

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 7 (1964)

**Artikel:** Extension du calcul en plasticité à l'acier A 52

**Autor:** Anslijn, R. / Mas, E. / Massonnet, Ch.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-7867>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 10.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## IIe 2

### Extension du calcul en plasticité à l'acier A 52

*Erweiterte Anwendung des Traglastverfahrens auf St 52*

*The Extension of the Plastic Theory of Design to Steel A 52*

R. ANSLIJN

Assistant à l'Université  
de Liège

E. MAS

Chef de Travaux  
au C.R.I.F.

CH. MASSONNET

Professeur à l'Université  
de Liège

### 1. Introduction

En 1961, l'Institut Belge de Normalisation (IBN) a édité en annexe à la NBN 1 «Charpentes Métalliques» des «Règles supplémentaires pour le Calcul en Plasticité». Ces règles ne sont toutefois applicables qu'à l'acier A 37.

Etant donné l'intérêt économique de l'acier A 52 et l'extension que l'on observe dans son utilisation, il a paru intéressant à la C.E.C.M. de mettre au point un programme de recherches expérimentales, en s'inspirant des recherches américaines [1, 2, 3] afin de juger de la possibilité d'étendre ces règles aux constructions en acier A 52.

Les recherches ont comporté:

- a) des essais de traction;
- b) des essais de flambement sur éprouvettes courtes prismatiques;
- c) des essais de compression et de flexion sur profilés à larges ailes;
- d) des essais de flambement par flexion et torsion sur cornières;
- e) des essais sur poutres continues (expérience de STÜSSI et KOLLBRUNNER);
- f) des essais sur nœuds soudés.

Etant donné le manque de place, la présente note se bornera à examiner les essais a), b), et c) et à en tirer des conclusions en ce qui concerne la minceur maximum admissible dans les profilés de structures dimensionnées plastiquement. Les résultats des essais d), e) et f) seront publiés ailleurs.

### 2. Etude statistique de la longueur du palier et des autres caractéristiques du diagramme tensions-déformations

Afin d'obtenir pour l'acier A 52 un diagramme tensions-déformations moyen, on a réalisé une centaine d'essais de traction sur des éprouvettes tirées de profilés et plats de provenances diverses.

Ce diagramme moyen est représenté à la fig. 1 tandis que les valeurs moyen-

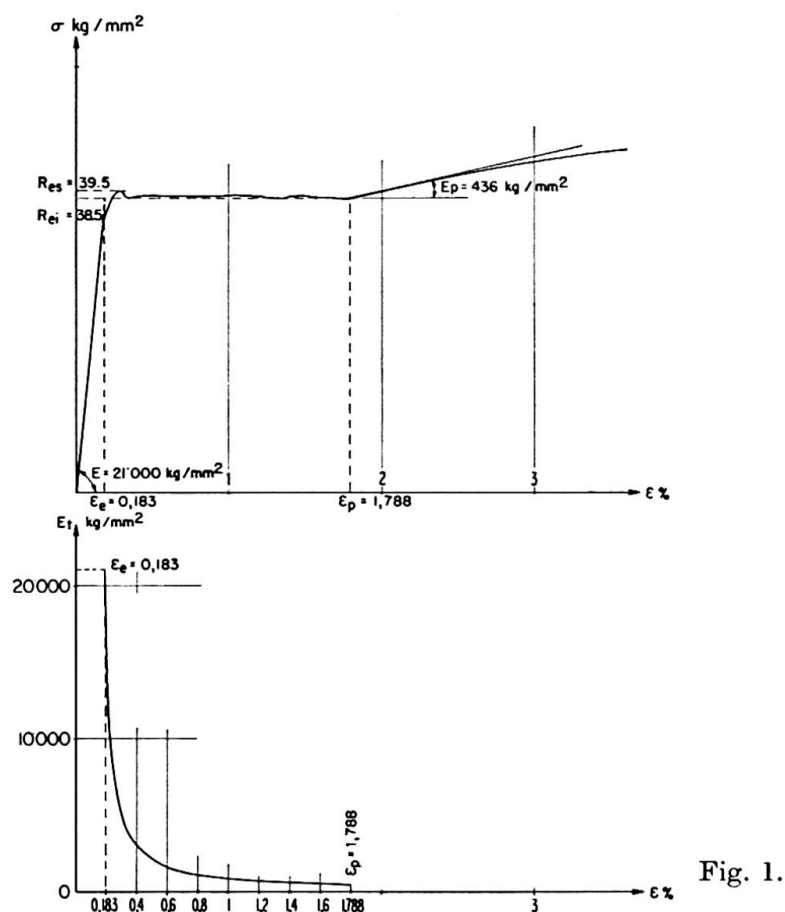


Fig. 1.

Tableau I. Caractéristiques en traction de l'acier A 52

Caractéristiques		Valeur moyenne	Dispersion
Limite d'élasticité apparente inférieure	$R_{ei}$ (kg/mm <sup>2</sup> )	38,5	3,666
Limite d'élasticité apparente supérieure	$R_{es}$ (kg/mm <sup>2</sup> )	39,5	3,907
Tension de rupture	$R_r$ (kg/mm <sup>2</sup> )	55,8	2,490
Dilatation élastique sous $R_{ei}$	$\epsilon_e$ (%)	0,183	—
Dilatation à la fin du palier	$\epsilon_p$ (%)	1,788	0,479
Module de déformation tangent à la fin du palier	$E_p$ (kg/mm <sup>2</sup> )	436	71,9
Allongement proportionnel de rupture sur $5,65 \sqrt{\Omega}$	$Al_1$ (%)	29,1	2,061
Allongement proportionnel de rupture sur $8,16 \sqrt{\Omega}$	$Al_2$ (%)	24,2	1,831
Striction	$St$ (%)	61,3	3,809

nes des caractéristiques sont résumées au tableau I. On a aussi tracé à la fig. 1 la courbe moyenne donnant la variation du module de déformation tangent  $E_t = \frac{d\sigma}{d\epsilon}$  le long du palier selon la loi  $\frac{1}{E_t} = \frac{k}{E_p} + \frac{1-k}{E}$  où  $k$  est la fraction de volume du métal qui est à la fin du palier et  $E_p$  le module de déformation tangent à la fin du palier (cf. [5], p. 14).

La moyenne des rapports  $\frac{\epsilon_p}{\epsilon_e}$  vaut 9,72 et la dispersion est égale à 2,27. A ce sujet, notons que suivant une étude du Professeur HORNE [4], il est souhaitable que la valeur du rapport  $\frac{\epsilon_p}{\epsilon_e}$  soit égale ou supérieure à 8 pour que la notion de rotule plastique soit applicable. Dans nos essais, cette valeur est réalisée dans 80% des cas.

### 3. Essais de flambement sur éprouvettes courtes prismatiques

On sait que, si l'on comprime des pièces d'élancement assez faible ( $\lambda < 20$ ), on peut dépasser le palier d'écrasement et entrer dans la zone des grandes déformations sans qu'aucun flambement ne se produise.

Un certain nombre d'éprouvettes prismatiques ont été prélevées dans une tôle en acier A 52 d'épaisseur 26 mm. Leurs dimensions ( $20 \times 15 \times h$  mm) ont été choisies de façon à balayer le domaine d'élancement ( $6 \leq \lambda \leq 18$ ).

Toutes les éprouvettes ont été usinées, recuites puis rectifiées avant d'être essayées en triple exemplaire dans une «Sub-Press» [6] qui réalise l'encastrement aux extrémités. La fig. 2 montre l'aspect des éprouvettes après essai.

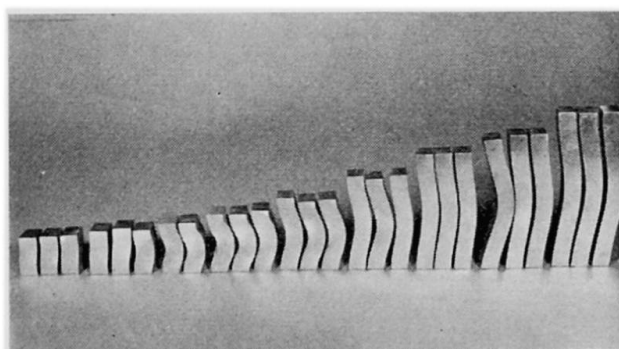


Fig. 2. Eprouvettes courtes après essais de flambement.

Afin de déterminer les caractéristiques en compression de l'acier utilisé, 18 éprouvettes d'élancement 6 ont été essayées. On a obtenu les valeurs moyennes suivantes:

$$\begin{aligned} R_{ei} &= 30,8 \text{ kg/mm}^2; & R_{es} &= 31,6 \text{ kg/mm}^2; & \epsilon_e &= 0,1466\%; \\ \epsilon_p &= 1,1731\%; & E_p &= 590 \text{ kg/mm}^2; & \frac{\epsilon_p}{\epsilon_e} &= 8. \end{aligned}$$

Après avoir tracé pour les éprouvettes d'élancement 6 la courbe  $(\sigma, \epsilon)$  moyenne dans la zone des grandes déformations (fig. 3), on a déterminé une expression analytique de cette courbe qui s'écrit:

$$\epsilon - 11731 \cdot 10^{-6} = \frac{\sigma - 30,8}{590} + 2,16 \left( \frac{\sigma - 30,8}{590} \right)^{1,7}.$$

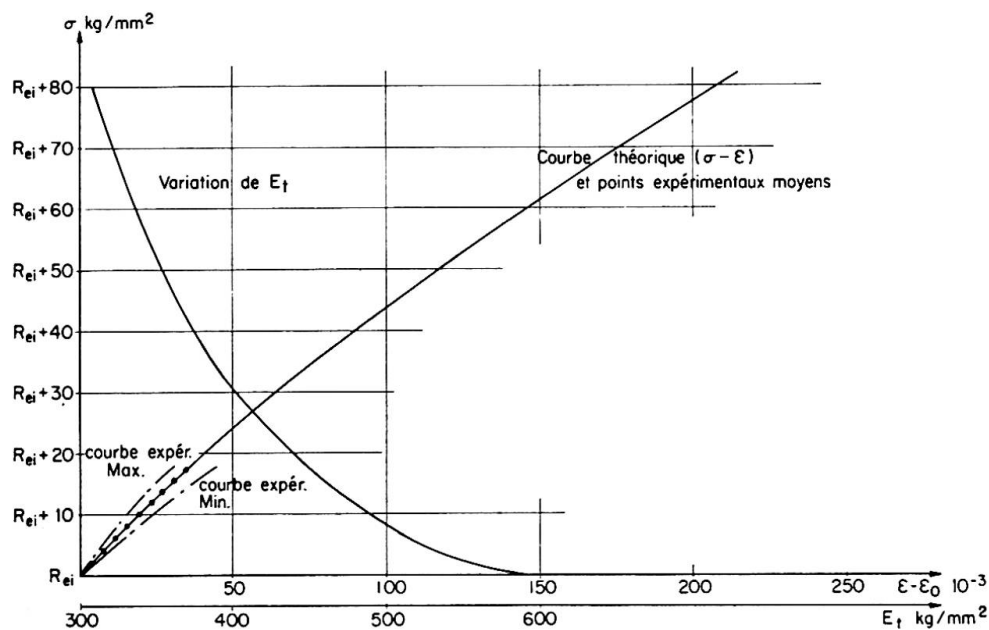


Fig. 3.

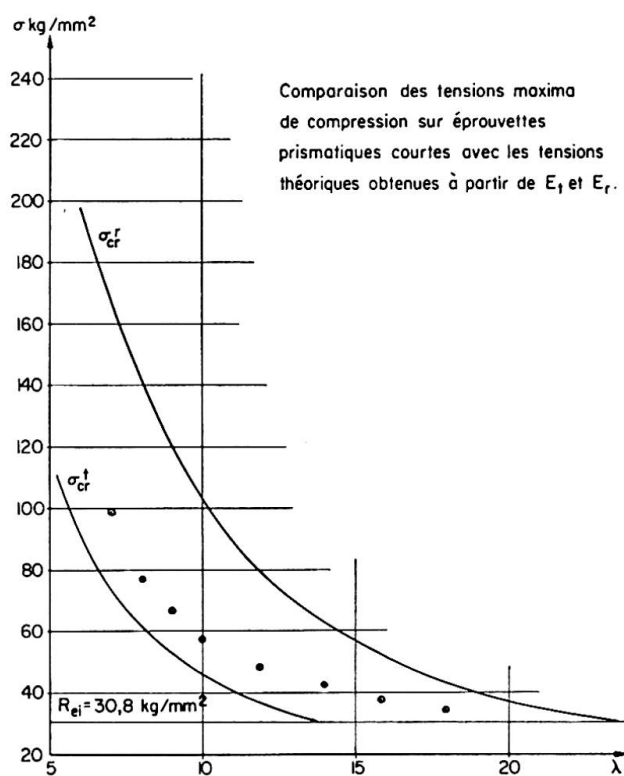


Fig. 4.

La figure montre que la concordance entre l'équation ci-dessus et les points expérimentaux est quasi parfaite. La variation du module de déformation tangent  $E_t = \frac{d\sigma}{d\epsilon}$  en fonction de  $\sigma$  est également représentée à la fig. 3.

A la fig. 4, on compare les tensions maxima moyennes expérimentales à celles obtenues par les courbes théoriques tracées à partir de la théorie du

module tangent  $\sigma_{cr}^t = \frac{\pi^2 E_t}{\lambda^2}$  et de celle du module réduit  $\sigma_{cr}^r = \frac{\pi^2 E_r}{\lambda^2}$  avec  $E_r = \frac{4 E E_t}{(\sqrt{E} + \sqrt{E_t})^2}$ .

On constate: 1. que, pour  $\lambda < 20$ , les tensions d'affaissement sont toujours supérieures à la limite élastique; 2. que les résultats expérimentaux sont tous compris entre les courbes de  $\sigma_{cr}^t$  et de  $\sigma_{cr}^r$ .

#### 4. Essais de compression et de flexion sur poutrelles à larges ailes

Ces essais ont pour but d'étudier la résistance au voilement plastique local des parois constituant les profilés laminés et de fixer les minceurs  $b/e$  maxima admissibles des parois des profils mis en œuvre dans une ossature dimensionnée plastiquement.

On a exécuté:

##### 4.1. des essais de compression centrique sur tronçons courts

Les éprouvettes de compression dont les extrémités sont fraisées, sont essayées dans une machine Amsler de 1000 tonnes.

La fig. 5 montre l'état de l'éprouvette DIE 20 après ruine.

##### 4.2. des essais de flexion

Les profilés sont bi-appuyés et sollicités symétriquement par deux charges distantes de 800 mm. Des raidisseurs sont placés sous les charges et aux appuis.

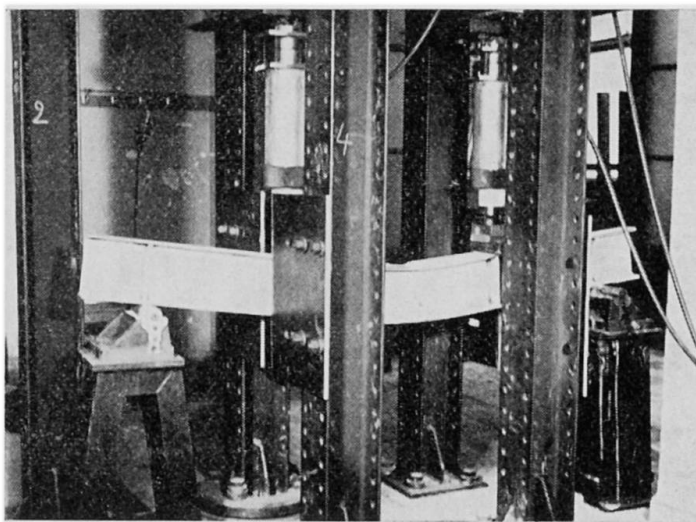
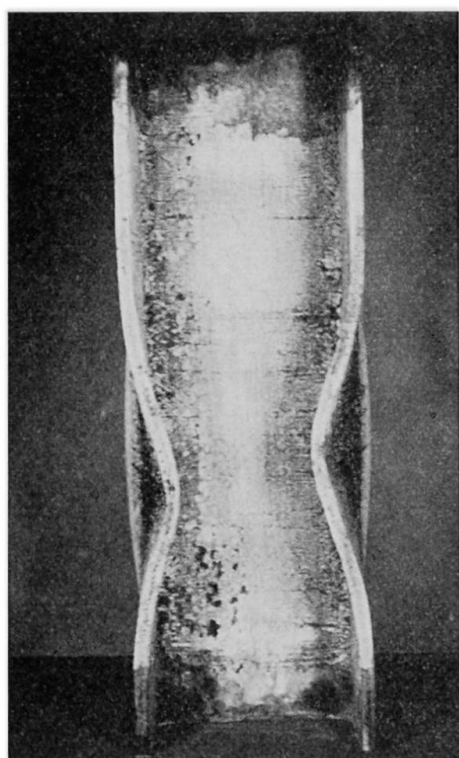


Fig. 6.

Fig. 5.

Les essais de flexion ont été réalisés sur la dalle universelle d'essai du laboratoire de Résistance des Matériaux de l'Université de Liège (fig. 6).

La fig. 7 montre l'aspect des profilés après ruine.

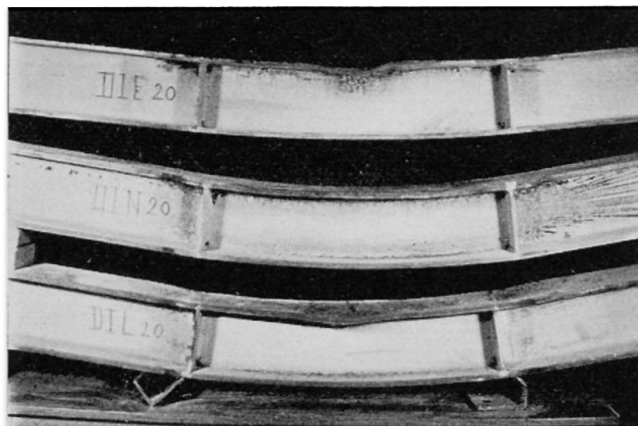


Fig. 7.

#### 4.3. Dépouillement des essais de compression et de flexion

Dans les deux types d'essais, les dilatations longitudinales  $\epsilon$  sont mesurées au moyen de quatre déformètres mécaniques G.C. à base de 250 mm placés longitudinalement aux bords des ailes; tandis que les déplacements transversaux  $\delta$  des ailes et de l'âme sont donnés par des comparateurs au  $\frac{1}{100}$  de mm placés perpendiculairement à ces parois.

Les diagrammes  $(\epsilon, \delta)$  permettent de déterminer la valeur critique de la dilatation ( $\epsilon_{cr}$ ) à partir de laquelle les déplacements transversaux ou éventuellement les rotations transversales commencent à croître plus vite qu'au

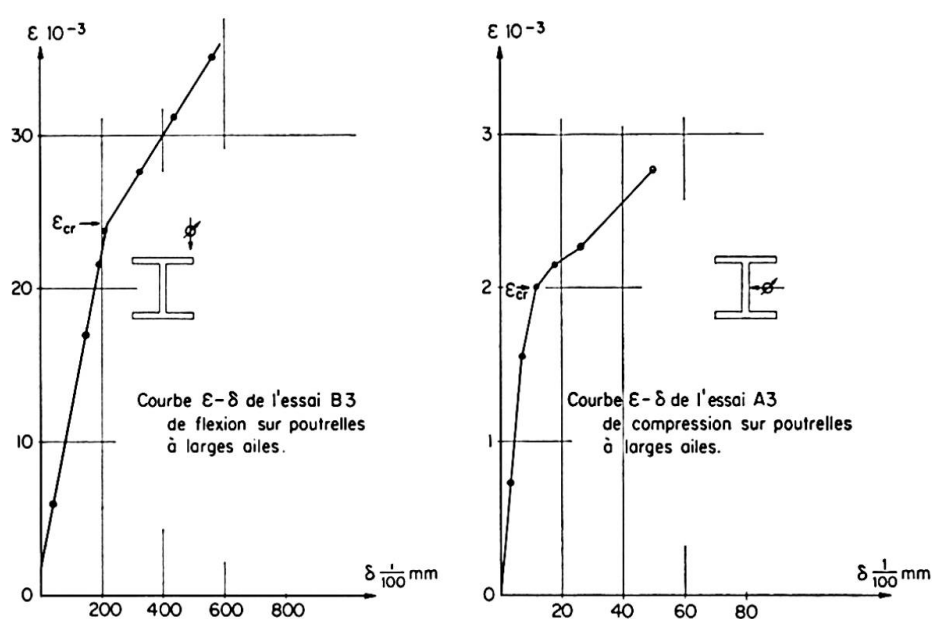


Fig. 8.

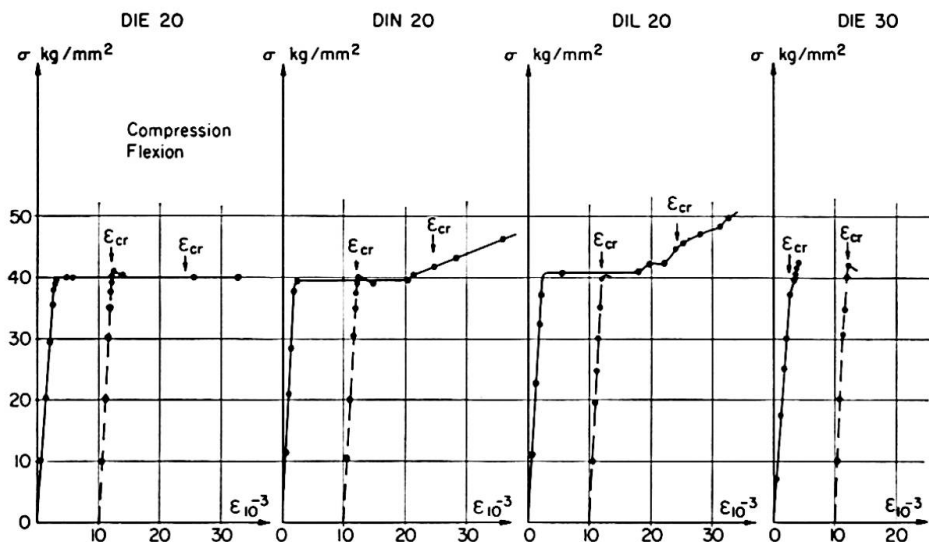


Fig. 9.

début de l'essai. La fig. 8 donne, à titre d'exemple, deux diagrammes  $(\epsilon, \delta)$  caractéristiques.

On a reproduit à la fig. 9 les diagrammes tension-déformation obtenus tant en compression qu'en flexion et on y a fait figurer les valeurs de  $\epsilon_{cr}$  déterminées précédemment.

Les caractéristiques principales des profilés étudiés et les résultats des essais sont donnés aux tableaux II et III.

Tableau II. Caractéristiques des profilés à larges ailes

N°	Type	$\Omega_{mm^2}$	$\frac{I}{v} mm^3$	$2b_{mm}$	$d_{mm}$	$e_{mm}$	$L_{mm}$	$L_{mm}^*$	$b/e$	$d/a$
$A_1 B_1$	DIE 20	5858	408	197	185,4	11,8	604,5	800	8,39	26,5
$A_2 B_2$	DIL 20	7673	551	200	183,7	16,3	601	800	6,15	28,3
$A_3 B_3$	DIN 20	8549	595	200	183,75	16,75	600,5	800	5,97	18,37
$A_4 B_4$	DIE 30	11026	1243	297	282,5	14,5	900	800	10,22	34,05

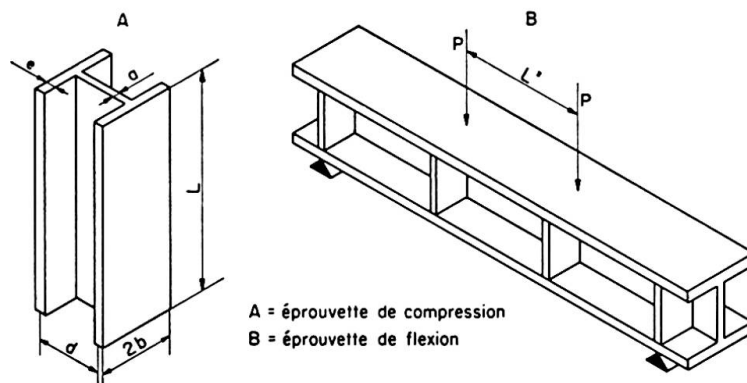




Tableau III. Résultats des essais de compression et de flexion

Eprou- vette N°	R (traction) kg/mm <sup>2</sup>		$\epsilon_{cr} 10^{-3}$		$\sigma_{cr} \text{ kg/mm}^2$		$l/d$		Voilement
	âme	semelle	âme	semelle	âme	semelle	âme	semelle	
A <sub>1</sub>	40,31	37,40	2,075	1,93	40,7	38,91	—	—	Semelle
A <sub>2</sub>	40,95	37,92	2,00	1,84	39,75	37,8	0,537	1,25	âme-semelle
A <sub>3</sub>	40,17	38,09	—	2,00	—	38,00	—	1	Semelle
A <sub>4</sub>	43,98	40,15	2,02	2,02	39,90	39,90	0,565	1,085	âme-semelle
B <sub>1</sub>	40,31	37,40	—	24,00	—	40,00	—	2,64	Semelle
B <sub>2</sub>	40,95	37,92	34,50	24,25	—	45,00	—	2,6	Semelle
B <sub>3</sub>	40,17	38,09	—	24,25	—	42,00	—	2,6	Semelle
B <sub>4</sub>	43,98	40,15	2,60	—	39,50	—	1,000	—	âme

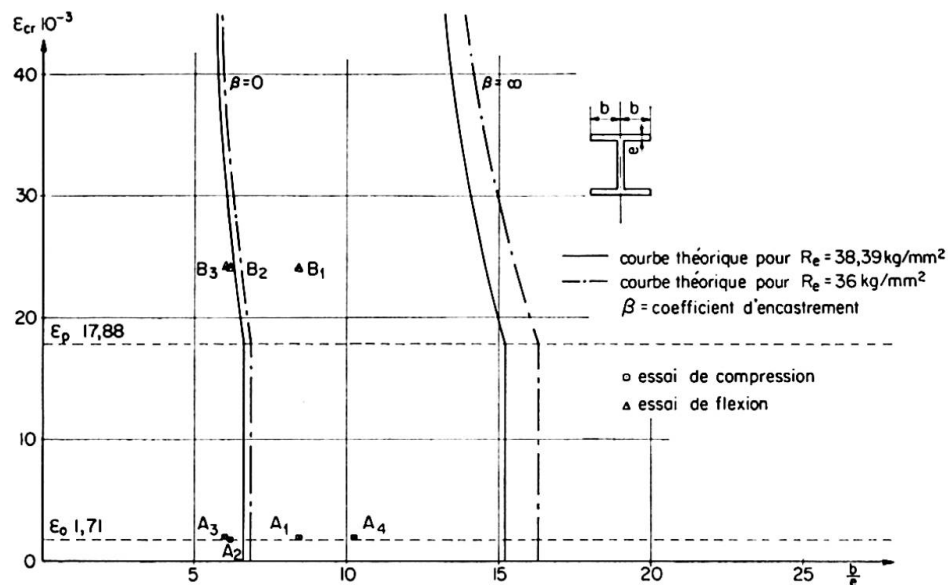


Fig. 10.

Les demi-longueurs d'onde de voilement ( $l$ ) sont mesurées après ruine sur les éprouvettes comprimées et fléchies; les valeurs obtenues ont permis de calculer les rapports  $l/b$  et  $l/d$  figurant au tableau III.

Aux fig. 10 et 11, on a tracé les courbes théoriques de  $\epsilon_{cr}$  en fonction de  $b/e$  et  $d/a$  déduites de la théorie de HAALJER [1] pour les limites élastiques moyennes des semelles, soit 38,39 kg/mm<sup>2</sup> et des âmes, soit 41,35 kg/mm<sup>2</sup>, en adoptant pour le module de glissement tangent la valeur  $G_t = 1680 \text{ kg/mm}^2$ . On y a reporté les résultats des essais. On voit qu'il y a accord satisfaisant entre la théorie et l'expérience.

On a ensuite tracé en trait d'axe les mêmes courbes théoriques pour la valeur conventionnelle de la limite élastique de l'acier A 52, c'est-à-dire 36 kg/mm<sup>2</sup>.

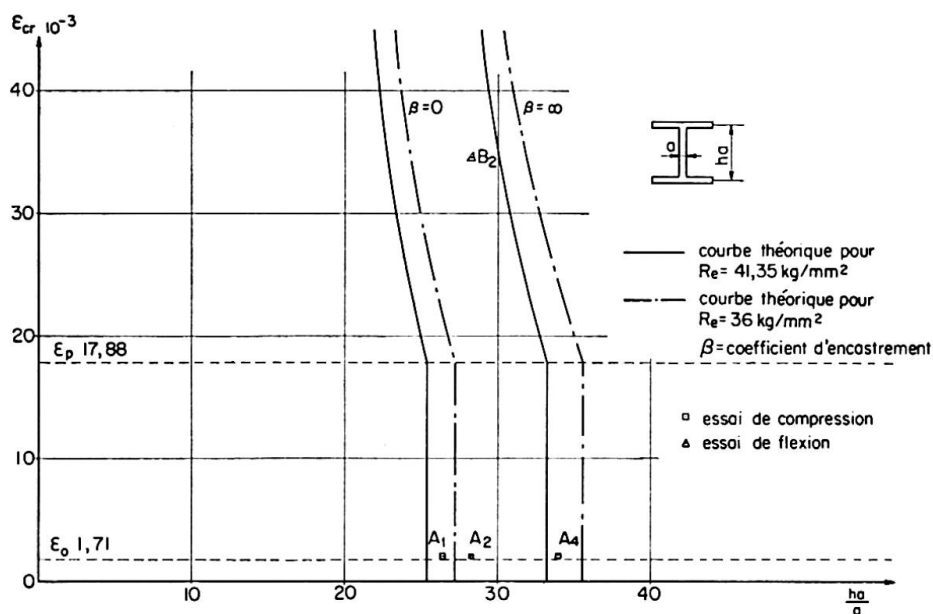
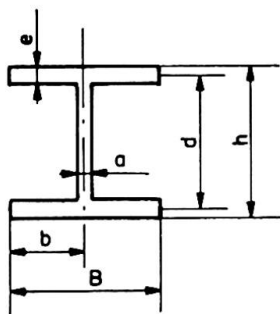


Fig. 11.

### 5. Recommandations et conclusions

La fig. 10 montre que, pour les semelles comprimées uniformément, la minceur  $B/e$  ne doit pas dépasser 13,7 pour qu'on puisse développer une rotule plastique.



La fig. 11 montre que, pour atteindre l'extrémité du palier dans le cas d'une âme comprimée, on devrait respecter la condition  $\frac{d}{a} \leq 27,2$ ; mais, en fait, il n'est pas nécessaire d'atteindre ce point pour permettre la formation d'une rotule plastique possédant une capacité de rotation suffisante et il suffit de demander à la dilatation d'atteindre  $\epsilon_e$ . Si l'on se rapporte à la fig. 11 et aux résultats des essais  $A_4$  et  $B_4$ , on voit qu'une âme de rapport  $\frac{d}{a} = 34$  a atteint  $\epsilon_e$ . En tenant compte de ce que  $\frac{h}{d} = 1,05$  en moyenne, on peut finalement admettre en compression uniforme  $\frac{h}{a} \leq 36$ .

Il reste à déduire de ce résultats une règle pratique relative aux âmes soumises à flexion composée. HAAIJER et THÜRLIMANN ([2] p. 15 et [5] p. 157)

ont établi la théorie du voilement plastique de ces âmes et démontré que le diagramme ([2] fig. 8 ou [5] fig. 2.5) était applicable à des aciers différant de l'acier doux, pour autant qu'on multiplie la minceur  $\frac{d}{a}$  par le rapport des racines carrées des limites élastiques. Ce rapport vaut pour l'acier A 52,  $\sqrt{23,2/36} = 0,803$ .

Par conséquent, il suffit, pour obtenir la loi de variation des minceurs admissibles en fonction de  $\frac{P}{P_p}$ , de multiplier par 0,803 le membre de droite de la formule  $\frac{h}{a} \leq 70 - 100 \frac{P}{P_p}$  obtenue pour l'acier A 7 et le rapport  $\frac{\Omega}{\Omega_a} = 2$  de la section totale à la section de l'âme. On trouve ainsi

$$\frac{h}{a} \leq 56 - 80 \frac{P}{P_p} \quad \left( \frac{P}{P_p} \leq 0,27 \right). \quad (1)$$

Si de plus on considère pour le rapport  $\frac{\Omega}{\Omega_a}$  la valeur 4 qui est représentative en moyenne des profilés à larges ailes européens de hauteur inférieure à 500 mm; on obtient:

$$\frac{h}{a} \leq 56 - 160 \frac{P}{P_p} \quad \left( \frac{P}{P_p} \leq 0,135 \right). \quad (2)$$

Les expressions (1) et (2) sont représentées à la fig. 12.

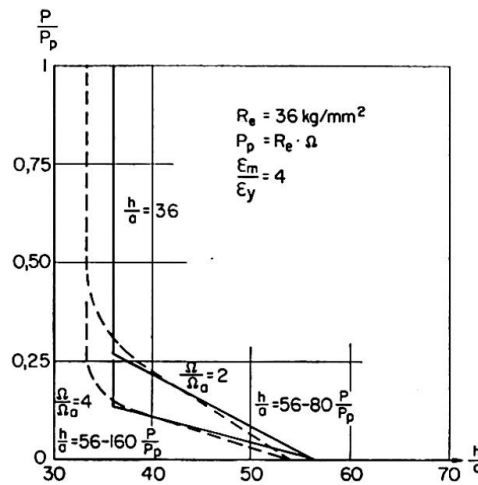


Fig. 12.

### Bibliographie

1. G. HAAIJER: "Plate Buckling in the Strain-hardening Range." Journal of the Engineering Mechanics Division, Volume 83, April 1957, Paper 1212.
2. G. HAAIJER and B. THÜRLIMANN: "On Inelastic Buckling in Steel." Journal of the Engineering Mechanics Division, Volume 84, April 1958, Paper 1581.
3. Commentary on Plastic Design in Steel by a joint committee of the Welding Research Council and the American Society of Civil Engineers.

4. M. R. HORNE: "The Effect of Strain-hardening on the Equalization of Moments in the Simple Plastic Theory." Welding Research, Volume 5, 1951.
5. CH. MASSONNET et M. SAVE: «Calcul plastique des constructions.» Volume 1.
6. CH. MASSONNET: «Recherches expérimentales en vue de la mise au point d'un essai industriel de compression.» Acier—Stahl—Steel n° 3, mars 1959.

### Résumé

La longueur du palier de l'acier A 52 est suffisante pour permettre le développement d'une rotule plastique.

En compression, il est possible d'atteindre et même de dépasser la limite élastique sans qu'aucun flambement ne se produise.

On peut étendre les règles de calcul plastique aux constructions en acier A 52 ( $R_e = 36 \text{ kg/mm}^2$ ) en respectant les valeurs suivantes des minceurs limites afin d'éviter tout voilement local prématuré:

1. Semelle comprimée sous l'effet d'une sollicitation par flexion et/ou par une force axiale.

$$\frac{B}{e} \leq 14.$$

2. Ame comprimée uniformément

$$\frac{h}{a} \leq 36.$$

3. Ame comprimée et fléchie.

$$\frac{h}{a} \leq 56 - 80 \frac{P}{P_p} \quad \left( \frac{P}{P_p} \leq 0,27 \right) \quad \text{pour } \frac{\Omega}{\Omega_a} = 2,$$

$$\frac{h}{a} \leq 56 - 160 \frac{P}{P_p} \quad \left( \frac{P}{P_p} < 0,135 \right) \quad \text{pour } \frac{\Omega}{\Omega_a} = 4.$$

### Zusammenfassung

Die obere Fließdehnung des St 52 ist groß genug, um die Ausbildung eines Fließgelenks zu ermöglichen.

Auf Druck kann die Fließgrenze ohne Knickerscheinungen erreicht und sogar überschritten werden.

Das Traglastverfahren kann auch für Konstruktionen aus St 52 ( $\sigma_F = 36 \text{ kg/mm}^2$ ) angewendet werden, wenn folgende Werte der minimalen Stärkeverhältnisse eingehalten werden, um ein vorzeitiges örtliches Beulen zu vermeiden:

## 1. Druckgurt bei Biege- oder Axialkraft-Beanspruchung

$$\frac{B}{e} \leq 14.$$

## 2. Gleichmäßig gedrückter Steg

$$\frac{h}{a} \leq 36.$$

## 3. Steg unter Druck und Biegung

$$\begin{aligned} \frac{h}{a} &\leq 56 - 80 \frac{P}{P_p} & \left( \frac{P}{P_p} \leq 0,27 \right) & \quad \text{für } \frac{\Omega}{\Omega_a} = 2, \\ \frac{h}{a} &\leq 56 - 160 \frac{P}{P_p} & \left( \frac{P}{P_p} < 0,135 \right) & \quad \text{für } \frac{\Omega}{\Omega_a} = 4. \end{aligned}$$

**Summary**

The plastic extension of steel A 52 is sufficient to permit the development of a plastic hinge.

In compression it is possible to reach and exceed the elastic limit at which buckling is introduced.

To avoid local buckling in plastic designs using steel A 52 the following thickness limits should be observed:

## 1. Compression flange under the effort of bending and/or under an axial load

$$\frac{B}{e} \leq 14.$$

## 2. Web under uniform compression

$$\frac{h}{a} \leq 36.$$

## 3. Web under compression and bending

$$\begin{aligned} \frac{h}{a} &\leq 56 - 80 \frac{P}{P_p} & \left( \frac{P}{P_p} \leq 0,27 \right) & \quad \text{for } \frac{\Omega}{\Omega_a} = 2, \\ \frac{h}{a} &\leq 56 - 160 \frac{P}{P_p} & \left( \frac{P}{P_p} < 0,135 \right) & \quad \text{for } \frac{\Omega}{\Omega_a} = 4. \end{aligned}$$