

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 7 (1964)

**Artikel:** Le dimensionnement idéal des ponts en grille de béton armé

**Autor:** Moreira da Rocha, Aderson

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-7836>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Ic5

## **Le dimensionnement idéal des ponts en grille de béton armé**

*Die ideale Bemessung von Trägerrostbrücken aus Stahlbeton*

*The Ideal Dimensional Design of Bridges Comprising Reinforced Concrete Beam Grillages*

ADERSON MOREIRA DA ROCHA  
Rio de Janeiro

### **1. Les méthodes actuelles**

Les méthodes classiques de calcul des ponts de béton armé sont basées sur les couvertures des efforts, obtenues en tenant compte du fonctionnement élastique des structures et en utilisant les lignes d'influence.

Utilisant des couvertures élastiques des efforts, on établit fréquemment les dimensions par la méthode de rupture.

Comme l'objectif de cette méthode est de fixer la limite de rupture de l'ouvrage, il n'existe pas de cohérence entre le calcul de la couverture des efforts dans le domaine élastique et le dimensionnement à la rupture pour les grandes surcharges et les charges mobiles. En effet la couverture élastique ne représente pas un diagramme des moments de flexion réalisé simultanément dans la structure. Le dimensionnement basé sur les efforts élastiques ne fournit donc pas une indication précise sur la sécurité réelle de l'ouvrage.

Face à ces inconvénients, surgissent aujourd'hui les méthodes plastiques de calcul des efforts basées sur les conditions d'ensemble de rupture de l'ouvrage.

Toutefois, les méthodes plastiques, appliquées au béton armé, sont sujettes à de sérieuses restrictions. Il est nécessaire en effet de leur imposer des limitations afin d'éviter le danger de fissures pour les charges en service et celui de rupture d'une rotule plastique déterminée, ceci avant la formation des autres rotules prévues dans la configuration de rupture finale.

La limite d'ouverture des fissures et la limite de capacité des rotules plastiques a amené de nombreuses autorités et de nombreux auteurs à considérer prématuré l'emploi des méthodes plastiques dans le calcul des structures de béton armé et précontraint.

### **2. Méthode proposée**

La méthode idéale est celle qui considère, avec le maximum d'économie, les trois conditions suivantes de sécurité:

1. Limitation de l'amplitude des fissures causées par les charges en service.
2. Limitation des déformations excessives, afin d'éviter la formation de rotules plastiques pour les charges en service et le dépassement de la capacité de rotation des rotules plastiques avant la rupture finale.
3. Sécurité de l'ouvrage afin d'éviter la rupture totale, avec garantie des coefficients de sécurité donnés dans les normes officielles.

Pour obtenir ces conditions, nous proposons l'utilisation simultanée des deux méthodes, l'élastique et la plastique.

La méthode élastique sera utilisée pour garantir la capacité de fonctionnement de l'ouvrage pour les charges en service sans fissuration et sans déformation préjudiciables; la méthode plastique, pour garantir un minimum de sécurité en ce qui concerne la rupture totale de l'ouvrage.

Une seule méthode n'est pas suffisante pour apprécier les conditions minima nécessaires pour l'élaboration d'un projet technique calculé économiquement.

La méthode élastique seule peut apporter des résultats anti-économiques sans définir la sécurité réelle, et la méthode plastique seule ne définit pas les conditions réelles de fonctionnement de l'ouvrage pour les charges en service.

### **3. Sécurité pour les charges en service**

La vérification de la sécurité pour les charges en service doit être faite avec la connaissance des efforts maxima, connaissance obtenue en utilisant les méthodes élastiques.

Dans ce cas, la sécurité doit être établie en ce qui concerne les fissures et les limites des déformations.

Comme les formules usuelles de vérification des conditions de fissuration et de calcul de déformation emploient des paramètres empiriques peu rigoureux, tels que le coefficient d'élasticité et les coefficients introduits dans la formule de fissuration, il n'est pas nécessaire d'obtenir rigoureusement la couverture de diagrammes élastiques des moments de flexion.

Le calcul des poutres longitudinales des ponts en grille continue peut être considéré selon Courbon, Leonhardt et autres sans qu'il soit nécessaire d'adopter des méthodes plus compliquées puisque la sécurité finale à la rupture est prouvée par l'utilisation de la méthode plastique. Cela n'exclut pas l'application des méthodes plus rigoureuses telles que celles de Trost et Homberg.

La couverture du moment de flexion peut être obtenue par la superposition des diagrammes des moments de flexion des charges mobiles dans la position la plus défavorable pour les moments maximum et minimum, au centre de la portée et aux appuis, dispensant ainsi d'utiliser des lignes d'influence. Ceci simplifie le calcul élastique, principalement pour les ponts-routes.

Plusieurs exemples ont permis à l'auteur de constater que cette couverture simplifiée se rapproche suffisamment de celle obtenue par les lignes d'influence.

#### 4. Sécurité à la rupture

Les efforts élastiques une fois connus, la sécurité à la rupture doit être analysée avec les méthodes plastiques appliquées à l'ouvrage dans son ensemble et dans l'espace.

Afin que les résultats de la méthode élastique et ceux de la méthode plastique ne soient pas incompatibles, nous allons proposer une méthode dans laquelle les moments de rupture de la méthode plastique sont proportionnels aux moments maxima pour les charges en service de la méthode élastique. Cela permettra de satisfaire aux exigences imposées par les deux méthodes à la fois. Avec cet objectif nous allons proposer une méthode plastique très simple pour le calcul des grilles des ponts, calcul dans lequel sont utilisés les résultats obtenus par la méthode élastique.

#### 5. Méthode plastique proposée pour le calcul des grilles de ponts

Considérons une portée quelconque d'un tablier de pont continu avec  $n$  poutres longitudinales et  $t$  poutres transversales.

En général, la situation la plus défavorable pour la rupture du tablier dans son ensemble correspond à des charges maxima placées au plus près de la poutre extrême. Dans les cas spéciaux de poutres longitudinales de moments

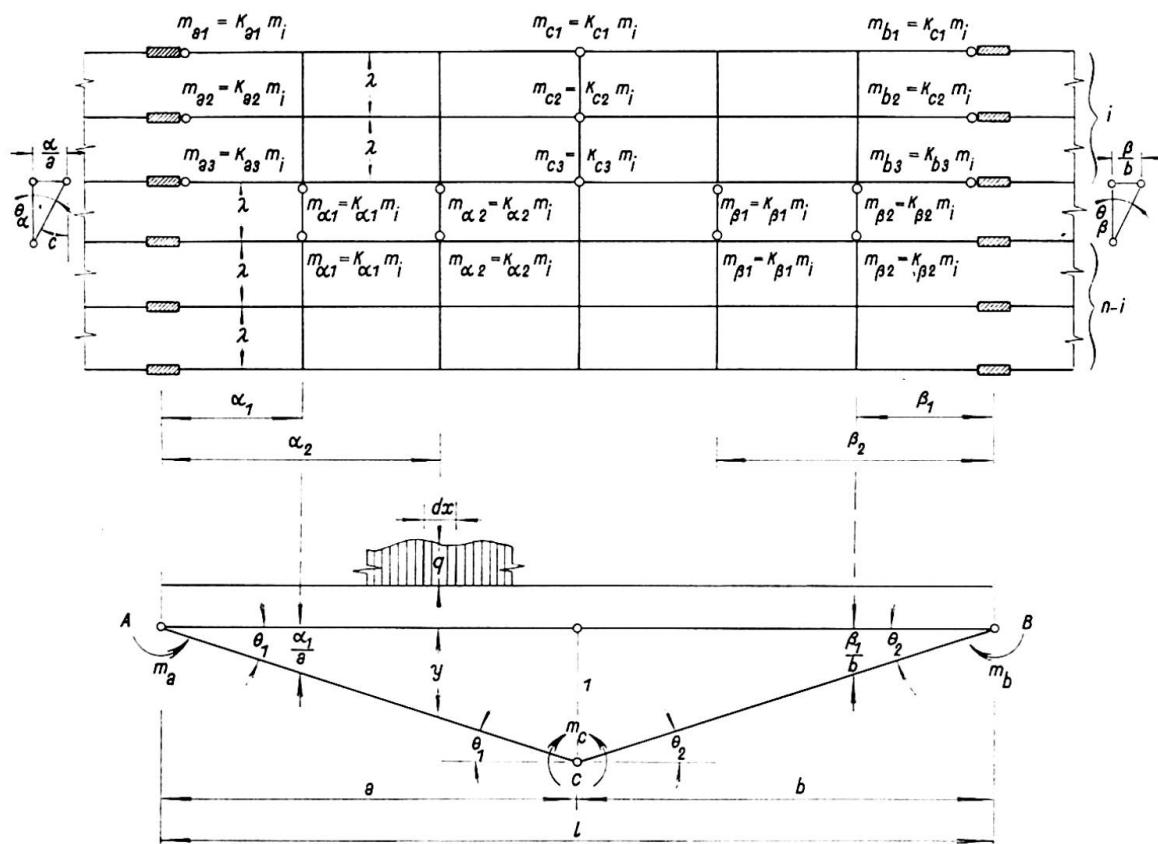


Fig. 1.

d'inertie très différents, on peut étudier une autre configuration de charge, sans modifier les opérations de la méthode présentée.

Pour le tablier totalement chargé, en position la plus défavorable à la rupture, on admettra comme configuration de rupture celle qui correspond à la formation de rotules plastiques en  $i$  poutres longitudinales, sans rupture des autres  $n - i$  poutres. Pour que cette situation se produise, il se crée des rotules plastiques dans les travées transversales situées entre les  $i$  poutres longitudinales et les  $n - i$  poutres en état élastique. On obtient ainsi les rotules présentées dans la fig. 1.

Les moments de plastification dans plusieurs rotules sont exprimés en fonction d'un seul paramètre  $m_i$  comme à la fig. 1. Les paramètres  $KK$  indiqués dans la fig. 1 sont arbitraires.

Pour établir la cohérence entre les conditions recommandées dans la méthode élastique pour les charges en service et celles recommandées dans la méthode plastique, nous adopterons des paramètres  $KK$  proportionnels aux moments maxima élastiques au point où se trouvent les rotules plastiques. De cette façon, on assure une relation constante entre les moments de rupture et les moments élastiques maxima correspondants.

Pour un déplacement unitaire des rotules centrales, on arrive à l'expression suivante, tirée de l'équation des travaux virtuels appliqués à la configuration de rupture indiquée dans la fig. 1.

$$\int_1^i q y dx = \sum_1^i K_a m_i \theta_a + \sum_1^i K_b m_i \theta_b + \sum_1^i K_c m_i (\theta_a + \theta_b) + \sum_1^{t'} K_\alpha m_i \theta_\alpha + \sum_1^{t''} K_\beta m_i \theta_\beta. \quad (1)$$

L'intégrale du premier membre s'étend aux  $i$  poutres longitudinales plastifiées et le long de ces poutres. Les indices  $t'$  et  $t''$  signifient que la somme s'étend à  $t'$  poutres transversales situées à gauche de la rotule centrale et à  $t''$  poutres transversales situées à droite de cette rotule, respectivement.

Si l'on applique la méthode plastique à l'ensemble des  $i$  poutres simplement appuyées aux extrémités  $A$  et  $B$ , nous avons:

$$\int_1^i q y dx = M_i (\theta_a + \theta_b). \quad (2)$$

où  $M_i$  coïncide avec le moment isostatique au point  $C$  (rotule centrale) des charges de rupture appliquées aux  $i$  poutres plastifiées.

Introduisant les valeurs des rotations  $\theta\theta$  pour la déformation verticale unitaire de la rotule centrale (fig. 1):

$$\theta_a = \frac{1}{a}, \quad \theta_b = \frac{1}{b}, \quad \theta_\alpha = \frac{\alpha}{a\lambda}, \quad \theta_\beta = \frac{\beta}{b\lambda} \quad (3)$$

nous aboutissons à l'expression suivante du paramètre  $m_i$ :

$$m_i = \frac{M_i}{\sum_1^i K_c + \sum_1^i K_a \frac{b}{l} + \sum_1^i K_b \frac{a}{l} + \sum_1^{t'} K_\alpha \frac{\alpha b}{\lambda l} + \sum_1^{t''} K_\beta \frac{\beta a}{\lambda l}}. \quad (4)$$

Une fois connus  $M_i$  et les coefficients  $KK$ , la formule 4 permettra de déterminer le paramètre  $m_i$  et, de ce fait, les moments de rupture dans toutes les rotules plastiques (fig. 1).

Le nombre  $i$  de poutres plastifiées sera celui qui correspond à la plus grande valeur de  $m_i$  donnée par la formule (4).

Dans la pratique, le problème peut être résolu en partant de l'hypothèse de l'existence de toutes les  $n$  poutres longitudinales plastifiées sans rupture des poutres transversales, et en obtenant le moment de rupture auquel doivent faire face les poutres transversales, afin de ne pas avoir à procéder à leur plastification.

En appelant  $m_n$  le paramètre qu'on obtient dans l'hypothèse de toutes les  $n$  poutres longitudinales plastifiées et en égalant cette valeur à celle correspondant à  $n-1$  poutres longitudinales plastifiées, on obtient une relation indiquant la part du dénominateur de l'équation 4 qui doit être attribuée aux poutres transversales.

On doit avoir en effet:

$$m_n = \frac{M_n - M_1}{\sum_{i=1}^{n-1} K_c + \sum_{i=1}^{n-1} K_a \frac{b}{l} + \sum_{i=1}^{n-1} K_b \frac{a}{l} + P_t}, \quad (5)$$

où  $M_n$  est le moment isostatique de la charge totale de rupture sur le tablier,  $M_1$  le moment isostatique des charges de rupture dans la poutre extrême et  $P_t$  l'effet des poutres transversales.

La formule 5 permettra de déterminer  $P_t$ . L'expression de  $P_t$  est, comme nous le savons:

$$P_t = \sum_{i=1}^t K_\alpha \frac{\alpha b}{\lambda l} + \sum_{i=1}^{t''} K_\beta \frac{\beta a}{\lambda l}. \quad (6)$$

En faisant  $K_\alpha = K_\beta = K_t$  la formule 6 permettra de calculer  $K_t$ .

Une fois connu  $K_t$ , on détermine le moment de rupture en fonction duquel on doit établir les dimensions des poutres transversales:

$$m_t = K_t m. \quad (7)$$

## 6. Vérification de la capacité de rotation des rotules plastiques

Pour éviter la rupture d'une rotule plastique avant la réalisation de la configuration de rupture finale, il est très important de calculer la rotation maximum des rotules plastiques selon la formule bien connue:

$$\theta_k = \sum \delta_{ki} \bar{X}_i + \bar{\delta}_{k0}, \quad (8)$$

où  $\bar{X}_i$  sont les moments de plastification aux appuis;  $\delta_{ki}$  les déformations angulaires pour  $X_i = 1$  et  $\bar{\delta}_{k0}$  la rotation pour la charge de rupture.

Pour les grilles calculées en utilisant des paramètres de distribution trans-

versale et avec symétrie transversale, on peut se servir, pour l'appui 1 de la poutre extrême, de la formule:

$$\theta_1 = \delta_{11} \bar{X}_{1m} + \delta_{12} \bar{X}_{2m} + \bar{\delta}_{10}, \quad (9)$$

où  $\bar{X}_{1m}$  et  $\bar{X}_{2m}$  sont les moyennes des moments de plastification aux appuis 1 et 2, respectivement, de toutes les poutres longitudinales et  $\bar{\delta}_{10}$  la rotation à l'appui 1 pour les charges de rupture transmises à la poutre extrême par l'intermédiaire des coefficients de distribution transversaux.

La fixation précise de la capacité maximum de rotation des rotules plastiques nécessite encore un plus grand nombre de recherches. Le calcul peut être fait par la formule connue  $\theta_p = \epsilon_p \frac{h}{x}$ . La valeur de  $\epsilon_p$  se situe entre 0,0015 (sans utilisation d'étriers) et 0,010 (avec étriers forts).

## 7. Calcul idéal des dimensions

Ce calcul idéal est fait par l'usage simultané des deux méthodes élastique et plastique.

On vérifie, le moment de rupture une fois connu, la condition de résistance de la section avec armature simple; on détermine ensuite, avec les méthodes usuelles, le moment résistant (phase III) et on calcule les armatures.

L'armature de traction une fois déterminée, on vérifie les tensions pour le moment élastique (phase II). La contrainte de traction de l'acier doit satisfaire aux conditions de fissuration, et les contraintes de compression doivent être inférieures aux contraintes de rupture.

### Exemple numérique

Pour le tablier de pont de la fig. 2, nous avons déterminé les moments élastiques maxima dans la portée centrale, par les méthodes élastiques, avec emploi de la méthode de distribution transversale de Courbon, et avons obtenu les valeurs du tableau suivant, pour les situations de charges les plus défavorables:

	$M_c$	$M_a = M_b$
$V_1$	Charge permanente	42,8 tm
	Charge mobile	141,8 tm
	Total	184,6 tm
$V_2$	Charge permanente	42,8 tm
	Charge mobile	103,2 tm
	Total	146,0 tm
		- 171,0 tm
		- 157,9 tm
		- 328,9 tm
		- 171,0 tm
		- 115,3 tm
		- 286,3 tm

A la fig. 3 sont mentionnées les valeurs des moments élastiques maxima et, entre parenthèses, les paramètres  $KK$  obtenus à partir des relations entre les moments élastiques.

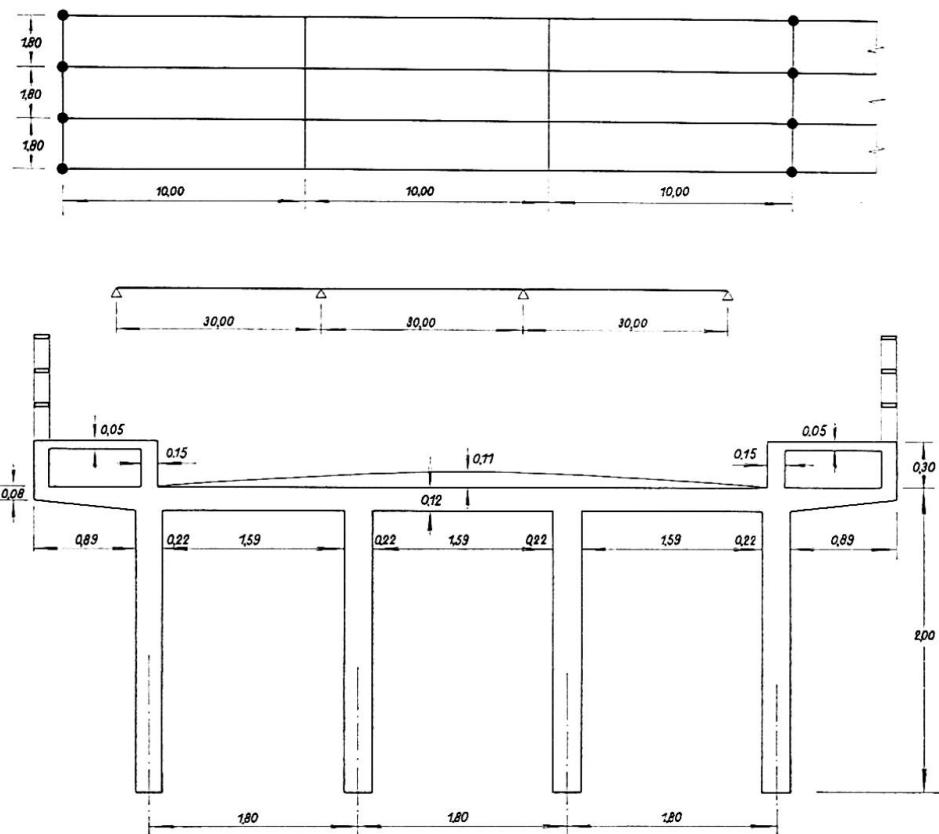


Fig. 2.

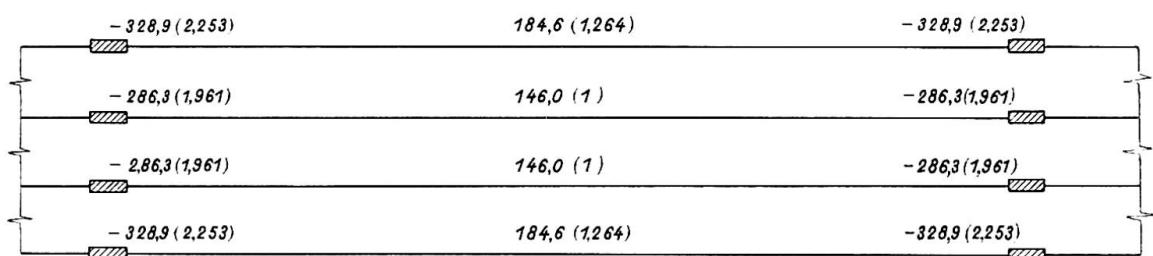


Fig. 3.

Pour la charge totale permanente et mobile (en accord avec les normes brésiliennes) nous avons calculé le moment maximum isostatique total:

$$\begin{aligned} \text{Charge permanente: } M_n &= 848,3 \text{ tm,} \\ \text{Charge mobile: } M_n &= 590,1 \text{ tm.} \end{aligned}$$

En multipliant la charge permanente par 1,65 et la charge mobile par 2,00, pour satisfaire aux coefficients de sécurité, et en employant la formule (4), on obtient  $\left(\frac{a}{l} = \frac{b}{l} = \frac{1}{2}\right)$ :

$$M_n = 1,65 \times 848,3 + 2,00 \times 590,1 = 2579,9 \text{ tm,}$$

$$m_n = \frac{2579,9}{(1 + 1,264 + 2,253 + 1,961) \times 2} = 199,1 \text{ tm.}$$

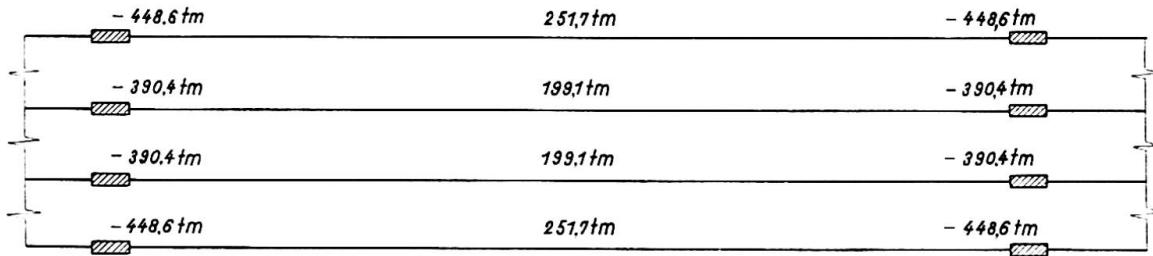


Fig. 4.

Les moments de rupture sont obtenus en multipliant la valeur de  $m_n$  par les coefficients  $KK$ . Les résultats sont indiqués à la fig. 4.

Comme on le voit, les moments sont proportionnels aux moments maxima élastiques. Le rapport entre les moments de rupture et les moments élastiques n'est que de 1,364 — valeur assez inférieure aux coefficients de sécurité si l'on établit les dimensions des poutres en accord avec les moments de la méthode plastique.

En calculant le moment isostatique pour les charges sur la poutre transversale extrême nous arriverons à  $M_1 = 507,6$  tm.

La formule (5) permet d'écrire:

$$199,1 = \frac{2579,9 - 507,6}{(1 + 1,961) \times 2 + 1,264 + 2,253 + P_t},$$

d'où l'on déduit la valeur de  $P_t$ :

$$P_t = 0,969.$$

On a, donc, pour les deux poutres transversales (formule 7):

$$0,969 = K_t \frac{10,0 \times 15}{1,8 \times 30} \times 2, \quad \text{donc: } K_t = 0,174.$$

Le moment de rupture suivant lequel on doit établir les dimensions des poutres transversales sera  $0,174 \times 199,1 = 34,6$  tm. Le moment maximum obtenu par le calcul élastique est de 20,8 tm.

L'établissement des dimensions est fait pour l'acier avec la limite d'élasticité apparente ( $0,2\%$ ) = 5000 kg/cm<sup>2</sup> et pour le béton avec une contrainte de rupture  $\sigma_R = 240$  kg/cm<sup>2</sup>.

Pour l'appui, l'établissement des dimensions en phase III pour le moment de 448,6 tm, obtenu par la méthode simplifiée du C.E.B. (diagramme rectangulaire) donne, pour le moment maximum résistant de la section avec armature simple, la valeur  $557,4 > 448,6$  tm.

La section de l'armature de traction obtenue est de 52,9 cm<sup>2</sup> avec  $x/h = 0,347$ .

La vérification en phase II du moment élastique de 328,9 tm pour la section d'acier de 52,9 cm<sup>2</sup>, conduit aux tensions:

$$\sigma_f = 3750 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma_c = 206 \text{ kg/cm}^2.$$

La tension de l'acier satisfait aux conditions de fissuration pour une armature de diamètre de  $\frac{3}{4}$ ".

Pour la vérification de la capacité de rotation des rotules plastiques on utilise les déformations du calcul élastique (multipliées par  $EJ = 694\,400 \text{ tm}^2$ ):

$$\delta_{11} = 20,0 \quad \delta_{12} = 5,0 \quad \delta_{10} = 4274 + 3265.$$

Pour la charge de rupture, nous avons:

$$\bar{\delta}_{10} = 1,65 \times 4274 + 2,00 \times 3265 = 13\,582.$$

Employant la formule (9) ( $M_{1m} = M_{2m} = 419,5 \text{ tm}$ ) nous avons:

$$EJ\theta_1 = -419,5 \times 20 - 419,5 \times 5 + 13\,582 = 3095 \text{ tm}^2.$$

Donc:  $\theta_1 = 0,0045$ .

Le raccourcissement plastique est:

$$\epsilon_p = 0,0045 \frac{x}{h} = 0,0045 \times 0,347 = 0,00156,$$

valeur acceptable, surtout si l'on considère l'existence des étriers.

On remarque que les dimensions trouvées pour la section ne seraient pas applicables en utilisant pour leur calcul la méthode classique puisque, en phase II, on devrait appliquer les contraintes recommandées par les normes brésiliennes  $\sigma_f = 3000 \text{ kg/cm}^2$  et  $\sigma_c = 110 \text{ kg/cm}^2$  alors que notre calcul est établi pour  $\sigma_f = 3750 \text{ kg/cm}^2$  et  $\sigma_c = 206 \text{ kg/cm}^2$ .

La sécurité à la rupture est garantie par l'utilisation des coefficients des normes brésiliennes bien que le moment de rupture soit seulement 1,364 du moment élastique total.

On voit que, dans la méthode élastique on peut adopter pour la compression du béton des contraintes proches de sa contrainte de rupture et pour l'acier, des valeurs supérieures à celles des normes officielles, une fois vérifiée la condition de fissuration.

Ces conclusions pourront toutefois être modifiées selon le type de structure employé.

Il importe d'utiliser à la fois les résultats donnés par les deux méthodes, élastique et plastique, afin d'établir de façon idéale les dimensions, compte tenu de la charge en service et de la rupture finale.

### Résumé

L'auteur a montré l'inconvénient d'utiliser une seule des deux méthodes, élastique ou plastique, pour le calcul de ponts en béton armé.

L'auteur a proposé l'emploi d'une méthode dans laquelle sont utilisées les résultats des deux méthodes, compte tenu de leurs domaines d'application: la méthode élastique pour les charges en service, et la méthode plastique pour l'étude de la sécurité à la rupture.

L'auteur a proposé des simplifications pour le calcul des efforts élastiques, dans le seul but de vérifier les conditions de fissuration, et a présenté la méthode plastique pour le calcul des grilles de ponts utilisant les résultats obtenus dans le calcul élastique. Il a établi d'autre part une systématisation du calcul en vue d'obtenir le calcul idéal des dimensions des ponts.

Il présente également un exemple numérique qui montre la simplicité et l'avantage économique de la méthode proposée.

### Zusammenfassung

Der Verfasser deckt zuerst die Unzulänglichkeiten einer einseitigen Bemessung nach den Kriterien der Elastizitäts- oder der Plastizitätstheorie auf. Er schlägt deshalb ein Verfahren vor, in welchem beide Methoden auf schlüssige Art und Weise zum Zuge kommen, nämlich die elastische Methode zur Beurteilung des Verhaltens im Gebrauchszustand und die plastische Methode zur Beurteilung der Bruchsicherheit.

Der Verfasser führt zusätzliche Vereinfachungen bei der (elastischen) Berechnung der Schnittkräfte ein, bei gleichzeitiger Kontrolle über die Zulässigkeit des auftretenden Rißbildes, und stellt ein plastisches Berechnungsverfahren für Trägerrostbrücken auf, worin die elastisch berechneten Schnittkräfte Eingang finden. Das Verfahren wird zudem erweitert bis zur Festlegung idealer Abmessungen für die Tragelemente.

Ein Berechnungsbeispiel zeigt die Einfachheit der vorgeschlagenen Methode und die wirtschaftlichen Vorteile, die ihre Anwendung zu bieten vermag.

### Summary

The author indicates the drawbacks of using only one of the two design methods — namely, the elastic or the plastic method — for reinforced concrete bridges.

He proposes employing a design method which makes use of the results of both methods, taking due account of their respective ranges of application: the elastic method for the working loads, and the plastic method for analysis of the safety against failure.

The author proposes simplifications for the analysis of the elastic stresses with the sole object of checking the cracking conditions. For bridges comprising beam grillages he presents a plastic design method which makes use of the results obtained in the elastic analysis. He also outlines a systematically arranged calculation procedure for obtaining the "ideal" dimensional design of bridges.

In addition, he gives a worked example which demonstrates the simplicity and economy of the proposed method.