

Ile: Plastic design with reference to high tensile steels and modern methods of connection

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht**

Band (Jahr): **7 (1964)**

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

He 1

Das Tragverhalten statisch unbestimmter Systeme aus hochfestem Baustahl

Limit Design of Statically Indeterminate Structures Built of High Tensile Steel
Calcul de la charge de ruine d'ossatures hyperstatiques réalisées en acier à haute résistance

H. BEER

Dipl. Ing. Dr. techn., o. Professor, Graz

K. MOSER

Dipl. Ing., OBERINGENIEUR, Graz

A. Einleitung

Der Entwurf von Stahltragwerken nach der Plastizitätstheorie (plastic design) setzt die Kenntnis der Arbeitslinie (Spannungs-Dehnungsdiagramm) des verwendeten Baustahls voraus. Die bisher bekannten Verfahren, die namentlich von J. F. BAKER [1] und seinen Mitarbeitern anwendungsreif entwickelt wurden, basieren auf der Annahme eines Stahles mit ideal elastisch-plastischem Verhalten, d. h. die Arbeitslinie verläuft bis zur Fließgrenze linear ($E = \text{konstant}$) und geht sodann in die Horizontale ($E = 0$) über. Nun besitzen aber gerade die hochfesten Baustähle in der Regel keinen ausgeprägten Fließbereich, sondern zeigen eine mehr oder weniger kontinuierliche Abnahme des Elastizitätsmoduls bis zum Bruch. Die Arbeit behandelt unter dieser Voraussetzung das Tragverhalten von statisch unbestimmten Konstruktionen, wobei mehrere Annahmen über den Verlauf der Arbeitslinie getroffen werden und untersucht besonders die Frage, ob und wie weit ein Momentenausgleich stattfindet. Die Untersuchungen werden für den «Sandwichquerschnitt» durchgeführt, dem die Annahme der normalkraftaufnehmenden Gurte und des nur Schubkraftaufnehmenden Steges zugrunde liegt. Die Erweiterung auf beliebige Querschnitte ist zwar möglich, erfordert jedoch erheblich größeren Rechenaufwand. Die Aussagen für den Sandwichquerschnitt lassen sich jedoch auch auf den I-Querschnitt übertragen. In dieser Arbeit wird nur der Einfluß der Biegemomente auf die elastischen und teilplastischen Formänderungen berücksichtigt. Der Einfluß der Normalkräfte soll später behandelt werden.

B. Der Durchlaufträger bei polygonal geknickter Arbeitslinie

Für die Herleitung der Momentenverteilung wählen wir als Beispiel den symmetrischen Durchlaufträger auf vier Stützen, der in der Mitte durch eine Einzellast belastet ist (Fig. 1a). Zunächst sei der Ableitung die in Fig. 2 dar-

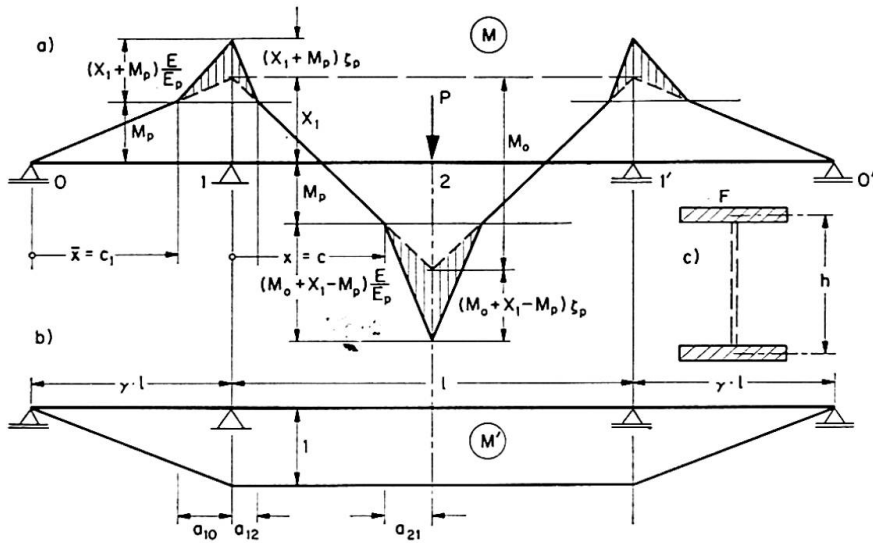


Fig. 1.

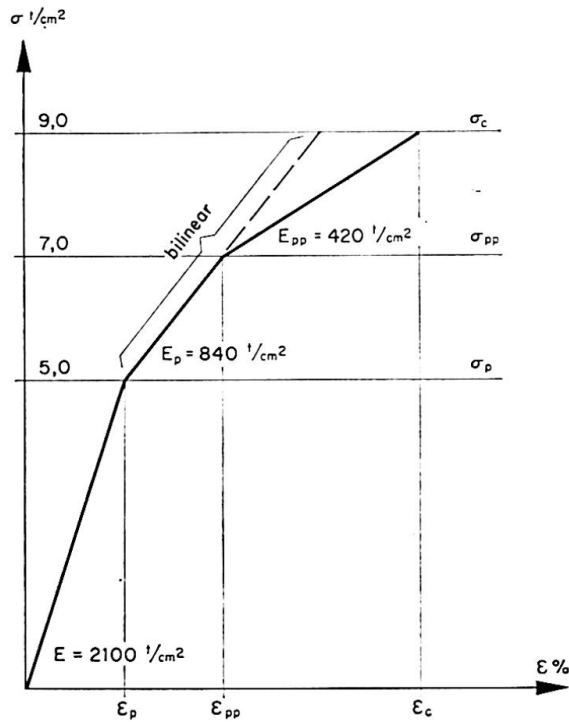


Fig. 2.

gestellte, aus zwei Geraden verschiedener Neigung zusammengesetzte, «bilineare» Arbeitslinie zugrunde gelegt. Die Erweiterung auf einen polygonalen Linienzug bereitet keine grundsätzlichen Schwierigkeiten und wird sodann für eine «trilineare» Arbeitslinie gezeigt. Schließlich wird auch noch der Fall der stetigen Abnahme des Elastizitätsmoduls im teilplastischen Bereich behandelt.

J. FRITSCHÉ [2] hat nachgewiesen, daß das Prinzip von Castigliano für die Berechnung von statisch unbestimmten Systemen, die teilweise plastische

Formänderungen erleiden, dann gültig ist, wenn man den elastischen Anteil der Formänderungsarbeit zugrunde legt und die Voraussetzung des Ebenbleibens der Querschnitte beibehält. Für ideal elastisch-plastisches Verhalten des Materials bestimmt FRITSCHÉ unter diesen Voraussetzungen für den Rechteckquerschnitt die Momentenverteilung am Durchlaufträger.

Wir wenden für die nachstehenden Untersuchungen das Prinzip der virtuellen Arbeit an, indem wir dem aktuellen Formänderungszustand, der durch die Belastung P gegeben ist, einen virtuellen Belastungszustand, für den wir den Zustand $X_1=1$ wählen (Fig. 1 b), gegenüberstellen. Am gegebenen Tragwerk muß dann die so geleistete virtuelle Arbeit zu Null werden, wobei vorausgesetzt wird, daß das Gleichgewicht zwischen äußeren und inneren Kräften bis zum Erreichen der Traglast vorhanden ist (stabile Gleichgewichtslage). Wir nehmen im vorliegenden Fall (vgl. Fig. 1 a) an, daß die Spannungen im Trägergurt sowohl unter der Einzellast als auch über der Stütze den Wert σ_p überschreiten und sich daher Teile des Trägers im teilplastischen Bereich befinden. Zur Berechnung des Formänderungszustandes infolge der gegebenen Belastung kann man sich die über M_p hinausgehenden Momentenbereiche mit E/E_p verzerrt denken und sodann für die so erhaltene ideelle Momentenfläche den Modul E zugrunde legen. Für den über die ganze Trägerlänge konstanten Sandwichquerschnitt (Fig. 1 c) wird dann nach Fig. 1 a

$$\int_0^L M M' dx = 0,$$

wobei sich das Integral über die ganze Trägerlänge $L=l(1+2\gamma)$ erstreckt. Die Integration erfolgt abschnittsweise in der bekannten Art, wobei die einzelnen Abschnitte durch die Stützweiten ($l, \gamma l$) und durch die Teilplastizierungsgebiete

$$a_{10} = \frac{\gamma l (X_1 + M_p)}{X_1}, \quad a_{12} = -\frac{l (X_1 + M_p)}{2 M_0}, \quad a_{21} = \frac{l (M_0 + X_1 - M_p)}{2 M_0}$$

bestimmt sind. Über das Vorzeichen von X_1 wurde hierbei noch nicht verfügt.

Die Integration ergibt nach Multiplikation mit l und wenn wir

$$\mathfrak{E}_p = \frac{E}{E_p} - 1 \quad \text{setzen:}$$

$$X_1 \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2}{3} \gamma\right) + \frac{M_0}{4} + \frac{\gamma \mathfrak{E}_p}{X_1} \left[\frac{1}{2} (X_1 + M_p)^2 - \frac{1}{6 X_1} (X_1 + M_p)^3 \right] - \frac{\mathfrak{E}_p}{4 M_0} (X_1 + M_p)^2 + \frac{\mathfrak{E}_p}{4 M_0} (X_1 + M_0 - M_p)^2 = 0.$$

Daraus folgt für X_1 die kubische Gleichung:

$$X_1^3 \left\{ \left(1 + \frac{2}{3} \gamma\right) + \left[\left(1 + \frac{2}{3} \gamma\right) - \frac{2 M_p}{M_0} \right] \mathfrak{E}_p \right\} + X_1^2 \left\{ 1 + \left[1 - (1 - \gamma) \frac{2 M_p}{M_0} \right] \mathfrak{E}_p \right\} \frac{M_0}{2} - \frac{\gamma}{3} M_p^3 \mathfrak{E}_p = 0. \tag{1}$$

Wir erhalten dieselbe Gleichung durch Anwendung des Satzes von Castigliano, wenn wir bilden

$$dA = \int_{(x)} \left(\frac{\Delta}{h} \right) dM dx$$

mit der Querschnittsverdrehung

$$\left(\frac{\Delta}{h} \right)_e = \frac{2M}{h^2 E F}$$

für die elastischen Bereiche und

$$\left(\frac{\Delta}{h} \right)_p = \frac{2}{h^2 E_p F} \left[M - M_p \left(1 - \frac{E_p}{E} \right) \right]$$

für die teilplastischen Bereiche. Mit

$$\bar{M} = \frac{\bar{x}}{\gamma l} X_1, \quad d\bar{M} = \frac{\bar{x}}{\gamma l} dX_1$$

für die Außenöffnungen und

$$M = \mp \left(\frac{P}{2} x - X_1 \right), \quad dM = \pm dx$$

für die Mittelöffnung wird mit

$$c_1 = \frac{M_p}{X_1} \gamma l, \quad c = \frac{2}{P} (X_1 + M_p), \quad a_{12} = \frac{2}{P} (X_1 - M_p):$$

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dX_1} &= \int_0^{c_1} \left(\frac{\bar{x}}{\gamma l} \right)^2 X_1 d\bar{x} + \int_{c_1}^{\gamma l} \left[\left(\frac{\bar{x}}{\gamma l} \right)^2 X_1 \frac{E}{E_p} - \left(\frac{\bar{x}}{\gamma l} \right) M_p \mathfrak{E}_p \right] d\bar{x} \\ &+ \int_0^{a_{12}} \left[\left(X_1 - \frac{P}{2} x \right) \frac{E}{E_p} - M_p \mathfrak{E}_p \right] dx + \int_{a_{12}}^c \left(X_1 - \frac{P}{2} x \right) dx \\ &+ \int_c^{l/2} \left[\left(X_1 - \frac{P}{2} x \right) \frac{E}{E_p} + M_p \mathfrak{E}_p \right] dx = 0. \end{aligned}$$

Nach einiger Zwischenrechnung erhält man wieder Gleichung (1), wobei jedoch über das Vorzeichen von X_1 schon verfügt worden ist. Beide Verfahren führen zum gleichen Ergebnis, sind allgemein gültig und können auch für Systeme aus ideal elastisch-plastischem Material und beliebiger Querschnittsform angewendet werden, wie dies FRITSCHÉ für den Balken mit Rechteckquerschnitt gezeigt hat.

Mit der bisher verwendeten bilinearen Arbeitslinie ist es im allgemeinen nicht möglich, das teilplastische Verhalten des Baustahls genügend genau zu

erfassen. Wir kommen dem Ziel der möglichststen Anpassung an eine gegebene Arbeitslinie bedeutend näher, wenn wir den aus drei Geraden bestehenden Polygonzug (Fig. 2) annehmen. Der aktuelle Formänderungszustand wird sodann erzeugt durch die in Fig. 3a dargestellte Momentenlinie, die wieder auf E reduziert wurde, während der virtuelle Belastungszustand $X_1 = 1$ unverändert bleibt (Fig. 1 b). Die Überlagerung $\int M M' dx$ ergibt wieder eine Gleichung

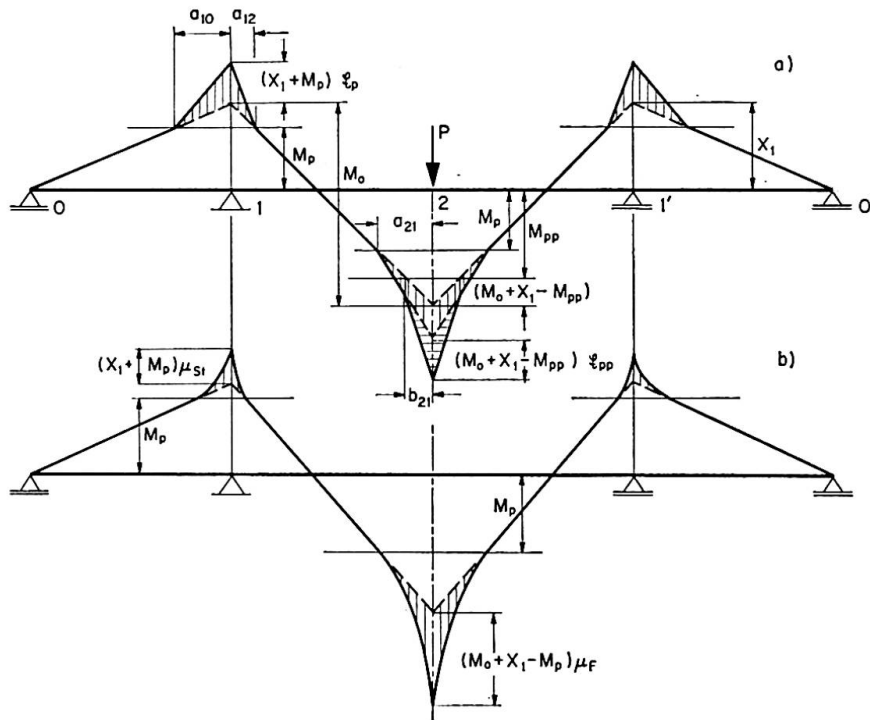


Fig. 3.

chung für X_1 , die sich nach einiger Zwischenrechnung in folgender Form darstellen läßt

$$\begin{aligned}
 & X_1^4 \mathfrak{E}_{pp} + X_1^3 2 M_0 \left\{ \left(1 + \frac{2}{3} \gamma \right) + \left[\left(1 - \frac{M_p}{M_0} \right) + \left(\frac{2}{3} \gamma - \frac{M_p}{M_0} \right) \right] \mathfrak{E}_p + \left(1 - \frac{M_{pp}}{M_0} \right) \mathfrak{E}_{pp} \right\} \\
 & + X_1^2 M_0^2 \left\{ 1 + \left[\left(1 - \frac{M_p}{M_0} \right)^2 + \frac{M_p}{M_0} \left(2 \gamma - \frac{M_p}{M_0} \right) \right] \mathfrak{E}_p + \left(1 - \frac{M_{pp}}{M_0} \right)^2 \mathfrak{E}_{pp} \right\} \quad (2) \\
 & - \frac{2}{3} \gamma \frac{M_p^3}{M_0} \mathfrak{E}_p = 0.
 \end{aligned}$$

Die umständliche Lösung der Gleichung vierten Grades kann umgangen werden, wenn man für die dritten und vierten Potenzen von X_1 den entsprechenden Wert des elastischen Durchlaufträgers $X_{1,e}$ einsetzt. Man erhält dann für den betrachteten Fall $M_p < X_1 < M_{pp}$ die Lösung in folgender Form:

$$X_1 = -\frac{M_0}{[1]} \{ [2] - \sqrt{[2]^2 - [1] \cdot [3]} \}. \quad (3)$$

Hierbei bedeutet

$$\begin{aligned}
 [1] &= \mathfrak{G}_{pp}, \\
 [2] &= (1 + \frac{2}{3}\gamma) + \left[\left(1 - \frac{M_p}{M_0}\right) + \left(\frac{2}{3}\gamma - \frac{M_p}{M_0}\right) \right] \mathfrak{G}_p + \left(1 - \frac{M_{pp}}{M_0}\right) \mathfrak{G}_{pp}, \\
 [3] &= 1 + \left[\left(1 - \frac{M_p}{M_0}\right)^2 + \frac{M_p}{M_0} \left(2\gamma - \frac{M_p}{M_0} - \frac{2}{3}\gamma \frac{M_p^2}{X_{1e}^2}\right) \right] \mathfrak{G}_p + \left(1 - \frac{M_{pp}}{M_0}\right)^2 \mathfrak{G}_{pp}.
 \end{aligned}$$

Für die beiden Fälle $X_1 < M_p$ und $X_1 > M_{pp}$ lassen sich die Lösungen für X_1 ähnlich herleiten. Dabei ergeben sich beispielsweise für den ersten Fall die entsprechend verkürzten Faktoren

$$\begin{aligned}
 [1] &= \mathfrak{G}_p + \mathfrak{G}_{pp}, \\
 [2] &= (1 + \frac{2}{3}\gamma) + \left(1 - \frac{M_p}{M_0}\right) \mathfrak{G}_p + \left(1 - \frac{M_{pp}}{M_0}\right) \mathfrak{G}_{pp}, \\
 [3] &= 1 + \left(1 - \frac{M_p}{M_0}\right)^2 \mathfrak{G}_p + \left(1 - \frac{M_{pp}}{M_0}\right)^2 \mathfrak{G}_{pp}.
 \end{aligned}$$

C. Stetig veränderlicher Elastizitätsmodul

Wir wollen nun eine möglichst einfache geschlossene Funktion für die Veränderung des E -Moduls im teilplastischen Bereich annehmen. An Stelle der Spannung σ tritt hier der auf E bezogene Wert

$$\bar{\sigma} = \sigma_p + \int_{\sigma_p}^{\sigma} \frac{E}{E_p} d\sigma. \quad \text{Setzt man nun} \quad \int_{\sigma_p}^{\sigma} \frac{E}{E_p} d\sigma = (\sigma - \sigma_p)(1 + \mu),$$

so ist μ ein Maß für die Veränderlichkeit des E_p -Moduls. Am einfachsten ist es nun, für den «Vergrößerungsfaktor» μ einen geradlinigen Verlauf anzunehmen (Fig. 4), wobei zur Erfüllung der Randbedingungen diese Gerade von $\mu = 0$ bei $\sigma = \sigma_p$, $\epsilon = \epsilon_p$ auf $\mu = \mu_c$ bei σ_c und ϵ_c ansteigt. Berechnet man umgekehrt die Arbeitslinie, welche dem angenommenen Verlauf von μ entspricht, so erhält man eine Kurve, die etwas unter jener achsenorientierten quadratischen Parabel liegt, welche bei σ_p tangentiell an die Gerade $E = \text{konst.}$ anschließt und bei σ_c ihren Scheitel besitzt. Die Empfindlichkeit der Momentenverteilung gegen eine Veränderung der Arbeitslinie ist jedoch nicht sehr groß, so daß wir mit der Annahme eines geradlinig ansteigenden Vergrößerungsfaktors die Arbeitslinie des hochfesten Baustahls gut wiedergeben können. Die Güte der Annäherung der Arbeitslinie durch ein Polygon wird besonders von der Übereinstimmung der Neigung der letzten Polygonseite gegenüber der Parabelneigung abhängen (Fig. 4).

Mit Verwendung von Fig. 3b erhalten wir unter der Annahme, daß auch die Stützen in den teilplastischen Bereich gelangen, die folgende Gleichung vierten Grades für X_1 :

erweist sich als sehr kleine Korrekturgröße, in der es vollauf genügt, für X_1 den Wert $X_{1,e}$ aus der rein elastischen Momentenverteilung einzusetzen. Man erhält daher wiederum die Lösung der quadratischen Gleichung für X_1 nach Formel (3), wobei nunmehr für

$$\begin{aligned} [1] &= \mu_F - \mu_{st}, \\ [2] &= \frac{3}{2} + \gamma + \left(1 - \frac{M_p}{M_0}\right) \mu_F + \left(\frac{3}{4}\gamma - \frac{M_p}{M_0}\right) \mu_{st}, \\ [3] &= \frac{3}{2} + \left(1 - \frac{M_0}{M_p}\right)^2 \mu_F - \frac{M_p^2}{M_0^2} \mu_{st} + \frac{\gamma}{2} \frac{M_p}{M_0} \left[5 + \frac{M_p}{X_{1e}} \left(1 - \frac{M_p}{X_{1e}}\right)\right] \mu_{st} \end{aligned}$$

einzusetzen ist.

Für die Ermittlung dieser Werte ist wesentlich, daß die Vergrößerungsfaktoren μ_F und μ_{st} wiederum von M und daher auch von X_1 abhängen. Für den Sandwichquerschnitt ist $\sigma = M/Fh$ und daher kann der Wert μ , welcher der Spannung σ entspricht, aus Fig. 4 entnommen werden, wenn man für M die Werte $M_0 + X_1 - M_p$ bzw. $X_1 - M_p$ einsetzt. Man ist gezwungen, zunächst eine Annahme für μ und daher für M zu treffen, diese nach Berechnung von X_1 zu korrigieren und die Berechnung zu wiederholen, wobei zwei bis drei Rechnungsgänge eine ausreichende Genauigkeit ergeben. Man könnte natürlich auch von vorneherein μ als Funktion von X_1 einführen, würde aber dadurch die Rechnung unnötig komplizieren.

In Fig. 5 ist für die drei in Fig. 4 eingetragenen Werkstoffarbeitslinien (Parabel, Polygon I, Polygon II) der Verlauf der Stütz- und Feldmomente eines mit einer Einzellast belasteten Dreifeldbalkens (für $\gamma = 0,5; 0,75; 1,0$) bis zum Versagen des Trägers eingetragen. Man erkennt, daß für alle angenommenen γ -Werte kein Momentenausgleich eintritt. Feldmoment M_2 und Stützmoment X_1 gleichen sich zwar nach Überschreiten der Proportionalitätsgrenze zunächst an, doch tritt noch weit vor dem Erreichen der Bruchlast ein Zustand ein, in dem eine weitere Annäherung nicht mehr stattfindet. Diese Tendenz ist für die drei angenommenen Arbeitslinien gleichlaufend, wobei die Unterschiede relativ gering sind. Die für Polygon I ermittelten Kurven X_1 und M_2 verlaufen nach erfolgter Annäherung nahezu parallel zur X_1 - M_2 -Linie für den starr eingespannten Mittelbalken ($\gamma = 0$), für den ein elastischer Momentenausgleich eintritt.

D. Korrekturverfahren

Der vorgeschlagene Weg ist zwar grundsätzlich für beliebige Systeme und Belastungen anwendbar, führt aber schon für den Durchlaufträger unter Gleichlast zu Gleichungen mit gebrochenen Exponenten. Nachstehend sei daher ein Korrekturverfahren angegeben, das auch bei mehrfach statisch unbestimmten Rahmensystemen unter beliebiger Belastung nur die Auflösung

eines linearen Gleichungssystems erfordert. Es besteht im wesentlichen darin, daß man zunächst die Zustandslinie der Biegemomente für das elastische System ermittelt, die über M_p hinausragenden Momentenanteile teilplastisch verzerrt und eine Korrektur der elastischen Momentenverteilung vornimmt (Schlußlinienkorrektur). In Fig. 6a ist dieser Vorgang am einfachen Beispiel

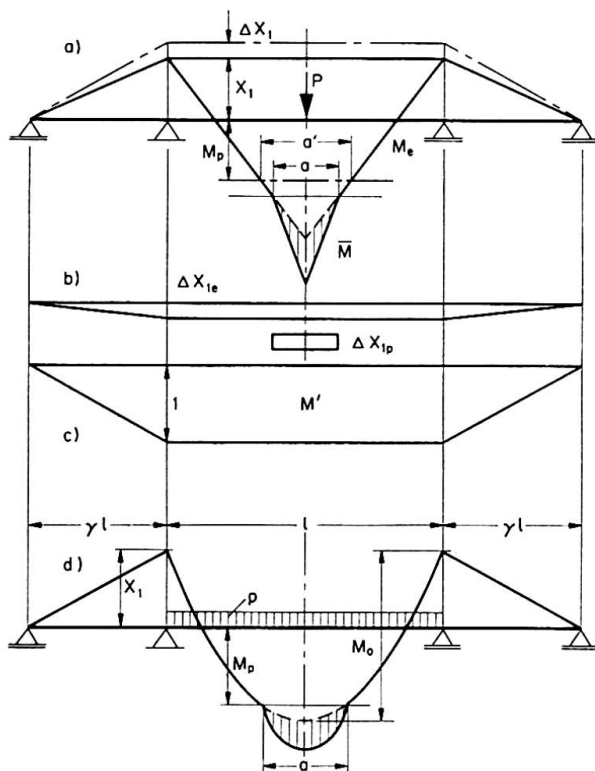


Fig. 6.

des Durchlaufträgers unter Einzellast und Annahme eines linearen Verlaufes der Arbeitslinie im teilplastischen Feldmomentenbereich veranschaulicht. Die Momentenlinie M_e aus der elastischen Verteilung erfüllt die Bedingung

$$\varphi = \int M_e M' dx = 0. \quad (5)$$

Die teilplastische Verzerrung der Momentenlinie ergibt einen zusätzlichen Momentenanteil \bar{M} (in Fig. 6a schraffiert), der nun in das Integral (5) mit eingeht, so daß die gesamte Formänderungsgröße lautet:

$$\int \mathfrak{M} M' dx = \int M_e M' dx + \int \bar{M} M' dx = \varphi + \psi. \quad (6)$$

Da $\varphi = 0$ und $\psi \neq 0$ ist, gilt $\varphi + \psi \neq 0$. Um diese Diskrepanz zu beseitigen, müssen wir eine Korrekturgröße ΔX_1 anbringen (vgl. auch Fig. 6b). Diese bewirkt eine Verschiebung der Schlußlinie und damit etwas geänderte Werte $\bar{\varphi}$ und $\bar{\psi}$, so daß die Formänderungsbedingung $\bar{\varphi} + \bar{\psi} = 0$ erfüllt ist. Wir können nun dieses Korrekturverfahren unter den hier gültigen Voraussetzungen auch als Variationsproblem auffassen und bilden das vollständige Differential von $\varphi + \psi$:

$$\frac{\delta}{\delta X_i} (\varphi + \psi) dX_i = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta}{\delta X_i} [\int M_e M' dx + \int \bar{M} M' dx] dX_i.$$

Die Forderung lautet nun:

$$\varphi + \psi + \frac{\delta}{\delta X_i} (\varphi + \psi) dX_i = 0. \quad (7)$$

Für ein n -fach statisch unbestimmtes Tragwerk ergeben sich, wie später anhand eines einfachen Beispiels gezeigt wird, n solche lineare Gleichungen mit den Unbekannten dX_i ($i=1, 2, \dots, n$). Bei nur einer Korrekturgröße dX_1 erhält man, da voraussetzungsgemäß $\varphi = 0$ ist,

$$dX_1 = - \frac{\psi}{\frac{\partial}{\partial X_1} (\varphi + \psi)}. \quad (8)$$

Gehört die Momentenlinie M_e aus der elastischen Verteilung einem anderen teilplastischen Zustand an (z. B. $X_1 < M_p$) als die korrigierte Momentenlinie M (z. B. $X_1 > M_p$), so ist eine zusätzliche Korrektur notwendig. In $\int \mathfrak{M}^* M' dx = \varphi^* + \psi^*$ ist nunmehr sowohl φ^* als auch ψ^* ungleich Null. Für ein einfach statisch unbestimmtes System erhält man

$$dX_1 = - \frac{\varphi^* + \psi^*}{\frac{\partial}{\partial X_1} (\varphi + \psi)}. \quad (8a)$$

Um die Anwendung des Korrekturverfahrens zu zeigen, wählen wir den Durchlaufträger unter Gleichlast p in der Mittelöffnung und nehmen eine bilineare Arbeitslinie an. Wir setzen voraus, daß im Feld $M > M_p$ ist (Fig. 6d). Der Bereich a der Teilplastizierung läßt sich aus der Bedingung $M = M_p$ sofort angeben, wenn wir setzen:

$$\frac{p}{2} \frac{l-a}{2} \frac{l+a}{2} + X_1 = M_p,$$

woraus folgt:

$$a = l \sqrt{\frac{X_1}{M_0} + 1 - \frac{M_p}{M_0}} \quad \text{mit} \quad M_0 = \frac{pl^2}{8}.$$

Für den elastischen Träger gilt für die Gesamtlänge $L = l(1 + 2\gamma)$:

$$\varphi = \int_0^L M_e M' dx = X_1 (1 + \frac{2}{3}\gamma) + \frac{2}{3} M_0 = 0.$$

Im Bereich a tritt nun durch teilplastische Verzerrung der Momentenlinie ein Anteil

$$\psi = \int_{(a)} \bar{M} M' dx$$

hinzu, so daß $\varphi + \psi \neq 0$ wird und daher die Formänderungsbedingung nicht mehr erfüllt ist. Für den vorliegenden Fall bilden wir:

$$\psi = \frac{2}{3} a (X_1 + M_0 - M_p) \mathfrak{E}_p = \frac{2}{3} \frac{1}{\sqrt{M_0}} (X_1 + M_0 - M_p)^{3/2} \mathfrak{E}_p,$$

$$\varphi + \psi = 1 + \frac{X_1}{M_0} \left(\frac{3}{2} + \gamma \right) + \mathfrak{E}_p \sqrt{\left[\frac{X_1}{M_0} + 1 - \frac{M_p}{M_0} \right]^3}$$

$$\text{und } \frac{\delta}{\delta X_1} (\varphi + \psi) dX_1 = d \left(\frac{X_1}{M_0} \right) \left(\frac{3}{2} + \gamma \right) + \frac{3}{2} d \left(\frac{X_1}{M_0} \right) \mathfrak{E}_p \sqrt{\frac{X_1}{M_0} + 1 - \frac{M_p}{M_0}}.$$

Damit erhält man nach Gl. (8) die auf M_0 bezogene Korrekturgröße für X_1 (Schlußlinienverschiebung für den elastischen plus teilplastischen Momentenanteil), wenn wir den Übergang von unendlich kleinen auf endliche Werte durchführen:

$$\Delta \left(\frac{X_1}{M_0} \right) = - \frac{\mathfrak{E}_p \sqrt{\left[\frac{X_1}{M_0} + 1 - \frac{M_p}{M_0} \right]^3}}{\left(\frac{3}{2} + \gamma \right) + \frac{3}{2} \mathfrak{E}_p \sqrt{\frac{X_1}{M_0} + 1 - \frac{M_p}{M_0}}}. \quad (9)$$

Die hier durchgeführte Schlußlinienkorrektur erfolgte unter Vernachlässigung der dadurch bedingten Veränderung der Länge des Teilplastizierungsbereiches von a auf a' . Wenn auch der Einfluß dieser Vernachlässigung in der Regel ohne Bedeutung ist, so ist es doch ohne weiteres möglich, Gl. (9) für einen zweiten Korrekturschritt zu verwenden, wenn man in die Formel den aus der ersten Rechnung erhaltenen Wert von $\left[\Delta \left(\frac{X_1}{M_0} \right) \right]_1$ zu X_1/M_0 hinzufügt und nach Gl. (8a) ein verbessertes $\left[\Delta \left(\frac{X_1}{M_0} \right) \right]_2$ errechnet, das dann sicherlich als endgültig angesehen werden kann.

$$\begin{aligned} \text{Zahlenbeispiel: } \quad \gamma &= 1, & M_0 &= 20mt, & X_{1e} &= -8,00mt, \\ \Delta X_1 &= -0,296mt, & X_1 &= -8,296mt. \end{aligned}$$

Die direkte Berechnung nach Abschnitt B ergab $X_1 = -8,29mt$. Hierbei muß jedoch — da die Unbekannte X_1 in der charakteristischen Gleichung gebrochene Exponenten besitzt — auch ein Iterationsverfahren zu ihrer Auflösung angewandt werden.

Das beschriebene Korrekturverfahren läßt sich mit Vorteil auf mehrfach statisch unbestimmte Systeme übertragen. Wie bereits ausgeführt, erhalten wir so viele Korrekturgleichungen als Unbekannte X_i vorhanden sind, wobei man beachte, daß das vollständige Differential (Variation) nach allen Unbekannten X_i zu bilden ist. Das Verfahren sei am Beispiel des beidseitig eingespannten Rechteckrahmens der Fig. 7 erläutert.

Der Schlußlinienzug für den elastischen Rahmen wird durch folgende Ordinaten bestimmt:

$$\begin{aligned} M_1 &= X_1 + X_2, & M_2 &= X_1 + X_2 + l X_3, & M_{s3} &= X_1 + l X_3, \\ M_4 &= X_1 - X_2 + l X_3, & M_5 &= X_1 - X_2, & M_0 &= \frac{Pl}{2}. \end{aligned} \quad (10)$$

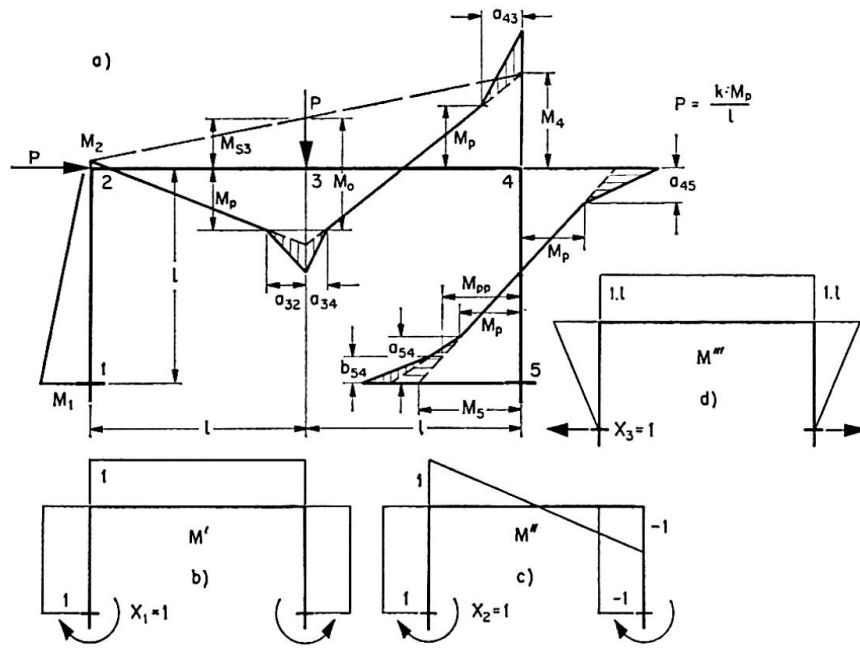


Fig. 7.

Wir setzen die trilineare Arbeitslinie nach Fig. 4 voraus. Die zugehörige «elastische» Momentenverteilung für ein angenommenes $P = K M_p/l$ mit $M_p = 1$ ist in Fig. 7 a dargestellt. Man erhält dabei z. B. teilplastische Zonen in Riegelmitte 3, an der Ecke 4 und an der Einspannstelle 5. Die Formänderungsgröße φ_1 berechnen wir durch Anwendung des Prinzipes der virtuellen Arbeit mit:

$$\varphi_1 = \frac{1}{l} \int M_e M' ds = -\frac{1}{2}(M_1 + M_2) - (M_2 + M_4) - \frac{1}{2}(M_4 - M_5) + M_0 = 0,$$

$$\varphi_1 = -3 X_1 - X_2 - 3l X_3 + M_0. \tag{11}$$

Bildet man das vollständige Differential von φ_1 , so wird:

$$d\varphi_1 = -3 d X_1 - d X_2 - 3l d X_3. \tag{12}$$

Für die teilplastischen Bereiche kommt der Arbeitsanteil ψ hinzu. Treten Teilplastizierungen $M > M_p$ in 3, 4 und 5 auf, so wird:

$$\psi_1 = \frac{1}{l} \int \bar{M} M' ds = \frac{1}{2}(M_0 - M_{s3} - M_p) \frac{a_{32} + a_{34}}{l} \mathfrak{E}_p - \frac{1}{2}(M_4 - M_p) \frac{a_{43} + a_{45}}{l} \mathfrak{E}_p$$

$$+ \frac{1}{2}(M_5 - M_p) \frac{a_{54}}{l} \mathfrak{E}_p.$$

Ist an der Stelle 5 (rechte Einspannung) $M > M_{pp}$, so lautet der letzte Summand:

$$\frac{1}{2}(M_5 - M_p) a_{54} \mathfrak{E}_p + \frac{1}{2}(M_5 - M_{pp}) b_{54} \mathfrak{E}_{pp}.$$

Setzt man die Ausdrücke für die Schlußlinienordinaten (10) ein, so erhält man mit $a_{32} + a_{34} = a_3$ und $a_{43} + a_{45} = a_4$:

$$2l\psi_1 = -X_1[(a_3 + a_4 - a_{54})\mathfrak{E}_p + b_{54}\mathfrak{E}_{pp}] + X_2[(a_4 - a_{54})\mathfrak{E}_p - b_{54}\mathfrak{E}_{pp}] \\ - X_3l[a_3 + a_4]\mathfrak{E}_p + M_0a_3\mathfrak{E}_p - M_p(a_3 - a_4 + a_{54})\mathfrak{E}_p - M_{pp}b_{54}\mathfrak{E}_{pp},$$

oder kürzer geschrieben:

$$\psi_1 = X_1\alpha_1 + X_2\beta_1 + X_3\gamma_1 + k_1. \quad (13b)$$

Bildet man wieder das vollständige Differential, so wird:

$$d\psi_1 = \alpha_1 dX_1 + \beta_1 dX_2 + \gamma_1 dX_3. \quad (14)$$

Die erste Korrekturgleichung lautet gemäß der Forderung (6) und unter Berücksichtigung der Funktionen (11) bis (14), wenn wir wieder auf endliche Korrekturgrößen übergehen:

$$\Delta X_1(3 - \alpha_1) + \Delta X_2(1 - \beta_1) + \Delta X_3(3l - \gamma_1) = X_{1e}\alpha_1 + X_{2e}\beta_1 + X_{3e}\gamma_1 + k_1. \quad (15)$$

Analog erhalten wir durch Bildung der Formänderungsgrößen φ_2, ψ_2 und φ_3, ψ_3 und ihrer totalen Differentiale die beiden fehlenden Gleichungen für die Berechnung der unbekanntenen Korrekturgrößen $\Delta X_1, \Delta X_2$ und ΔX_3 :

$$\varphi_2 = -X_1 - \frac{5}{3}X_2, \quad (16)$$

$$6l^2\psi_2 = -X_1\{(a_{32}^2 - a_{34}^2 + a_{43}^2) - 3l(a_4 - a_{54})\}\mathfrak{E}_p + 3lb_{54}\mathfrak{E}_{pp}\} \\ + X_2\{[a_{43}^2 - 3l(a_4 - a_{54})]\mathfrak{E}_p + 3lb_{54}\mathfrak{E}_{pp}\} - lX_3\{(a_{32}^2 - a_{34}^2 + a_{43}^2) + 3la_4\}\mathfrak{E}_p \\ + \{M_0(a_{32}^2 - a_{34}^2) - M_p[(a_{32}^2 - a_{34}^2 - a_{43}^2) + 3l(a_{34} + a_{45} + a_{54})]\}\mathfrak{E}_p \\ + 3lb_{54}M_{pp}\mathfrak{E}_{pp},$$

$$\text{oder} \quad \psi_2 = X_1\alpha_2 + X_2\beta_2 + X_3\gamma_2 + k_2, \quad (17)$$

$$\varphi_3 = -\frac{8}{3}X_1 - \frac{1}{3}X_2 - \frac{8}{3}lX_3 + M_0, \quad (18)$$

$$6l^2\psi_3 = -X_1\{[3l(a_3 + a_4) - (a_{45}^2 + a_{54}^2)]\mathfrak{E}_p - b_{54}^2\mathfrak{E}_{pp}\} \\ + X_2\{[3la_4 - (a_{45}^2 + a_{54}^2)]\mathfrak{E}_p - b_{54}^2\mathfrak{E}_{pp}\} - lX_3[3l(a_3 + a_4) - a_{45}^2]\mathfrak{E}_p \\ + 3lM_0a_3\mathfrak{E}_p - M_p[3l(a_3 - a_4) + (a_{45}^2 + a_{54}^2)]\mathfrak{E}_p - M_{pp}b_{54}^2\mathfrak{E}_{pp},$$

$$\text{oder} \quad \psi_3 = X_1\alpha_3 + X_2\beta_3 + X_3\gamma_3 + k_3. \quad (19)$$

Aus (16) bis (19) erhalten wir die beiden restlichen Korrekturgleichungen:

$$\Delta X_1(1 - \alpha_2) + \Delta X_2\left(\frac{5}{3} - \beta_2\right) - \Delta X_3\gamma_2 = X_{1e}\alpha_2 + X_{2e}\beta_2 + X_{3e}\gamma_2 + k_2, \quad (20)$$

$$\Delta X_1\left(\frac{8}{3} - \alpha_3\right) + \Delta X_2\left(\frac{1}{3} - \beta_3\right) + \Delta X_3\left(\frac{8}{3}l - \gamma_3\right) = X_{1e}\alpha_3 + X_{2e}\beta_3 + X_{3e}\gamma_3 + k_3. \quad (21)$$

Die Auflösung der drei Korrekturgleichungen (15), (20) und (21) nach den Unbekannten $\Delta X_1, \Delta X_2$ und ΔX_3 ergibt die Schlußlinienverschiebung infolge Teilplastizierung der angegebenen Bereiche. Wie durchgerechnete Beispiele zeigen, ist diese Verschiebung, die im Sinne eines Momentenausgleiches erfolgt, für die bei hochfesten Baustählen in Frage kommenden Arbeitslinien im all-

gemeinen nicht sehr groß und tritt erst nahe an der Bruchgrenze stärker in Erscheinung. Auch hier ist man jedoch noch weit von einem vollständigen Momentenausgleich entfernt. Die Verfasser werden hierüber noch am Kongreß berichten.

E. Schlußbetrachtung

Die bisherigen Untersuchungen bezogen sich auf eine einmalige Belastung. Bei wiederholter Be- und Entlastung gehorcht der Schlußlinienzug für die zweite und folgende Belastung der elastischen Verteilung, solange die Ausgangslast nicht überschritten wird. Ist dies der Fall, so ist die Berechnung mit einer neuen Arbeitslinie mit angehobenen Werten von M_p , M_{pp} usw. durchzuführen. Die Verfasser werden auf dieses Problem noch zurückkommen, wobei auch die Betrachtung der Formänderungen von Interesse ist. Auf die Ermüdungsfestigkeit soll jedoch in diesem Zusammenhang nicht eingegangen werden.

Die hier beschriebene Methode gestattet auch — für Baustähle, deren Arbeitslinie einen ausgeprägten Fließbereich aufweist — die Erfassung der Übergangszone vom elastischen zum plastischen Bereich und die Berücksichtigung des Verfestigungsbereiches. Aber auch Veränderungen der Arbeitslinie infolge von Eigenspannungszuständen aus dem Walz- und Schweißprozeß können nun in Rechnung gestellt werden. Dadurch dürften die Traglastversuche von F. Stüssi [3], welche keinen Momentenausgleich ergeben haben, eine wenigstens teilweise theoretische Begründung erfahren.

Literatur

1. BAKER, HORNE and HEYMAN: "The Steel Skeleton", Vol. II, Cambridge 1956.
2. J. FRITSCHÉ: Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Bd. 11 (1931), S. 176—191.
3. F. STÜSSI: Schweizerische Bauzeitung, 80. Jg., H. 4, 1962.

Zusammenfassung

Die Verfasser entwickeln ein Verfahren zur Berechnung der Grenztragfähigkeit von statisch unbestimmten Systemen aus hochfesten Baustählen, deren Spannungs-Dehnungsdiagramm keine Idealisierung in eine rein elastische und eine rein plastische Zone gestattet. Für den Sandwichquerschnitt wird ein genaues und ein Korrekturverfahren entwickelt, die es gestatten, für Durchlaufträger und Rahmensysteme die Berechnung bis zum Versagen durchzuführen. Die Untersuchungen haben ergeben, daß zwar eine Tendenz in Richtung des Momentenausgleiches eintritt, die aber noch weit vor dem

Erreichen der Bruchlast nahezu zum Stillstand kommt. Das Verfahren ermöglicht auch bei nicht hochfesten Baustählen die Berücksichtigung der Übergangszone in den plastischen Bereich und die Einbeziehung des Verfestigungsbereiches in die Traglastbestimmung.

Summary

The authors present a method of "limit design" of statically indeterminate structures built of high tensile steel, for which the stress-strain diagram does not permit idealisation into a purely elastic and a purely plastic zone. The paper deals with an exact method of computation and a correction procedure for the "Sandwich" section, assuming any stress-strain diagram. The investigations show that there is a certain tendency towards compensation of bending moments, but this ceases long before the collapse-load is reached. By this method it is also possible to take into account the transition-zone in the plastic range and to incorporate the strain-hardening zone in the determination of the load-carrying capacity of mild steels.

Résumé

Les auteurs présentent une méthode de calcul de la charge de ruine d'ossatures hyperstatiques réalisées en acier à haute résistance, acier dont le diagramme contrainte-allongement réel ne peut être valablement remplacé par une zone purement élastique suivie d'une zone purement plastique. Pour une section en double-té idéalisée, ils développent une méthode exacte et un procédé par corrections, en partant d'un diagramme contrainte-allongement quelconque. Les recherches montrent qu'il existe effectivement une certaine tendance à l'égalisation des moments mais qu'elle s'arrête bien avant que la charge de ruine soit atteinte. Avec cette méthode, il est aussi possible de tenir compte, pour l'acier doux, de la zone de transition précédant le domaine plastique ainsi que de la zone d'écrouissage.

Leere Seite
Blank page
Page vide

II e 2

Extension du calcul en plasticité à l'acier A 52

Erweiterte Anwendung des Traglastverfahrens auf St 52

The Extension of the Plastic Theory of Design to Steel A 52

R. ANSLIJN

Assistant à l'Université
de Liège

E. MAS

Chef de Travaux
au C.R.I.F.

CH. MASSONNET

Professeur à l'Université
de Liège

1. Introduction

En 1961, l'Institut Belge de Normalisation (IBN) a édité en annexe à la NBN 1 «Charpentes Métalliques» des «Règles supplémentaires pour le Calcul en Plasticité». Ces règles ne sont toutefois applicables qu'à l'acier A 37.

Etant donné l'intérêt économique de l'acier A 52 et l'extension que l'on observe dans son utilisation, il a paru intéressant à la C.E.C.M. de mettre au point un programme de recherches expérimentales, en s'inspirant des recherches américaines [1, 2, 3] afin de juger de la possibilité d'étendre ces règles aux constructions en acier A 52.

Les recherches ont comporté:

- a) des essais de traction;
- b) des essais de flambement sur éprouvettes courtes prismatiques;
- c) des essais de compression et de flexion sur profilés à larges ailes;
- d) des essais de flambement par flexion et torsion sur cornières;
- e) des essais sur poutres continues (expérience de STÜSSI et KOLLBRUNNER);
- f) des essais sur nœuds soudés.

Etant donné le manque de place, la présente note se bornera à examiner les essais a), b), et c) et à en tirer des conclusions en ce qui concerne la minceur maximum admissible dans les profilés de structures dimensionnées plastiquement. Les résultats des essais d), e) et f) seront publiés ailleurs.

2. Etude statistique de la longueur du palier et des autres caractéristiques du diagramme tensions-déformations

Afin d'obtenir pour l'acier A 52 un diagramme tensions-déformations moyen, on a réalisé une centaine d'essais de traction sur des éprouvettes tirées de profilés et plats de provenances diverses.

Ce diagramme moyen est représenté à la fig. 1 tandis que les valeurs moyen-

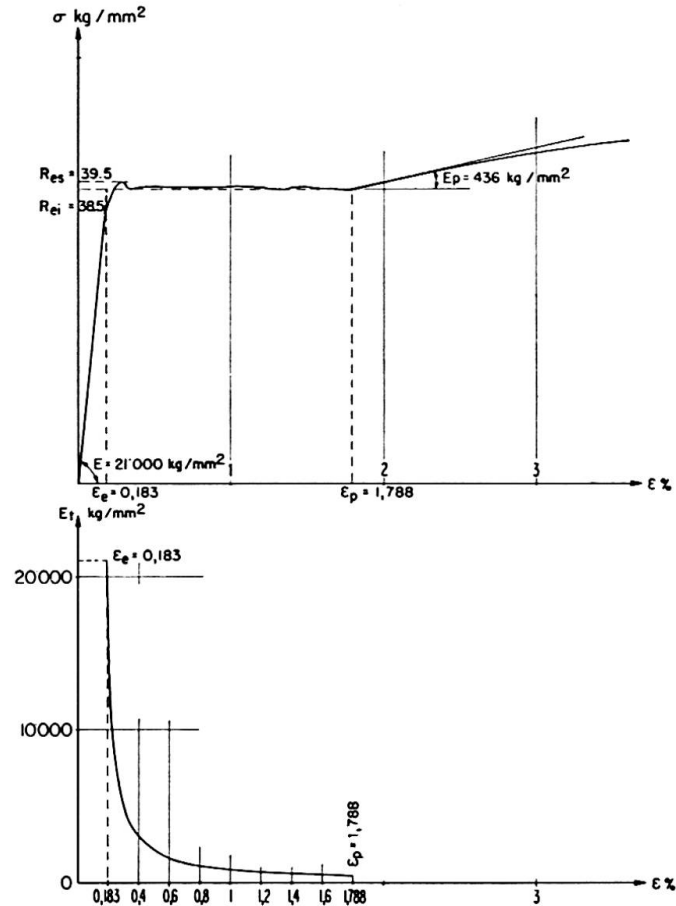


Fig. 1.

Tableau I. Caractéristiques en traction de l'acier A 52

Caractéristiques		Valeur moyenne	Dispersion
Limite d'élasticité apparente inférieure	R_{ei} (kg/mm ²)	38,5	3,666
Limite d'élasticité apparente supérieure	R_{es} (kg/mm ²)	39,5	3,907
Tension de rupture	R_r (kg/mm ²)	55,8	2,490
Dilatation élastique sous R_{ei}	ϵ_e (%)	0,183	—
Dilatation à la fin du palier	ϵ_p (%)	1,788	0,479
Module de déformation tangent à la fin du palier	E_p (kg/mm ²)	436	71,9
Allongement proportionnel de rupture sur $5,65 \sqrt{\Omega}$	Al_1 (%)	29,1	2,061
Allongement proportionnel de rupture sur $8,16 \sqrt{\Omega}$	Al_2 (%)	24,2	1,831
Striction	St (%)	61,3	3,809

nes des caractéristiques sont résumées au tableau I. On a aussi tracé à la fig. 1 la courbe moyenne donnant la variation du module de déformation tangent $E_t = \frac{d\sigma}{d\epsilon}$ le long du palier selon la loi $\frac{1}{E_t} = \frac{k}{E_p} + \frac{1-k}{E}$ où k est la fraction de volume du métal qui est à la fin du palier et E_p le module de déformation tangent à la fin du palier (cf. [5], p. 14).

La moyenne des rapports $\frac{\epsilon_p}{\epsilon_e}$ vaut 9,72 et la dispersion est égale à 2,27. A ce sujet, notons que suivant une étude du Professeur HORNE [4], il est souhaitable que la valeur du rapport $\frac{\epsilon_p}{\epsilon_e}$ soit égale ou supérieure à 8 pour que la notion de rotule plastique soit applicable. Dans nos essais, cette valeur est réalisée dans 80% des cas.

3. Essais de flambement sur éprouvettes courtes prismatiques

On sait que, si l'on comprime des pièces d'élanement assez faible ($\lambda < 20$), on peut dépasser le palier d'écrasement et entrer dans la zone des grandes déformations sans qu'aucun flambement ne se produise.

Un certain nombre d'éprouvettes prismatiques ont été prélevées dans une tôle en acier A 52 d'épaisseur 26 mm. Leurs dimensions ($20 \times 15 \times h$ mm) ont été choisies de façon à balayer le domaine d'élanement ($6 \leq \lambda \leq 18$).

Toutes les éprouvettes ont été usinées, recuites puis rectifiées avant d'être essayées en triple exemplaire dans une «Sub-Press» [6] qui réalise l'encastrement aux extrémités. La fig. 2 montre l'aspect des éprouvettes après essai.

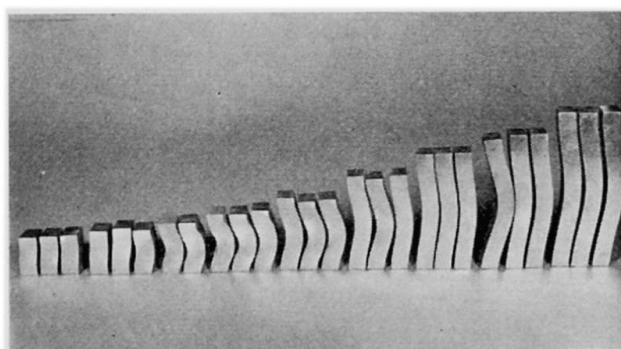


Fig. 2. Eprouvettes courtes après essais de flambement.

Afin de déterminer les caractéristiques en compression de l'acier utilisé, 18 éprouvettes d'élanement 6 ont été essayées. On a obtenu les valeurs moyennes suivantes:

$$\begin{aligned}
 R_{ei} &= 30,8 \text{ kg/mm}^2; & R_{es} &= 31,6 \text{ kg/mm}^2; & \epsilon_e &= 0,1466\%; \\
 \epsilon_p &= 1,1731\%; & E_p &= 590 \text{ kg/mm}^2; & \frac{\epsilon_p}{\epsilon_e} &= 8.
 \end{aligned}$$

Après avoir tracé pour les éprouvettes d'élanement 6 la courbe (σ, ϵ) moyenne dans la zone des grandes déformations (fig. 3), on a déterminé une expression analytique de cette courbe qui s'écrit:

$$\epsilon - 11731 \cdot 10^{-6} = \frac{\sigma - 30,8}{590} + 2,16 \left(\frac{\sigma - 30,8}{590} \right)^{1,7}.$$

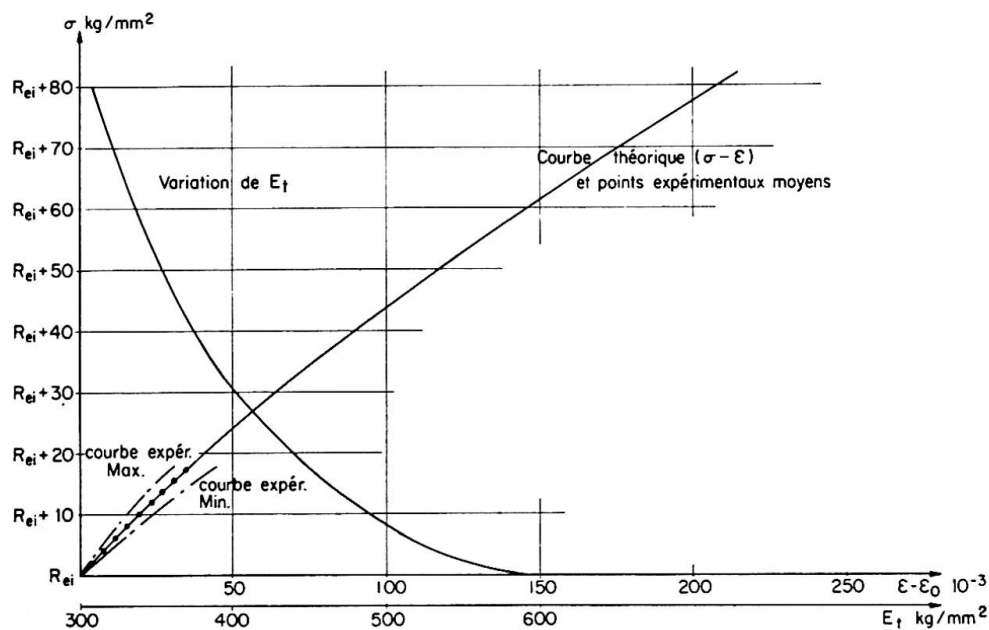


Fig. 3.

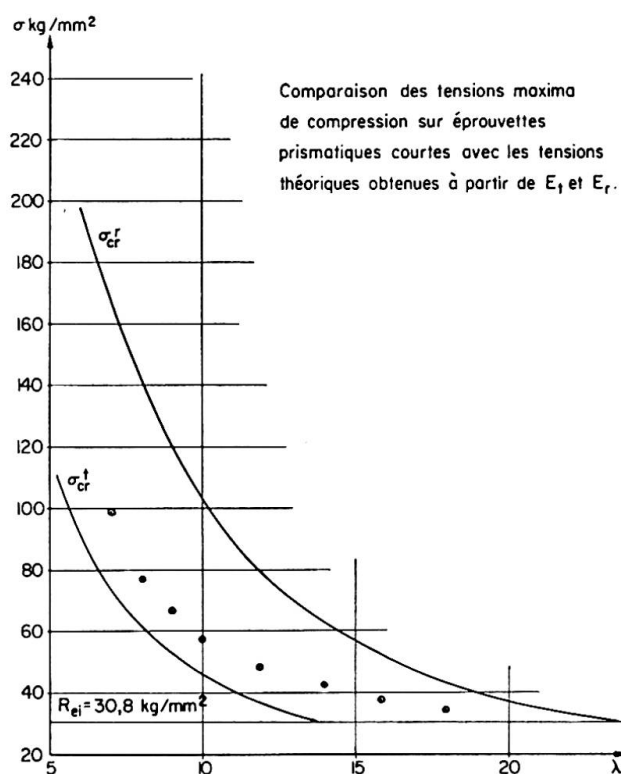


Fig. 4.

La figure montre que la concordance entre l'équation ci-dessus et les points expérimentaux est quasi parfaite. La variation du module de déformation tangent $E_t = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ en fonction de σ est également représentée à la fig. 3.

A la fig. 4, on compare les tensions maxima moyennes expérimentales à celles obtenues par les courbes théoriques tracées à partir de la théorie du

module tangent $\sigma_{cr}^t = \frac{\pi^2 E_t}{\lambda^2}$ et de celle du module réduit $\sigma_{cr}^r = \frac{\pi^2 E_r}{\lambda^2}$ avec $E_r = \frac{4 E E_t}{(\sqrt{E} + \sqrt{E_t})^2}$.

On constate: 1. que, pour $\lambda < 20$, les tensions d'affaissement sont toujours supérieures à la limite élastique; 2. que les résultats expérimentaux sont tous compris entre les courbes de σ_{cr}^t et de σ_{cr}^r .

4. Essais de compression et de flexion sur poutrelles à larges ailes

Ces essais ont pour but d'étudier la résistance au voilement plastique local des parois constituant les profilés laminés et de fixer les minceurs b/e maxima admissibles des parois des profils mis en œuvre dans une ossature dimensionnée plastiquement.

On a exécuté:

4.1. des essais de compression centrique sur tronçons courts

Les éprouvettes de compression dont les extrémités sont fraisées, sont essayées dans une machine Amsler de 1000 tonnes.

La fig. 5 montre l'état de l'éprouvette DIE 20 après ruine.

4.2. des essais de flexion

Les profilés sont bi-appuyés et sollicités symétriquement par deux charges distantes de 800 mm. Des raidisseurs sont placés sous les charges et aux appuis.

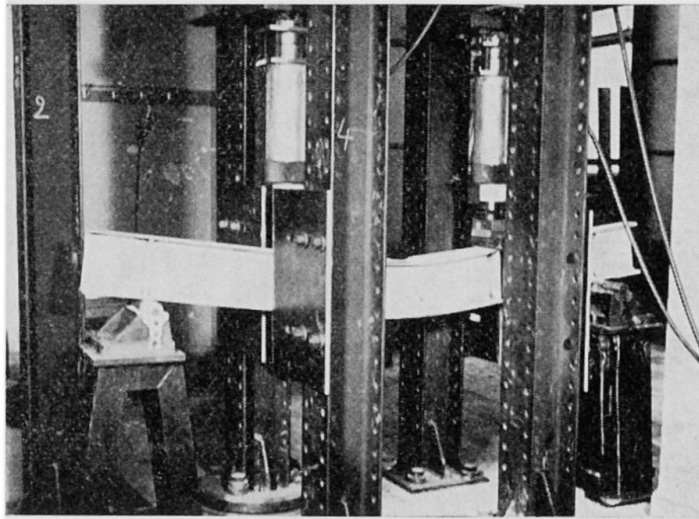
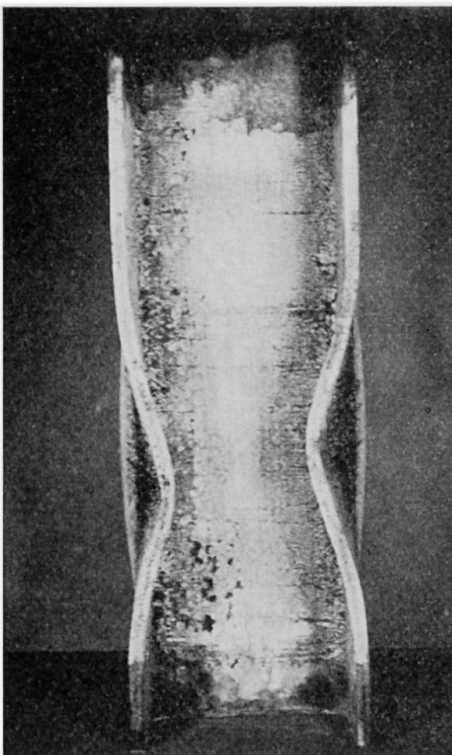


Fig. 6.

Fig. 5.

Les essais de flexion ont été réalisés sur la dalle universelle d'essai du laboratoire de Résistance des Matériaux de l'Université de Liège (fig. 6).

La fig. 7 montre l'aspect des profilés après ruine.

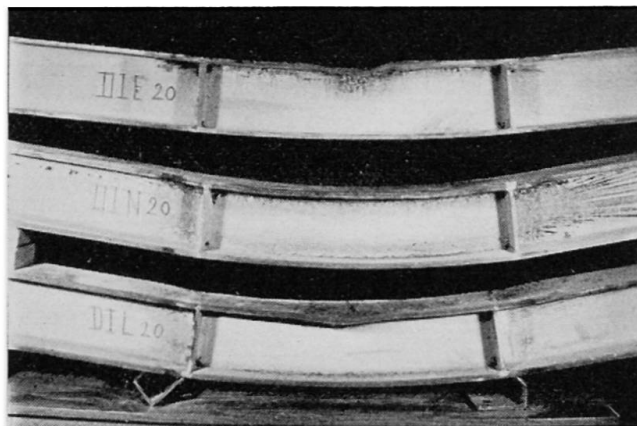


Fig. 7.

4.3. Dépouillement des essais de compression et de flexion

Dans les deux types d'essais, les dilatations longitudinales ϵ sont mesurées au moyen de quatre déformètres mécaniques G.C. à base de 250 mm placés longitudinalement aux bords des ailes; tandis que les déplacements transversaux δ des ailes et de l'âme sont donnés par des comparateurs au $\frac{1}{100}$ de mm placés perpendiculairement à ces parois.

Les diagrammes (ϵ, δ) permettent de déterminer la valeur critique de la dilatation (ϵ_{cr}) à partir de laquelle les déplacements transversaux ou éventuellement les rotations transversales commencent à croître plus vite qu'au

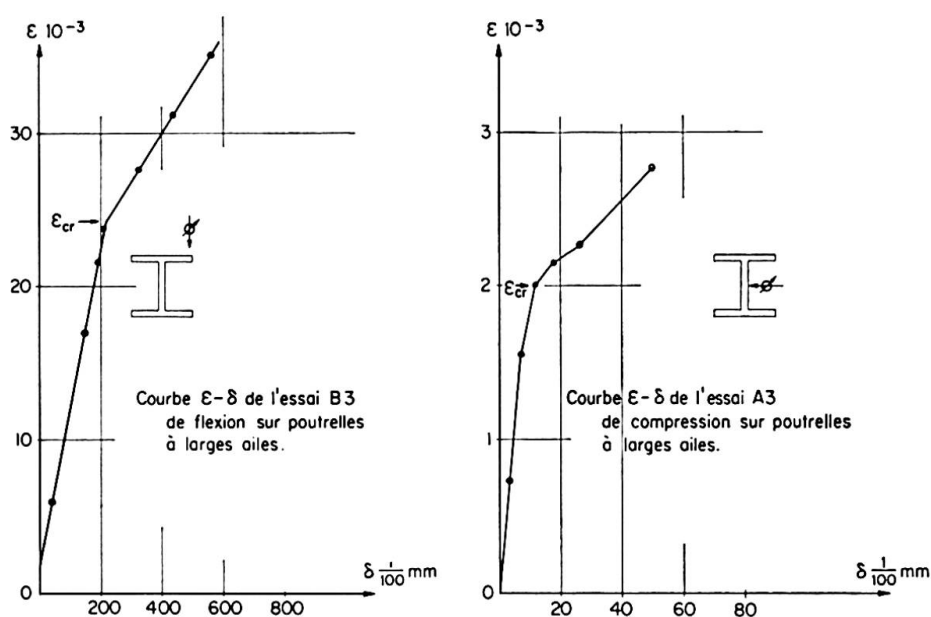


Fig. 8.

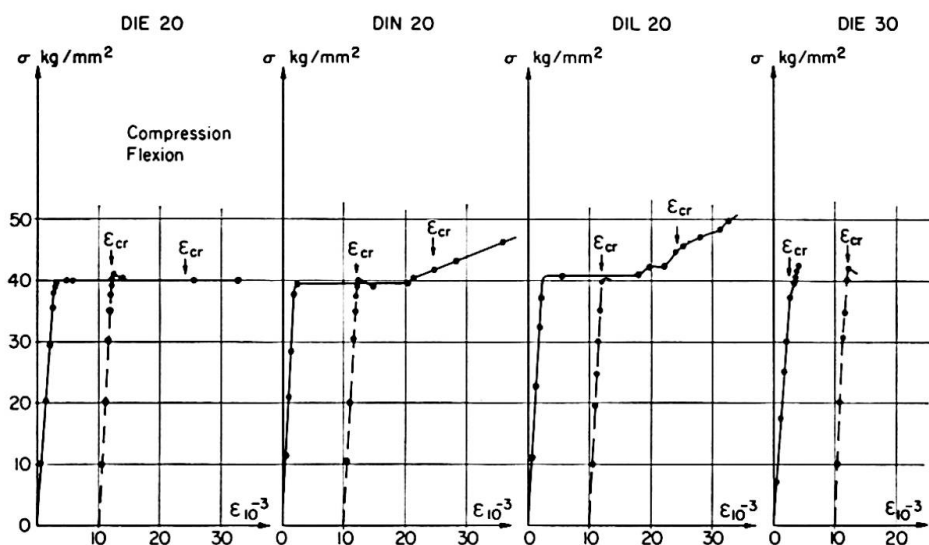


Fig. 9.

début de l'essai. La fig. 8 donne, à titre d'exemple, deux diagrammes (ϵ, δ) caractéristiques.

On a reproduit à la fig. 9 les diagrammes tension-déformation obtenus tant en compression qu'en flexion et on y a fait figurer les valeurs de ϵ_{cr} déterminées précédemment.

Les caractéristiques principales des profilés étudiés et les résultats des essais sont donnés aux tableaux II et III.

Tableau II. Caractéristiques des profilés à larges ailes

N°	Type	Ω_{mm^2}	$\frac{I}{v} mm^3$	$2b_{mm}$	d_{mm}	e_{mm}	L_{mm}	L^*_{mm}	b/e	d/a
$A_1 B_1$	DIE 20	5858	408	197	185,4	11,8	604,5	800	8,39	26,5
$A_2 B_2$	DIL 20	7673	551	200	183,7	16,3	601	800	6,15	28,3
$A_3 B_3$	DIN 20	8549	595	200	183,75	16,75	600,5	800	5,97	18,37
$A_4 B_4$	DIE 30	11026	1243	297	282,5	14,5	900	800	10,22	34,05

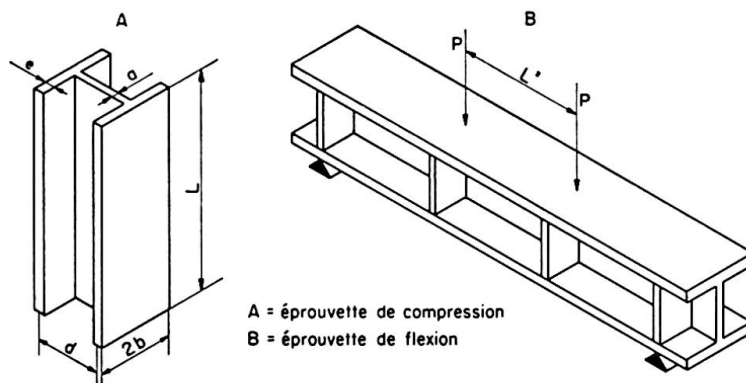


Tableau III. Résultats des essais de compression et de flexion

Epro- vette N°	R (traction) kg/mm ²		$\epsilon_{cr} 10^{-3}$		σ_{cr} kg/mm ²		l/d	l/b	Voilement
	âme	semelle	âme	semelle	âme	semelle			
A ₁	40,31	37,40	2,075	1,93	40,7	38,91	—	—	Semelle
A ₂	40,95	37,92	2,00	1,84	39,75	37,8	0,537	1,25	âme-semelle
A ₃	40,17	38,09	—	2,00	—	38,00	—	1	Semelle
A ₄	43,98	40,15	2,02	2,02	39,90	39,90	0,565	1,085	âme-semelle
B ₁	40,31	37,40	—	24,00	—	40,00	—	2,64	Semelle
B ₂	40,95	37,92	34,50	24,25	—	45,00	—	2,6	Semelle
B ₃	40,17	38,09	—	24,25	—	42,00	—	2,6	Semelle
B ₄	43,98	40,15	2,60	—	39,50	—	1,000	—	âme

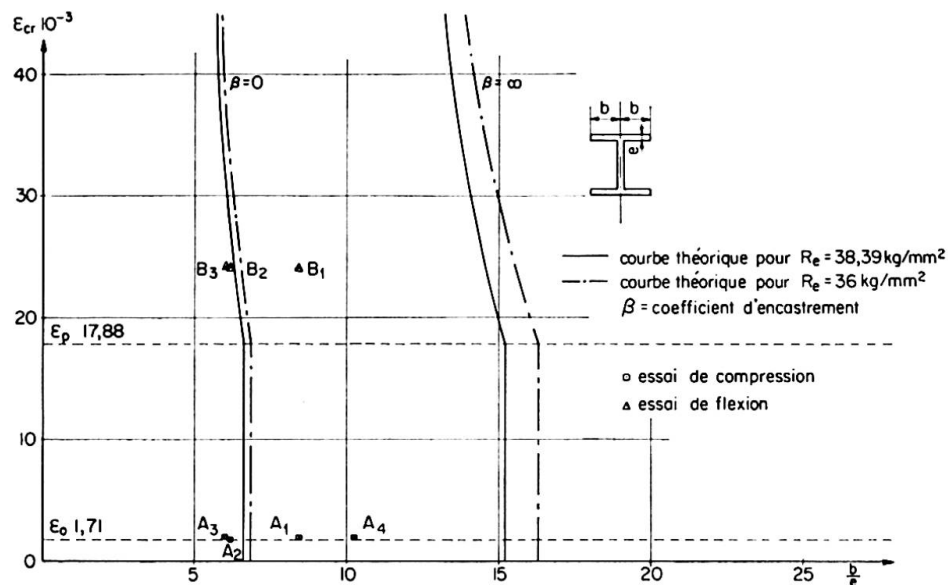


Fig. 10.

Les demi-longueurs d'onde de voilement (l) sont mesurées après ruine sur les éprouvettes comprimées et fléchies; les valeurs obtenues ont permis de calculer les rapports l/b et l/d figurant au tableau III.

Aux fig. 10 et 11, on a tracé les courbes théoriques de ϵ_{cr} en fonction de b/e et d/a déduites de la théorie de HAAIJER [1] pour les limites élastiques moyennes des semelles, soit $38,39 \text{ kg/mm}^2$ et des âmes, soit $41,35 \text{ kg/mm}^2$, en adoptant pour le module de glissement tangent la valeur $G_t = 1680 \text{ kg/mm}^2$. On y a reporté les résultats des essais. On voit qu'il y a accord satisfaisant entre la théorie et l'expérience.

On a ensuite tracé en trait d'axe les mêmes courbes théoriques pour la valeur conventionnelle de la limite élastique de l'acier A 52, c'est-à-dire 36 kg/mm^2 .

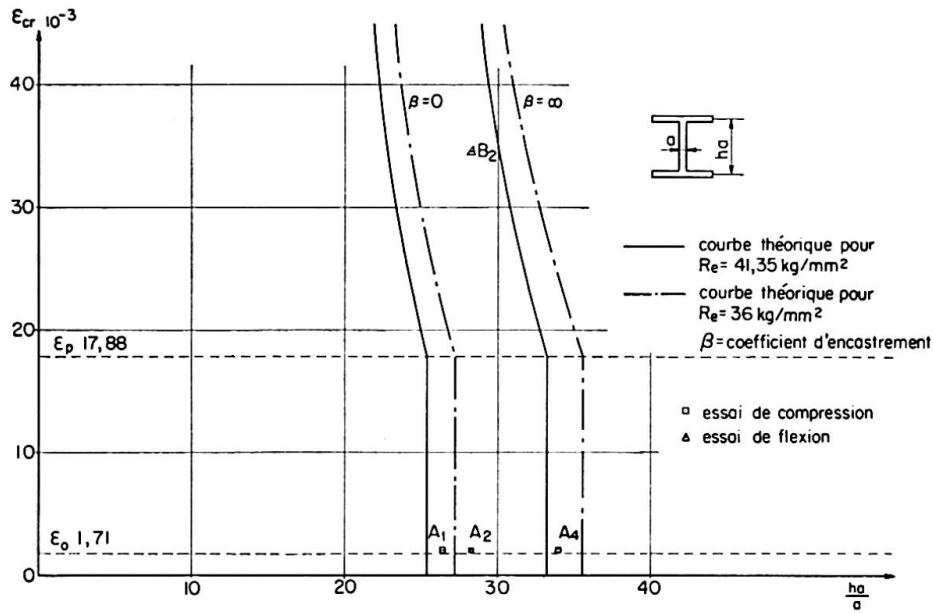
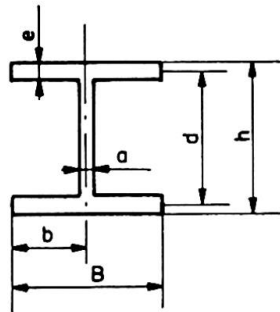


Fig. 11.

5. Recommandations et conclusions

La fig. 10 montré que, pour les semelles comprimées uniformément, la minceur B/e ne doit pas dépasser 13,7 pour qu'on puisse développer une rotule plastique.



La fig. 11 montre que, pour atteindre l'extrémité du palier dans le cas d'une âme comprimée, on devrait respecter la condition $\frac{d}{a} \leq 27,2$; mais, en fait, il n'est pas nécessaire d'atteindre ce point pour permettre la formation d'une rotule plastique possédant une capacité de rotation suffisante et il suffit de demander à la dilatation d'atteindre ϵ_e . Si l'on se rapporte à la fig. 11 et aux résultats des essais A_4 et B_4 , on voit qu'une âme de rapport $\frac{d}{a} = 34$ a atteint ϵ_e . En tenant compte de ce que $\frac{h}{a} = 1,05$ en moyenne, on peut finalement admettre en compression uniforme $\frac{h}{a} \leq 36$.

Il reste à déduire de ce résultats une règle pratique relative aux âmes soumises à flexion composée. HAAIJER et THÜRLIMANN ([2] p. 15 et [5] p. 157)

ont établi la théorie du voilement plastique de ces âmes et démontré que le diagramme ([2] fig. 8 ou [5] fig. 2.5) était applicable à des aciers différant de l'acier doux, pour autant qu'on multiplie la minceur $\frac{d}{a}$ par le rapport des racines carrées des limites élastiques. Ce rapport vaut pour l'acier A 52, $\sqrt{23,2/36} = 0,803$.

Par conséquent, il suffit, pour obtenir la loi de variation des minceurs admissibles en fonction de $\frac{P}{P_p}$, de multiplier par 0,803 le membre de droite de la formule $\frac{h}{a} \leq 70 - 100 \frac{P}{P_p}$ obtenue pour l'acier A 7 et le rapport $\frac{\Omega}{\Omega_a} = 2$ de la section totale à la section de l'âme. On trouve ainsi

$$\frac{h}{a} \leq 56 - 80 \frac{P}{P_p} \quad \left(\frac{P}{P_p} \leq 0,27 \right). \quad (1)$$

Si de plus on considère pour le rapport $\frac{\Omega}{\Omega_a}$ la valeur 4 qui est représentative en moyenne des profilés à larges ailes européens de hauteur inférieure à 500 mm; on obtient:

$$\frac{h}{a} \leq 56 - 160 \frac{P}{P_p} \quad \left(\frac{P}{P_p} \leq 0,135 \right). \quad (2)$$

Les expressions (1) et (2) sont représentées à la fig. 12.

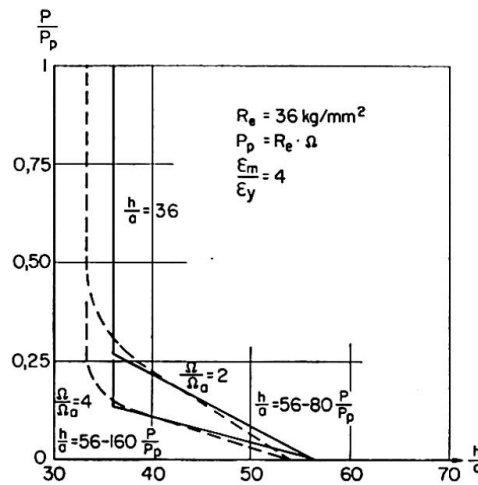


Fig. 12.

Bibliographie

1. G. HAAIJER: "Plate Buckling in the Strain-hardening Range." Journal of the Engineering Mechanics Division, Volume 83, April 1957, Paper 1212.
2. G. HAAIJER and B. THÜRLIMANN: "On Inelastic Buckling in Steel." Journal of the Engineering Mechanics Division, Volume 84, April 1958, Paper 1581.
3. Commentary on Plastic Design in Steel by a joint committee of the Welding Research Council and the American Society of Civil Engineers.

4. M. R. HORNE: "The Effect of Strain-hardening on the Equalization of Moments in the Simple Plastic Theory." Welding Research, Volume 5, 1951.
5. CH. MASSONNET et M. SAVE: «Calcul plastique des constructions.» Volume 1.
6. CH. MASSONNET: «Recherches expérimentales en vue de la mise au point d'un essai industriel de compression.» Acier—Stahl—Steel n° 3, mars 1959.

Résumé

La longueur du palier de l'acier A 52 est suffisante pour permettre le développement d'une rotule plastique.

En compression, il est possible d'atteindre et même de dépasser la limite élastique sans qu'aucun flambement ne se produise.

On peut étendre les règles de calcul plastique aux constructions en acier A 52 ($R_e = 36 \text{ kg/mm}^2$) en respectant les valeurs suivantes des minceurs limites afin d'éviter tout voilement local prématuré:

1. Semelle comprimée sous l'effet d'une sollicitation par flexion et/ou par une force axiale.

$$\frac{B}{e} \leq 14.$$

2. Ame comprimée uniformément

$$\frac{h}{a} \leq 36.$$

3. Ame comprimée et fléchie.

$$\frac{h}{a} \leq 56 - 80 \frac{P}{P_p} \quad \left(\frac{P}{P_p} \leq 0,27 \right) \quad \text{pour } \frac{\Omega}{\Omega_a} = 2,$$

$$\frac{h}{a} \leq 56 - 160 \frac{P}{P_p} \quad \left(\frac{P}{P_p} < 0,135 \right) \quad \text{pour } \frac{\Omega}{\Omega_a} = 4.$$

Zusammenfassung

Die obere Fließdehnung des St 52 ist groß genug, um die Ausbildung eines Fließgelenks zu ermöglichen.

Auf Druck kann die Fließgrenze ohne Knickerscheinungen erreicht und sogar überschritten werden.

Das Traglastverfahren kann auch für Konstruktionen aus St 52 ($\sigma_F = 36 \text{ kg/mm}^2$) angewendet werden, wenn folgende Werte der minimalen Stärkeverhältnisse eingehalten werden, um ein vorzeitiges örtliches Beulen zu vermeiden:

1. Druckgurt bei Biege- oder Axialkraft-Beanspruchung

$$\frac{B}{e} \leq 14.$$

2. Gleichmäßig gedrückter Steg

$$\frac{h}{a} \leq 36.$$

3. Steg unter Druck und Biegung

$$\frac{h}{a} \leq 56 - 80 \frac{P}{P_p} \quad \left(\frac{P}{P_p} \leq 0,27 \right) \quad \text{für } \frac{\Omega}{\Omega_a} = 2,$$

$$\frac{h}{a} \leq 56 - 160 \frac{P}{P_p} \quad \left(\frac{P}{P_p} < 0,135 \right) \quad \text{für } \frac{\Omega}{\Omega_a} = 4.$$

Summary

The plastic extension of steel A 52 is sufficient to permit the development of a plastic hinge.

In compression it is possible to reach and exceed the elastic limit at which buckling is introduced.

To avoid local buckling in plastic designs using steel A 52 the following thickness limits should be observed:

1. Compression flange under the effort of bending and/or under an axial load

$$\frac{B}{e} \leq 14.$$

2. Web under uniform compression

$$\frac{h}{a} \leq 36.$$

3. Web under compression and bending

$$\frac{h}{a} \leq 56 - 80 \frac{P}{P_p} \quad \left(\frac{P}{P_p} \leq 0,27 \right) \quad \text{for } \frac{\Omega}{\Omega_a} = 2,$$

$$\frac{h}{a} \leq 56 - 160 \frac{P}{P_p} \quad \left(\frac{P}{P_p} < 0,135 \right) \quad \text{for } \frac{\Omega}{\Omega_a} = 4.$$

IIe3

High Strength Bolted Connections with Applications to Plastic Design

Assemblages par boulons à haute résistance et applications au calcul en plasticité

HV-Verbindungen und ihre Anwendung für plastische Bemessung

R. T. DOUTY

Assistant Professor, University of Missouri

W. MCGUIRE

Professor, Cornell University

The present status of high strength bolted moment connections in plastic design is summarized in the American Society of Civil Engineers' Commentary on Plastic Design in Steel: "Although accurate procedures leading to the most economical safe design are not yet available, the results of research show that safe bolted joints can be designed to develop the plastic moment of the members with reasonable economy" [1]. Supporting this statement is the research of Johnson, Cannon and Spooner in England and Schutz in America. With these pilot studies lending background and some assurance of success, the authors undertook the investigation described herein. This project, conducted at Cornell University, covered the common types of T-stub and end plate moment connections. The study of end plate connections will not be reported here because of lack of space and because it is treated elsewhere [2]. Most of the questions to be discussed are of interest in working stress design as well as in plastic design, but attention is focused here on matters which have particular relevance to plastically designed beams and frames.

T-stub Web-to-Beam Flange Connections

To simulate the connection between T-stub webs and beam flanges, eight spliced beams were tested (Table 1). All of the beams and splices were ASTM A 7 steel, having a specified minimum yield point of 33,000 psi. Bolts were ASTM A 325, the high strength bolt commonly used in America. Bolts were designed for nominal shear stresses on the full area of 15,000, 22,000, or 30,000 psi at the working load on the beam. They were tightened to the specified proof load (approximately the yield strength). Lateral bracing on the beam was closely spaced, giving an effective slenderness ratio in the weak direction (l/r_y) of 25.

Typical non-dimensionalized load-deflection diagrams are shown in Fig. 1. The load causing a bending moment equal to the theoretical plastic resisting moment of the gross section (the full plastic moment) is plotted for reference. Also shown are the load required for full plastification of the net section (about 25% less than the other) and the conventional working load (P_w) causing a

Table 1. Summary of Beam Tests

Test	Description					Test Results	
	Splice Plates	Total Bolts (no.-diam.)	σ_y (ksi)	Z (in ³)	M_p (in-kips)	$M_s^{(1)}$ (in-kips)	M_{ult} (in-kips)
B 4 A	None	plain beam	40.3	65.5	2,640	—	2,690
B 8.1	None	$15/16$ " holes	40.0	65.9	2,640	—	2,690
B 9.1	$7" \times 11/16"$	48 $3/4$	38.5	66.4	2,560	None	2,760
B 10.1	$7" \times 11/16"$	32 $3/4$	38.5	66.4	2,560	1,730	2,590
B 10.2	$7" \times 11/16"$	32 $3/4$	38.5	66.9	2,580	2,130	2,690
B 10.3	$7" \times 11/16"$	32 $3/4$	39.6	66.9	2,650	2,190	2,690
B 11.1	$7" \times 11/16"$	24 $3/4$	40.0	65.9	2,640	1,720	2,710
B 13.1	$7" \times 3/4"$	24 $7/8$	38.2	65.8	2,510	1,770	2,670
B 13.2	$7" \times 3/4"$	24 $7/8$	38.2	65.7	2,510	1,960	2,730
B 13.3	$7" \times 3/4"$	24 $7/8$	39.6	65.7	2,640	2,090	2,800

(1) Bending moment at first major slip

maximum stress on the gross section of 0.6 times the yield point. The test of B 4 A, a plain unspliced beam, followed the upper theoretical curve quite closely until failure. In all beams tested, the full plastic moment was obtained. In most, bolt slip started at loads from 30 to 50% greater than the working load and progressed erratically. B 9.1, having bolts designed for a nominal working shear stress of 15,000 psi, experienced no major slip throughout test. Typically, ultimate failure occurred by gradual inelastic lateral bowing accompanied by progressive local flange buckling on the concave side of a lateral

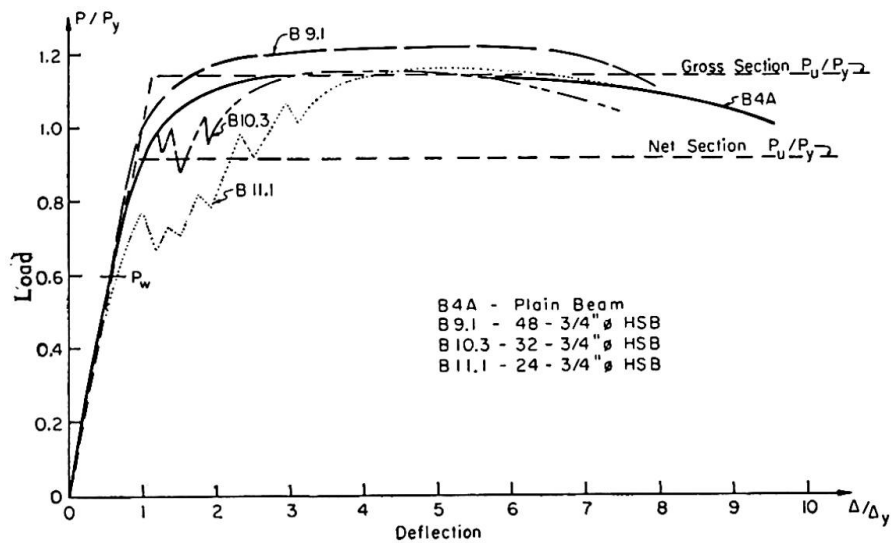


Fig. 1. Typical load-deflection curves.

buckle. Outside of the splice plates, yield lines traced on the whitewash coating extended nearly to mid-depth of the web, but web yielding stopped almost abruptly at the vertical plane through the end bolts. Flange yielding extended through one or more bolt rows.

It is likely that the attainment of the full plastic moment was largely the result of strain hardening of the flange material remaining around the holes. This conclusion is supported by B 8.1, an unspliced specimen with $15/16$ inch diameter open holes in each flange. In this test the full plastic moment was reached before the compression flange buckled locally. At least in beams with normal proportions and locations of flange holes, one may rely upon the development of the full plastic moment.

The moment-curvature relationship for each beam in Table 1 was also measured but the results are not reported because the curvatures, being averages for the spliced and plain portions of the constant moment region, have no direct application. They did, however, give an indication of the ability of the connection to rotate inelastically. The rotation capacities were at least as large as some of those cited as satisfactory in Reference 1.

T-stub Flange-to-Column Connections

Simulating the connection between a T-stub flange on the tension side of a beam and its supporting column, the specimens in Table 2 were tested. Again, the rolled sections were A 7 steel and the bolts were type A 325, tightened to the proof load.

The most important questions in either elastic or plastic design are the flexure of the flange plates and the tension in the bolts. As long as there is contact between the joined plates of a pretensioned connection, the bolt force is statically indeterminate. At low loads it is only slightly larger than the initial tension. At high loads it may be substantially greater than the applied load F (Fig. 2b) if there is prying by the portions of the flange outside of the bolts (causing the force Q). The AISC Specification prescribes that any additional rivet or bolt tension resulting from prying action be added to the stress calculated directly from the applied force in proportioning the fasteners. Unfortunately, there is, to the authors' knowledge, no sound analytical

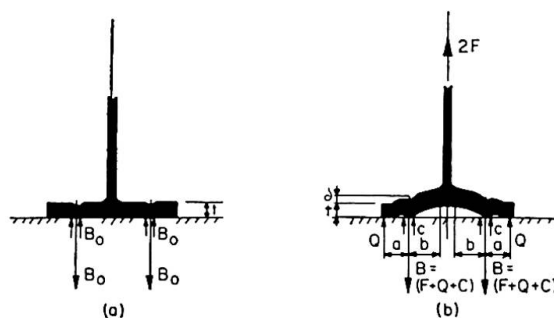


Fig. 2. Analytical model of T-stub flange.

Table 2. Summary of T-Stub Tests

Test	T-stub	Base	Bolt Diam. (in)	Edge Dist. a (in)	Comp. Bolt Strength (kips)	Comp. Fail. Load (kips)	Actual Fail. Load (kips)	Bolt Efficiency	Comp. Fail. Mode	Actual Fail. Mode
A 1	18 WF 70	Rigid	7/8	1.50	224	155	176	0.78	Bolt Fract.	Bolt Fract.
A 3	36 WF 300	Rigid	7/8	1.50	248	248	256	1	Bolt Fract.	Bolt Fract.
A 4	2" Flange/1" Web	Rigid	7/8	1.50	237	237	219	0.93	Bolt Fract.	Nut Strip.
A 5	18 WF 70	Rigid	1 1/8	1.50	408	214	224	—	Web	Flange
A 7	36 WF 300	Rigid	1 1/8	1.50	408	401	392	0.96	Bolt Fract.	Bolt Fract.
A 8	2 1/2" Fl./1" Web	Rigid	1 1/8	1.50	423	423	(2)	—	Bolt Fract.	(2)
A 9	18 WF 70	Rigid	7/8	1.75	224	162	177	0.79	Bolt Fract.	Bolt Fract.
A 10	24 I 105.9	Rigid	7/8	1.66	244	200	240	0.98	Bolt Fract.	Bolt Fract.
A 11	36 WF 300	Rigid	7/8	1.75	247	247	256	1	Bolt Fract.	Bolt Fract.
A 12	2" Fl./1" Web	Rigid	7/8	1.75	239	239	245	1	Bolt Fract.	Bolt Fract.
A 13	18 WF 70	Rigid	1 1/8	1.75	404	217	228	—	Web	Web
A 14	24 I 105.9	Rigid	1 1/8	1.66	388	300	286	—	Bolt Fract.	Web (3)
A 15	36 WF 300	Rigid	1 1/8	1.75	400	400	404	1	Bolt Fract.	Bolt Fract.
A 16	2 1/2" Fl./1" Web	Rigid	1 1/8	1.75	426	426	(2)	—	Bolt Fract.	(2)
B 1	18 WF 70	14 WF 150	7/8	1.50	256	171	202	0.79	Bolt Fract.	Bolt Fract.
B 3	24 I 105.9	14 WF 150	7/8	1.66	248	204	230	0.93	Bolt Fract.	Bolt Fract.
B 4	24 I 105.9	14 WF 287	7/8	1.66	240	200	228	0.95	Bolt Fract.	Bolt Fract.
B 5	24 I 105.9	14 WF 426	7/8	1.66	240	200	230	0.96	Bolt Fract.	Bolt Fract.
B 6	36 WF 300	14 WF 150	7/8	1.50	240	228	254	1	Bolt Fract.	Bolt Fract.
B 7	36 WF 300	14 WF 287	7/8	1.50	222	222	233	1	Bolt Fract.	Bolt Fract.
B 9	36 WF 300	14 WF 150	1 1/8	1.50	388	316	348	0.90	Bolt Fract.	Bolt Fract.
B 10	36 WF 300	14 WF 287	1 1/8	1.50	396	396	403	1	Bolt Fract.	Bolt Fract.
B 12	2 1/2" Fl./1" Web	14 WF 150	1 1/8	1.50	400	318	378	0.94	Bolt Fract.	Bolt Fract.
B 13	2 1/2" Fl./1" Web	14 WF 287	1 1/8	1.50	398	398	(2)	—	Bolt Fract.	(2)

(2) Exceeded machine capacity of 404 kips. (3) Imperfection in material

method for doing this and there is little empirical data for guidance. In the absence of a better approach, it has long been the custom to use clearly approximate methods for estimating prying action.

Because a precise analysis is virtually impossible, one of the commonly used approximate methods were developed into a complete theory of flange and bolt behavior to aid in interpreting the Cornell tests [3]. The analytical model is shown in Fig. 2. Under zero applied load the tension in each bolt is B_0 , the initial value. The equilibrating compression is assumed localized around the bolts with the remainder of the plates in contact but exerting no pressure on each other. The bolt pressure on the flange causes its upper surface to dish locally. When the load $2F$ is applied, the flange is assumed to flex as shown in Fig. 2b. Should the outer portions remain in contact with the support, prying forces develop. These are assumed to act as line loads at the ends of the spans a . The residual contact force at the bolt is C . While the flange remains elastic, its upward deflection at the bolt is, from ordinary flexure theory:

$$\delta = \frac{ab^2}{Ewt^3/12} \left\{ \frac{F}{2} - \frac{a}{b} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{a}{b} \right) + 1 \right] Q \right\}, \quad (1)$$

where w is the width of the flange normal to the figure and E is Young's modulus. The corresponding bolt stretch is:

$$\delta = [(F + Q) - (B_0 - C)] \frac{l_b}{A_b E_b}, \quad (2)$$

where l_b , A_b , and E_b are, respectively, the effective length, area and modulus of the bolt. Until C becomes zero and the initial thickness of the flange is restored, the plate's local expansion is

$$\delta = (B_0 - C) \frac{l_p}{A_p E_p}, \quad (3)$$

where l_p , A_p , and E_p are, respectively, the effective thickness, area and modulus of the compressed portion of the plate. Eliminating δ and $(B_0 - C)$:

$$Q = \left[\frac{\frac{1}{2} - \frac{Ewt^3/12 ab^2}{r_b + r_p}}{\frac{a}{b} \left(\frac{a}{3b} + 1 \right) + \frac{Ewt^3/12 ab^2}{r_b + r_p}} \right] F, \quad (4)$$

where r_b and r_p are the bolt and plate stiffnesses $l_b/A_b E_b$ and $l_p/A_p E_p$. The application of Eq. (4) depends upon the establishment of reasonable values of the parameters. Also, it applies only while there is bolt line contact and the flange remains elastic. Nevertheless, the same concepts may be used to derive formulas for Q as a function of F following separation at the bolt line and including plastic flow and strain hardening of the flange. Strain hardening, which is disregarded in the simple plastic analysis of frames because of the difficulty of preventing local buckling in the strain hardened range, may be considered here because of the absence of local buckling. In fact, its inclusion

is necessary to explain the performance of thin flanges. In addition to the rigid support in Fig. 2, flexible supports of the type provided by most column flanges were treated. The several equations for Q will not be reproduced because they are unwieldy and have no direct design utility.

In applying the theory to the test specimens, the distance a was taken to the edge of the flange and b to the center of the web fillet. In the inelastic range, moment-curvature relationships for a rectangular section of structural steel were used. Bolt stiffness was determined from calibration tests of bolts of the same size. Bolt tensions were measured by calibrated elongation readings. The effective compressed area of the plate was taken as a cylinder or truncated cone (when a washer was used on one side only) having an outer diameter defined by the distance across flats of the nuts and by the washer diameter (when present). While not to be thought of as general guides, these quantities, when used in combination to supplement the theory, gave results that were in good accord with the tests. The true distribution of prying forces is unknown but the four tested specimens in Fig. 3 show that, at least at high

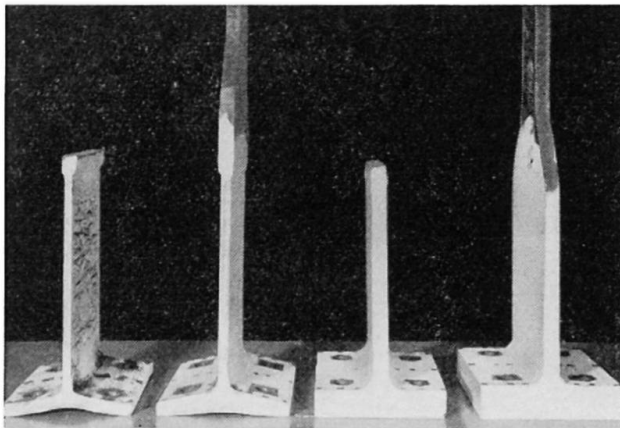


Fig. 3. T-stub flanges after testing.

loads and in light flanges most subject to prying, the only contact is very close to the edge. Local compression of the flanges around the bolt, also highly indeterminate, is a factor only so long as contact remains in that area.

In Table 2 the computed bolt strengths are based on the bolt calibration tests. The computed failure loads were calculated from the theory. Values less than the bolt strength mean that prying was computed to persist until failure.

The behavior of one specimen, A 1, is shown in Fig. 4. Characteristically, prying decreased at high loads. At an applied load of 26 kips, the bolt tension was 42 kips. Since bolt line separation had occurred, the prying force was 16 kips, or 61% of the applied load. At an applied load of 39 kips it was 38% of that load and at the failure load of 44 kips, 27%. The theory predicted most of this, but no attempt was made to account for the final reduction in prying which took place as the bolts elongated under almost constant load just prior to rupturing. In some other specimens this was sufficient to cause complete

flange separation and to make the bolts 100% efficient at rupture even though, at loads not greatly less than the ultimate, prying was still significant. For heavy flanges prying action was unimportant at all loads.

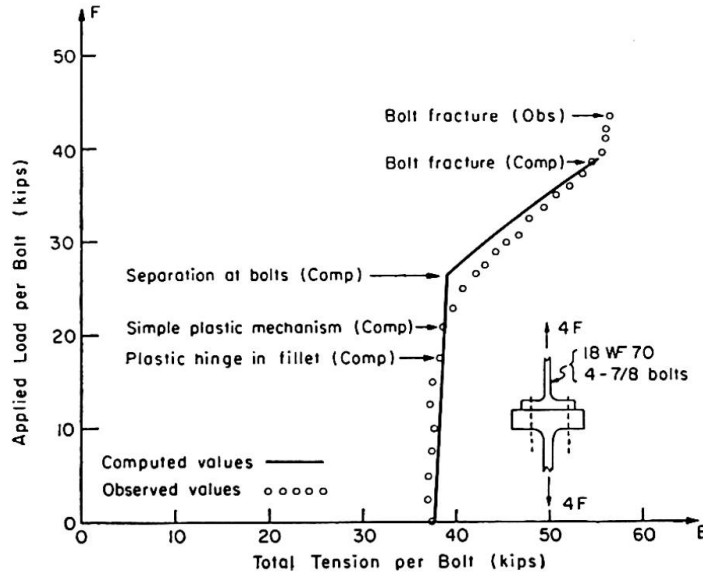


Fig. 4. Bolt tension, test A 1.

Assembled Connections

Finally, the assembled T-stub moment connections shown in Table 3 were tested. The T-stub and column combinations in these tests were the same as some of those in Table 2. The T-stub web-to-beam flange bolts were proportioned for a nominal shear stress of 15,000 psi when the moment on each beam at the inner row of bolts was equal to its working value. Prior to failure or reaching the capacity of the equipment, the full plastic moment of each beam was attained. The moment-rotation characteristics of the connections are believed satisfactory for plastically designed structures. From both the theory and tests it appears possible to use bolted T-stub connections in plastically designed frames without loss of section efficiency, even when the beam flange connection is bolted.

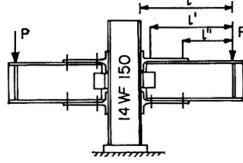
Tentative Design Method

To develop design techniques using the assumption that T-stub flanges behave as in Fig. 2, the theory may be modified empirically to obtain useful formulas for prying force. Formulas giving reasonable results when compared with the Cornell data are:

For $(F + Q) \leq$ the initial tension B_0 (to be used in elastic design):

$$Q = \left[\frac{\frac{1}{2} - \frac{wt^4}{30ab^2A_b}}{\frac{3a}{4b} \left(\frac{a}{4b} + 1 \right) + \frac{wt^4}{30ab^2A_b}} \right] F = p_1 F. \quad (5)$$

Table 3. Summary of Assembled Connection Tests



Test	Description										Test Results	
	Beams	T-stub	Bolts (diam)	l (in)	l' (in)	l'' (in)	σ_y (ksi)	Z (in ³)	M_p (in-kips)	$P_p = \frac{M_p}{l}$ (kips)	P_{max} (kips)	Failure Mode
D_1	14 WF 34	18 WF 70	$\frac{7}{8}$	30	27	15.8	37.2	56.7	2,120	70.5	93.0	Bolts
D_2	16 WF 40	24 I 105.9	$\frac{7}{8}$	36	32	20.8	34.2	74.4	2,550	71.0	108.0	(4)
D_3	21 WF 62	36 WF 300	$1\frac{1}{8}$	66	61	46.5	35.2	140.6	4,950	75.0	108.0	(4)

(4) Exceeded jack capacity of 108 kips

For $(F + Q) > B_0$ (to be used in plastic design):

$$Q = \left[\frac{\frac{1}{2} - \frac{w t^4}{30 a b^2 A_b}}{\frac{a}{b} \left(\frac{a}{3b} + 1 \right) + \frac{w t^4}{6 a b^2 A_b}} \right] F = p_2 F, \quad (6)$$

where A_b is the full area of the bolt and the other terms are as defined earlier. If the second term in the numerator is equal to or greater than one-half, no prying develops since Q cannot be negative. The prying forces decrease as the flexural stiffness of the inner part of the flange — measured by w , t and $1/b$ — increases. Prying increases with A_b . It generally decreases with an increase in a , but, because of the limited range of edge distances tested, complete reliance upon this is not advisable. It is suggested that, in using Eqs. (5) and (6), a be taken as $1.25b$ when its actual dimension is greater than this.

Assuming that in a plastically designed connection there has been bolt line separation by the time the plastic moment of the supported beam is reached, the bolt force will be $B = (F + Q)$ where, in this case, F is the beam's plastic moment divided by the effective depth of the connection and number of bolts. From the test data, limiting the value of B so computed to not more than 1.33 times the specified proof load of the bolt (presumed to be the pretension also) prevents premature bolt fracture. Eq. (6) gives prying forces generally somewhat greater than those corresponding to the ultimate efficiencies in Table II, providing a margin of safety attributable to disregarding partially the final bolt elongation just prior to rupture.

In plastic design one must be concerned with conditions at working load as well as at failure. In the present instance the most important precaution is the prevention of bolt line separation at working loads with the consequent danger of inelastic stretching and loosening of bolts. It appears that this may control the total force permitted on the bolts in most cases. For example, the ultimate uniformly distributed load on a fixed end beam is $16 M_p/l^2$. The end moment at working load is $q l^2/12$ or, assuming a load factor of 1.85, 72% of the plastic moment. If a total bolt force of 1.33 times the initial pretension is permitted at the plastic moment, then the tests in which there was prying action show that there might be separation at the working load. From a study of the data and practical cases, it is believed possible to prevent premature separation in connections where prying occurs by limiting the total bolt force to 1.15 times the initial tension when the ultimate load acts on the frame. A double standard is therefore indicated: 1. for connections at the last plastic hinge to form and those in which Eq. (6) shows no prying, use 1.33 times the initial tension; 2. for others use 1.15 times the initial tension. Because of the restrictions on the higher value, it is probable that $1.15 B_0$ would normally be used.

These ideas and the remainder of the Cornell studies suggest a procedure for proportioning T-stub moment connections at plastic hinge locations in

plastically designed structures. It assumes that the bolts are pretensioned to the specified proof load. At a plastic hinge the force acting on the T-stub web (the force F — as defined above — times the number of bolts) will be designated as F' . An outline of the full procedure follows:

T-stub Web-to-Beam Flange Connections

1. Make the net area of the T-stub web times its yield point equal to or greater than F' .
2. Provide sufficient bolts in shear so that F' divided by the total bolt area is not greater than 22,000 psi (for A 325 bolts).

T-stub Flange-to-Column Flange Connections

1. Select trial sizes and dimensions.
2. Compute p_2 , the ratio of prying to applied force, from Eq. (6).
3. Check to see that
 - a) at the last plastic hinge to form and at other connections where $p_2 = 0$:
 $(1 + p_2) F \leq 1.33 \times \text{proof load}$;
 - b) at all other connections: $(1 + p_2) F \leq 1.15 \times \text{proof load}$.
4. Compute the bending moment in the T-stub flange at the bolt line and at the outer edge of the fillet:

$$M_{\text{boltline}} = p_2 F a,$$

$$M_{\text{fillet}} = - \left[p_2 a - \left(b - \frac{r}{2} \right) \right] F,$$

where r is the fillet radius.

5. Check to see that the moment on either section does not exceed $wt^2\sigma_y/4$ where σ_y is the yield point of the T-stub flange.
6. Use the following modifications in special cases:
 - a) When $a \geq 1.25b$, use $1.25b$.
 - b) When the column flange is thinner than the T-stub flange and is unstiffened, use the average of the two thicknesses in computing prying forces and stresses. All other dimensions are to be taken as those of the T-stub.

The design procedure tends to underestimate the capabilities of light T-stub flanges because it does not account directly for the reserve of strength attributable to strain hardening. In most cases this tendency is not objectionable because heavier flanges would be used to reduce prying action and to use the bolts to better advantage, that is, the bolts rather than the flange thickness usually control the design.

Observed separation and failure loads and values computed by the suggested procedure are shown in Table 4 for all of the Cornell direct tension

Table 4. Comparison of Design Procedure and Tests

Specimen	T-stub σ_y (ksi)	B_0 (Bolt Pretension) (kips)	p_2 (Eq. 6)	Comp. Values of F (kips)			Obs. Values of F (kips)	
				$\frac{1.15 B_0}{(1 + p_2)}$	$\frac{1.33 B_0}{(1 + p_2)}$	$\frac{w t^2 \sigma_y}{4 \left(p_2 a - b - \frac{r}{2} \right)}$	At Bolt Separation	At Failure
				A 1	34.5	37.1		
A 3	26.0	33.2	—	38.2	44.2	89.6	34	64.0
A 4	31.1	34.5	—	39.7	45.9	100.0	35	55.0
A 5	33.3	52.5	0.44	42.1	48.6	22.7	27	55.8
A 7	27.0	51.2	0.01	58.1	67.2	100.4	45	98.0
A 8	31.0	54.6	—	62.9	72.6	156.0	60	(6)
A 9	34.5	36.0	0.35	30.6	35.3	22.7	24	44.3
A 10	31.1	34.5	0.16	34.2	39.6	46.5	28	60.0
A 11	26.0	34.5	—	39.7	45.9	89.6	(5)	64.0
A 12	31.1	34.5	—	39.7	45.9	100.0	35	61.5
A 13	33.3	53.0	0.37	44.6	51.6	22.3	27	57.0
A 14	29.5	53.6	0.23	49.9	57.7	48.1	35	71.5
A 15	27.0	54.1	0.03	60.4	69.8	104.6	(5)	101.0
A 16	31.0	54.7	—	63.0	72.8	156.0	60	(6)
B 1	34.5	33.0	0.42	26.8	30.9	22.8	25	50.5
B 3	31.1	31.5	0.23	29.6	34.2	40.0	20	57.5
B 4	31.1	33.5	0.16	33.2	38.4	45.4	24	57.0
B 5	31.1	37.5	0.16	37.1	42.9	45.4	30	57.5
B 6	26.0	32.5	0.04	35.9	41.5	71.1	25	63.5
B 7	26.0	35.5	—	40.8	47.2	89.6	(5)	58.2
B 9	27.0	50.5	0.11	52.5	60.8	84.5	35	87.0
B 10	27.0	53.0	0.01	50.1	69.5	100.4	55	101.0
B 12	31.0	53.0	0.03	59.2	68.4	77.2	40	94.5
B 13	31.0	53.5	—	61.5	71.1	156.0	54	(6)

(5) No abrupt increase in tension. Separation point not clear.
(6) Exceeded machine capacity of 404 kips.

specimens. The measured initial tension rather than the specified proof load is used in these computations. For all cases in which $1.15 B_0$ controls, the observed separation load is at least two-thirds of the computed value of F . This is believed to be an appropriate lower limit for practical conditions. For all cases in which $1.33 B_0$ controls there is a margin of safety against failure which may be attributed to the factors mentioned previously. Although no design procedure may be considered proved until it has withstood the tests of time and experience, from the data available this one appears reasonable.

The investigation described here was conducted under the sponsorship of the American Institute of Steel Construction and the Industrial Fasteners Institute.

References

1. "Commentary on Plastic Design in Steel." Joint Committee of WRC and ASCE, Manual No. 41, American Society of Civil Engineers, New York 1961.
2. R. T. DOUTY and W. MCGUIRE: "Research on Bolted Moment Connections." Proc. of the AISC National Engineering Conference, 1963.
3. R. T. DOUTY: "Ultimate Characteristics of High Strength Bolted Connections." Ph. D. thesis, Cornell University, 1963.

Summary

Tests and analytical studies were made of the components and complete assemblies of T-stub moment connections having high strength bolts (ASTM-A 325). Of particular interest was the question of their applicability in plastic design. In the tests of beams and connections having holes in the beam flanges, the full plastic moment of the beam was developed. In the tests of T-stub flanges the development of prying forces and response of the flange was observed. Semi-empirical formulas for estimating prying are presented and incorporated in a tentative design procedure for the use of connections of this type in plastic design.

Résumé

Les auteurs ont étudié par le calcul et par des essais les éléments des assemblages fléchis comportant des T de liaison fixés par boulons HR (ASTM-A 325) ainsi que les assemblages entiers. Ils ont tout particulièrement considéré leur emploi dans les constructions calculées en plasticité. Dans les essais auxquels ont été soumis des poutres et des assemblages comportant des trous dans les ailes, on a réalisé le moment plastique théorique. Dans les essais sur les T de liaison, on a observé un effet de levier et les sollicitations qui en résultent dans les ailes. Les auteurs établissent des formules semi-empiriques pour l'estimation de l'effet de levier, et ces formules trouvent leur place dans une méthode proposée pour l'étude d'assemblages de ce type dans le calcul en plasticité.

Zusammenfassung

Versuche und analytische Studien an Elementen und an vollständigen T-Stück-Verbindungen mit HV-Schrauben werden beschrieben. Die Anwendbarkeit dieser Verbindungen bei Bemessung nach der Plastizitätstheorie wurden besonders untersucht. Trägerstöße erreichten dabei trotz der Lochschwächung das volle plastische Moment ungestoßener Träger. An T-Stück-Elementen wurde der Einfluß der Reaktionskräfte der Flanschen infolge der Flanschenverformung auf die Größe der Schraubenkräfte untersucht. Empirische Formeln werden angegeben für die Bestimmung dieser Reaktionskräfte sowie ein Verfahren für die plastische Bemessung von T-Stück-Verbindungen.