**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

**Band:** 7 (1964)

**Artikel:** Coques prismatiques

**Autor:** Fonder, G.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-7933

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 07.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

# Ia 2

## Coques prismatiques

*Prismatische Faltwerke*

*Prismatic shells*

G. FONDER
Aspirant F.N.R.S. à l'Université de Liège, Belgique

### Introduction

Un peu partout dans le monde, des méthodes de calcul des toits plissés sont mises au point, des règlements sont édités, des coques prismatiques sont construites. Notre but, en étudiant le sujet, a été de trouver et de développer une méthode suffisamment simple et systématique pour qu'elle puisse être programmée aisément, suffisamment précise et générale pour qu'elle puisse être appliquée avec succès à différentes formes de toitures.

L'examen de la littérature existante [1, 2] nous a conduit à choisir et à programmer la méthode des rotations de Yitzhaki [3, 4].

### Hypothèses

Les hypothèses, d'ailleurs communes à la plupart des méthodes sont les suivantes:

— le matériau est homogène et élastique linéaire.

— les déformations sont suffisamment faibles pour ne pas affecter le mode d'action des charges.

— aux arêtes, la monolithisation des plaques voisines est suffisante pour qu'on puisse supposer qu'elles forment une dalle continue.

— les diaphragmes terminaux sont infiniment rigides dans leur plan et parfaitement flexibles perpendiculairement à leur plan.

— pour chaque plaque, on peut appliquer dans le sens longitudinal la théorie de la flexion des poutres et négliger la rigidité torsionnelle.

— on néglige l'influence des efforts tranchants sur les déformations (longitudinales et transversales).

## Principe de la méthode

1. Première étape de calcul: on étudie une bande transversale de longueur unitaire comme dalle continue sur appuis fixes soumise aux charges extérieures; pour la facilité des calculs, celles-ci sont décomopsées en charges normales et tangentielles aux plaques (Fig. 1). L'étude de ce système ne présente aucune difficulté et se fait par la méthode de Cross. On obtient ainsi des moments transversaux valables dans n'importe quelle bande transversale si les charges sont uniformément réparties sur la longueur, ce qui est le cas le plus courant.

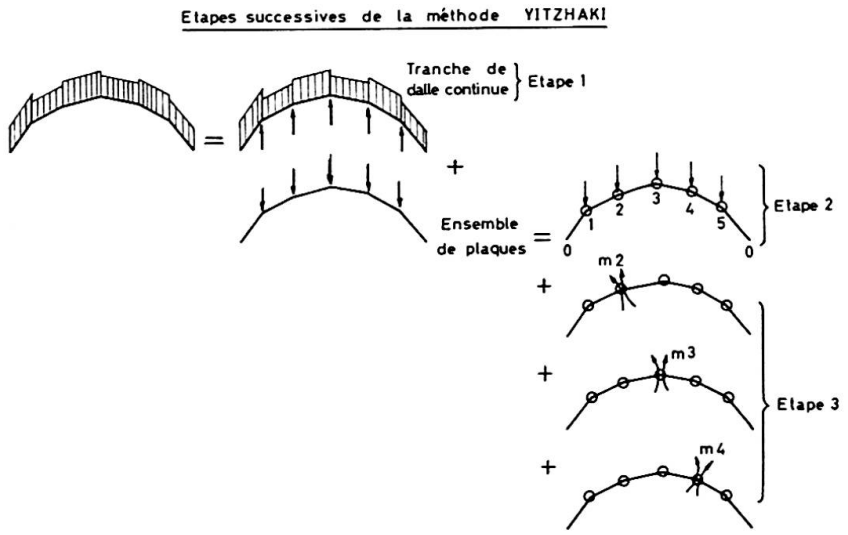


Fig. 1.

Transversalement, c'est le rôle de l'«effet dalle» de transmettre les charges extérieures aux arêtes; longitudinalement, cela va être le rôle de l'«effet plaque» de transmettre les charges des arêtes aux diaphragmes terminaux. D'où, la seconde étape: on étudie le système de plaques chargées aux arêtes des réactions des dalles.

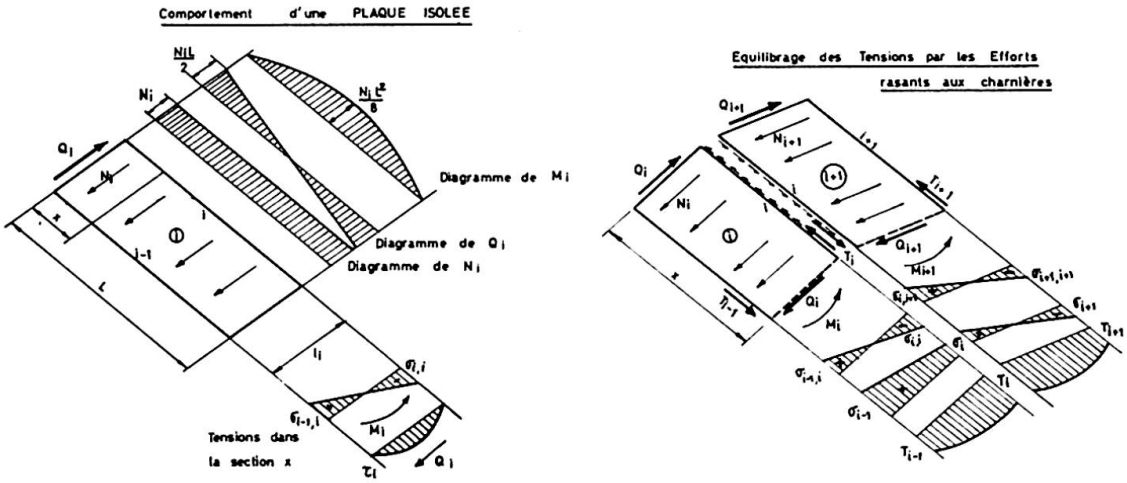


Fig. 2.

Mais ce système est intérieurement hyperstatique. On commence par le rendre isostatique en plaçant des charnières le long des arêtes.

2. Alors, on décompose les charges aux arêtes dans le plan des plaques et on étudie celles-ci comme poutres biappuyées isolées (Fig. 2). On obtient ainsi des efforts tranchants $Q$ et des tensions de cisaillement $\tau$ répartis longitudinalement suivant un diagramme linéaire, des moments $M$ et des tensions $\sigma$ répartis longitudinalement suivant un diagramme parabolique.

Comme les plaques sont étudiées isolément, les tensions $\sigma$ à l'arête commune ne sont généralement pas égales et, pour rétablir la compatibilité des tensions, il faut ajouter le long de chaque arête des efforts rasants. La détermination de ceux-ci se fait, en principe, par la résolution d'un système d'équations linéaires; en pratique, on a pu développer pour l'équilibrage des tensions, l'équivalent de la méthode de Cross: le déséquilibre en une arête est partagé aux prorata des sections des plaques qui y aboutissent puis les tensions partagées sont transmises aux autres bords des plaques avec le coefficient $(-\frac{1}{2})$.

Connaissant la répartition des tensions dans chaque plaque, on peut déterminer sa flèche dans son plan; puis, à partir d'un Williot, la position déformée des plaques et les déplacements $w$ des arêtes. Enfin, des relations géométriques simples donnent la rotation relative $(\theta'_{i,i}+\theta'_{i,i+1})$ aux arêtes (Fig. 3), puisque, il faut se le rappeler, on a disposé des charnières le long des arêtes.

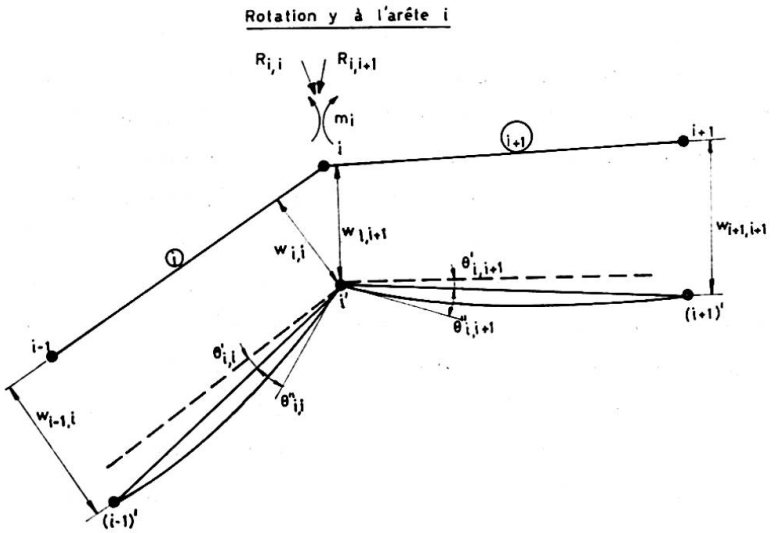


Fig. 3.

3. Aux coupures ainsi faites, on doit appliquer successivement des paires de moments $m_2$, $m_3$, $m_4$ (Fig. 1). Il faut remarquer que l'apparition de ces moments est liée à la déformation longitudinale du système. Donc ces moments ne sont pas constants sur la longueur de la coque; ils varient comme l'amplitude de la déformée. Si, pour courbe de déformée et courbe de moments, on utilise une onde de sinusoïde, l'approximation est excellente.

Pour chacune de ces sollicitations, on recommence le calcul des réactions aux arêtes, le décomposition des réactions dans le plan des plaques, le calcul

des tensions dans les plaques, non équilibrées puis équilibrées, le calcul des déformations et, finalement des rotations relatives $(\theta''_{i,i}+\theta''_{i,i+1})$ aux arêtes (Fig. 3).

Il faut remarquer qu'on n'applique pas de moments aux avant-dernières arêtes; puisqu'elles ne présentent pas de rigidité torsionnelle, les plaques extrêmes ne pourraient résister à de tels moments.

La détermination des inconnues hyperstatiques, à savoir la valeur réelle des moments $m_2$, $m_3$, $m_4$, se fait en exprimant la monolithisation aux arêtes, c'est-à-dire que la somme des rotations relatives sous les charges extérieures et sous les paires de moments doit être nulle le long des arêtes où on avait introduit des charnières.

Compte tenu de la grandeur des inconnues hyperstatiques trouvées, on superpose les résultats des étapes (1) (2) et des multiples étapes (3) pour trouver les résultats finaux. Ceux-ci comprennent les moments transversaux, les tensions longitudinales de flexion et de cisaillement et les déplacements des arêtes en différents points de la longueur et de la largeur de la coque.

## Applications

L'avantage de la méthode adoptée est qu'elle se prête à un grand nombre de variantes.

Nous n'avons jusqu'à présent envisagé que des charges uniformes. Des charges réparties de façon quelconque dans le sens transversal ne présentent pas de difficulté spéciale. Seul le Cross de la dalle continue s'en trouve modifié. Si elles sont réparties dissymétriquement dans le sens longitudinal, il faut les développer en série de sinus et traiter successivement chacun des termes.

Dans le sens longitudinal, le cas d'une coque biappuyée n'est pas le seul que nous puissions traiter. Pour traiter des coques appuyées-encastrées, biencastrées ou consoles, il faut seulement modifier la courbe imposée pour la déformée et les moments. Au lieu d'ondes sinusoïdes, on fait appel à des «fonctions propres» tirées de l'étude des vibrations des poutres et où interviennent des termes trigonométriques et hyperboliques.

Dans le sens transversal, les bords extrêmes sont souvent libres, mais ils peuvent aussi présenter une rigidité torsionnelle, s'appuyer sur un mur ou être considérés comme encastrés s'il s'agit des bords d'un élément courant dans une toiture comportant de nombreuses ondes. Le cas où trois éléments se recoupent en un nœud peut être envisagé. La plupart de ces variantes se traitent en ajoutant, au-delà des bords extrêmes, une ou deux plaques de poids nul mais de rigidité flexionnelle non négligeable et parfois même infinie.

La coque peut également être soulagée par des poteaux intermédiaires ou des tirants. Il suffit de remplacer ces renforts par des forces verticales ou horizontales inconnues qui constituent un cas supplémentaire de charge

hyperstatique. La valeur de ces forces se détermine en même temps que les moments hyperstatiques aux charnières par l'adjonction d'une condition supplémentaire sur les déplacements.

Enfin, la coque peut être précontrainte par des câbles rectilignes ou courbes. Une plaque précontrainte par un câble rectiligne tend à se raccourcir et agit sur ses voisines par l'intermédiaire d'efforts rasants. Une plaque avec un câble courbe, en plus de son action par efforts rasants, est chargée de forces de courbure qui peuvent être considérées comme des charges extérieures agissant dans le plan de la plaque.

Les principales de ces variantes sont illustrées par la figure 4.

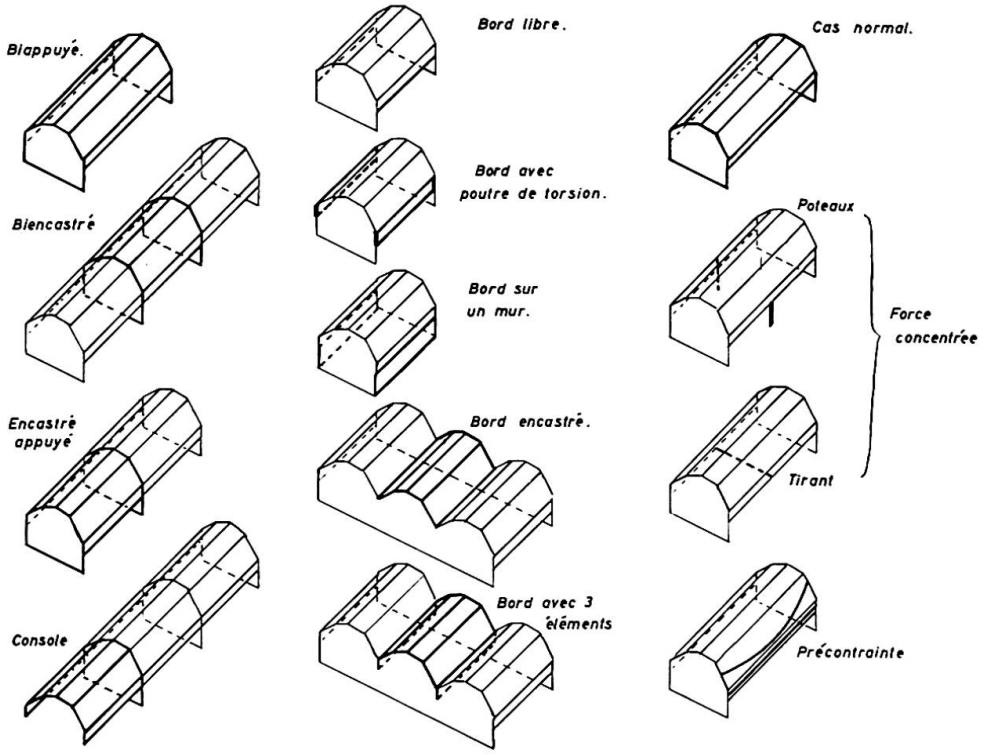


Fig. 4.

## Programmation

La méthode des rotations de Yitzhaki, légèrement adaptée, a été programmée pour l'ordinateur I.B.M. 7040 du Centre de Calcul de l'Université de Liège. L'organigramme relatif à un cas sans variante est donné à la fig. 5.

Nous introduisons les dimensions de la coque et les charges extérieures; cinq à dix minutes plus tard (suivant le nombre de plaques), l'ordinateur fournit les déplacements, les tensions normales et de cisaillement, tant longitudinaux que transversaux en dix points de la portée le long de chaque arête et au milieu des plaques.

Nous travaillons actuellement à mettre les dernières variantes au point.

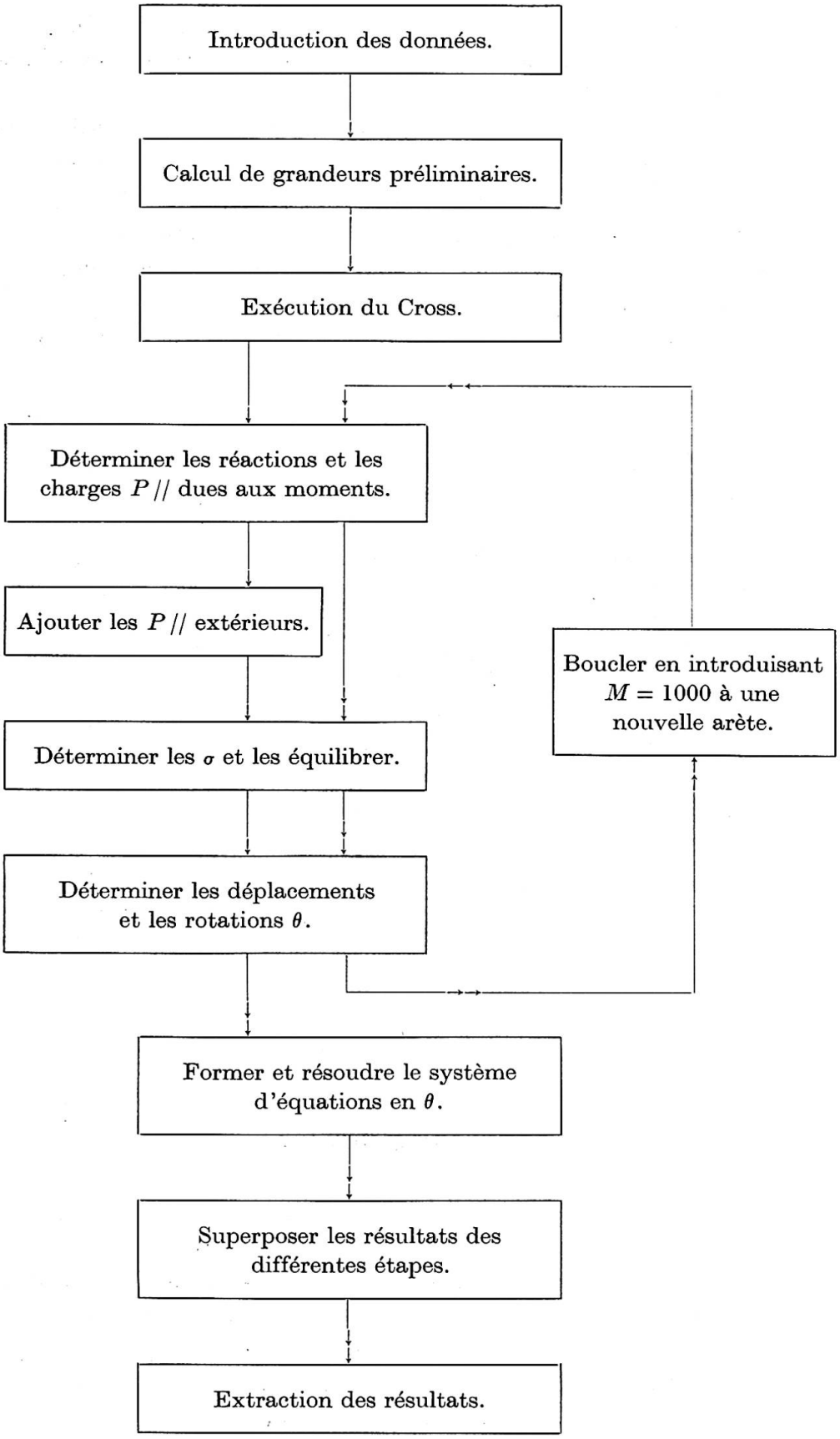


Fig. 5. Organigramme.

## Bibliographie

1. Committee on Folded Plate Construction: "Phase 1. Report on folded plate Construction". Journal of the Structural Division, A.S.C.E., Vol. 89, No. ST 6, Proc. paper 3741, December 1963, pp. 365—406.
2. Eliahu Traum: "Design of Folded Plates". Journal of the Structural Division, A.S.C.E., Vol. 85, No. ST 8, Proc. Paper 2229, October 1959, pp. 103—123.
3. D. Yitzhaki and M. Reiss: "Analysis of Folded Plates". Journal of the Structural Division, A.S.C.E., Vol. 88, No. ST 5, Paper 3303, October 1962, pp. 107—142.
4. D. Yitzhaki: "Prismatic and Cylindrical Shell Roofs". Haïfa Science Publishers, Haïfa, Israël, 1958.

## Résumé

L'auteur résume une méthode de calcul des coques prismatiques dérivée de celle mise au point par Yitzbaki. D'abord, on étudie une «dalle» transversale de toiture sous les charges extérieures; les résultantes obtenues sont appliquées aux «plaques» supposées articulées par des charnières le long de leurs arêtes; ensuite, des paires de moments hyperstatiques distribués en forme de «fonction propre» rétablissent la continuité des coupures longitudinales; finalement, on superpose les résultats de chaque étape de calcul.

Cette méthode se prête à de nombreuses variantes: coques continues, coques précontraintes, coques appuyées sur des murs ou des poteaux intermédiaires, etc. Elle a été programmée à l'Université de Liège.

## Zusammenfassung

Der Autor faßt eine Berechnungsmethode für prismatische Faltwerke zusammen, die von jener Yitzhakis abgeleitet ist. Zuerst wird ein Streifen in Querrichtung unter äußeren Lasten betrachtet; die erhaltenen Stützkräfte werden an den Scheiben des Grundsystems angebracht, welches aus dem Faltwerk durch Einführung von Scharnieren in den Kanten entsteht. Die überzähligen Momente sind in Form von Eigenfunktionen über die Schalenlänge verteilt. Zum Schluß werden die Ergebnisse der verschiedenen Rechenstufen überlagert.

Diese Methode eignet sich für zahlreiche Fälle: durchlaufende Faltwerke, vorgespannte Faltwerke, Faltwerke mit Zwischenabstützungen auf Mauern oder Pfeilern usw. Sie ist an der Universität von Lüttich programmiert worden.

## Summary

The author summarises a method for the design of prismatic shells derived from that developed by Yitzhaki. A transverse roof «slab» is first of all

analysed under the external loads: the resultants obtained are applied to «plates» assumed to be articulated by hinges along their arrises; thereafter, pairs of hyperstatic moments distributed in the form of a «proper function» (Eigenfunktion) re-establish the continuity of the longitudinal cuts; finally, the results of each stage in the calculation are superimposed.

This method lends itself to a large number of variants: continuous shells, prestressed shells, shells supported on walls or intermediate columns, etc. It has been programmed at the University of Liège.