Diskussion: theoretische und experimentelle Untersuchung eines unsymmetrischen Kastenträgers mit zwei Flanschen (R. Dziewolski)

Autor(en): **Stüssi, F.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht**

Band (Jahr): **7 (1964)**

PDF erstellt am: **27.04.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-7938

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Ib 4

Diskussion - Discussion - Discussion

Theoretische und experimentelle Untersuchung eines unsymmetrischen Kastenträgers mit zwei Flanschen (R. Dziewolski)[1])

Theoretical and Experimental Researches of an Asymmetrical Box Girder with two Flanges

Etude théorique et expérimentale d'une poutre en caisson asymétrique avec deux appendices

F. STÜSSI
Prof. Dr., Präsident der IVBH, ETH, Zürich

Im Beitrag von R. DZIEWOLSKI wird ein Kastenträger mit freien Flanschen unter Torsionsbelastung rechnerisch untersucht und die Ergebnisse der Berechnung werden durch Spannungsmessungen an einem Modell überprüft. Die Berechnung ist auf die Methodik der Elastizitätstheorie orientiert, und sie arbeitet mit einigen Begriffen wie $f(z)$ = Verwölbungsfunktion («fonction de gauchissement»), ϕ = sektorielle Fläche (Verwölbungsfläche) des geschlossenen Querschnitts («surface sectorielle [surface de gauchissement] des profils fermés»), $S_{\phi c}$ = sektorielles statisches Moment des geschlossenen Querschnitts («moment sectoriel statique des profils fermés») usw., die in der normalen Festigkeitslehre nicht vorkommen und die darum wenig anschaulich sind. Es dürfte deshalb vom Konstrukteur aus gesehen von Interesse sein, dieser Berechnung eine Methode gegenüberzustellen, die auf die Betrachtungsweise der normalen Baustatik orientiert ist. Es handelt sich grundsätzlich ja darum, daß der Konstrukteur selber das Kräftespiel in seinen Tragwerken beurteilen können muß, weil die konstruktive Durchbildung des Tragwerkes durch dieses Kräftespiel bedingt ist. Es dürfte deshalb wohl nicht ernsthaft bestritten werden können, daß immer dort, wo dies möglich ist, diejenige Berechnungsmethode den Vorzug verdient, die mit den gebräuchlichen Begriffen der Baustatik arbeitet und deshalb, von der Baustatik aus gesehen, anschaulich und direkt überprüfbar ist.

Diese baustatische Darstellung teilt das Torsionsmoment T auf in einen ersten und einen zweiten Torsionsanteil:

$$T = T_1 + T_2. \tag{1}$$

---

[1]) Siehe «Vorbericht» — see "Preliminary Publication" — voir «Publication Préliminaire», Ib 3, p. 131.

Der erste Torsionsanteil T_1 wird durch den Schubfluß s_1 aufgenommen,

$$T_1 = 2 F_m s_1, \tag{2}$$

wobei also in den freien Flanschen keine Schubspannungen wirken. Nun muß aber unter der Wirkung dieses Schubflusses s_1 die Querschnittsform erhalten bleiben; dies ist jedoch in der Regel nur möglich, wenn neben dem Schubfluß s_1 noch Normalspannungen σ auftreten. Die zugehörige Elastizitätsbedingung lautet somit

$$\frac{s_1'}{a_i d_i G} + \frac{\sigma_{i-1} - \sigma_i}{a_i b_1 E} = \varphi_1'' = \text{konst.} \tag{3}$$

Dabei bedeutet a_i den Abstand der Scheibe b_i mit Stärke d_i vom ersten Schubmittelpunkt 0_1, der mit dem von R. Dziewolski verwendeten Schubmittelpunkt übereinstimmt. Schreiben wir Gleichung (3) in der Form

$$\sigma_{i-1} - \sigma_i + \frac{E}{G}\frac{b_i}{d_i} s_1' = E a_i b_i \varphi_1'',$$

so heben sich bei der Summation über alle zum geschlossenen Querschnittsteil gehörenden Scheiben die Spannungen σ heraus und mit

$$a_{11} = \sum \frac{b_i}{d_i}, \qquad 2 F_m = \sum a_i b_i$$

folgt

$$\varphi_1'' = \frac{a_{11}}{G\, 2 F_m} s_1'. \tag{3a}$$

Damit kann Gleichung (3) in der Form

$$\sigma_{i-1} - \sigma_i = \frac{E}{G}\left(\frac{a_{11}}{2 F_m} a_i b_i - \frac{b_i}{d_i}\right) s_1' \tag{3b}$$

geschrieben werden und liefert nun die gesuchten Spannungswerte σ in Verbindung mit einer Gleichgewichtsbedingung

$$\int \sigma \, dF = 0$$

in Funktion von s_1' bzw. die Spannungsänderungen σ' in Funktion von s_1'' (Fig. 1).

Durch Aufsummieren der Spannungsänderungen σ' entstehen Schubspannungen τ_0,

$$\tau_0 d = -\int \sigma' \, dF + C, \tag{4}$$

wobei die Integrationskonstante C passend so gewählt wird, daß Momentengleichgewicht besteht:

$$\int \tau_0 a' \, dF = 0 \tag{4a}$$

oder durch die aus den Schubspannungen τ_0 entstehenden Scheibenquerkräfte $\mathfrak{Q}_0$ ausgedrückt

$$\sum \mathfrak{Q}_{0i} a_i' = 0. \tag{4b}$$

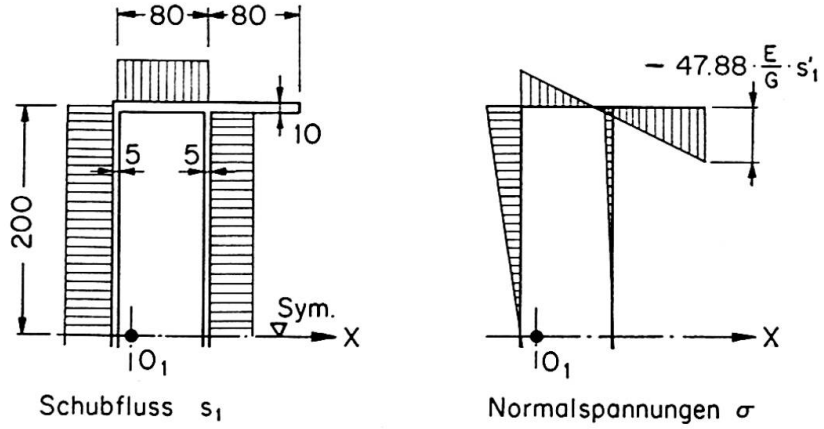

Fig. 1.

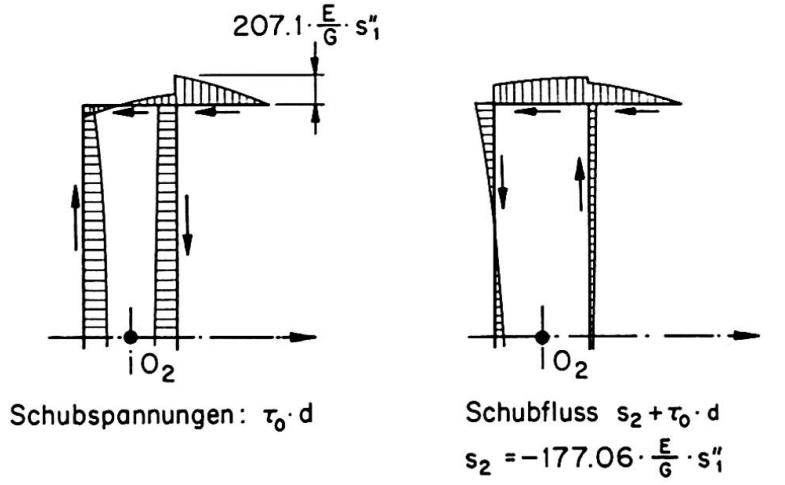

Fig. 2.

Dabei beziehen sich die Abstände a_i' auf den zweiten, durch die Schubverformungen allein bestimmten Schubmittelpunkt 0_2. Für den zweiten Torsionsanteil T_2 muß die Querschnittsform ebenfalls erhalten bleiben, und die entsprechende Elastizitätsbedingung lautet

$$\left(\frac{\mathfrak{Q}_{0i}}{b_i d_i} + \frac{s_2}{d_i}\right) \frac{1}{a_i'} = G \varphi_2' = \text{konst.} \tag{5}$$

Schreiben wir diese Gleichung in der Form

$$\mathfrak{Q}_{0i} a_i' + s_2 a_i' b_i = a_i'^2 b_i d_i G \varphi_2',$$

so heben sich bei der Summation über alle Scheiben des Querschnitts, einschließlich der freien Flanschen, die Momente $\sum \mathfrak{Q}_{0i} a_i'$ wegen Gleichung (4b) heraus und es bleibt

$$s_2 \sum a_i' b_i = s_2 \, 2 F_m = G \varphi_2' \sum a_i'^2 b_i d_i. \tag{5a}$$

Damit kann Gleichung (5) in der Form

$$\mathfrak{D}_{0i} = s_2 \left[\frac{2 F_m}{\sum a_i'^2 b_i d_i} a_i' b_i d_i - b_i \right] \tag{5b}$$

geschrieben werden und wir erhalten aus der Summation über alle Scheiben des Querschnitts den Wert des zweiten Schubflusses s_2 in Funktion von s_1'' (Fig. 2),

$$s_2 = -C s_1''$$

und damit liefert die Gleichgewichtsbedingung mit

$$T_2 = 2 F_m s_2 = -2 F_m C s_1'' = -A s_1''$$

die gesuchte Differentialgleichung des Torsionsproblems zu

$$\underline{T = 2 F_m s_1 - A s_1''}, \tag{6}$$

$$T = 640 s_1 - 113318 \frac{E}{G} s_1''$$

oder auch mit $m_d = -T'$

$$\underline{s_1''' - \frac{2 F_m}{A} s_1' = \frac{m_d}{A}}. \tag{6a}$$

Damit ist die Aufgabe grundsätzlich gelöst.

Auf zwei Punkte sei noch besonders hingewiesen: Daß der Schubmittelpunkt 0_2, um den sich der Stabquerschnitt unter dem zweiten Torsionsanteil dreht, nicht mit dem Schubmittelpunkt 0_1 des ersten Torsionsanteiles zusammenfällt, ist aus dem von R. DZIEWOLSKI untersuchten Beispiel recht deutlich ersichtlich: wegen der gleichen Scheibenquerkräfte und der gleichen Stärke der beiden Stege muß der Drehpunkt 0_2 in der Mitte zwischen den beiden Stegen liegen. Ferner ist die Elastizitätsbedingung für den zweiten Torsionsanteil, Gleichung (5), häufig nicht für alle Scheiben (z. B. bei freien Flanschen) genau erfüllt, sondern es sind dann kleine Widersprüche gegenüber dieser «Verträglichkeitsbedingung» vorhanden, die einer weiteren Berechnungsstufe mit weiteren zusätzlichen Normalspannungen rufen könnten. Da aber der zweite Torsionsanteil T_2 ausgesprochen örtliche Bedeutung besitzt, kann im Rahmen einer technischen Biegungslehre ohne ungebührliche Einbuße an Zuverlässigkeit auf eine solche weitere Verfeinerung verzichtet werden.

Die von R. DZIEWOLSKI verwendeten Begriffe f, ϕ, $S_{\phi c}$ erhalten durch die skizzierte baustatische Theorie des Torsionsproblems nun ihre baustatische Deutung; so stimmt die Verwölbungsfunktion f überein mit dem Verdrehungswinkel φ_1 des ersten Torsionsanteils und die Querschnittswerte ϕ und $S_{\phi c}$ stellen (abgesehen vom Maßstab) die Verteilung der Normalspannungen σ und der Schubspannungen $\tau_0 d$ über den Querschnitt dar.

Zusammenfassung

Der elastizitätstheoretisch orientierten Untersuchung der Torsion von Stäben mit Kastenquerschnitt wird eine baustatische Berechnungsmethode gegenübergestellt, die auf der Zerlegung des Torsionsmomentes in zwei um die beiden Grenzlagen 0_1 und 0_2 des Schubmittelpunktes drehende Torsionsanteile beruht.

Summary

In connection with the investigation of the problem of the torsion of bars with a box-shaped section, a comparison is made between the study orientated towards the theory of elasticity and a method of calculation, based on applied statics, in which the torsional moment is resolved into two parts relative to the two extreme positions 0_1 and 0_2 of the centre of shear.

Résumé

Pour le problème de la torsion des barres à profil fermé, on compare l'étude orientée sur la théorie de l'élasticité à une méthode de calcul fondée sur la statique appliquée; dans ce procédé, on décompose le moment de torsion en deux parts relatives aux deux positions extrêmes 0_1 et 0_2 du centre de cisaillement.

Leere Seite
Blank page
Page vide