

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 7 (1964)

**Artikel:** Diskussion: theoretische und experimentelle Untersuchung eines unsymmetrischen Kastenträgers mit zwei Flanschen (R. Dziewolski)

**Autor:** Stüssi, F.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-7938>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 22.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## I b 4

### Diskussion - Discussion - Discussion

**Theoretische und experimentelle Untersuchung eines unsymmetrischen Kastenträgers mit zwei Flanschen (R. Dziewolski)<sup>1)</sup>**

*Theoretical and Experimental Researches of an Asymmetrical Box Girder with two Flanges*

*Etude théorique et expérimentale d'une poutre en caisson asymétrique avec deux appendices*

F. STÜSSI

Prof. Dr., Präsident der IVBH, ETH, Zürich

Im Beitrag von R. DZIEWOLSKI wird ein Kastenträger mit freien Flanschen unter Torsionsbelastung rechnerisch untersucht und die Ergebnisse der Berechnung werden durch Spannungsmessungen an einem Modell überprüft. Die Berechnung ist auf die Methodik der Elastizitätstheorie orientiert, und sie arbeitet mit einigen Begriffen wie  $f(z)$  = Verwölbungsfunktion («fonction de gauchissement»),  $\phi$  = sektoruelle Fläche (Verwölbungsfläche) des geschlossenen Querschnitts («surface sectorielle [surface de gauchissement] des profils fermés»),  $S_{\phi c}$  = sektorielles statisches Moment des geschlossenen Querschnitts («moment sectoriel statique des profils fermés») usw., die in der normalen Festigkeitslehre nicht vorkommen und die darum wenig anschaulich sind. Es dürfte deshalb vom Konstrukteur aus gesehen von Interesse sein, dieser Berechnung eine Methode gegenüberzustellen, die auf die Betrachtungsweise der normalen Baustatik orientiert ist. Es handelt sich grundsätzlich ja darum, daß der Konstrukteur selber das Kräftespiel in seinen Tragwerken beurteilen können muß, weil die konstruktive Durchbildung des Tragwerkes durch dieses Kräftespiel bedingt ist. Es dürfte deshalb wohl nicht ernsthaft bestritten werden können, daß immer dort, wo dies möglich ist, diejenige Berechnungsmethode den Vorzug verdient, die mit den gebräuchlichen Begriffen der Baustatik arbeitet und deshalb, von der Baustatik aus gesehen, anschaulich und direkt überprüfbar ist.

Diese baustatische Darstellung teilt das Torsionsmoment  $T$  auf in einen ersten und einen zweiten Torsionsanteil:

$$T = T_1 + T_2. \quad (1)$$

---

<sup>1)</sup> Siehe «Vorbericht» — see “Preliminary Publication” — voir «Publication Préliminaire», Ib 3, p. 131.

Der erste Torsionsanteil  $T_1$  wird durch den Schubfluß  $s_1$  aufgenommen,

$$T_1 = 2 F_m s_1, \quad (2)$$

wobei also in den freien Flanschen keine Schubspannungen wirken. Nun muß aber unter der Wirkung dieses Schubflusses  $s_1$  die Querschnittsform erhalten bleiben; dies ist jedoch in der Regel nur möglich, wenn neben dem Schubfluß  $s_1$  noch Normalspannungen  $\sigma$  auftreten. Die zugehörige Elastizitätsbedingung lautet somit

$$\frac{s'_1}{a_i d_i G} + \frac{\sigma_{i-1} - \sigma_i}{a_i b_i E} = \varphi''_1 = \text{konst.} \quad (3)$$

Dabei bedeutet  $a_i$  den Abstand der Scheibe  $b_i$  mit Stärke  $d_i$  vom ersten Schubmittelpunkt  $0_1$ , der mit dem von R. DZIEWOLSKI verwendeten Schubmittelpunkt übereinstimmt. Schreiben wir Gleichung (3) in der Form

$$\sigma_{i-1} - \sigma_i + \frac{E}{G} \frac{b_i}{d_i} s'_1 = E a_i b_i \varphi''_1,$$

so heben sich bei der Summation über alle zum geschlossenen Querschnittsteil gehörenden Scheiben die Spannungen  $\sigma$  heraus und mit

$$a_{11} = \sum \frac{b_i}{d_i}, \quad 2 F_m = \sum a_i b_i$$

$$\text{folgt} \quad \varphi''_1 = \frac{a_{11}}{G 2 F_m} s'_1. \quad (3a)$$

Damit kann Gleichung (3) in der Form

$$\sigma_{i-1} - \sigma_i = \frac{E}{G} \left( \frac{a_{11}}{2 F_m} a_i b_i - \frac{b_i}{d_i} \right) s'_1 \quad (3b)$$

geschrieben werden und liefert nun die gesuchten Spannungswerte  $\sigma$  in Verbindung mit einer Gleichgewichtsbedingung

$$\int \sigma dF = 0$$

in Funktion von  $s'_1$  bzw. die Spannungsänderungen  $\sigma'$  in Funktion von  $s''_1$  (Fig. 1).

Durch Aufsummieren der Spannungsänderungen  $\sigma'$  entstehen Schubspannungen  $\tau_0$ ,

$$\tau_0 d = - \int \sigma' dF + C, \quad (4)$$

wobei die Integrationskonstante  $C$  passend so gewählt wird, daß Momentengleichgewicht besteht:

$$\int \tau_0 a' dF = 0 \quad (4a)$$

oder durch die aus den Schubspannungen  $\tau_0$  entstehenden Scheibenquerkräfte  $\mathfrak{Q}_0$  ausgedrückt

$$\sum \mathfrak{Q}_{0i} a'_i = 0. \quad (4b)$$

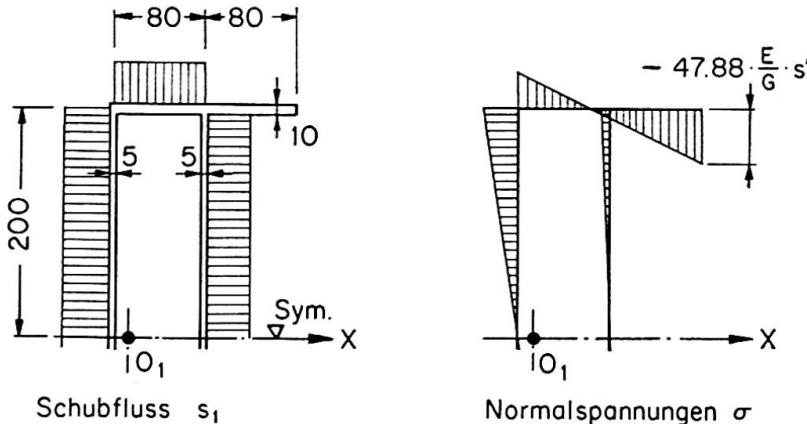


Fig. 1.

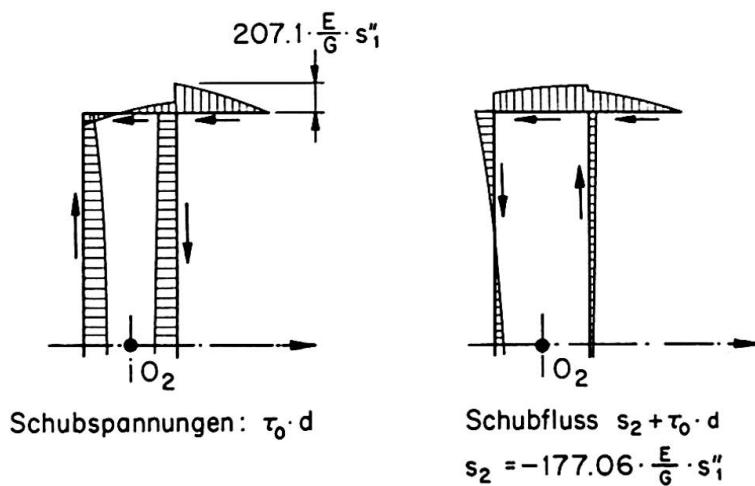


Fig. 2.

Dabei beziehen sich die Abstände  $a'_i$  auf den zweiten, durch die Schubverformungen allein bestimmten Schubmittelpunkt  $O_2$ . Für den zweiten Torsionsanteil  $T_2$  muß die Querschnittsform ebenfalls erhalten bleiben, und die entsprechende Elastizitätsbedingung lautet

$$\left( \frac{\mathfrak{Q}_{0i}}{b_i d_i} + \frac{s_2}{d_i} \right) \frac{1}{a'_i} = G \varphi'_2 = \text{konst.} \quad (5)$$

Schreiben wir diese Gleichung in der Form

$$\mathfrak{Q}_{0i} a'_i + s_2 a'_i b_i = a'^2 b_i d_i G \varphi'_2,$$

so heben sich bei der Summation über alle Scheiben des Querschnitts, einschließlich der freien Flanschen, die Momente  $\sum \mathfrak{Q}_{0i} a'_i$  wegen Gleichung (4b) heraus und es bleibt

$$s_2 \sum a'_i b_i = s_2 2 F_m = G \varphi'_2 \sum a'^2 b_i d_i. \quad (5a)$$

Damit kann Gleichung (5) in der Form

$$\mathfrak{D}_{0i} = s_2 \left[ \frac{2 F_m}{\sum a_i'^2 b_i d_i} a_i' b_i d_i - b_i \right] \quad (5b)$$

geschrieben werden und wir erhalten aus der Summation über alle Scheiben des Querschnitts den Wert des zweiten Schubflusses  $s_2$  in Funktion von  $s_1''$  (Fig. 2),

$$s_2 = -C s_1''$$

und damit liefert die Gleichgewichtsbedingung mit

$$T_2 = 2 F_m s_2 = -2 F_m C s_1'' = -A s_1''$$

die gesuchte Differentialgleichung des Torsionsproblems zu

$$\underline{T = 2 F_m s_1 - A s_1''}, \quad (6)$$

$$T = 640 s_1 - 113318 \frac{E}{G} s_1''$$

oder auch mit  $m_d = -T'$

$$\underline{s_1''' - \frac{2 F_m}{A} s_1' = \frac{m_d}{A}}. \quad (6a)$$

Damit ist die Aufgabe grundsätzlich gelöst.

Auf zwei Punkte sei noch besonders hingewiesen: Daß der Schubmittelpunkt  $0_2$ , um den sich der Stabquerschnitt unter dem zweiten Torsionsanteil dreht, nicht mit dem Schubmittelpunkt  $0_1$  des ersten Torsionsanteiles zusammenfällt, ist aus dem von R. DZIEWOLSKI untersuchten Beispiel recht deutlich ersichtlich: wegen der gleichen Scheibenquerkräfte und der gleichen Stärke der beiden Stege muß der Drehpunkt  $0_2$  in der Mitte zwischen den beiden Stegen liegen. Ferner ist die Elastizitätsbedingung für den zweiten Torsionsanteil, Gleichung (5), häufig nicht für alle Scheiben (z. B. bei freien Flanschen) genau erfüllt, sondern es sind dann kleine Widersprüche gegenüber dieser «Verträglichkeitsbedingung» vorhanden, die einer weiteren Berechnungsstufe mit weiteren zusätzlichen Normalspannungen rufen könnten. Da aber der zweite Torsionsanteil  $T_2$  ausgesprochen örtliche Bedeutung besitzt, kann im Rahmen einer technischen Biegungslehre ohne ungebührliche Einbuße an Zuverlässigkeit auf eine solche weitere Verfeinerung verzichtet werden.

Die von R. DZIEWOLSKI verwendeten Begriffe  $f$ ,  $\phi$ ,  $S_{\phi c}$  erhalten durch die skizzierte baustatische Theorie des Torsionsproblems nun ihre baustatische Deutung; so stimmt die Verwölbungsfunktion  $f$  überein mit dem Verdrehungswinkel  $\varphi_1$  des ersten Torsionsanteils und die Querschnittswerte  $\phi$  und  $S_{\phi c}$  stellen (abgesehen vom Maßstab) die Verteilung der Normalspannungen  $\sigma$  und der Schubspannungen  $\tau_0 d$  über den Querschnitt dar.

### Zusammenfassung

Der elastizitätstheoretisch orientierten Untersuchung der Torsion von Stäben mit Kastenquerschnitt wird eine baustatische Berechnungsmethode gegenübergestellt, die auf der Zerlegung des Torsionsmomentes in zwei um die beiden Grenzlagen  $0_1$  und  $0_2$  des Schubmittelpunktes drehende Torsionsanteile beruht.

### Summary

In connection with the investigation of the problem of the torsion of bars with a box-shaped section, a comparison is made between the study orientated towards the theory of elasticity and a method of calculation, based on applied statics, in which the torsional moment is resolved into two parts relative to the two extreme positions  $0_1$  and  $0_2$  of the centre of shear.

### Résumé

Pour le problème de la torsion des barres à profil fermé, on compare l'étude orientée sur la théorie de l'élasticité à une méthode de calcul fondée sur la statique appliquée; dans ce procédé, on décompose le moment de torsion en deux parts relatives aux deux positions extrêmes  $0_1$  et  $0_2$  du centre de cisaillement.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**