

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 7 (1964)

Rubrik: IIIa: Curved-bridges and skew-bridges

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

III a 1

Zur Einspannwirkung der Lagerung bei schiefen Brücken

The Fixed-end Restraint Due to Skew Bridge Supports

Sur l'encastrement dû aux appuis de ponts biais

FRITZ RESINGER

Dipl.-Ing., Dr. techn., Hochschuldozent, Technische Hochschule Graz

1. Einleitung und Festlegung der Voraussetzungen für die systematische Untersuchung

Durch die schiefe Lagerung von Brücken entstehen infolge der lotrechten Belastung neben den Durchbiegungen auch Verdrehungen des Tragwerks um dessen Längsachse. Diese geometrisch bedingte Koppelung von Biegung und Torsion ergibt eine elastische Einspannung der Brückenenden und damit eine Abminderung der Feldbiegemomente, allerdings bei gleichzeitigem Auftreten von Torsionsmomenten. Der Grad dieser Einspannung wird für eine gegebene Belastung abhängen: Vom Winkel zwischen der Auflagerlinie und der Brückenlängsachse, vom Verhältnis der Biege- zur Torsionssteifigkeit des Tragwerkes sowie vom Verhältnis der in Brückenlängsrichtung gemessenen Auflager Spannweite a zwischen spitzem und stumpfem Winkel zur Feldspannweite l zwischen den Auflagern in den stumpfen Winkeln. In der vorliegenden Arbeit wird der Einfluß dieser Faktoren am schiefen Einfeld- sowie am Zweifeldbalken für charakteristische Lastfälle systematisch untersucht. Dabei wird vorausgesetzt, daß die vorhandenen Längen- und Breitenverhältnisse der Brücke noch die statische Auffassung des Systems als schiefgelagerten Stab erlauben [1], [2], [3]; der Querschnitt im Feldteil l (vgl. Fig. 1) konstant und symmetrisch, in den spitzen Endteilen a nach einem einfachen Gesetz verläuft; die Auflagerlinien der beiden Widerlager bzw. des Pfeilers parallel sind; Einleitungsprobleme vernachlässigt werden dürfen und die Torsionsbetrachtung ohne Berücksichtigung von Wölbeinflüssen erfolgen kann.

2. Ermittlung der statisch unbestimmten Einspannmomente

Der für den einfach statisch unbestimmten schiefen Einfeldbalken gewählte Gleichgewichtszustand $X_1 = 1$ mit den zugehörigen Biegemomenten M'_B und Torsionsmomenten M'_T wurde in Fig. 1 dargestellt. Der Gleichgewichtszustand für «gleichmäßig verteilte Vollast» und «Einzellast in Brückenmitte» wurde nach Fig. 2 so gewählt, daß am Grundsystem die Ein-

spannbiegemomente an der Übergangsstelle zwischen Feldteil und spitzem Endteil verschwinden. Analog sind für den schiefen Zweifeldbalken unter «gleichmäßig verteilter Vollast» der aus Symmetriegründen nur zweifach statisch unbestimmt wird, die Gleichgewichtszustände $X_1 = 1$ und $X_2 = 1$

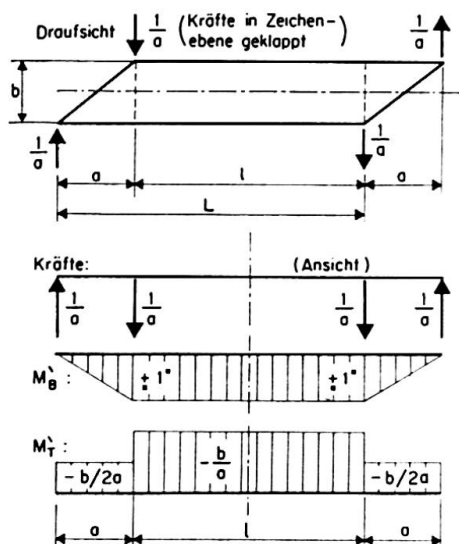


Fig. 1. Zustand $X_1 = 1$ am schiefen Einfeldbalken.

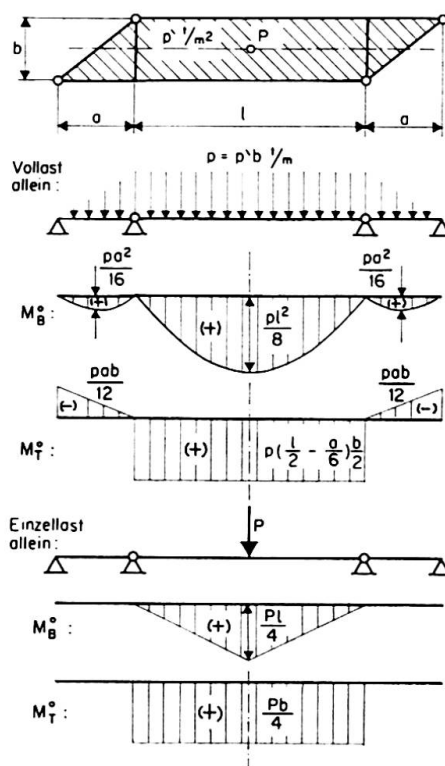


Fig. 2. Zustände infolge Vollast und infolge Einzellast in Brückenmitte am Grundsystem.

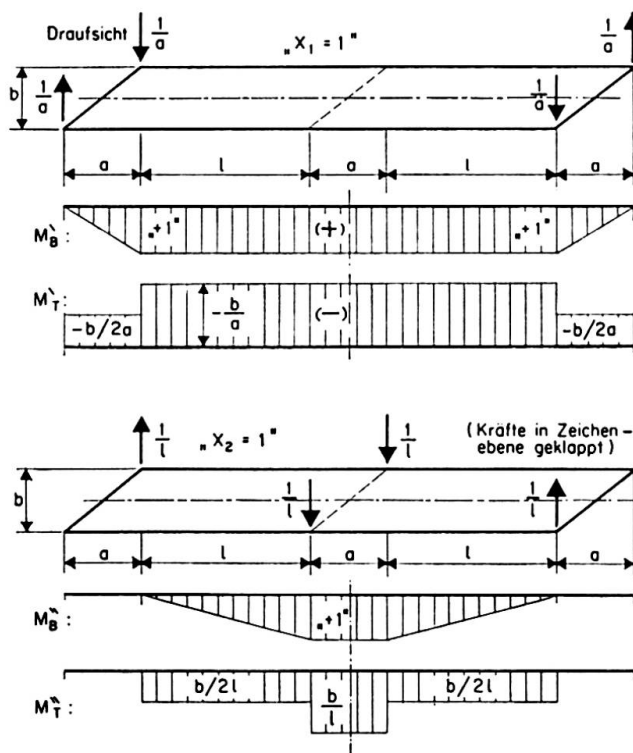


Fig. 3. Zustände $X_1 = 1$ und $X_2 = 1$ am schiefen Zweifeldbalken.

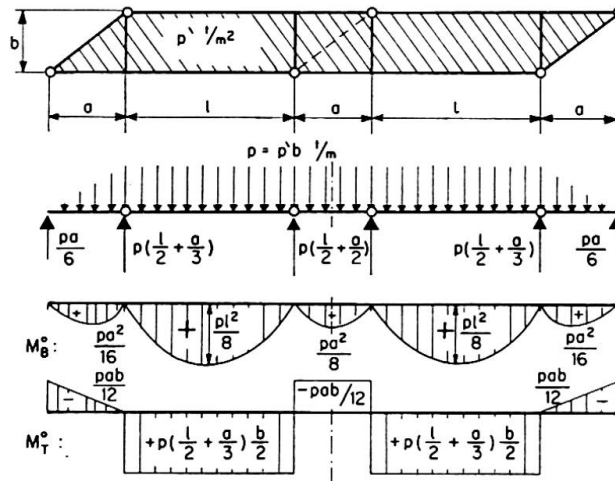


Fig. 4. Vollastzustand am Grundsystem des Zweifeldbalkens.

nach Fig. 3 und der Belastungszustand am Grundsystem nach Fig. 4 angenommen. Mit den aus der bekannten Überlagerung der entsprechenden Momentenlinien ermittelten Formänderungswerten

$$\delta_{ik} = \sum \int M_{Bi} M_{Bk} \frac{ds}{EI_B} + \sum \int M_{Ti} M_{Tk} \frac{ds}{GI_T}$$

ergeben sich die Bedingungsgleichungen für die unbekannten X -Werte:

$$\left. \begin{aligned} X_1 \delta_{11} + \delta_{10} &= 0 && \text{für den Einfeldbalken und} \\ X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + \delta_{10} &= 0 \\ X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} + \delta_{20} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{für den Zweifeldbalken.}$$

Zur Vereinfachung der Darstellung der δ_{ik} -Werte ermitteln wir (mit dem beliebigen Festwert I_{BC})

$$\bar{\delta}_{ik} = \delta_{ik} \frac{EI_{BC}}{l}$$

und führen als Abkürzungen die charakteristischen dimensionslosen Systemkennwerte

$$\alpha = \frac{a}{l} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{EI_B b^2}{GI_T a^2}$$

ein, wobei α das Verhältnis der Auflager- zur Feldspannweite und β das mit dem Auflagerwinkel gekoppelte Verhältnis der Biege- zur Torsionssteifigkeit ausdrücken. Berücksichtigt man noch den Verlauf des Querschnitts in den spitzen Endteilen beim Biegeanteil annähernd durch den Mittelwert $I_{BC}/I_B = 1,5$ und beim Torsionsanteil mit $I_{TC}/I_T = 2,0$, wobei der Zeiger C sich auf den Wert des konstanten Mittelteiles bezieht, so erhalten wir aus der Überlagerung der Momentenbilder 1 und 2

$$\begin{aligned}\delta_{11} &= (1 + \alpha)(1 + \beta), \\ \delta_{10} &= \frac{pl^2}{12} [(1 + \alpha^3) - \alpha\beta(1 + \alpha)(3 - \alpha)] \quad \text{für Vollast,} \\ \delta'_{10} &= \frac{Pl}{8} [1 - 2\alpha\beta] \quad \text{für Einzellast}\end{aligned}$$

und damit die Einspannmomente am Einfeldbalken:

für Vollast

$$M_1 = X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = \frac{pl^2}{12} f_1(\alpha, \beta),$$

für Einzellast in Brückenmitte

$$M_1 = X_1 = -\frac{\delta'_{10}}{\delta_{11}} = \frac{Pl}{8} f_2(\alpha, \beta).$$

Analog ergeben sich aus der Überlagerung der Momentenverteilungen nach den Fig. 3 und 4 die Formänderungswerte für den Zweifeldbalken:

$$\begin{aligned}\delta_{11} &= 2(1 + \alpha)(1 + \beta), \\ \delta_{12} &= \delta_{21} = (1 + \alpha)(1 - \alpha\beta), \\ \delta_{22} &= \frac{2}{3} + \alpha + \alpha^2\beta(\frac{1}{2} + \alpha), \\ \delta_{10} &= \frac{pl^2}{12} 2[1 + \alpha^3 - \alpha\beta(1 + \alpha)(3 - \alpha)], \\ \delta_{20} &= \frac{pl^2}{12} [1 + \alpha^3 + \alpha^2\beta(1 + \alpha)(3 - \alpha)]\end{aligned}$$

und damit die interessierenden Einspannmomente M_1 am stumpfen Eck des Widerlagers und M_2 an den Pfeilerlagern:

$$\begin{aligned}M_1 &= X_1 = \frac{pl^2}{12} f_3(\alpha, \beta), \\ M_2 &= X_1 + X_2 = \frac{pl^2}{12} f_4(\alpha, \beta).\end{aligned}$$

An diesen Ergebnissen fällt zunächst auf, daß die gesuchten Einspannmomente außer den Absolutwerten der Belastung und der Feldspannweite nur mehr von den beiden dimensionslosen Systemkennwerten α und β abhängen. Daher können die Ergebnisse in ebenen Diagrammen dargestellt werden, wie dies in den Fig. 5, 6 und 7 geschehen ist.

Zur Wahl der Bereichsweite der beiden Kennwerte in den Diagrammen sei kurz folgendes bemerkt:

Die untere Grenze von $\alpha = 0$ wurde nur für Interpolationszwecke dargestellt, da für $\alpha = 0$ der Wert β unendlich wird und damit nur ein Punkt dieser

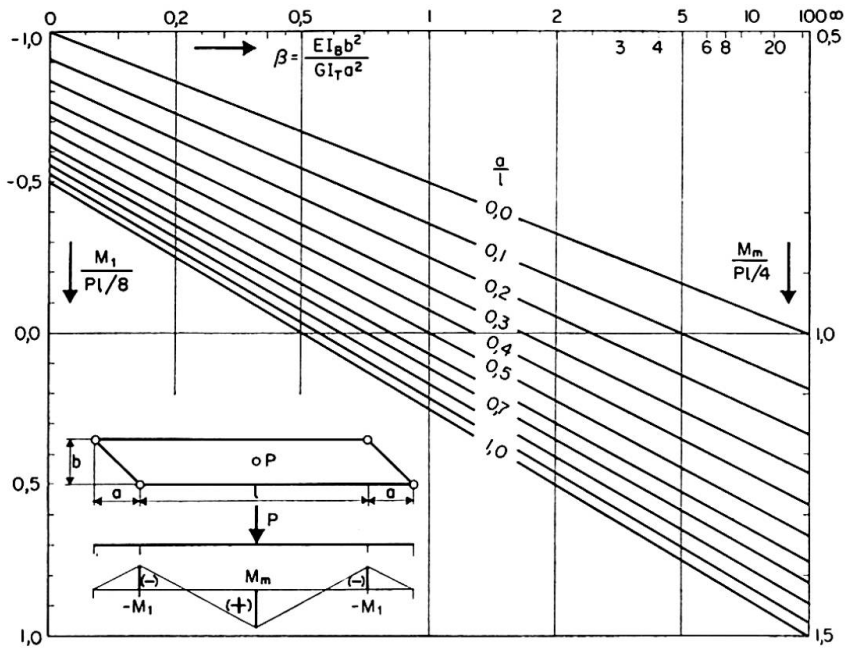


Fig. 5. Einspann- und Feldmomente infolge Einzellast in Brückenmitte am schiefen Einfeldbalken.

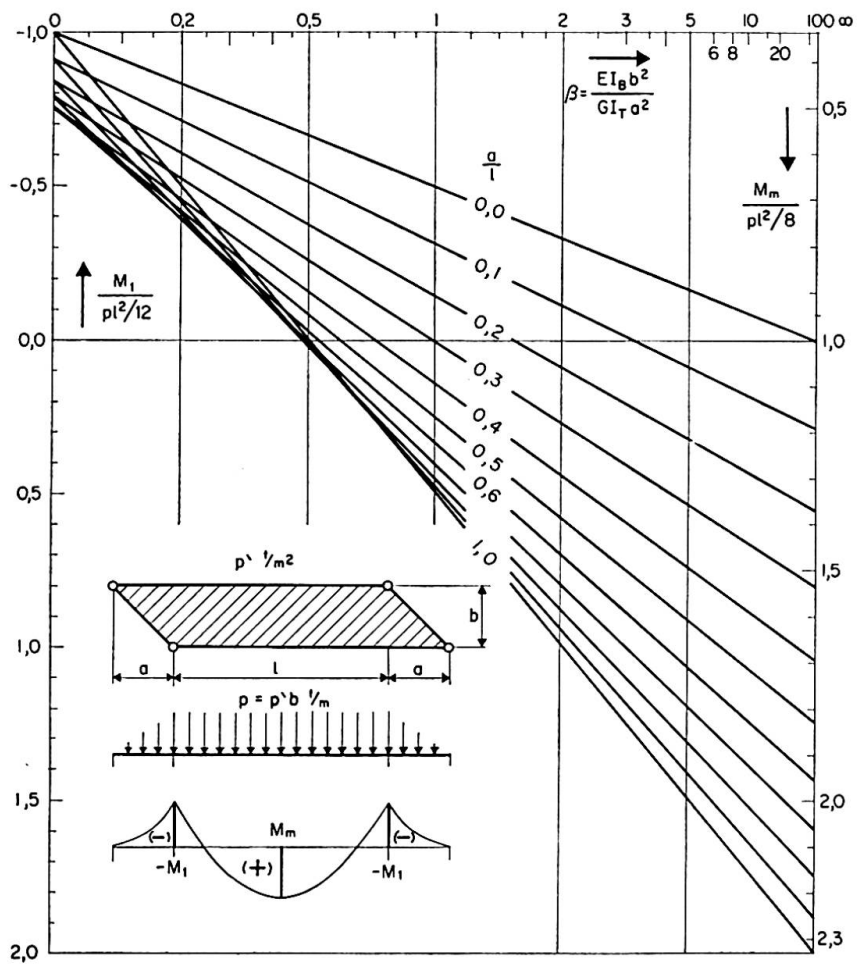


Fig. 6. Einspann- und Feldmomente infolge Vollast am Einfeldbalken.

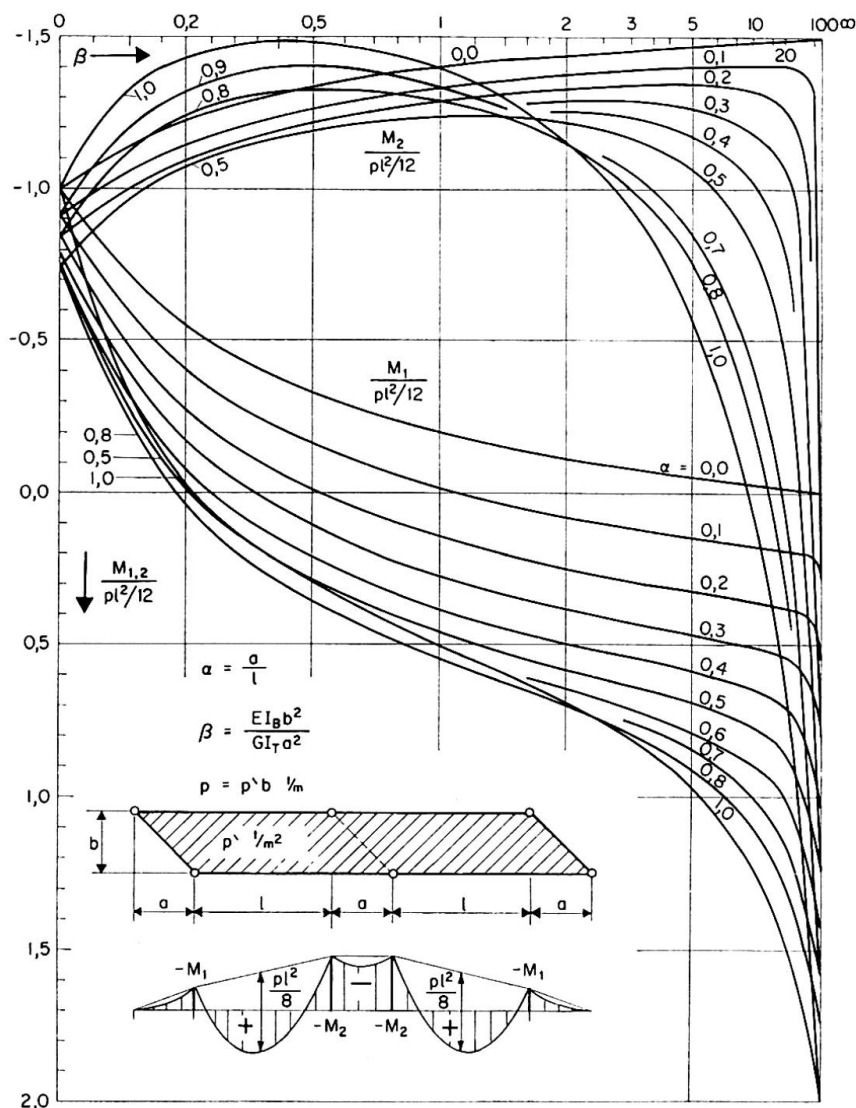


Fig. 7. Stützmomente infolge Vollast am schiefen Zweifeldbalken.

Kurve sinnvoll ist (gerade Brücke). An der oberen Grenze der dargestellten α -Werte ($\alpha = 1$) ist wegen des Überganges vom Stab zum Flächentragwerk (Stabauffassung des Systems verliert seine Berechtigung) keine allzu große Genauigkeit der Ergebnisse zu erwarten.

Der β -Wert kann wegen der vorkommenden Auflagerwinkel zwischen null und unendlich liegen, obwohl das Verhältnis I_B/I_T für eine Reihe von ausgeführten Brückenkastenquerschnitten in dem Bereich zwischen 0,5 und 4 ermittelt wurde. Der ganze Bereich war also nur mit einer nichtlinearen Skala darstellbar. Es bot sich an, den Wert $\frac{\beta}{1+\beta}$ linear aufzutragen, da sich hierfür die Ergebnisse am Einfeldbalken als Gerade darstellen lassen (Fig. 5 und 6). Dieselbe Teilung wurde dann auch für den Zweifeldbalken (Fig. 7) beibehalten, da sich für den hauptsächlich interessierenden Bereich zwischen 0 und 20 noch gute Ablesegenauigkeit ergab.

3. Betrachtung und Anwendung der Ergebnisse, Vergleich mit den Biegemomenten des geraden Balkens

Die obere Grenze der Einspannung ist verständlicherweise gegeben durch das Volleinspannmoment ($-Pl/8$, $-pl^2/12$). Mit sinkender Torsionssteifigkeit des Tragwerkes bei sonst gleichbleibenden Verhältnissen fällt auch das negative Einspannmoment, bis es sogar in den positiven Bereich wechselt. Die verschiedenen Tendenzen bei Änderung der Brückenbreite, des Auflagerwinkels, der Steifigkeitsverhältnisse usw. sind durch die entsprechende Änderung der Kennwerte α und β aus den Diagrammen eindeutig zu erkennen.

Der Fall des schiefen Zweifeldbalkens unter gleichmäßig verteilter Belastung nur in einem schiefen Feld kann mit Hilfe entsprechender Lastzerlegung (halbe gleichmäßig verteilte Last in beiden Feldern und halbe in den beiden Feldern gegengleich wirkende Last, die aus Antimetrie Gründen dem Einfeldbalken unter Vollast entspricht) aus den ermittelten Ergebnissen am Ein- und Zweifeldbalken (Fig. 6 und 7) superponiert werden.

Für den Vergleich der Ergebnisse der Feldmomente mit denen am geraden Balken haben wir als Stützweite des geraden Tragwerkes $L = l + a = l(1 + a/l)$ einzusetzen (vgl. Fig. 1). Es ergeben sich infolge einer Einzellast in Brückenmitte also die $(1 + a/l)$ -fachen Werte von $Pl/4$ und für die Vollast die $(1 + a/l)^2$ -fachen Werte von $pl^2/8$. Der letztere Faktor ergibt sich auch beim Stützmoment des geraden Zweifeldbalkens unter Vollast. Ein Vergleich mit den Ergebnissen am schiefen Balken (Fig. 5, 6 und 7) zeigt deutlich die Wirksamkeit der schiefen Lagerung, sobald das Tragwerk entsprechende Torsionssteifigkeit besitzt. Es ergeben sich zum Beispiel für ein Brückentragwerk mit einem Auflagerwinkel von 45° , $a = 6$ m, $b = 6$ m, $l = 30$ m und $E I_B / G I_T = 2,0$ und daher $\alpha = 0,2$ und $\beta = 2,0$ infolge einer Einzellast in Brückenmitte (nach Fig. 5) $M_m = 0,975 Pl/4$ und infolge Vollast (nach Fig. 6) $M_m = 1,05 pl^2/8$, während sich die entsprechenden Werte am geraden Balken der Stützweite $L = 36$ m zu $1,2 Pl/4$, bzw. $1,44 pl^2/8$, also 23% bzw. 37% höher ergeben.

Schrifttumshinweise

1. F. WANSLEBEN: Beitrag zur Berechnung schiefer drillsteifer Brücken. Stahlbau 24 (1955), H. 10.
2. G. HOELAND: Der Kräfteverlauf in schiefen Hohlkästen. Stahlbau 29 (1960), H. 3.
3. F. RESINGER und H. EGGER: Die Kummerbrücke, ein interessantes Kastenverbundsystem. Bauingenieur 35 (1960), H. 6.

Zusammenfassung

Die Einspannwirkung der schiefen Lagerung von torsionssteifen Brücken wird für charakteristische Lastfälle systematisch untersucht und in Dia-

grammen in Abhängigkeit von zwei dimensionslosen Systemkennwerten dargestellt. Diese Systemkennwerte sind bestimmt durch den Auflagerwinkel, das Verhältnis der Biege- zur Torsionssteifigkeit des Tragwerks und das Verhältnis der Auflager- zur Feldspannweite.

Summary

The fixed-end restraint arising from the skew supports of torsionally rigid bridges is studied systematically for given characteristic imposed loads; the results are presented, in the form of diagrams, in relation to two dimensionless parameters characterising the system. The value of these parameters is determined by the skew angle, the ratio of the flexural and torsional rigidities and the ratio of the distance of the supports to the width of the span.

Résumé

Pour les ponts rigides à la torsion, l'encastrement dû à des appuis biais est étudié systématiquement pour des surcharges caractéristiques déterminées; les résultats sont présentés sous forme de diagrammes en fonction de 2 paramètres caractérisant le système. La valeur de ces paramètres est déterminée par l'angle du biais, le rapport des rigidités flexionnelle et torsionnelle et celui de la distance des appuis à la portée.

IIIa2

Schiefe und gekrümmte Hohlkasten in Theorie und Versuch

Skew and Curved Box-girders, Theory and Research

Poutres-caissons biaises et courbes selon la théorie et dans les essais

G. HUTTER

Dr. Ing., München, Deutsche Bundesbahn

Ähnlich wie die Straße ist die Eisenbahn in bebautem Gelände gezwungen, in Anpassung an eine zügige Linienführung bei beliebigen Kreuzungswinkeln und kleinster Bauhöhe ohne sperrende Gerüste Brücken zu erstellen, die elegant und trotzdem wirtschaftlich sind. Eine Lösung bieten die geschweißten Hohlkasten, mit denen der Stahlbau der Vielgestaltigkeit des Spannbetons Gleichwertiges an die Seite stellen kann.

Die Deutsche Bundesbahn hat die Hohlkasten wegen ihrer Torsionssteifigkeit besonders auch bei schiefen Ausführungen in der Geraden und in der Kurve vorteilhaft verwendet. Zum Vergleich von Theorie und Versuch wird im folgenden an Querschnitten von drei Brücken dieser Bauweise gezeigt, wie sich gerechnete und gemessene Spannungen zueinander verhalten. Die drei Bauwerke sind schief; sie unterscheiden sich aber in konstruktiver Hinsicht und in ihrer Lagerung.

Zu der Versuchsdurchführung ist zu sagen, daß die Dehnungen in den meisten Meßpunkten zur Erhöhung der Meßgenauigkeit in 4 um jeweils 45° gedrehten Richtungen ermittelt wurden, um daraus die Hauptspannungen nach Größe und Richtung zusammen mit den Schubspannungen ableiten zu können. Dadurch, daß die Messungen nur auf *einer* Seite der Wände durchgeführt sind, werden die Verbiegungserscheinungen nicht ausgeschaltet. Viele Versuche an senkrechten und schrägen Hohlkasten haben zumeist eine gute Übereinstimmung mit der Theorie ergeben, wobei die gemessenen Werte zwischen 90 und 100% der gerechneten lagen.

Fall 1. Hohlkasten nur mit Endscheiben

Die hier behandelte Konstruktion der eingleisigen *Holzbachbrücke* mit Schotterbett (Fig. 1a) stellt einen Grenzfall insofern dar, als der zweizellige Hohlkasten von 22,0 m Stützweite nur schräge Endquerscheiben hat. Der in Feldmitte eingebaute leichte Querträger ist mit dem oberen und unteren Deckblech nicht verbunden. Die theoretische Untersuchung des einfach statisch unbestimmten torsionssteifen Hohlkastens wurde nach WANSLEBEN [1]

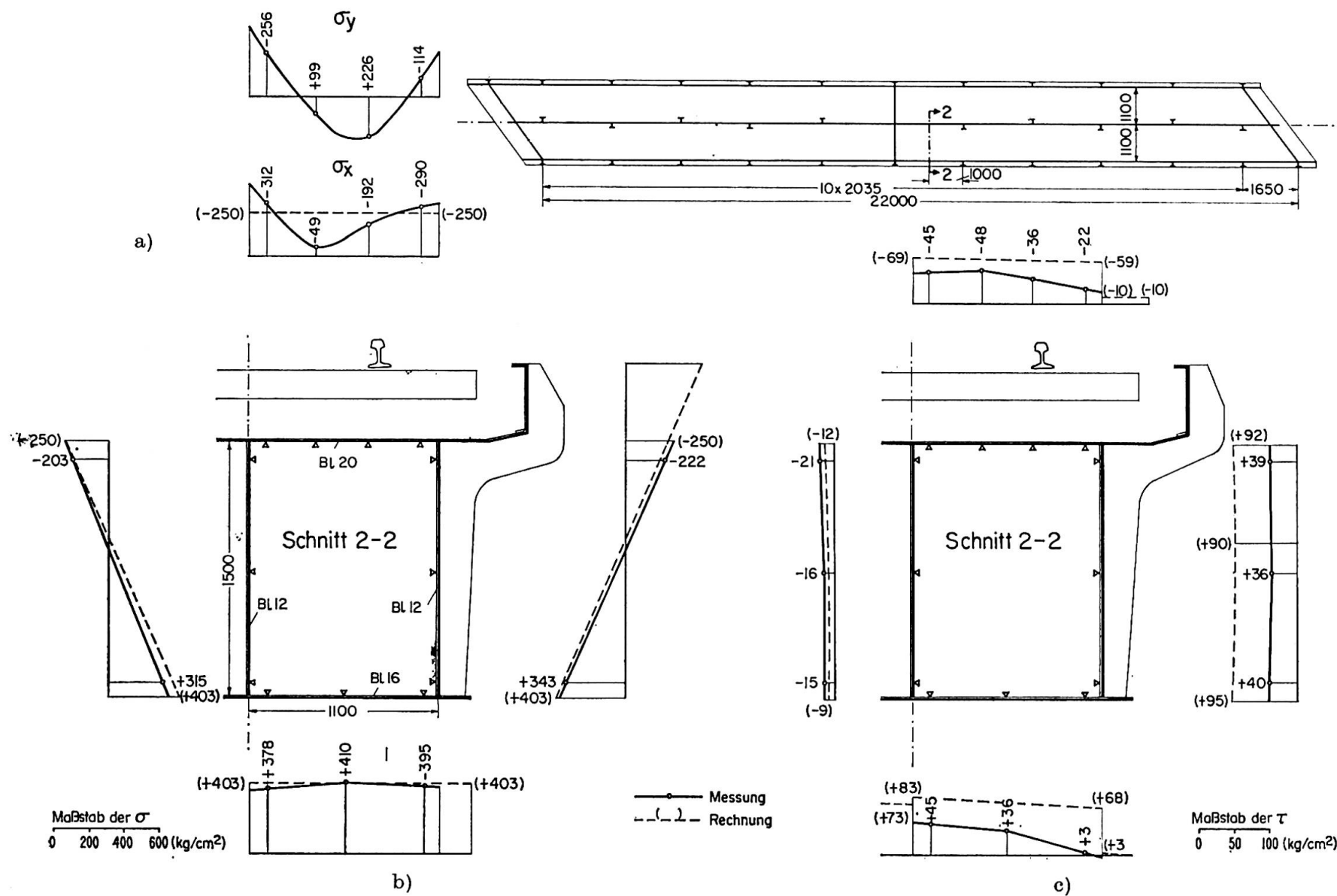


Fig. 1. a) Grundriß. b) Spannungen σ_x . c) Schubspannungen τ_x .

durchgeführt. Trotz des Fehlens von Querscheiben im Feld wird eine gleichmäßige Belastung der 3 Hauptträger angenommen, da die Schwellen in ähnlicher Weise verteilend wirken.

Von den untersuchten 3 Schnitten ist in Fig. 1b und 1c Schnitt 2, der 1,035 m außerhalb der Mitte liegt, bei vollbelasteter Öffnung mit seinen gemessenen und gerechneten Spannungswerten dargestellt. Im Schnitt ergaben sich ein rechnerisches Biegemoment $M_B = 332 \text{ tm}$, eine Querkraft $Q = -13,6 \text{ t}$ und ein Torsionsmoment $M_D = 82,7 \text{ tm}$. Unter Berücksichtigung der Schotterbettabschlüsse, die in der Festigkeitsberechnung vernachlässigt sind, zeigt sich im unteren Deckblech und in den Stegen eine gute Übereinstimmung von Versuch und Theorie für die Spannungen σ_x . Das obere Deckblech wird infolge der unmittelbaren Auflast aus den Schwellen durchgebogen, wobei zum Vergleich noch die quergerichteten Spannungen σ_y angegeben sind. In einem nicht dargestellten Schnitt, der unter einer durch eine Achse belasteten Schwelle liegt, konnte aus diesem Spannungsbild über die daraus abgeleiteten lotrechten Drücke die Schwellenlast zu rund $1/2$ der Achslast ermittelt werden, eine Folge der elastischen Nachgiebigkeit der Schwellen im Schotterbett, die die Achslasten auf mehrere Schwellen verteilt.

Fig. 1c enthält die Summe der Schubspannungen aus Querkraft und Torsionsmoment: $\tau_x = Q S / I t + M_D / 2 F_R t$. Bei Schnitt 2 und den anderen beiden untersuchten Schnitten zeigte sich, daß die gemessenen Werte im äußeren Stegblech und in den beiden Deckblechen, den Teilen mit Torsionsschubspannungen, gegenüber der Rechnung etwa um den halben Wert der Torsionsschubspannungen differieren, im äußeren Steg z. B. um $+90 - 37 = +53 \text{ kg/cm}^2$ bei $\tau_{Tors} = +104 \text{ kg/cm}^2$.

Die Versuche ergaben im äußeren Steg eine starke Divergenz zwischen den gemessenen Schubspannungen und den Rechnungswerten. Die Ursache liegt zum Teil in der Nichterfüllung der gemachten Voraussetzungen für die Lasteinleitung in die drei Hauptträgerstege und zum anderen Teil darin, daß die Anordnung von schrägen Endscheiben allein eine teilweise Umlagerung der für den unverformbaren Rechteckquerschnitt rechnerisch ermittelten Torsionsmomente in Biegemomente erzwingt. Daraus erklärt sich auch, daß die gemessenen Biegespannungen teilweise größer sind als die gerechneten.

Fall 2. Hohlkasten mit schrägen Querscheiben

Es handelt sich hier um die Unterführung der *Bornstraße* in Dortmund, bestehend aus 5 eingleisigen Überbauten mit Schotterbett, die als schräge Durchlaufträger mit $2 \times 17,425 \text{ m}$ Stützweite und einzelner Mittelstütze (Fig. 2a) ausgebildet sind. Die schrägen Querscheiben liegen im Abstand von 1,935 m. Der Hohlkasten ist als torsionssteifes 2fach statisch unbestimmtes Gebilde berechnet.

Als interessant sind die Ergebnisse in den 3 Meßschnitten 31, 32 und 33 (Fig. 2b) an der Mittelstütze für Vollbelastung beider Öffnungen aufgetragen. Die Schnitte sind in 37 cm Abstand gelegt, um den Spannungsverlauf im Gebiet der Einleitung der großen Stützenkraft genauer darstellen zu können. Fig. 2c zeigt die gemessenen Schubspannungen τ_x in den 3 Schnitten. Die Symmetrie zur Mitte ist gewahrt. Die Auflagerkraft wird über die mittlere Querscheibe in die beiden Stegbleche eingeleitet. Das untere Deckblech ist am Schubfluß anders beteiligt als die übliche Theorie erwarten läßt.

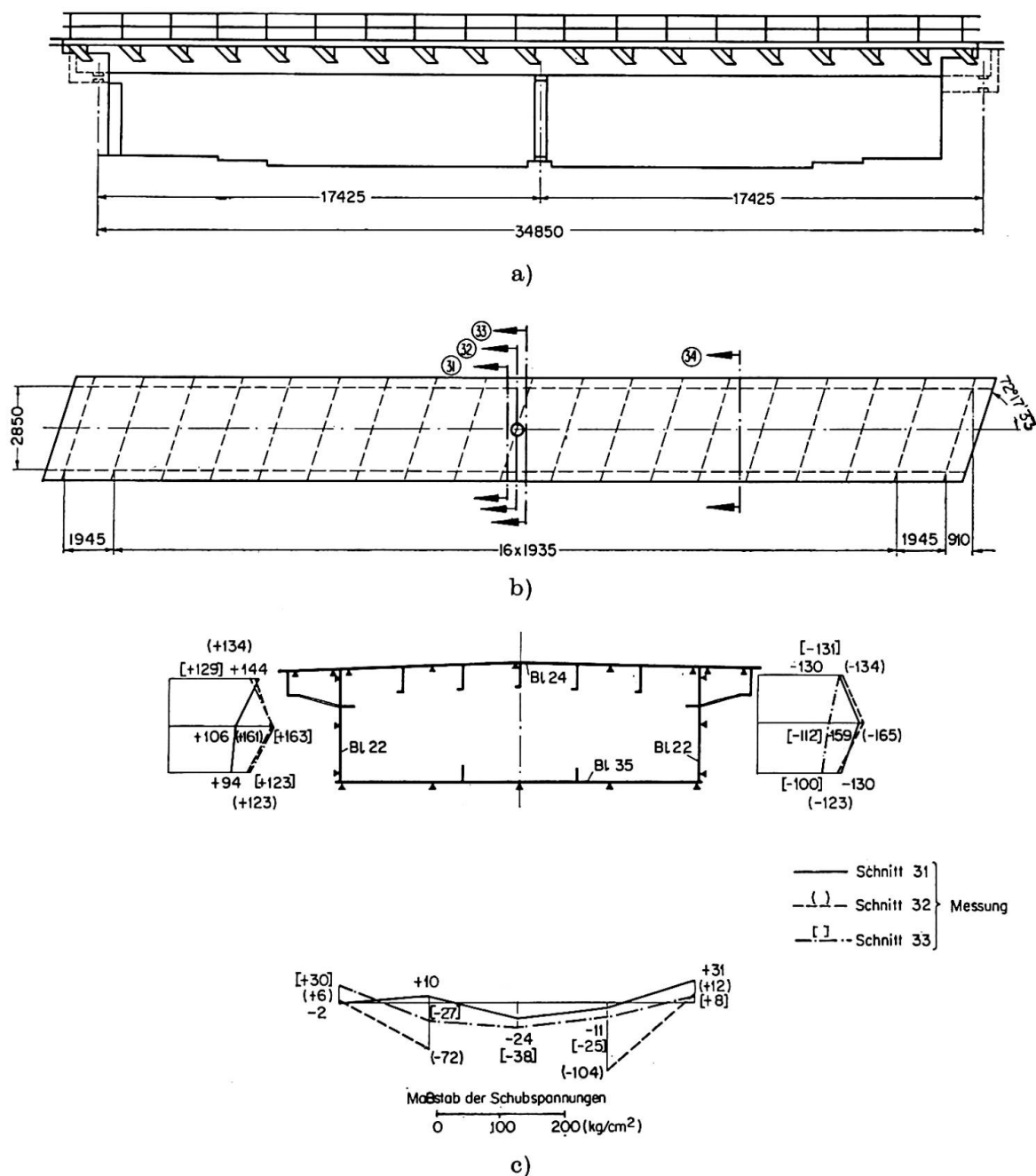
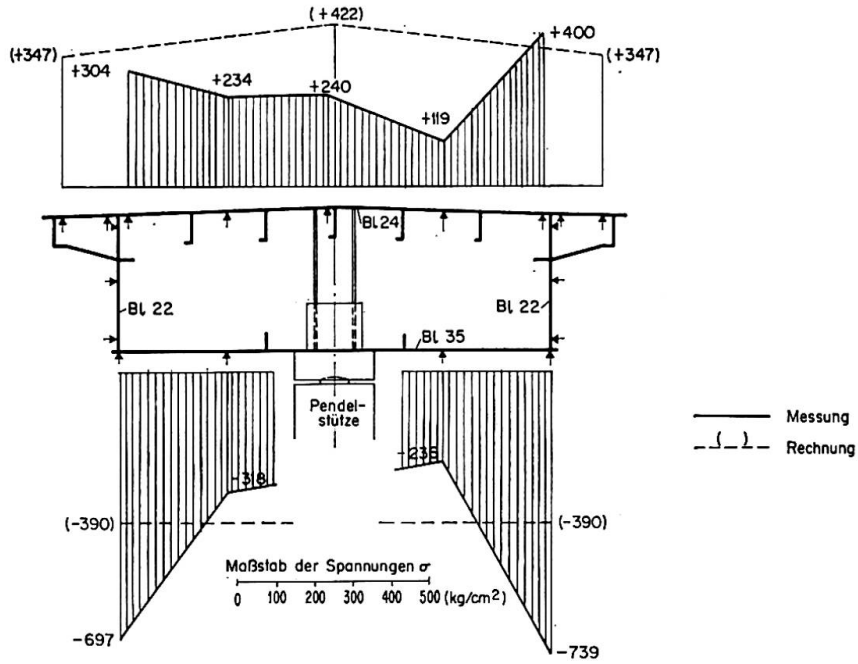
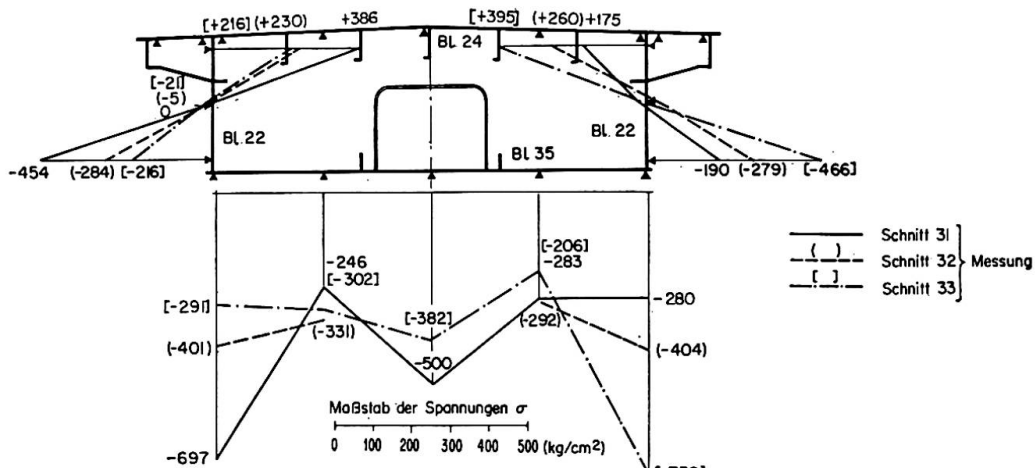


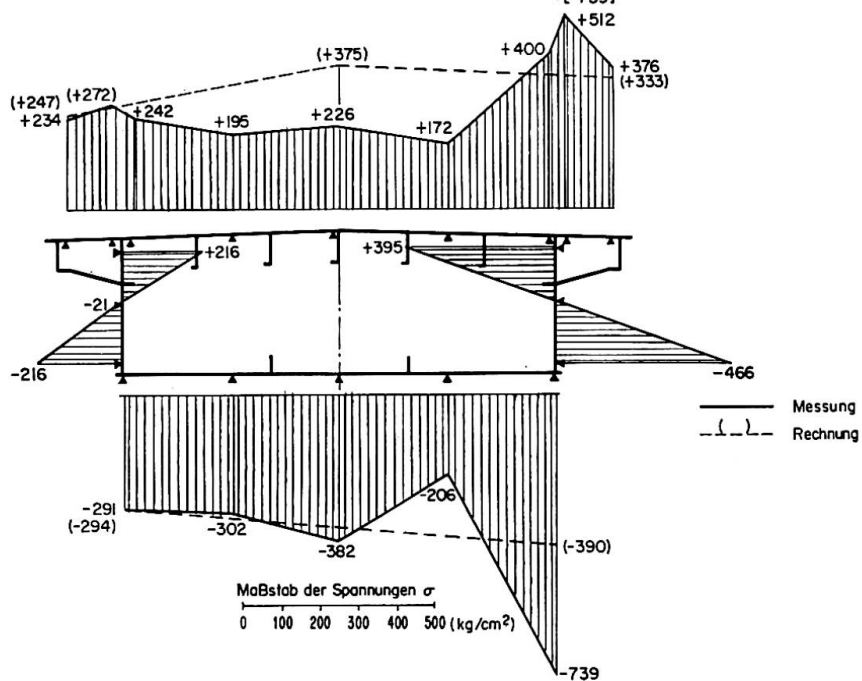
Fig. 2. a) Ansicht. b) Grundriß. c) Schubspannungen τ_x in den Schnitten 31, 32, 33. d) Spannungen σ_x im Schrägschnitt an der Stütze. e) Spannungen σ_x . f) Spannungen σ_x im Schnitt 33.



d)



e)



f)

Die gemessenen Spannungen σ_x zeigen im Schrägschnitt an der Stütze (Fig. 2d) gegenüber den rechnerischen Werten bei voller Mitwirkung der Deckbleche große Spannungsspitzen an den Rändern und einen Abfall gegen die Mitte zu. Diese Erscheinung der Spannungserhöhung ist der Verminderung der mitwirkenden Plattenbreite an den Einleitstellen von Einzellasten zuzuschreiben, eine Erscheinung, die METZER [2] und CHWALLA [3] bereits eingehend theoretisch untersucht haben. Die Spannungsspitze hat als Größtwert -739 kg/cm^2 gegenüber -390 kg/cm^2 nach der Rechnung. Die Spitze wird rasch abgebaut, wie Fig. 2f zeigt; bei 74 cm Abstand sind Messung und Rechnung etwa gleich groß, z. B. an der linken Seite des unteren Flachblechs -291 kg/cm^2 der Messung gegen -294 kg/cm^2 der Rechnung. Die Symmetrie nach beiden Seiten zeigt Fig. 2e, ein Beweis dafür, daß die Meßwerte richtig sind, wenn auch durch das Messen auf der Außenseite allein Verbiegungen, die den Spannungsverlauf stören, nicht ausgeschaltet werden. Damit kann man auch die größeren Abweichungen zwischen dem unteren Meßpunkt im rechten Stegblech mit -466 kg/cm^2 gegenüber dem Randwert im Bodenblech mit -739 kg/cm^2 erklären.

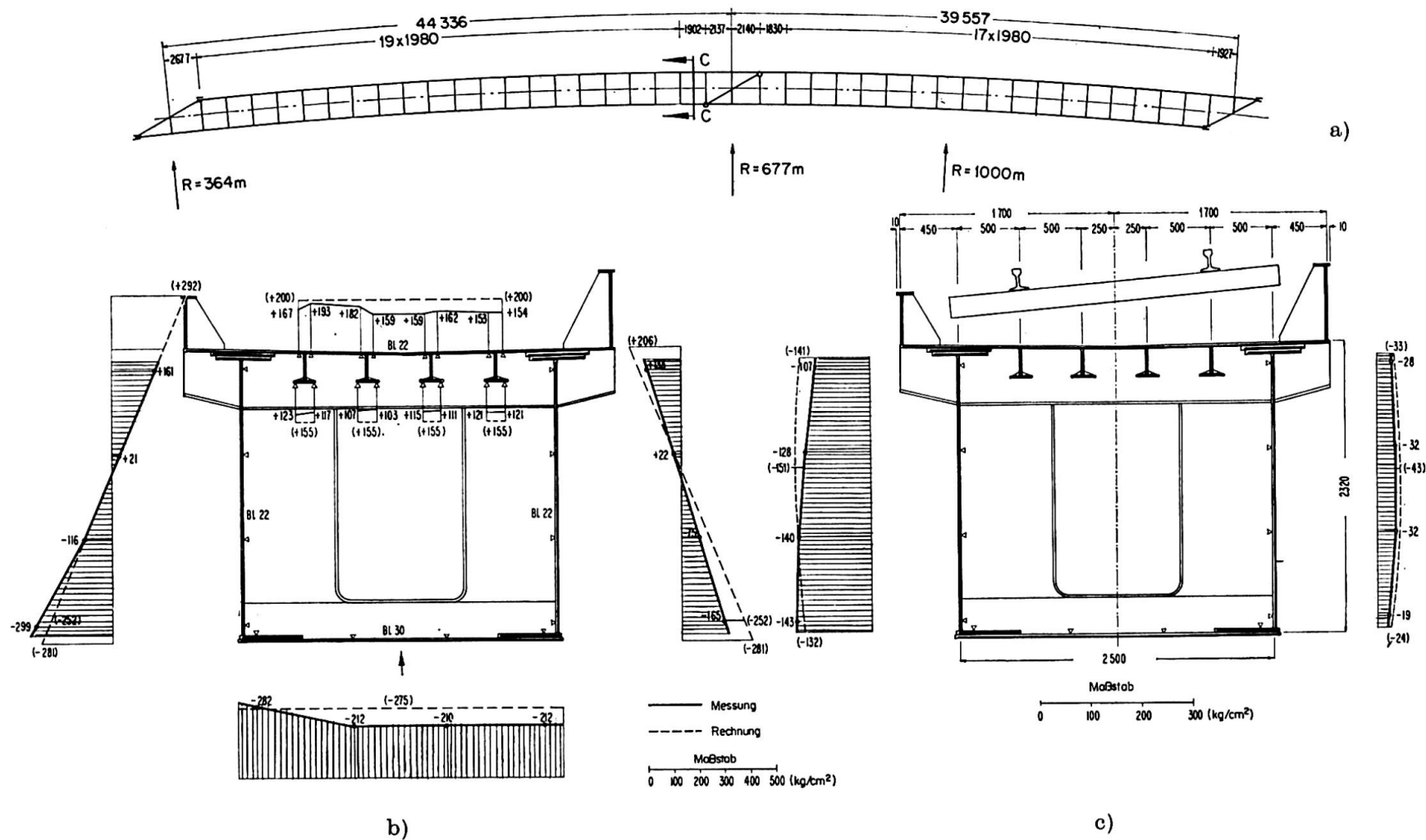
Fall 3. Gekrümmter Hohlkasten mit senkrechten Querscheiben

Zur Erläuterung für diese Bauart werden die Ergebnisse der Versuche an der Unterführung der *Stresemannstraße* in Hamburg [4] in einem Schnitt dargestellt. Das Bauwerk ist wieder eingleisig, hat ein Schotterbett und läuft über zwei Felder mit Stützweiten von $44,336 \text{ m} + 39,557 \text{ m}$ durch (Fig. 3a). Die Widerlager und der Pfeiler und damit die Lager stehen schräg zur Brückenachse. Bis auf die schrägen Querscheiben über den Lagern sind die Querschotte senkrecht angeordnet. Der horizontale Krümmungsradius nimmt von 364 m bis auf 1000 m zu.

Die Brücke als torsionssteifer Ringträger ist 3fach statisch unbestimmt gerechnet. Die Untersuchungen haben gezeigt, daß die Krümmung zur Ermittlung der Biegemomente nicht berücksichtigt werden muß und Torsionsmomente erzeugt, die sich direkt aus den Biegemomenten ableiten lassen. Der Querschnitt ist praktisch wölbfrei, so daß keine Wölbkrafttorsion auftritt (nach WANSLEBEN [5]). Die Endscheiben sind so weich ausgebildet, daß eine Verwölbung möglich ist. Die Störung am Mittelaufleger klingt rasch ab.

Der Kasten wurde so vorverformt, daß die beiden Lager jeder Unterstützung unter Eigenlast gleichmäßig belastet sind.

Von den verschiedenen untersuchten Schnitten wird nur der senkrechte Schnitt $C-C$ in der Feldmitte neben der Mittelstütze gezeigt mit den Normalspannungen σ_x parallel zur Brückenlängsachse (Fig. 3b) und den Schubspannungen τ_x (Fig. 3c). Als Belastung dienten 2 schwere Lok der Baureihe 44, die in den beiden Feldern so aufgestellt wurden, daß Größtwerte von Biege-



moment und Querkraft entstanden. Die Kraftgrößen daraus waren: $M_B = -804 \text{ tm}$, $M_D = 152 \text{ tm}$, $Q = -92,4 \text{ t}$. Trotz der ungünstigen Voraussetzungen infolge der Schräge und Krümmung stimmen Versuch und Theorie brauchbar überein. In der Berechnung ist das rechte, höhere Schotterbettabschlußblech gleich dem linken, niedrigeren angesetzt, da eine volle Mitwirkung bei der geringen Aussteifung nicht möglich ist. Die gemessenen Normalspannungen (Fig. 3b) sind etwas kleiner als die theoretischen. Die Unterschiede sind teils auf die nicht ganz zutreffenden theoretischen Annahmen, teils auf die entlastende Wirkung der Lagerreibungskräfte zurückzuführen. Wie im Fall 2 zeichnet sich auch hier wieder die Spannungsspitze in der linken Seite des Bodenblechs ab als Folge der Einzelkrafteinleitung am Pfeiler mit der zwangsläufigen Verkleinerung der mittragenden Deckblechbreite.

Die Schubspannungen τ_x in Fig. 3c sind die Summenwerte aus Querkraft und Torsion. Die Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung in Größe und Verlauf ist gut.

Literaturverzeichnis

1. F. WANSLEBEN: «Beitrag zur Berechnung schiefer drillsteifer Brücken.» Stahlbau 1955, Heft 10, S. 224.
2. W. METZER: «Die mittragende Breite.» Luftfahrtforschung 1929, 4. Bd., Heft 1, S. 1 bis 21.
3. E. CHWALLA: «Die Formeln zur Berechnung der ‚voll mittragenden Breite‘ dünner Gurt- und Rippenplatten.» Stahlbau 1936, Heft 10, S. 73 bis 78.
4. K. REIMERS: «Gekrümmte Hohlkastenbrücke über die Stresemannstraße in Hamburg.» Stahlbau 1962, Heft 4, S. 122 u. f.
5. F. WANSLEBEN: «Die Theorie der Drillfestigkeit von Stahlbauteilen.» Stahlbau-Verlag (Heft 11), Köln 1956, S. 48.

Zusammenfassung

Versuche der Deutschen Bundesbahn an schiefen und gekrümmten Brücken haben bestätigt, daß die genaueren theoretischen Verfahren genügen, den Spannungsverlauf richtig darzustellen. Die Messungen haben gezeigt, daß Endscheiben allein nicht ausreichen, das volle rechnerische Torsionsmoment zu erzwingen, sondern daß besonders an den Lasteinleitungsstellen auch Querscheiben im Feld notwendig sind. Es wurde nachgewiesen, daß die einschnürende Wirkung großer Einzellasten auf die mitwirkende Plattenbreite beachtliche Spannungsspitzen hervorruft, die nicht vernachlässigt werden können.

Summary

The tests carried out by the German Railways on skew and curved bridges confirm that precise theoretical methods provide a satisfactory idea of the

distribution of stresses. Measurements have shown that end bracings cannot by themselves provide the required torsional moment and that intermediate bracings are also required. It has been shown that the reduction of useful width, caused by high point loads, result in considerably increased stresses, which cannot be neglected.

Résumé

Par les essais qu'ont exécutés les Chemins de fer allemands sur des ponts biais et courbes, il se trouve confirmé que les méthodes théoriques précises suffisent pour rendre compte de façon satisfaisante de la répartition des contraintes. Les mesures ont montré que des entretoisements d'extrémité ne peuvent à eux seuls introduire le moment de torsion total mais qu'il est nécessaire de prévoir également des entretoisements en travée. Il a été mis en évidence que la diminution de la largeur utile due à de fortes charges isolées fait apparaître des contraintes considérablement accrues que l'on ne peut négliger.

Leere Seite
Blank page
Page vide

III a 3

Die Pillerseeachbrücke der Österreichischen Bundesbahnen

Railway Bridge Over the "Pillerseeache"

Pont-rails sur le «Pillerseeache»

WOLFGANG SCHMID

Dr. Ing., Wien

PETER KLEMENT

Dr. techn., Wien

1. Einleitung

Eine Begradigung in einem kurzen Abschnitt der Strecke zwischen Salzburg und Innsbruck zwang die Österreichischen Bundesbahnen, die neue Pillerseeachbrücke unter einem Winkel von nur 22° über den Flußlauf zu führen. Die Abmessungen des zweigleisigen schiefen Tragwerkes, eines dünnwandigen Kastenträgers, sind in Fig. 1 eingetragen. Hierbei ist besonders bemerkenswert, daß die Stützweite — gemessen in Gleisrichtung — 50,0 m und senkrecht zur Flußrichtung, bei einer Bauhöhe von rund $\frac{1}{19}$ der schrägen Stützweite, nur 18,57 m beträgt. Die Einfügung der Brücke in das Landschaftsbild ließ ein Tragwerk mit obenliegender Fahrbahn wünschenswert erscheinen.

Durch Querscheiben im Abstand von 12,5 m wird die Gesamtlänge der Konstruktion von 62,5 m in 5 Abschnitte unterteilt. Die drei mittleren Felder bilden den geraden rechteckigen Teil, die äußeren die dreiecksförmigen Endteile. Die den Kammermauern zugekehrten lotrechten Abschlußflächen sind offen.

Das Tragwerk liegt in einer Neigung von $6,28\text{‰}$ sowie in einem Übergangsbogen. Um den Einfluß des letzteren möglichst auszuschalten, wurde die Brückenachse so verschwenkt, daß keine größeren Außermittigkeiten als 5 cm auftraten.

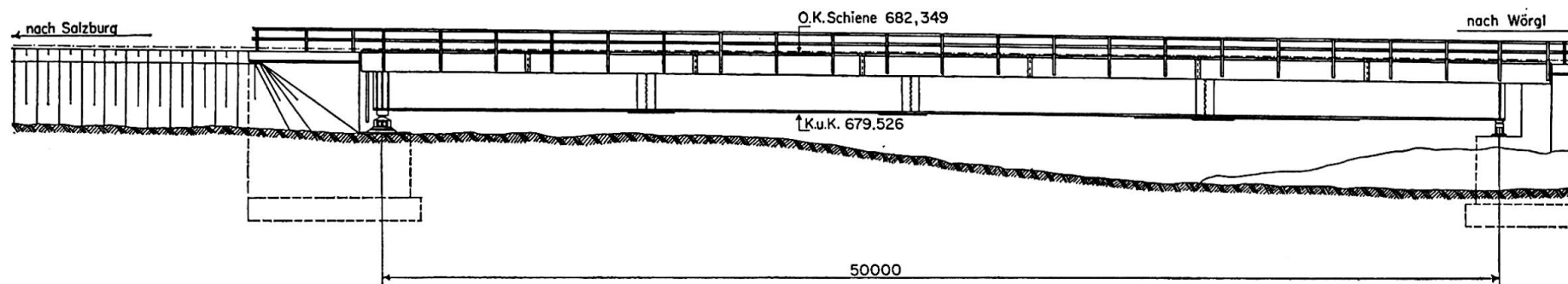
2. Statische Berechnung

2.1. Allgemeines

Die Gleislasten mit dem Schotterbett werden von einer orthotropen Platte mit Längs- und Querträgern aufgenommen, deren Berechnung nach einem Näherungsverfahren erfolgte. Ihre Auflagerkräfte werden auf die beiderseitigen Stege des Hohlkastens übertragen.

Um auch die statische Wirksamkeit des Hauptsystems mit einem erträglichen Rechenaufwand zu erfassen, wurde es in Teilsysteme zerlegt (Fig. 2).

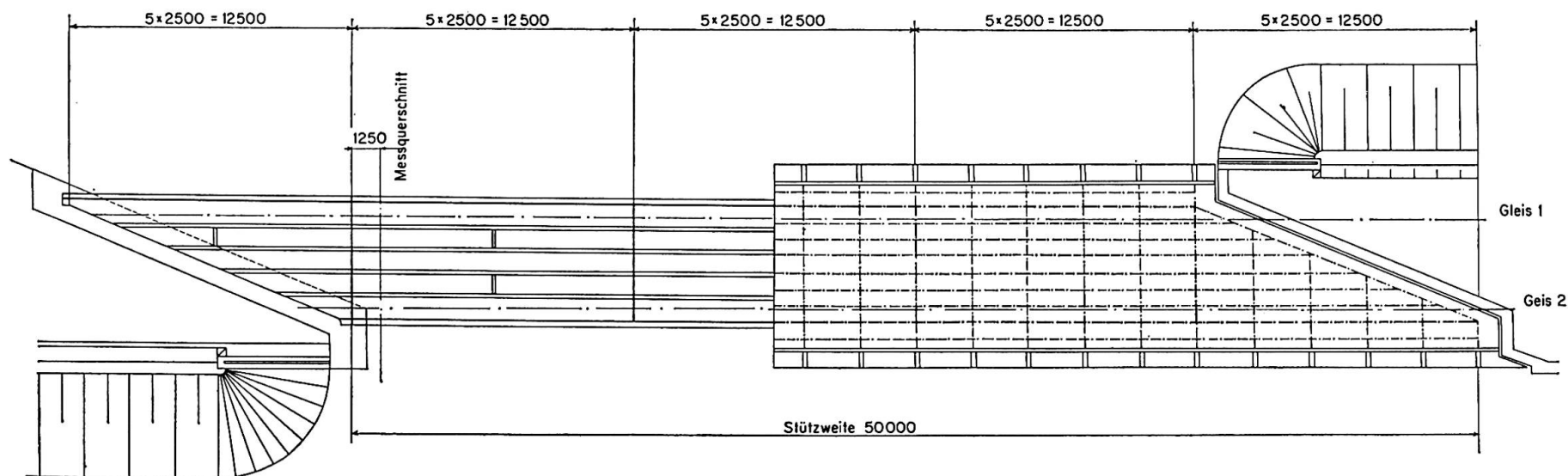
a) Ansicht



b) Draufsicht

auf die Bodenplatte

auf die Fahrbahnplatte



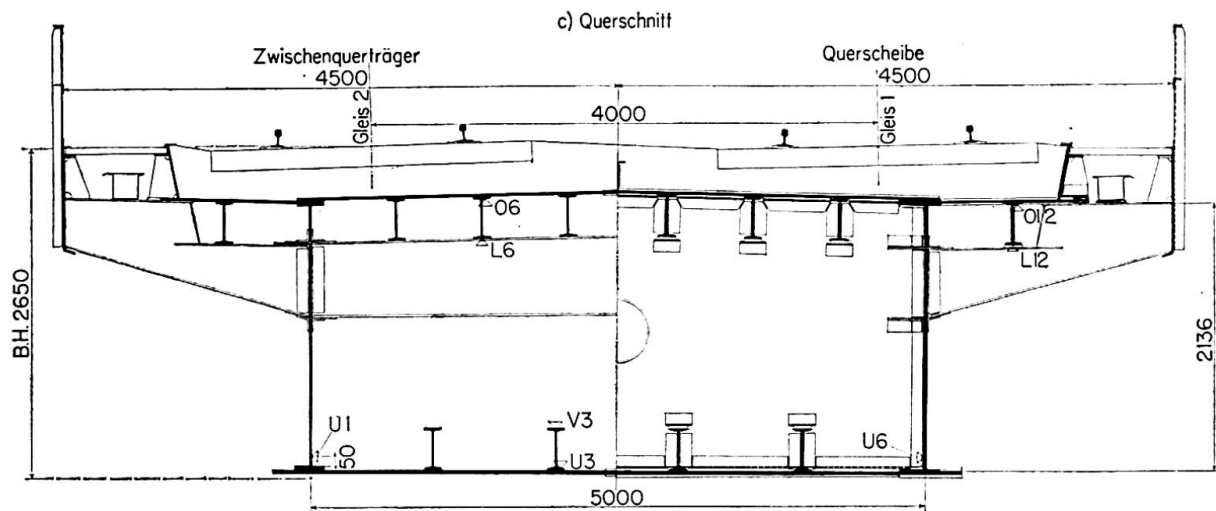


Fig. 1. Übersicht.

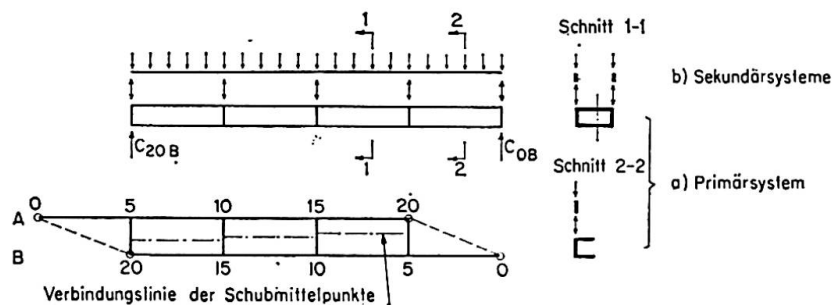


Fig. 2. Statisches Primärsystem und Sekundärsysteme.

2.2. Primärsystem (statisches Grundsystem)

Das Primärsystem ist in den Punkten $0A$, $20A$, $0B$, $20B$ gestützt und nur in den Knotenpunkten, das sind die Schnitte der Querscheiben mit den Hauptträgerstegen, belastet (Fig. 2a). Der mittlere, gerade Teil des schiefen Stabes ist torsionssteif. Sein Querschnitt ist im Feld 10—15 zur Tragwerksachse symmetrisch; in den beiden anschließenden Feldern wird durch die ungleichen Stegstärken die Stabachse als Verbindungsline der Schubmittelpunkte um 33 cm aus der Tragwerksachse verschoben.

Die dreieckförmigen Endfelder wurden näherungsweise als dreiflächige ideale Gelenkfaltwerke angesehen, die in den Kanten nur Schubkräfte übertragen und über die Scheibenhöhe eine geradlinige Spannungsverteilung aufweisen (Fig. 3). Für die praktische Berechnung der lotrechten Durchbiegungen wurden, da die Spannungen über die Gurtbreite nicht konstant sind, gleich hohe ideale Ersatzquerschnitte bestimmt. Die Gurtflächen dieser Ersatzträger, deren Achsen in den Ebenen 0—5 liegen, waren durch die Bedingung gegeben, daß ihre Stegrandspannungen mit denen der Faltwerke übereinstimmen mußten.

Das Primärsystem ist damit für lotrechte Belastungen einfach statisch unbestimmt. Durch Entfernung einer der Stützen, zum Beispiel C_{0B} , erhält man ein statisch bestimmtes Grundsystem. Die Formänderungsgrößen δ_{ik} lauten:

$$E J_0 \delta_{ik} = \int \frac{J_0}{J} M_i M_k ds + \int \frac{J_0 E}{D G} T_i T_k ds. \quad (1)$$

In der vorstehenden Formel umfaßt das erste Glied den Anteil aus den Biegemomenten, das zweite Glied den Anteil aus den Torsionsmomenten.

Die Auswertung der Gleichung (1), die Berechnung der Unbekannten und der Schnittkräfte sowie der Formänderungen erfolgte numerisch. Die geringe Zahl der Knotenpunkte erlaubte es, für die Belastung jedes einzelnen mit

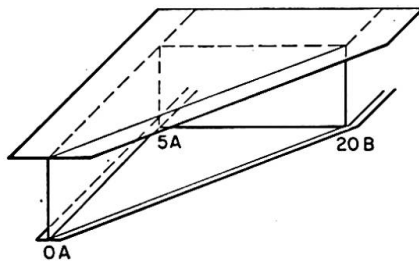


Fig. 3. Dreiflächiges Faltwerk der Endfelder.

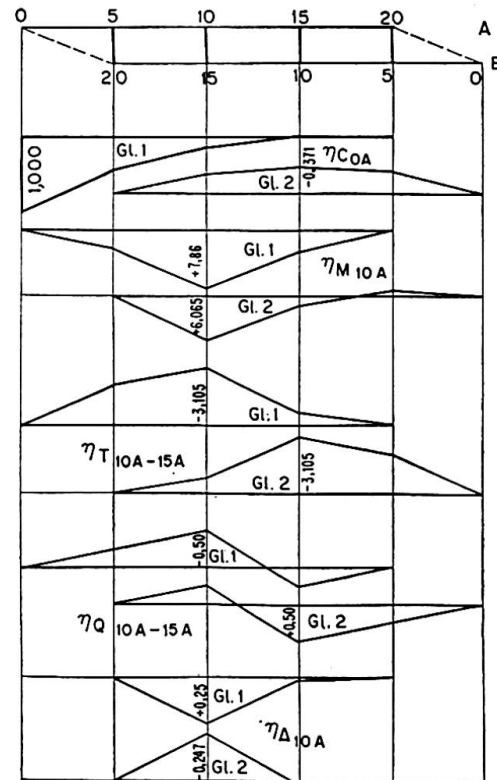


Fig. 4. Einflußlinien im Primärsystem bei Belastung in den Knotenpunkten.

der Einheitslast 1 t die Auflagerdrücke, Biege- und Torsionsmomente sowie die Querkkräfte und Querscheibenbeanspruchungen an allen Stellen des Tragwerkes auszurechnen und damit die Einflußlinien zusammenzusetzen. In Fig. 4 sind einige charakteristische Einflußlinien für Belastungen in den Knoten über den zugehörigen Hauptträgerstegen aufgetragen.

Die Auswertung der Einflußlinie für C_{0A} für beide Hauptträgerstege ergibt für Eigengewicht angenähert null; für die Verkehrslasten sind negative Lagerdrücke möglich. Um eine Verankerung der Lager zu vermeiden, wurden die Punkte 0A und 0B angehoben. Neben der erforderlichen Sicherheit gegen ein Abheben wurde damit eine günstigere Verteilung der Lagerdrücke auf die

Widerlager erreicht. Das Biegemoment in Brückenmitte wird damit zwar um 44% erhöht, entspricht jedoch auch dann nur dem eines geraden Einfeldbalkens von 38 m Stützweite.

2.3. Sekundärsysteme

Die in Fig. 2b dargestellten Sekundärsysteme sind Durchlaufträger über 4 Felder von je 12,5 m Stützweite, die in den Ebenen der lotrechten Kastenvände liegen. Sie übertragen die zwischen den Knotenpunkten des Primärsystems angreifenden Lasten auf die Hauptknotenpunkte. Die Verschieblichkeit dieser Punkte ist mit der Berechnung des Primärsystems berücksichtigt.

2.4. Resultierende Spannungen

Zur Bestimmung der resultierenden Spannungen mußten die Beanspruchungen aus den Teilsystemen addiert werden. Zu den Spannungen aus dem Primär- und Sekundärsystem kamen im Obergurtblech die Beanspruchungen der orthotropen Platte hinzu. Da die mitwirkende Breite der Gurtbleche für beide Systeme zufolge erheblicher Unterschiede in den Abständen der Momentennullpunkte verschieden groß ist, mußten getrennt für jedes Teilsystem aus den Momentenlinien die mitwirkenden Plattenbreiten und damit die Spannungen berechnet werden. Die Momentenlinien wurden durch Fourierreihen dargestellt und für jedes Glied die mitwirkende Breite bestimmt. Als kleinstes Fourierglied wurde jenes berücksichtigt, dessen halbe Längswelle der Steghöhe des Kastens entspricht.

Für die Längsspannung σ zum Beispiel an einer beliebigen Stelle der Untergurtplatte gilt dann allgemein:

$$\sigma = \frac{M_p}{W_p} + \frac{M_{S1}}{W_{S1}} + \frac{M_{S2}}{W_{S2}}, \quad (2)$$

wobei sich der Index «p» auf das Primärsystem, die Indizes S 1 und S 2 auf die den beiden Stegen zugeordneten Sekundärsysteme beziehen. Für die Auswertung der durchgeführten Dehnungsmessungen schreiben wir diesen Ausdruck in der Form

$$\sigma = \alpha M_p + \beta M_{S1} + \gamma M_{S2}. \quad (2a)$$

3. Konstruktion

Grundsätzlich wurden in der Werkstätte alle Verbindungen geschweißt, während auf der Baustelle die Stöße vernietet wurden. Die Ober- und Untergurtplatten sind an den Querscheiben gestoßen, die Stege knapp daneben. Die hohen Schubkräfte, die vor allem an den Tragwerksenden durch die

Torsionsmomente hervorgerufen werden, verlangten dort, zieht man Vergleiche mit einem einfachen Balken, eine erhebliche Verstärkung der Querschnitte. Es war also notwendig, die Gurtplatten über die ganze Brückenlänge mit gleicher Stärke durchzuführen, so daß im geraden Mittelstück nur die Stegstärken ungleich sind.

Die geringeren Anarbeitungskosten ließen es als wirtschaftlich erscheinen, die Längsträger der orthotropen Platte auf die Querträger aufzusetzen und nicht, wie üblich, in die Querträger einzubinden. An den offenen schrägen Endflächen wurde zur Aufnahme der örtlichen Lasten ein Endquerträger angeordnet; sein Anschluß im Punkt 0 ist in Fig. 5 dargestellt. Die hoch-

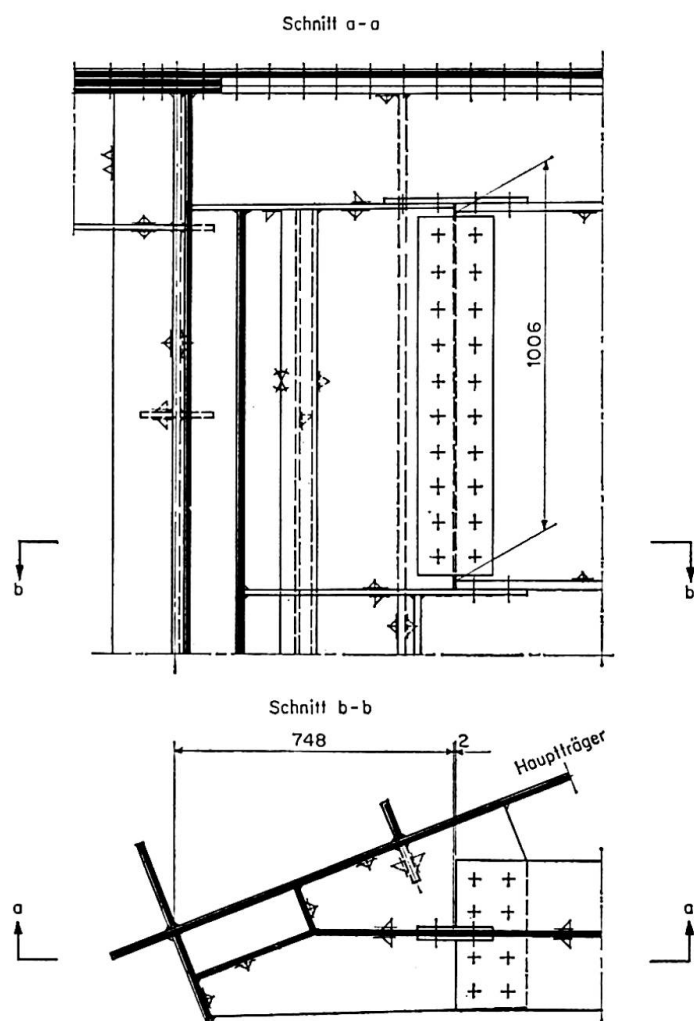


Fig. 5. Anschluß des schrägen Endquerträgers.

stehende Längsrippe in der Mitte der orthotropen Platte soll für die Durchführung von Erhaltungsarbeiten die Ausräumung des Schotterbettes unter nur einem Gleis ermöglichen. Die gleichfalls durch Längsträger ausgesteifte Untergurtplatte wurde, um die Biegespannungen aus ihrem Eigengewicht klein zu halten, in Abständen von 6,25 m an der oberen Platte aufgehängt.

Von den vier Punktkipplagern wurde nur das bei 20 A als Festlager ausgebildet. Verformungen aus Temperaturänderungen und Verkehrslast ver-

langten an sich Beweglichkeiten in verschiedenen Richtungen. Da ein vollkommen zwängungsfreies Spiel, wollte man nicht aufwendige allseits bewegliche Lager verwenden, kaum zu erreichen war, wurden alle Rollenlager in Richtung der Gleisachse beweglich angeordnet.

Das Gesamtgewicht der Konstruktion aus St 44 S und St 44 T beträgt 342 t, die Lager wogen 10 t. Den Entwurf, die Lieferung und den Zusammenbau des Stahltragwerkes besorgte die Firma Waagner-Biró AG., Wien-Graz.

4. Werksfertigung und Montage

Das Tragwerk mußte beim Zusammenbau vorschriftsmäßig für die Verformungen aus ständiger Last, Anheben der äußeren Lager und Verkehrslast, letztere zu 25%, überhöht werden. Infolge der unter diesen Belastungen auftretenden Torsionsmomente und Verdrehungen mußten durch die Sprengung nicht nur die vertikalen Durchbiegungen der Stege, sondern auch die horizontalen Verschiebungen der Gurte ausgeglichen werden. Um dies mit der größtmöglichen Genauigkeit zu erreichen, wurde das Tragwerk in der Werkstätte vollständig räumlich zusammengebaut. Nach Einstellen der Sprengung wurden die Nietlöcher auf den vollen Durchmesser aufgerieben. Bei den großen Werkstoffdicken war dies auch aus wirtschaftlichen Erwägungen von Vorteil.

Der Zusammenbau auf der Baustelle erfolgte auf Gerüsten. Die Einzelteile wurden aufgelegt und vernietet. Mit dem Ausrichten der Stöße war auch die Einhaltung der plangemäßen Form sichergestellt.

5. Messungen

5.1. Allgemeines

Nach Fertigstellung der Brücke wurden, um das statische Verhalten und die Genauigkeit der Näherungsrechnung zu überprüfen, vom Meßzug der Österreichischen Bundesbahnen Durchbiegungs- und Dehnungsmessungen durchgeführt¹⁾. Als Belastung stand eine Lok mit dem in Fig. 6 dargestellten Achsschema und einem Gesamtgewicht von rund 61 t zur Verfügung.

5.2. Durchbiegungsmessungen

Für die Durchbiegungsmessungen wurden an einem freistehenden Gerüst unter der Brücke sogenannte Stangenpotentiometer befestigt, deren Taststifte an den betrachteten Knotenpunkt angesetzt waren. Die Bewegungen des

¹⁾ Die Messungen standen unter Leitung von Zentralinspektor Ing. Schenkir.

Taststiftes während einer Überfahrt der Lok wurden von einem Dreischleifen-Oszillographen aufgezeichnet. In Fig. 7 sind für die drei Knotenpunkte 5 A, 10 A und 15 A die Durchbiegungen über beiden Gleisachsen aufgetragen. Eine Gegenüberstellung mit den Werten der statischen Berechnung (1. Näherung) zeigt stärkere Unterschiede. Man kann allein aus den Krümmungen

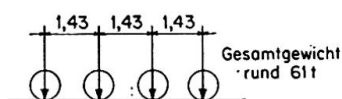


Fig. 6. Lastschema der Probelokomotive.

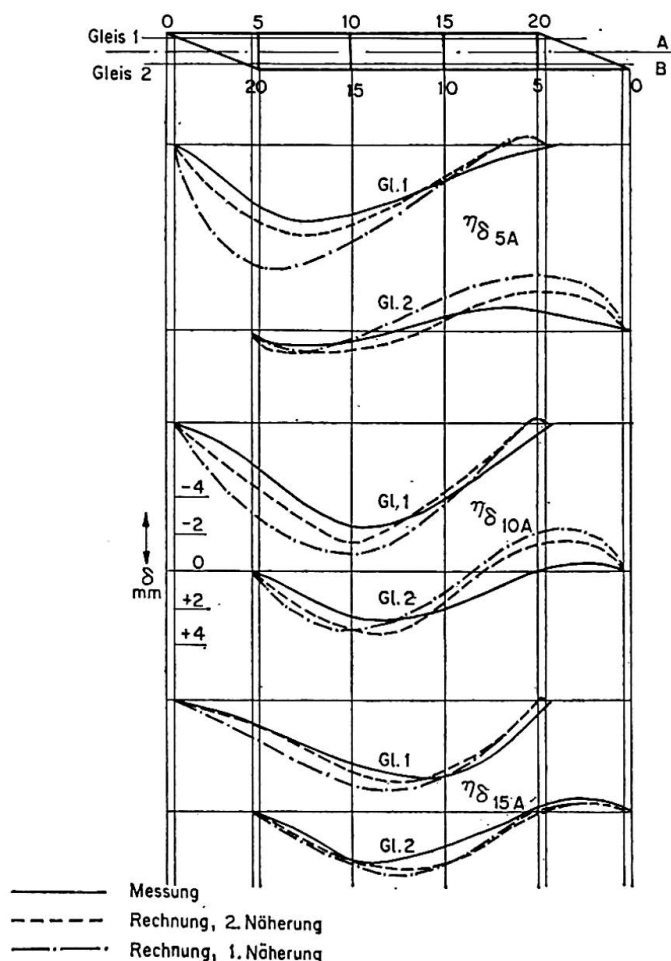


Fig. 7. Einflußlinien für lotrechte Durchbiegungen bei Belastung in den Gleisachsen.

der Biegelinien erkennen, daß die Abweichungen aus der Nichterfüllung der gemachten Voraussetzungen über die Steifigkeit der dreieckförmigen Endfelder herrühren. Der Annahme eines \square -förmigen torsionsschlaffen Gelenkfaltwerkes steht die Tatsache gegenüber, daß die rahmenartigen Anschlüsse der schiefen Endquerträger und der Zwischenquerträger einen in der Rechnung nicht berücksichtigten Beitrag zur Torsionssteifigkeit bieten. Hinzu kommt als Folge des durchlaufenden Eisenbahnoberbaus und der Fahrbahnübergänge eine teilweise Einspannung des Tragwerkes in die Widerlager. Man kommt, will man das Grundkonzept der statischen Berechnung nicht verlassen, den tatsächlichen Verhältnissen näher, wenn man die lotrechte Steifigkeit der Ersatzquerschnitte für die Endfelder entsprechend vergrößert. So sind in Fig. 7 auch die Biegelinien eines Tragwerkes gezeichnet, dessen ideelle Gurtflächen in den Endfeldern gegenüber den aus der Faltwerktheorie

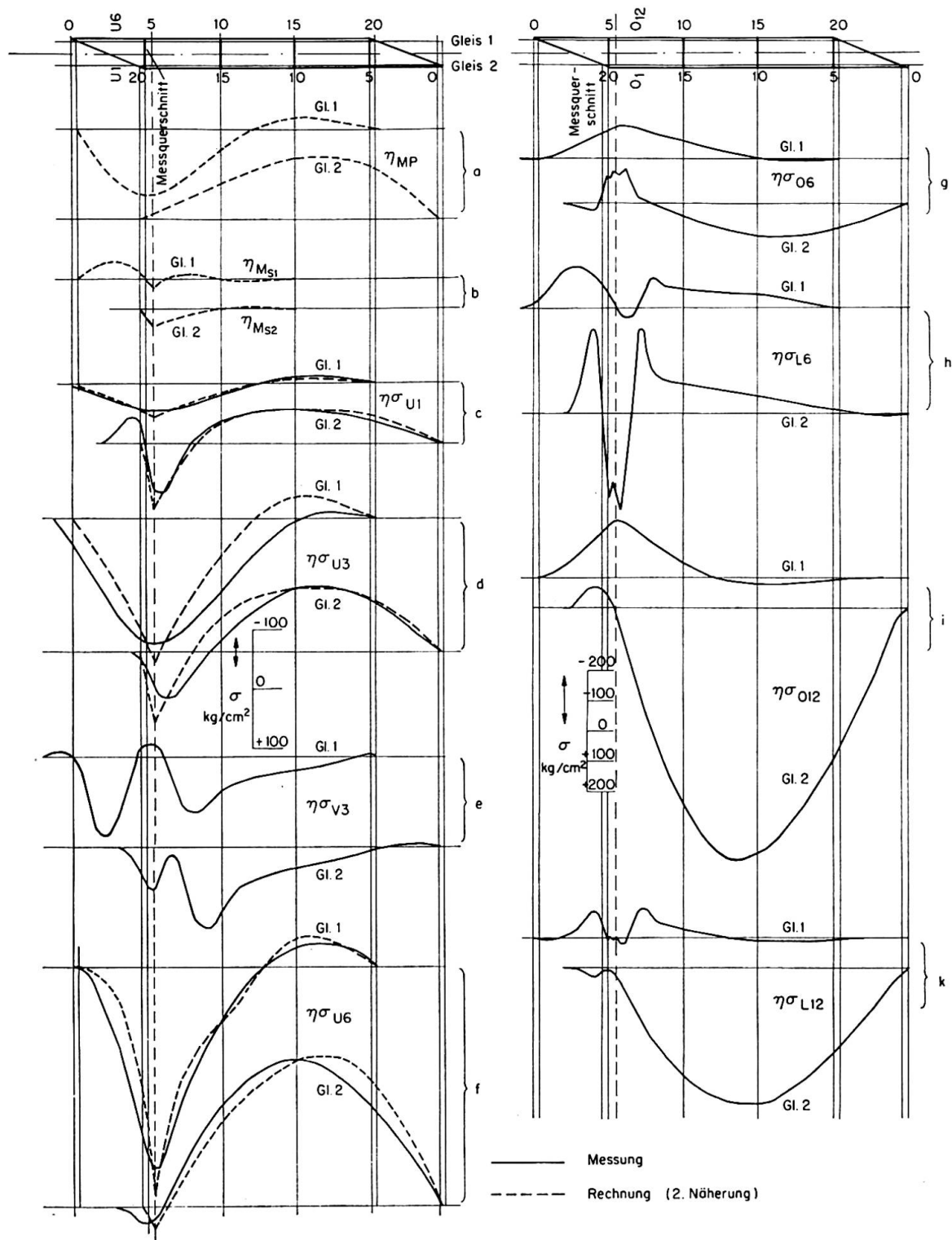


Fig. 8. Gemessene und gerechnete Einflußlinien für Spannungen im Untergurt (c—f) und Obergurt (g—k) bei Belastung in den Gleisachsen.

ermittelten Werten zunächst versuchsweise verdoppelt wurden (2. Näherung). Sie zeigen eine wesentlich bessere Übereinstimmung mit den Messungen und lassen erkennen, daß mit einem entsprechenden Arbeitsaufwand auch eine weitere Annäherung möglich ist. Dabei darf man neben der bereits erwähnten Einspannung in die Widerlager auch nicht übersehen, daß bei der Berechnung der Steifigkeiten alle über die orthotrope Platte hinausragenden Aufbauten vernachlässigt wurden. Weiter wirkt sich durchbiegungsvermindernd aus, daß der Belastungsversuch mit einer vierachsigen Lok durchgeführt wurde, während für die Rechnung eine Einzellast mit gleichem Gesamtgewicht angenommen wurde.

5.3. Dehnungsmessungen

Die Dehnungsmessungen wurden in einem Querschnitt 1,25 m von der Querscheibe 0 A—20 B entfernt im torsionssteifen Teil durchgeführt (Fig. 1 b). Die Meßstellen sind in Fig. 1 c eingetragen. Es wurden Dehnungsmeßstreifen verwendet; die Aufzeichnung erfolgte wie bei den Durchbiegungsmessungen mit einem Oszillographen.

Sieht man von den Zusatzbeanspruchungen der orthotropen Platte durch die örtlichen Lasten und deren teilweisen Übertragung auf den Untergurt durch die Aufhängung der Platte ab, so ergibt sich die Einflußlinie einer beliebigen Längsspannung nach Formel (2a) als Summe der mit konstanten Faktoren multiplizierten Einflußlinien der Momente des Primärsystems und der beiden Sekundärsysteme. Zur Veranschaulichung dieses Zusammenhangs sind in Fig. 8 a und b zunächst diese Momente für den betrachteten Querschnitt aufgetragen, wobei die Steifigkeit der Endfelder nach der 2. Näherung bestimmt wurde. Die Gegenüberstellung der Einflußlinien für die Spannungen im Untergurt (Fig. 8 c—f) nach Rechnung und Messung zeigt eine grundsätzliche Übereinstimmung an den Meßstellen im Bereich nahe den lotrechten Kastenwänden, wo nur das Primärsystem und ein Sekundärsystem wirksam sind. Überlagern sich die Schnittkräfte aus beiden Sekundärsystemen mit den Einflüssen der örtlichen Belastungen, so ist die Errechnung der α -, β - und γ -Werte aus den Versuchsergebnissen schwieriger.

Dies ist besonders bei den in Fig. 8 g—k dargestellten Meßergebnissen im Obergurt des Kastens, das heißt in der orthotropen Platte, deutlich erkennbar.

Zusammenfassung

Die zweigleisige Pillerseeachbrücke wurde, der konstruktiven Gestaltung des Stahltragwerkes entsprechend, in ihrem geraden mittleren Teil als torsionssteifer, einzelliger Hohlkasten und in den dreieckförmigen Endteilen als \square -förmiges Faltwerk angesehen und die Berechnung nach der Theorie des biege- und teilweise torsionssteifen Stabes durchgeführt. Die am Bauwerk

durchgeführten Messungen lassen erkennen, daß eine Vernachlässigung der durch Rahmenwirkung hervorgerufenen Torsionssteifigkeit der offenen Endfelder stärkere Abweichungen zwischen Rechnung und Messung zur Folge hat. Trägt man dieser Tatsache durch eine Erhöhung der lotrechten Steifigkeit der anstelle \square -förmiger Faltwerke angenommenen Ersatzquerschnitte Rechnung, so erhält man ein durchaus zutreffendes Bild des wirklichen Spannungszustandes.

Summary

The steel framework of the double-track railway bridge over the Pillerseeache may be regarded, in its straight central portion, as a torsionally rigid, monocellular box-girder, and, in its triangular end portions, as a \square -shaped, folded structure. For the purposes of calculation, it is assimilated to a bar possessing flexural rigidity and partial torsional rigidity. From measurements carried out on the finished structure, it is evident that there are considerable differences between the calculated and the measured values, as a result of the neglect of the torsional rigidity in the ends, due to the frame effect. If this fact is taken into account by increasing the vertical rigidity of the sections substituted for the \square -shaped folded structures, a thoroughly satisfactory picture of the actual state of the stresses is obtained.

Résumé

L'ossature métallique du pont-rails à double voie sur le Pillerseeache peut être considérée, dans sa partie centrale droite, comme une poutre-caisson monocellulaire rigide à la torsion et, dans ses extrémités triangulaires, comme un voile prismatique en \square ; pour le calcul, on l'a assimilée à une barre rigide à la flexion et partiellement rigide à la torsion. Des mesures effectuées sur l'ouvrage, il ressort que l'omission, dans les extrémités, de la résistance à la torsion due à l'effet de cadre fait apparaître des différences importantes entre le calcul et les mesures. Si l'on tient compte de ce fait en augmentant la rigidité verticale des sections substituées au voile prismatique en \square , on obtient une image tout à fait satisfaisante de l'état réel des contraintes.

Leere Seite
Blank page
Page vide

IIIa4

Pont courbe considéré comme une poutre à axe brisé

Gekrümmte Brücke als Balken mit geknickter Achse betrachtet

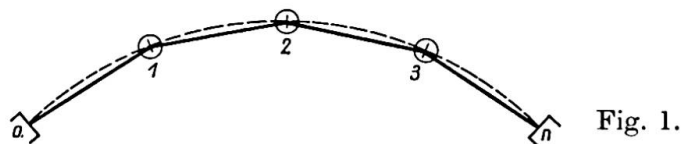
Curved Bridge Considered as a Beam with Broken Axis

W. WIERZBICKI

Prof. Dr., Dr. h. c., Membre de l'Académie Polonaise des Sciences, Varsovie

La construction d'un pont courbe se compose d'un certain nombre de poutres dont chacune doit être curviligne et plane.

On peut souvent considérer les ponts courbes métalliques à plusieurs travées et de grande longueur comme des constructions qui, dans leur section transversale, sont composées de deux ou plusieurs poutres brisées dans le plan et dont les nœuds sont appuyés sur les piliers du pont. Les jonctions transversales des poutres particulières de la construction justifient d'habitude — comme c'est le cas pour les ponts droits — le calcul des dites poutres comme des éléments indépendants se trouvant soumis à la charge transmise par le tablier du pont. Ceci admis, nous pouvons calculer la poutre continue polygonale inscrite dans l'axe courbe de la voie (fig. 1).



La section transversale aux appuis de la poutre continue, brisée dans le plan, ne peut être perpendiculaire qu'à l'axe d'une des deux travées consécutives (à leur joint de jonction). Par conséquent, les sections particulières des poutres au droit des appuis, subissent non seulement une inclinaison par rapport au plan horizontal mais aussi une rotation par rapport aux axes des travées particulières. Il nous faut donc recourir à la représentation vectorielle des moments et des déformations [1], [3].

La poutre présentée sur la fig. 2 repose aux points $1, 2, 3, \dots, x, x+1, n-1$ sur les appuis mobiles dans le plan parallèle au plan horizontal de l'axe de la poutre, ses extrémités étant encastrées rigidement aux points 0 et n . Par conséquent, la poutre présentée est $n+2$ fois hyperstatique.

Soient M_x et M'_x les moments de flexion et \mathfrak{M}_x^0 les moments de torsion dans les travées, tandis que β_x est l'angle de deux travées consécutives. Les plans aux traces $0s'$ et $0's'$ — correspondant aux vecteurs M_x et M'_x — découpent dans la poutre continue des coins (nœuds) $s'0s$ $0's'$ (fig. 3). Etant donné que les dimensions des nœuds par rapport à la longueur des travées

sont petites, nous pouvons admettre que les vecteurs de tous les moments agissant sur un nœud donné traversent son centre x .

Pour assurer l'équilibre des nœuds particuliers d'une poutre continue il faut que la somme vectorielle des moments agissant sur un nœud donné, à savoir la somme des moments $M'_x, \mathfrak{M}_x^0, -M_{x+1}$ et $-\mathfrak{M}_{x+1}^0$, soit égale à zéro.

$$M'_x = \mathfrak{M}_{x+1}^0 \sin \beta_x + M_{x+1} \cos \beta_x, \quad (1)$$

$$\mathfrak{M}_x^0 = \mathfrak{M}_{x+1}^0 \cos \beta_x - M_{x+1} \sin \beta_x. \quad (2)$$

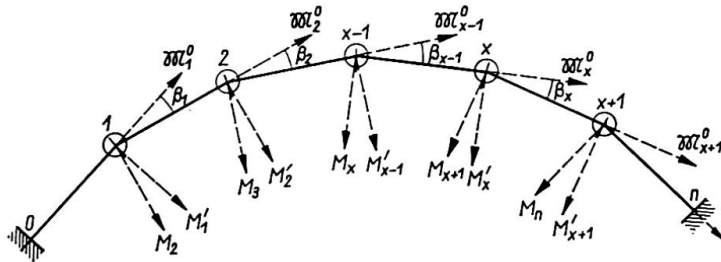


Fig. 2.

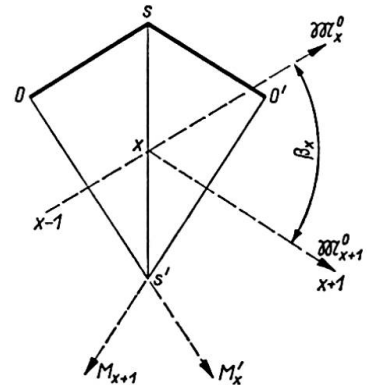


Fig. 3.

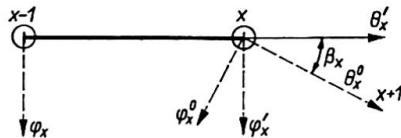


Fig. 4.

Les composantes de la déformation de la travée quelconque $x-1, x$ sont présentées sous forme vectorielle sur la fig. 4. Ci-dessous nous donnons les notations employées:

- φ_x et φ'_x désignent les angles d'inclinaison de la section transversale de la travée $x-1, x$ au point $x-1$ et x , respectivement, par rapport au plan vertical.
- φ_x^0 l'angle d'inclinaison, par rapport au plan vertical, de la section oblique de la travée $x-1, x$ au point x , perpendiculaire à l'axe de la travée $x, x+1$.
- θ_x l'angle de torsion de la travée $x-1, x$.
- θ_x^0 l'angle de rotation de la section transversale de la travée $x, x+1$ au point x , perpendiculaire à l'axe de la travée $x, x+1$, par rapport à cet axe.
- θ'_x l'angle de rotation, par rapport à l'axe $x-1, x$, de la section oblique de la travée $x-1, x$ au point x , perpendiculaire à l'axe de la travée $x, x+1$.

Nous considérons les angles φ_x, φ_x^0 et φ'_x comme positifs si, en observant le pont de son côté concave, les sections correspondantes tournent à droite. Les angles θ'_x et θ_x^0 seront positifs si — considérées de gauche à droite — les sections correspondantes de la poutre tournent à droite par rapport aux axes des travées particulières.

En projetant les vecteurs φ'_x et θ'_x sur les directions φ_x^0 et θ_x^0 on obtient

$$\varphi_x^0 = \varphi'_x \cos \beta_x - \theta'_x \sin \beta_x, \quad (3)$$

$$\theta_x^0 = \varphi'_x \sin \beta_x + \theta'_x \cos \beta_x, \quad (4)$$

compte tenu que:

$$\theta'_x = \theta_{x-1}^0 + \theta_x. \quad (5)$$

Les déformations φ_x et φ'_x de la travée $x-1, x$ considérée appuyée librement aux deux extrémités peuvent être présentées comme suit

$$\varphi_x = \frac{M_x l_x}{3 E J} - \frac{M'_x l_x}{6 E J} + \frac{\mathfrak{T}_{x-1}}{E J}, \quad (6)$$

$$\varphi'_x = \frac{M'_x l_x}{3 E J} - \frac{M_x l_x}{6 E J} + \frac{\mathfrak{T}_x}{E J}, \quad (7)$$

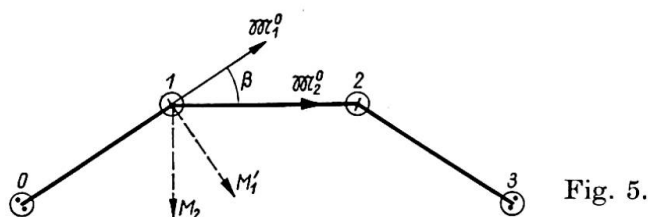
où l_x désigne la longueur de la travée $x-1, x$, \mathfrak{T}_{x-1} et \mathfrak{T}_x — les forces transversales dues à la charge secondaire sur la travée $x-1, x$ aux extrémités $x-1$ et x . L'angle de torsion de la travée $x-1, x$ dû au moment \mathfrak{M}_x^0 est donné par la formule

$$\theta_x = \frac{\mathfrak{M}_x^0 l_x}{G J_0}. \quad (8)$$

Etant donné que la somme des angles d'inclinaison, par rapport au plan vertical, de la section oblique de la travée $x-1, x$ au point x (cette section étant perpendiculaire à l'axe de la travée $x, x+1$) et de la section transversale de la travée $x, x+1$ au point x , doit être égale à zéro, nous obtenons à chaque nœud, la condition:

$$\varphi_x^0 + \varphi_{x+1} = 0. \quad (9)$$

A partir des relations (1)–(8) nous arrivons — en tenant compte de la relation (9) — à un système d'équations linéaires entre les moments de flexion et de torsion aux appuis du pont.



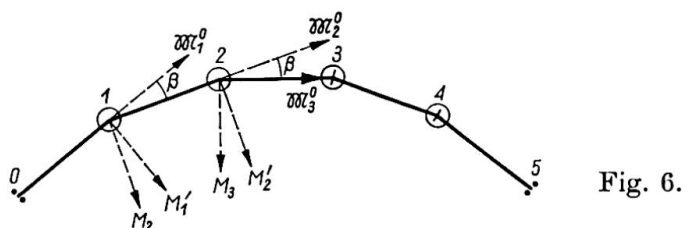
Les considérations présentées ci-dessus nous permettent de formuler certaines conclusions concernant le travail d'une poutre du pont brisée dans le plan. Considérons, à titre d'exemple, une poutre continue brisée dans le plan reposant sur quatre appuis (fig. 5) soumise à une charge uniformément répartie (charge unitaire q kg/m). Aux points 1 et 2 nous avons des appuis mobiles; les appuis aux points 0 et 3 sont, il est vrai, à articulations glissantes, cependant la rotation des sections 0 et 3 par rapport aux axes 01 et 23 demeure impos-

sible. Vu la symétrie de la charge, la poutre est une fois hyperstatique. Nous déterminons le moment $M_x = M_2$ et nous donnons ci-dessous les moments M_2 pour différents angles β et différentes valeurs de $\epsilon = EJ/GJ_0$:

β	$\epsilon = 1$	$\epsilon = 2$	$\epsilon = 10$
45°	$-0,0600 \, ql^2$	$-0,0422 \, ql^2$	$-0,0124 \, ql^2$
30°	$-0,0777 \, ql^2$	$-0,0618 \, ql^2$	$-0,0239 \, ql^2$
10°	$-0,0964 \, ql^2$	$-0,0930 \, ql^2$	$-0,0732 \, ql^2$
0°	$-0,1000 \, ql^2$	$-0,1000 \, ql^2$	$-0,1000 \, ql^2$

On voit que l'influence de ϵ sur les moments de flexion décroît à mesure que l'angle β diminue.

Afin d'évaluer l'influence exercée par la position de la travée du pont sur les moments de torsion qui s'y développent, nous allons prendre l'exemple d'une poutre à cinq travées (voir fig. 6). La poutre est soumise à une charge



uniformément répartie, symétrique par rapport au milieu du pont. Nous prenons $\beta = 30^\circ$ et la longueur de la travée $l_x = l$; la poutre est, en principe, cinq fois hyperstatique, mais le nombre des inconnues hyperstatiques se réduit dans ce cas à deux. Le nombre total de moments inconnus aux appuis est égal à six, à savoir M'_1 , M'_2 , M'_3 , M_1^0 , M_2^0 et M_3^0 . Etant donné les conditions de symétrie, le moment $M_3^0 = 0$.

Pour déterminer ces moments, nous nous servons de quatre équations du type (1) et (2) et de deux équations du type (9). Ainsi nous arrivons à:

$$\begin{aligned} M_3 &= -0,0335 \, ql^2, & M'_2 &= -0,0295 \, ql^2, \\ M_2 &= -0,0900 \, ql^2, & M_2^0 &= -0,0168 \, ql^2, \\ M_1 &= -0,0688 \, ql^2, & M_1^0 &= -0,0595 \, ql^2. \end{aligned}$$

On voit que, dans la partie centrale du pont, les moments de torsion décroissent et que la sollicitation des travées particulières s'approche de celle d'une poutre droite. Le calcul d'une poutre pour différents angles β nous mène à la conclusion que, pour de petites valeurs de β (ne dépassant pas 10°), les poutres en question peuvent être calculées comme si elles étaient des poutres droites continues.

Dans le cas d'un pont courbe à un nombre élevé de travées, il nous faut établir une équation de liaison, entre les moments aux appuis successifs de la poutre, analogue à l'équation des trois moments de la poutre droite continue. La poutre continue brisée dans le plan a sur chaque appui quatre moments différents, à savoir M'_x , \mathfrak{M}_x^0 , M_{x+1} et \mathfrak{M}_{x+1}^0 . Par conséquent, pour établir une analogie avec l'équation des trois moments, nous considérons seulement les moments \mathfrak{M}_x^0 qui — la poutre étant chargée verticalement — ne varient pas le long de ses travées particulières. Nous obtenons alors une équation de cinq moments successifs de torsion de la forme suivante [2]:

$$\mathfrak{M}_{x+2}^0 + 2 \cos \beta \mathfrak{M}_{x+1}^0 - 6 \mathfrak{M}_x^0 + 2 \cos \beta \mathfrak{M}_{x-1}^0 + \mathfrak{M}_{x-2}^0 = Q_x \quad (10)$$

où le symbole \mathfrak{M}_x^0 désigne les moments de torsion de la poutre aux appuis, β : l'angle entre les travées particulières de la poutre et Q_x : un terme indépendant de \mathfrak{M}_x^0 .

Nous résumons maintenant le raisonnement qui nous amène à l'équation (10) et nous montrons comment s'en servir pour déterminer toutes les grandeurs hyperstatiques dans une poutre continue brisée dans le plan, en nous basant sur les équations (1)–(9).

L'équation (9), considérée avec l'équation (3), donne, pour $\beta_x = \text{const.}$

$$\varphi_x^0 \cos \beta - \theta'_x \sin \beta = -\varphi_x; \quad (11)$$

étant donné qu'on obtient, d'après les équations (4) et (5)

$$\theta_{x-1}^0 \sin \beta = \varphi'_{x-1} + \varphi_x \cos \beta \quad (12)$$

l'équation (11) devient:

$$\varphi'_x \cos \beta - \varphi'_{x-1} - \varphi_x \cos \beta - \theta_x \sin \beta = -\varphi_{x+1}. \quad (13)$$

Nous résolvons maintenant le système d'équations (1)–(2) par rapport à M'_x et M_x . Il vient

$$M'_x = \mathfrak{M}_{x+1}^0 \frac{1}{\sin \beta} - \mathfrak{M}_x^0 \operatorname{ctg} \beta, \quad (14)$$

$$M_x = \mathfrak{M}_x^0 \operatorname{ctg} \beta - \mathfrak{M}_{x-1}^0 \frac{1}{\sin \beta}. \quad (15)$$

Ces formules permettent de calculer les moments de flexion aux appuis pour chaque travée du pont, après avoir résolu l'équation des cinq moments de torsion par rapport à \mathfrak{M}_x^0 . De plus, elles peuvent servir à établir l'équation (10). Grâce à ces équations nous pouvons notamment écrire les formules (6) et (7) sous la forme:

$$\varphi_x = \mathfrak{M}_{x+1}^0 \frac{f}{\sin \beta} + \mathfrak{M}_x^0 f \operatorname{ctg} \beta - \mathfrak{M}_{x-1}^0 \frac{2f}{\sin \beta} + \psi_x, \quad (16)$$

$$\varphi'_x = \mathfrak{M}_{x+1}^0 \frac{2f}{\sin \beta} - \mathfrak{M}_x^0 f \operatorname{ctg} \beta - \mathfrak{M}_{x-1}^0 \frac{f}{\sin \beta} + \psi'_x, \quad (17)$$

où
$$f = \frac{l}{6 EJ} = \frac{l}{2 GJ_0}, \quad \psi_x = \frac{\mathfrak{T}_{x-1}}{EJ}, \quad \psi'_x = \frac{\mathfrak{T}_x}{EJ}.$$

En introduisant ces notations dans l'équation (13), nous arrivons à l'équation (10). L'expression de Q_x sera alors :

$$Q_x = \frac{\sin \beta}{f} (-\psi'_x \cos \beta + \psi'_{x-1} + \psi_x \cos \beta - \psi_{x+1}). \quad (18)$$

Dans le cas où les travées d'une poutre continue brisée dans le plan ne sont pas de longueur égale, on doit introduire les longueurs de ces travées dans la partie gauche de l'équation des cinq moments de torsion. Si l'on admet une variation de ϵ , ce n'est que le terme médian de l'équation qui subira un changement mais, dans la construction des ponts, ϵ varie peu et cette variation s'exprime par le remplacement, dans l'équation (10), du coefficient 6 par le coefficient suivant :

$$2 \left(\cos^2 \beta + 2 + \frac{f_1}{2f} \sin^2 \beta \right) \quad \text{pour } f_1 = \frac{l}{GJ_0}.$$

Nous pouvons utiliser l'équation des cinq moments de torsion de deux façons. Premièrement comme un système d'équations linéaires et deuxièmement comme une équation aux différences finies du quatrième ordre qu'on intégrera.

La solution de l'équation (10) représente la somme

$$\mathfrak{M}_x^0 = \mu_x^0 + \mu_x \quad (19)$$

où μ_x^0 désigne une solution particulière, tandis que μ_x est la solution générale de l'équation

$$\mathfrak{M}_{x+2}^0 + 2 \cos \beta \mathfrak{M}_{x+1}^0 - 6 \mathfrak{M}_x^0 + 2 \cos \beta \mathfrak{M}_{x-1}^0 + \mathfrak{M}_{x-2}^0 = 0. \quad (20)$$

La solution μ_x est de la forme :

$$\mu_x = C_1 e^{x\alpha_1} + C_2 e^{-x\alpha_1} + C_3 e^{x\alpha_2} + C_4 e^{-x\alpha_2}, \quad (21)$$

où C_1 , C_2 , C_3 et C_4 sont des constantes, tandis que α peut être déterminé d'après l'équation

$$\cosh \alpha = -\frac{\cos \beta}{2} \pm \sqrt{\frac{\cos^2 \beta}{4} + 2}. \quad (22)$$

La solution μ_x^0 dépend de la forme du terme Q_x , donc de la charge appliquée au pont.

Si toutes les travées d'une poutre continue brisée dans le plan sont chargées uniformément, notamment symétriquement par rapport au centre de chaque travée (fig. 7), on aura

$$\psi'_x = \psi'_{x-1} = \psi_x = \psi_{x+1}, \quad (23)$$

$$Q_x = 0. \quad (24)$$

Si la charge des travées de la poutre est égale et uniforme, sans cependant être symétrique (fig. 8), on a alors:

$$\psi'_x = \psi'_{x-1}, \quad \psi_x = \psi_{x+1}, \quad \psi'_x \neq \psi_x, \quad (25)$$

$$Q_x = \frac{\sin \beta}{f} (\psi'_x - \psi_x) (1 - \cos \beta). \quad (26)$$

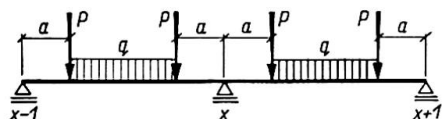


Fig. 7.

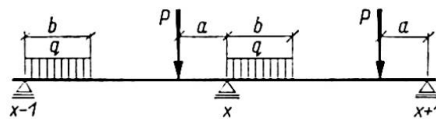


Fig. 8.

On présente souvent le terme Q_x comme suit:

$$Q_x = ax + b. \quad (27)$$

On doit rechercher alors la solution μ_x^0 sous la forme

$$\mu_x^0 = Ax + B \quad (28)$$

où a , b , A et B sont des constantes.

L'équation (10) revêt dans ce cas la forme

$$\mathfrak{M}_{x+2}^0 + 2 \cos \beta (\mathfrak{M}_{x+1}^0) - 6 (\mathfrak{M}_x^0) + 2 \cos \beta (\mathfrak{M}_{x-1}^0) + \mathfrak{M}_{x-2}^0 = ax + b. \quad (29)$$

Après avoir introduit l'expression (28) dans l'équation (29) et identifié les termes de même degré en x des deux côtés de l'équation, nous trouvons les coefficients A et B , ainsi que la solution

$$\mu_x^0 = -\frac{ax + b}{8 \sin^2 \frac{\beta}{2}}. \quad (30)$$

Ainsi, nous arrivons à la solution suivante de l'équation aux différences finies

$$\mathfrak{M}_x^0 = C_1 e^{x\alpha_1} + C_2 e^{-x\alpha_1} + C_3 e^{x\alpha_2} + C_4 e^{-x\alpha_2} - \frac{ax + b}{8 \sin^2 \frac{\beta}{2}}. \quad (31)$$

Les coefficients C_1 , C_2 , C_3 et C_4 peuvent être déterminés d'après les conditions aux appuis des extrémités d'une poutre continue brisée dans le plan.

Considérons le cas, qui peut être d'une importance considérable pour les projets de ponts courbes, à savoir celui d'une poutre continue brisée dans le plan, appuyée librement aux extrémités, les travées particulières de la poutre étant soumises à une charge uniforme. On admet, en outre, que les angles formés par les travées sont les mêmes et que les longueurs des travées sont égales (fig. 9).

D'après les conditions aux extrémités des poutres, il vient

$$\mathfrak{M}_0^0 = \mathfrak{M}_n^0 = M_1 = M'_n = 0, \quad (32)$$

c'est à dire que les moments de torsion et de flexion aux appuis sont nuls ($x=0, x=n$).

Etant donné que, dans le cas considéré, $a=b=0$, les conditions aux extrémités — en vertu de l'équation (31) et des relations (14) et (15) — peuvent être exprimées à l'aide des équations:

$$\begin{aligned} C_1 + C_2 + C_3 + C_4 &= 0, \\ C_1 e^{n\alpha_1} + C_2 e^{-n\alpha_1} + C_3 e^{n\alpha_2} + C_4 e^{-n\alpha_2} &= 0, \\ C_1 e^{(n+1)\alpha_1} + C_2 e^{-(n+1)\alpha_1} + C_3 e^{(n+1)\alpha_2} + C_4 e^{-(n+1)\alpha_2} &= 0, \\ C_1 e^{\alpha_1} + C_2 e^{-\alpha_1} + C_3 e^{\alpha_2} + C_4 e^{-\alpha_2} &= 0. \end{aligned} \quad (33)$$

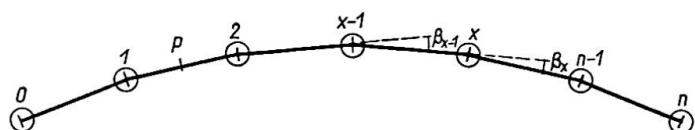


Fig. 9.

Dans le cas où le déterminant du système ci-dessus diffère de zéro, c'est-à-dire dans le cas où

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ e^{n\alpha_1} & e^{-n\alpha_1} & e^{n\alpha_2} & e^{-n\alpha_2} \\ e^{(n+1)\alpha_1} & e^{-(n+1)\alpha_1} & e^{(n+1)\alpha_2} & e^{-(n+1)\alpha_2} \\ e^{\alpha_1} & e^{-\alpha_1} & e^{\alpha_2} & e^{-\alpha_2} \end{vmatrix} \neq 0. \quad (34)$$

on a $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 0$. Ceci traduit que, pour toutes les travées de la poutre, les moments aux appuis, qu'ils soient de torsion ou de flexion, sont égaux à zéro, autrement dit, chaque travée peut être considérée comme une poutre appuyée librement aux deux extrémités.

Dans d'autres cas, si les constantes d'intégration ne sont pas égales à zéro, il nous faut prendre en considération les moments \mathfrak{M}_x^0 au-dessus des appuis des ponts; ceci admis, les moments de flexion aux appuis agissant aux extrémités des travées particulières d'une poutre continue peuvent être déterminés à l'aide des relations (14) et (15); il est possible, alors, de calculer les moments de flexion dans les sections transversales des travées particulières.

Si une poutre continue brisée dans le plan est appuyée librement à l'une des extrémités, l'autre extrémité reposant sur un appui glissant mais non rotatif, on aura:

$$\mathfrak{M}_0^0 = 0, \quad M_1 = 0, \quad M'_n = 0, \quad \theta_n = 0. \quad (35)$$

Si la rotation de la section n est empêchée, nous introduisons le moment $\mathfrak{M}_n^0 = \mathfrak{M}^0$ (pour le moment inconnu). Nous allons donc résoudre, par rapport aux grandeurs C_1, C_2, C_3 et C_4 les quatre équations suivantes:

$$\mathfrak{M}_0^0 = 0, \quad M_1 = 0, \quad M_n = 0, \quad \mathfrak{M}_n^0 = \mathfrak{M}^0. \quad (36)$$

En introduisant les coefficients C comme fonctions du moment inconnu dans l'équation (4) et en posant que la rotation θ'_n de la section finale de la poutre est égale à zéro, nous arrivons à l'équation du type:

$$F(\mathfrak{M}^0) = 0 \quad (37)$$

pour le moment inconnu \mathfrak{M}^0 . En considérant le dit moment comme une charge additionnelle sollicitant la poutre continue, nous pouvons calculer les autres moments \mathfrak{M}_x^0 ; à l'aide des relations (14) et (15), nous calculons les moments de flexion aux appuis.

Ouvrages cités

1. W. WIERZBICKI: «Sur le calcul des poutres à axe brisé.» Mémoires et Comptes Rendus des Travaux de la Société des Ingénieurs Civils de France, 1927.
2. W. WIERZBICKI: «De l'application des équations simultanées à différences finies en statique des constructions.» Association Internationale des Ponts et Charpentes, «Mémoires» 1936.
3. W. WIERZBICKI: «Rozprawy z mechaniki budowli.» Varsovie 1958, p. 137.

Résumé

Le pont courbe peut être considéré, dans nombre de cas, comme une construction continue, composée (dans la section transversale) de deux ou plusieurs poutres continues brisées dans le plan et appuyées aux nœuds sur les piliers du pont. Cette communication présente les relations entre les moments aux appuis ainsi qu'entre les déformations; ces expressions sont analysées et on en tire les conclusions appropriées. On attache une importance toute particulière à l'équation de cinq moments de torsion successifs dans la poutre, ainsi qu'aux conséquences qui en découlent. On présente en outre des formules pour le calcul des moments fléchissants aux appuis à partir des moments de torsion.

Zusammenfassung

Eine gekrümmte Brücke kann in der Regel als eine kontinuierliche Konstruktion betrachtet werden, die aus zwei oder mehreren Hauptträgern mit geknickter Achse besteht. Die Hauptträger ruhen in den Knotenpunkten auf den Brückenpfeilern.

In der vorliegenden Arbeit werden Beziehungen für die Stützmomente und Formänderungen eines durchlaufenden Balkens mit geknickter Achse angegeben und aus den abgeleiteten Formeln die entsprechenden Schlußfolgerungen für die Verwendung als Hauptträger von gekrümmten Brücken gezogen. Eine besondere Bedeutung kommt der Gleichung der fünf aufeinanderfolgen-

den Torsionsmomente und ihrer Deutung zu, wobei Formeln angegeben werden, die einen Übergang von den Torsionsmomenten zu den Biegemomenten ermöglichen.

Summary

The curved bridge may be regarded, in numerous cases, as a continuous structure, made up (in the cross section) of two or more continuous girders, broken in plan and supported at the joints on the pillars of the bridge. This paper explains the relationships between the moments at the supports and also between the deformations; these expressions are analysed and the appropriate conclusions drawn. Particular importance is attached to the equation of five successive torsional moments in the girder, and also to the consequences thereof. Formulae are also provided for the calculation of the bending moments in the supports on the basis of the torsional moments.

IIIa5

Space Frame Action and Load Distribution in Skew Bridges

Comportement tridimensionnel et distribution des charges dans les ponts biais

Räumliche Tragwirkung und Lastverteilung in schiefen Brücken

M. S. AGGOUR

Dr., Professor at the Faculty of Engineering, Cairo University, Giza, U. A. R.

Introduction

The usual method of calculating the stresses in the different parts of a bridge is to split it up into a group of vertical and horizontal plane frames and trusses acting independently of each other, the vertical loads being taken by the vertical main girders, the horizontal loads by the horizontal wind bracings and then transmitted through the transverse frames to the bearings of the bridge. In reality the whole bridge acts as a space structure; the vertical loads produce stresses not only in the main girders, but also in the wind bracings and transverse frames. In case of a skew bridge, the effect of the space frame action is much greater than in the case of a square bridge on account of the much greater twisting moments produced at the end transverse frames.

The object of this research is to investigate how skew bridges with two or more main girders connected rigidly together by cross frames and wind bracings will behave if they are treated as space structures. The results of the space frame calculation are compared with those obtained by the ordinary method and it has been found that the design of a safe skew bridge should be carried out as a space structure. Furthermore some types of square bridges are treated as space structures in order to compare their behaviour with that of skew bridges.

Space Frame Method of Calculation

The space structure is considered to be composed of several plane frames or trusses connected together at their lines of intersection. Along these lines the plane frames or trusses will act mutually on one another. The corresponding actions and reactions are called edge forces, since their lines of action in the case of plane frames with negligible lateral stiffness coincide with the edge. After the determination of these edge forces, the calculation of the space frame is carried back to the calculation of several plane frames or trusses loaded by external forces and edge forces in their own planes.

The general shape of a bridge with two main girders, an upper and a lower

wind bracing, and two end cross frames, is a closed polyhedron. If the main girders are trusses or plate girders with parallel chords, the polyhedron will possess six surfaces and twelve edges. For the equilibrium of each plane surface of the polyhedron, the external loads and edge forces acting upon this surface must satisfy the three conditions of equilibrium in the plane. If the bridge is supported by means of four vertical and three horizontal reactions, the total number of unknown reactions and edge forces is $7 + 12 = 19$, the number of equations of equilibrium is $6 \times 3 = 18$, and therefore the space frame is once statically indeterminate.

By eliminating one of the four vertical reactions, or by omitting either of the two end cross frames or one diagonal in the upper or the lower wind bracing, we obtain a statically determinate space structure. On the other hand, each additional cross frame increases the number of unknowns by one (4 edge forces and 3 equations of equil.) so that a bridge with two main girders, two wind bracings, two end cross frames and (n) intermediate cross frames, supported by seven reactions (four vertical and three horizontal) is $(n + 1)$ times statically indeterminate. This means that the redundant edge forces can be obtained from $(n + 1)$ equations. This is true not only when all the component parts of the bridge are statically determinate plane plate girders or trusses, but also when they are statically indeterminate ones, because the additional indeterminacy of the plane trusses can be calculated separately.

Furthermore, skew bridges are not symmetrical with regard to vertical planes, as are square bridges, but they can in most cases be made symmetrical with regard to a vertical axis through the centre of the bridge. By splitting up the acting vertical or horizontal loads into symmetrical and asymmetrical loadings, the number of redundant forces can be reduced by one half.

Skew Bridges with Two Main Girders

In order to study the effect of the stiffness of the end portals as well as the effect of the intermediate transverse frames on the stress distribution, four different cases of a single track railway bridge, Fig. 1, have been investigated:

- a) A through bridge with two wind bracings and two end portals.
- b) A through bridge with two wind bracings, two end, and two intermediate portals.
- c) A deck bridge with two wind bracings and two end cross frames.
- d) A deck bridge with two wind bracings, two end, and two intermediate cross frames.

The general arrangement and cross sections of members of main girders and wind bracings are the same in all four cases, but the stiffness of the end portals in the case of deck bridges is about 25 times greater than that in the case of through bridges.

All these bridges are supported by four vertical and three horizontal reactions and thus bridges a) and c) are once, while bridges b) and d) are three times statically indeterminate space structures.

In order to compare the behaviour of square and skew bridges as space structures, two square through and deck bridges with only two end transverse frames have been calculated. The influence line of the redundant edge force (Y) between the plane surfaces of the upper wind bracing and the end transverse frame, for the square and the skew through bridges, due to vertical loads moving either in the plane of one main girder or along the centre line of the bridge, are shown in Fig. 2.

In the square through bridge, the influence line for a unit load moving in the plane of one main girder has negative ordinates on the left half and equal positive ordinates on the right half. All ordinates of the influence line for an axle load of two tons moving along the centre line of the bridge are

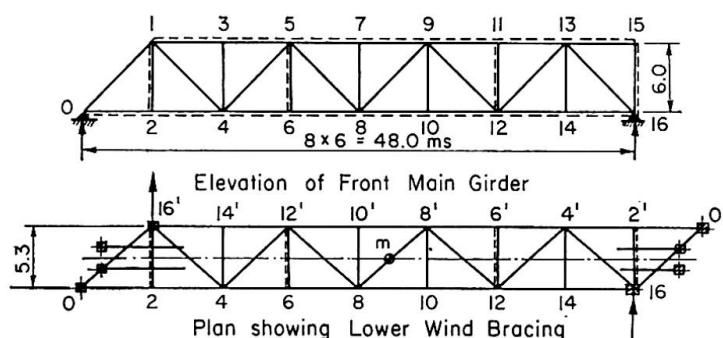


Fig. 1.

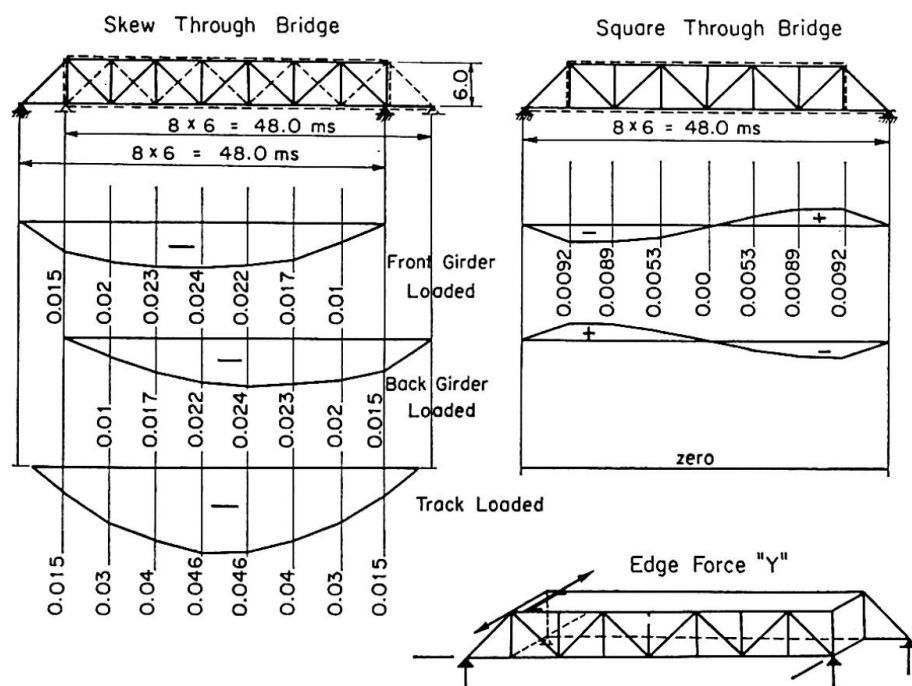


Fig. 2.

therefore zero. In the square deck bridge, the edge force Y for any vertical loading is negligible. In skew bridges, on the contrary, all the ordinates of the influence line for the edge force Y due to a load moving in the plane of one main girder have the same sign, and all the ordinates of the influence line for a load of two tons moving along the centre line of bridge are therefore nearly doubled.

It follows, therefore, that in the calculation of square bridges with two main girders, the space frame action can usually be neglected. It is only of a certain importance in double track railway bridges and roadway bridges subject to eccentric loading. On the contrary, in all skew bridges the actual forces in the main girders, wind bracings, and transverse bracings differ very much from those obtained by the usual method of calculation. In order to obtain a safe structure, skew bridges have to be treated as space frames.

Results Obtained for Vertical Loads

The influence lines for certain members of the skew deck bridges c) and d) for an axle load of two tons moving along the centre line of bridge, are shown in Fig. 3. The corresponding influence lines obtained by the ordinary method of calculation are also shown for comparison. The investigation of these

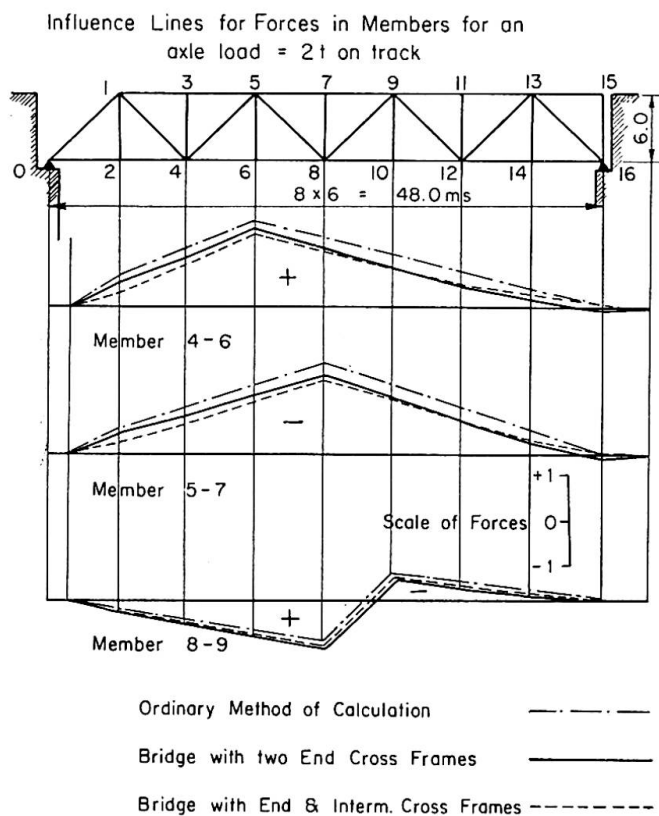


Fig. 3.

influence lines and the calculation of the deflections allow the following general conclusions to be reached.

a) Bridges with Two End Cross Frames

The maximum reactions for the skew deck bridge are increased at the obtuse ends by about 23% and reduced at the acute ends by the same amount. For the skew through bridge this deviation is only 11%. The forces in all the truss members except the diagonals near the obtuse ends are reduced. The greatest decrease is 32% for the deck bridge and 15% for the through bridge. The total forces in the diagonals of the end cross frames of the deck bridge are increased by 130%, while the stresses in the end portals of the through bridge are increased by 290%. A still greater increase takes place for the total forces in the diagonals of the two wind bracings.

By neglecting the space frame action in the calculation of such skew bridges, a considerable amount of material is wasted in the main girders. On the other hand, the wind bracings and end cross frames will not be safe, if they are calculated for wind loads only, as is usual, since they are subject to considerable additional forces due to the twisting moments at the end cross frames.

b) Bridges with Two End and Two Intermediate Cross Frames

The space frame calculation gives an additional reduction of the forces in nearly all the members of the main girders, and a corresponding increase in the middle diagonals of the two wind bracings. For vertical loads acting in the plane of one main girder, the decrease in the forces of that loaded girder is more pronounced than that for loads acting along the centre line of the bridge. The intermediate cross frames reduce the deflections due to vertical loads, thereby increasing the stiffness against vibrations due to moving loads. By increasing the stiffness or the number of the intermediate cross frames this effect can be improved.

Skew Bridges with Several Main Girders Connected Rigidly by Cross Frames and Wind Bracings

Two types of skew bridges with different angles of the skew have been investigated. Both bridges consist of four simple main girders of the plate-girder type, connected together by five rigid cross bracings as well as an upper and a lower wind bracing, Fig. 4. The bridges are symmetrical about the vertical axis through the mid point (m). In the first bridge the skew corresponds to the whole span, $\tan \alpha_1 = 12/7.5 = 1.6$; in the second bridge the skew is about 0.43 of the span, $\tan \alpha_2 = 0.686$. These bridges have been fully calculated as space structures when they are provided with the upper wind bracing only, and then with the upper and lower wind bracings.

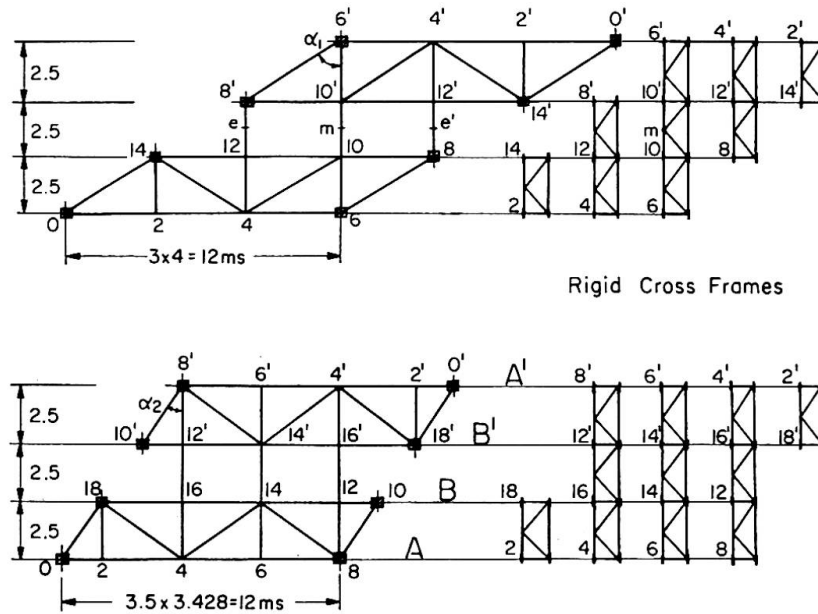


Fig. 4.

Bridge with the Bigger Skew

In this case the bridge is provided with an upper wind bracing only, and can be regarded as consisting of two separate statically determinate bridges $0-6-8-14$ and $0'-6'-8'-14'$ connected together by three intermediate cross frames e, m, e' . The system is statically determinate if the three intermediate cross frames are disconnected and is a nine times statically indeterminate space structure when they are connected. For symmetrical loading, the total number of redundant forces is only five, and for asymmetrical loading, the number of redundant forces is only four.

If the lower wind bracing is added to the above bridge, the structure will be a 13 times statically indeterminate space structure. If we consider the bridge with one wind bracing only as a statically determinate second main system, each of the diagonals of the lower wind bracing will correspond to a new redundant force, and therefore the total number of redundant forces is $9 + 4 = 13$. The second main system is four times statically indeterminate for any loading, and twice for symmetrical or asymmetrical loading.

Bridge with the Smaller Skew

The bridge with an upper bracing is nine times statically indeterminate for any loading. It will be five times statically indeterminate for symmetrical, and four times for asymmetrical loadings. In the bridge with two wind bracings, we have six new redundant forces which reduce to three for symmetrical or asymmetrical loadings.

Results Obtained for Main Girders

a) Bridges with one Wind Bracing Only

For the bridge with the bigger skew, for a full loading of the outside main girder (A), the vertical reaction at support 6 increases by 8% and that at support 0 decreases by 16% with regard to those found by the ordinary method of calculation. For the inside main girder, both end reactions are reduced by about 52% for a full loading of this girder. For the critical loading, the decrease in the vertical reaction at the acute end of the outside girder is only 6% while a very great increase of 87% occurs at the obtuse end. For the inside main girder both reactions are reduced by 25% and 18% at the acute and obtuse ends respectively.

The maximum bending moment for the outside girder of the bridge is decreased by 27% for a full loading of that girder, and by 18% for the critical loading. For the inside main girder the reductions in the bending moments are 55% and 27%, respectively.

For the bridge with the smaller skew, the results obtained for the reactions and bending moments range between those found for a similar square bridge and those for the bridge with the bigger skew.

In all bridges considered, the relief in the maximum bending moment due to the loading of one main girder is much greater for the inside girders than for the outside girders, owing to the fact that the two adjacent girders in the first case take a greater part of the load than the one adjacent girder in the second case. It is therefore recommended that the outside girders should be made stronger than the inside girders. This is not only favourable for equal distribution of the bending stresses over the four main girders, but also for the stiffness of the bridge. Furthermore, the maximum deflections in the outside girders will be reduced.

b) Bridges with Two Wind Bracings

The relief in the bending moment of the outside girders for the loading of one of these girders is about one and a half times as great as in the bridge with one bracing, and the inside girders are also slightly more relieved. The effect of the second bracing is much greater in skew bridges than in square bridges.

Results Obtained for Cross Frames and Wind Bracings

For a loading acting in the plane of the cross frame itself, the stresses in this cross frame are about 1.5 times greater than those produced in the adjacent cross frames. It follows, therefore, that all cross frames of the bridge are stressed, whether the load is acting in their own plane or in the plane of other

adjacent cross frames, and it is incorrect to assume, that each cross frame is stressed only by the loads acting in its own plane.

The critical loading producing maximum compressive stress in the middle strut of these cross frames consists of a full loading of the inside main girders B and B' , while that producing maximum tensile stress in the middle lower strut consists of a full loading of the main girders B' and A' .

These critical loadings are the same for bridges with one and with two wind bracings, but the second bracing has a tendency to increase slightly the forces in the cross frames of square bridges and reduce those in the cross frames of skew bridges. It is more favourable for the load distribution to make the cross frames as stiff as possible.

Comparing the critical forces in the wind diagonals of these bridges, the forces in these diagonals in the case of one wind bracing only, are less than one-half of those obtained in case of two wind bracings.

It follows therefore that the lower wind bracing will relieve the main girders and the cross frames of the bridge from part of the load, but the two upper and lower wind bracings will receive additional forces. The two wind bracings have an effect on the load distribution which is less than that obtained by arranging stiffer cross frames.

Conclusions

1. At the obtuse end of the outside main girders of all skew bridges, the reactions are very much greater than those obtained by the ordinary method of calculation. It is important to take this into consideration in the design of the abutments in order to avoid unequal settlement.

2. The more the skew of the bridge is increased, the greater is the reduction in the maximum bending moment in both main girders.

3. The position of the maximum bending moment is near the centre of the main girders of square bridges, but it is shifted towards the acute ends in skew bridges. The greater is the skew of the bridge, the greater is the shift of the position of the max. bending moment.

4. The deviations mentioned for bridges with one wind bracing are still more pronounced in cases where the bridge is provided with two wind bracings.

5. The bending moment and shearing forces in the cross frames increase considerably when the skew of the bridge becomes greater. In the bridge with the smaller skew, they are twice as great as, and in the bridge with the bigger skew five times greater than, the corresponding values in square bridges.

6. The forces in the wind diagonals are affected when the angle of the skew becomes greater. In the bridge with two wind bracings, the forces in the wind diagonals are five times greater than those of the bridges with one bracing in the case of the square bridge, and twice as great in the case of the bridge with the greater skew.

7. By taking into account the load distribution and space frame action in the design of skew bridges, a considerable amount of material can be saved in the main girders. On the other hand, the additional forces in the cross frames and wind bracings produced by vertical loads must be taken into consideration in the design in order to obtain a safe structure.

Summary

The object of this research is to investigate how skew bridges with two or more main girders, connected rigidly together by cross frames and wind bracings, will behave if they are treated as space structures. The author has found that by taking into account the load distribution and space frame action in the design of skew bridges, a considerable amount of material can be saved in the main girders. On the other hand, the additional forces in the cross frames and wind bracings produced by vertical loads must be taken into consideration in order to obtain a safe structure.

Résumé

L'auteur étudie le comportement tridimensionnel des ponts biais comportant deux ou plusieurs poutres maîtresses, solidarisées par des entretoisements et des contreventements. Il montre que l'on peut réduire considérablement les poids des poutres maîtresses lorsque l'on considère la distribution des charges et le comportement tridimensionnel de la structure; pour réaliser un ouvrage présentant toute sécurité, il faut bien entendu tenir compte des sollicitations supplémentaires des entretoisements et des contreventements dues aux charges verticales.

Zusammenfassung

Der Zweck der vorliegenden Arbeit ist, festzustellen, wie sich schiefe Brücken mit zwei bzw. mehreren Hauptträgern, welche mit Querrahmen und Windverbänden verbunden sind, als Raumtragwerke verhalten. Es wurde bewiesen, daß die Berechnung solcher Brücken unter Berücksichtigung der durch die räumliche Wirkung erzielten Lastverteilung zu einer erheblichen Materialersparnis bei den Hauptträgern führt; jedoch müssen die zusätzlichen Kräfte in den Querrahmen und Windverbänden, welche durch die vertikalen Lasten hervorgerufen werden, mit Rücksicht auf die Sicherheit der Konstruktion berücksichtigt werden.

Leere Seite
Blank page
Page vide