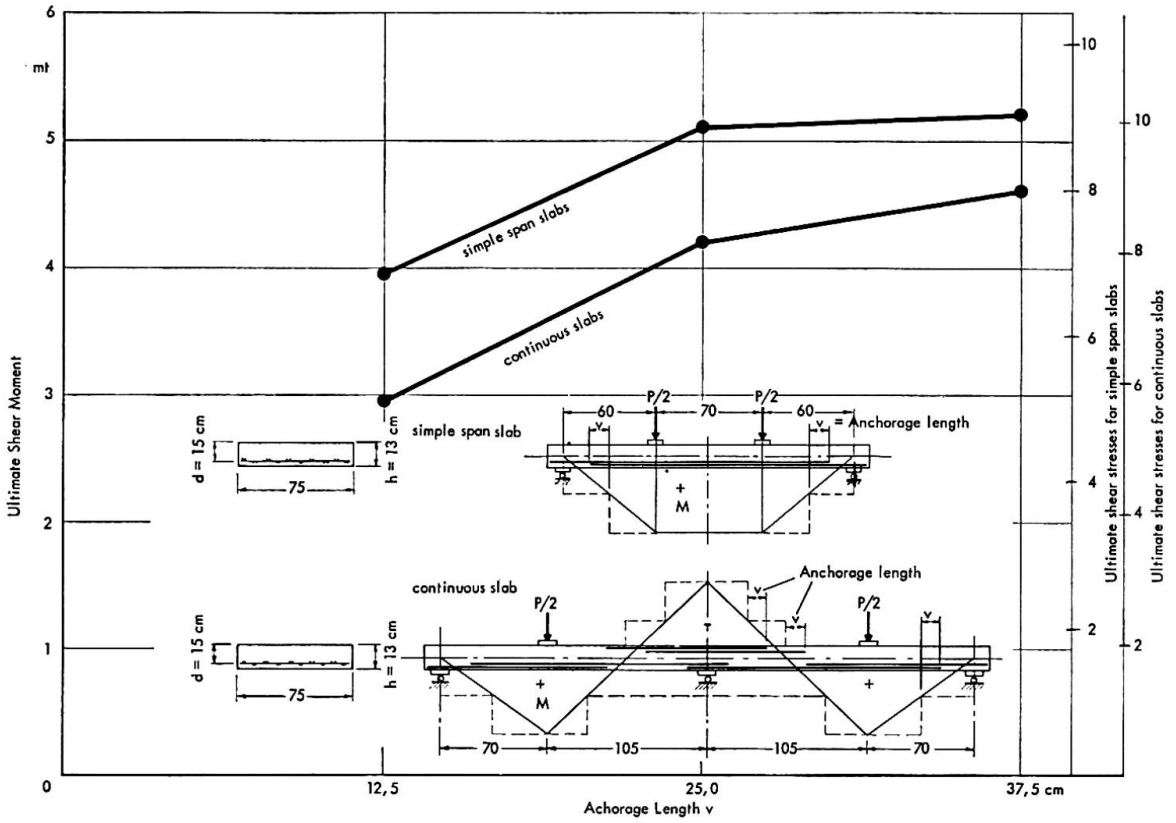


Fig. 5. Shear strength of simple span and continuous slabs as a function of the anchorage length of the tension reinforcement (welded wire mesh). All slabs without shear reinforcement; percentage of tension reinforcement $\mu = 0.69\,\%$; concrete strength $\beta_w \cong 270$ kg/cm². Ref. [6].

2.3. Consideration of the mode of failure

We distinguish here the following modes of failure:

1. flexural failure,
2. shear-compression failure,
3. failure of the web,
   a) by yield or rupture of the stirrups,
   b) by destruction of concrete due to inclined compression

In case of rectangular cross sections the so-called shear-compression failure predominates, with shear cracks generally originating from the bottom and progressing continuously towards the compression zone.

For slender beams without web reinforcement this type of failure often occurs suddenly, in all other cases the shear-cracks propagate gradually

whereby reducing the depth of the compression zone and collapse finally takes place by destruction of this weakened compression zone. In our opinion, a close observation of the development of this common failure mode indicates, that it is the magnitude of the moment rather than that of the shear which ultimately causes failure, i.e. the destruction of the shear-compression zone.

2.4. The Strength of the Shear-Compression-Zone

For beams without web reinforcement the whole shear force has to be carried by the compression zone and the dowel-action of the longitudinal reinforcement after the formation of the shear crack. Since the latter accounts for only about one-third of the total shear force, as described in 2.2.3, considerable shear stresses have to be sustained by the compression zone in addition to the flexural normal stress σ_x. Consequently there is a biaxial state of stress which, according to the theory of the strength of material reduces the capacity of the compression zone to resist the normal stresses σ_x. We have denoted this resistance by the term shear compression strength $\beta_{p\tau}$ which is always smaller than the monoaxial compression strength β_p (cylinder strength). This fact was derived theoretically, e.g., by H. Bay [7], S. Guralnick [8], Goschy [9] and the author [10]. Since the mean shearing stresses in the compression zone are about $\tau_x = Q/bx$ (x = depth of the compressive zone) and the normal bending stresses may be estimated as $\sigma_x = M/hbx$, the expression M/Qh stands approximately for the ratio of normal to shearing stresses in this zone. This explains why all these authors have found that $\beta_{p\tau}$ depends theoretically and experimentally on M/Qh. In spite of considerable differences in the approaches all found about the same relationship as shown in Fig. 6. The consideration of the moment-shear-ratio can thus theoretically be justified.

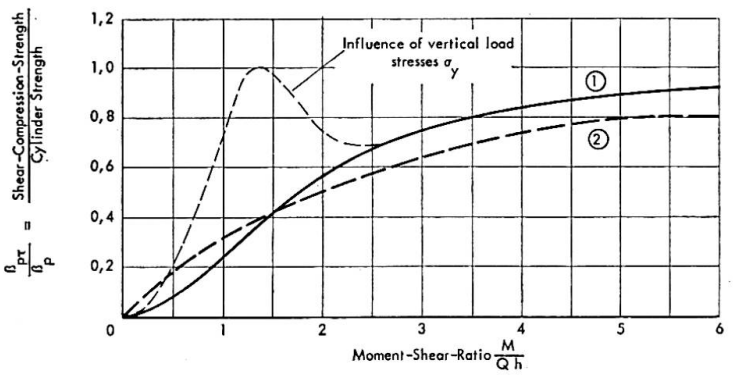


Fig. 6. Strength of the shear-compression zone $\beta_{p\tau}$ as a function of the moment-shear-ratio.
(1) Derived by the author in [10]
(2) Derived by Bay in [7]

This holds also true for rectangular beams with web reinforcement as long as this mode of failure occurs. However, because a part of the shear force is taken by the web reinforcement. M/Qh has to be replaced by

$$\frac{M}{Q(1-\eta)h}$$

where η is the relative portion of shear carried by the stirrups. For $\eta = 1$, i. e., for full shear reinforcement this expression becomes equal to ∞, which means that we have the same condition as for pure bending and a flexural failure is to be expected.

2.5. The Depth of the Shear-Compression-Zone

The theoretical investigations just mentioned have indeed produced significant information about the combined action of moment and shear, yet an even more important question concerns the effective depth of the shear-compression-zone. It has already been stated that with increasing load the diagonal cracks propagate towards the compression edge of the beam more rapidly than bending cracks, thus reducing the effective depth of the compression zone and consequently precipitating shear failure. This propagation is to a large extent a function of the deformation of the tension chord, which in turn depends on the magnitude of the bending moment, the percentage of longitudinal reinforcement and the bond. Obviously the moment-shear-ratio alone does not give any pertinent information here, if not coupled with the deformation characteristics of the tendon. This is certainly the reason why in the new ACI-Building Code (1] the term M/Qh is replaced by

$$\frac{M}{1200\, A_s d} \text{ [2]}$$

which is the ratio of the approximate steel stress $M/A_s d$ (A_s = area of longitudinal tension reinforcement, d = effective depth of the beam) to some arbitrarily chosen tensile stress of 1200 psi. In the shear theory proposed by the author in [10] M/Qh, μ and the bond characteristic are included.

3. T- and Similar Cross-sections

Beams with strong chords and relatively thin web show an entirely different shear behavior than the rectangular beams treated so far. The shear failures occur here in general by destruction of the web zone due to one or mostly a combination of the following causes:

a) the inclined principal compression stresses exceed the concrete cylinder strength;
b) the stirrups reach the yield or rupture strength;
c) slip in the anchorage of the stirrups.

---

[2]) The allowable shear stress v_c is specified in the ACI-Code by

$$v_c = \sqrt{f_c'}\left(\frac{f_s}{f_s - 1500\,\text{psi}}\right) \quad \text{or} \quad \frac{\sqrt{f_c'}}{1 - \frac{1200\, A_s d}{M}},$$

where f_c' is the concrete cylinder strength and f_s the working stress of the tension reinforcement.

Both b) and c) show large deformation and eventual destruction of the concrete in the web zone, while failure of the type a) may occur suddenly without excessive deformations.

Our tests have shown that it is primarily the magnitude of the principal compression stresses σ_{II} which determine the failure of the web. These principal stresses in turn are a function of the shear stresses and the inclination of the web reinforcement.

The following relationship was experimentally observed (see 1 and 3):

$$\sigma_{II} = 1.5 \text{ to } 1.8\,\tau_0 \text{ for inclined stirrups,}$$
$$\sigma_{II} = 2.1 \text{ to } 2.5\,\tau_0 \text{ for vertical stirrups.}$$

Fig. 7 gives the distribution of the stirrup stresses for a beam series with the web thickness as the sole variable. Evidently the stirrup stresses are con-

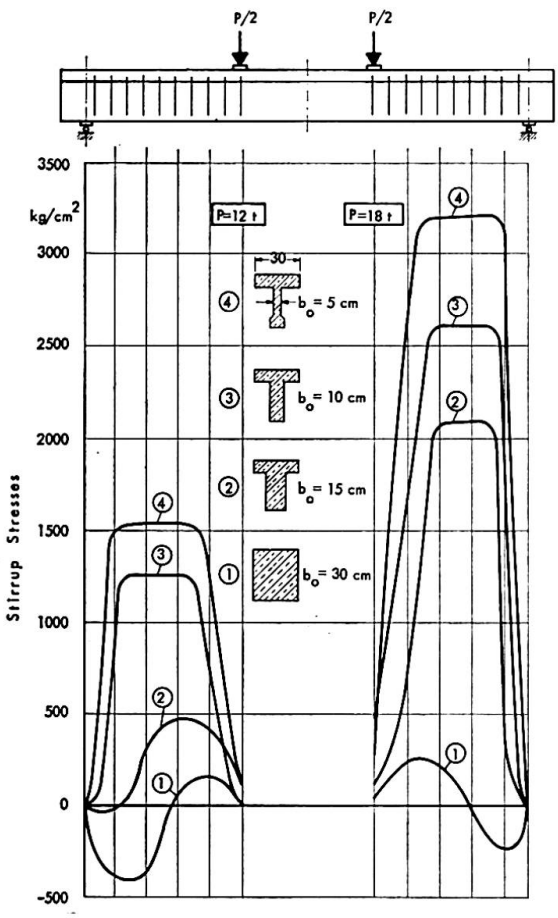


Fig. 7. Distribution of stirrup stresses in beams of various web thickness for $P = 12$ t and $P = 18$ t.

Contrary to the usual assumption (truss analogy) the stirrup stresses depend greatly on the web thickness and thus on the magnitude of the shear stresses. Ref. [1].

siderably more important for beams with thin web than for rectangular beams, even though they should theoretically be equal according to the truss analogy. Since the shear strength and the stirrup stresses depend so much on the web thickness, i. e., the shear stresses, it is obviously quite incompatible with reality to ignore the shear stresses in shear problems, as is so often done. The numerous empirical formulae for the shear strength, which do not include the shearing

stresses or similar expressions cannot generally be valid and stem mostly from evaluating tests on rectangular beams only, where compared with other influencing factors the magnitude of τ is indeed often of secondary importance.

On the other hand it may be seen from Fig. 7 that for beams with thick webs the maximum stirrup stresses occur in the vicinity of maximum moment, whereas the moment has little influence on the stirrup stresses of beams with thin webs[3]). This is in agreement with the fact that thin webs fail always in the zone of maximum shear stresses.

While the shear stresses are an important criterion for such beams they definitely do not represent a really existing stress after cracking has taken place, but they give a very simple and practical indication of how much the web is strained. It is therefore perfectly justified and even recommendable to replace the theoretically derived term $\tau_0 = Q/bz$ by $\tau = Q/bh$, thus eliminating the problem of whether the lever arm z of internal forces has to be computed for working load or for ultimate load.

4. Continuous Members

Further complications but also valuable information result from investigation of continuous beams. The crack and failure pattern for a two span continuous beam of rectangular cross-section is shown in Fig. 8. This picture alone proves that the bending moment really has a significant influence because no shear cracks at all developed in the region of the point of contraflexure (0) although the ultimate shear stresses $\tau_0 \cong 25\,\mathrm{kp/cm^2}$ in this region were approximately twice that observed in similar but simply supported beams without web reinforcement (concrete strength $\beta_w \cong 350\,\mathrm{kg/cm^2}$). Conversely the distinct shear cracks in the vicinity of the load points and near the middle support have formed already at about half the ultimate load, i.e., at $\tau_0 \cong 12\,\mathrm{kg/cm^2}$ because not only the shear force but also the moment is simultaneously important. The increased shear resistance at the point of contraflexure can neither be traced back to the effect of vertical loads stresses nor to the dowel-action but only to the absence of initial flexural cracks which precipitate the formation of the shear cracks. It can therefore hardly be denied that shear failures of continuous rectangular beams result from the combined action of moment and shear.

It is however another question whether or not one should express this correlation in terms of the moment-shear-ratio. The evaluation of our tests has shown that for continuous members, there exists a similar relationship between shear strength and M/Qh as for simply supported members (Fig. 9),

---

[3]) However T-beams with cut-off bars failed at considerably lower loads than similar beams with the entire tendon extending over the supports.

yet both here and there, secondary phenomena like dowel-action and vertical load stresses are involved which do not causally depend on M/Qh.

As expected, the statement made earlier according to which, mainly the shear stresses are to be governing in case of beams with thin webs, holds also for continuous members. It has to be kept in mind, however, that T-beams without lower flange act essentially as rectangular beams over intermediate supports and that the danger of shear-compression-failure is very pronounced in this zone, especially due to the bad bond characteristics of bars placed at the top.

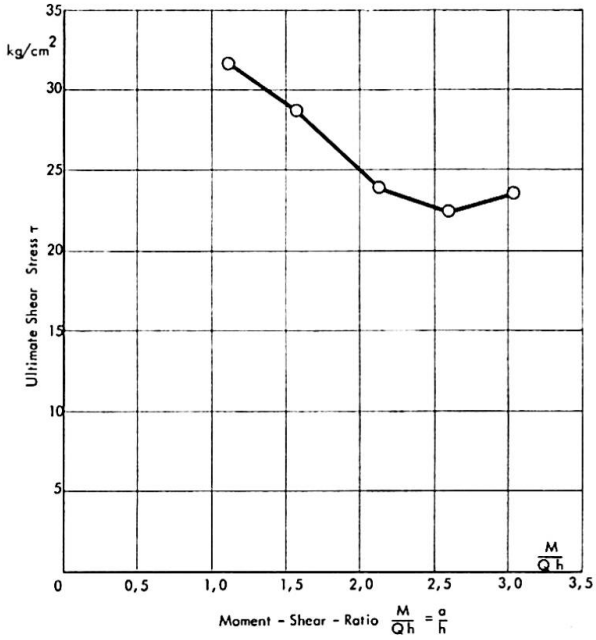


Fig. 9. Ultimate shear stresses of two span continuous beams of rectangular cross-section as a function of the moment-shear-ratio $\frac{M}{Q\,h}$.

(Beams with moderate amount of web reinforcement.)

5. Conclusions

It was attempted to clarify how the two cross-sectional forces M and Q influence the shear strength of reinforced concrete beams and whether it is appropriate to express their combined effect as a function of the moment-shear-ratio $\frac{M}{Q\,h}$.

Theoretical and experimental evidence leads to the conclusion that the bending moment does exert a significant influence on the shear strength particularly in case of beams and slabs with rectangular solid cross-sections, and that the shear stresses alone are indeed a very unsuitable and uncertain failure criterion. Even outside the region of vertical normal stresses σ_y in the vicinity of loads and supports the ultimate shear stresses can fluctuate more than 100% depending on whether the simultaneously acting moment is great or small. Contrary to the often accepted implication, the scatter of the concrete tensile strength is not the major cause for these differences. In case of very

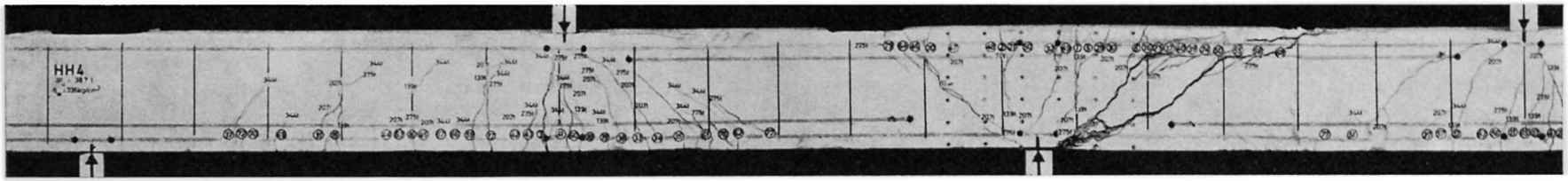
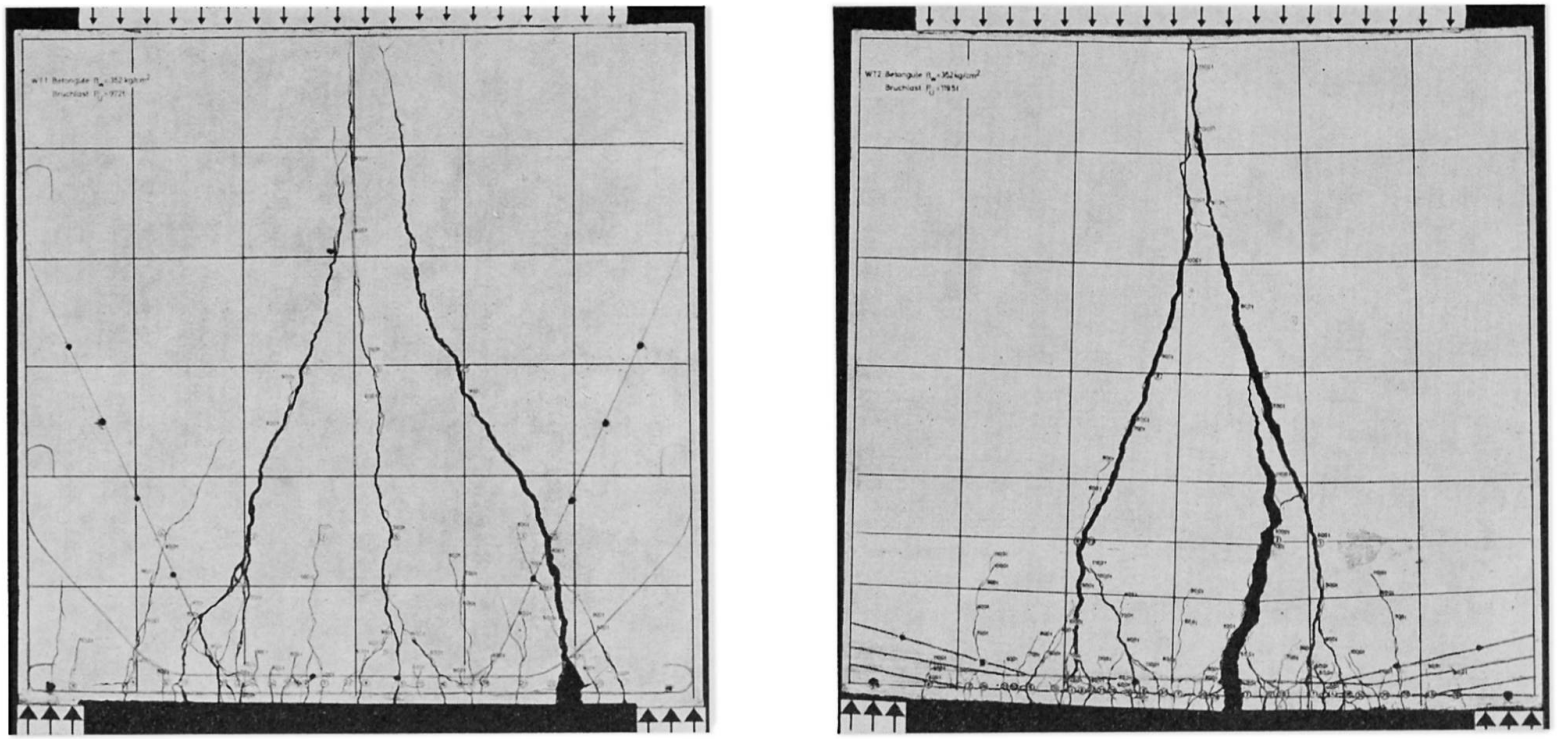


Fig. 8. Crack pattern of continuous rectangular beam with web reinforcement.

No shear cracks developed in the vicinity of the point of contraflexure, whereas shear cracks near the loads and near the intermediate support occured already at half the ultimate load.



Concrete strength:	$\beta_w = 350$ kg/cm²	$\beta_w = 350$ kg/cm²
Ultimate load:	$P_u = 97.2$ t	$P_u = 119.5$ t
max. crack width at $P = 80$ t:	0.48 mm	0.35 mm

Fig. 10. Tests on deep beams (walls) with different disposition of reinforcement.

short beams the ultimate shear force can rise to very high values, owing to the favourable effect of the dowel-action and the load stresses σ_y mentioned before. For continuous rectangular members, the combined action of moment and shear must be taken into account, because it can lead to a critical state of stress over the intermediate supports causing premature shear compression failure.

On the other hand in the case of beams with thin webs, the shear stresses τ represent the most important criterion as well for determining the shear strength as well as for dimensioning the web reinforcement, while the magnitude of the bending moment is here of minor importance. The widespread opinion that the notion of shear stresses should be abandoned in shear problems cannot possibly be maintained for a generally valid approach. The numerous formulae giving the shear strength without regard to the shear stresses or similar quantities are therefore inadequate.

A direct and theoretically provable influence of $\frac{M}{Q\,h}$ could only be found with respect to the strength of the shear-compression-zone. Other influencing factors, which are difficult to derive theoretically, such as dowel-action, vertical load stresses, percentage and bond of longitudinal reinforcement may in part empirically be expressed as a function of the simple and practical notion of the moment-shear-ratio, but one has to keep in mind, that this is a rather indirect approach depending greatly on the special conditions of the tests from which pertaining conclusions are drawn.

In view of these circumstances one may thus question, whether it is beneficial and feasible in practice to consider such complex implications or whether one is not better off to stick to the old concept of allowable shear stresses. In our opinion this is not the case, on the contrary, the knowledge broadened by recent investigation can lead to a more practical and more ecconomical design.

This is, for example, the case for deep beams (Fig. 10), where our tests have shown that the standard shear reinforcement by means of bent up bars is quite useless since these bars are subjected to compression and not to tension as expected from the hitherto accepted theory, whereas a similar deep beam (W 2) where the same bars extended straight over the supports developed a 20% higher strength and showed smaller crack widths and depths. Similar conditions occur in cantilevers, short beams, foundation slabs etc. In all these cases it is of primary importance to have strong and well anchored tendons, whereas one can often dispense with web reinforcement, and the concept of allowable shear stresses is of little help. Since such members constitute a large portion, if not the majority, of all the cases where shear is a problem, it would be inappropriate not to take advantage of the findings of recent research. The many investigations of the last decade certainly permit these cases in modern design without undue complications while for the other cases they open the way for more slender and daring constructions.

References

1. F. Leonhardt and R. Walther: «Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung.» Heft 151 des D.A. f. St. 1962.
2. F. Leonhardt and R. Walther: «Versuche an Plattenbalken mit hoher Schubbeanspruchung.» Heft 152 des D.A. f. St. 1962.
3. F. Leonhardt and R. Walther: «Schubversuche an Plattenbalken mit unterschiedlicher Schubbewehrung.» Heft 156 des D.A. f. St. 1963.
4. P. M. Ferguson: "Some Implications of Recent Diagonal Tension Tests." ACI Journal, Aug. 1956, pp. 157—172.
5. W. J. Krefeld and C. W. Thurston: "Studies of the Shear and Diagonal Tension Strength of Simply Supported Reinforced Concrete Beams." Columbia University in the city of New York, Department of Civil Engineering and Engineering Mechanics, June, 1962, pp. 1—72.
6. F. Leonhardt and R. Walther: «Schubversuche an Plattendecken mit geschweißten Bewehrungsmatten.» Otto-Graf-Institut d. TH Stuttgart, Juni 1963.
7. H. Bay: «Schubbruch und Biegemoment.» B. u. St. 1960, Heft 10.
   H. Bay: «Biegung und Querkraft beim Verbundquerschnitt.» B. u. St. 1962, Heft 4.
8. S. Guralnick: "Strength of Reinforced Concrete Beams." Proceedings of the American Society of Civil Engineers. Vol. 85, No. St. 1, Jan. 1959.
9. B. Goschy: «Bruchsicherheitsnachweis der Spannbetonbalken.» IV. Kongreß der F.I.P. Rom-Neapel 1962.
10. R. Walther: «Schubbruch-Theorie.» B. u. St. 1962, H. 11.
11. Proposed Revision of Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318—356). ACI Journal, Proc. V. 59, Febr. 1962, No. 2.

Summary

The question is treated whether the shear strength of reinforced concrete beams and slabs is determined by the moment or the shear force or a combination of both and whether it is appropriate to express their interaction by means of the moment-shear-ratio M/Qh.

For members of rectangular cross-section the moment is indeed of significant influence and the shearing stresses alone do not constitute a suitable criterion for the determination of the shear strength. For beams with thin webs, however, the shearing stresses are of primary importance both for predicting the shear strength and for dimensioning the web reinforcement.

A direct and theoretically given influence of M/Qh could only be found with respect to the strength of the shear compression zone, while other phenomenae, usually attributed to the influence of M/Qh are a function of other factors such as vertical normal stresses due to support and load conditions and the dowel action of the longitudinal reinforcement.

Résumé

Il est examiné si la résistance au cisaillement de dalles et de poutres en béton armé est déterminée par le moment, l'effort tranchant ou une combinai-

son des deux, et s'il est légitime d'exprimer leur action commune par le rapport moment — cisaillement M/Qh.

Il est montré que pour les pièces de section rectangulaire le moment a une importance prépondérante et que les efforts tranchants ne peuvent constituer à eux seuls un critère sûr pour la détermination de la résistance au cisaillement. Pour les pièces à âme mince, par contre, les contraintes de cisaillement sont déterminantes pour l'évaluation de la résistance au cisaillement et pour le dimensionnement de l'armature de cisaillement.

Une influence directe, justifiable théoriquement, du rapport M/Qh n'a été constatée que sur la résistance de la zone comprimée soumise au cisaillement, tandis que d'autres phénomènes, généralement attribués à l'action du rapport M/Qh, résultent d'autres facteurs tels que contraintes verticales normales dues aux appuis et aux charges et effet de cheville des armatures longitudinales.

Zusammenfassung

Der Beitrag behandelt die Frage, welchen Einfluß das Moment und die Querkraft bzw. die Schubspannungen auf das Schubbruchverhalten von Stahlbetonbalken und -platten haben und ob es zweckmäßig sei, deren gemeinsame Wirkung gegebenenfalls durch das Momenten-Schub-Verhältnis M/Qh zu erfassen. Es wird gezeigt, daß das Biegemoment vor allem bei Rechteckquerschnitten von maßgebender Bedeutung ist und daß die Schubspannungen allein hier ein sehr ungeeignetes Maß für die Abschätzung der Schubbruchgefahr darstellen. Für Balken mit dünnen Stegen hingegen ist die Größe der Schubspannungen das wesentlichste Kriterium, sowohl für die Beurteilung der Schubtragfähigkeit als auch für die Bemessung der Schubbewehrung.

Ein direkter, theoretisch begründeter Einfluß von M/Qh konnte nur bezüglich der Festigkeit der Schubdruckzone gefunden werden. Die bei kleinen M/Qh-Werten beobachtete hohe Schubtragfähigkeit ist dagegen weniger eine Folge der gegenseitigen Wirkung von Moment und Querkraft, sondern es spielen hier andere Einflüsse wie Lasteintragungsspannungen und Verdübelungswirkung der Längsbewehrung eine maßgebende Rolle.

IVa2

Beitrag zur Schubfestigkeit und Verankerung im Stahlbeton

Contribution to Shear- and Anchorage-failure in Reinforced Concrete

Contribution à la résistance au cisaillement et à la rupture par insuffisance d'ancrage du béton armé

STEFAN SORETZ
Dr. techn.

1. Schubbruch von Stahlbetonbalken ohne Schubbewehrung

Die in Fig. 1 dargestellten Balken aus Beton mit 200 kg/cm² mittlerer Würfelfestigkeit und naturhartem Rippenstahl ASTM-A 305 mit im Mittel 45 kg/mm² Streckgrenze und 70 kg/mm² Zugfestigkeit wurden mit stufenweise gesteigerter Belastung bis zum Bruch geprüft. Der Verlauf des Bruches wurde durch Filmaufnahmen festgehalten, denen die in Fig. 2 für den Bruch kennzeichnenden Bilder entnommen sind. (Die Balken wurden mit obenliegender Zugzone geprüft.)

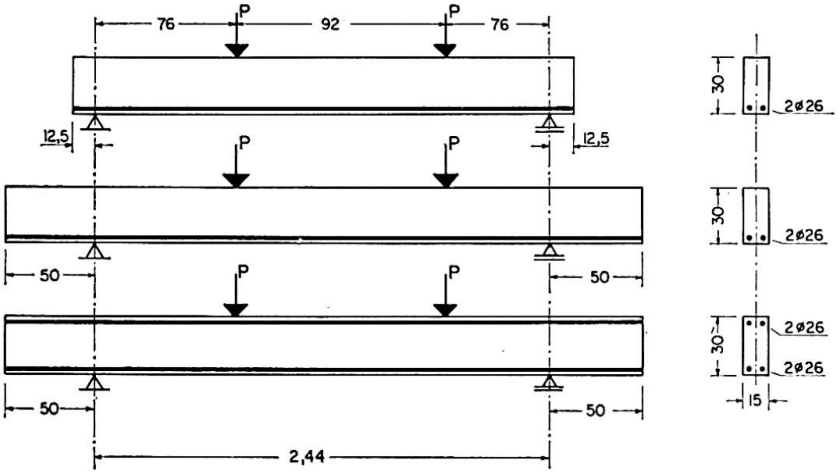


Fig. 1.

Die Balken mit 12,5 cm langem Vorkopf sind unter einer Schubkraft von 5,4 t durch Abscheren oder Aufspalten des Betons etwa in der oberen Tangentialebene zu den beiden Stäben der Hauptbewehrung gebrochen. Der Bruchriß ging vom Fuß des Schrägrisses aus und verlief gegen die Stirnfläche des Balkens. Die Druckzone war unbeschädigt.

Die Balken mit 50 cm langem Vorkopf sind unter einer Schubkraft von 5,5 t durch Abscheren der Betondruckzone neben einer Last gebrochen. Der im Bild zu sehende Spaltriß war eine Folgeerscheinung.

In beiden Fällen hat sich der Bruch ohne Warnung und nach den aufgenommenen Filmen beurteilt, im Verlauf von 1 bis 2 hundertstel Sekunden ausgebildet.

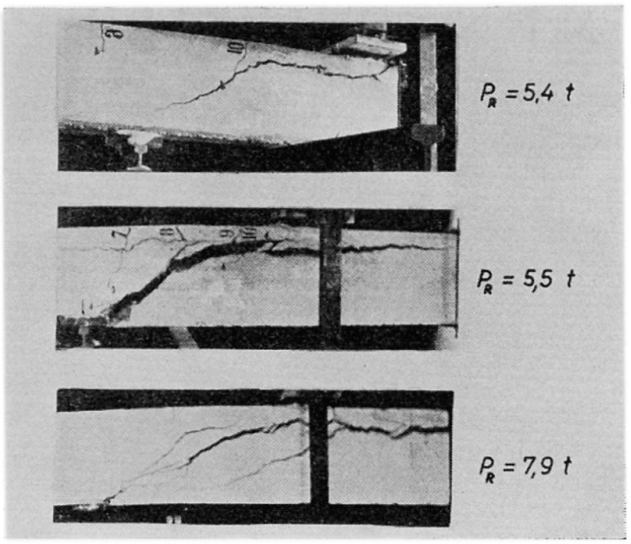


Fig. 2.

Die Balken mit symmetrischer Druckbewehrung sind unter einer Schubkraft von 7,9 t so wie die zuerst genannten Balken durch Abscheren oder Aufspalten des Betons etwa in der oberen Tangentialebene zu den beiden Stäben der Zugbewehrung gebrochen. Die Zerstörung des Betons in der Druckzone war eine Folgeerscheinung. Der Bruch war weniger plötzlich und hat sich in etwa $^5/_{100}$ Sekunden ausgebildet.

Der Schubbruch wird, je nach der Stärke der Druckzone und der Länge des Balkenvorkopfes, durch Versagen

a) der Druckzone,
b) des Balkenvorkopfes durch Abscheren oder Spalten des Betons etwa in der oberen Tangentialebene zu den Stäben der Zugbewehrung ausgelöst.

Bisher wurde nur das Versagen der Druckzone behandelt.

Der warnungslose, ausgesprochen spröde Bruch sollte in der Bemessung durch eine entsprechend erhöhte Sicherheit berücksichtigt werden, wie das auch sonst üblich ist.

2. Schubbruch von Stahlbetonbalken mit Verbügelung

Die in Fig. 3 dargestellten Rechteckbalken aus Beton mit 300 kg/cm² Würfelfestigkeit wurden mit stufenweise gesteigerter Belastung bis zum Bruch geprüft. Die Schubbewehrung der Balken durch Bügel entsprach etwa

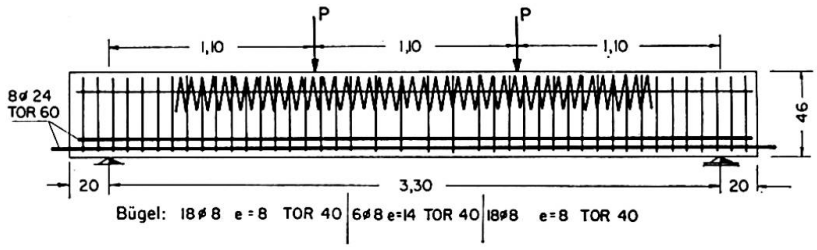


Fig. 3.

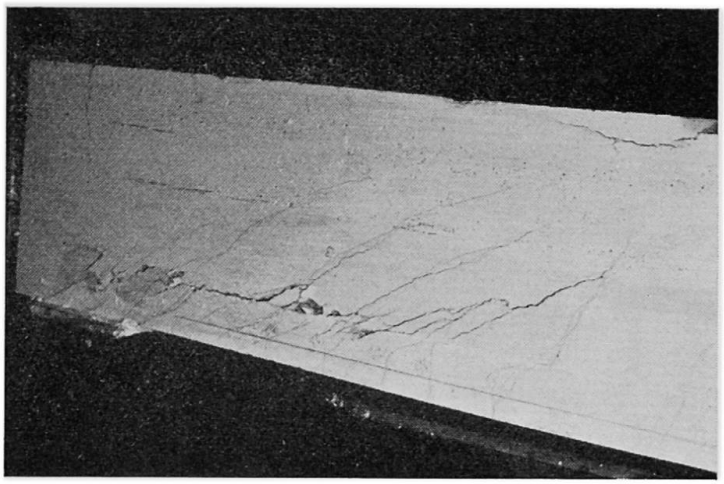


Fig. 4.

40% der nach der MÖRSCHschen Fachwerkstheorie erforderlichen Menge; es lag daher etwa 40% Schubdeckung vor. Das Versagen ist durch Schubbruch etwa in der oberen Tangentialebene zur oberen Lage der Hauptbewehrung eingetreten, wie Fig. 4 an dem Bild eines gebrochenen Balkens zeigt. Unter der Bruchlast betrug die rechnungsmäßige Stahlspannung in den Bügeln in Übereinstimmung mit dem angenommenen Schubdeckungsgrad im Mittel 11 000 kg/cm².

Mit den in Fig. 5 abgebildeten Rechteckbalken wurde der Einfluß des Verbundes von Rippenstählen auf die Verankerungsbedingungen untersucht. Durch entsprechende Verkürzung der Vorkopflängen und oder Steigerung der Güte des Stahles der Zugbewehrung kann die Zerstörung der Verankerung der Stäbe der Zugbewehrung im Balkenvorkopf erreicht werden, wenn die Verbügelung der sogenannten «vollen MÖRSCHschen Schubdeckung» entspricht und in gleicher Stärke im Balkenvorkopf angeordnet wird. Mit einer auf die Hälfte verringerten Verbügelung ist der Bruch unter einer um 30%

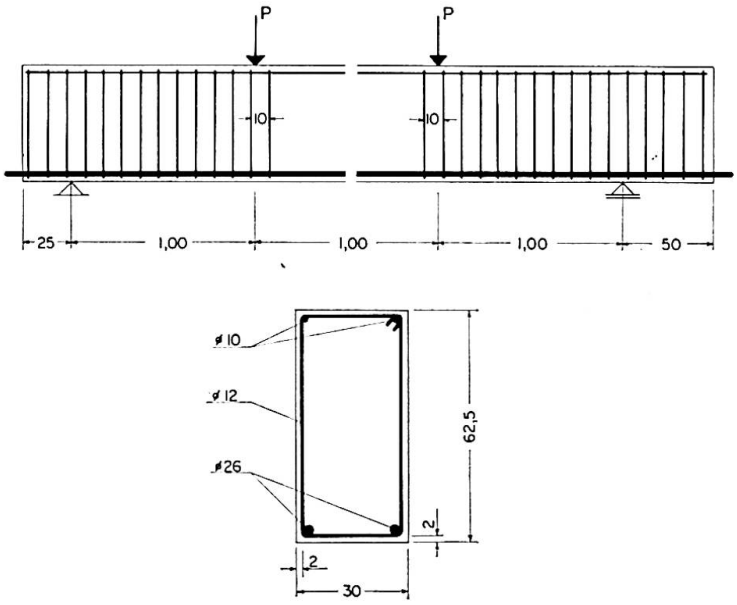


Fig. 5.

kleineren Belastung durch Schubbruch in der oberen Tangentialebene zu den beiden Stäben der Zugbewehrung eingetreten. Das Bruchbild war gleich dem in Fig. 4. In der Nähe des Bruchzustandes haben die herausstehenden Enden der Zugstäbe Gleitungen gezeigt, die aber auf die Verminderung des Verbundes durch den beginnenden Schubbruch in der Tangentialebene an diese Stäbe zurückzuführen sind.

In Balken mit ausreichend starker Druckzone können mit und ohne Schubsicherung durch Bügel Schubbrüche in der oberen Tangentialebene zur Hauptbewehrung auftreten.

Es erscheint daher notwendig, diese Bruchart bei der Bemessung zu berücksichtigen und die Grenzen für die Möglichkeit einer Verminderung der sogenannten vollen MÖRSCHschen Schubsicherung unter Berücksichtigung dieser Art des Schubbruches abzustecken.

3. Verankerung der Schubbewehrung im Schubbereich

In Balken nach Fig. 5 wurden einmal die der sogenannten vollen MÖRSCHschen Schubsicherung entsprechenden Bügel in gleicher Dichte bis zur Stirnfläche der Balken fortgesetzt. In Vergleichsbalken wurde diese Schubsicherung nur zwischen dem Auflager und der Laststelle angeordnet, so daß der Vorkopf dieser Balken keine Verbügelung hatte. Die letzteren Balken sind unter einer um etwa $^1/_3$ kleineren Belastung gebrochen als die zuerst genannten. Der Bruch wurde durch Zerstörung der Verankerung im Balkenkopf ohne Verbügelung durch Sprengen des Betons ausgelöst. Das Ergebnis stellt sich in gleicher Weise ein bei Zugbewehrung aus Rundstählen mit Endhaken und bei Rippenstählen ohne Endhaken. Der Sprengwirkung in der Verankerung ist daher entweder durch eine Verlängerung der verbügelten Strecke bis zur Balkenstirnfläche oder zumindest durch die Anordnung von kleinen Bügeln entgegenzuwirken, die die Zugstäbe einschließlich der Endhaken im Bereich des Balkenvorkopfes umschließen.

4. Schubbruch von Plattenbalken mit Verbügelung

Die in Fig. 6 dargestellten T-Balken aus Beton mit 350 kg/cm² Würfelfestigkeit und mit der angegebenen Bewehrung wurden zuerst mit der eingezeichneten Laststellung einem Biegeversuch bis zum Bruch durch Biegung in der Mitte der Stützweite unterworfen. Hierüber wurde ausführlich unter [1] berichtet. Anschließend wurden die Balken in dem von der ersten Bruchzerstörung unbeeinflußten Schubbereich mit $M/Qh \doteq 2$ nochmals bis zum Bruch durch Versagen des Schubwiderstandes geprüft, wie Fig. 7 zeigt. Das neue Auflager bestand aus einem schweren, nicht drehbar gelagerten Stahlträger. Über dem bestimmungsgemäßen Endauflager wurden größte rechnungsmäßige Schubspannungen von 58 kg/cm² mit rechnungsmäßigen Zug-

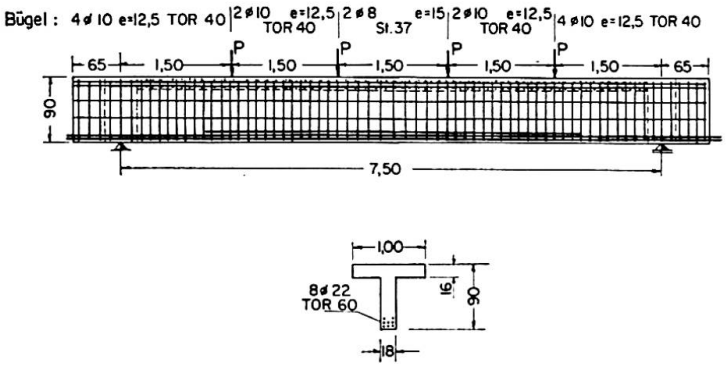


Fig. 6.

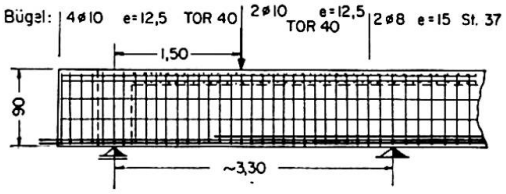


Fig. 7.

spannungen in den Bügeln aus TOR-Stahl 40 von 4300 kg/cm² erreicht, ohne Anzeichen einer Erschöpfung des Schubwiderstandes. Über dem neuen Auflager mit einer bedeutend schwächeren Schubsicherung durch Bügel haben sich folgende Verhältnisse ergeben:

Bei einem Balken ist dort der Schubbruch unter Schubspannungen von 50 kg/cm² eingetreten, unter denen die rechnungsmäßigen Zugspannungen in den Bügeln aus TOR-Stahl 7150 kg/cm² betrugen.

Beim zweiten Balken ist dort der Schubbruch unter wesentlich kleineren Schubspannungen von 38 kg/cm² in einer lotrechten Ebene am inneren Rand des Auflagerträgers eingetreten. Der Bruchquerschnitt liegt zwischen 2 Bügeln aus Rundstahl ⌀ 8, also in dem am schwächsten auf Schub bewehrten Bereich. Die rechnungsmäßige Zugspannung dieser Bügel aus St 37 betrug 6500 kg/cm². Es ist dabei jedoch zu berücksichtigen, daß durch die starke Verformung des Balkens nahe dem Bruchzustand die Auflagerpressungen bereits stark von gleichmäßig verteilten abweichen und sich einer dreieckförmigen Verteilung näherten. Diesem Zustand entspricht eine Kantenpressung am Rand des Auflagerträgers von 190 kg/cm². Der kombinierte Spannungszustand aus lotrechter Schubspannung im sehr schwach bewehrten Beton und Druckspannung hat zum Versagen geführt.

Offenbar führen nicht in allen Fällen die Auflagerpressungen zu einer Erhöhung der Tragfähigkeit auf Schub, wie vielfach angenommen wird. Das Auftreten einer lotrechten Schubbruchfläche kann damit erklärt werden, daß ein schmaler Bereich zwischen ausreichender Verbügelung und dem Auflagerrand nur mit wenigen waagrechten Stäben sehr schwach gegen Schub gesichert war und daher als schwächste Stelle vorzeitig versagte.

Es scheint daher notwendig, bei der Bemessung der Schubsicherung und der Auflager auf das die Tragfähigkeit des Schubbereiches schwächende Zusammentreffen von Beanspruchungen besonders Rücksicht zu nehmen.

5. Rippendecken mit Schubsicherung durch Bügel

Die in Fig. 8 abgebildeten durchlaufenden Rippendecken wurden nach der Theorie der plastischen Gelenke mit $M_F = \frac{q\,l^2}{10}$ und $M_S = \frac{q\,l^2}{19}$ bemessen. Die Rippendecken wurden mit Beton von 245 kg/cm² Würfelfestigkeit hergestellt und mit TOR-Stahl 60 in der angegebenen Form bewehrt. Die Bügel waren zur Übernahme der gesamten Querkraft bemessen und im Abstand von 25 cm verlegt. Gemäß Fig. 9 trat der Bruch dadurch ein, daß sich ein zum Rand des Mittelmauerrostes durchlaufender Schrägriß plötzlich öffnete, wodurch die Druckzone abgeschert wurde. Der bruchauslösende Schrägriß verläuft genau zwischen zwei Bügeln, die durch strichlierte Linien gekennzeichnet sind und deren Abstand mit 25 cm etwas größer als $z \doteq 20$ cm ist.

Die Sicherheit der Decke war mit 2,2 anscheinend ausreichend; der Fall wird jedoch hier warnend zitiert, weil er zeigt, welchen schädlichen Einfluß

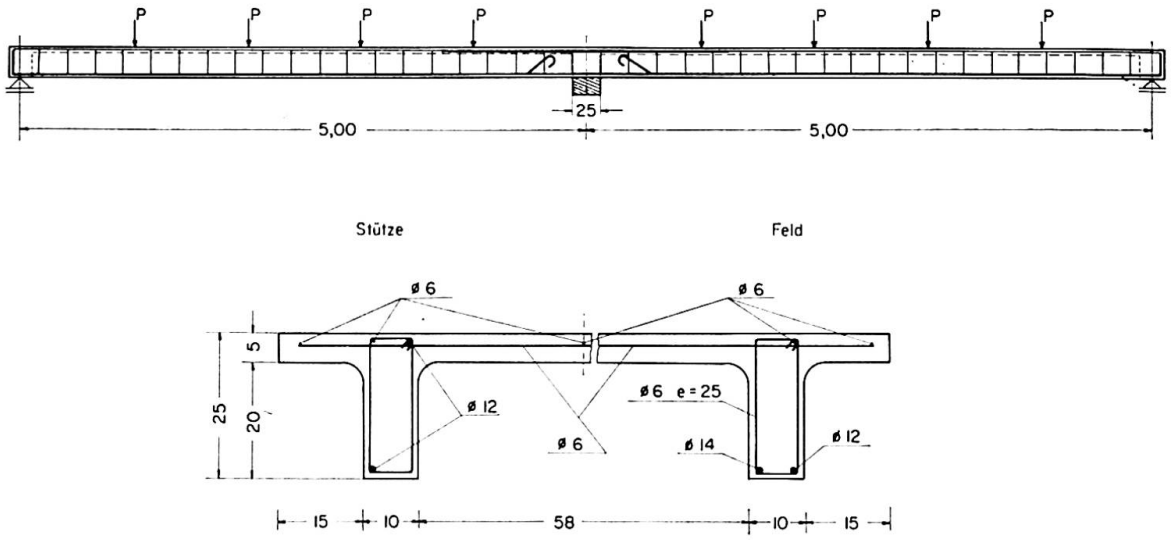


Fig. 8.

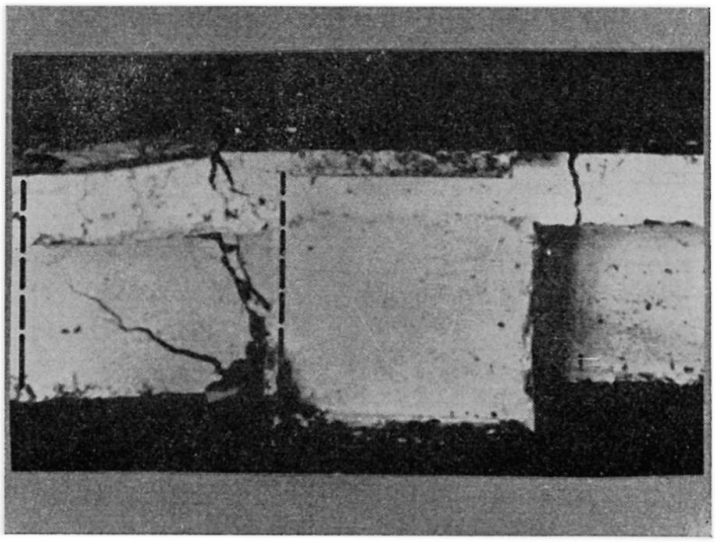


Fig. 9.

bereits verhältnismäßig geringfügige Abweichungen von den Regeln der klassischen Schubsicherung haben können; der schädliche Einfluß könnte aber auch in der Art des Systemes mit vorgegebenen plastischen Gelenken gelegen sein, in denen gleichzeitig größte Momente und größte Querkräfte zur Wirkung gelangen, was bisher bei der Bemessung im allgemeinen nicht berücksichtigt wurde.

6. Rißbildung im Schubbereich

Der Einfluß einer waagrechten Stegbewehrung auf die Rißbildung im Biegebereich von hohen Rechteckbalken wurde in einer vorausgegangenen Abhandlung [2] eingehend behandelt. Mit einer Zugbewehrung aus hochhaftfesten Bewehrungsstäben treten im Bereich dieser Bewehrung sehr viel und entsprechend feine Risse auf, die über die unbewehrte Höhe des Steges zu einzelnen sehr weiten Rissen zusammenlaufen. Durch eine entsprechende waagrechte Stegbewehrung kann eine über die ganze Höhe des Steges gleichmäßig feine Rißbildung erreicht werden. Im folgenden wird aus diesen Versuchen der Einfluß einer waagrechten Stegbewehrung auf die Rißbildung im Schubbereich abgeleitet, der zur Zeit noch ungeklärt erscheint.

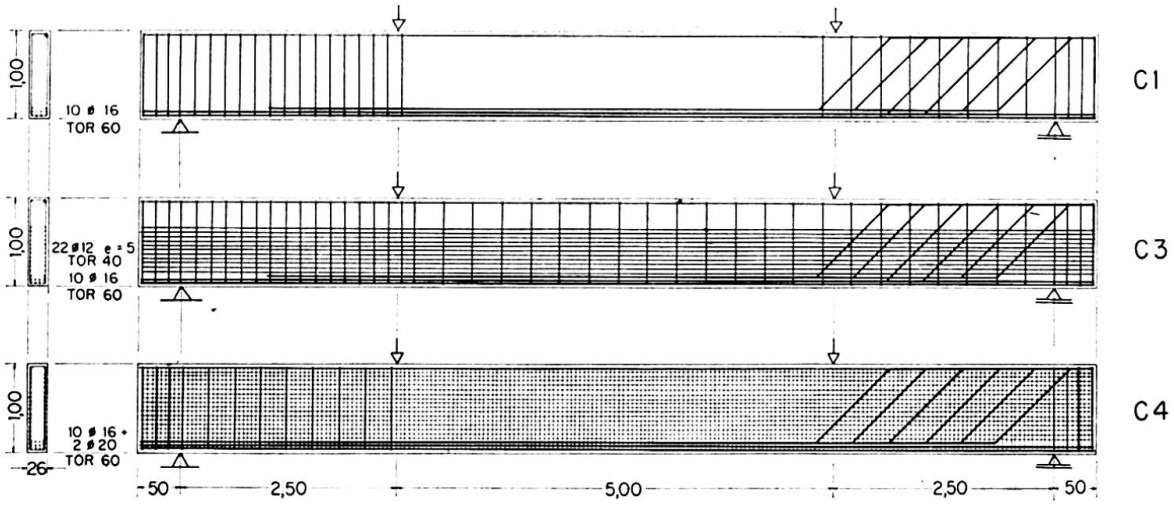


Fig. 10.

Die Schubbereiche der in Fig. 10 dargestellten Rechteckbalken aus Beton mit im Mittel 345 kg/cm² Würfelfestigkeit unterscheiden sich wie folgt. Auf der linken Seite wurde die Schubsicherung rechnungsmäßig allein durch Bügel und auf der rechten Seite durch Bügel und Schrägeisen gedeckt. Der erste Balken (C 1) hatte keine waagrechte Stegbewehrung. Der zweite Balken (C 3) hatte eine starke waagrechte Stegbewehrung, bestehend aus ⌀ 12 TOR-Stahl 40 in 5 cm Abstand auf beiden Seitenflächen. Der dritte Balken (C 4) hatte eine Stegbewehrung aus 2 über die ganze Höhe reichenden, U-förmig gebogenen Bewehrungsmatten mit 5 cm Maschenweite und 3 mm Drahtdicke.

Der wirksame Querschnitt der Bügel und Schrägeisen war in allen Balken mit 12,4 bis 13,6 cm²/m annähernd gleich. Die waagrechte Stegbewehrung betrug im Balken (C 3) 45 cm²/m und im Balken (C 4) 5,7 cm²/m. Im Balken (C 3) war der wirksame Querschnitt der waagrechten Stegbewehrung über 3mal so groß als jener der Bügel und Schrägeisen, im Balken (C 4) dagegen nur etwa halb so groß.

Die Balken wurden mit 2 Einzellasten in den Viertelpunkten der Stützweite stufenweise bis zum Bruch belastet. In jeder Belastungsstufe sind sämtliche Risse gemessen worden.

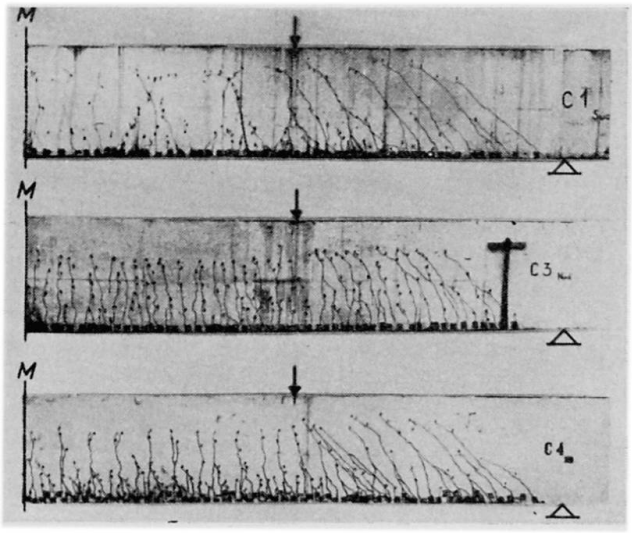


Fig. 11.

Fig. 11 zeigt die am Ende der Versuche an den Balken verzeichnete Rißbildung. Man erkennt deutlich die gleiche Wirkung der Stegbewehrung auf die Verteilung der Risse im Schubbereich wie im Biegebereich. Die starke Stegbewehrung des Balkens (C 3) führt zu einer bedeutenden Vermehrung der Risse im Steg. Bei Balken (C 4) bedingt die Netzbewehrung eine gleichmäßige Zunahme der Risse in allen Höhenlagen der Zugzone. Da aber die Netzbewehrung in waagrechter Richtung schwächer ist als die vorgenannte Stegbewehrung, war die Anzahl der Risse im Steg des Balkens (C 4) kleiner als in jenem von (C 3).

Die Vermehrung der Risse durch die waagrechte Stegbewehrung führte zu einer gleichartigen Abnahme der Rißweiten, die in allen Fällen sowohl in der Schwerachse der Zugbewehrung als auch am Ort der größten Weite gemessen wurden; daraus wurden die Größtwerte $W_{max.SAH}$ bzw. $W_{max.abs}$ sowie der Mittelwert $W_{m.SAH}$ für den Biege- und Schubbereich der geprüften Träger entnommen. Tab. 1 zeigt die Abnahme dieser Werte bei den Trägern mit waagrechter Stegbewehrung (C 3) und (C 4), bezogen auf die Werte des Trägers ohne Stegbewehrung (C 1), und zwar unter einer größten Beanspruchung von 3500 kg/cm², der zulässigen Spannung für TOR-Stahl 60 und dessen gewährleisteter Streckgrenze von 6000 kg/cm².

Tabelle 1

	σ_{eII} kg/mm²	C 3/C 1		C 4/C 1	
		B	S	B	S
$W_{max.\,abs}$	35	0,43	0,42	0,58	0,59
	60	0,37	0,47	0,46	0,51
$W_{max.\,SAH}$	35	0,81	0,77	0,70	0,67
	60	0,79	0,75	0,58	0,50
$W_{m.\,SAH}$	35	0,85	0,73	0,58	0,54
	60	0,69	0,91	0,58	0,61
im Mittel		0,69	0,68	0,58	0,57

B = Biegebereich *S* = Schubbereich

Die Verhältniswerte sind für den Biege- und Schubbereich praktisch gleich und beweisen damit die gleiche Wirksamkeit der waagrechten Stegbewehrung auf die Verringerung der Rißbildung in beiden Bereichen. Dabei ist aber noch zu berücksichtigen, daß unter Anrechnung der waagrechten Stegbewehrung auf die Tragfähigkeit der Balken auf Biegung die für gleiche Zugspannung in der Hauptbewehrung auftretende Querkraft beim Balken (C 3) um 30% und bei (C 4) um 34% größer war als beim Balken (C 1) ohne waagrechter Stegbewehrung.

Die im Schubbereich gemessenen größten Rißweiten ($W_{max.\,abs}$) sind in Fig. 12 in Abhängigkeit von der größten Zugspannung in der Hauptbewehrung ($\sigma_{e\,II}$) und in Fig. 13 in Abhängigkeit vom Auflagerdruck (Q) getrennt für beide Schubsicherungen dargestellt. Eine größte Rißweite von 0,2 mm wird bei den Balken mit Stegbewehrung (C 3) und (C 4) unter einer um 85

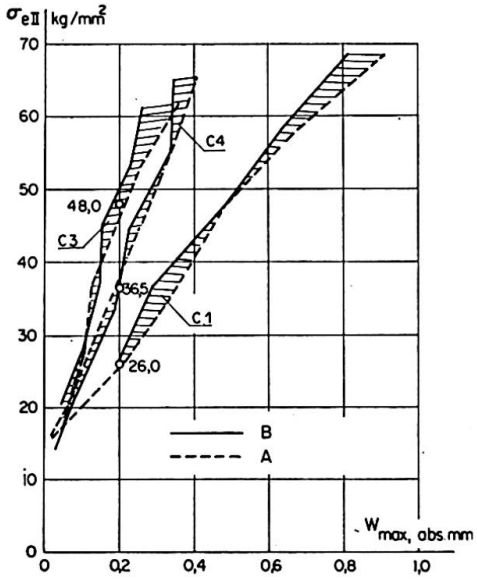


Fig. 12.

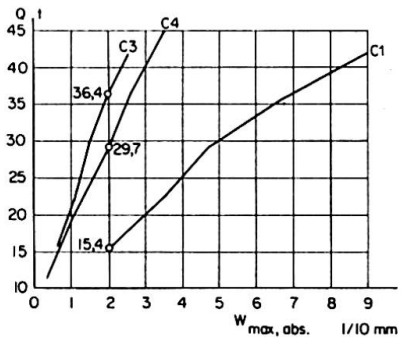


Fig. 13.

bzw. 40% höheren Stahlspannung, aber unter einer um 135 bzw. 90% größeren Querkraft erreicht als beim Balken (C 1) ohne Stegbewehrung. Die Wirkung der waagrechten Stegbewehrung im Sinne einer Verringerung der Rißbildung zeigt sich daher für die Rißbildung im Schubbereich wesentlich stärker als für die Rißbildung im Biegebereich. Die unterschiedliche Schubbewehrung durch Bügel allein bzw. durch Schrägeisen und Bügel hatte wegen der guten Aufteilung der Schrägeisen keinen gesicherten Einfluß auf die Rißbildung.

Die Versuche beweisen daher zumindest für die Rißbildung die Notwendigkeit der Berücksichtigung des waagrechten Anteiles der Schubkraft durch eine entsprechende waagrechte Stegbewehrung gemäß den Vorschlägen von RAUSCH [3] für die Schubsicherung von Stahlbetonbalken durch Bügel allein.

Literatur

1. A. LAZARD: «Essais jusqu'à rupture de poutres armées d'acier TOR 60 et 80.» Mémoires de l'AIPC, 16e volume, 1956.
2. ST. SORETZ: «Contribution à la recherche sur les aciers à béton et sur le béton armé.» Annales de l'ITBTP, Paris, November 1961.
3. E. RAUSCH: «Drillung, Schub und Scheren im Stahlbetonbau.» Deutscher Ingenieurverlag GmbH, Düsseldorf, 3. Auflage, 1953, S. 37ff.

Zusammenfassung

Der vorliegende Beitrag bringt einige mit Versuchsergebnissen belegte Beispiele für theoretisch noch nicht näher behandelte oder umstrittene Fälle von Schubbruch und Versagen der Verankerung von Bewehrungsstäben sowie von Beeinflussung der Rißbildung im Schubbereich durch die waagrechte Stegbewehrung.

Summary

Test results show particular examples of shear and anchorage failure and the effect of horizontal web reinforcement on the crack formation in the shear zone. The problems indicated are still under consideration and have not been solved by the theories and design methods discussed.

Résumé

A la lumière de résultats d'essais, l'auteur traite quelques cas particuliers concernant: la rupture par cisaillement, l'insuffisance d'ancrage des armatures et le rôle des armatures d'âme horizontales dans la fissuration intervenant dans la zone de cisaillement. Les problèmes auxquels se rapportent ces exemples font l'objet de controverses ou n'ont pas encore été soumis à une étude théorique approfondie.

IV a 3

Shear Strength of Continuous Reinforced and Prestressed Concrete Beams

Résistance au cisaillement des poutres continues en béton armé et précontraint

Die Schubfestigkeit kontinuierlicher Stahlbeton- und vorgespannter Balken

A. M. NEVILLE
Professor, M. C., T. D., M. Sc., Ph. D., A. M. I. C. E., A. M. I. Struct. E., M. ASCE, M. E. I. C.
Calgary, Canada

Notation

∅	=	diameter.
ton	=	English ton (= 2240 lb.).
r	=	percentage area of web reinforcement.
v	=	nominal shearing stress $= \frac{V}{bjd}$.
a	=	shear span.

Introduction

Extending previous studies on the shear strength of concrete beams, a part of which was reported at the 6th Congress [1], continuous beams have been investigated with a special reference to the moment-shear interaction at the ultimate. In continuous beams there are regions in which the bending moment changes from a high positive to a high negative value, with a concomitant high shear. In the vicinity of the point of contraflexure there exists the unique combination of a high shear and no applied direct stress. There is thus no flexural cracking there and shear design formulae derived for a cracked section cannot be used.

Beams with Orthogonal Web Reinforcement

As a continuation of a study of beams with orthogonal web reinforcement [2], continuous beams covering two spans of 4′—4½″ each were tested. They had a cross-section of 4″ by 10″, with (plain) main tension and compression reinforcement area ratio, p, of 2.4%. The shear span-effective depth ratio, a/d, was 2.2. When ¼″ ∅ stirrups were spaced at 4″ centres no significant increase in ultimate load was caused by the addition of two ¼″ ∅ horizontal bars at the

level of the neutral axis, all beams failing in diagonal tension. Nevertheless, the widening of the diagonal tension crack was delayed somewhat and a better distribution of cracks was obtained. The initial cracking load was not affected since, as is well-known, web reinforcement plays no role until diagonal cracking has started. On the other hand, shrinkage markedly affects the cracking load and has to be carefully controlled.

When the stirrups were spaced at $2\frac{1}{2}''$ centres (which corresponds to $r = 0.98\%$) in the zone between the load point and the centre support (where the shear was greatest), and at $4''$ centres elsewhere, the addition of one layer of horizontal web reinforcement resulted in practically no improvement when the concrete strength was 4400 lb./in.^{2}. However, with a 5500 lb./in.^{2} concrete an increase in ultimate load of approximately 15% was observed on addition of $\frac{1}{4}''$ ⌀ horizontal bars, and a further increase when $\frac{1}{2}''$ ⌀ horizontal web reinforcement was used. This beam failed at a load equal to the ultimate flexural capacity (which is slightly increased by the additional steel) and a full redistribution of moments had taken place. Fig. 1 shows the failure patterns.

From a series of tests it seems that when stirrups are inadequate because of too large a spacing the addition of horizontal web reinforcement will not remedy the situation. With a smaller stirrup spacing [approximately $1/2d(1-k)$] the use of orthogonal reinforcement is advantageous if very high strength concrete is used: the widening of the diagonal tension crack is delayed so that the horizontal steel plays a greater role in resisting inclined tension. The use of larger horizontal bars effects little improvement and in fact these bars did not yield while stirrups did, but arrangement of small bars in two layers, one at the level of the neutral axis, the other half-way towards the tension steel, is more efficient. It is worth noting that the weight of the $\frac{1}{4}''$ ⌀ horizontal web reinforcement is less than 18% of the weight of the stirrups alone, and of course only a small fraction of the total weight of reinforcement. If the same weight of steel were used in the form of stirrups the influence on the shear capacity of the beam would be smaller. The fixing of horizontal bars is extremely simple so that no large labour cost is involved. It should be stressed though that horizontal bars are not a substitute for adequately spaced stirrups.

Referring to beams with stirrups only, it is interesting to observe that even though they failed in shear they withstood a higher nominal shearing stress (600 lb./in.^{2} when $r = 0.61\%$, and 670 lb./in.^{2} when $r = 0.98\%$) than simply supported beams of similar properties and with the same values of r (500 and 530 lb./in.^{2} respectively). We should note, however, that for the same applied shear the bending moment in a continuous beam is smaller than in a simply supported beam.

Beam B 19 of Fig. 1 failed in shear but reached its flexural load capacity. In this connection it is interesting to observe that under the action of moment and shear the concrete is subjected to biaxial compression and hence its

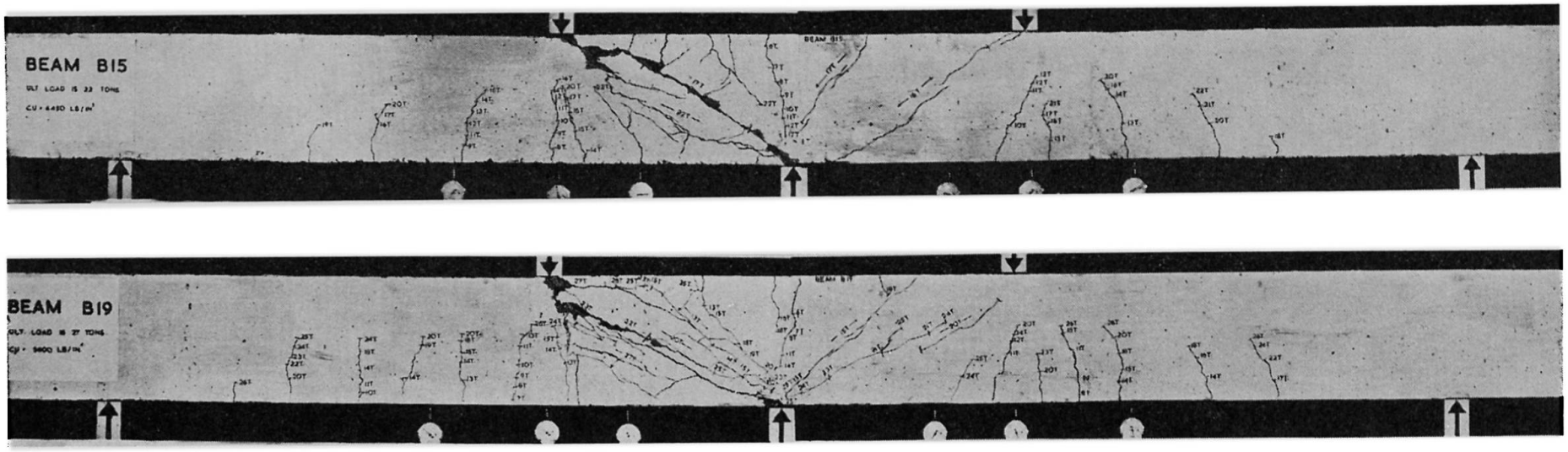


Fig. 1. Beams with stirrups at 2½″ centres:
B 15 without horizontal web reinforcement; B 19 with two ½″ ⌀ bars at the neutral axis.

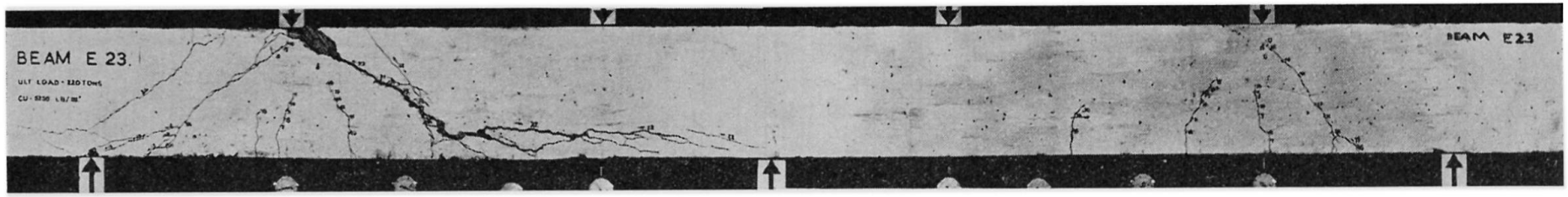


Fig. 3. A continuous beam with equal shears in all shear spans adjacent to supports, and with equal moment-shear ratios on the support-side of all loads.

resistance to compression is higher [3]. Thus failure in shear may occur at an increased compressive stress, possibly at a load in excess of the theoretical flexural capacity, and yet truly in shear. Loads acting on the surface of the beam also have the effect of inducing biaxial compression [1]. If closed stirrups are present they provide a form of binding of the compression zone, and thus permit it to develop a considerably greater strain before compression failure; this allows a greater rotation and may raise the shear capacity of the beam.

Moment-Shear Interaction in Reinforced Beams

Tests on continuous beams with constant longitudinal reinforcement (but without stirrups) and a/d varying between 1.5 and 3.5 have indicated an absence of a significant shear-moment interaction. Fig. 2 shows that the higher the bending moment over the centre support the higher the nominal shearing stress at failure, all beams failing in shear. The failing load was slightly lower the higher the a/d ratio (for the shear span nearest to the centre support); this is similar to the behaviour of single span beams and also of continuous prestressed beams (see infra).

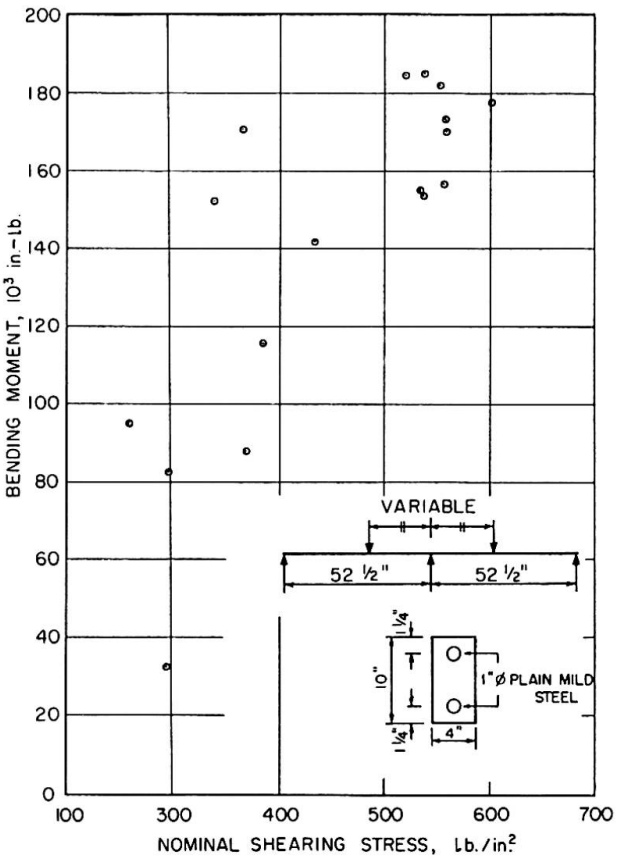


Fig. 2. Relation between the bending moment over the centre support and nominal shearing stress at failure.

To study the interaction further a continuous beam was tested under two point loading per span arranged so that the shear in each of the shear spans adjacent to a reaction was the same. The $\frac{M}{Vd}$ ratios were also sensibly equal: 1.72 on the outside of the outer load point, and 1.65 near the centre support. The elastic point of contraflexure was between the load points, less than 2″ from the inner load point. Fig. 3 shows the crack pattern at failure, which took place in the shear span with a shear equal to only 2/3 of the shear in the other shear spans so that $\frac{M}{Vd} = 2.57$. Thus once again the factor equivalent to a/d appears to be of importance. It may also be noted that a lower moment gradient means that the zone of flexural cracking extends more rapidly with an increase in load, and this may lead to inclined cracking. There was no cracking near the point of contraflexure.

Prestressed Beams of Rectangular Cross-Section

Two-span beams with a varying linear transformation were tested. Failure occurred in all cases in diagonal tension near the centre support with a second hinge in the span. The diagonal tension crack formed suddenly and opened wide over a distance extending to within 1 to 1½ in. of extreme fibres. With one exception this diagonal cracking load represented between 84 and 100% of the collapse load on the beam. The sudden character of shear failure in prestressed beams (which were post-tensioned and grouted), sometimes nearly explosive in character, is thus apparent, and it is clear that all important prestressed as well as reinforced beams must have web reinforcement. How early the warning of failure is, i.e. what is the increase in load between diagonal tension cracking and collapse (expressed as a percentage of the collapse load), depends on several factors. As in reinforced concrete beams, the a/d [1]) ratio has an important influence: the higher the value of a/d the less warning there is, and for high a/d collapse is simultaneous with the opening of the diagonal tension crack.

For a constant value of a/d, the difference between the cracking and collapse loads is greater the smaller the total prestressing force in the beam, F_s. Thus for a constant stress in wires at transfer, f_s, the difference is greater the smaller the steel area; conversely, for a constant steel area the difference increases with a decrease in f_s. These statements apply of course only to beams failing in shear but they seem to form a logical pattern as a smaller compression due to prestress means that cracking occurs under a lower load. This lowers the rigidity of the beam, and leads to a greater difference between the cracking load and the ultimate load irrespective of the actual value of the latter.

---

[1]) d is the overall depth of section.

From the rather insufficient tests on beams with F_s constant, and f_s and the percentage steel area, p, variable, it seems that the difference between diagonal cracking and ultimate load increases with a decrease in f_s and therefore with the concomitant increase in p. This is because with a high value of p the loss in effective prestress due to creep of concrete is higher, and diagonal cracking occurs earlier.

Let us consider the effect on shear strength of f_s, p, and F_s; only two of these are independent. If f_s is sufficiently high a small increase in the load on the beam will bring the wires into the non-elastic zone and cause flexural cracking of concrete so that the deflection of the beam will increase at a high rate, and failure by crushing of concrete will follow. Conversely, if f_s is well below the yield stress of steel the increase in strain due to load is small, the final deflection is also small and failure takes place in shear before the full flexural capacity is reached. All beams with f_s greater than one-half the 0.1% proof stress failed in flexure, and in all of them the yield stress in the wires was reached. Beams with a slightly lower value of f_s failed in shear but at a load equal to the ultimate load in flexure. Nevertheless, the change in the pattern of failure from flexure to shear as a result of a reduction in the stress in the wires at transfer makes the use of beams with too low a stress in wires undesirable.

If f_s is constant and p increases, the flexural capacity of an under-reinforced

Table 1. Influence of Percentage Area of Reinforcement on Failure of Rectangular Prestressed Concrete Beams

p %	F_s lb.	Ultimate load ton	Mode of failure
0.196	8,300	20.6	Flexure
0.371	8,210	33.5	Shear
0.371	11,900	31.2	Flexure
0.557	11,870	31.0	Shear
0.196	5,070	20.5	Flexure
0.371	4,640	29.2	Shear
0.371	11,750	39.5	Flexure
0.742	12,030	29.5	Shear
0.371	11,750	39.5	Flexure
0.557	12,630	36.0	Shear
0.371	8,210	33.5	Shear
0.557	11,870	31.0	Shear
0.557	11,750	36.0	Shear
0.742	12,030	29.5	Shear

section increases. The shear load which can be carried increases at a lower rate so that the mode of failure changes from flexure to shear (Table 1). For beams failing in shear the one with a higher value of p fails earlier (see lower part of Table 1).

In the two cases considered in the preceding paragraphs an increase in the variable studied resulted in an increase in F_s, but F_s is not believed to be a primary factor influencing the type of failure.

A study of the relation between the maximum moment on the beam and the shear at cracking or at ultimate shows that moment-shear interaction is very small or absent. Fuller data were obtained from tests on I-beams.

Prestressed I-beams

Symmetrical, rather squat, I-beams of 9000 lb./in.^{2} concrete (measured on cubes) were tested under loading shown in Fig. 5: the a/d ratio was 3. The linear transformation of the cable, which varied between 0 and $2\frac{1}{2}''$ downwards at centre support, reduces the plastic moment of the section over the centre support but does not affect the ultimate strength of the beam as a whole, as shown in Fig. 4, where the slope of the regression line is not significant. There is, however, a secondary effect of transformation in that it decreases the vertical component of prestress, which reduces the net shear. However, even at the maximum transformation the decrease was less than 10% of the shear at failure. It is also worth noting that the vertical component of prestress affects the shear strength of a beam primarily when excessive principal tension in the web leads to cracking there [4]. When, however, diagonal cracks develop

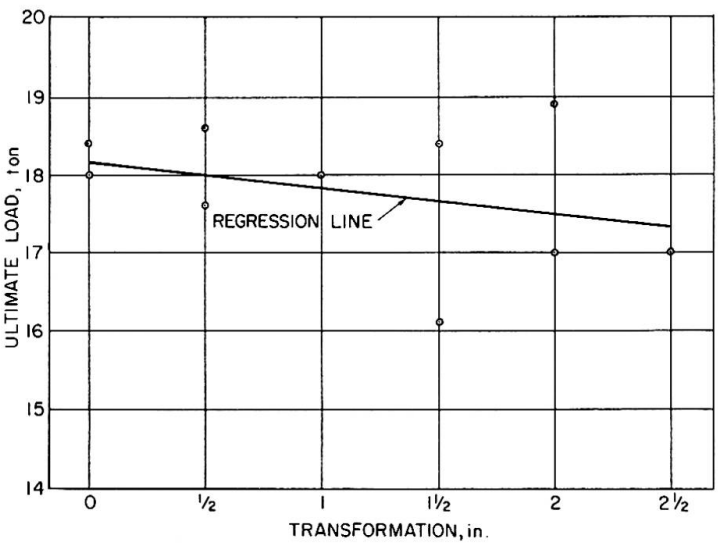


Fig. 4. Relation between ultimate load on the beam and linear downward transformation of tendon at the centre support.

from flexure cracks, the inclination of the tendon is of lesser importance than its position, as the latter governs the moment-capacity of the section.

Determination of the moment-load relation has shown departure from the "elastic" curve when a flexural crack forms over the centre support: the rate of increase in the moment falls off, i.e. a redistribution of moments takes place. However, as flexural or shear cracks open in the span the rate increases somewhat but the average rate remains below the rate prior to the beginning of the redistribution.

Fig. 5 shows the relation between the measured plastic moment over the centre support and the shearing force acting in the centre shear span at the

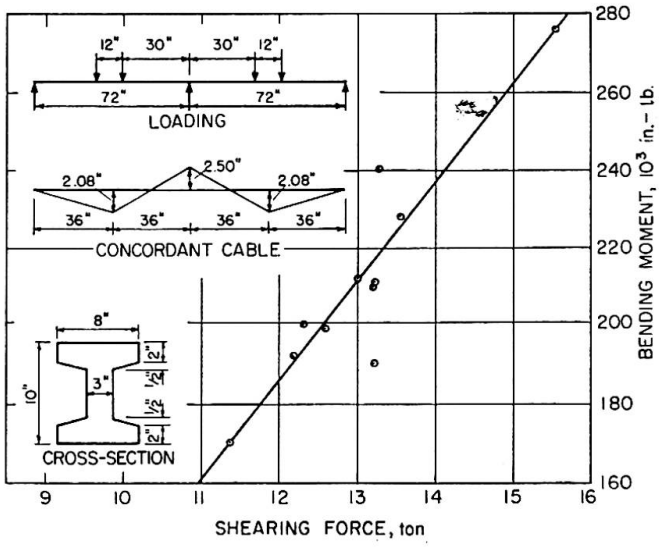


Fig. 5. Relation between bending moment over the centre support and shearing force at ultimate.

same stage. The change in the plastic moment is due to the varying transformation of the tendon, and the measured moments agree very closely with calculated values. An increase in the moment is accompanied by proportionately smaller increase in shear capacity (all beams failing in shear). This does not establish measurable shear-moment interaction. Furthermore, the failure in shear occurs perforce away from the section at which the plastic moment is developed and for the beams of the present series the diagonal tension crack is usually positioned so that at the level of the centroid of the beam the crack is half-way between the centre support and the near load point. The magnitude of the (collapse) bending moment at this intersection of the crack and the centroidal axis does not seem to affect the magnitude of the maximum shearing force that the beam can withstand. Moreover, the sign of the bending moment, positive or negative, at this intersection is of no consequence (see Fig. 6). This behaviour offers a strong argument against an influence of moment on shear capacity in continuous beams of the type considered. The influence of an

applied shear on the moment that can be developed at a section is yet to be studied.

Determination of principal strains at the critical section has shown that their orientation changes to the direction of 45° to the beam axis more rapidly (i. e., under a lower load) in beams failing in shear. However, the magnitude of the principal tension in a beam is not a direct indication of its mode of failure. In I-beams with high or moderately high a/d ratios diagonal cracking occurs at a principal tension approximately equal to the tensile strength, but

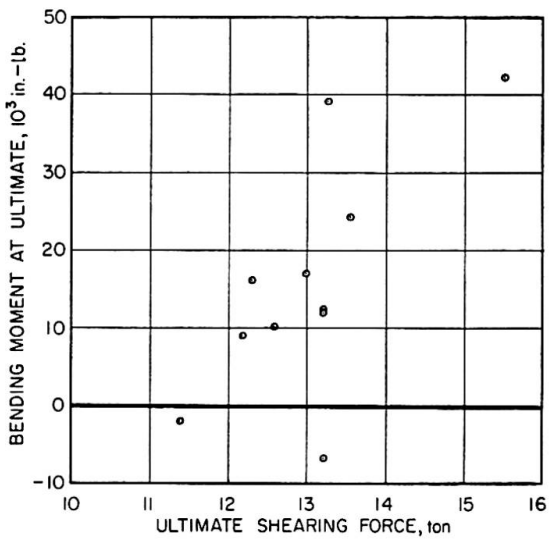


Fig. 6. Relation between the bending moment at the mid-point of the shear span adjacent to the centre support and the shearing force at ultimate.

in rectangular beams often at a considerably lower stress. The design of these beams should not, therefore, be based on a permissible principal tension. This behaviour is due to the influence of flexural stresses and development of flexure cracks from which the final shear failure develops: the origin of the shear failure is thus different. Maximum stress occurs nearer to the tension surface of the beam [4], and principal stress on the centroidal axis cannot serve as a design criterion. Thus the influence of the bending stresses on the capacity of a beam to resist shear is explained, but this is not tantamount to a true and substantial moment-shear interaction.

Acknowledgement

The author would like to acknowledge the work done by his former research students at the University of Manchester: J. W. Armishaw, N. G. Bunni, F. G. Holliday, E. Roberts, and I. E. Zekaria. A part of this report has been made possible by a grant from the National Research Council of Canada.

References

1. J. TAUB and A. M. NEVILLE: "Shear Strength of Reinforced Concrete Beams Loaded Through Framed-In Cross-Beams." 6th Congress IABSE, Preliminary Publication, pp. 77—84.
2. A. M. NEVILLE and J. TAUB: "Resistance to shear of Reinforced Concrete Beams. Part 4: Behaviour of beams with different types of web reinforcement." J. of American Concrete Institute, Nov. 1960, Proc. v. 57, pp. 517—532.
3. H. RÜSCH, F. R. HAUGLI and H. MAYER: «Schubversuche an Stahlbeton-Rechteckbalken mit gleichmäßig verteilter Belastung.» Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 145 (1962).
4. J. G. MACGREGOR: "The Relation Between Design Specifications and the Behaviour of Prestressed Concrete Beams Subjected to Combined Bending and Shear." Engineering Journal (Canada), 1963.

Summary

Factors influencing the shear strength of continuous beams, reinforced or prestressed, are discussed, and it is shown that there is no substantial shear-moment interaction at failure. Tests on reinforced beams with orthogonal web reinforcement are described.

Résumé

On discute les facteurs qui influencent la résistance au cisaillement de poutres continues en béton armé ou précontraint, et on montre qu'il n'y a pas d'interaction importante entre l'effort tranchant et le moment fléchissant à la rupture. On décrit des essais sur des poutres en béton armé avec armatures de cisaillement du type orthogonal.

Zusammenfassung

Die Faktoren, die die Schubfestigkeit kontinuierlicher Balken aus Stahlbeton oder vorgespanntem Beton beeinflussen, werden zur Diskussion gestellt. Es wird gezeigt, daß es beim Bruch keine größere Wechselwirkung zwischen Querkraft und Biegemoment gibt. Versuche an Stahlbetonbalken mit orthogonaler Schubbewehrung werden beschrieben.

IVa 4

Shear Connections for Composite Prestressed Beams

Dispositifs de liaison entre les nervures en béton précontraint préfabriqué et le hourdis coulé sur place, dans les poutres en T composées précontraintes

Schubverbindung bei zusammengesetzten, vorgespannten Balken

R. H. EVANS
C.B.E., D.Sc., D.ès Sc., Ph.D., M.I.C.E., M.I.Mech.E., M.I.Struct.E., University of Leeds

F. K. KONG
Ph.D., M.Sc., B.Sc. (Eng.), Scott & Wilson, Kirkpatrick & Partners, London

Introduction

In the design of composite prestressed concrete beams, when the capacity of the natural bond between the precast and in-situ members is not sufficient to resist the horizontal shear at the contact surface of the two concretes, steel stirrups extending from the precast concrete into the in-situ concrete are often used. It is not definitely known whether the effectiveness of these stirrups is due to their action in directly resisting horizontal shear, or due to their action in indirectly maintaining and increasing the ultimate value of the shear resistance of the contact surface by tying the precast and in-situ members together.

To study the performance of stirrup shear connections, load tests were carried out on composite T-beams with different types of shear connections between the precast prestressed concrete webs and the lightly reinforced in-situ concrete flanges.

Load Tests

Test Beams

Fig. 1 shows the four types of beams tested.

In Type A, the stirrups were designed to tie down the flange, while offering no direct resistance to horizontal shear at the contact surface between flange and web. Direct resistance of the stirrups to horizontal shear was eliminated by wrapping them with ten turns of electrician's insulation tape. The top surface of the web had an exposed-aggregate finish to bond with the in-situ flange. A central strip, 1.75 inch wide, on the top surface was painted with two coats of bitumastic paint, to ensure a primary shear failure at the contact surface.

In Type B, the stirrups which projected into the flange had open tops, and the length in the flange was thinly coated with bitumastic paint to eliminate resistance to vertical separation of the flange from the web.

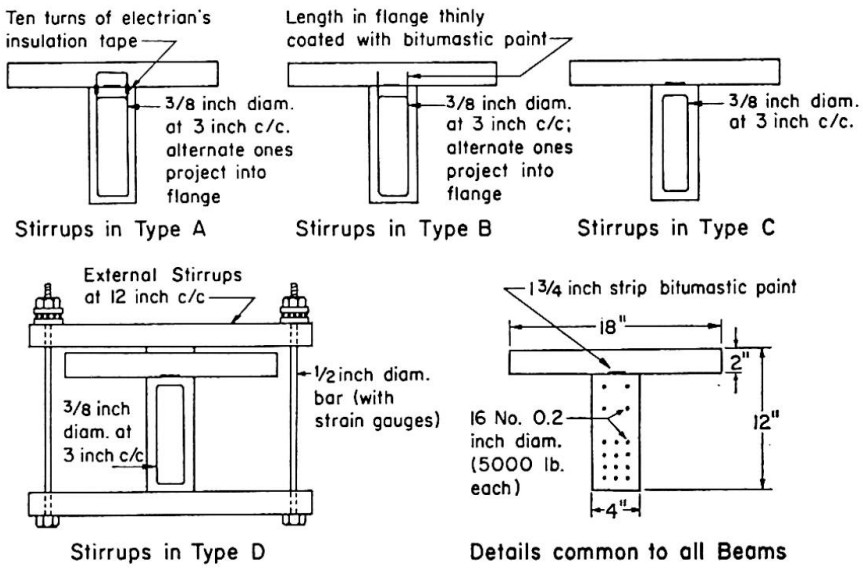


Fig. 1. Details of the four types of test beams (each 10-ft. long overall).

In Type C, natural bond was the only shear connection.

In Type D, external stirrups were used (after the natural bond between the two concretes had been destroyed by loading). The vertical bars of the external stirrups were tensioned by screwing the nuts at their ends until a pressure of 300 lb./sq. in. was achieved at the contact surface between the two concretes. The correct tension was indicated by strain gauges fixed to the vertical bars. Torsional strains in the vertical bars were eliminated by using a thrust ball bearing for each bar.

Instrumentation and Test Procedure

Fig. 2 shows the loading arrangement for Type D beams. The loading arrangement for the other types of beams was the same as that for Type D, except that external stirrups were not used.

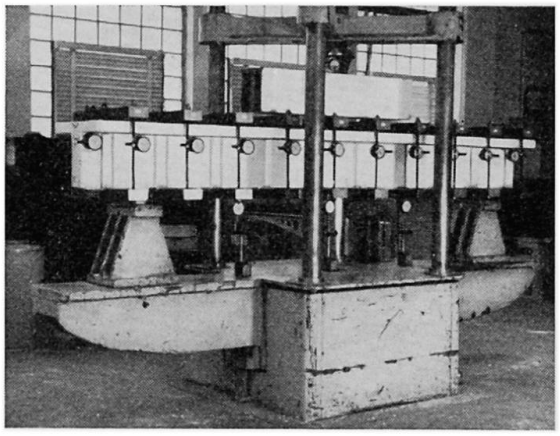


Fig. 2. Loading arrangement for type D beams.

Loads were applied by increments of about $^1/_{20}$ of the ultimate loads. Deflections, strains, crack widths, slip and vertical separation between flange and web were measured for each incremental load.

Test Results

Deflection

Typical deflection curves in Fig. 3 show that, at low loads, the behaviour of all four types of beams was similar, but, at higher loads, deflections and hysterysis effects were least in Type A. For example, the deflection of the Type A beam at $W = 18$ tons was less than that of the Type B beam at $W = 17.4$ tons, and less than that of the Type D beam at $W = 16$ tons.

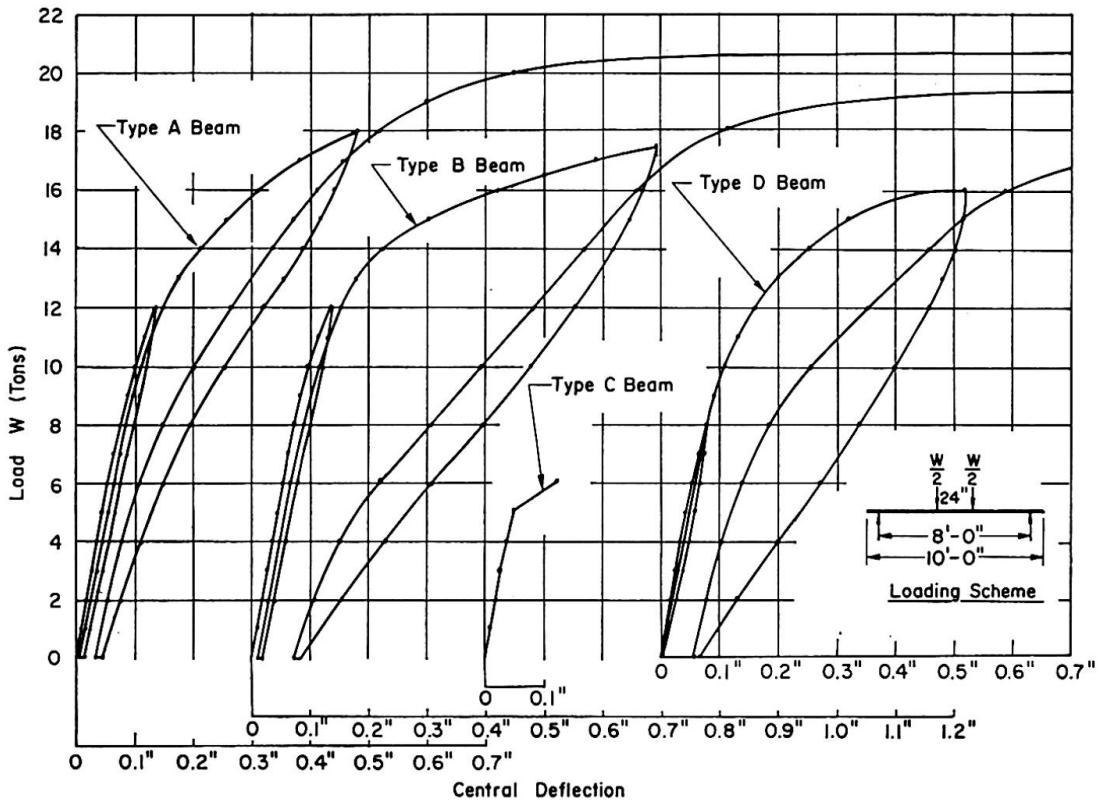


Fig. 3. Load-deflection curves.

Slip Distribution and Development

The general distribution of slip was the same in all four types of beams, i.e. least at mid-span and largest between loading points and supports. For the same loads, slip was least in Type A. The superiority of Type A was very evident at high loads.

Fig. 4 shows typical load-slip curves.

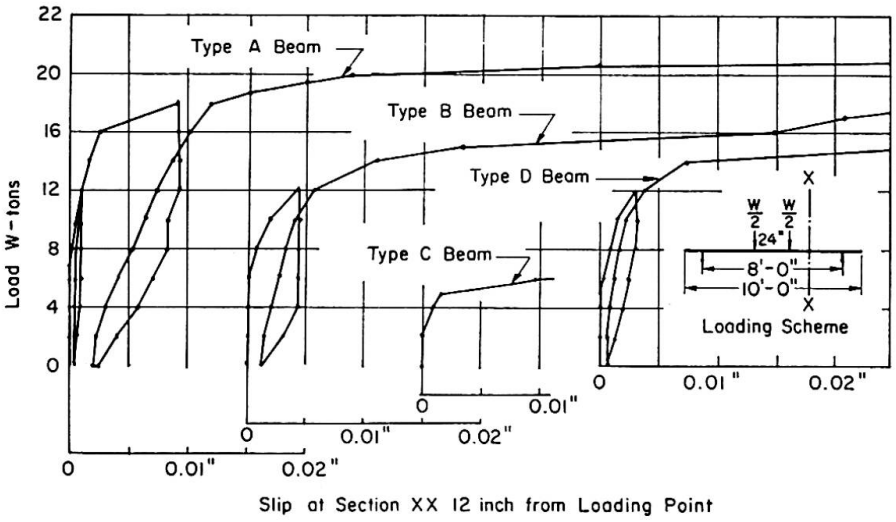


Fig. 4. Load-slip curves.

Vertical Separation between Flange and Web

Vertical separation occurred in every type of beam. Fig. 5 shows that initially such separation was negative, i. e. the flange and web moved towards each other, showing that a small crack had existed between flange and web before loading tests started. Such cracking was probably due to differential shrinkage and creep.

At high loads, vertical separations were all positive and were least significant in Type A.

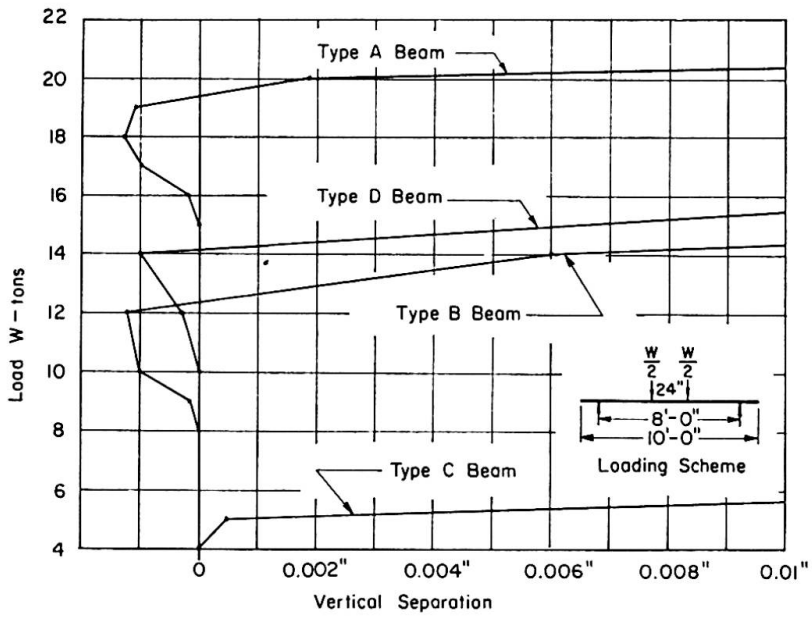


Fig. 5. Vertical separation between flange and web measured at end of beam.

Crack Widths

Fig. 6 shows the average width of the cracks in the region between the loading points. Up to about 14-ton load, there was no appreciable difference in crack widths in the different types of beams. After 16-ton load, the superiority of Type A beams became evident. Referring to Fig. 4, it is seen that at 16-ton load the slip in Types B and D beams was very excessive as compared with slip in Type A beams.

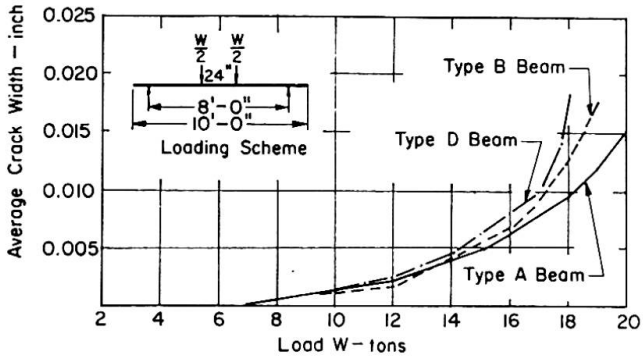


Fig. 6. Average width of cracks between loading points.

Ultimate Strengths

Test results show that, on average, experimental ultimate strengths were 98.1% of theoretical values (assuming full composite action) for Type A beams. The corresponding percentages were 88.6 and 87.2 respectively for those of Type B and Type D. These percentages reflect the degree of composite action achieved, and show that Type A beams were the most satisfactory.

Conclusions

1. Natural bond plus steel stirrups which effectively tie the precast and in-situ members together is an efficient shear connection, even when the stirrups do not offer direct resistance to horizontal shear at the contact surface of the two concretes.
2. Stirrups which offer direct resistance to horizontal shear but do not tie the two members together are inefficient.
3. Where natural bond has been destroyed, appreciable composite action can be achieved again by imposing a normal pressure at the contact surface, i.e. by creating mechanical friction to resist the horizontal shear.
4. Natural bond by itself is not a satisfactory shear connection, even for low stresses, because failure occurs with little warning.

Summary

Load tests were carried out on composite T-beams with the following types of shear connections between the prestressed precast concrete webs and the reinforced in-situ concrete flanges: (A) Stirrups which tied the flange and web together but offered no direct resistance to horizontal shear at the contact surface of the two concretes. (B) Stirrups which offered direct resistance to horizontal shear but did not effectively tie the flange and web together. (C) Natural bond by itself. (D) External stirrups. It was observed that Type A shear connection was the most efficient and reliable type of connection.

Résumé

Des essais en charge ont été effectués sur des poutres en T composées, en utilisant les types suivants des dispositifs de liaison entre les nervures en béton précontraint préfabriqué et le hourdis en béton armé coulé sur place: (A) Des étriers qui liaient le hourdis et les nervures mais n'offraient aucune résistance directe au cisaillement le long de la surface de contact des deux types de béton; (B) Des étriers qui résistaient directement au cisaillement longitudinal mais ne liaient pas efficacement le hourdis et les nervures; (C) Adhérence naturelle seulement; (D) Etriers extérieurs. Il a été constaté que la liaison du type A était le type le plus efficace et sûr de tous les dispositifs essayés.

Zusammenfassung

An Plattenbalken mit vorfabriziertem, vorgespanntem Steg und an Ort hergestellter Platte wurden Belastungsversuche durchgeführt. Steg und Platte wurden dabei folgendermaßen miteinander verbunden: (A) Mit gut verankerten Bügeln, die jedoch an der Kontaktstelle von Steg und Platte keinen direkten Schubwiderstand aufweisen. (B) Mit Bügeln mit direktem Schubwiderstand an der Kontaktstelle, aber mit schlechter Verankerung im Beton der Platte. (C) Nur mit natürlichem Verbund ohne Armierung. (D) Mit außerhalb des Betons angeordneten Bügeln.

Die Versuche zeigten, daß Typ (A) die leistungsfähigste Verbindung von Steg und Platte gewährleistet.

IVa5

Schubsicherheit schwindender Spannbetonbalken

Shear Strength of Prestressed Concrete Beams — Effect of Shrinkage and Temperature

Résistance à l'effort tranchant des poutres en béton précontraint — Influence du retrait et de la température

BÉLA GOSCHY
Dr. Ing., Ungarn

1. Einleitung

In dieser Arbeit wird die Schubsicherung der Spannbetonbalken auf Grund der Schubbruchtheorie untersucht. Der Einfluß von Schwinden und Temperatur auf das Biegebruch- und Schubbruchmoment wird eingehend behandelt.

Die vorliegenden Zusammenhänge lassen die Bedeutung der Hauptbewehrung, Betonfestigkeit, Vorspannungsgrad und Bruchstauchung des Betons auf die Schubsicherheit erkennen.

2. Voraussetzungen

2.1. Die Querschnitte bleiben bis zum Bruch eben. (Die Annahme der ebenbleibenden Querschnitte ist bei kleinen Stahldurchmessern und niedrigen Bewehrungsgraden nach den Versuchsergebnissen von R. WALTHER als richtig zu beurteilen [1].)

2.2. Das Schwindmaß und die Temperaturänderung sind auf die ganze Balkenlänge konstant.

2.3. Die Schubdruckfestigkeit des Betons wird aus der Mohrschen Bruchtheorie bestimmt. Die Bruchbedingung wird mit

$$\frac{1-k}{k}\left(\frac{\sigma_x}{\beta_w}\right)^2 - \frac{1-2k}{k}\frac{\sigma_x}{\beta_w} + \frac{1}{k^2}\left(\frac{\tau_{xy}}{\beta_w}\right)^2 = 1 \tag{1}$$

ausgedrückt [2], wobei:

σ_x = Normalspannung (Schubdruckspannung),
τ_{xy} = Schubspannung,
$\beta_z = \sqrt{\beta_w}$ = Zugfestigkeit,
β_w = Würfelfestigkeit,
$k = \frac{\beta_z}{\beta_w} = \frac{1}{\sqrt{\beta_w}} = \frac{1}{\beta_z}$ = Verhältnis von Zug- zu Druckfestigkeit.

3. Bruchmoment unter Berücksichtigung von Schwinden

Bei der Berechnung des Bruchmomentes des vorgespannten rechteckigen Querschnitts mit normalen Bewehrungsverhältnissen ($\mu < \mu_{0,2}$) kann das Versagen der Betondruckzone vorausgesetzt werden.

Das Schwinden, als eine Begleiterscheinung des Erhärtungsvorganges des Betons, ist durch eine zeitabhängige plastische Formänderung gekennzeichnet, die zur Überlagerung der inneren Kräfte und Spannungsverluste im Vorspannstahl führt. Bei der Berechnung der Schwindkräfte hat man bekanntlich eine statisch unbestimmte Aufgabe zu lösen und aus diesem Grunde zur Verträglichkeit der Formänderungen zu greifen.

Da die Nullinie der Spannungen und der Formänderungen bei Biegung mit Schwinden nicht zusammen fallen (Fig. 1a), werden die Verformungsgesetze umformuliert.

Die gesamte Schwindverkürzung (Endschwindmaß) der Betonkörper ϵ_s [3] wird im Bruchzustand zwischen Stahl und Beton nach dem Gesetz

$$\epsilon_s = \epsilon_{es} + \epsilon_{bs} \tag{2}$$

verteilt, worin

ϵ_{es} = Verkürzung des Stahls,

ϵ_{bs} = plastische Verformung in der Spannstahlhöhe aus der Verlängerung und Verdrehung der Betondruckzone.

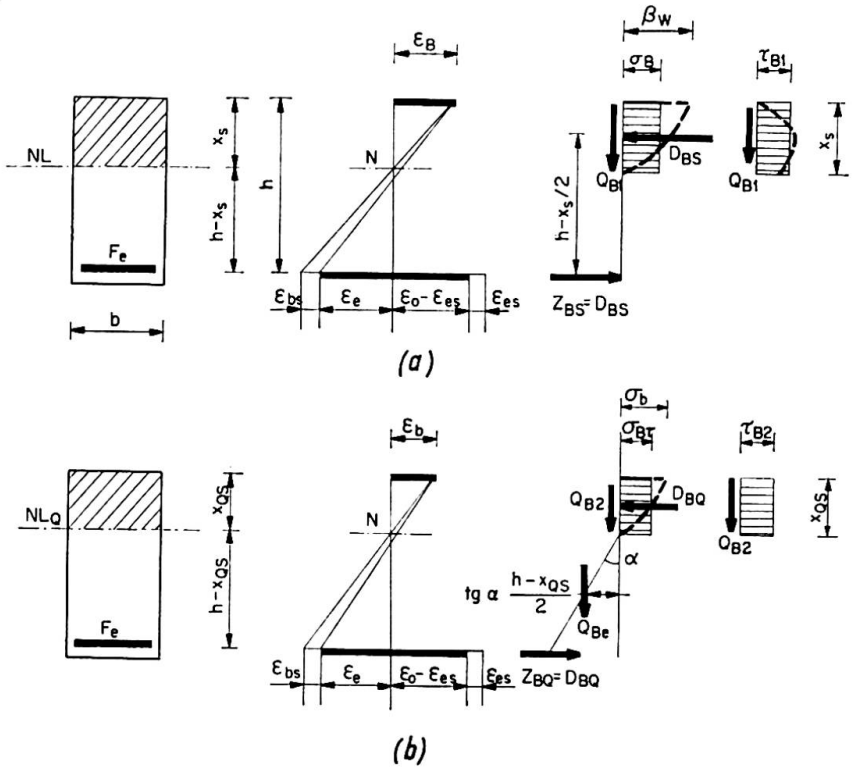


Fig. 1.

Die plastischen Schwindverformungen vergrößern die Durchbiegung des Balkens. Die Verkrümmung infolge Schwindens beträgt:

$$\frac{1}{\rho_s} = \frac{\epsilon_B + \epsilon_e + \epsilon_s - \epsilon_{es}}{h} = \frac{\epsilon_B + \epsilon_e' + \epsilon_s}{h} > \frac{1}{\rho} = \frac{\epsilon_B + \epsilon_e}{h} \tag{3}$$

(ϵ_B = Bruchstauchung des Betons, ϵ_e = Stahldehnung).

Die Lage der Spannungsnullinie kann aus dem Gleichsetzen der Druck- und Zugkraft aus

$$\frac{\sigma_B}{\mu}\frac{x_s}{h} = \sigma_0 + \sigma_e \tag{4}$$

und aus der Verformungsbedingung

$$k_s = \frac{x_s}{h} = \frac{\epsilon_B}{\epsilon_B + \epsilon_e' + \epsilon_s} \tag{5}$$

ermittelt werden mit den Bezeichnungen:

σ_B = durchschnittliche Bruchspannung des Betons,
σ_0 = Ausgangsspannung, Spannbettspannung,
σ_e = $f(\epsilon_e')$ zusätzliche Stahlspannung beim Versagen der Druckzone,
μ = Bewehrungsgrad.

Bei reiner Biegung ($Q = 0$) mit Schwinden wird das Bruchmoment aus

$$M_{su} = \sigma_B b h^2 k_s \left(1 - \frac{k_s}{2}\right) \tag{6}$$

gerechnet.

4. Bruchmoment unter Berücksichtigung von Temperaturänderung

Die zusätzliche Stahlverformung aus den gleichmäßigen Temperaturänderungen wird

$$\epsilon_t = \pm \alpha_t t \tag{7}$$

mit α_t als Temperaturdehnungsziffer (gleich groß für Beton und Stahl) und t als Temperaturunterschied gegenüber der Herstellungstemperatur des vorgespannten Balkens: positiv bei Erwärmung, negativ bei Abkühlung.

Besteht ein Temperaturunterschied der beiden Betonrandfasern, so setzt man den Temperaturunterschiedswert in der Höhe des Spannstahls in Gleichung (7) ein.

Der Nullinienabstand kann aus

$$k_t = \frac{x_t}{h} = \frac{\epsilon_B}{\epsilon_B + \epsilon_e} \tag{8}$$

und
$$\frac{\sigma_B}{\mu}\frac{x_t}{h} = \sigma_0 \pm \sigma_t + \sigma_e \tag{9}$$

bestimmt werden, wo $\sigma_t = f(\epsilon_t)$ bezeichnet.

Die Temperaturänderung führt dementsprechend zu einer Vergrößerung bzw. Verminderung des Bruchmomentes.

5. Schubbruchmoment unter Berücksichtigung von Schwinden

Die Tragfähigkeit des gleichzeitig auf Biegung und Schub beanspruchten Balkens wird mit dem Schubbruchmoment (Fig. 1b)

$$M_{Qu} = \sigma_{B\tau}\, b\, h^2 k_x \left(1 - \frac{k_x}{2}\right) + M_{B\ddot{u}} = M'_{su} + M_{B\ddot{u}} \tag{10}$$

ausgedrückt, worin die Bezeichnungen:

$\sigma_{B\tau}$ = Schubdruckspannung,

$M_{B\ddot{u}} = Q_{ue}\dfrac{h - x_{QS}}{2}\operatorname{tg}\alpha$ = Momentenanteil der Bügel bzw. Schubbewehrung,

$k_x = \dfrac{x_{QS}}{h}$ = Verhältniszahl des Nullinienabstandes,

α = Neigung der schrägen Bruchlinie zur Lotrechten.

Aus der vorausgesetzten parabolischen Spannungsverteilung in der Betondruckzone folgt, daß die Druckzone auch im Bruchzustande fähig ist, eine Querkraft aufzunehmen. Die Größe dieser Querkraft beträgt

$$Q_{B1} = b\int_0^{x_s} \tau_{xy}\, dx = \tau_{B1}\, b\, x_s. \tag{11}$$

Um weitere Schubkräfte in die Druckzone einzuleiten, müssen die Normalspannungen nach dem Gesetz des Bruchkriteriums (1) vermindert werden.

Der Verlauf der gerechneten Spannungen ist in Fig. 2 dargestellt. Es ist zu beachten, daß mit der Abminderung der Druckspannungen die Schubspannungen bis zu einem Maximalwert τ_{B2} wachsen, und von hier ab verkleinern sie sich. Um die beste Ausnutzung der Druckzone zu sichern, werden wir nur den steigenden Anteil der σ-τ-Kurve in Betracht nehmen und diese Strecke mit der Geraden

$$\sigma_{B\tau} = \varphi\,\sigma_B = \left(1 - C_3\frac{\tau_B - \tau_{B1}}{\tau_{B2} - \tau_{B1}}\right)\sigma_B \leqq \varphi_0\,\sigma_B = (1 - C_3)\,\sigma_B \tag{12}$$

annähern.

Die Schubspannungen sind mit

$$\tau_{B0} = \sqrt{\beta_w}, \quad \tau_{B1} = C_1\sqrt{\beta_w} \quad \text{und} \quad \tau_{B2} = C_2\sqrt{\beta_w}$$

angegeben. Die Beiwerte C_1, C_2 und C_3 für verschiedene Betongüten sind aus der Tafel I ersichtlich.

Tafel I

Beiwert	B 300	B 450	B 600
C_1	1,48	1,72	1,87
C_2	2,00	2,24	2,34
C_3	0,35	0,40	0,45

Die Nullinienlage wird aus der Gleichgewichts- und Verformungsbedingung bestimmt nach der üblichen Annahme der ebenbleibenden Querschnitte.

Mit $\sigma_{B\tau} = \varphi\,\sigma_B$; $\epsilon_b = \left(\frac{\sigma_{B\tau}}{\sigma_B}\right)^2 \epsilon_B = \varphi^2 \epsilon_B$ und $k_x = \frac{x_{QS}}{h} = \frac{\varphi^2 \epsilon_B}{\varphi^2 \epsilon_B + \epsilon_e' + \epsilon_s}$

wird die Gleichgewichtsbedingung

$$\frac{\varphi\,\sigma_B}{\mu} = (\sigma_0 + \sigma_e')\left(1 + \frac{\epsilon_e' + \epsilon_s}{\varphi^2 \epsilon_B}\right). \tag{13}$$

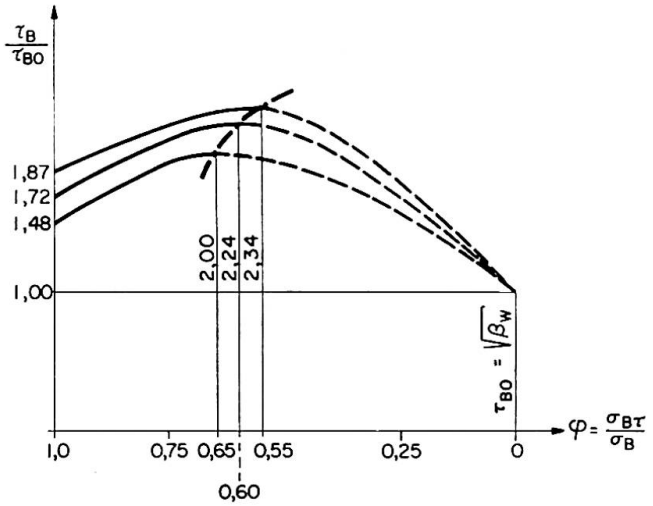


Fig. 2.

Für Temperaturänderung setzt man noch den Summanden $\pm\,\sigma_t$ in Gl. (13) ein.

Bei der Berechnung der Schubsicherheit untersuchen wir lediglich vier Fälle:

Fall I: $\tau_B = \frac{\nu\,Q_a}{b\,x_s} = \frac{Q_u}{b\,x_s} \leqq \tau_{B1}$

(ν = Sicherheitsbeiwert, Q_a = äußere Querkraft.) Die Querkraft wird durch die Biegedruckzone allein aufgenommen, ohne daß eine Schubbewehrung benötigt wird.

Fall II: $\tau_B = \dfrac{Q_u}{b\,x_s} > \tau_{B1}$ und $\tau_B = \dfrac{Q_u}{b\,h} \leqq \tau_{B1}$,

$$M_{Qu} = M_{su} + Q_u \frac{h}{2}(1-k_s)^2 \operatorname{tg}\alpha \tag{14}$$

mit

$$Q_u = Q_{ub} + Q_{ue} = Q_u k_s + Q_u (1-k_s). \tag{15}$$

Fall III: $\tau_{B2} \geqq \tau_B = \dfrac{Q_u}{b\,h} > \tau_{B1}$,

$$M_{Qu} = \varphi \sigma_B\, b\, h^2 k_x \left(1 - \frac{k_x}{2}\right) + Q_u \frac{h}{2}(1-k_x)^2 \operatorname{tg}\alpha. \tag{16}$$

Fall IV: $\tau_B = \dfrac{Q_u}{b\,h} > \tau_{B2}$,

$$M_{Qu} = \varphi_0 \sigma_B\, b\, h^2 k_x \left(1 - \frac{k_x}{2}\right) + (Q_0 - \tau_{B2}\, b\, h\, k_x)(1-k_x)\frac{h}{2}\operatorname{tg}\alpha. \tag{17}$$

Die Bemessung der Schubbewehrung wird mit den folgenden Formeln durchgeführt:

$$\text{für Vertikalbügel} \quad F_{eQ} = \frac{Q_{ue}}{\sigma_F}, \tag{18}$$

$$\text{für } 45^\circ \text{ Schrägbügel} \quad F_{eQ} = \frac{Q_{ue}}{\sigma_F}\frac{\sin\alpha}{\cos\gamma} \tag{19}$$

($\gamma = \alpha - 45^\circ$; σ_F = Fließgrenze der Schubbewehrung.)

Für gekrümmte Spannglieder wird die lotrechte Spannkraftkomponente aus Qu abgezogen.

Die mittlere Neigung der schrägen Bruchlinie zur Lotrechten kann in der Praxis mit dem bekannten Näherungsverfahren von Rausch [4]

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{Q_a}{Z_I} = \frac{Q_e}{Z_{Ie}} = \frac{Q_a(1-k_x)}{Z_{Ie}} > 1 \tag{20}$$

berechnet werden, wo $Z_I = -\dfrac{V_n}{2} + \dfrac{1}{2}\sqrt{V_n^2 + 4\,Q_a^2}$

die Hauptzugkraft und $V_n = F_e(\sigma_0 - \sigma_s \pm \sigma_t)$

die Normalkraft aus der Vorspannung + Schwinden + Temperaturänderung bedeutet.

Bei reinem Schub ($M = 0$) kann der Beton in der Aufnahme der Querkraft nicht mitwirken, infolgedessen muß die ganze Querkraft auf eine Länge von »$h \operatorname{tg}\alpha$» durch die Schubbewehrung (volle Schubsicherung) aufgenommen werden.

Der Einfluß des Schwindens auf das Biege- bzw. Schubbruchmoment kann aus der Tafel II beurteilt werden.

Tafel II

Nr.	Betongüte	B 300 ($\varphi_0 = 0{,}65$)			B 450 ($\varphi_0 = 0{,}60$)			B 600 ($\varphi_0 = 0{,}55$)		
		μ (%)								
	Verhältnis	0,5	0,4	0,3	0,5	0,4	0,3	0,5	0,4	0,3
1	M_{su}/M_u	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99
2	M'_{su}/M_u	0,67	0,67	0,66	0,62	0,61	0,60	0,56	0,56	0,55
3	M'_{su}/M'_u	0,99	0,98	0,98	0,98	0,96	0,95	0,94	0,94	0,93

Bezeichnungen:
M_{su}/M_u = Bruchmoment + Schwinden / Bruchmoment,
M'_{su}/M_u = Schubbruchmoment + Schwinden / Bruchmoment,
M'_{su}/M'_u = Schubbruchmoment + Schwinden / Schubbruchmoment.

6. Schlußfolgerungen

6.1. Die Schubfestigkeit des Spannbetonquerschnitts ist durch das Schwinden vermindert. Die Temperaturänderung hat bei Erwärmung einen günstigen, bei der Abkühlung einen ungünstigen Einfluß auf die Schubfestigkeit.

6.2. Die Verminderung des Schubbruchmomentes infolge Schwindens beträgt 1 bis 7%. Der Verminderungsgrad sinkt bei hohen Betongüten und niedrigen Bewehrungsprozenten (Tafel II).

6.3. Die Betondruckzone kann im Bruchzustand bei voller Ausnutzung der Schubdruckspannung erhebliche Querkräfte aufnehmen, ohne Schubbewehrung zu verwenden. Plattenbalken (T-Querschnitte) sind aus diesem Grund besonders vorteilhaft.

6.4. Bei zusammengesetzter Beanspruchung ($M + Q$) kann man die «teilweise Schubsicherung» nach dem Traglastverfahren verwirklichen; bei reinem Schub ($M = 0$) dagegen muß der Spannbalken mit «voller Schubsicherung» bemessen werden.

6.5. Die Schublänge $(h - x_{QS}) \operatorname{tg} \alpha$ verkürzt sich infolge Schwindens; die Bügel müssen dementsprechend verdichtet werden. Die Abminderung der Schublänge ist aber unbedeutend.

Schrifttum

1. R. Walther: «Über die Berechnung der Schubfestigkeit von Stahl- und Spannbetonbalken. Schubbruchtheorie.» Beton u. Stahlbetonbau 11. 1962.
2. B. Goschy: «Bruchsicherheitsnachweis der Spannbetonbalken.» IV. Kongreß der F.I.P. Rom-Neapel 1962.
3. F. Leonhardt: «Spannbeton für die Praxis.» 2. Aufl., Berlin 1962. Verlag W. Ernst & Sohn.
4. E. Rausch: «Drillung, Schub und Scheren im Stahlbetonbau.» Deutscher Ing.-Verlag, Düsseldorf, 1953.

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Einfluß von Schwinden und Temperatur auf den Schubbruch der Spannbetonbalken untersucht. Es wurde gezeigt, daß die Schubfestigkeit und die Schublänge durch das Schwinden unbedeutend vermindert werden. Die gleichmäßige Temperaturveränderung hat bei der Erwärmung einen günstigen, bei der Abkühlung einen ungünstigen Einfluß auf die Schubfestigkeit.

Summary

An investigation has been carried out on the effect of shrinkage and of temperature on the ultimate shear strength of prestressed concrete beams. It has been shown that both shear strength and shear span are only slightly affected by shrinkage. Shear strength increases with increase of temperature and decreases with decrease of temperature.

Résumé

Des recherches on été consacrées à l'étude de l'effet du retrait et de la température sur la rupture par cisaillement des poutres en béton précontraint. On a montré que la résistance au cisaillement et la longueur affectée par le cisaillement ne sont que faiblement réduites par le retrait. La variation uniforme de la température a, pour un réchauffement, un effet favorable, et pour un refroidissement, un effet défavorable sur la résistance au cisaillement.