Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 7 (1964)

Artikel: Verhalten plastischer Gelenke in Stahlbetonsäulen

Autor: Yamada, M.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-7985

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 08.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Vb1

Verhalten plastischer Gelenke in Stahlbetonsäulen

Behaviour of Plastic Hinges in Reinforced Concrete Columns

Le comportement des rotules plastiques dans les piliers en béton armé

M. YAMADA
Prof. Dr.-Ing., Univ. Kobe, Japan

1. Einleitung

Im Vorbericht [1] hat der Verfasser die Entstehung eines plastischen Gelenkes in Stahlbeton*balken* unter wechselseitig wiederholter plastischer Biegung versuchsmäßig bewiesen und die Beziehung zwischen der plastischen Formänderungsamplitude φ_p und der Lastspielzahl N erklärt.

In diesem Schlussbericht möchte der Verfasser die Entstehung eines plastischen Gelenkes in Stahlbeton*säulen* unter statischer und wechselseitig wiederholter plastischer Biegung auf Grund von Versuchsergebnissen erörtern.

2. Plastische Gelenke in Stahlbetonsäulen

Die theoretische Berechnungsmethode der Drehfähigkeit plastischer Gelenke in Stahlbetonsäulen ist ähnlich derjenigen für Stahlbetonbalken, über die der Verfasser einen Aufsatz [2] veröffentlicht hat, in dem jedoch nur über reine Biegung ohne Normalkraft berichtet wurde.

Bei der Entstehung des plastischen Gelenkes wird der endgültige Verteilungszustand der Spannungen wie Fig. 1 angenommen. Die Streckkraft (M, N) des Säulenquerschnittes ergibt sich

$$\begin{aligned} M &= \sigma_P b d^2 \left\{ k' \beta_s' \mu' \left(\frac{1}{2} - \eta_1'\right) + k \beta_s \mu \left(\frac{1}{2} - \eta_1\right) + x_{n1} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_{n1}}{2}\right) \right\}, \\ N &= \sigma_P b d \{ k' \beta_s' \mu' - k \beta_s \mu + x_{n1} \}, \end{aligned} \tag{1}$$

wobei

σ_P	Prismenfestigkeit des Betons,
σ_s, σ_s'	Streckspannung der Zug- bzw. Druckbewehrung,
k, k'	Verhältnis der vorhandenen Spannungen zur Streckspannung der Zug- bzw. Druckbewehrung,
$\mu = \dfrac{Fe}{bd}$, $\mu' = \dfrac{Fe'}{bd}$	Zug- bzw. Druckbewehrungsanteil,
$\beta_s \mu = \dfrac{\sigma_s}{\sigma_P}\mu$, $\beta_s' \mu' = \dfrac{\sigma_s'}{\sigma_P}\mu'$	Zug- bzw. Druckbewehrungsstärke.

Damit werden die Fließpolyeder (Interaction curve) des Säulenquerschnittes in Fig. 2 dargestellt.

Ferner wird angenommen, daß die Druck- und Zugverzerrungsgeschwindigkeiten proportional zu den entsprechenden Nullinienabständen der Armierungen stehen. Demnach wird nach Fig. 1

$$\begin{aligned}\left(\frac{d\epsilon_s}{dt}\right) &= \frac{2\,(1-x_{n1}-\eta_1)}{x_{n1}}\left(\frac{d\epsilon_B}{dt}\right),\\ \left(\frac{d\epsilon_s'}{dt}\right) &= \frac{2\,(x_{n1}-\eta_1')}{x_{n1}}\left(\frac{d\epsilon_B}{dt}\right),\\ \left(\frac{d\epsilon_n}{dt}\right) &= \left(x_{n1}-\frac{1}{2}\right)d\left(\frac{d\varphi}{dt}\right).\end{aligned} \tag{2}$$

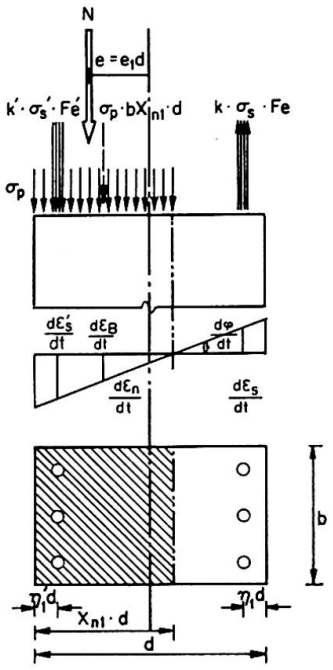

Fig. 1. Endgültiger Verteilungszustand der Spannungen und der Verzerrungsgeschwindigkeiten.

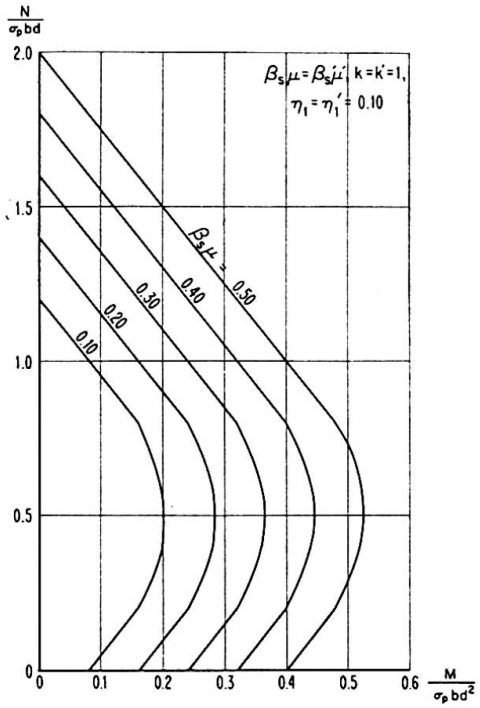

Fig. 2. Fließpolyeder der Stahlbetonsäulen.

Der aufgespeicherte Energiezuwachs dE im plastischen Gelenk im Zeitdifferential dt ist

$$dE = M\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)dt + N\left(\frac{d\epsilon_n}{dt}\right)dt. \tag{3}$$

$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)$ ist die Drehgeschwindigkeit und $\left(\frac{d\epsilon_n}{dt}\right)$ ist die Stauchgeschwindigkeit. Da M, N, $\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)$ und $\left(\frac{d\epsilon_n}{dt}\right)$ bei der Drehung gleich bleiben, beträgt die Menge der aufgespeicherten Energie vom Beginn des Fliessens bis zum Schluß der Drehung

$$
\begin{aligned}
E &= \int_{t_{Fließ}}^{t_{Bruch}} \left\{ M\left(\frac{d\varphi}{dt}\right) dt + N\left(\frac{d\epsilon_n}{dt}\right) dt \right\}, \\
&= \sigma_P b\, d^2 \left[k' \beta_s' \mu' \left(\frac{1}{2} - \eta_1'\right) + k \beta_s \mu \left(\frac{1}{2} - \eta_1\right) + x_{n1}\left(\frac{1}{2} - \frac{x_{n1}}{2}\right) \right. \\
&\quad \left. + \{k' \beta_s' \mu' - k \beta_s \mu + x_{n1}\} \left(x_{n1} - \frac{1}{2}\right) \right] \left(\frac{d\varphi}{dt}\right) (t_{Bruch} - t_{Fließ}).
\end{aligned} \tag{4}
$$

Andererseits ist der aufgespeicherte Energiezuwachs dE_D auf der Druckseite und dE_Z auf der Zugseite im Zeitdifferential dt

$$
\begin{aligned}
dE_D &= \sigma_P x_{n1} b\, d\, l_D \left(\frac{d\epsilon_B}{dt}\right) dt + k' \sigma_s' \mu' b\, d\, l_D \left(\frac{d\epsilon_s'}{dt}\right) dt, \\
dE_Z &= k \sigma_s \mu b\, d\, l_Z \left(\frac{d\epsilon_s}{dt}\right) dt.
\end{aligned} \tag{5}
$$

$\left(\frac{d\epsilon_B}{dt}\right)$, $\left(\frac{d\epsilon_s'}{dt}\right)$ und $\left(\frac{d\epsilon_s}{dt}\right)$ sind die Verzerrungsgeschwindigkeiten des Betons, des Druckstahles und des Zugstahles, und l_D und l_Z ist der Gelenkbereich in der Druck- und Zugzone. Weiter wurde, wie beim Fall des Balkens, angenommen:

$$
\begin{aligned}
l_D &= x_{n1} d, \\
l_Z &= 2\left(1 - \frac{x_{n1}}{2} - \eta_1\right) d.
\end{aligned} \tag{6}
$$

Da die Verzerrungsgeschwindigkeiten bei der Drehung gleich bleiben, beträgt die gesamte aufgespeicherte Energie in diesem Gelenk vom Beginn bis zum Schluß der Drehung

$$
\begin{aligned}
E &= \int_{t_{Fließ}}^{t_{Bruch}} (dE_D + dE_Z), \\
&= \sigma_P b\, d^2 \left\{ x_{n1}^2 + 2 k' \beta_s' \mu' (x_{n1} - \eta_1') \right. \\
&\quad \left. + 4 k \beta_s \mu \frac{\left(1 - \frac{x_{n1}}{2} - \eta_1\right)(1 - x_{n1} - \eta_1)}{x_{n1}} \right\} \left(\frac{d\epsilon_B}{dt}\right) (t_{Bruch} - t_{Fließ}).
\end{aligned} \tag{7}
$$

Aus den Gleichungen (4) und (7) ergibt sich

$$
\varphi_p = \frac{x_{n1}^2 + 2 k' \beta_s' \mu' (x_{n1} - \eta_1') + 4 k \beta_s \mu \frac{\left(1 - \frac{x_{n1}}{2} - \eta_1\right)(1 - x_{n1} - \eta_1)}{x_{n1}}}{k' \beta_s' \mu' \left(\frac{1}{2} - \eta_1'\right) + k \beta_s \mu \left(\frac{1}{2} - \eta_1\right) + x_{n1}\left(\frac{1}{2} - \frac{x_{n1}}{2}\right) + \{k' \beta_s' \mu' - k \beta_s \mu + x_{n1}\}\left(x_{n1} - \frac{1}{2}\right)} (\epsilon_p^* - \epsilon_p), \tag{8}
$$

wobei im Fließbereich des Betons nach JAEGER anzunehmen ist:

$$
\epsilon_p^* - \epsilon_p \geqq \left(\frac{0{,}056}{\sqrt{\sigma_P}} - 0{,}00014 \sqrt{\sigma_P}\right). \tag{9}
$$

Fig. 3 zeigt die Beziehung zwischen der plastischen Drehfähigkeit φ_p und der Bewehrungsstärke, wobei als Parameter der Normalkrafteinfluß $\frac{N}{\sigma_P b d}$ gewählt wurde.

3. Versuche

Die Versuche erstreckten sich gemäß Tabelle 1 über vier Reihen ($C\frac{1}{2}$, $C\,1$, $C\,\frac{3}{2}$, $C\,2$) mit den folgenden Bewehrungsanteilen: 0,50%, 1,04%, 1,57% und 2,22%. Die Reihen ($C\frac{1}{2}$, $C\,1$) sind in fünf Gruppen ($1\,N$, $\frac{2}{3}N$, $\frac{1}{3}N$, $\frac{1}{6}N$, $0\,N$) nach der Größe der Normalkraft N unterteilt, und jede Gruppe besteht aus zwei Versuchssäulen ($X\,Ne\,1$, $X\,Ne\,W$), je eine für statische und wechselseitige Belastung.

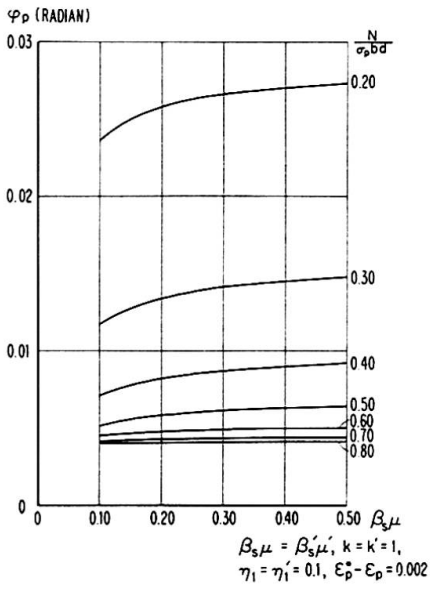

Fig. 3. Abhängigkeit des plastischen Drehwinkels φ_p von der Bewehrungsstärke $\beta_s\,\mu$ und von dem Normalkrafteinfluß $\sigma_p\,b\,d$.

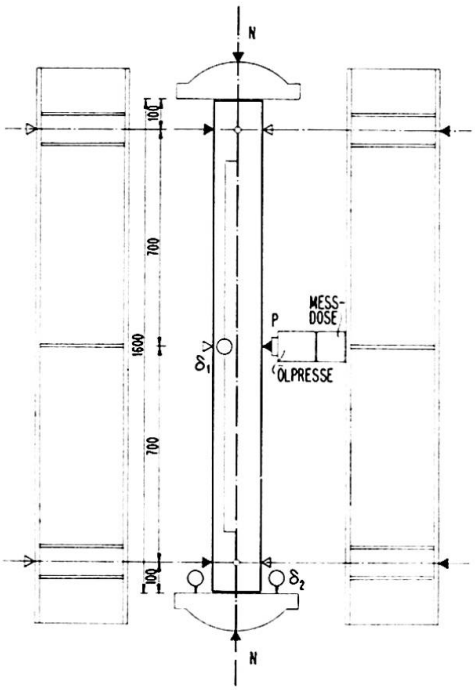

Fig. 4. Versuchseinrichtung und Meßverfahren.

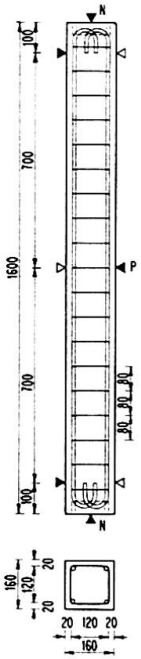

Fig. 5. Versuchssäule.

Fig. 4 zeigt die Versuchseinrichtung und die Meßverfahren. Mittels dieser Einrichtung kann man unter einer beliebigen bestimmten Normalkraft N statische oder wechselseitig wiederholte Biegemomente durch waagerechte Ölpressen mit Meßdosen wirken lassen. Die Versuchssäule wurde unter der jeweiligen Normalkraft parallel zur Abszisse in Fig. 2 belastet. Verwendete Baustoffe:

Beton: Mischungsverhältnis (nach Gewicht) 1 : 2,55 : 3,34 mit Wasserzementfaktor 0,6.

Stahl: Rundeisen.

Tabelle 1. Angaben über die Versuchssäulen

Säulen	Beton		Stahl			Bewehrungsstärke
	Prismenfestigkeit σ_P kg/cm²	Zugfestigkeit σ_{bz} kg/cm²	Bewehrung	Bewehrungsanteil μ %	Streckgrenze des Stahles σ_s, σ_s' kg/cm²	$\beta_s \mu = \beta_s' \mu'$
$RC:C\frac{1}{2}:1\,Ne\,0$	220	22,2	4-⌀ 9	0,50	3200	0,072
$RC:C\frac{1}{2}:\frac{2}{3}\,Ne\,1$	220	22,2	4-⌀ 9	0,50	3200	0,072
$RC:C\frac{1}{2}:\frac{2}{3}\,Ne\,W$	265	22,3	4-⌀ 9	0,50	3200	0,060
$RC:C\frac{1}{2}:\frac{1}{3}\,Ne\,1$	220	22,2	4-⌀ 9	0,50	3200	0,072
$RC:C\frac{1}{2}:\frac{1}{3}\,Ne\,W$	265	22,3	4-⌀ 9	0,50	3200	0,060
$RC:C\frac{1}{2}:\frac{1}{6}\,Ne\,1$	218	23,4	4-⌀ 9	0,50	3200	0,073
$RC:C\frac{1}{2}:\frac{1}{6}\,Ne\,W$	236	26,6	4-⌀ 9	0,50	3200	0,067
$RC:C\frac{1}{2}:0\,Ne\,1$	218	23,4	4-⌀ 9	0,50*	3200	0,073
$RC:C\,1:1\,Ne\,0$	186	21,4	4-⌀ 13	1,04	3070	0,172
$RC:C\,1:\frac{2}{3}\,Ne\,1$	186	21,4	4-⌀ 13	1,04	3070	0,172
$RC:C\,1:\frac{2}{3}\,Ne\,W$	208	21,6	4-⌀ 13	1,04	3070	0,154
$RC:C\,1:\frac{1}{3}\,Ne\,1$	186	24,4	4-⌀ 13	1,04	3070	0,172
$RC:C\,1:\frac{1}{3}\,Ne\,W$	208	21,6	4-⌀ 13	1,04	3070	0,154
$RC:C\,1:\frac{1}{6}\,Ne\,1$	218	23,4	4-⌀ 13	1,04	3070	0,147
$RC:C\,1:\frac{1}{6}\,Ne\,W$	218	23,4	4-⌀ 13	1,04	3070	0,147
$RC:C\,1:0\,Ne\,1$	218	23,4	4-⌀ 13	1,04*	3070	0,147
$RC:C\frac{3}{2}:\frac{1}{3}\,Ne\,1$	256	20,5	4-⌀ 16	1,57	3205	0,197
$RC:C\frac{3}{2}:\frac{1}{6}\,Ne\,1$	256	20,5	4-⌀ 16	1,57	3205	0,197
$RC:C\,2:\frac{1}{3}\,Ne\,1$	256	20,5	4-⌀ 19	2,22	3166	0,274
$RC:C\,2:\frac{1}{6}\,Ne\,1$	256	20,5	4-⌀ 19	2,22	3166	0,274

4. Versuchsergebnisse

Die Versuchsergebnisse sind zusammen mit den theoretischen Werten in Tabelle 2 dargestellt. Typische Formänderungskurven werden in Fig. 6 gezeigt. In Fig. 7 sind die statischen Versuchsergebnisse zusammengestellt.

Aus diesen Versuchsergebnissen ist folgendes ersichtlich:

Beim statischen Biegemoment unter einer bestimmten Normalkraft ist der Fließvorgang hauptsächlich von der Normalkraft N abhängig. Wenn die Normalkraft nahe der Säulenbruchlast (reiner Druck ohne Biegung — $1\,Ne\,0$ —) liegt, werden die Formänderungseigenschaften vielmehr einem Knickvorgang ähnlich. Wenn die Normalkraft sehr viel niedriger als die Säulenbruchlast liegt, nähern wir uns allmählich einem Balkenbiegevorgang ($0\,Ne\,1$).

Die statische Drehfähigkeit eines plastischen Gelenkes (vom Beginn des

plastischen Fliessens bis zur Entstehung der Druckrisse am Druckrand — das Fließen selbst dauert noch etwas an) in Stahlbetonsäulen stimmt mit den theoretischen Werten nach Gl. (8) ziemlich gut überein.

Tabelle 2. Versuchsergebnisse

Säulen	Normalkraft $N^{ton.}$	$\frac{N}{\sigma_P b d}$	$\frac{M}{\sigma_P b d^2}$	Drehwinkel: Berechnung φ_p Radian	Drehwinkel: Versuch φ_p Radian	Drehwinkel: Prozentsatz Berechng/Versuch %
$RC:C\frac{1}{2}:1\,Ne\,0$	60,0	1,065	0			
$RC:C\frac{1}{2}:\frac{2}{3}\,Ne\,1$	40,0	0,710	0,176	0,0034	0,0120	23
$RC:C\frac{1}{2}:\frac{2}{3}\,Ne\,W$	40,0	0,590	0,163	0,0025	0,0030	84
$RC:C\frac{1}{2}:\frac{1}{3}\,Ne\,1$	20,0	0,355	0,165	0,0064	0,0050	128
$RC:C\frac{1}{2}:\frac{1}{3}\,Ne\,W$	20,0	0,295	0,146	0,0057	0,0050	114
$RC:C\frac{1}{2}:\frac{1}{6}\,Ne\,1$	10,0	0,179	0,124	0,0224	0,0230	97
$RC:C\frac{1}{2}:\frac{1}{6}\,Ne\,W$	10,0	0,166	0,116	0,0248	0,0190	131
$RC:C\frac{1}{2}:0\,Ne\,1$	0	0	0,059	0,0730*	0,0350	208
$RC:C\,1:1\,Ne\,0$	66,0	1,390	0			
$RC:C\,1:\frac{2}{3}\,Ne\,1$	44,0	0,925	0,150	0,0044	0,0020	220
$RC:C\,1:\frac{2}{3}\,Ne\,W$	44,0	0,828	0,174	0,0037	0,0040	93
$RC:C\,1:\frac{1}{3}\,Ne\,1$	22,0	0,462	0,239	0,0065	0,0070	93
$RC:C\,1:\frac{1}{3}\,Ne\,W$	22,0	0,414	0,224	0,0064	0,0070	92
$RC:C\,1:\frac{1}{6}\,Ne\,1$	11,0	0,198	0,178	0,0211	0,0130	162
$RC:C\,1:\frac{1}{6}\,Ne\,W$	11,0	0,198	0,178	0,0211	0,0090	234
$RC:C\,1:0\,Ne\,1$	0	0	0,111	0,0330*	0,0370	89
$RC:C\frac{3}{2}:\frac{1}{3}\,Ne\,1$	30,0	0,458	0,252	0,0041	0,0040	103
$RC:C\frac{3}{2}:\frac{1}{6}\,Ne\,1$	15,0	0,229	0,216	0,0135	0,0185	73
$RC:C\,2:\frac{1}{3}\,Ne\,1$	33,0	0,504	0,298	0,0037	0,0035	106
$RC:C\,2:\frac{1}{6}\,Ne\,1$	16,5	0,252	0,267	0,0119	0,0100	119

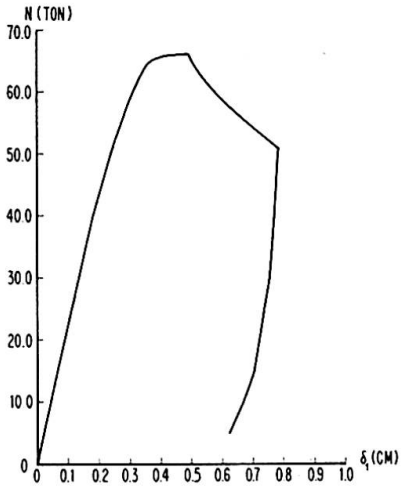

Fig. 6a. $RC:C\,1:1\,Ne\,0$.

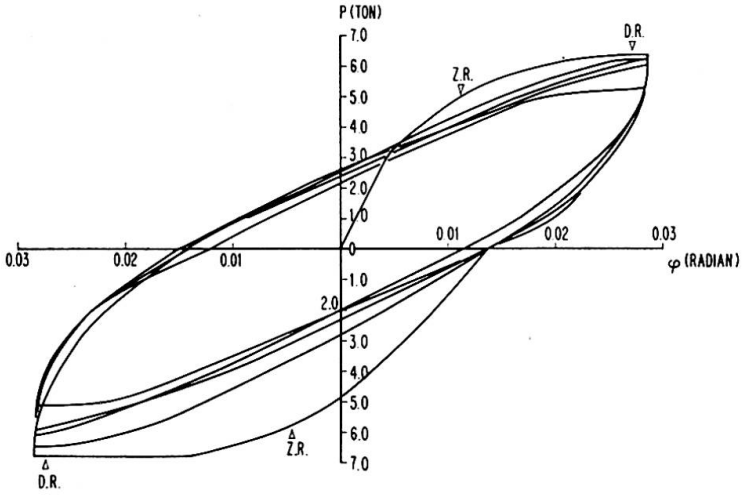

Fig. 6b. $RC:C\,1:\frac{1}{3}\,Ne\,W$.

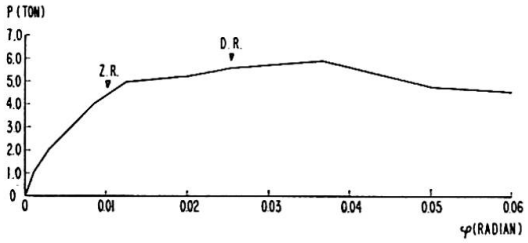

Fig. 6c. $RC:C\,1:\frac{1}{6}Ne\,1$.

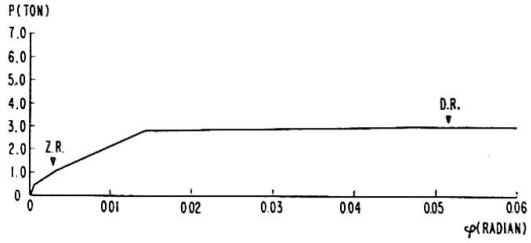

Fig. 6d $RC:C\,1:0\,Ne\,1$.

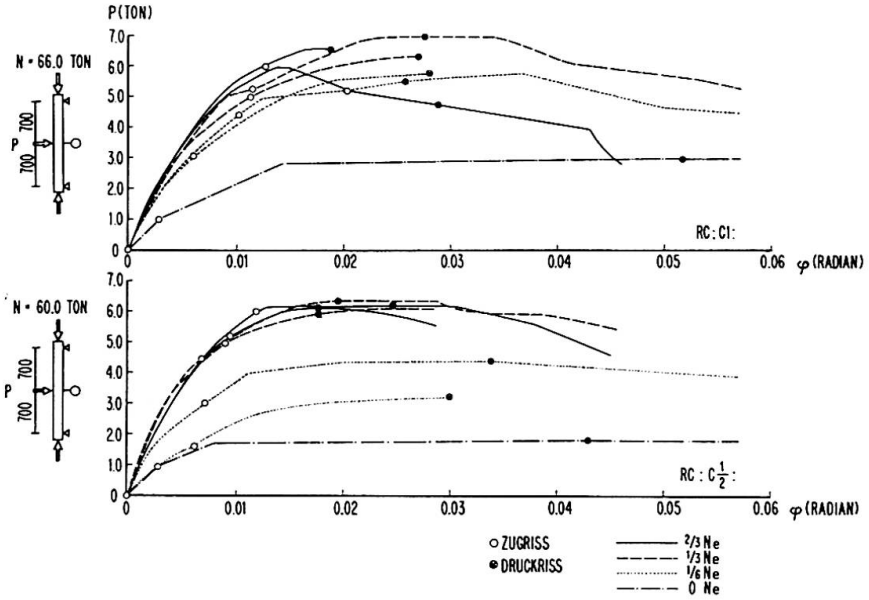

Fig. 7. Zusammenstellung der statischen Versuchsergebnisse.

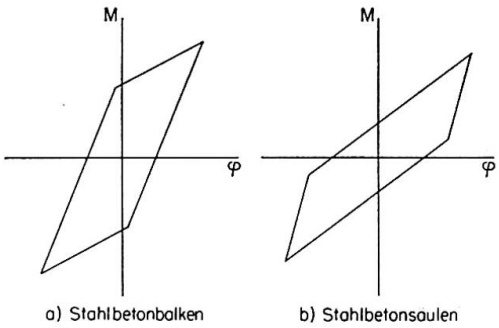

Fig. 8. Hysteresisschleife.

Bei den wechselseitig wiederholten plastischen Biegungen unter einer bestimmten Normalkraft wird die Hysteresisschleife etwas anders als bei reiner Biegung ohne Normalkraft [1] (Fig. 8).

Das wichtigste Ergebnis dieser Versuche ist: Im Vergleich mit den Versuchsergebnissen von Stahlbeton*balken* ist die plastische Zähigkeit der Stahlbeton*säulen* durch das Auftreten der Normalkraft sehr stark herabgemindert. Diese Tatsache wurde sowohl theoretisch als auch experimentell festgestellt. Sie ist eine sehr wichtige Erkenntnis bei der Anwendung des Traglastverfahrens an Stahlbetonbauwerken.

Literatur

1. M. YAMADA: «Verhalten plastischer Gelenke in Stahlbetonbalken.» Vorbericht des 7. Kongresses der IVBH 1964, S. 963—970.
2. M. YAMADA: «Drehfähigkeit plastischer Gelenke in Stahlbetonbalken.» Beton und Stahlbetonbau, 53. Jahrg., H. 4, April 1958, S. 85—91.

Zusammenfassung

Das Verhalten plastischer Gelenke in Stahlbetonsäulen wird theoretisch und experimentell untersucht. Die statische Drehfähigkeit eines plastischen Gelenkes in Stahlbetonsäulen läßt sich berechnen, wofür die entsprechenden Ansätze angegeben werden. Im Vergleich mit den Versuchsergebnissen von Stahlbetonbalken ist die plastische Zähigkeit der Stahlbetonsäulen durch das Auftreten der Normalkraft stark herabgemindert. Diese Tatsache wurde sowohl theoretisch als auch experimentell festgestellt.

Summary

The author presents a theoretical and experimental study on the behaviour of plastic hinges in reinforced concrete columns. The Eq. (8) (Fig. 3) makes it possible to calculate the capacity of static rotation of a plastic hinge in a reinforced concrete column. In comparison with what is observed in tests carried out on reinforced concrete beams, the plastic ductility of reinforced concrete columns is markedly reduced owing to the normal stresses, as was clearly demonstrated both in the theoretical approach and in the tests.

Résumé

L'auteur présente une étude théorique et expérimentale sur le comportement des rotules plastiques dans les piliers en béton armé. L'équation (8) (Fig. 3) permet de calculer la capacité de rotation statique d'une rotule plastique située dans un pilier en béton armé. Par comparaison avec ce que l'on constate dans les essais exécutés sur des poutres en béton armé, la ductilité plastique des piliers en béton armé se trouve très fortement réduite du fait des efforts normaux, ce qui a été clairement mis en évidence aussi bien dans l'approche théorique que dans les essais.