

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 7 (1964)

**Rubrik:** General questions

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 06.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# **Questions générales - Allgemeine Fragen - General Questions**

## **I**

### **Tendances nouvelles des méthodes de calcul Neue Entwicklungstendenzen in den Berechnungsmethoden New Trends in the Methods of Calculation**

#### **I a**

**Moyens mathématiques de formuler les problèmes structuraux en vue de l'emploi des  
calculateurs électroniques**

**Die mathematische Formulierung statischer Probleme für die Verwendung elektronischer  
Rechenmaschinen**

**The Mathematical Formulation of Structural Problems for the Use of Electronic  
Computers**

#### **I b**

**Fonctions et emploi des essais sur modèles  
Bedeutung und Anwendung von Modellversuchen  
Function and Use of Model Tests**

#### **I c**

**La notion de sécurité et son incidence sur le calcul et la conception des structures en  
relation, en particulier, avec l'effet des déformations plastiques sur la distribution des  
efforts**

**Begriff der Sicherheit und seine Bedeutung für Entwurf und Berechnung unter beson-  
derer Berücksichtigung des Einflusses der plastischen Verformungen auf die Verteilung  
der Schnittkräfte**

**The Notion of Safety and its Role in the Calculation and Design of Structures with Par-  
ticular Reference to the Effect of Plastic Deformations on the Distribution of Forces  
and Moments**

#### **I d**

**Applications particulières. (Par exemple: calcul tridimensionnel des structures)  
Besondere Anwendungen. (Zum Beispiel: räumliche Berechnung von Tragwerken)  
Special Applications (e. g. Calculation of Space Structures)**



## **General Report**

F. G. THOMAS

Dr., Building Research Station, U.K.

Since the last Congress there has been a considerable increase in the interest of engineers throughout the world in the development of new methods of design. Several international symposia have been held to deal in detail with the various topics considered in the Congress discussions. New national and international committees have been set up to study the problems of a rational design basis and to formulate explicit design rules on this basis.

It is significant that over 30 papers were accepted for inclusion in the Preliminary Publication for Theme I of the present Congress. Unfortunately, most of these papers dealt with specific design problems, or particular applications of computer or model-testing techniques. However, the discussions at the Congress helped to provide a more general picture of the new trends.

### **a) The Mathematical Formulation of Structural Problems for the Use of Electronic Computers**

Computers can be used to deal not only with complex problems which cannot be tackled by hand, but also with routine calculations which occur in such large quantities as to take considerable periods of time when dealt with manually. For the complex problem, the intelligent programmer will naturally consider the solution of the problem in relation to the computer to be used and will make full use of the facilities which it provides. For the simple routine calculations, however, he may be tempted merely to translate the calculations currently carried out by hand into a computer program. This would often be a mistake.

The first step towards making use of a computer to solve a problem should be to consider the problem in its widest setting and to decide whether the original formulation should be amended to take full advantage of the capabilities of the computer. By treating the problem in a more general way there will often be a considerable reduction in the amount of information which has to be fed into the computer. This will reduce the chance of errors occurring at this stage and will also appreciably reduce the overall time taken for the problem, since the rate at which information can be read into a computer is slow compared with the rate at which it carries out calculations.

However, the more general program may make large demands on computer storage capacity and hence limit the range of problems which can be tackled. It may also require more computer time than a more specific pro-

gram and this would be important if the program were to be used frequently. A final decision should be made only after the various possible methods of programming the problem have been carefully considered.

The mathematical solution can often be reduced to a sequence of operations on matrices, for which standard sub-routines are readily available for most computers. F. VENANCIO FILHO, in his contribution, mentions other advantages of matrix formulation. It permits the use of one type of formula for all linear processes of structural analysis. It can provide a rapid and compact presentation of the complete theory of hyperstatic structures; and the effect of modification of structural elements assumed in a tentative design can be readily determined by an operation performed with matrices previously obtained, together with matrices that define the modification. Matrix formulation can also be used for any structure (including continuous systems such as plates and shells) that can be idealised as an assemblage (actually or notionally) of a finite number of structural elements.

Although matrix formulation can be used in these ways, Mr. VENANCIO FILHO states that, when particular structural systems are being considered, the use of other formulations can be more efficient in relation to preparation of input data, use of the core memory and the time of computation.

An example of the use of matrix formulation is given by E. ABSI who deals with the analysis and programming of grid structures, a problem of particular relevance to bridges and floors. He obtains a general solution for the deformation of any plane system of straight crossed girders and, by considering the equations for each element (i. e. the bending moment, torsional moment and shearing force at each node), arrives at a matrix  $S = GD$ , where the stiffness matrix  $G$  is symmetrical. The program developed for solving this matrix, and for calculating the forces and displacements throughout the system, can be used for structures with up to 300 nodes, and the order of the matrix  $G$  can attain 900.

Dr. ABSI shows how a program of this type can be extended to structural systems other than that for which it was primarily prepared, such as bridges with crossed *curved* beams, ribbed floors supported on columns, and orthotropic slabs of any shape.

G. FONDER has studied the subject of prismatic shells with the aim of finding and developing a method, sufficiently accurate and general, that can be programmed for application with success to different forms of roof. After examining the literature he chose the method of rotations developed and published by YITZHAKI.

The bulk of Mr. FONDER's contribution is a description of YITZHAKI's method and its possible applications. The *programming* is dealt with only very briefly at the end of his paper, but a typical flow diagram indicates the method.

Computers are often used to speed up calculations which could otherwise

be done by formal methods. Some calculations, however, are only practicable with the help of computers. W. MERCHANT points out that the computer calculations described in the paper by W. MERCHANT and D. M. BROTON "A generalised method of analysis of elastic plane frames" are of this latter type and that a solution of the problem discussed has not previously been obtained in such detail by any more formal type of mathematical analysis.

Professor MERCHANT states that expensive computer calculations of this type must be *justified* by studying whether or not the better physical picture obtained is worth the effort. He presents further information on the non-linear behaviour of the hyperstatic cantilever truss which was described in the main paper. The effect of bowing is shown to cause a beneficial transfer of load from the compression web members to the tension web members, and thus to postpone buckling. Professor MERCHANT concludes that the physical insight obtained by being able to follow the load transfer justifies the use of computers in this instance.

### **b) Function and Use of Model Tests**

Structural models may be regarded essentially as special forms of calculating machines and can often be used by the designer in the same way that he might get help from an electronic computer.

The basic design assumptions must be chosen, and built into the model test, just as they are chosen and included in normal calculations. If elastic behaviour only is being considered, the model is made of an elastic material such as an acrylic resin (e. g. Perspex). Poisson's ratio for this material is, however, much higher than that for concrete; hence in simulating the behaviour of concrete structures in cases where the effects of Poisson's ratio are of some importance, a model made of micro-concrete is preferable.

When ultimate strength or other non-elastic conditions are to be studied, the model must be as realistic a representation of the full-scale structure as possible. For a particular design, it is sometimes convenient to test small-scale models of elastic materials to give a general picture of the behaviour of the structure, together with larger-scale more-realistic models for studying the stress conditions up to failure of critical parts of the structure. When a model tests provides the *main* information on the behaviour of a structure it is particularly necessary to exercise great care in the interpretation of the test results in relation to the probable behaviour of the full-scale structure.

G. OBERTI comments that model tests are of value, first, to enable comparison between conventional calculations (which include many simplifying assumptions) and the behaviour of a model in which such simplifications are unnecessary; and second, as a calculating machine for producing solutions to three-dimensional problems which are too complex for normal calculations

even with modern computing aids. Extension of the tests beyond the elastic range may show up local weaknesses and also give an indication of the order of magnitude of the safety factor.

Professor OBERTI suggests that models should be classified in relation to the type of loading (static or dynamic) and in relation to the extent of loading to be investigated (elastic, or up to failure). He states that the trend in model testing, particularly at I.S.M.E.S., Bergamo, is towards loading models up to failure, elastic models being used increasingly for giving approximate information where the problem is such that the elastic behaviour is indicative of the likely performance beyond the elastic range. He reports also increasing interest for investigating the equilibrium of vast valley systems that may be affected by the presence of hydroelectric schemes and in tests dealing with thermal stresses in structures, particularly with regard to dams but also in relation to concrete containers for nuclear reactors.

J. FERRY BORGES discusses the problems met in dynamic tests on models. Machine vibrations may usually be represented by sinusoidal-varying forces, but those due to wind or earthquake are of a random character over a large range of frequencies. For linear behaviour it is theoretically possible to determine the effect of random vibrations from studies of the effects of sinusoidal vibrations and suitably integrating these effects. However, this method is difficult to apply and the results are usually insufficiently accurate; hence a different technique has been developed at the National Civil Engineering Laboratory at Lisbon.

In this method sinusoidal or random vibrations can be induced in the model by an electromagnetic vibrator. For random vibrations the acceleration spectral density can be suitably adjusted at the various frequencies. The spectral level of acceleration can be increased to follow the behaviour of the model in the non-linear range till failure occurs; this is particularly necessary when studying the effects of earthquakes, which usually cause displacements beyond the elastic range.

One problem arises because dynamic similitude requires a different frequency for the model from that of the full-scale structure, and this change of frequency may affect the mechanical properties of the materials. A further problem concerns the effect of vibration on a structure that has cracked or otherwise deteriorated; model tests may well be the only method of getting information on the behaviour of such a structure.

J. F. LOBO FIALHO describes the techniques of model tests of bridges developed at the Lisbon Laboratory. Overall models are tested to a scale ranging from 1/50 to 1/500, being usually about 1/100 for bridges with a total span of about 100 m. For studying local stresses in certain zones, larger models from 1/2 to 1/30 scale are used.

For overall model studies the Lisbon Laboratory has finally adopted acrylic resins for the models, other plastics being abandoned because of

difficulties with their mechanical properties or with the stability of measuring devices. For detail studies of concrete bridges micro-concrete is used for the models in order to reproduce the same properties as the prototype materials.

Mr. LOBO FIALHO gives examples of types of model tests with which he has been associated, and concludes that such tests are of value to designers where the mathematical treatment is insufficiently developed or likely to be less accurate; they may indicate anomalies in design assumptions, leading to improvement in these assumptions; and they may help the designer to develop new structural shapes, since they provide an easy basis for checking new ideas.

F. STÜSSI refers to the paper by R. DZIEWOLSKI who, in his analysis of the torsional behaviour of an asymmetric box girder, adopted the concepts and methods of the higher theory of elasticity. Professor STÜSSI produces a solution of this problem by using concepts and terminology more familiar to engineers from their study of the common engineering theory of structures. The method is based on a resolution of the torsional moment into two components, leading to suitable differential equations.

J. N. DISTÉFANO describes model tests on shell roofs made at the Institute of Applied Mechanics and Structures in Argentina. Four hyperbolic paraboloidal shells were tested and one prismatic shell. The first model was of a hypar shell of large curvature, rhomboidal in plan, and supported on two opposite corners. The model was to 1/10 scale, made with reinforced mortar, and gave useful information on the degree of accuracy of the linear membrane theory.

The second model was a hypar shallow shell, made of reinforced plastic material, tested as part of a basic research program to investigate the influence of edge conditions on stresses and deformations.

The third shell was a 1/20 scale model tested to check the structural design of a large umbrella shell. Failure occurred abruptly and unexpectedly, and a model of one of the four elements constituting the umbrella was tested, to help explain the method of failure.

The model of the prismatic shell was made with Perspex since only information within the elastic range was required; tests on this model indicated the validity of various theories of prismatic shell behaviour.

R. KRAPPENBAUER describes aerodynamic model tests made to help the design of the 252 m. high Danube Tower in Vienna. The Tower consists of a reinforced concrete tubular shaft on top of a conical shell structure, a viewing terrace for 400 people, a three-storey superstructure (two storeys of which can rotate), and finally a 71 m. high steel mast (originally designed as a framed structure).

A 1/20 scale model of the Tower was tested, the concrete part being represented by timber and the steel structure above by a steel-wire construction, to obtain the shape factor in the calculations of the wind force on the Tower.



Further tests were made on models of various components of the Tower to determine the changes in the shape factor with varying REYNOLDS' numbers.

Subsequently, the mast design was changed in favour of tubular construction, and this introduced problems of turbulence. Special tests to study these would have taken too long, and after studying research on the subject it was decided to improve the aerodynamic stability by fixing spiral deflectors on the tubular mast.

The Tower was completed in April 1964 and its aerodynamic stability has been found to be satisfactory.

### c) The Notion of Safety and its Role in the Calculation and Design of Structures

The essential requirement for satisfactory structural behaviour is that the resistance of a structure to the effects of a number of eventualities should be assessed and related to the likelihood of the eventualities occurring, in such a manner that the risks of collapse, or excessive distortion, or local damage, are not unduly high.

There are difficulties in deciding upon reasonable values for the various risks. A structural engineer may agree that it is *economically* reasonable for one building in a million to fall down but he will wish to be certain that the one that falls down is not one that he himself designed. Furthermore, methods of design based directly on probability considerations require much more statistical data on loadings and strengths than are at present available.

The *traditional* method, based on permissible stresses at working loads, leads to wide variations in the actual margins of safety. The *probability* approach needs to be pursued, but its practical application is unlikely for some years to come. For the time being, it is necessary to develop a *new, rational* framework for the design assumptions, within which any one part can be improved from time to time without affecting the validity of the others.

There is a growing tendency to adopt, as this new basis, the method formulated by the C.I.B. Committee under the Chairmanship of the late Professor TORROJA and introduced for reinforced concrete construction in the recently-published design recommendations of the European Concrete Committee.

In these recommendations, consideration is given to a number of "limit states", to each of which there corresponds a particular cause of unserviceability of a structure, such as collapse or excessive deformation. To each limit state a suitable margin of safety is assigned, which *in principle only* is meant to ensure that the probability of the limit state being reached is not unduly high.

Most consideration has been given so far to design in relation to the *ultimate* limit state for which appropriate safety factors have been suggested for the

ratio of the calculated ultimate strength to the assumed working loads. "Characteristic" values of the ultimate strength and of the working loads are used for this purpose; these values make some allowance on a statistical basis for random variability of strengths and loadings.

An important feature of this approach is that the global safety factor is separated into two partial safety factors, one relating to the strength of the materials and the other to loadings. That for strength takes into account reductions in strength which arise during the execution of the work and which are *additional* to those indicated by tests on samples of the material. The partial safety factor for loads allows for possible increases of load beyond the characteristic value and also for possible inaccuracy of design calculations or errors in construction.

It is hoped that this basic framework will be considered for possible adoption in national and international design codes. In the United Kingdom the Institution of Structural Engineers is currently examining how far this is possible in the revision of all the British Codes of Practice for which it is responsible.

D. SFINTESCO refers to the work of the Convention Européenne de la Construction Métallique (C.E.C.M.), which has set out to establish recommendations for the design of metal construction according to the modern conception of structural safety. The C.E.C.M. proposals reflect the ideas contained in the paper by J. DUTHEIL in the Preliminary Publication, with however the important difference that the safety factors will be applied to the loads and load effects instead of to the stresses.

The stability of compression members is being studied in detail, both theoretically and experimentally. Tests are being made in several countries in accordance with a common program, and take account of the actual conditions in which steel members are used in practice, with the many possibilities of imperfections and variabilities of dimensions and quality. All of these effects are considered together by statistical methods, so that the results can be expressed in such a way that the designer can be assured of a constant margin of safety for all slenderness ratios.

CH. MASSONNET and M. SAVE also consider the design of metallic structures. They state that, for satisfactory behaviour in service conditions it is usually necessary to check the deformations with the help of the elastic theory together with empirical corrections to allow for effects which are not included in the theory.

For ensuring adequate safety against failure statistical methods should be adopted, similar to those that have been adopted by C.E.B. and are now being examined by C.E.C.M., as well as figuring in the codes for Eastern European countries.

In considering ultimate failure, it is necessary, according to the circumstances, to use the elastic theory, with complementary empirical data; the plastic

theory, or more often limit analysis; or visco-elasticity. The authors consider various methods of failure, and the corresponding design treatment.

The designer must decide whether the *dimensioning* should be principally based on service conditions or on failure conditions. Whichever method is adopted checks are in principle necessary for the other condition, but some design methods include corrections in order to avoid the need for the supplementary checks.

G. WINTER, commenting on the paper by LIND, TURKSTRA and WRIGHT, agrees with the authors that it will never be possible to base safety provisions entirely on a desired probability of failure, or unserviceability, but contends that full use must be made of any statistical evidence on variability of strengths and loadings.

With regard to the authors' suggestion that the design load should be reduced systematically and periodically, he feels that more rational design would be obtained by proper consideration and investigation of the various types of loadings. Some loadings are known with great precision and cannot be reduced periodically in the way suggested. On the other hand, some loadings are highly uncertain and more data should be sought. More information is required also on the actual strength of existing structures.

Professor WINTER points out that there are many non-technical factors which must be considered in the drafting of design codes, and mentions that drafts of recent proposals for the ACI Code met with many objections, based on habit, tradition, competitive position, or even legal aspects.

In reply to these comments, N. C. LIND, C. J. TURKSTRA and D. T. WRIGHT, agree that rational improvement of design codes is difficult but feel that it must be attempted despite both the technical and non-technical problems involved. They agree also that what is chiefly required is more data on loadings and on actual strengths of structures as built. They suggest that, even without a completely rational code framework, improvements are possible as more and better data on loadings are obtained, and can sometimes be based on relatively few data.

Professors LIND, TURKSTRA and WRIGHT contend that, with the present discrepancies between design loads and actual loads, and also between calculated and actual stresses, the behaviour of structures designed according to existing codes is the most important source for improving codes. They conclude that safety margins are on the whole too high and return to their suggestion that the safety margins should be lowered gradually.

A. HRENNIKOFF criticises M. R. HORNE's paper\*) in several respects. He says that the Rankine formula is empirical and Professor HORNE has merely shown its plausibility, not proved it. The procedure suggested is arbitrary and ambiguous, the assumed deformation bears no physical resemblance to

---

\*) Professor HORNE's paper is included in "Publications", Vol. 23.



the actual deformation of the structure itself, and the 50 per cent increase of the computed values of the pure plastic strain appears to be merely a device to get the load factor in agreement with some predetermined results. The comparison of the results obtained by Professor HORNE's procedure with the so-called "accurate" solutions leads to a variable and unsatisfactory degree of agreement. Finally, the procedure does not apparently provide for failure by lateral-torsional buckling and local crippling.

Replying to these criticisms, M. R. HORNE does not agree that the Rankine load is purely empirical and mentions an earlier paper which indicates theoretical reasons for considering the Rankine load as approximate lower bound for the failure of an elastic-pure plastic structure.

With regard to the accuracy of predicting failure loads, Professor HORNE contends that the errors are not likely to be serious. He did not choose his examples merely because they suited the method.

The calculation of elastic-plastic collapse loads is now a routine procedure with the aid of digital computers, and full allowance is made for frame instability and change of geometry.

Professor HORNE remains convinced that the method he put forward is of value, particularly having regard to its simplicity. He would be interested to know of other semi-empirical methods which are as simple and as good.

A. A. BELES comments on the three steps which enter into the success of any construction (i) the conception, (ii) the design calculations and dimensioning, and (iii) the construction. In only the second step is mathematics applied for assuring strength and stability of the structure.

According to Professor BELES, the use of a mathematical basis for design gives the illusion of increased safety; but, he states, mathematical methods and precision of calculations do not help to make all the *hypotheses* more accurate. He mentions some matters that are not, or cannot be, included in the calculations, such as the existence of initial or erection stresses; errors arising from simplifications in the calculations; and shrinkage, creep and temperature effects.

Professor BELES considers that all such effects help to reduce safety, and it is with regard to these that the conception and construction play the principal role; the design calculations cannot usually include satisfactory allowance for them. He concludes that the only way to get a true picture of the behaviour of structures is to study existing structures, and suggests that a Symposium organised by IABSE on this subject would be valuable.

#### **d) Calculation of Space Structures**

Modern developments in electronic computation and model testing help greatly in solving the complex problems associated with the design of space

structures, and special discussion of these problems, separate from the discussions on Themes I (a) and I (b), was found to be hardly necessary.

F. VENANCIO FILHO discusses the paper by J. MICHALOS and B. GROSSFIELD "Analysis of Interconnected Space Frames" and comments that the approach used is simply the displacement method applied to space rigid frames. He points out that, for many types of frame problems, the stiffness matrix is a tri-diagonal band matrix, the inversion of which can be carried out much more economically in terms of the computer core memory and hence computer time.

K. H. BEST deals with some practical considerations in the structural analysis of steerable aerals, the reflectors of which must retain their shape within fine limits. The analysis is almost entirely concerned with estimating deflections, taking account also of constructional accuracy.

Steerable aerals are often highly redundant. The redundancies help to limit deflections, but complicate the deflection calculations. No computer programs are available for dealing with the comprehensive solution of interconnected space frames stiffened by a solid membrane. However, standard frames programs are readily available and with these the relative stiffnesses of the various components can be rapidly assessed, and alternative arrangements compared by the designer.

Mr. Best's final comment is particularly apt. Data from computers do not replace the experience and judgment of the designer.

## Rapport général

Depuis le dernier congrès, les ingénieurs du monde entier ont manifesté un intérêt considérablement accru pour le développement des nouvelles méthodes de calcul. Plusieurs symposiums internationaux se sont consacrés à l'examen détaillé des divers sujets abordés lors des discussions du Congrès. De nouveaux comités nationaux et internationaux se sont fondés pour étudier les problèmes posés par l'élaboration d'une base de calcul rationnelle et la formulation explicite de règles de calcul fondées sur cette base.

Il est tout à fait significatif que plus de 30 mémoires aient été inclus dans la Publication Préliminaire au titre du Thème I pour ce Congrès. Malheureusement, la plupart de ces contributions traitaient de problèmes de calcul spécifiques ou d'applications particulières des techniques ressortissant aux essais sur modèle ou aux calculateurs. Toutefois, les discussions du Congrès ont été utiles pour dégager de façon plus générale la nature des nouvelles tendances.

**a) Moyens mathématiques de formuler les problèmes structuraux en vue de l'emploi des calculateurs électroniques**

Ce n'est pas seulement à la résolution des problèmes complexes auxquels on ne peut s'attaquer manuellement que les calculateurs se prêtent, mais aussi à l'exécution de calculs de routine dont l'abondance est telle qu'il faudrait un temps considérable pour en venir à bout à la main. Dans le cas des problèmes complexes, le programmeur intelligent tient évidemment compte du type de calculateur dont il dispose en cherchant comment résoudre son problème, et il met à profit toutes les possibilités de la machine; mais lorsqu'il s'agit de simples calculs de routine, il peut éprouver la tentation de traduire purement et simplement en programme machine les calculs couramment effectués manuellement. Bien souvent, ceci serait une erreur.

La première chose à faire quand on veut résoudre un problème à l'aide d'un calculateur est de considérer ce problème dans son contexte le plus large et de se demander s'il faut modifier sa formulation originale pour être à même de tirer toute le parti possible des moyens offerts par le calculateur. En traitant le problème d'une façon plus générale, on arrive souvent à réduire considérablement la quantité d'information à introduire dans le calculateur. Les risques d'erreurs s'en trouvent diminués à ce niveau et il en résulte aussi une réduction appréciable du temps requis par la résolution du problème étant donné que la vitesse à laquelle on peut fournir l'information au calculateur est très lente par comparaison à celle à laquelle il exécute les calculs.

Cependant, cette généralité de la formulation du problème peut entraîner des exigences assez élevées en matière de capacité de mémoire et, partant, limiter la gamme de problèmes pouvant être traités. Ce programme général peut en outre requérir un temps de machine plus élevé que celui que nécessiterait un programme plus spécifique, et c'est là un point important si l'on envisage d'utiliser souvent le programme. La décision finale ne doit être prise qu'après un examen attentif des diverses méthodes de programmation.

Le traitement mathématique peut souvent se réduire à une suite d'opérations matricielles pour lesquelles on peut se procurer rapidement, pour la plupart des calculateurs, des sous-programmes standard. Dans sa contribution, F. VENANCIO FILHO indique d'autres avantages offerts par la formulation matricielle. Elle permet d'utiliser un seul et même type de formule pour tous les problèmes statiques du premier ordre. Elle fournit une exposition rapide et compacte de la théorie complète des ouvrages hyperstatiques; et l'on peut rapidement déterminer l'incidence d'une modification des éléments structuraux définis dans un projet en travaillant sur les matrices précédemment obtenues et les matrices qui définissent la modification. Les matrices peuvent également être employées pour toute structure (y compris les systèmes continus tels que plaques et voiles) pouvant être assimilée à un assemblage (réellement ou théoriquement) d'éléments structuraux en nombre fini.

Bien qu'on puisse avoir recours à la formulation matricielle dans ce domaine, M. VENANCIO FILHO fait ressortir que, lorsqu'on considère des systèmes structuraux particuliers, l'emploi d'autres modes de formulation peut se révéler plus efficace en ce qui concerne la préparation des données d'entrée, l'exploitation de la mémoire à noyaux magnétiques et le temps de calcul.

L'emploi de la formulation matricielle est illustré par E. ABSI, qui traite du calcul et de la programmation des structures formées de poutres croisées, et c'est là un problème d'un intérêt tout particulier pour les ponts et les planchers. Il arrive à une solution générale donnant la déformation de tout système plan constitué de poutres droites croisées et, en considérant les équations relativement à chaque élément (c'est-à-dire le moment fléchissant, le moment de torsion et l'effort tranchant à chaque nœud), arrive à une matrice  $S = GD$  où la matrice de rigidité  $G$  est symétrique. Le programme établi pour calculer cette matrice ainsi que les sollicitations et déformations dans tout le système s'adapte à des structures comprenant jusqu'à 300 nœuds, et l'ordre de la matrice  $G$  peut atteindre 900.

Le Dr ABSI montre comment on peut étendre l'application d'un programme de ce type à des systèmes différents de celui pour lequel il était primitivement prévu, tels que ponts formés de poutres croisées en *courbe*, planchers à nervures reposant sur poteaux et dalles orthotropes de toutes formes.

G. FONDER a étudié la question des voiles prismatiques en cherchant à établir une méthode suffisamment précise et générale pour qu'elle puisse être programmée et appliquée avec succès à différentes formes de toitures. Après examen des publications existantes, c'est la méthode des rotations, élaborée et publiée par YITZHAKI, qu'il a retenue.

La plus grande partie de la contribution de M. FONDER consiste en une description de la méthode de YITZHAKI et de ses applications possibles. La *programmation* elle-même n'est traitée que très brièvement à la fin du mémoire, mais un organigramme caractéristique indique la méthode suivie.

Il est fréquent que l'on se serve de calculateurs pour effectuer plus rapidement des calculs qui pourraient être faits selon des méthodes conventionnelles. Toutefois, certains calculs ne peuvent être exécutés qu'à l'aide d'un calculateur. W. MERCHANT signale que les calculs effectués au calculateur et décrits dans le mémoire de W. MERCHANT et D. M. BROTON «Une méthode généralisée d'étude des charpentes élastiques planes» appartiennent à ce dernier type et que le problème en question n'a jamais jusqu'à présent reçu de solution aussi détaillée par aucune méthode mathématique de type plus conventionnel.

Le Professeur MERCHANT déclare qu'en raison du prix de revient élevé des calculs effectués au calculateur il faut préalablement les *justifier* en examinant si la meilleure représentation physique qui peut être obtenue en vaut la peine. Il donne des indications complémentaires sur le comportement non linéaire de la ferme à porte à faux hyperstatique décrite dans le mémoire principal. Il est montré que le raccourcissement dû à la courbure provoque

un transfert de charge avantageux des diagonales comprimées aux diagonales tendues et, de ce fait, retarde le flambement. La conclusion du Professeur MERCHANT est que la connaissance des phénomènes physiques qu'assure la faculté de suivre le transfert de charge justifie dans cet exemple l'emploi des calculateurs.

### **b) Fonctions et emploi des essais sur modèles**

Les modèles d'ouvrages représentent au premier chef des formes particulières de machines à calculer et l'ingénieur peut souvent s'en servir comme il le ferait d'un calculateur électronique.

C'est exactement de la même façon qu'on les détermine et qu'on les introduit dans les calculs normaux qu'il faut déterminer les hypothèses fondamentales de l'étude et les introduire dans l'essai exécuté sur modèle. Si l'on étudie exclusivement le comportement élastique, le modèle est réalisé et un matériaux élastique tel qu'une résine acrylique (Plexiglas p. ex.). Toutefois, le coefficient de Poisson relatif à ce matériau est beaucoup plus élevé que celui du béton; par conséquent, lorsqu'on se propose de simuler le comportement d'ouvrages en béton dans des cas où les effets du coefficient de Poisson ont une certaine importance, il est préférable de travailler sur un modèle en micro-béton.

Quand l'étude porte sur la résistance limite ou d'autres conditions non élastiques, il faut réaliser un modèle qui représente l'ouvrage grandeur naturelle de façon aussi réaliste que possible. Pour une étude particulière, il est parfois opportun de pratiquer des essais sur des modèles à petite échelle en matériaux élastiques pour avoir une idée générale du comportement de l'ouvrage et de leur associer des modèles à plus grande échelle, plus réalistes, pour étudier les états de contrainte dans les zones critiques de l'ouvrage jusqu'à la rupture. Lorsque c'est un essai sur modèle qui a fourni les éléments d'information *principaux* sur le comportement d'un ouvrage, il est absolument indispensable de manifester une grande prudence dans l'interprétation des résultats de l'essai eu égard au comportement probable de l'ouvrage à l'échelle grandeur.

G. OBERTI fait valoir que les essais sur modèles présentent de l'intérêt à un double égard: d'une part, ils permettent des comparaisons entre les calculs conventionnels (qui comportent nombre d'hypothèses simplificatrices) et le comportement des modèles dans lesquels ces simplifications n'ont pas à être faites; d'autre part, en tant que machines à calculer permettant de trouver la solution de problèmes tri-dimensionnels trop complexes pour être traités, même avec l'aide des machines modernes, selon les méthodes de calcul normales. La poursuite des essais au-delà du domaine élastique peut mettre en évidence des faiblesses locales et, de ce fait, fournir une indication de l'ordre de grandeur du coefficient de sécurité.



Le Professeur OBERTI propose de classer les modèles en fonction du système de chargement (statique ou dynamique) et par rapport à l'étendue du domaine de chargement à étudier (domaine élastique ou jusqu'à la rupture). Il constate qu'en matière d'essais sur modèles la tendance actuelle, notamment à l'ISMES de Bergame, est de conduire le chargement jusqu'à la rupture, les modèles élastiques étant de plus en plus utilisés pour obtenir des renseignements approximatifs dans le cas de problèmes tels que le comportement élastique constitue un indicateur du comportement probable au-delà de la limite élastique. Il signale encore l'intérêt croissant qui se manifeste pour l'étude de l'équilibre des grands systèmes de vallées qui peut être affecté par la présence d'installations hydroélectriques, ainsi que pour les essais relatifs aux contraintes thermiques dans les ouvrages, singulièrement à propos des barrages mais aussi en ce qui concerne les constructions en béton qui renferment les réacteurs nucléaires.

J. FERRY BORGES traite des problèmes que l'on rencontre dans l'exécution des essais dynamiques sur modèles. Les vibrations dues aux machines peuvent généralement être représentées par des forces variant selon une loi sinusoïdale, mais celles dues au vent ou aux séismes ont un caractère aléatoire dans une large gamme de fréquences. Pour les comportements linéaires, il est théoriquement possible de déterminer l'effet des vibrations aléatoires en étudiant les effets de vibrations sinusoïdales et en intégrant convenablement ces effets. Toutefois, cette méthode est d'une application difficile, et les résultats qu'elle permet d'obtenir sont généralement insuffisamment précis; c'est pour cette raison qu'une technique différente a été mise au point au Laboratoire National de Génie Civil de Lisbonne.

Selon ce procédé, c'est un vibreur électro-magnétique qui engendre dans le modèle les vibrations sinusoïdales ou aléatoires. Dans le cas des vibrations aléatoires, la densité spectrale en accélération peut être ajustée de manière appropriée aux diverses fréquences. Le niveau spectral d'accélération peut être augmenté de façon à s'adapter au comportement du modèle dans le domaine non-linéaire jusqu'à ce que la rupture intervienne; ceci est tout particulièrement nécessaire quand on étudie les effets des séismes, car ils provoquent généralement des déplacements au-delà du domaine élastique.

Un problème se pose du fait que la similitude des processus dynamiques exige, pour le modèle, une fréquence différente de celle relative à l'ouvrage à l'échelle grandeur, et ce changement de fréquence peut influencer sur les propriétés mécaniques des matériaux. C'est un autre problème qui se présente à propos de l'effet des vibrations sur un ouvrage qui s'est fissuré ou, d'une manière quelconque, détérioré; en un tel cas, les essais sur modèles constituent peut-être la seule méthode qui permette d'obtenir des renseignements.

J. F. LOBO FIALHO décrit les techniques appropriées à l'exécution d'essais sur des modèles de ponts telles qu'établies par le Laboratoire de Lisbonne. Les modèles d'ensemble sont réalisés à une échelle allant du 1/50e au 1/500e

et qui est généralement environ au 1/100e pour les ponts d'une portée totale d'environ 100 m. Ce sont des modèles plus grands, à une échelle 1/2 à 1/30, qu'on utilise pour étudier les contraintes locales dans certaines zones déterminées.

Pour les recherches sur modèles d'ensemble, ce sont les résines acryliques que le Laboratoire de Lisbonne a finalement adoptées dans la construction des modèles, les autres matières plastiques ayant été abandonnées en raison de diverses difficultés relatives à leurs propriétés mécaniques ou à la stabilité des dispositifs de mesures. Dans les études de détail portant sur des ponts en béton, c'est en micro-béton qu'on réalise les modèles afin de reproduire les caractéristiques mêmes des matériaux utilisés dans la réalité.

M. LOBO FIALHO donne des exemples de certains types d'essais sur modèles à la réalisation desquels il a contribué, et il conclut en faisant ressortir l'intérêt qu'ont ces essais pour les ingénieurs dans les cas où le traitement mathématique est insuffisamment élaboré ou de nature à se révéler vraisemblablement moins précis; les essais peuvent faire apparaître des anomalies dans les hypothèses de calcul et, partant, permettre d'améliorer ces hypothèses; et ils peuvent aussi aider le projeteur à développer de nouvelles formes constructives, étant donné le moyen facile qu'ils fournissent pour vérifier la valeur des conceptions nouvelles.

F. STÜSSI se réfère au mémoire de R. DZIEWOLSKI qui, dans son analyse du comportement d'une poutre-caisson asymétrique à la torsion, a adopté les concepts et méthodes de la théorie supérieure de l'élasticité. Le Professeur STÜSSI résout ce problème en usant d'une terminologie et de concepts plus familiers aux ingénieurs du fait de leur étude de la statique appliquée. Cette méthode est basée sur la décomposition du moment de torsion en deux composantes, qui mène à des équations différentielles conformes.

J. N. DISTÉFANO décrit les essais sur modèles de couverture en voile mince qui ont été exécutés à l'Institut de Mécanique appliquée et de Construction d'Argentine. Les essais ont porté sur quatre voiles en paraboloïde hyperbolique et un voile prismatique. Le premier modèle était celui d'un voile en paraboloïde hyperbolique de forte courbure, de section plane rhomboïdale et supporté sur deux coins opposés. Le modèle était au 1/10e, en mortier armé, et il a permis d'obtenir des renseignements utiles sur le degré de précision de la théorie linéaire du régime de membrane.

Le second modèle était un voile mince en paraboloïde hyperbolique, réalisé en plastique armé, entrant dans le cadre d'un programme de recherches fondamentales sur l'influence des conditions aux limites sur les contraintes et les déformations.

Le troisième modèle, au 1/20e, était destiné à contrôler le calcul d'un grand voile parasol. La rupture survint soudainement et de manière inattendue, et l'on soumit à des essais le modèle de l'un des quatre éléments constituant le parasol, afin de mettre en lumière le processus de rupture.

C'est en Plexiglas qu'avait été réalisé le modèle du voile prismatique puisque l'on ne s'intéressait qu'au domaine élastique; les essais exécutés sur ce modèle ont confirmé la validité de diverses théories relatives au comportement des voiles minces prismatiques.

R. KRAPPENBAUER décrit les essais sur modèles aérodynamiques qui ont été effectués dans le cadre de l'étude de la Tour du Danube, haute de 252 m, de Vienne. La Tour est constituée par un fût tubulaire en béton armé placé au sommet d'une structure conique en voile mince, une terrasse d'observation pour 400 personnes, une superstructure de trois étages (dont deux pouvant tourner) et enfin une flèche métallique haute de 71 m (initialement conçue comme un mât en treillis).

On a exécuté des essais sur un modèle au 1/20e de la Tour, la partie en béton étant représentée par du bois et la structure supérieure métallique par du fil d'acier, afin de déterminer le coefficient de forme dans les calculs des efforts dus au vent sur la Tour. D'autres essais ont de plus été exécutés sur des modèles représentant divers éléments de la Tour pour déterminer les variations du coefficient de forme en fonction de celle du nombre de Reynolds.

Il en est résulté une nouvelle conception de la flèche en faveur d'une construction tubulaire, ce qui eut pour effet d'introduire des problèmes de turbulence. Il eût été trop long de procéder à des essais spéciaux pour les étudier, et après une analyse de la question il fut décidé d'améliorer la stabilité aérodynamique en fixant des déflecteurs hélicoïdaux sur le pylône tubulaire.

La Tour a été achevée en avril 1964, et sa stabilité aérodynamique s'est révélée satisfaisante.

### **c) La notion de sécurité et son incidence sur le calcul et la conception des structures**

Pour assurer un comportement satisfaisant des ouvrages, la condition essentielle est que leur résistance aux effets d'un certain nombre de phénomènes probables puisse être déterminée et rapportée à la probabilité d'occurrence de ces phénomènes, de façon que les risques de ruine, de déformations excessives ou de détériorations localisées ne soient pas déraisonnablement élevés.

Pour pondérer sainement les divers risques acceptables, on se trouve dans une situation non exempte de difficultés. L'ingénieur peut admettre comme *économiquement* raisonnable la ruine d'une construction sur un million, mais il tient à être sûr que celle-là précisément ne sera pas une de celles qu'il a étudiées lui-même. De plus, les méthodes de calcul basées sur des considérations de probabilités exigent un matériel statistique de charges et de résistances beaucoup plus abondant que celui dont on dispose actuellement.

La méthode *traditionnelle*, fondée sur les contraintes admissibles aux charges de service, fait apparaître d'importantes variations dans les marges effectives de sécurité. L'approche *probabiliste* ne doit pas être abandonnée,

mais son application pratique est peu probable pendant encore quelques années. Pour le moment, il est nécessaire d'établir un système *nouveau et rationnel* de bases des calculs tel qu'il soit possible d'apporter de temps en temps des améliorations partielles sans que pour cela la validité du reste se trouve affectée.

Pour établir cette nouvelle base, on constate un mouvement de plus en plus ample en faveur de la méthode définie par le Comité CIB sous la présidence du regretté Professeur TORROJA et que le Comité Européen du Béton a introduite, pour la construction en béton armé, dans les recommandations qu'il a récemment publiées à propos des méthodes de calcul.

Dans ces recommandations, on considère un certain nombre d'«états limites» qui correspondent chacun à une cause particulière de l'inaptitude d'un ouvrage à l'usage auquel il est destiné, ruine par exemple ou bien déformation excessive. A chaque état limite est associée une marge de sécurité convenable, dont le rôle, en principe seulement, vise à assurer que la probabilité de réalisation de l'état limite n'est pas déraisonnablement élevée.

Jusqu'à présent on s'est beaucoup intéressé pour le calcul à l'état limite qui correspond à la *rupture*, au sujet duquel on a proposé des coefficients de sécurité appropriés pour le rapport de la résistance ultime calculée aux charges de service estimées. A cet effet on utilise des valeurs «caractéristiques» de la résistance limite et des charges de service; ces valeurs tiennent compte, sur une base statistique, de la variabilité aléatoire de la résistance et des charges.

Un point important de cette méthode est le fait que le coefficient de sécurité global se décompose en deux coefficients de sécurité partiels, l'un se rapportant à la résistance des matériaux et l'autre aux charges. Le coefficient relatif à la résistance prend en compte les diminutions de résistance qui interviennent durant l'exécution du travail et qui *s'ajoutent* à celles mises en évidence par les essais exécutés sur des échantillons des matériaux. Le coefficient de sécurité partiel relatif aux charges inclut d'éventuelles augmentations de la charge au-delà de la valeur caractéristique et prend également en compte d'éventuelles imprécisions dans le calcul ou d'éventuelles erreurs dans la construction.

On espère que ce système fondamental recevra toute l'attention qu'il mérite en vue d'une éventuelle adoption dans les codes nationaux et internationaux de construction. Au Royaume-Uni, l'Institution of Structural Engineers est en train d'examiner comment on pourrait le faire en révisant l'ensemble des Codes britanniques de calcul qui sont sous sa responsabilité.

D. SFINTESCO traite de l'œuvre de la Convention Européenne de la Construction Métallique (CECM) qui a entrepris l'élaboration de recommandations relatives au calcul des structures métalliques à la lumière des conceptions modernes en matière de sécurité des constructions. Les propositions de la CECM reflètent les idées exprimées dans le mémoire de J. DUTHEIL de la Publication Préliminaire, à ceci près toutefois, qui est important, que les



coefficients de pondération s'appliquent aux charges et aux effets des charges et non pas aux contraintes.

C'est en détail, aussi bien selon une approche théorique qu'à l'aide d'essais, que l'on étudie la stabilité des éléments comprimés. Dans le cadre d'un programme commun, plusieurs pays exécutent actuellement des essais en prenant en compte les conditions réelles dans lesquelles les barres se présentent dans la pratique industrielle, avec toute la gamme des imperfections possibles et des variations en matière de dimensions des sections et de qualité. On fait intervenir globalement, par des méthodes statistiques, la totalité de ces effets, de sorte que les résultats peuvent s'exprimer d'une manière telle que l'ingénieur se trouve assuré d'une marge de sécurité constante pour toute la gamme des élancements usuels.

CH. MASSONNET et M. SAVE portent également leur attention sur le calcul des constructions métalliques. Ils constatent que, pour que le comportement dans les conditions de service soit satisfaisant, il est généralement nécessaire de vérifier les déformations en faisant appel à la Résistance des Matériaux en domaine élastique, avec utilisation de corrections empiriques permettant d'estimer des effets échappant au calcul direct.

Pour assurer une sécurité suffisante vis-à-vis de la ruine, il convient d'adopter des méthodes statistiques semblables à celles qui l'ont été par le CEB, sont en cours d'examen à la CECM, et qui figurent dans les règles des pays d'Europe orientale.

Pour l'analyse du processus de ruine, il est nécessaire, selon les circonstances, d'avoir recours à la Résistance des matériaux en régime élastique, complétée par des données expérimentales, à la théorie de la plasticité ou, plus souvent, à l'analyse limite, ou encore à la visco-élasticité. Les auteurs examinent divers modes de ruine, ainsi que la méthode de calcul correspondante.

Il appartient à l'ingénieur de décider si le *dimensionnement* sera pour l'essentiel basé sur les conditions de service ou sur les conditions régnant à la ruine. Quelle que soit la méthode adoptée, il est en principe nécessaire de procéder à des vérifications relativement à l'autre système de conditions, mais il existe cependant des méthodes de calcul qui incluent les corrections nécessaires afin d'éviter d'avoir à faire ces vérifications.

G. WINTER, en commentant le mémoire de LIND, TURKSTRA et WRIGHT, partage leur opinion pour estimer qu'il ne sera jamais possible de fonder les règles de sécurité exclusivement sur une probabilité délibérément choisie de rupture, ou d'inaptitude au service, mais il soutient qu'il faut tirer tout le parti possible des résultats statistiques relatifs à la variabilité des résistances et des charges.

En ce qui concerne l'idée émise par les auteurs, à savoir que les charges réglementaires devraient faire l'objet d'une réduction périodique systématique, il estime que l'on arriverait à une conception plus rationnelle en considérant



individuellement et en étudiant les divers systèmes de charges. Certaines charges sont connues avec une grande précision, et elles ne se prêtent pas à cette réduction périodique que l'on propose de faire. D'autre part, certaines charges sont hautement indéfinies et requièrent une information plus poussée. Il faut aussi davantage de renseignements sur la résistance effective des ouvrages en service.

Le Professeur WINTER souligne que de nombreux facteurs non techniques doivent également être considérés dans la préparation des règles de construction; il fait allusion aux récentes propositions dont le Code ACI a été l'objet et aux nombreuses objections qu'elles ont soulevées sur la foi d'arguments relevant de l'habitude, de la tradition, de la lutte avec la concurrence ou même d'aspects juridiques.

En réponse à ces commentaires, N. C. LIND, C. J. TURKSTRA et D. T. WRIGHT se déclarent tout à fait d'accord avec leur auteur en ce qui concerne les difficultés que présente une amélioration rationnelle des règles de construction mais estiment qu'il faut néanmoins tenter de la réaliser en dépit des problèmes techniques et non techniques impliqués. Eux aussi donnent la première urgence à la collecte d'autres renseignements sur les charges et sur la résistance effective des ouvrages en service. Ils estiment que, même en l'absence de règles pleinement rationnelles, il sera possible d'apporter des améliorations au fur et à mesure que l'on disposera d'une information plus abondante et plus précise sur les charges effectives et que parfois il suffira de renseignements relativement peu nombreux pour permettre ces améliorations.

Les Professeurs LIND, TURKSTRA et WRIGHT se déclarent convaincus du fait que, en raison des différences constatées entre les charges réglementaires et les charges réelles ainsi qu'entre les contraintes calculées et les contraintes réelles, c'est le comportement des ouvrages réalisés selon les règles en vigueur qui constitue la source d'information la plus importante pour améliorer ces règles. Ils concluent en faisant valoir que les marges de sécurité sont dans l'ensemble trop élevées et reviennent à leur proposition de prévoir une réduction progressive de ces marges.

A. HRENNIKOFF critique le mémoire\*) de M. R. HORNE dans plusieurs de ses aspects. Il fait valoir que la formule de Rankine est empirique et que le Professeur HORNE a simplement montré qu'elle était plausible, sans la démontrer pour cela. La méthode proposée est arbitraire et ambiguë, la déformation supposée n'a aucun caractère de ressemblance, physiquement, avec la déformation réelle de l'ouvrage lui-même, et l'augmentation de 50% appliquée aux valeurs calculées de la déformation plastique pure semble n'être qu'un simple artifice destiné à amener le facteur charge à coïncider avec certains résultats prédéterminés. La comparaison des résultats obtenus en appliquant la méthode du Professeur HORNE avec les solutions qu'on qualifie de

---

\*) La contribution du Professeur HORNE a été publiée dans les «Mémoires», Vol. 23.

«précises» fait apparaître un degré de concordance variable et non satisfaisant. Enfin, il ne semble pas que la méthode puisse s'appliquer à la ruine due à un flambement par torsion latérale et au voilement local.

Répondant à ces critiques, M. R. HORNE conteste que la charge de Rankine soit purement empirique et il renvoie à une précédente communication dans laquelle on trouve indiqués les arguments théoriques qui permettent de considérer la charge de Rankine comme une limite inférieure approchée pour la ruine d'un ouvrage obéissant à une loi élastique purement plastique.

En ce qui concerne la précision de la pré-détermination des charges de ruine, le Professeur HORNE soutient qu'il est improbable que les erreurs soient graves. Ce n'est pas simplement parce qu'ils s'adaptaient bien à la méthode qu'il a choisi les exemples donnés comme illustration.

Grâce aux calculateurs digitaux, le calcul des charges élasto-plastiques de ruine est maintenant une affaire de routine, et l'on tient pleinement compte de l'instabilité de l'ossature et de la variation des caractéristiques géométriques.

Le Professeur HORNE reste convaincu de la valeur de la méthode qu'il préconise, eu égard tout particulièrement à sa simplicité. Il serait heureux qu'on lui fasse connaître d'autres méthodes semi-empiriques aussi simples et aussi satisfaisantes.

A. A. BELES considère les trois phases qui conditionnent le succès de toute construction: 1. la conception, 2. le projet comprenant le calcul et le dimensionnement, 3. l'exécution. Ce n'est que dans la seconde phase qu'on a recours aux mathématiques pour assurer la résistance et la stabilité de l'ouvrage.

Selon le Professeur BELES, l'utilisation d'un appareil mathématique dans l'étude du projet donne l'illusion d'une sécurité accrue; mais, ajoute-t-il, les méthodes mathématiques et la précision des calculs effectués ne contribuent en rien à rendre toutes les *hypothèses* plus conformes à la réalité. Il cite quelques questions dont on ne tient pas ou on ne peut même pas tenir compte dans les calculs, telles que l'existence de contraintes initiales ou au montage, les erreurs dues à des simplifications dans les calculs, et les effets du retrait, du fluage et de la température.

Le Professeur BELES considère que tous ces effets contribuent à diminuer la sécurité, et c'est eu égard à eux que la conception et la construction jouent le principal rôle; les calculs effectués lors de l'étude du projet ne peuvent généralement leur accorder une place satisfaisante. Sa conclusion est que la seule façon d'arriver à une représentation authentique du comportement des constructions est d'étudier les ouvrages en service, et il fait valoir l'intérêt que pourrait avoir l'organisation par l'AIPC d'un symposium sur ce thème.

#### **d) Calcul tridimensionnel des structures**

Les progrès récents réalisés en matière de calcul électronique et d'essais sur modèles facilitent grandement la résolution des problèmes complexes que

pose le calcul des structures spatiales, et l'on n'a pas jugé absolument nécessaire d'organiser une discussion spéciale sur ces problèmes en dehors des discussions relatives aux Thèmes I (a) et I (b).

F. VENANCIO FILHO analyse le mémoire de J. MICHALOS et B. GROSSFIELD «Calcul des systèmes hyperstatiques tridimensionnels» en remarquant que la méthode utilisée est tout simplement la méthode des déformations appliquée aux ossatures spatiales rigides. Il signale que, dans le cas de nombreux problèmes d'ossatures, la matrice de rigidité est une matrice à bande tri-diagonale, dont l'inversion peut s'effectuer beaucoup plus économiquement en sollicitant moins la mémoire à noyaux magnétiques du calculateur et, donc, avec un temps de machine moindre.

K. H. BEST traite de quelques considérations pratiques à propos du calcul des antennes orientables, dans lesquelles les réflecteurs sont assujettis à conserver leur forme dans des limites très étroites. L'analyse a presque exclusivement trait à l'estimation des déformations, avec prise en compte également de la précision de l'exécution.

Les antennes orientables présentent souvent un degré d'hyperstaticité élevé. Cette hyperstaticité aide à limiter les déformations mais, en revanche, en complique le calcul. Il n'existe pas de programmes de calculateur permettant de calculer dans leur ensemble les ossatures spatiales solidaires raidies par une membrane pleine. Cependant, il est assez facile de s'assurer des programmes standard pour le calcul des ossatures, et avec eux on peut rapidement déterminer les rigidités relatives des diverses parties composantes pour que l'ingénieur, ensuite, compare les avantages des différentes dispositions possibles.

La dernière remarque de M. BEST est particulièrement juste. L'information fournie par les calculateurs ne remplace pas l'expérience et le jugement du constructeur.

## Generalbericht

Seit dem letzten Kongreß läßt sich in der Entwicklung von neuen Berechnungsmethoden eine ansehnliche Zunahme des Interesses der Ingenieure auf der ganzen Welt feststellen. Mehrere internationale Symposien fanden statt, um die am Kongreß behandelten Fragen gründlich zu betrachten. Neue nationale und internationale Ausschüsse wurden geschaffen, um das Problem rationaler Berechnungsmethoden zu studieren und darauf aufbauende Berechnungsregeln aufzustellen.

Bezeichnend für diese Tendenz ist die große Anzahl von über 30 Publika-

tionen über das Thema I, die im Vorbericht dieses Kongresses aufgenommen wurden. Leider befaßten sich die meisten Beiträge nur mit speziellen Problemen oder mit besonderen Anwendungen von elektronischen Rechengeralten oder von Modell-Techniken. Dennoch halfen die Diskussionen am Kongreß eine generelle Übersicht über die neuen Tendenzen verschaffen.

#### **a) Die mathematische Formulierung statischer Probleme für die Verwendung elektronischer Rechenmaschinen**

Elektronische Rechengeralte können nicht nur für die Lösung komplexer Probleme herangezogen werden, sondern auch für Routineberechnungen, die öfters vorkommen und längeren Zeitaufwand benötigen. Für komplexe Aufgaben wird der kluge Programmierer natürlich die Lösung der Aufgabe dem Rechengeral anpassen und versuchen dessen Vorzüge auszunützen. Für einfachere Routineberechnungen wird er jedoch öfters versucht sein, die manuelle Methode Stufe für Stufe direkt in die Programmsprache zu übersetzen. Dies wird aber öfters ein Fehler sein.

Der erste Schritt bei Benützung eines elektronischen Rechengeraltes zur Lösung eines Problems soll der Erforschung des Problems im weitesten Rahmen dienen, wobei zu entscheiden ist, ob die ursprüngliche Formulierung geändert werden soll, um von den Vorteilen des elektronischen Rechengeraltes vollen Nutzen zu ziehen. Bei allgemeiner Behandlung des Problems kann öfters eine erhebliche Reduktion der Eingabewerte, welche in das elektronische Rechengeral eingeführt werden müssen, erzielt werden. Dies wird auch die Zahl möglicher Fehlerquellen herabsetzen und zudem eine nennenswerte Verkürzung der Totalzeit für die Lösung des Problems ermöglichen, da die Geschwindigkeit, mit welcher die Eingabewerte in das elektronische Rechengeral eingegeben werden können, klein ist im Vergleich zu seiner Rechengeschwindigkeit.

Das allgemeinere Programm kann jedoch größere Speicherkapazität verlangen und somit die Anzahl Probleme, die mit dem elektronischen Rechengeral gelöst werden können, beschränken. Zudem kann ein solches Programm auch mehr Rechenzeit erfordern als ein auf das Problem abgestimmtes Programm, wobei dies besonders ins Gewicht fällt, wenn dieses Programm öfters verwendet werden muß. Ein endgültiger Entscheid sollte erst nach sorgfältiger Abwägung der verschiedenen Programmierungsmöglichkeiten gefällt werden.

Die mathematische Lösung kann öfters durch eine Folge von Matrix-Operationen dargestellt werden, wobei für die gebräuchlichen Operationen Standard-Unterprogramme für die meisten elektronischen Rechengeralte erhältlich sind. F. VENANCIO FILHO erwähnt in seinem Beitrag noch andere Vorteile der Matrix-Formulierung. So erlaubt sie die Verwendung eines einzigen Formeltyps für alle baustatischen Probleme erster Ordnung. Sie er-

möglichst auch eine rasche und gedrängte Darstellung der gesamten Theorie statisch unbestimmter Systeme. Zudem kann der Einfluß von nachträglichen Abänderungen an den Abmessungen des Vorprojektes sofort ermittelt werden durch eine Zusatzberechnung unter Verwendung der bereits benutzten Matrix und einer Matrix, die die Abänderungen festlegt. Die Matrix-Formulierung kann aber auch für alle Systeme (einschließlich Platten und Schalen), die durch einen idealisierten Netzaufbau einer endlichen Anzahl Elemente idealisiert dargestellt werden können, verwendet werden.

Für besondere statische Systeme können jedoch, wie VENANCIO FILHO feststellt, andere Verfahren günstiger sein in bezug auf Vorbereitungszeit für die Eingabewerte, Benützung der Speicherkapazität und Rechenzeit, als die allgemeinere Matrix-Formulierung.

Ein Beispiel für die Anwendung der Matrix-Formulierung gibt E. ABSI bei der Untersuchung und Programmierung von Trägerrosten, eines besonders wichtigen Systems bei Brücken und bei Deckenplatten. Er erhält eine allgemeine Lösung für die Verformungen, die Gültigkeit hat für ein beliebiges ebenes System, das durch sich kreuzende gerade Träger gebildet wird, und findet bei Berücksichtigung der Gleichungen jedes Elementes (das heißt des Biegemomentes, des Torsionsmomentes und der Querkraft an jedem Knoten) eine Matrix  $S = GD$ , wobei die Steifigkeitsmatrix  $G$  symmetrisch ist. Das für die Lösung dieser Matrix sowie für die Bestimmung der Kräfte und Verschiebungen im ganzen System entwickelte Programm kann benutzt werden für statische Systeme mit bis zu 300 Knoten, und die Ordnungszahl der Matrix  $G$  kann 900 erreichen.

E. ABSI zeigt auch wie ein solches Programm für andere statische Systeme erweitert werden kann, zum Beispiel für Brücken mit sich kreuzenden, *gekrümmten* Trägern, für auf Stützen aufgelagerte Rippendecken oder für orthotrope Platten beliebiger Form.

G. FONDER untersuchte prismatische Faltwerke mit dem Ziel, eine genügend genaue, allgemeine Methode zu entwickeln, welche mit Erfolg für die Anwendung auf verschiedene Dachformen programmiert werden kann. Nach eingehendem Studium der bestehenden Literatur wählte er die von YITZHAKI entwickelte und publizierte Berechnungsmethode.

Der größte Teil des Beitrages von G. FONDER besteht aus der Beschreibung der Methode von YITZHAKI und ihren Anwendungsmöglichkeiten. Die *Programmierung* wurde nur ganz kurz am Ende des Beitrages gestreift, wo noch ein typisches Flussdiagramm die Methode veranschaulicht.

Elektronische Rechengерäte werden öfters benutzt, um Berechnungen, die auch durch Handrechnen gelöst werden könnten, zu beschleunigen. Aber einige Berechnungen wurden erst möglich durch den Einsatz von elektronischen Rechengерäten. W. MERCHANT betont, daß die im Beitrag von W. MERCHANT und D. M. BROTTON «Verallgemeinerte Berechnung ebener, elastischer Stabwerke» beschriebenen Berechnungen von dieser zweiten Art sind und



daß bisher noch keine so detaillierte Lösung durch ein mathematisches Verfahren erzielt wurde.

W. MERCHANT betont auch, daß diese teure elektronische Berechnung *begründet* sein muß durch eine Untersuchung, ob die dadurch erzielte bessere Kenntnis des physikalischen Verhaltens diesen Aufwand rechtfertigt. Er veröffentlicht zudem ergänzende Angaben über das nichtlineare Verhalten von statisch unbestimmten Fachwerkträgern, über welches im Hauptbeitrag berichtet wurde. Der Einfluß der Bogenbildung erzeugt eine begünstigende Belastungsumordnung von den Druckdiagonalen auf die Zugdiagonalen und verzögert dadurch das Ausknicken. Professor MERCHANT kommt zum Schluß, daß die bessere Kenntnis der physikalischen Phänomene, durch die Möglichkeit die Belastungsumordnung zu verfolgen, den Gebrauch von elektronischen Rechengерäten in diesem Fall rechtfertigt.

### **b) Bedeutung und Anwendung von Modellversuchen**

Statische Modelle können in ihrer Hauptsache als spezielle Formen von Rechenmaschinen betrachtet und öfters durch den Statiker in der gleichen Weise benützt werden, wie er dies mit einer elektronischen Rechenmaschine tun würde.

Die Grundannahmen der Untersuchung müssen gewählt und in den Modellversuch eingebaut werden, genau so wie sie normalerweise bei statischen Berechnungen gewählt und eingeführt werden müssen. Wenn allein das elastische Verhalten untersucht werden soll, wird das Modell aus einem elastischen Material wie das Akriharz (z. B. Plexiglas) hergestellt. Allerdings ist für dieses Material die Poissonzahl bedeutend höher als für Beton, weshalb bei Untersuchung des Verhaltens von Betontragwerken, in welchen die Poissonzahl einen gewissen Einfluß hat, die Verwendung von Modellen aus Mikrobeton vorzuziehen ist.

Falls das Traglastvermögen oder andere unelastische Bedingungen zu untersuchen sind, muß das Modell so realistisch wie möglich das Objekt darstellen. Für besondere Probleme kann es manchmal vorteilhaft sein, Untersuchungen über das allgemeine Verhalten des Tragwerkes an kleinen Modellen aus elastischen Materialien durchzuführen, gleichzeitig mit größeren und realistischeren Modellen zum Studium des Spannungsverlaufes bis zum Bruch der kritischen Teile des Tragwerkes. Wenn Modellversuche die *Hauptinformationen* über das Verhalten des Tragwerkes geliefert haben, so ist große Vorsicht bei der Übertragung der Versuchsergebnisse auf das mögliche Verhalten des tatsächlichen Tragwerkes erforderlich.

G. OBERTI stellt fest, daß die Modellversuche wertvoll sind, erstens weil sie einen Vergleich zwischen den konventionellen Berechnungen (welche manche vereinfachende Annahmen einschließen) und dem Verhalten des

Modells, bei dem solche Vereinfachungen nicht erforderlich sind, erlauben; und zweitens erlauben sie, als Rechenmaschinen aufgefaßt, die Lösung von dreidimensionalen Problemen, welche für normale Berechnungen zu komplex sind, selbst mit den modernen Rechenhilfsmitteln. Eine Erweiterung der Versuche über den elastischen Bereich hinaus kann zudem lokale Schwachstellen aufdecken und auch Angaben über die Größe des Sicherheitsfaktors vermitteln.

Professor OBERTI schlägt eine Klassierung der Modelle vor in bezug auf Belastungsart (statische oder dynamische Belastung) und in bezug auf den zu untersuchenden Lastbereich (elastische Belastung oder bis zum Bruch). Er stellt fest, daß die Entwicklung bei Modellversuchen, insbesondere beim I. S. M. E. S. in Bergamo, in Richtung der Belastung bis zum Bruch geht, wobei die elastischen Modelle vermehrt benutzt werden, um angenäherte Angaben zu erhalten, bei denen das elastische Verhalten richtungsweisend ist für das mögliche Verhalten über den elastischen Bereich hinaus. Er weist auch auf das vermehrte Interesse hin, das Gleichgewicht ganzer Talsysteme zu untersuchen, welches durch den hydroelektrischen Ausbau beeinflußt werden kann, sowie auf die Versuche, die sich mit Temperaturspannungen in den Tragwerken befassen, mit besonderer Berücksichtigung von Dämmen, aber auch von Stahlbetonbehältern für Atomreaktoren.

J. FERRY BORGES behandelt die bei dynamischen Modellversuchen auftretenden Probleme. Mechanisch erzeugte Schwingungen können normalerweise durch sinusförmige variierende Kräfte dargestellt werden, aber durch Wind oder Erdbeben erzeugte Schwingungen sind zufälligen Charakters über einen größeren Frequenzbereich. Für lineares Verhalten ist es theoretisch möglich, den Einfluß von zufälligen Schwingungen durch Untersuchung des Einflusses sinusförmiger Schwingungen und nachheriger passender Integration dieser Einflüsse zu bestimmen. Jedoch ist diese Methode schwer durchführbar, und die Resultate sind im allgemeinen zu ungenau; deshalb wurde am Laboratório Nacional de Engenharia Civil in Lissabon eine andere Methode entwickelt.

Nach dieser Methode können sinusförmige oder andere Schwingungen im Modell durch einen elektromagnetischen Vibrator erzeugt werden. Für stochastische Schwingungen kann die Spektrumsdichte der Beschleunigung durch geeignete Maßnahmen an die verschiedenen Frequenzen angepaßt werden. Das spektrale Niveau der Beschleunigung kann dabei so erhöht werden, daß es dem Verhalten des Modells im nichtlinearen Bereich bis zum Bruch folgen kann; dies ist besonders wichtig bei der Untersuchung der Einflüsse von Erdbeben, welche im allgemeinen Verschiebungen über den elastischen Bereich hervorrufen.

Ein weiteres Problem entsteht dadurch, daß die dynamische Ähnlichkeit für das Modell eine andere Frequenz verlangt als für das Tragwerk in Naturgröße und daß diese Änderung der Frequenz die mechanischen Eigenschaften des Materials beeinflussen kann. Ein weiteres Problem betrifft den Einfluß

der Schwingungen auf ein gerissenes oder anderweitig beschädigtes Tragwerk; in einem solchen Fall dürfte der Modellversuch die einzige Methode sein, um Informationen über das Verhalten eines solchen Tragwerkes zu vermitteln.

J. F. LOBO FIALHO beschreibt die an der Materialprüfanstalt in Lissabon entwickelten Modelltechniken für Brücken. Das Verhalten ganzer Bauwerke wird untersucht an Modellen im Maßstab 1 : 50 bis 1 : 500, im allgemeinen im Maßstab 1 : 100 für Brücken mit einer Totspannweite bis zu 100 m. Zum Studium der Lokalspannungen werden größere Teilmodelle im Maßstab 1 : 2 bis 1 : 30 verwendet.

Für Modelluntersuchungen ganzer Bauwerke verwendet jetzt die Materialprüfanstalt in Lissabon nur noch Akrylharze; von der Verwendung anderer synthetischer Materialien wurde abgesehen wegen den Schwierigkeiten mit den mechanischen Eigenschaften oder mit der Stabilität der Meßeinrichtungen. Für Detailuntersuchungen an Betonbrücken wird für die Modelle Mikrobeton verwendet, um die Eigenschaften der Ausführung möglichst genau nachzubilden.

LOBO FIALHO beschreibt Beispiele einiger Typen von Modellversuchen, an denen er mitgearbeitet hat, und hebt den besonderen Wert hervor, den solche Versuche für den Ingenieur haben, wenn die methodische Behandlung ungenügend entwickelt oder wenn sie vermutlich zu ungenau ist; die Versuche können Unregelmäßigkeiten in den Berechnungsannahmen aufzeigen und erlauben somit eine Verbesserung dieser Annahmen; und sie können dem Ingenieur helfen, neue Tragwerkformen zu entwickeln, angesichts der einfachen Möglichkeit, neue Ideen zu prüfen.

F. STÜSSI nimmt Bezug auf den Beitrag von R. DZIEWOLSKI, der in seiner Untersuchung des Torsionsverhaltens eines asymmetrischen Kastenträgers die Konzeption und die Methoden der höheren Elastizitätstheorie anwendet. Professor STÜSSI entwickelt eine Lösung dieses Problems unter Anwendung einer Methodik und Terminologie, die dem Ingenieur vom Studium der klassischen Elastizitätstheorie näher liegt. Die Methode beruht in der Aufteilung des Torsionsmomentes in zwei Komponenten und führt zu passenden Differentialgleichungen.

J. N. DISTÉFANO beschreibt Modellversuche an Schalendächern, die am Institut für angewandte Mechanik und Baustatik in Argentinien ausgeführt wurden. Vier hyperbolisch-parabolische Schalen sowie eine prismatische Schale wurden untersucht. Das erste Modell war eine hyperbolische Schale großer Krümmung mit rhombischem Grundriß und an zwei gegenüberliegenden Ecken aufgelagert. Das Modell war aus armiertem Mörtel im Maßstab 1 : 10 hergestellt und vermittelte nützliche Angaben über den Genauigkeitsgrad der linearen Membrantheorie.

Das zweite Modell war eine aus armiertem Kunststoff hergestellte, schmale hyperbolische Schale, die im Rahmen eines Forschungsprogrammes zur Untersuchung des Einflusses der Randstörungen auf die Spannungen und Verformungen untersucht wurde.

Die dritte Schale, im Maßstab 1 : 20, wurde untersucht, um die statische Berechnung einer großen, regenschirmförmigen Schale zu kontrollieren. Der Bruch trat plötzlich und unerwartet ein, und ein Modell, bestehend aus einem der vier den Regenschirm bildenden Elemente wurde gesondert untersucht, um den Bruchvorgang besser zu erklären.

Das Modell der prismatischen Schale wurde aus Perspex hergestellt, da nur Angaben innerhalb des elastischen Bereiches erforderlich waren; die Versuche an diesem Modell bestätigten die Gültigkeit verschiedener Theorien über das Verhalten prismatischer Schalen.

R. KRAPPENBAUER beschreibt die aerodynamischen Modellversuche, die als Grundlage für die Bemessung des 252 m hohen Donauturmes in Wien dienten. Der Turm besteht aus einem Rohrschaft aus Stahlbeton, der auf eine konische Schalenunterkonstruktion aufgesetzt ist, aus einer Aussichtsterrasse für 400 Personen, aus einem dreistöckigen Aufbau (wovon zwei Stockwerke rotieren können) und schließlich noch aus einem 71 m hohen Stahlmast, der ursprünglich als Fachwerkkonstruktion entworfen war.

Um den Formfaktor für die Windkraft in der Berechnung des Turmes zu bestimmen, wurde ein Modell des Turmes im Maßstab 1 : 20 untersucht, wobei der Betonteil durch Holz und die daraufstehende Stahlkonstruktion durch eine Stahldrahtkonstruktion dargestellt wurde. Außerdem wurden Versuche an Teilmodellen des Turmes ausgeführt, um die Änderungen des Formfaktors mit wechselnden Reynoldsschen Zahlen zu bestimmen.

Infolgedessen wurde der Mastentwurf zu Gunsten einer Rohrform abgeändert, wodurch das Problem der Turbulenz eingeführt wurde. Besondere Versuche, um dieses Problem zu untersuchen, hätten zu viel Zeit in Anspruch genommen, weshalb nach Studium der Forschungen auf diesem Gebiet beschlossen wurde, durch Anordnung von spiralförmigen Störelementen auf dem rohrförmigen Mast die aerodynamische Stabilität zu verbessern.

Der Turm wurde im April 1964 vollendet, und seine aerodynamische Stabilität wurde als befriedigend befunden.

### **c) Begriff der Sicherheit und seine Bedeutung für Entwurf und Berechnung unter besonderer Berücksichtigung des Einflusses der plastischen Verformungen auf die Verteilung der Schnittkräfte**

Das Haupterfordernis für befriedigendes Tragwerkhalten ist, daß die Widerstandsfähigkeit des Tragwerks gegenüber einer bestimmten Anzahl von Einflüssen bestimmt und auf die Wahrscheinlichkeit des Auftretens dieser Einflüsse bezogen werden kann, solcherweise, daß die Wahrscheinlichkeit eines Bruches, einer zu großen Verformung oder eines Lokalschadens nicht unzulässig hoch wird.



Große Schwierigkeiten bereitet die Festlegung vernünftiger Werte für die verschiedenen Risiken. Ein Bauingenieur wird einräumen, daß es *wirtschaftlich* vernünftig ist anzunehmen, daß unter einer Million Häuser eines einstürzen darf, aber er möchte sicher sein, daß dieses Gebäude nicht gerade von ihm entworfen wurde. Außerdem benötigen direkt auf Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen beruhende Berechnungsmethoden weit mehr statistische Angaben über die Lasten und die Festigkeiten, als heute zur Verfügung stehen.

Die *herkömmliche* Methode, aufgebaut auf zulässige Spannungen für Betriebslasten, führt zu einer breiten Streuung in den heute gültigen Sicherheitsfaktoren. Die Annäherung durch *Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen* muß verfolgt werden, aber eine praktische Anwendung ist für die nächsten Jahre unwahrscheinlich. Zur Zeit wird die Entwicklung einer *neuen, rationalen* Struktur für die Berechnungsgrundlagen erforderlich, welche spätere Teilabänderungen erlaubt, ohne die Gültigkeit des Systems in Frage zu stellen.

Zunehmende Bestrebungen sind im Gange, um die durch den C.I.B.-Ausschuß, unter der Leitung des verstorbenen Professors TORROJA formulierte und in den kürzlich erschienenen Empfehlungen des Comité Européen du Béton für den Stahlbeton eingeführte Methode als neue Grundlage anzunehmen.

In diesen Empfehlungen wird Rücksicht genommen auf eine Anzahl von «Grenzzuständen», welchen jeweils ein besonderer Fall von Unbrauchbarkeit des Tragwerkes entspricht, wie zum Beispiel Bruch oder übermäßige Verformung.

Zu jedem Grenzzustand wird ein zweckmäßiger Sicherheitsfaktor zugeordnet, welcher *im Prinzip einzig* dazu dient, zu gewährleisten, daß die Wahrscheinlichkeit, diesen Grenzzustand zu erreichen, nicht unvernünftig hoch wird.

Große Bedeutung wurde bisher der Berechnung in bezug auf den *Bruchzustand* gegeben, für welche geeignete Sicherheitsfaktoren für das Verhältnis der errechneten Bruchfestigkeit zu der angenommenen Betriebsbelastung vorgeschlagen wurden. «Charakteristische» Werte für die Bruchfestigkeit und für die Betriebslasten werden zu diesem Zweck benutzt; diese Werte nehmen eine gewisse Rücksicht auf die durch die Statistik erfaßte Streuung der Festigkeiten und der Lasten.

Ein wichtiger Punkt dieser Methode ist, daß der globale Sicherheitsfaktor in zwei Teilsicherheitsfaktoren aufgeteilt wird, einer in bezug auf die Festigkeit der Baustoffe, der andere in bezug auf die Lasten. Derjenige bezüglich der Festigkeit berücksichtigt die Abnahme der Festigkeit, welche während der Ausführung entsteht und welche *zusätzlich* zu den durch Versuche an Materialproben ermittelten auftritt. Der Teilsicherheitsfaktor für Lasten berücksichtigt mögliche Überschreitungen der Lasten über den charakteristischen Wert sowie mögliche Ungenauigkeiten in den Berechnungen oder Fehler in den Konstruktionen.

Es ist zu hoffen, daß diese Grundlagen bei der Ausarbeitung nationaler



und internationaler Berechnungsgrundlagen berücksichtigt werden. In England untersucht zur Zeit die Institution of Structural Engineers, wie weit dies möglich ist bei der Revision aller englischen Baunormen, für welche sie verantwortlich ist.

D. SFINTESCO berichtet über die Arbeit der Europäischen Konvention für Stahlbau, welche beschlossen hat, Empfehlungen aufzustellen für den Entwurf und die Berechnung von Stahlbauten unter Berücksichtigung der modernen Sicherheitskonzeption. Der Vorschlag der C. E. C. M. widerspiegelt die im Beitrag von J. DUTHEIL im Vorbericht enthaltenen Ideen, mit dem wichtigen Unterschied, daß die Sicherheitsfaktoren auf die Lasten und auf die Lastwirkungen, anstatt auf die Spannungen bezogen werden.

Die Stabilität von Druckstäben wird im Detail studiert, und zwar sowohl theoretisch als auch durch Versuche. Die Versuche werden in mehreren Staaten in Übereinstimmung mit einem gemeinsamen Programm durchgeführt, unter Berücksichtigung der effektiven Bedingungen, unter welchen Stahlelemente in der Praxis verwendet werden, mit den vielen Möglichkeiten von Unvollkommenheiten und Streuungen von Abmessungen und Güte. Alle diese Einflüsse werden zusammen betrachtet durch statistische Methoden, so daß die Resultate so ausgedrückt werden können, daß dem Statiker stets eine gleichbleibende Sicherheit für alle Schlankheitsgrade gewährleistet ist.

CH. MASSONNET und M. SAVE betrachten ebenfalls den Entwurf von Stahlbauten. Sie stellen fest, daß, um ein befriedigendes Verhalten unter Betriebsbedingungen zu erhalten, normalerweise die Kontrolle der Verformung mittels der Elastizitätstheorie zusammen mit empirischen Korrekturen, um nicht in der Theorie enthaltene Einflüsse zu berücksichtigen, erforderlich ist.

Um angemessene Bruchsicherheiten zu gewährleisten, sollten statistische Methoden, ähnlich denjenigen durch die C. E. B. angewendeten und zur Zeit beim C. E. C. M. in Prüfung, oder die bereits in den Normen osteuropäischer Länder eingeführten Methoden, verwendet werden.

Bei der Betrachtung von Bruchlasten ist je nach den Verhältnissen erforderlich, die Elastizitätstheorie mit zusätzlichen empirischen Regeln, die Plastizitätstheorie oder noch öfters die Traglast, oder die Viskoelastizität zu verwenden. Die Autoren betrachteten verschiedene Brucherscheinungen sowie die entsprechenden Berechnungsmethoden.

Der Ingenieur muß entscheiden, ob die *Bemessung* in der Hauptsache auf die Betriebsbedingungen oder auf Bruchbedingungen erfolgen soll. Welche Methode auch angewandt wird, sind im Prinzip stets noch Kontrollen erforderlich für die andere Bedingung, wobei einige Berechnungsmethoden bereits Korrekturen einschließen, um die sonst notwendigen zusätzlichen Kontrollen zu vermeiden.

G. WINTER, den Beitrag von LIND, TURKSTRA und WRIGHT besprechend, unterstützt die Autoren, daß es niemals möglich sein wird, Sicherheitsmaßnahmen nur auf die gewünschte Wahrscheinlichkeit des Bruches oder der

Unbrauchbarkeit zu beziehen, aber er unterstützt die volle Ausnützung der statistischen Unterlagen über die Streuungen der Festigkeiten und der Belastungen.

Im Hinblick auf den Vorschlag der Autoren, die Entwurfsbelastungen systematisch und periodisch zu reduzieren, glaubt er, daß ein rationellerer Entwurf entstehen würde durch geeignete individuelle Beachtung und Untersuchung der verschiedenen Belastungen. Einige Belastungen sind mit großer Genauigkeit bekannt und können nicht in der vorgeschlagenen Art periodisch reduziert werden. Auf der anderen Seite sind einige Belastungen mit großen Unsicherheiten behaftet und erfordern mehr statische Unterlagen. Mehr Unterlagen sind auch erforderlich über die effektive Festigkeit bestehender Bauwerke.

Professor WINTER hebt hervor, daß hier verschiedene nichttechnische Faktoren vorhanden sind, welche bei der Aufstellung von Entwurfsnormen berücksichtigt werden müssen, und erwähnt, daß neuere Entwürfe für den ACI-Code zahlreiche Einwände hervorriefen, begründet auf Gewohnheit, Tradition, Konkurrenzlage oder sogar auf gesetzliche Maßnahmen.

In Erwiderung zu diesen Bemerkungen geben N. C. LIND, C. J. TURKSTRA und D. T. WRIGHT zu, daß ein rationaler Fortschritt bei Entwurfsnormen schwierig ist, sie glauben aber, daß ein Versuch gemacht werden muß, trotz den enthaltenen technischen und nichttechnischen Problemen. Sie sind auch darin einig, daß grundsätzlich mehr statistische Angaben über Belastungen und über die effektiven Festigkeiten der fertig erstellten Tragwerke erforderlich sind. Sie stellen fest, daß, selbst ohne das Vorhandensein eines vollständigen Rahmens rationaler Normen, Verbesserungen möglich sind, auch wenn sie manchmal nur auf relativ wenige Angaben erfolgen.

Die Professoren LIND, TURKSTRA und WRIGHT stellen fest, daß wegen der bestehenden Diskrepanz zwischen den Entwurfslasten und den effektiven Lasten und somit auch zwischen den berechneten und den effektiven Spannungen das Verhalten der nach den bestehenden Normen ausgeführten Bauwerke die wichtigste Quelle für die Verbesserung der Normen ist. Sie kommen zum Schluß, daß die Sicherheitsfaktoren im ganzen zu hoch sind und wiederholen ihren Vorschlag, die Sicherheitsfaktoren allmählich herabzusetzen.

A. HRENNIKOFF kritisiert den Beitrag von M. R. HORNE\*) in verschiedenen Punkten. Er stellt fest, daß die RANKINE-Formel eine empirische Formel ist und daß Professor HORNE einzig deren Glaubwürdigkeit gezeigt, aber nichts bewiesen hat. Der vorgeschlagene Weg ist willkürlich und zweideutig, die angenommene Verformung weist keine physikalische Ähnlichkeit mit den tatsächlichen Verformungen des Tragwerkes auf, und die fünfzigprozentige Vergrößerung der bei reiner plastischer Dehnung berechneten Werte erscheint einzig als ein Kunstgriff, um den Lastfaktor mit einigen vorbestimmten End-

---

\*) Der Beitrag von Professor HORNE ist in den «Abhandlungen», Band 23, erschienen.

werten in Einklang zu bringen. Der Vergleich der durch die Methode von Professor HORNE erhaltenen Werte mit den sogenannten genauen Lösungen führt zu einem veränderlichen und unbefriedigenden Grad von Übereinstimmung. Schlußendlich scheint dieses Vorgehen keine Sicherung gegen Zerstörung infolge Kippen oder lokaler Beulung vorzusehen.

In seiner Erwiderung ist M. R. HORNE mit der Feststellung, die RANKINE-Last sei rein empirischer Art, nicht einverstanden und verweist auf eine frühere Publikation, in welcher theoretische Gründe angeführt werden, wonach die RANKINE-Last als eine angenäherte untere Grenze für die Zerstörung eines elastisch-reinplastischen Tragwerkes betrachtet werden kann.

Im Hinblick auf die Genauigkeit, mit der die Bruchlasten bestimmt werden, bestreitet Professor HORNE die Möglichkeit des Auftretens größerer Fehler. Die Beispiele wurden von ihm nicht ausgesucht, damit sie besser der Methode entsprachen.

Die Berechnung von elastisch-plastischen Traglasten ist heute eine Routineangelegenheit mit der Zuhilfenahme elektrischer Rechengерäte, wobei volle Rücksicht auf die Rahmenstabilität und auf Änderungen der geometrischen Charakteristiken genommen wird.

Professor HORNE bleibt überzeugt, daß die von ihm vorgeschlagene Methode wertvoll ist, besonders wenn deren Einfachheit beachtet wird. Er möchte gerne andere semiempirische Methoden kennen lernen, die so einfach und gut sind.

A. A. BELES befaßt sich mit den 3 Stufen, die für den Erfolg jeder Konstruktion maßgebend sind, (1) die Konzeption, (2) die statische Berechnung und die Dimensionierung und (3) die Ausführung. Einzig auf der zweiten Stufe sind mathematische Methoden anwendbar, um die Festigkeit und die Stabilität der Tragwerke zu gewährleisten.

Nach Professor BELES gibt die Benützung mathematischer Grundlagen für den Entwurf die Illusion erhöhter Sicherheit; aber die mathematischen Methoden und die Rechengenauigkeit helfen nicht, irgendeine der *Annahmen* zu verbessern. Er erwähnt auch einige Einflüsse, welche nicht in die Berechnungen eingeführt werden oder nicht eingeführt werden können, Einflüsse wie das Vorhandensein von Eigenspannungen oder Montagespannungen, durch Berechnungsvereinfachungen eingeführte Fehler und Schwind-, Kriech- und Temperatureinflüsse.

Professor BELES stellt fest, daß alle diese Einflüsse auf den Sicherheitsfaktor reduzierend wirken und daß im Hinblick auf diese Einflüsse die Konzeption und die Ausführung die Hauptrolle spielen; die Berechnungen können im allgemeinen diesen Einflüssen nicht genügend Rechnung tragen. Er kommt zum Schluß, daß der einzige Weg, um ein wahrheitsgetreues Bild über das Verhalten der Tragwerke zu erhalten, in der Beobachtung der bestehenden Tragwerke liegt und glaubt, daß ein durch die IVBH organisiertes Symposium über dieses Thema wertvoll sein würde.

#### **d) Räumliche Berechnung von Tragwerken**

Moderne Entwicklungen bei den elektronischen Rechenmaschinen und bei den Modellversuchen hatten einen bedeutenden Anteil an der Lösung der komplexen Probleme, die durch die Berechnung räumlicher Tragwerke gestellt wurden, so daß eine spezielle Diskussion dieser Probleme, getrennt von den Diskussionen der Themen Ia und Ib, als nicht notwendig erachtet wurde.

F. VENANCIO FILHO diskutiert den Beitrag von J. MICHALOS und B. GROSSFIELD «Berechnung von räumlichen Netzwerken» und stellt fest, daß die benutzte Annäherung nichts anderes ist als die Anwendung der Deformationsmethode auf räumliche Tragwerke. Er bemerkt auch, daß für verschiedene Typen von Rechenproblemen die Steifigkeitsmatrix durch ein dreigliedriges Diagonalband dargetellt werden kann, wobei durch Umkehrung dieser Matrix eine bedeutende Minderbeanspruchung der Speicherkapazität der elektronischen Rechenmaschine und auch eine Verminderung der Rechenzeit erzielt werden kann.

K. H. BEST erwähnt einige praktische Methoden bei der statischen Berechnung von Richtantennen, deren Reflektoren nur geringste Formabweichungen zulassen. Die Untersuchung betrifft fast allein die Abschätzung von Verformungen, wobei auch Rücksicht auf die Ausführungsgenauigkeit genommen wird.

Richtantennen sind oftmals mehrfach statisch unbestimmt. Diese zusätzlichen Bindungen helfen die Verformung klein zu halten, erschweren aber andererseits deren Berechnung. So bestehen auch keine Programme, die erlauben, ein räumliches, durch eine feste Membrane ausgesteiftes Stabtragwerk als Ganzes zu berechnen. Dennoch können mit Hilfe der bereits vorhandenen Standard-Rahmenprogramme die relativen Steifigkeiten der verschiedenen Teilelemente bestimmt werden, und dadurch wird dem Ingenieur die Möglichkeit gegeben, alternative Anordnungen miteinander zu vergleichen.

Die Schlußbemerkung von BEST ist allgemein gültig. Die Ergebnisse elektronischer Rechengeräte können weder die Erfahrung noch das Urteilsvermögen des Ingenieurs ersetzen.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide



## I a 1

### Résolution et programmation des structures formées de poutres croisées

*Berechnung von Trägerrosten mit Hilfe elektronischer Rechenautomaten*

*Solution and Programming of Structures Formed of Interconnected Beams*

E. ABSI

Docteur ès Sciences, Ingénieur des Arts et Manufactures, Attaché à la Direction du  
C.E.B.T.P.

#### I. Méthode de résolution

Les systèmes formés de poutres croisées constituent un problème important qui se pose couramment dans le calcul des ponts et des planchers. La méthode de résolution qu'on donne ci-après, est tout à fait générale et ne fait appel à aucune hypothèse simplificatrice au point de vue résistance des matériaux.

Considérons une structure réticulée plane formée d'éléments droits  $A_i A_j$ . Les charges sont contenues dans les plans de symétrie longitudinaux des  $A_i A_j$  et sont perpendiculaires au plan de la structure. Chaque nœud  $A_i$  peut être:

- nœud libre,
- sur appui simple,
- sur appui élastique,
- parfaitement encastré.

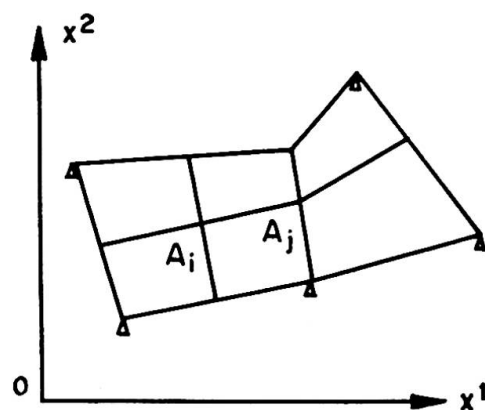


Fig. 1.

Rapportons l'étude à un système de référence général  $0x^1x^2$  et associons à chaque élément  $A_i A_j$  un système auxiliaire d'axes  $A_i x_1 x_2$ . Les sollicitations qu'exerce le nœud  $A_i$  sur l'élément  $A_i A_j$  se réduisent dans le système d'axes  $A_i x_1 x_2$  à un:

— moment de flexion  $(M_{ij})_1$ :

$$(M_{ij})_1 = m_{ij} + A_{ij}(\theta_i)_1 + B_{ij}(\theta_j)_1 - (A_{ij} + B_{ij}) \frac{\Delta_j - \Delta_i}{l_{ij}}, \quad (1)$$

— moment de torsion  $(M_{ij})_2$ :

$$(M_{ij})_2 = K_{ij}(\theta_i - \theta_j)_2, \quad (2)$$

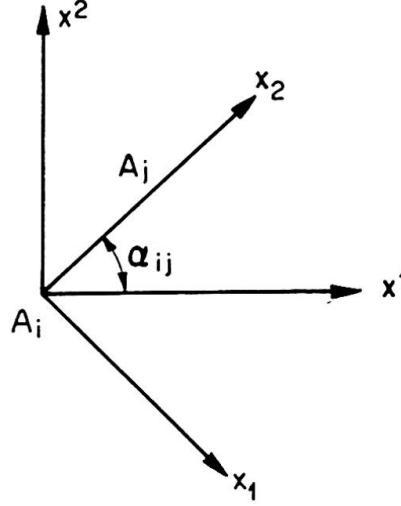


Fig. 2.

— effort tranchant  $T_{ij}$ :

$$\begin{aligned} T_{ij} &= -\frac{1}{l_{ij}} [(M_{ij})_1 + (M_{ji})_1 + M_j(P_{ij})] \\ &= -\frac{1}{l_{ij}} \left\{ m_{ij} + m_{ji} + M_j(P_{ij}) + (A_{ij} + B_{ij})(\theta_i)_1 \right. \\ &\quad \left. + (A_{ji} + B_{ji})(\theta_j)_1 - (A_{ij} + A_{ji} + 2B_{ij}) \frac{\Delta_j - \Delta_i}{l_{ij}} \right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

On voit que la connaissance des déformations  $\vec{\theta}_i$  et  $\Delta_i$  en chaque nœud du système résoud complètement le problème. Elles peuvent être prises comme inconnues du problème. Leur nombre total  $L$  est égal à:

$$L = 2N + d.$$

où  $N$ : nombre total des nœuds non encastrés; d'où:

$$2N \text{ inconnues de rotations } (\theta_i)_1 \text{ et } (\theta_i)_2.$$

$d$ : nombre total des nœuds pouvant avoir une flèche; d'où:

$$d \text{ inconnues de déplacement } \Delta_i.$$

Transformons les équations précédentes du système d'axes  $A_i x_1 x_2$  dans le système général  $0 x^1 x^2$ .

L'équilibre des moments aux nœuds  $A_i$  non encastrés donne  $2N$  équations par projection suivant les deux directions  $0 x^1$  et  $0 x^2$ :

$$\sum_j \vec{M}_{ij} = \vec{C}_i.$$

L'équilibre des forces aux nœuds  $A_i$  susceptibles d'avoir une flèche donne  $d$  équations:

$$F_i = \sum T_{ij}$$

où  $F_i$  est la force extérieure appliquée au nœud  $A_i$ . Dans le cas où celui-ci est un appui élastique, on a:

$$F_i = K_i \Delta_i.$$

En résumé, on peut établir  $L$  équations indépendantes entre les  $L$  inconnues de déformations. La résolution de ce système d'équations nous permet d'avoir par l'intermédiaire des équations (1), (2) et (3) les sollicitations dans tous les éléments  $A_i A_j$  de la structure.

## II. Programmation<sup>1)</sup>

Sur la base de ce qui précède, nous avons établi, au C.E.B.T.P., un programme général de calcul sur machine électronique des systèmes formés de poutres croisées. Les données à fournir sont:

- par élément:  $l_{ij}$ ,  $\alpha_{ij}$ ,  $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$ ,  $K_{ij}$ ,
- par nœud: nature du nœud et coefficient  $K_i$  pour les appuis élastiques,
- répartition des charges.

Ces données permettent d'établir un système de  $L$  équations indépendantes entre les  $L$  déformations. On peut l'écrire sous forme matricielle:

$$S = G D,$$

où la matrice de rigidité  $G$  est symétrique.

La résolution de ce système de  $L$  équations permet d'avoir:

- en chaque nœud: les déformations (rotations et flèches);
- à l'extrémité de chaque élément: les sollicitations (moments de flexion et de torsion et l'effort tranchant);
- en chaque appui (simple, élastique ou parfaitement encastré): la réaction verticale.

On peut traiter avec ce programme des structures ayant jusqu'à 300 nœuds et l'ordre de la matrice  $G$  peut atteindre 900.

## III. Possibilités du programme

Etant donné son caractère général et sa grande souplesse, la méthode de résolution donne d'importantes possibilités au programme; en particulier:

---

<sup>1)</sup> La programmation a été effectuée en collaboration avec Monsieur Tournyol, Chef de la Section Calcul au C.E.B.T.P.

*a) Nature des éléments droits  $A_i A_j$*

On suppose que la loi de variation de la section d'un élément  $A_i A_j$  est symétrique par rapport à son milieu. Il en résulte:

$$A_{ij} = A_{ji}, \quad B_{ij} = B_{ji}.$$

Dans le cas où la section est constante et en négligeant les effets des efforts tranchant et normal, on a:

$$A_{ij} = \frac{4El}{l}, \quad B_{ij} = \frac{2El}{l}.$$

Nous avons étudié l'influence des efforts précités sur ces coefficients et déterminé la correction éventuelle à y apporter. Les résultats sont publiés sous forme d'abaques dans la bibliographie [2].

*b) Ponts formés de poutres croisées en courbe*

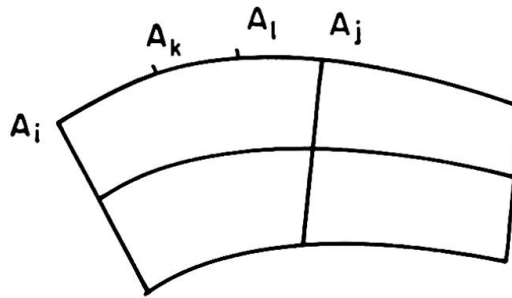


Fig. 3.

Moyennant des nœuds fictifs intermédiaires, on peut décomposer la poutre courbe  $A_i A_j$  en un certain nombre d'arcs élémentaires  $A_k A_l$  qu'on peut confondre avec leurs cordes. On ramène ainsi le problème des ponts en courbe au cas général des structures formées d'éléments droits.

*c) Planchers à nervures reposant sur poteaux*

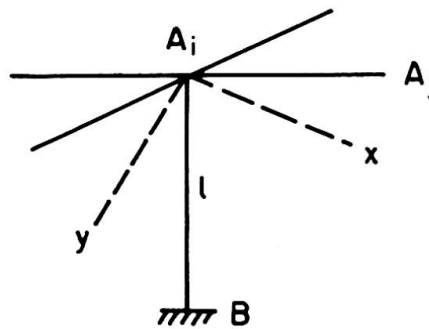


Fig. 4.

Le poteau  $A_i B$  est encastré dans les nervures  $A_i A_j$  aboutissant au nœud  $A_i$ . Les axes principaux d'inertie ( $A_i x, A_i y$ ) de la section de celui-ci sont contenus dans le plan du plancher.

On peut tenir compte du poteau dans le calcul en le remplaçant par:

— un appui élastique fictif en  $A_i$  ayant une raideur:

$$K_i = \frac{S E}{l}$$

où  $S$  et  $l$  sont respectivement la section et la longueur du poteau  $A_i B$ .

A la limite cet appui élastique devient un appui simple ( $K_i \rightarrow \infty$ ).

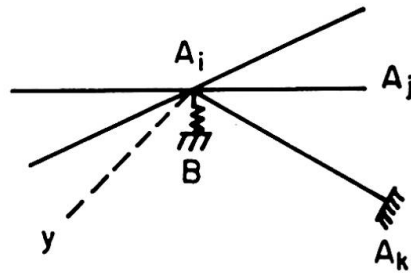


Fig. 5.

— une poutre fictive  $A_i A_k$  dirigée suivant l'un des axes principaux d'inertie de la section du plateau (par exemple:  $A_i x$ ). On lui donne une longueur adéquate et des rigidités à la torsion et à la flexion égales aux rigidités à la flexion du poteau suivant respectivement les directions  $A_i x$  et  $A_i y$ . Les conditions d'appui en  $A_k$  sont les mêmes qu'en  $B$  (rotule ou encastrement parfait).

#### d) Calcul des dalles

Soit une dalle de forme quelconque et orthotrope par rapport aux deux directions orthogonales  $0x$  et  $0y$ . L'équation généralisée de LAGRANGE s'écrit pour une telle dalle<sup>2)</sup>:

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q.$$

On démontre qu'on peut assimiler cette dalle à un grillage de poutres orthogonales de mailles  $\lambda_1 \times \lambda_2$ . Les poutres  $A_i A_j$  parallèles à  $0x$ , étant espacées d'une distance arbitraire  $\lambda_1$  sont caractérisées par:

— un coefficient de rigidité à la flexion:

$$A_{ij} = 4 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} D_1,$$

<sup>2)</sup> Voir bibliographie [3] page 365 pour la signification des différents termes de cette équation.



— un certain coefficient de rigidité à la torsion  $K_{ij}$ .

Les poutres  $A_i A_k$  parallèles à  $Oy$  sont définies par:

— un coefficient de rigidité à la flexion:

$$A_{ik} = 4 \frac{\lambda_1}{\lambda_2} D_2,$$

— un coefficient de rigidité à la torsion  $K_{ik}$  tel que:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} K_{ij} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} K_{ik} = 2 H.$$

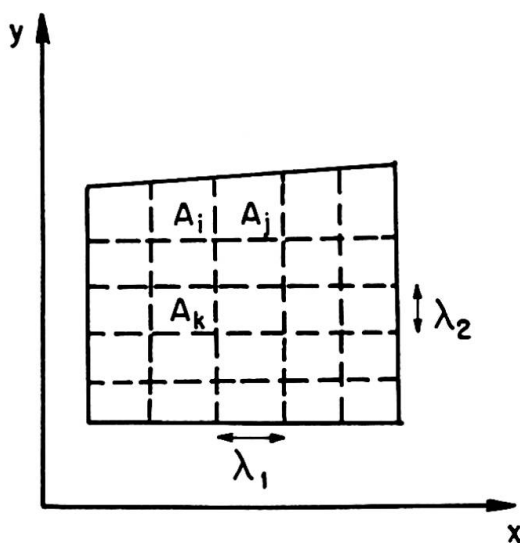


Fig. 6.

La résolution de ce grillage de poutres nous donne la flèche en chaque nœud et en conséquence les sollicitations dans la dalle. L'approximation est d'autant meilleure que le grillage est plus serré. Néanmoins, on est limité par le nombre maximum de nœuds admissible par le programme.

En résumé, faute d'avoir une solution analytique exacte d'une dalle orthotrope de forme quelconque, la méthode de résolution précitée et le programme établi nous permettent d'avoir une solution approchée mais suffisante dans la pratique.

### Notations

|                     |                                                                                                        |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\vec{M}_{ij}$      | moment exercé par le nœud $A_i$ sur l'élément $A_i A_j$ .                                              |
| $m_{ij}$            | moment d'encastrement parfait en $A_i$ de l'élément $A_i A_j$ .                                        |
| $\vec{M}_j(P_{ij})$ | moment des charges extérieures $P_{ij}$ appliquées sur l'élément $A_i A_j$ par rapport au nœud $A_j$ . |
| $\vec{C}_i$         | couple extérieur appliqué au nœud $A_i$ .                                                              |

|                  |                                                                                          |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| $F_i$            | force verticale appliquée au nœud $A_i$ .                                                |
| $A_{ij}$         | coefficient de rigidité à la flexion.                                                    |
| $B_{ij}$         | coefficient de répercussion.                                                             |
| $K_{ij}$         | coefficient de rigidité à la torsion.                                                    |
| $K_i$            | coefficient de raideur de l'appui élastique en $A_i$ .                                   |
| $\vec{\theta}_i$ | rotation du nœud $A_i$ .                                                                 |
| $\Delta_i$       | flèche en $A_i$ .                                                                        |
| $G$              | matrice carrée de rigidité de la structure.                                              |
| $D$              | vecteur colonne des déformations de la structure.                                        |
| $S$              | vecteur colonne représentant les sollicitations extérieures appliquées sur la structure. |

### Bibliographie

1. ABSI: «Contribution à l'étude des systèmes hyperstatiques de haut degré.» Cahiers de la Recherche n° 15.
2. ABSI: «Effets des efforts tranchants et normaux — Stabilité au flambage.» Annales de l'I.T.B.T.P. n° Mai 1964.
3. TIMOSHENKO et WOJNOWSKY-KRIEGER: «Théorie des plaques et coques.» Edition 1961.

### Résumé

On donne une méthode générale de résolution des systèmes formés de poutres croisées. Différents types d'ouvrages peuvent être rattachés à ce genre de structures. Sur la base de cette méthode, un programme de calcul sur machines électroniques a été établi.

### Zusammenfassung

Die allgemeine Lösung des Trägerrostproblems mit Deformationsmethode wird in der Form dargestellt, wie sie als Grundlage für die Programmierung diene. Verschiedene statische Systeme können auf einen Trägerrost zurückgeführt und mit dem vorliegenden Programm berechnet werden.

### Summary

A general method for the solution of systems formed of interconnected beams is described. Various types of structure can be linked up with this kind of construction. On the basis of this method, a programme for calculation by means of electronic computers has been established.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide

## Ia 2

### Coques prismatiques

*Prismatische Faltwerke*

*Prismatic shells*

G. FONDER

Aspirant F.N.R.S. à l'Université de Liège, Belgique

### Introduction

Un peu partout dans le monde, des méthodes de calcul des toits plissés sont mises au point, des règlements sont édités, des coques prismatiques sont construites. Notre but, en étudiant le sujet, a été de trouver et de développer une méthode suffisamment simple et systématique pour qu'elle puisse être programmée aisément, suffisamment précise et générale pour qu'elle puisse être appliquée avec succès à différentes formes de toitures.

L'examen de la littérature existante [1, 2] nous a conduit à choisir et à programmer la méthode des rotations de YITZHAKI [3, 4].

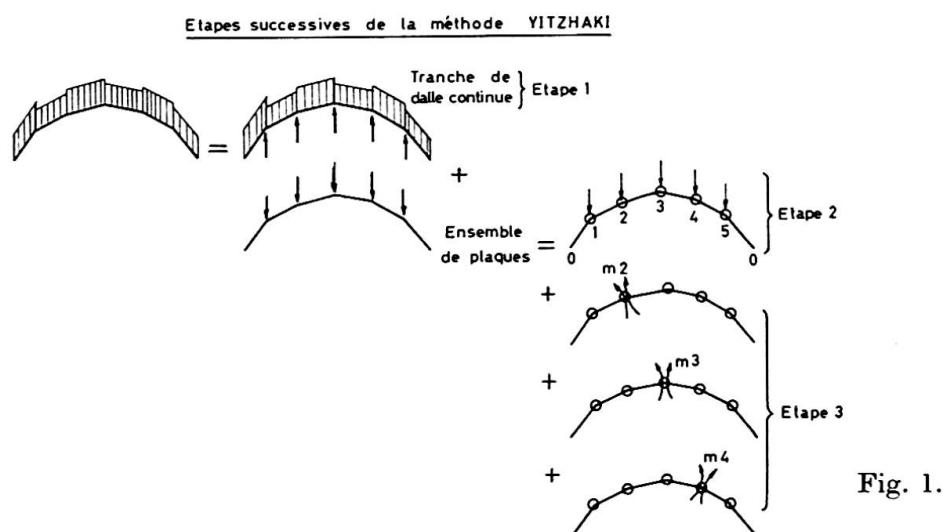
### Hypothèses

Les hypothèses, d'ailleurs communes à la plupart des méthodes sont les suivantes:

- le matériau est homogène et élastique linéaire.
- les déformations sont suffisamment faibles pour ne pas affecter le mode d'action des charges.
- aux arêtes, la monolithisation des plaques voisines est suffisante pour qu'on puisse supposer qu'elles forment une dalle continue.
- les diaphragmes terminaux sont infiniment rigides dans leur plan et parfaitement flexibles perpendiculairement à leur plan.
- pour chaque plaque, on peut appliquer dans le sens longitudinal la théorie de la flexion des poutres et négliger la rigidité torsionnelle.
- on néglige l'influence des efforts tranchants sur les déformations (longitudinales et transversales).

## Principe de la méthode

1. Première étape de calcul: on étudie une bande transversale de longueur unitaire comme dalle continue sur appuis fixes soumise aux charges extérieures; pour la facilité des calculs, celles-ci sont décomposées en charges normales et tangentiels aux plaques (Fig. 1). L'étude de ce système ne présente aucune difficulté et se fait par la méthode de Cross. On obtient ainsi des moments transversaux valables dans n'importe quelle bande transversale si les charges sont uniformément réparties sur la longueur, ce qui est le cas le plus courant.



Transversalement, c'est le rôle de l'«effet dalle» de transmettre les charges extérieures aux arêtes; longitudinalement, cela va être le rôle de l'«effet plaque» de transmettre les charges des arêtes aux diaphragmes terminaux. D'où, la seconde étape: on étudie le système de plaques chargées aux arêtes des réactions des dalles.

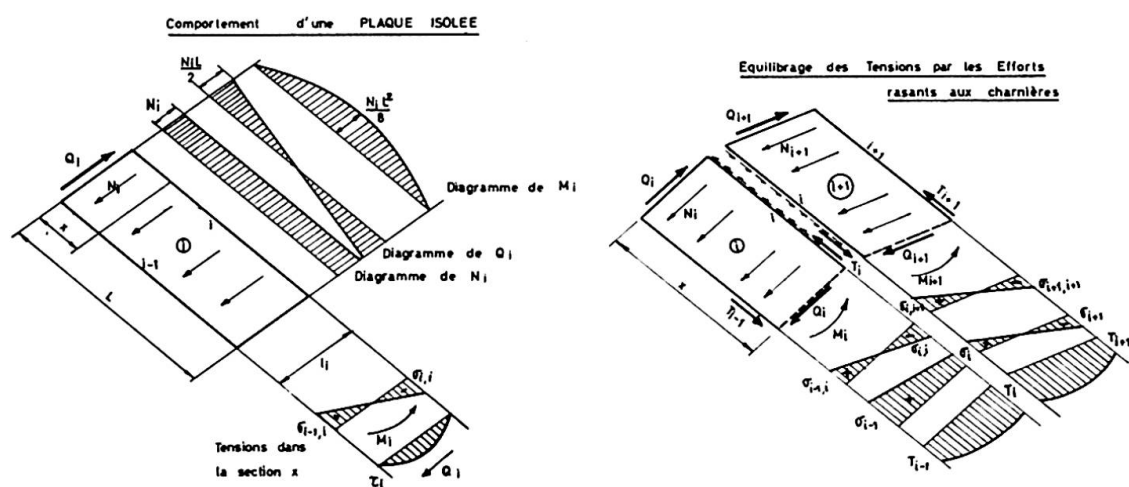


Fig. 2.



Mais ce système est intérieurement hyperstatique. On commence par le rendre isostatique en plaçant des charnières le long des arêtes.

2. Alors, on décompose les charges aux arêtes dans le plan des plaques et on étudie celles-ci comme poutres biappuyées isolées (Fig. 2). On obtient ainsi des efforts tranchants  $Q$  et des tensions de cisaillement  $\tau$  répartis longitudinalement suivant un diagramme linéaire, des moments  $M$  et des tensions  $\sigma$  répartis longitudinalement suivant un diagramme parabolique.

Comme les plaques sont étudiées isolément, les tensions  $\sigma$  à l'arête commune ne sont généralement pas égales et, pour rétablir la compatibilité des tensions, il faut ajouter le long de chaque arête des efforts rasants. La détermination de ceux-ci se fait, en principe, par la résolution d'un système d'équations linéaires; en pratique, on a pu développer pour l'équilibrage des tensions, l'équivalent de la méthode de CROSS: le déséquilibre en une arête est partagé aux prorata des sections des plaques qui y aboutissent puis les tensions partagées sont transmises aux autres bords des plaques avec le coefficient  $(-\frac{1}{2})$ .

Connaissant la répartition des tensions dans chaque plaque, on peut déterminer sa flèche dans son plan; puis, à partir d'un Williot, la position déformée des plaques et les déplacements  $w$  des arêtes. Enfin, des relations géométriques simples donnent la rotation relative  $(\theta'_{i,i} + \theta'_{i,i+1})$  aux arêtes (Fig. 3), puisque, il faut se le rappeler, on a disposé des charnières le long des arêtes.

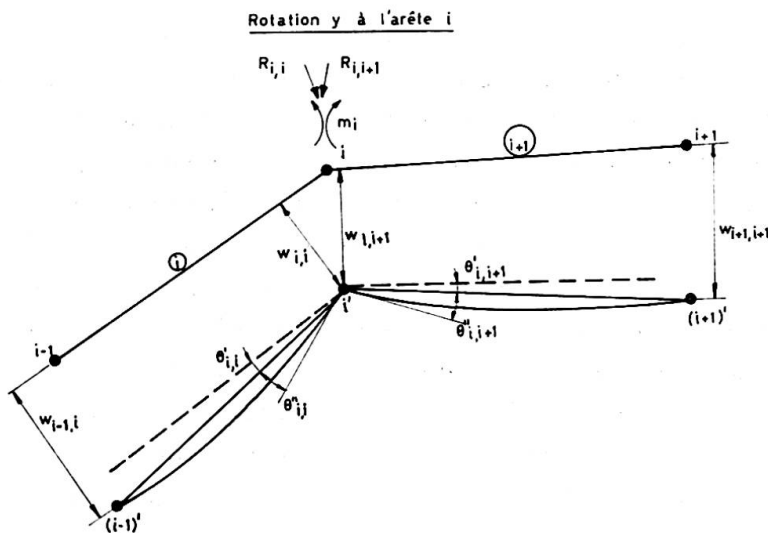


Fig. 3.

3. Aux coupures ainsi faites, on doit appliquer successivement des paires de moments  $m_2, m_3, m_4$  (Fig. 1). Il faut remarquer que l'apparition de ces moments est liée à la déformation longitudinale du système. Donc ces moments ne sont pas constants sur la longueur de la coque; ils varient comme l'amplitude de la déformée. Si, pour courbe de déformée et courbe de moments, on utilise une onde de sinusoïde, l'approximation est excellente.

Pour chacune de ces sollicitations, on recommence le calcul des réactions aux arêtes, la décomposition des réactions dans le plan des plaques, le calcul

des tensions dans les plaques, non équilibrées puis équilibrées, le calcul des déformations et, finalement des rotations relatives  $(\theta''_{i,i} + \theta''_{i,i+1})$  aux arêtes (Fig. 3).

Il faut remarquer qu'on n'applique pas de moments aux avant-dernières arêtes; puisqu'elles ne présentent pas de rigidité torsionnelle, les plaques extrêmes ne pourraient résister à de tels moments.

La détermination des inconnues hyperstatiques, à savoir la valeur réelle des moments  $m_2, m_3, m_4$ , se fait en exprimant la monolithisation aux arêtes, c'est-à-dire que la somme des rotations relatives sous les charges extérieures et sous les paires de moments doit être nulle le long des arêtes où on avait introduit des charnières.

Compte tenu de la grandeur des inconnues hyperstatiques trouvées, on superpose les résultats des étapes (1) (2) et des multiples étapes (3) pour trouver les résultats finaux. Ceux-ci comprennent les moments transversaux, les tensions longitudinales de flexion et de cisaillement et les déplacements des arêtes en différents points de la longueur et de la largeur de la coque.

### Applications

L'avantage de la méthode adoptée est qu'elle se prête à un grand nombre de variantes.

Nous n'avons jusqu'à présent envisagé que des charges uniformes. Des charges réparties de façon quelconque dans le sens transversal ne présentent pas de difficulté spéciale. Seul le Cross de la dalle continue s'en trouve modifié. Si elles sont réparties dissymétriquement dans le sens longitudinal, il faut les développer en série de sinus et traiter successivement chacun des termes.

Dans le sens longitudinal, le cas d'une coque biappuyée n'est pas le seul que nous puissions traiter. Pour traiter des coques appuyées-encastées, biencastrées ou consoles, il faut seulement modifier la courbe imposée pour la déformée et les moments. Au lieu d'ondes sinusoïdes, on fait appel à des «fonctions propres» tirées de l'étude des vibrations des poutres et où interviennent des termes trigonométriques et hyperboliques.

Dans le sens transversal, les bords extrêmes sont souvent libres, mais ils peuvent aussi présenter une rigidité torsionnelle, s'appuyer sur un mur ou être considérés comme encastres s'il s'agit des bords d'un élément courant dans une toiture comportant de nombreuses ondes. Le cas où trois éléments se recoupent en un nœud peut être envisagé. La plupart de ces variantes se traitent en ajoutant, au-delà des bords extrêmes, une ou deux plaques de poids nul mais de rigidité flexionnelle non négligeable et parfois même infinie.

La coque peut également être soulagée par des poteaux intermédiaires ou des tirants. Il suffit de remplacer ces renforts par des forces verticales ou horizontales inconnues qui constituent un cas supplémentaire de charge

hyperstatique. La valeur de ces forces se détermine en même temps que les moments hyperstatiques aux charnières par l'adjonction d'une condition supplémentaire sur les déplacements.

Enfin, la coque peut être précontrainte par des câbles rectilignes ou courbes. Une plaque précontrainte par un câble rectiligne tend à se raccourcir et agit sur ses voisines par l'intermédiaire d'efforts rasants. Une plaque avec un câble courbe, en plus de son action par efforts rasants, est chargée de forces de courbure qui peuvent être considérées comme des charges extérieures agissant dans le plan de la plaque.

Les principales de ces variantes sont illustrées par la figure 4.

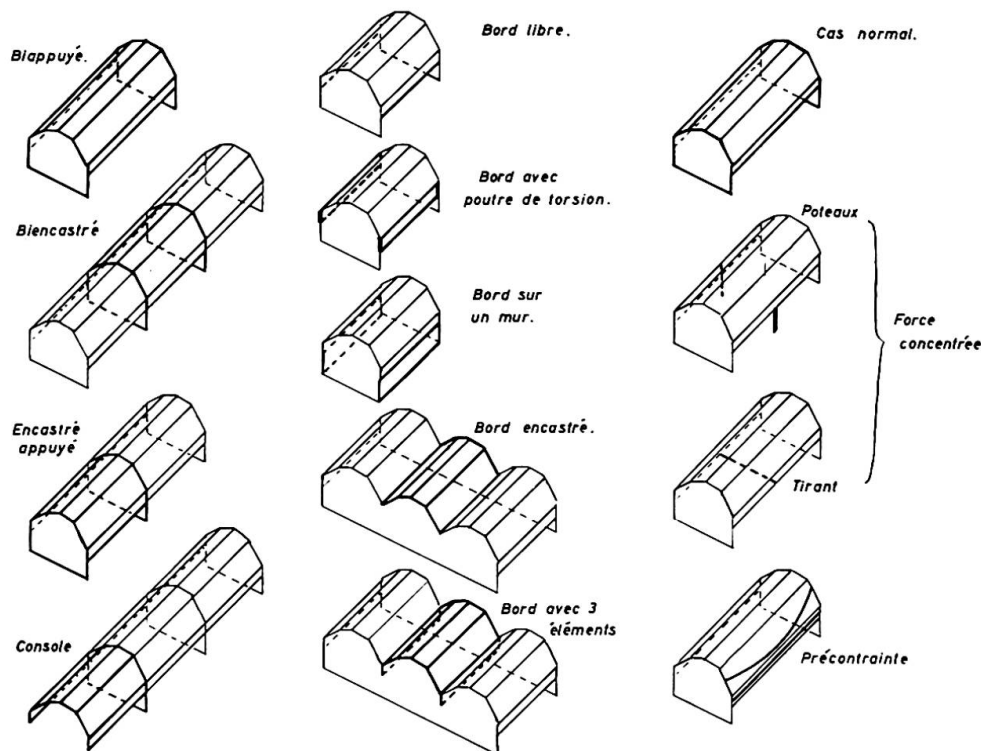


Fig. 4.

### Programmation

La méthode des rotations de YITZHAKI, légèrement adaptée, a été programmée pour l'ordinateur I.B.M. 7040 du Centre de Calcul de l'Université de Liège. L'organigramme relatif à un cas sans variante est donné à la fig. 5.

Nous introduisons les dimensions de la coque et les charges extérieures; cinq à dix minutes plus tard (suivant le nombre de plaques), l'ordinateur fournit les déplacements, les tensions normales et de cisaillement, tant longitudinaux que transversaux en dix points de la portée le long de chaque arête et au milieu des plaques.

Nous travaillons actuellement à mettre les dernières variantes au point.

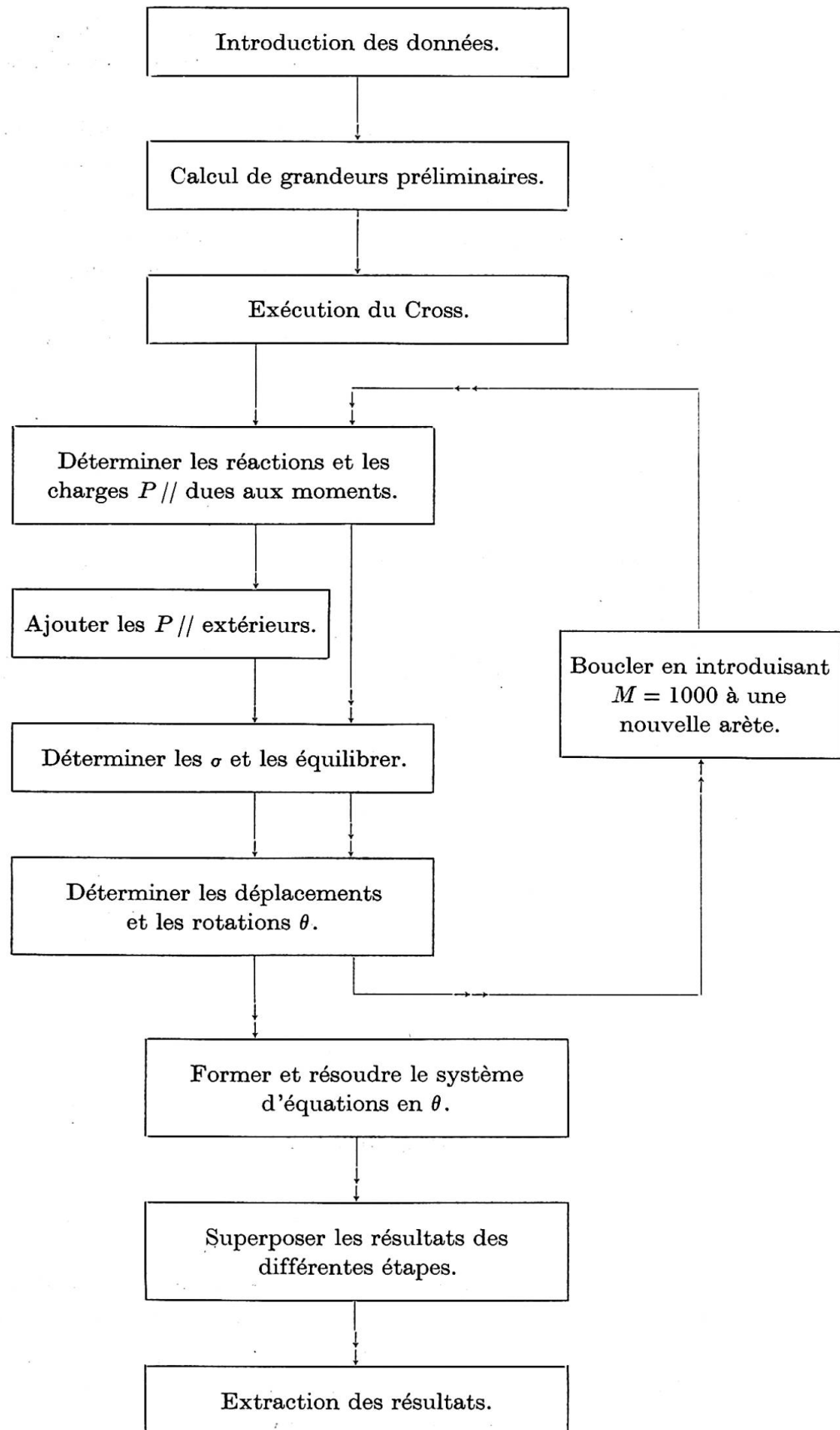


Fig. 5. Organigramme.

### Bibliographie

1. Committee on Folded Plate Construction: "Phase 1. Report on folded plate Construction". Journal of the Structural Division, A.S.C.E., Vol. 89, No. ST 6, Proc. paper 3741, December 1963, pp. 365—406.
2. ELIAHU TRAUM: "Design of Folded Plates". Journal of the Structural Division, A.S.C.E., Vol. 85, No. ST 8, Proc. Paper 2229, October 1959, pp. 103—123.
3. D. YITZHAKI and M. REISS: "Analysis of Folded Plates". Journal of the Structural Division, A.S.C.E., Vol. 88, No. ST 5, Paper 3303, October 1962, pp. 107—142.
4. D. YITZHAKI: "Prismatic and Cylindrical Shell Roofs". Haifa Science Publishers, Haifa, Israël, 1958.

### Résumé

L'auteur résume une méthode de calcul des coques prismatiques dérivée de celle mise au point par YITZHAKI. D'abord, on étudie une « dalle » transversale de toiture sous les charges extérieures; les résultantes obtenues sont appliquées aux « plaques » supposées articulées par des charnières le long de leurs arêtes; ensuite, des paires de moments hyperstatiques distribués en forme de « fonction propre » rétablissent la continuité des coupures longitudinales; finalement, on superpose les résultats de chaque étape de calcul.

Cette méthode se prête à de nombreuses variantes: coques continues, coques précontraintes, coques appuyées sur des murs ou des poteaux intermédiaires, etc. Elle a été programmée à l'Université de Liège.

### Zusammenfassung

Der Autor faßt eine Berechnungsmethode für prismatische Faltwerke zusammen, die von jener YITZHAKIS abgeleitet ist. Zuerst wird ein Streifen in Querrichtung unter äußeren Lasten betrachtet; die erhaltenen Stützkkräfte werden an den Scheiben des Grundsystems angebracht, welches aus dem Faltwerk durch Einführung von Scharnieren in den Kanten entsteht. Die überzähligen Momente sind in Form von Eigenfunktionen über die Schalengänge verteilt. Zum Schluß werden die Ergebnisse der verschiedenen Rechenstufen überlagert.

Diese Methode eignet sich für zahlreiche Fälle: durchlaufende Faltwerke, vorgespannte Faltwerke, Faltwerke mit Zwischenabstützungen auf Mauern oder Pfeilern usw. Sie ist an der Universität von Lüttich programmiert worden.

### Summary

The author summarises a method for the design of prismatic shells derived from that developed by YITZHAKI. A transverse roof «slab» is first of all

analysed under the external loads: the resultants obtained are applied to «plates» assumed to be articulated by hinges along their arrises; thereafter, pairs of hyperstatic moments distributed in the form of a «proper function» (Eigenfunktion) re-establish the continuity of the longitudinal cuts; finally, the results of each stage in the calculation are superimposed.

This method lends itself to a large number of variants: continuous shells, prestressed shells, shells supported on walls or intermediate columns, etc. It has been programmed at the University of Liège.



## Supplement - Complément - Ergänzung

### A Generalised Method of Analysis of Elastic Plane Frames<sup>1)</sup>

*Une méthode généralisée d'étude des charpentes élastiques planes*

*Verallgemeinerte Berechnung ebener, elastischer Stabwerke*

W. MERCHANT

D. M. BROTTON

Department of Structural Engineering, Manchester College of Science and Technology

It is important to note that the type of calculations described in the main paper can only be done by the use of a digital computer, i. e. that such a detailed description of the behaviour of a truss has not previously been obtained by any more formal type of mathematical analysis. Such an investigation differs from the process of using computers to speed up calculations which could otherwise be done by formal methods. The calculations are expensive to do and must be justified by studying whether or not the better physical picture obtained is worth the effort. Further information from the use of the program is therefore presented in this discussion.

Fig. 6 is similar to Fig. 5 but the computations are carried out for increased values of the load parameter. It is to be noted that the load in the compression member 5—3 remains substantially constant above  $W = 12$  tons approximately, further increase of shear in the panel is carried by the tension web member 2—6. Similarly in the next panel the load in member 4—2 remains substantially constant above  $W = 15$  tons, the additional shear being carried by member 1—5.

Fig. 7 presents load-rotation curves for the various joints as obtained by two types of analysis:

- (a) Stability only,
- (b) Stability bowing.

For the first type of analysis the distribution of axial loads in the members is based on the axial stiffness of the members when the effect of bowing is ignored. At low values of the load parameter the two types of analysis give substantially the same results but as the load parameter increases the beneficial effect of the transfer of axial loads due to bowing in reducing rotations can be clearly seen.

---

<sup>1)</sup> See "Preliminary Publication" — voir «Publication Préliminaire» — siehe «Vorbericht», Ia 5, p. 87.

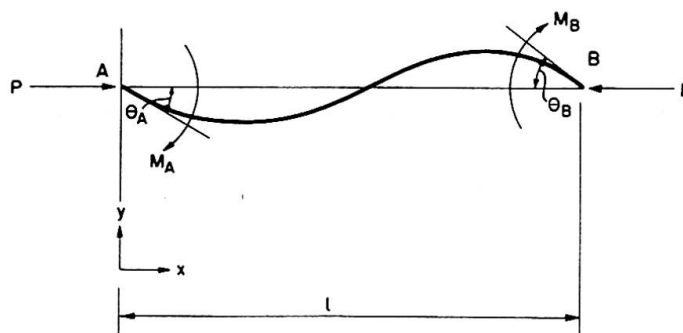


Fig. 1.

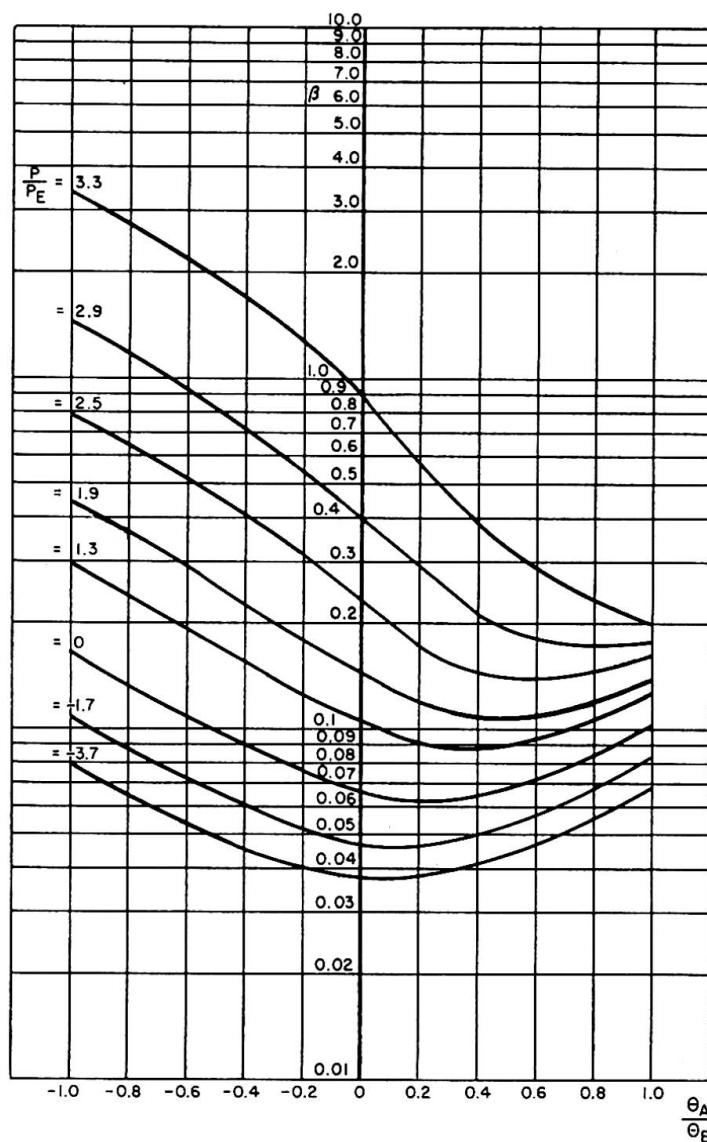


Fig. 2.

Fig. 8 presents the same information as Fig. 7 but in a different form. The Southwell plot method of estimating the critical loads of structures is well known [1]. For the Southwell method a plot is made of  $\Delta/W$  against  $\Delta$  where  $\Delta$  is a typical deflection and over the region in which the component of the deflected shape of the structure in the first buckling mode predominates a straight line is obtained whose inverse slope is the critical load. For the same

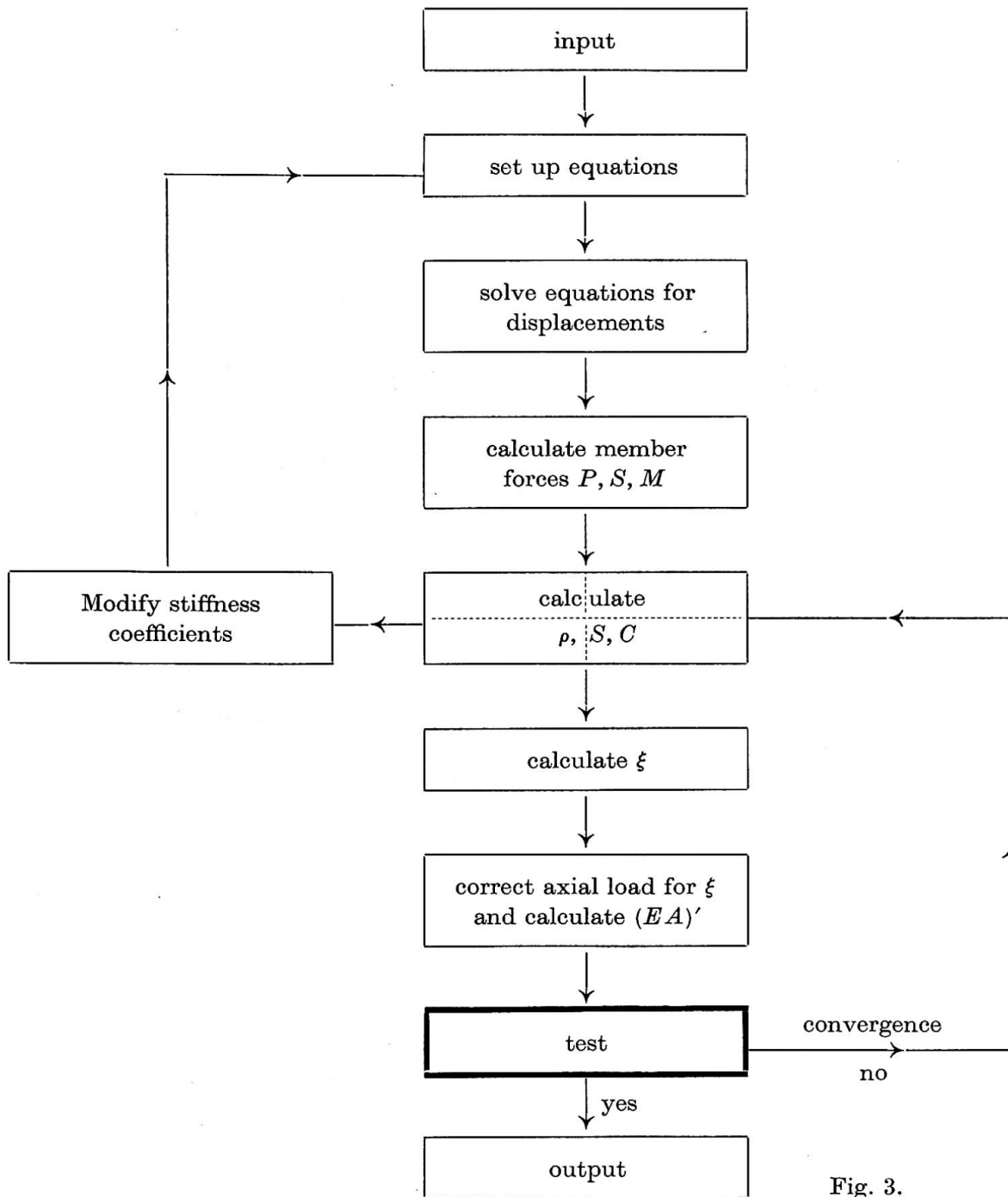


Fig. 3.

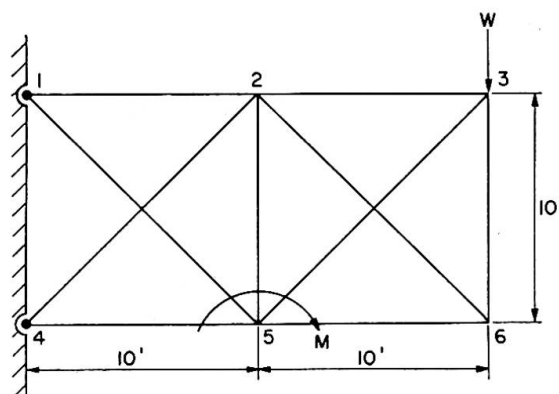


Fig. 4.

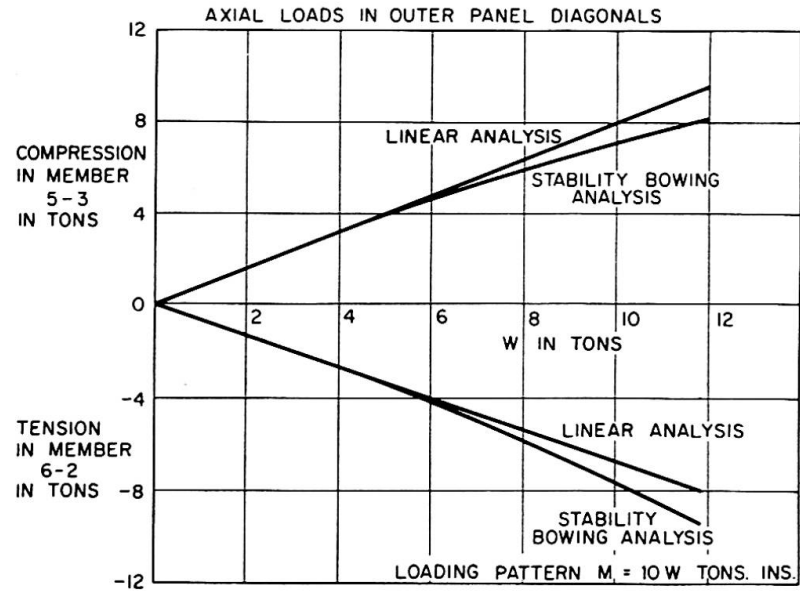


Fig. 5.

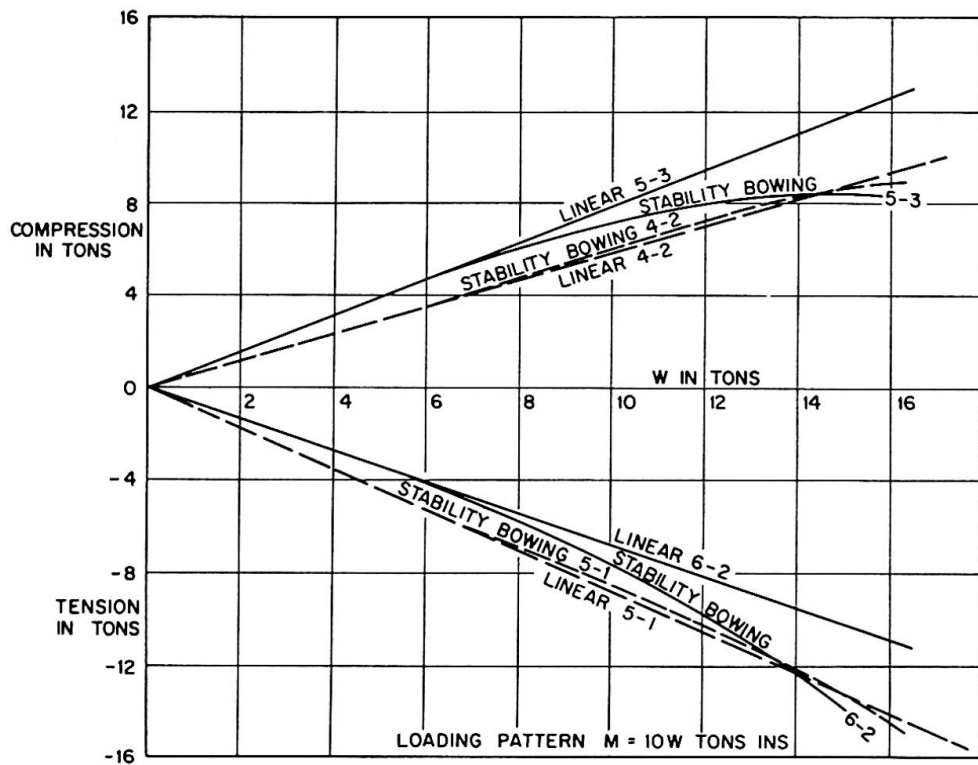


Fig. 6. Axial Loads in Panel Diagonals.

conditions for which the Southwell plot holds a linear plot of  $\Delta/W$  against  $W$  also holds intercepting the load axis at the critical load. This plot is termed the inverse Southwell plot [2] and Fig. 8 shows such curves as determined by the computer. It is to be noted that for the stability analysis only joints 2 and 3 would give a reasonable Southwell plot indicating the critical load over a useful range of the load parameter. In other words the deflected shape of the truss due to secondary stresses does not contain a large component of

the first buckling mode. Even where the Southwell plot is not applicable the buckling load is still given by  $W/\Delta = 0$  and the beneficial effect of bowing in postponing buckling is clearly seen from Fig. 8.

The relevance of the redistribution of axial loads depends on at what stage in the growth of the joint rotations interaction with plasticity occurs. Further work is required on this aspect. The information presented in the original paper and this discussion includes a rather large moment applied at joint 5. This was chosen to assist in the convergence of the calculations. Convergence

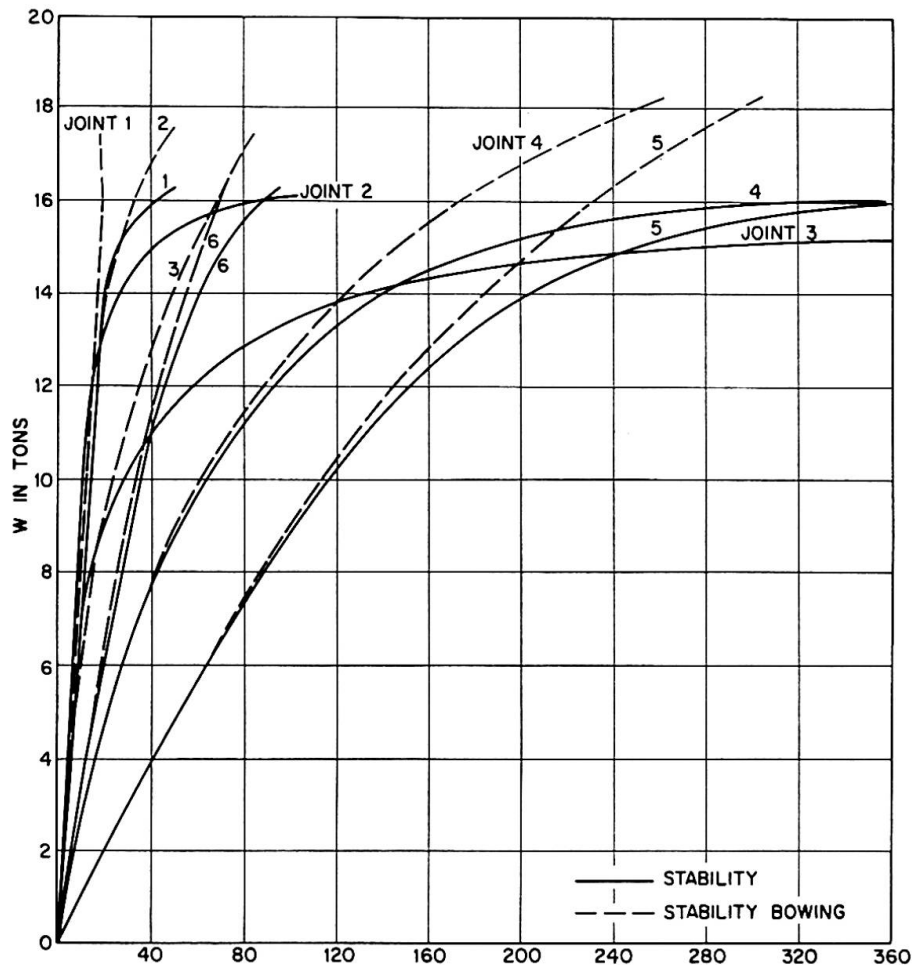


Fig. 7. Joint Rotations in Mins.

has not yet been obtained for the case of no moment at joint 5 and the effect of initial imperfections has also still to be considered. It is submitted that the physical insight obtained by being able to follow the load shedding from compression web members to tension web members numerically justifies the use of digital computers in such investigations.

For the further computation covered by this discussion we are indebted to Mr. M. A. MILLAR, Experimental Officer in the Department of Structural Engineering.

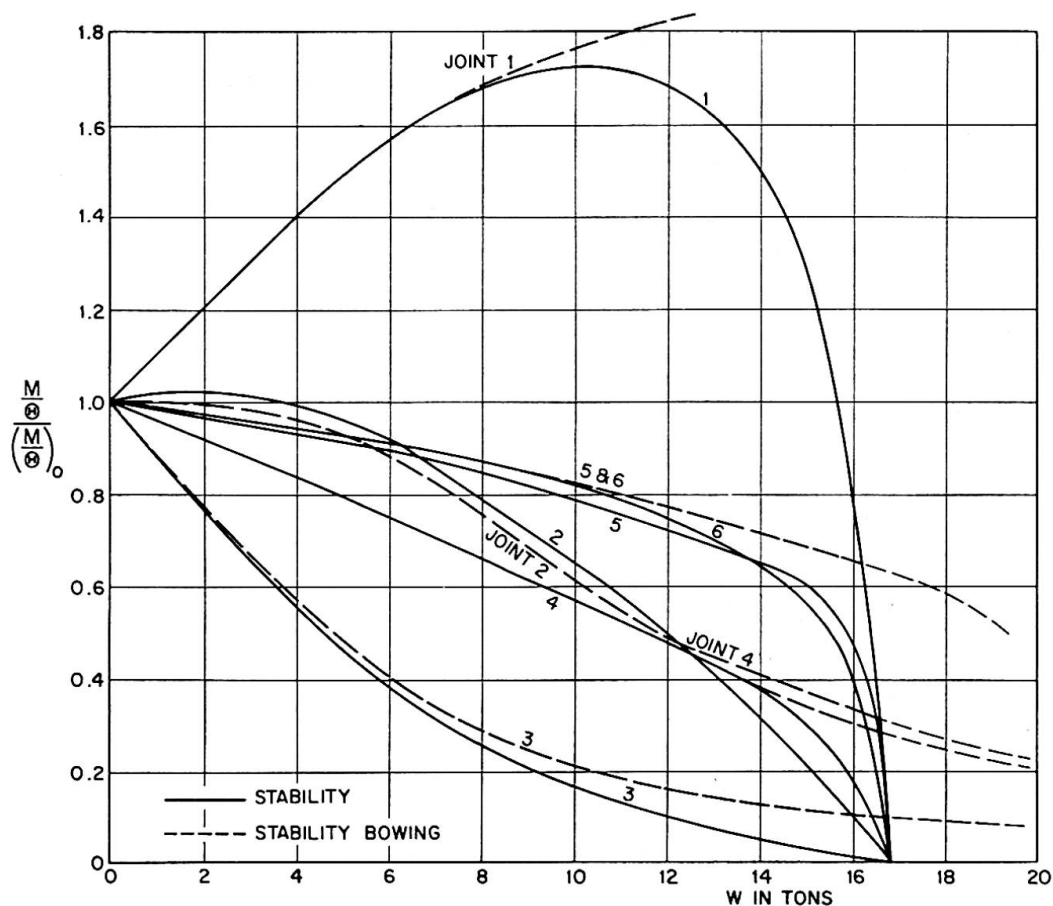


Fig. 8.

### References

1. R. V. SOUTHWELL: "Theory of Elasticity". Oxford University Press, 1941.
2. M. R. HORNE and W. MERCHANT: "Stability of Frames". Pergamon Press. To be published 1965.

### Summary

This discussion presents further information on the non-linear behaviour of the truss which was described in the main paper. The analysis is extended to the point where the additional shear due to the increase in load is carried entirely by the tension diagonals. Curves of joint rotations and inverse Southwell plots illustrate the beneficial effect of bowing in postponing buckling.

### Résumé

Cet exposé fournit quelques renseignements supplémentaires sur le comportement non-linéaire de la ferme décrite dans la première étude. L'analyse



s'étend jusqu'au point où l'effort tranchant supplémentaire dû à l'accroissement de la charge est supporté entièrement par les diagonales tendues. Des graphiques donnant les rotations aux nœuds ainsi que les tracés réciproques de Southwell servent à illustrer l'effet favorable qu'exercent sur le flambement les variations de longueur dues à la courbure.

### **Zusammenfassung**

Dieser Beitrag enthält weitere Angaben zum nichtlinearen Verhalten des im Hauptteil der Arbeit behandelten Fachwerkes. Die Untersuchung erstreckt sich auf den Punkt, wo die infolge der Vergrößerung der Last zusätzlich auftretende Querkraft von den Zugdiagonalen allein aufgenommen wird.

Die Darstellung der Knotendrehwinkel im Verhältnis zur Lastzunahme sowie die reziproken Southwell-Diagramme veranschaulichen den günstigen Einfluß der Stabverkürzung infolge der Ausbiegung auf die Verzögerung des Ausknickens.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide

## The Aid of Models in the Analysis of the Behavior of Structures Within and Beyond the Elastic Range

*La contribution des modèles à l'étude du comportement des ouvrages au-delà et en deçà de la limite élastique*

*Modellversuche für die Untersuchung des Verhaltens von Bauwerken inner- und außerhalb des elastischen Bereiches*

GUIDO OBERTI

Prof., Politecnico di Torino

1. The possibility of investigating on scale models the behavior of structures both within and beyond the elastic range has been long proved by the writer analytically and experimentally on a great number of structures. These were, in particular, plain or reinforced concrete structures, for whose design the writer was directly responsible alone or in association with others.

A model is a highly valuable element, and its importance is now universally acknowledged for analyzing structural behavior under elastic conditions in order to obtain the magnitudes of the strains, and hence of the stresses, likely to originate in the full-scale structure under working load. These results are valuable for many reasons. First, they make it possible to compare the values determined experimentally with those obtained by using the conventional calculation methods which, as is known, are impaired by a number of limitations, assumptions and simplifications unnecessary in a model. Second, when the model is used as a clever calculating machine, it can provide the numerical solution of three-dimensional elasticity problems which cannot be solved analytically both because of their extreme complexity (only partly reduced by the use of electronic computers) and, even worse, because of the difficulty encountered in introducing in the theoretical considerations sufficiently accurate boundary conditions.

But, even if the investigation should basically remain within the elastic range, its extension beyond that range, though less rigorous than the former and, under certain aspects, complementary to it, is still always an invaluable source of precious information and training for the engineer who is charged with the high responsibility of designing and erecting the structure.

In fact, this investigation may lead to determine and to locate the weak and less efficient points of the structure. It may also furnish (or at least confirm) the order of magnitude of the factor of safety and thus provide the designer and the commissioning party with an assurance that is final and conclusive or complementary, depending on the individual point of view.

2. In the ambit of structural problems, the following classification for models may be made:

- a) according to the type of problem:
  - 1. static models,
  - 2. dynamic models;
- b) according to the extent of the expected results:
  - 1. elastic models (i. e., valid in the elastic range only),
  - 2. global models (indicating the structural performance also under unelastic conditions up to failure).

The present-day trends of modelling engineering, with respect to the research and experimentation carried out by the writer (especially at ISMES, the Experimental Institute for Models and Structures, Bergamo, Italy), may be summarized as follows:

- The interest in modelling is increasingly being shifted to global models, along with the general tendency to have all designed structures calculated to the breaking point.
- As to elastic models, their use is steadily growing as very rough research instruments for investigating problems wherein the elastic behavior supplies, by interpolation, adequate information regarding also the unelastic performance. Of the recent uses in this branch of research we shall mention in particular the investigation of slabs and bridge decks by the Moiré method.
- The materials for elastic and global models are undergoing constant improvement in relation to the problems being investigated, so as to have them adjusted in the best possible way to the aims pursued.

For elastic models, ISMES has recently succeeded in using epoxilic resins mixed with various materials. This permits to obtain a wide range of elastic moduli, in accordance with the requirements of each individual case, and stress-strain relations that are proportional also when the stresses are high.
- There is an increasing interest on the part of the customers, especially for large hydroelectric schemes, to investigate the equilibrium of vast valley systems affected by the schemes and whose original conditions may somehow be modified by the presence of the hydro plants.

At ISMES there have lately thus been studied on models equilibrium problems of dam and abutment mountain systems, whose geomechanical characteristics have conveniently been schematized on the basis of geognostic investigations.
- With respect to the foregoing paragraph it may be pointed out that, as an aid to studies on models, are increasingly used and recommended in-situ and laboratory investigations of the geomechanical and geotechnical features of the materials.

— Similarly, there is a growing interest in tests dealing with thermal stresses in structures, with particular regard to dams as a consequence of impounding and drawing down the reservoir water in hydroelectric plants. The same is true also with respect to problems relating to the statics of reinforced, prestressed or not, concrete containers for nuclear reactors.

### Summary

The writer first recalls the importance of scale models in analyzing the static and dynamic behavior of structures stressed also beyond the elastic range. He then uses the investigations carried out under his supervision, especially at ISMES, Bergamo, to present a classification of the research possibilities now available.

### Résumé

On rappelle tout d'abord le rôle important des maquettes dans l'étude du comportement statique et dynamique des constructions sollicitées aussi au-delà du domaine élastique. L'auteur se réfère ensuite aux recherches qu'il a conduites, notamment à l'ISMES, à Bergame, pour présenter une classification des possibilités qui s'offrent maintenant à la recherche.

### Zusammenfassung

Es wird zuerst die große Bedeutung der Modellversuche zur Abklärung des statischen und dynamischen Verhaltens von Bauwerken inner- und außerhalb des elastischen Bereiches gezeigt. Anhand der Ergebnisse der Forschungen an der ISMES, Bergamo, welche unter seiner Leitung durchgeführt wurden, klassifiziert der Autor die heute zur Verfügung stehenden Forschungsmöglichkeiten.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide



**Dynamic Structural Studies on Models***Essais sur modèles dynamiques**Untersuchungen an dynamisch beanspruchten Modellen***J. FERRY BORGES**

Research Engineer, Head, Buildings and Bridges Department, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa

**1. Introduction**

Important improvements in dynamic structural studies have only recently been possible due to better understanding of the fundamental character of most of the dynamic loads. It is particularly so for wind and earthquake actions.

Machine vibrations may, in general, be well represented by sinusoidal varying forces. The same is not true for wind and earthquakes loads. Convenient information on the random character of these actions has been obtained only very recently [1] and [2].

Two types of randomness must be distinguished. The first refers to the probability of occurrence of an action with a given intensity. The second to the random character of the vibration itself, in the sense that, although with different power levels, random vibrations simultaneously include a large range of frequencies. In the following this last type of randomness is the only one considered.

Civil engineering studies on wind actions usually assimilate these actions to static forces, the wind velocity being supposed constant. Even in the problems of aeroelasticity, particularly those concerning the aerodynamic stability of suspension bridges and stacks, the real turbulent character of wind is, generally, not considered.

Most of the modern earthquake engineering studies suppose the random character of seismic vibrations, defining this through mean velocity spectra. This representation, very convenient for the study of the behaviour of one-degree of freedom linear oscillators, can only be generalized to systems of several degrees of freedom through simplifying hypotheses and is not applicable for non-linear behaviour.

Recent studies showed that earthquakes can be well represented by a random vibration of constant spectral density of acceleration in the range 0 to 5 Hz, and zero density beyond this range. For reference, the spectral density may be taken equal to  $675 \text{ cm}^2\text{s}^{-4}\text{Hz}^{-1}$  which corresponds to the

recorded N-S component El-Centro, 1940, earthquake. Duration is generally taken equal to 30 s.

A more accurate representation of an earthquake could be obtained by assuming that the spectral density of acceleration changes in function of the frequency according to a law analogous to that of a simple oscillator transfer function. The data so far available, based on recorded earthquakes, is not yet sufficient to justify this refinement.

## 2. Studies in the Linear Range

The matrix formulation of dynamical problems allows the analytical study even of involved structures. Numerical solutions can be easily obtained with modern electronic computers.

For determining the vibration modes, the knowledge of the stiffness and mass matrices is sufficient. The analytical determination of the stiffness matrix is sometimes involved and can be substituted by an experimental determination based on model tests. Model tests may also be very useful for a check of the simplifying assumptions to be considered in the analytical methods.

If complete information on the dynamic behaviour is needed, damping can not be disregarded. In this case dynamical tests on models may give convenient information but it is necessary to use models built of the same materials as the prototype. Even so, as the influence of scale in the damping factors is not yet well known, it is necessary to judge the results taking in consideration the values of the damping factors determined in dynamic tests of real structures of the same type. The problem is particularly involved because damping may increase with the vibration amplitudes and, in general, it is only possible to study the behaviour of real structures for vibrations of very small amplitude.

Theoretically, if the structure behaves linearly, it is possible to derive the behaviour under the action of random vibrations by studying the behaviour for sinusoidal vibrations. The simplest way would be to experimentally determine the transfer functions of the magnitudes to be determined. By multiplying the spectral densities of acceleration by the corresponding values of the square of the transfer function, the spectral density of the response of the structure is computed. Integrating this response for the range of frequencies considered, the mean square value of the interesting quantities (displacements, strains, stresses) is then obtained. Finally, if maximum values (mean maximum values or extreme values with a given probability) are to be obtained, the root mean square values must be multiplied by suitable coefficients.

The method just described is, in practice, difficult to apply and, in general,

the results obtained are not sufficiently accurate. This is why a different testing technique has been adopted at the Laboratório Nacional de Engenharia Civil in Lisbon [3].

Models are directly submitted to random vibrations and the magnitudes of interest, such as displacements and strains are directly recorded. In the case of earthquake studies, the duration of the earthquake is also reduced to scale, several tests being performed for a level of acceleration. So, it is easy to determine for each test the maximum values of the magnitudes of interest, and to compute from several tests the mean of these maximum values. It has been shown that these mean maximum values are in general the magnitudes of interest for design purposes [4].

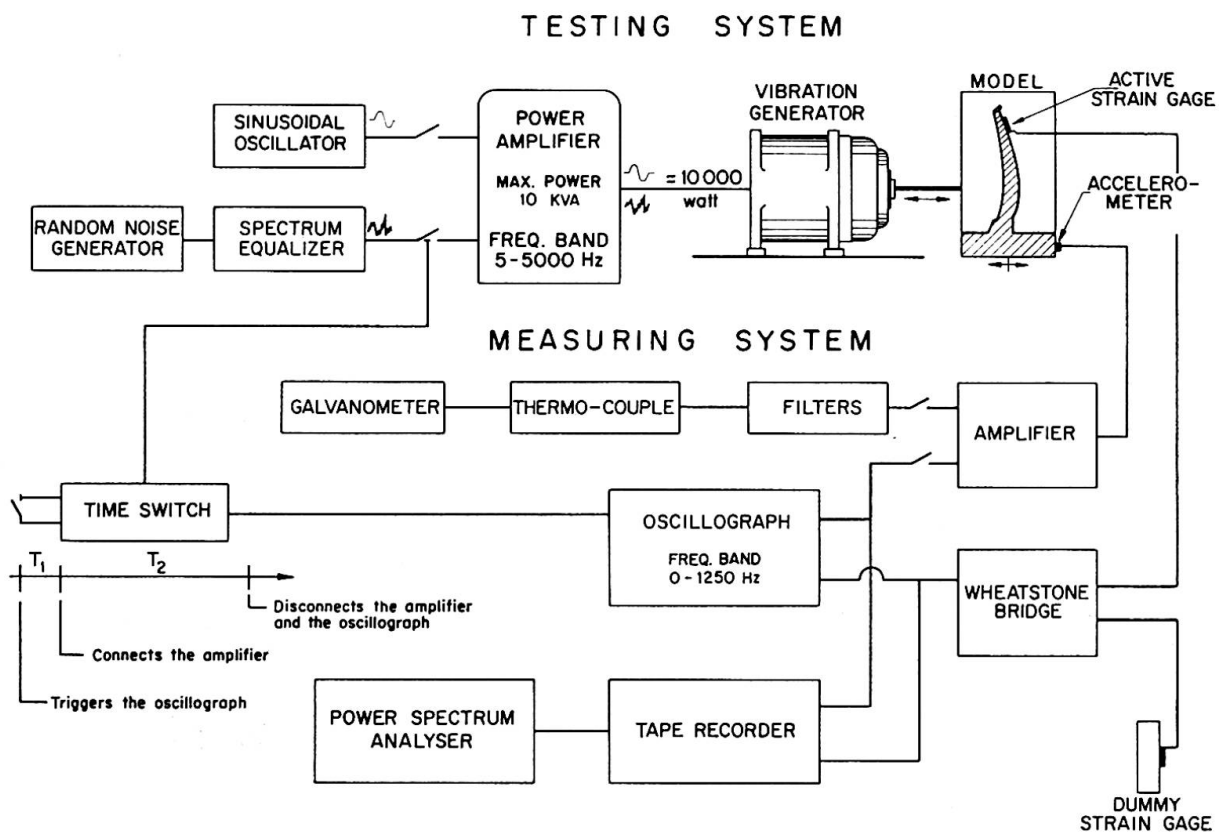


Fig. 1.

A diagram of the testing set-up used for this type of tests is presented in fig. 1. Both sinusoidal and random vibrations may be induced in the model by an electromagnetic vibrator and for the latter it is possible, by acting on a spectrum equalizer, to adjust the convenient values of the acceleration spectral density at the different frequency ranges. The quantities of interest such as acceleration, displacements and strains, can be directly recorded on paper (fig. 2) or in magnetic tape. Tape records are used in an electronic spectrum analyser to determine spectral density diagrams.

The testing of a buttress dam model is shown in fig. 3 and the testing of

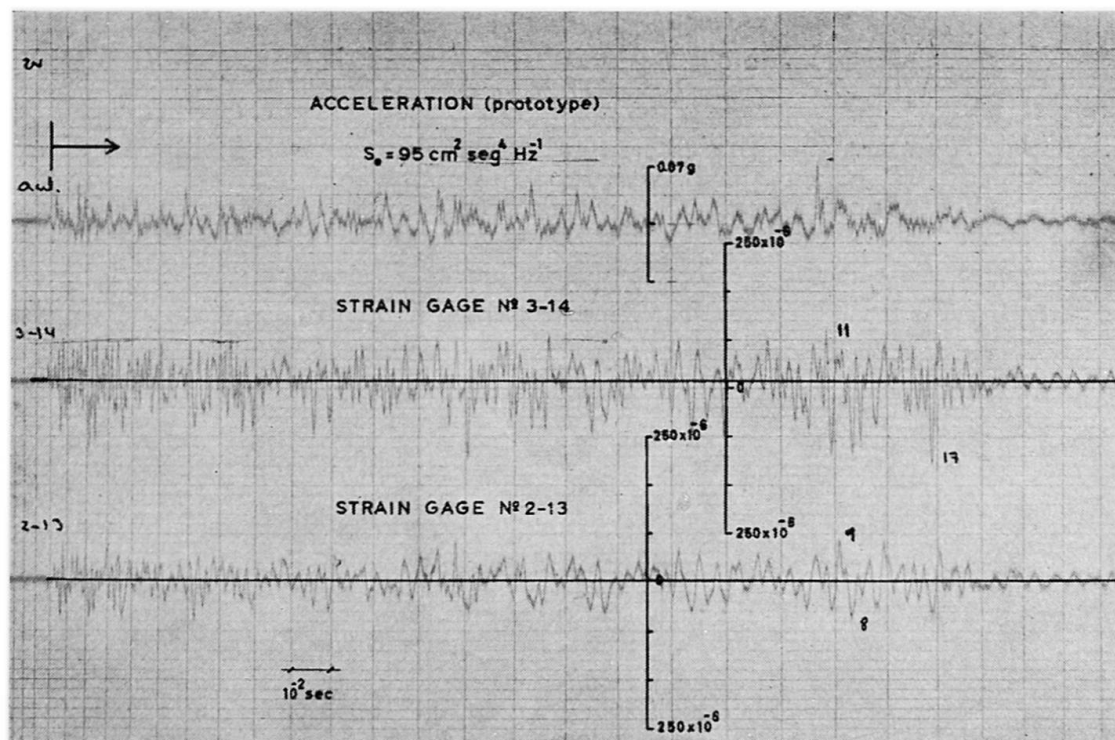


Fig. 2.

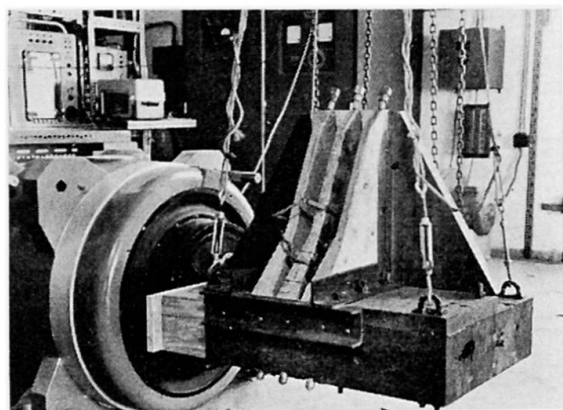


Fig. 3.

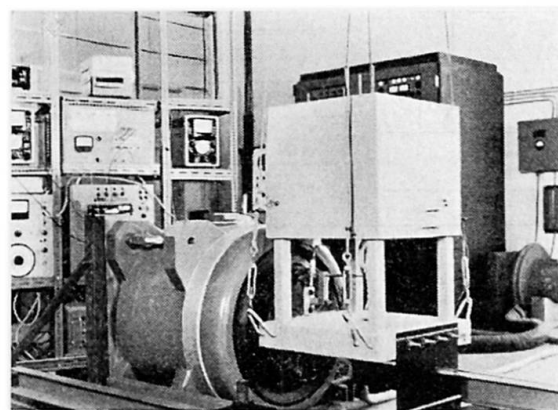


Fig. 4.

a reinforced concrete model that reproduces an usual type of building is presented in fig. 4.

### 3. Studies on the Non-Linear Range

The need to study structural behaviour in the non-linear range is well recognized. In fact if safety against rupture is to be judged, plastic deformations must be considered. This is particularly true for earthquake actions.

In fact, earthquake actions usually give rise to displacements exceeding those of elastic behaviour. By increasing the stiffness of the structure the

situation is not modified because, if the stiffness increases, seismic forces also increase.

The analytical study of non-linear behaviour, both elastic or hysteretical, is much more involved than in the linear case. At present only very simple problems can be dealt with.

Numerical methods based on finite differences are easy to program for the digital computer and may give valuable information. Results of similar type may be obtained in analogical computers, even in a more economical way. But it must be considered that these methods may only be used by introducing many simplifying hypotheses whose validity it is very difficult to judge.

Structural models are particularly useful for studies on the non-linear range. If the testing technique described above is used, it is sufficient to conveniently increase the spectral level of acceleration to follow the behaviour in the non-linear range, till rupture is attained.

Also in this case the most convenient materials to build the models are those of the prototype, this being the easiest way to maintain their rheological properties, but, it can not be forgotten that dynamic similitude imposes a change of frequency range from the prototype to the model, and this change may affect the interesting mechanical properties. This is a problem that deserves further study.

Also it may occur that, after a certain level of vibration, the behaviour of the structure be modified by incipient ruptures or cracks, the structure being, even so, able to sustain important horizontal forces.

In this case it is necessary to further analyse the behaviour taking in consideration that the initial deterioration may affect the similitude conditions. Gravity forces may then be of paramount importance as compared with elastic forces. Concrete dams are a good example of cases where problems of this type occur. Also for this purpose model tests may give very valuable information, difficult to obtain by other means.

#### 4. Conclusions

The main conclusions that can be derived concerning dynamic structural studies are the following:

- a) Improvement in dynamic structural studies must be based in the convenient representation of dynamic actions. Particularly, the random character of wind and earthquake actions must not be forgotten.
- b) The statical determination of the stiffness matrix by model tests may be of much help for the further analytical solution of vibration problems.
- c) Dynamical model tests in the elastic range may give complete information on structural behaviour, the determination of transfer functions being particularly recommended.



d) For judging the safety against rupture it is necessary to explore the dynamic behaviour in the non-linear range. In the case of brittle structures it may be necessary to study the behaviour after cracks have developed.

e) The testing technique described seems to be particularly convenient, since it directly allows the measurement of the magnitudes of interest.

### Bibliography

1. A. G. DAVENPORT: "The Application of Statistical Concepts to the Wind Loading of Structures". The Institution of Civil Engineers, Proceedings, vol. 19, August, 1961.
2. G. W. HOUSNER: "Characteristics of Strong-Motion Earthquakes". Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 37, 1947.
3. J. FERRY BORGES, J. PEREIRA, A. RAVARA and J. PEDRO: "Seismic Studies on Concrete Dam Models». Symposium on Concrete Dam Models, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, October, 1963.
4. J. FERRY BORGES: "Structural Behaviour and Safety Criteria". Preliminary Publication, Seventh Congress, International Association for Bridges and Structural Engineering, Rio de Janeiro, August, 1964.

### Summary

The usefulness of model tests for dealing with dynamic structural problems is discussed. Attention is called to the possibility they afford to study the dynamic behaviour both for sinusoidal and random vibrations, in the linear and non-linear ranges.

Special reference is made to the testing techniques adopted at the Lisbon research institute, LNEC.

### Résumé

L'auteur discute de l'utilité des essais sur modèles dans la résolution des problèmes dynamiques. Il rappelle que ces essais permettent d'étudier le comportement dynamique pour des vibrations aussi bien sinusoïdales qu'aléatoires, dans les domaines linéaire et non-linéaire.

On mentionne tout particulièrement les techniques d'essai employées au laboratoire de recherches de Lisbonne, LNEC.

### Zusammenfassung

Es wird über die Nützlichkeit von Modellversuchen bei der Behandlung dynamisch beanspruchter Tragwerke gesprochen. Besonders hervorgehoben wird die sich dabei bietende Möglichkeit, das dynamische Verhalten sowohl unter sinusförmigen als auch unter beliebigen Schwingungen im linearen und nicht linearen Bereich zu untersuchen.

Die verschiedenen vom Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC) in Lissabon angewendeten Prüfmethode werden besonders hervorgehoben.



## Ib3

### The Use of Model Tests in Bridge Analysis

*L'emploi d'essais sur modèles dans l'étude des ponts*

*Modellversuche im Brückenbau*

J. F. LOBO FIALHO

Civil Engineer, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisbon

#### 1. Introduction

The lack of a rigorous mathematical treatment of certain types of bridge structures very often compels designers to use model tests to understand their behaviour. Such is the case, for instance, of bridge decks formed by a rectangular, tee-beam or hollow slab, non-rectangular in plan, or with marked curvature in horizontal and vertical planes (fig. 1) and of all bridge solutions with an important three-dimensional behaviour.

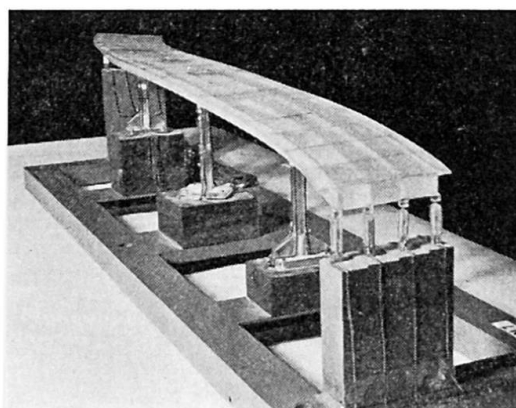


Fig. 1.

These difficulties are related in the papers of R. E. ROWE and BEST [1] and VOJTECH MICHÁLEK and VLADIMIR BKEZTNA [2] presented at the Congress under theme Ib.

In the present contribution the author summarizes his experience in model tests of bridges developed at the "Laboratório Nacional de Engenharia Civil" (Lisbon) illustrating it with some studies he had the opportunity to perform.

Some aspects connected with the above mentioned papers are discussed.

#### 2. Construction of the Model

##### 2.1. Scales

In order to minimize the construction of the model, structural studies for determination of the internal forces (i.e.  $M$ ,  $N$ ,  $T$ ) in some cross sections of

bridges are usually carried out on models as small as the dimensions of the measuring instruments available allow.

The scales of overall models range from  $1/50$  to  $1/500$ , being as a rule approximately  $1/100$  for bridges with a total span of about 100 m. Models are sometimes distorted with regard to the similitude of their cross section: The members of the model are constructed with the same proportions as those of the prototype with regard to the moment of inertia but the shape of the cross sections is simplified, the similitude of normal and shear forces being therefore changed.

Structural studies of details in which the field of stresses in certain zones has to be analysed are usually carried out with larger models (scales  $1/2$  to  $1/30$ ). In these models only the member or group of members to be studied are reproduced as is emphasized by G. K. JEWGRAFW and B. W. BOBRIKOW in their paper [3] presented at the Congress.

For these models boundary conditions are maintained as accurately as possible.

## 2.2. Materials

After attempts to use different materials, notably celluloid as employed by Prof. EDGAR CARDOSO in his elastic model studies [4], we have finally settled on acrylic resins for overall model studies. Other plastics, such as polyester resins and polyethylenes, were abandoned either because of difficulties with their mechanical characteristics or with the stability of measuring devices [6].

The acrylic plastics or methyl methacrylate resins are on sale under different trade-names such as "Perspex" (I.C.I.), "Plexiglas" (Röhm and Haas), "Lucite" (Dupont), etc. as sheets and profiles, 0.5 to 50 mm in thickness.

The average mechanical characteristics of acrylic plastics are as follows:

|                                  |                                         |
|----------------------------------|-----------------------------------------|
| Modulus of elasticity            | $30-40 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$     |
| Poisson's ratio                  | 0.38                                    |
| Ultimate tensile strength        | $300-500 \text{ kg/cm}^2$               |
| Coefficient of thermal expansion | $7-10 \times 10^{-5} / ^\circ \text{C}$ |

The stress-strain diagram is nearly a straight-line (fig. 2) and there are a time dependent moduli of elasticity. The loading-readings are carried out in a constant period of time ( $\sim 5$  seconds) for all measurements.

The pieces cut from acrylic resin sheets or profiles are glued together with a chloroform solution of the material itself. A satisfactory gluing requires perfectly smooth flat surfaces which can be obtained by machining with a milling-cutter or a shaper.

In models constructed to smaller scales for detail studies of concrete bridges micro-concrete is often used to reproduce the properties of prototype material as is also emphasized in paper [1].

### 2.3. Loading System

The structural problems posed by the action of permanent loads and live loads can be solved, as a rule, knowing the influence surfaces of the internal forces in some cross sections due to vertical loads on the deck. These influence surfaces are obtained in our models by applying concentrated loads to various points of a grid system drawn on the surface of the deck. The loads are applied by means of a hook fitted with a counterweight (fig. 3).

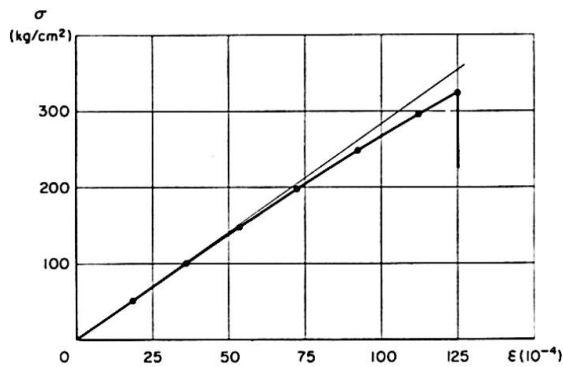


Fig. 2.

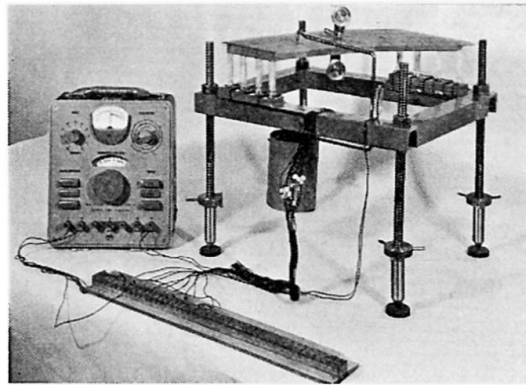


Fig. 3.



Fig. 4.

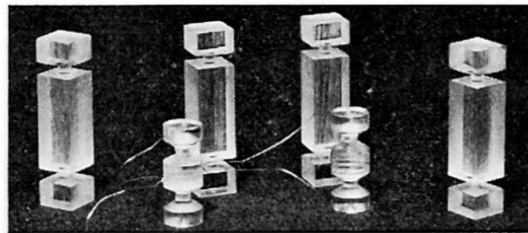


Fig. 5.

In order to minimize creep effects, strains and deflections are measured point by point 5 seconds after application and removal of the loads.

Other actions, such as wind loads, are studied by replacing them by the equivalent static forces (fig. 4).

## 3. Tests

### 3.1. Measuring Instruments

In our small-scale models we use the smallest and least stiff strain meters and dial gauges available. Strain-meter bases range from 5 mm to 20 mm, according to the dimensions of the model and the stress gradient around the observed point.

Paper-based electrical resistance strain gauges and rosettes glued on the models with "DUCO" cement are still the most widely used, in spite of attempts, due to their cost and inevitable loss, to replace them by small reclaimable strain meters.

The reactions of fixed or movable supports are measured in the models by replacing the supports by previously calibrated cells of acrylic material with a pendular behaviour (fig. 5).

Deflections in reference to one outside fixed system are measured with dial gauges.

### 3.2. Results

The internal forces in the cross sections observed are calculated from the experimental values by means of the similitude theory [5].

As a rule, the known quantities are the strains  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  at the points observed on the surfaces on the model and the displacements  $u, v, w$  of some points of the model with respect to an external fixed system. The internal forces —  $M, N, T$  — and the displacements are required at the homologous points of the prototype.

The accuracy of the results obtained is always checked on basis of the deviations between the equilibrium of the applied forces and of the internal forces in the sections observed. Deviations up to 5% are deemed tolerable.

## 4. Examples

### 4.1. Increase of internal forces in the member of a ribbed deck due to the asymmetry of the live loads

$M_m, N_m$  and  $T_m$  being the average values of the internal forces in a cross section of a deck rib (assuming that the action of the live load is uniformly distributed in all the members) and  $M_{max}, N_{max}$  and  $T_{max}$  being the maximum values of these same magnitudes in the same cross section due to asymmetric loads in the cross section under consideration, the designer usually requires the values of the coefficients:

$$\eta_M = \frac{M_{max}}{M_m}; \quad \eta_N = \frac{N_{max}}{N_m}; \quad \eta_T = \frac{T_{max}}{T_m} \quad (1)$$

for each rib and cross section.

Although for some typical decks analytic methods are available for determining  $\eta_M$ , model tests have to be resorted to in current cases for obtaining more accurate values.

In fig. 6 is shown the plan and the middle cross section  $S_0$  of the three-cells box girder, curved in plan, presented in fig. 3.

The influence line along  $S_0$  of the moments  $M_A$  in web  $A$  for vertical loads on the deck is indicated by the full line in fig. 7, and the values obtained by an approximate analytical computation by means of a mesh analogy are shown by the dotted line.

It was found that for our standard truck with wheel axles 2.0 m apart, the experimental value  $\eta_M$  is 1.5 and the expected analytical value 2.5.

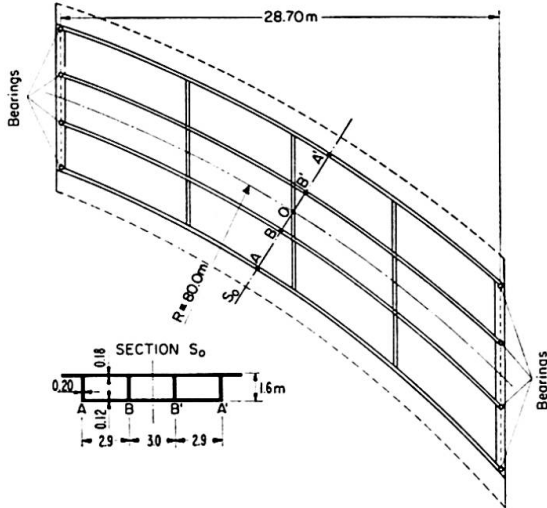


Fig. 6.

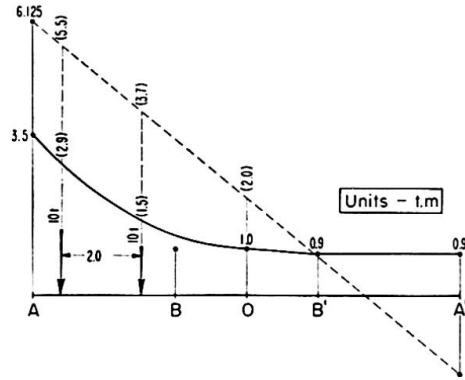


Fig. 7.

#### 4.2. Influence Surfaces in Slab-Decks

This is a study, more general than 4.1, which can be included in it as a particular step of preceding analysis.

$\epsilon_x$  and  $\epsilon_y$  being the strains due to a normal concentrated load measured along two orthogonal directions in one face of the slab-deck model, the following moments act along the same directions in the prototype\*):

$$\begin{aligned} M_x &= \chi \lambda \frac{E_m}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y) \frac{e^2}{6}, \\ M_y &= \chi \lambda \frac{E_m}{1-\nu^2} (\epsilon_y + \nu \epsilon_x) \frac{e^2}{6}. \end{aligned} \quad (2)$$

$1/\lambda$  being the scale of the model,  $\chi = F_p/F_m$  the ratio of the forces acting on the prototype to those acting on the model,  $E_m$  and  $\nu$  the modulus of elasticity and Poisson's ratio of the material of the model and  $e$  the thickness of the slab in the model.  $F_p$  are usually assumed equal to the unit force. If we had instead a ribbed or hollow slab the experimental problem would not be difficult as elongation  $\epsilon_1$  would be measured along the beam and  $\epsilon_2$  along a direction normal to it.

The moments in the beam in the prototype are now given by

$$M_1 = \chi \lambda \frac{E_m}{1-\nu^2} (\epsilon_1 + \nu \epsilon_2) W_1. \quad (3)$$

\*) Internal normal forces in the slab are not considered.

$W_1$  being the modulus of the section of the beam in the model with respect to the face in which  $\epsilon_1$  was measured.

Fig. 8 shows the influence surface of the moments in cross section between a  $a'$  of rib 3' of a skew ribbed slab.

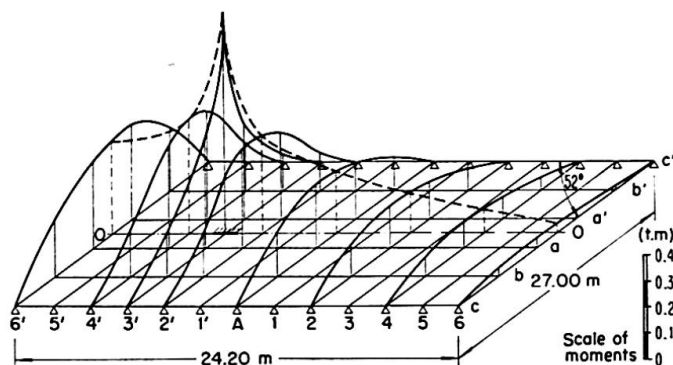


Fig. 8. Bending moments influence surface in beam 3' section 0—0'.

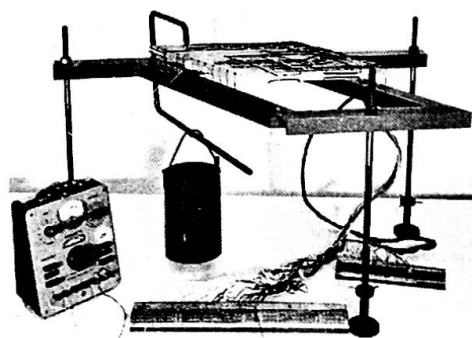


Fig. 9.

The model, made of "Plexiglass" to scale 1:75, was loaded with a concentrated force of 7.5 kg (fig. 9) and consequently  $\chi\lambda = 10,000$ .

The moments in the longitudinal and cross beams that meet at an angle of  $52^\circ$  were computed by (3).

#### 4.3. Three Dimensional Behaviour

As a rule the analytical study of a bridge with an important three-dimensional behaviour is very difficult and inaccurate, whereas a model study is comparatively easier and more reliable. An instance of this is presented in the paper [2] about the model study of an important box-girder bridge.

These studies are also of particular interest in decks carried by very deformable substructures such as slender piers, deformable arches, ties, and so on.

As a rule the aim of a model study of this type is to obtain the influence surfaces of the internal forces  $M$ ,  $N$  and  $T$  in a given cross section of a member of the bridge, under a vertical load acting at different points of the deck.

Assuming the common case of uniaxial stress let  $W_I$  and  $W_{II}$  be the moduli of the section with respect to the principal axes,  $A$  the section area and  $\epsilon_{I_1}$ ,  $\epsilon_{I_2}$ ,  $\epsilon_{II_1}$ ,  $\epsilon_{II_2}$  the strains at surfaces along the planes containing the axes of the member and the principal axes I and II of the section, we have.

$$\begin{aligned} N &= \chi A E_m \frac{\epsilon_{I_1} + \epsilon_{I_2} + \epsilon_{II_1} + \epsilon_{II_2}}{4}, \\ M_x &= \chi \lambda W_I E_m \frac{\epsilon_{I_1} - \epsilon_{I_2}}{2}, \\ M_y &= \chi \lambda W_{II} E_m \frac{\epsilon_{II_1} - \epsilon_{II_2}}{2}. \end{aligned} \quad (4)$$



Shear forces in a particular cross section of a member can be determined from the strain measurements in models with dimensions enabling the installation and reading of strain rectangular rosettes applied at an angle of  $45^\circ$  with the axis of the member.

Let  $\epsilon_{a_1}$ ,  $\epsilon_{a_2}$  and  $\epsilon_{b_1}$ ,  $\epsilon_{b_2}$  be the strains measured along two directions at  $45^\circ$  to the axis of the member in opposite directions in respect to a longitudinal plane containing one of the principal axis of the section. We can write for a rectangular profile of the model:

$$T_m = \frac{G_m A}{3} (\epsilon_{a_1} + \epsilon_{a_2} + \epsilon_{b_1} + \epsilon_{b_2}), \quad (5)$$

in which  $G_m$  represents the modulus of elasticity in shear of the material of the model.

In a prismatic piece subjected to linear bending the measurement of bending strains  $\epsilon_1$  and  $\epsilon_2$  at two cross sections, of the same face at a distance  $d$ , enable to calculate the constant shear force:

$$T_m = \frac{E}{d} (\epsilon_1 - \epsilon_2) W. \quad (6)$$

In fig. 10 and 11 is presented, as an example of a study of this type, the influence surface of the bending moments  $M_x$  at the base of one pier (in the direction of its maximum moment of inertia) of a skew bridge under the action of a concentrated vertical load applied in the deck. It is noteworthy that the points where bending moments change signs are difficult to determine by analytic means.

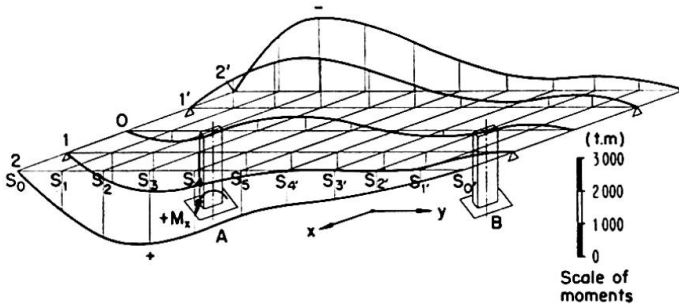


Fig. 10. Moments  $M_x$  in the base of pier A.

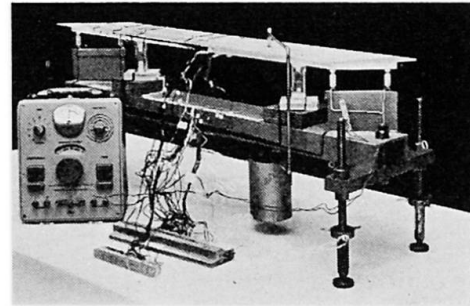


Fig. 11.

Another example of a three-dimensional study is presented in figure 12 in which are summarized some experimental results of the three dimensional behaviour of a deck of an arch bridge 211 m in span.

In figures 12a and 12b are represented the influence lines of the bending moments in two cross section of the longitudinal deck beams for different positions of a vertical load moving along the three vertical plans of the arch ribs.

Considerably differences was found between the experimental values and those that could be obtained from the current methods of analysis.

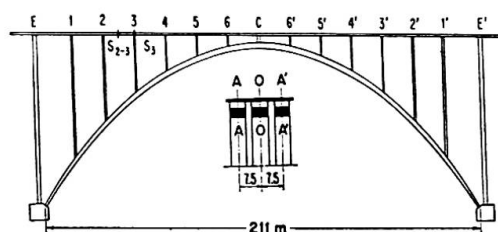
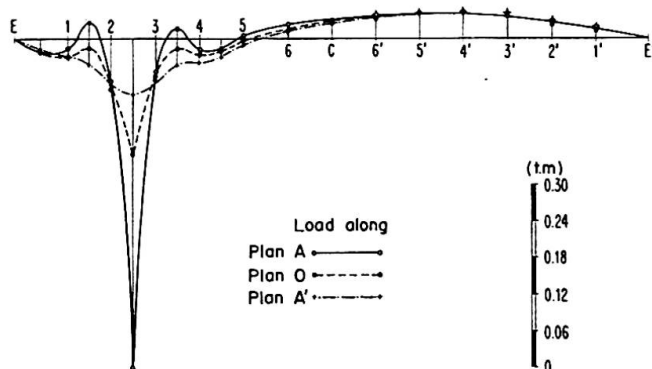
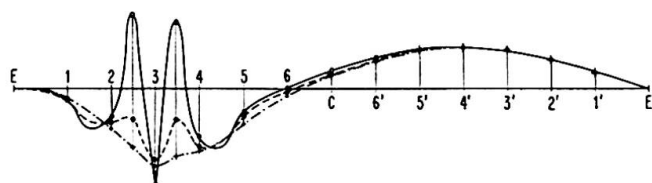


Fig. 12.

Fig. 12a. Moments in section  $S_{2-3}$  of deck beam  $A$ .Fig. 12b. Moments in section  $S_3$  of deck beam  $A$ .

## 5. Conclusions

Although not new, but now merely more exploited, model tests open new prospects in bridge design as the examples and the studies presented at Congress clearly show.

- A. In bridge structures for which mathematical treatment is either insufficiently developed or deemed less accurate, model tests are an important basis for a research study program and a source of important design data.
- B. In bridge structures for which mathematical methods of analysis exist, model tests sometimes suggest anomalies in design assumptions enabling the adoption of others, closer to their real behaviour.
- C. Model tests also enable the development of new structural shapes, suggested by designer's experience and intuition and seldom applied due to lack of an easy checking basis.

### References

1. R. ROWE and B. BEST: "The Use of Model Analysis and Testing in Bridge Design." Paper presented at 7th Congress of IABSE.
2. VOJTĚCH MICHÁLEK and VLADIMÍR BRŽINA: "Model Tests on a Box Girder Bridge." Paper presented at 7th Congress of IABSE.
3. G. K. JEWGRAFW and B. W. BOBRIKOW: «Modelluntersuchungen an einem Brückenfachwerk aus Spannbeton.» Paper presented at 7th Congress of IABSE.
4. E. M. CARDOSO: «Alguns métodos de cálculo experimental e sua aplicação ao estudo de pontes.» Lisbon, 1950.
5. M. C. ROCHA: «Dimensionamento experimental das estruturas.» Técnica N. 215, 216 and 217, Lisbon 1951.
6. J. F. L. FIALHO: "The use of plastics for making structural models." Bulletin RILEM No. 8, 65—74, Sept. 1960.

### Summary

The author sums up the model testing methods in use at the LNEC (Lisbon) in the study of bridge structures, presenting the results of major engineering interest of some completed studies.

### Résumé

L'auteur résume les techniques employées au LNEC (Lisbonne) pour les essais sur modèles d'ossatures de ponts; il présente les résultats techniquement les plus intéressants de quelques-uns des travaux réalisés.

### Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit faßt der Autor die im LNEC (Lissabon) verwendeten Untersuchungsmethoden für Brückenmodelle zusammen. Er stellt einige Versuchsergebnisse von hoher technischer Bedeutung dar.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide

## Ib 4

### Diskussion - Discussion - Discussion

#### Theoretische und experimentelle Untersuchung eines unsymmetrischen Kastenträgers mit zwei Flanschen (R. Dziewolski)<sup>1)</sup>

*Theoretical and Experimental Researches of an Asymmetrical Box Girder with two Flanges*

*Etude théorique et expérimentale d'une poutre en caisson asymétrique avec deux appendices*

F. STÜSSI

Prof. Dr., Präsident der IVBH, ETH, Zürich

Im Beitrag von R. DZIEWOLSKI wird ein Kastenträger mit freien Flanschen unter Torsionsbelastung rechnerisch untersucht und die Ergebnisse der Berechnung werden durch Spannungsmessungen an einem Modell überprüft. Die Berechnung ist auf die Methodik der Elastizitätstheorie orientiert, und sie arbeitet mit einigen Begriffen wie  $f(z)$  = Verwölbungsfunktion («fonction de gauchissement»),  $\phi$  = sektorielle Fläche (Verwölbungsfläche) des geschlossenen Querschnitts («surface sectorielle [surface de gauchissement] des profils fermés»),  $S_{\phi c}$  = sektorielles statisches Moment des geschlossenen Querschnitts («moment sectoriel statique des profils fermés») usw., die in der normalen Festigkeitslehre nicht vorkommen und die darum wenig anschaulich sind. Es dürfte deshalb vom Konstrukteur aus gesehen von Interesse sein, dieser Berechnung eine Methode gegenüberzustellen, die auf die Betrachtungsweise der normalen Baustatik orientiert ist. Es handelt sich grundsätzlich ja darum, daß der Konstrukteur selber das Kräftespiel in seinen Tragwerken beurteilen können muß, weil die konstruktive Durchbildung des Tragwerkes durch dieses Kräftespiel bedingt ist. Es dürfte deshalb wohl nicht ernsthaft bestritten werden können, daß immer dort, wo dies möglich ist, diejenige Berechnungsmethode den Vorzug verdient, die mit den gebräuchlichen Begriffen der Baustatik arbeitet und deshalb, von der Baustatik aus gesehen, anschaulich und direkt überprüfbar ist.

Diese baustatische Darstellung teilt das Torsionsmoment  $T$  auf in einen ersten und einen zweiten Torsionsanteil:

$$T = T_1 + T_2. \quad (1)$$

---

<sup>1)</sup> Siehe «Vorbericht» — see «Preliminary Publication» — voir «Publication Préliminaire», Ib 3, p. 131.

Der erste Torsionsanteil  $T_1$  wird durch den Schubfluß  $s_1$  aufgenommen,

$$T_1 = 2 F_m s_1, \quad (2)$$

wobei also in den freien Flanschen keine Schubspannungen wirken. Nun muß aber unter der Wirkung dieses Schubflusses  $s_1$  die Querschnittsform erhalten bleiben; dies ist jedoch in der Regel nur möglich, wenn neben dem Schubfluß  $s_1$  noch Normalspannungen  $\sigma$  auftreten. Die zugehörige Elastizitätsbedingung lautet somit

$$\frac{s_1'}{a_i d_i G} + \frac{\sigma_{i-1} - \sigma_i}{a_i b_i E} = \varphi_1'' = \text{konst.} \quad (3)$$

Dabei bedeutet  $a_i$  den Abstand der Scheibe  $b_i$  mit Stärke  $d_i$  vom ersten Schubmittelpunkt  $0_1$ , der mit dem von R. DZIEWOLSKI verwendeten Schubmittelpunkt übereinstimmt. Schreiben wir Gleichung (3) in der Form

$$\sigma_{i-1} - \sigma_i + \frac{E}{G} \frac{b_i}{d_i} s_1' = E a_i b_i \varphi_1'',$$

so heben sich bei der Summation über alle zum geschlossenen Querschnittsteil gehörenden Scheiben die Spannungen  $\sigma$  heraus und mit

$$a_{11} = \sum \frac{b_i}{d_i}, \quad 2 F_m = \sum a_i b_i$$

folgt 
$$\varphi_1'' = \frac{a_{11}}{G 2 F_m} s_1'. \quad (3a)$$

Damit kann Gleichung (3) in der Form

$$\sigma_{i-1} - \sigma_i = \frac{E}{G} \left( \frac{a_{11}}{2 F_m} a_i b_i - \frac{b_i}{d_i} \right) s_1' \quad (3b)$$

geschrieben werden und liefert nun die gesuchten Spannungswerte  $\sigma$  in Verbindung mit einer Gleichgewichtsbedingung

$$\int \sigma dF = 0$$

in Funktion von  $s_1'$  bzw. die Spannungsänderungen  $\sigma'$  in Funktion von  $s_1''$  (Fig. 1).

Durch Aufsummieren der Spannungsänderungen  $\sigma'$  entstehen Schubspannungen  $\tau_0$ ,

$$\tau_0 d = - \int \sigma' dF + C, \quad (4)$$

wobei die Integrationskonstante  $C$  passend so gewählt wird, daß Momentengleichgewicht besteht:

$$\int \tau_0 a' dF = 0 \quad (4a)$$



oder durch die aus den Schubspannungen  $\tau_0$  entstehenden Scheibenquerkräfte  $\mathfrak{Q}_0$  ausgedrückt

$$\sum \mathfrak{Q}_{0i} a'_i = 0. \quad (4b)$$

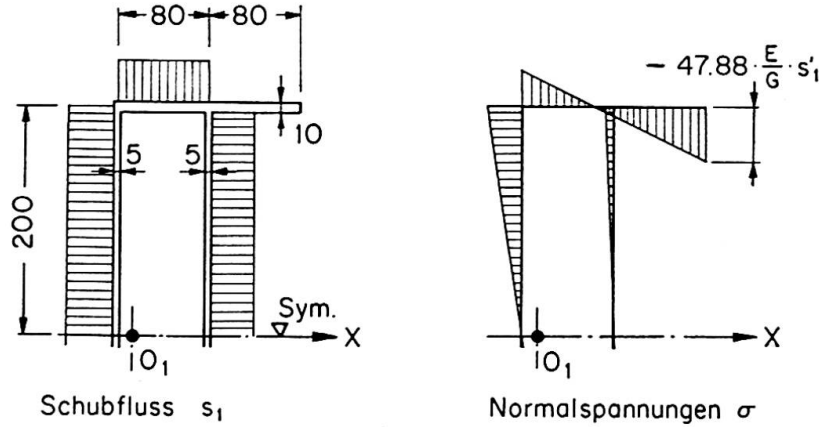


Fig. 1.

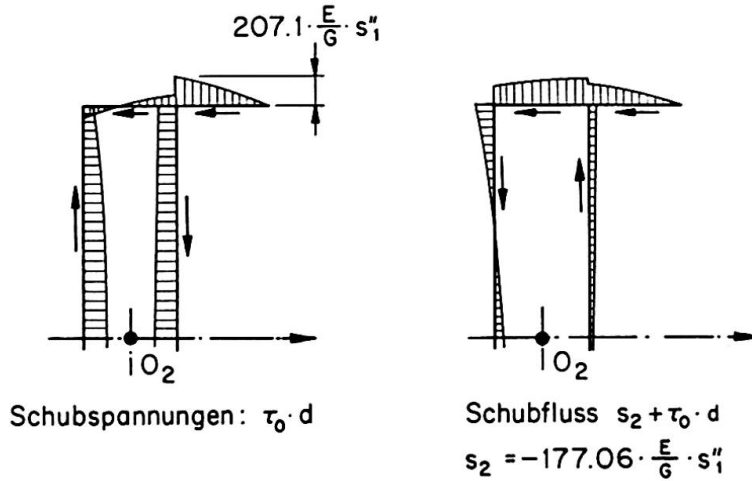


Fig. 2.

Dabei beziehen sich die Abstände  $a'_i$  auf den zweiten, durch die Schubverformungen allein bestimmten Schubmittelpunkt  $O_2$ . Für den zweiten Torsionsanteil  $T_2$  muß die Querschnittsform ebenfalls erhalten bleiben, und die entsprechende Elastizitätsbedingung lautet

$$\left( \frac{\mathfrak{Q}_{0i}}{b_i d_i} + \frac{s_2}{d_i} \right) \frac{1}{a'_i} = G \varphi'_2 = \text{konst.} \quad (5)$$

Schreiben wir diese Gleichung in der Form

$$\mathfrak{Q}_{0i} a'_i + s_2 a'_i b_i = a_i'^2 b_i d_i G \varphi'_2,$$

so heben sich bei der Summation über alle Scheiben des Querschnitts, einschließlich der freien Flanschen, die Momente  $\sum \mathfrak{Q}_{0i} a'_i$  wegen Gleichung (4b) heraus und es bleibt

$$s_2 \sum a'_i b_i = s_2 2 F_m = G \varphi'_2 \sum a_i'^2 b_i d_i. \quad (5a)$$

Damit kann Gleichung (5) in der Form

$$\mathfrak{D}_{0i} = s_2 \left[ \frac{2 F_m}{\sum a_i'^2 b_i d_i} a_i' b_i d_i - b_i \right] \quad (5b)$$

geschrieben werden und wir erhalten aus der Summation über alle Scheiben des Querschnitts den Wert des zweiten Schubflusses  $s_2$  in Funktion von  $s_1''$  (Fig. 2),

$$s_2 = -C s_1''$$

und damit liefert die Gleichgewichtsbedingung mit

$$T_2 = 2 F_m s_2 = -2 F_m C s_1'' = -A s_1''$$

die gesuchte Differentialgleichung des Torsionsproblems zu

$$\underline{T = 2 F_m s_1 - A s_1''}, \quad (6)$$

$$T = 640 s_1 - 113318 \frac{E}{G} s_1''$$

oder auch mit  $m_d = -T'$

$$\underline{s_1''' - \frac{2 F_m}{A} s_1' = \frac{m_d}{A}}. \quad (6a)$$

Damit ist die Aufgabe grundsätzlich gelöst.

Auf zwei Punkte sei noch besonders hingewiesen: Daß der Schubmittelpunkt  $0_2$ , um den sich der Stabquerschnitt unter dem zweiten Torsionsanteil dreht, nicht mit dem Schubmittelpunkt  $0_1$  des ersten Torsionsanteiles zusammenfällt, ist aus dem von R. DZIEWOLSKI untersuchten Beispiel recht deutlich ersichtlich: wegen der gleichen Scheibenquerkräfte und der gleichen Stärke der beiden Stege muß der Drehpunkt  $0_2$  in der Mitte zwischen den beiden Stegen liegen. Ferner ist die Elastizitätsbedingung für den zweiten Torsionsanteil, Gleichung (5), häufig nicht für alle Scheiben (z. B. bei freien Flanschen) genau erfüllt, sondern es sind dann kleine Widersprüche gegenüber dieser «Verträglichkeitsbedingung» vorhanden, die einer weiteren Berechnungsstufe mit weiteren zusätzlichen Normalspannungen rufen könnten. Da aber der zweite Torsionsanteil  $T_2$  ausgesprochen örtliche Bedeutung besitzt, kann im Rahmen einer technischen Biegeltheorie ohne ungebührliche Einbuße an Zuverlässigkeit auf eine solche weitere Verfeinerung verzichtet werden.

Die von R. DZIEWOLSKI verwendeten Begriffe  $f$ ,  $\phi$ ,  $S_{\phi c}$  erhalten durch die skizzierte baustatische Theorie des Torsionsproblems nun ihre baustatische Deutung; so stimmt die Verwölbungsfunktion  $f$  überein mit dem Verdrehungswinkel  $\varphi_1$  des ersten Torsionsanteiles und die Querschnittswerte  $\phi$  und  $S_{\phi c}$  stellen (abgesehen vom Maßstab) die Verteilung der Normalspannungen  $\sigma$  und der Schubspannungen  $\tau_0 d$  über den Querschnitt dar.

### **Zusammenfassung**

Der elastizitätstheoretisch orientierten Untersuchung der Torsion von Stäben mit Kastenquerschnitt wird eine baustatische Berechnungsmethode gegenübergestellt, die auf der Zerlegung des Torsionsmomentes in zwei um die beiden Grenzlagen  $0_1$  und  $0_2$  des Schubmittelpunktes drehende Torsionsanteile beruht.

### **Summary**

In connection with the investigation of the problem of the torsion of bars with a box-shaped section, a comparison is made between the study orientated towards the theory of elasticity and a method of calculation, based on applied statics, in which the torsional moment is resolved into two parts relative to the two extreme positions  $0_1$  and  $0_2$  of the centre of shear.

### **Résumé**

Pour le problème de la torsion des barres à profil fermé, on compare l'étude orientée sur la théorie de l'élasticité à une méthode de calcul fondée sur la statique appliquée; dans ce procédé, on décompose le moment de torsion en deux parts relatives aux deux positions extrêmes  $0_1$  et  $0_2$  du centre de cisaillement.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide

**Research on Shells by Means of Model Tests***Recherches sur les voiles au moyen d'essais sur modèles**Modellversuche an Schalen*

J. N. DISTÉFANO

IMAE, Argentina

During the last two years, an extensive programme of research on shells by means of models has been carried out at the "Instituto de Mecánica Aplicada y Estructuras". The main purpose of this paper is to present a survey of the programme showing the different kinds of models employed, and the most important conclusions reached.

Five shells were tested; four of them were hyperbolic paraboloidal shells of various shapes, the last model was a prismatic shell.

The first model was a hypar shell of considerable curvature, rhomboidal in plan, supported on two opposite corners. The diagonals of the prototype were 27 m. and 19 m. in plan. The supports consisted of two hypar shells

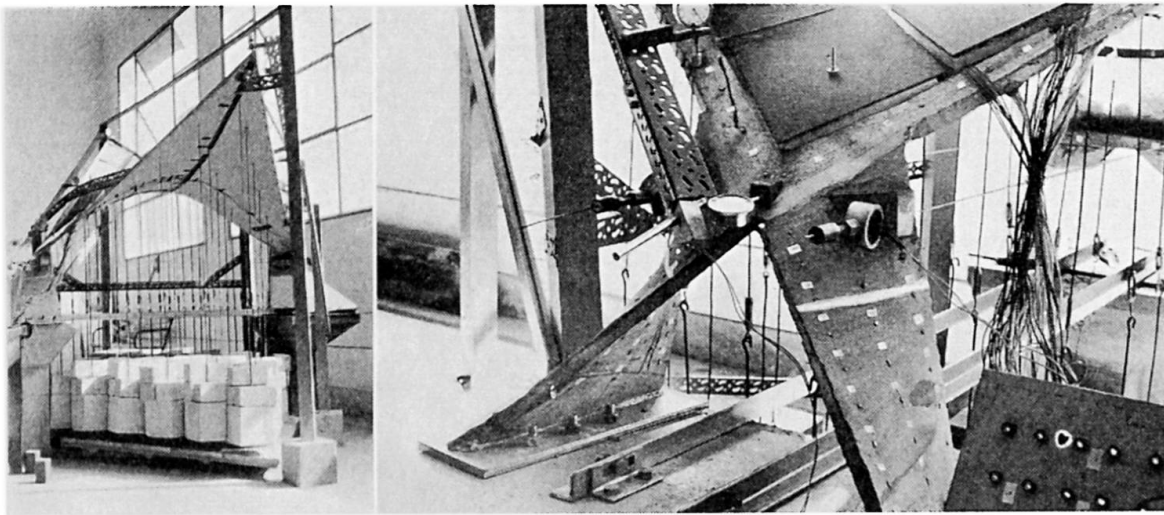


Fig. 1.

specially designed to absorb both the "arch" and the "rolling" effects. Tests were carried out on a  $1/10$  model, made with reinforced mortar. In Fig. 1, a general view of the model prepared for testing is presented. The membrane stresses, bending moments and deflections under various load conditions were recorded. Typical bending moment curves along the diagonals of the free





of reinforced plastic material. Three different boundary conditions were considered in order to compare the influence of edge conditions on the stress distribution and moment perturbations. In Fig. 4 (right) the model arrangement is represented, when free edges were considered. A pneumatic device was used for loading and unloading.

Typical curves for membrane stresses, bending moments and shear forces

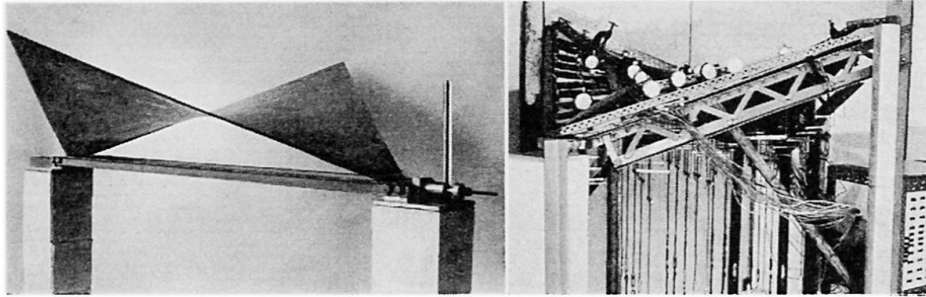


Fig. 4.

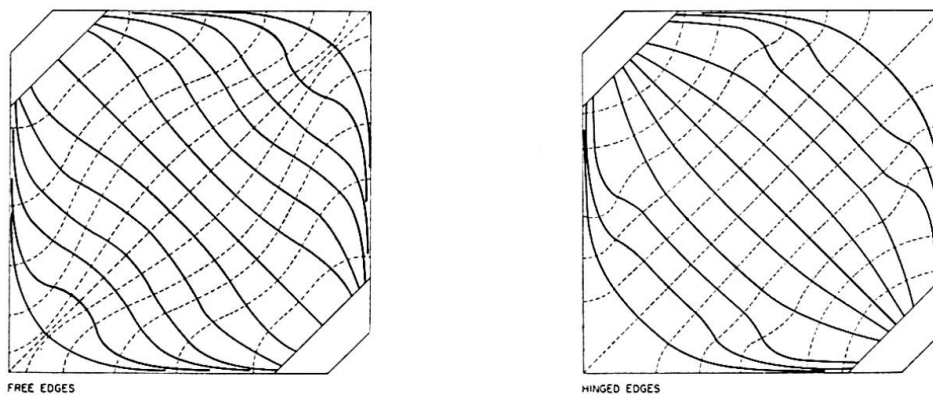


Fig. 5. Isostatics of Membrane Stresses.

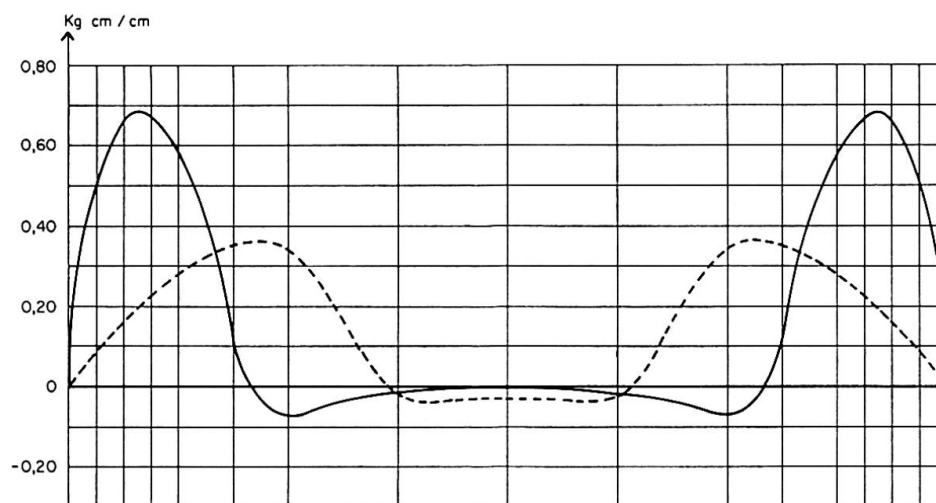


Fig. 6. Bending Moments along the Middle. Straight Generator.

----- Experimental      ————— Theoretical

were plotted along 5 straight generators for every edge condition. In Fig. 5, typical isostatic patterns are shown. Various perturbation theories were used in order to compare the experimental results. Fig. 6 shows a comparison between perturbation theorie, and the experimental results. A critical discussion of this research work has been published elsewhere [2]. This programme is now being completed with fixture designs which permit the application of edge forces and moments.

The third shell was a  $1/20$  model of an umbrella shell. In Fig. 7 a view of the load model is shown. The height of the column was increased in order to make possible the inspection of the lower face of the shell. The main pur-

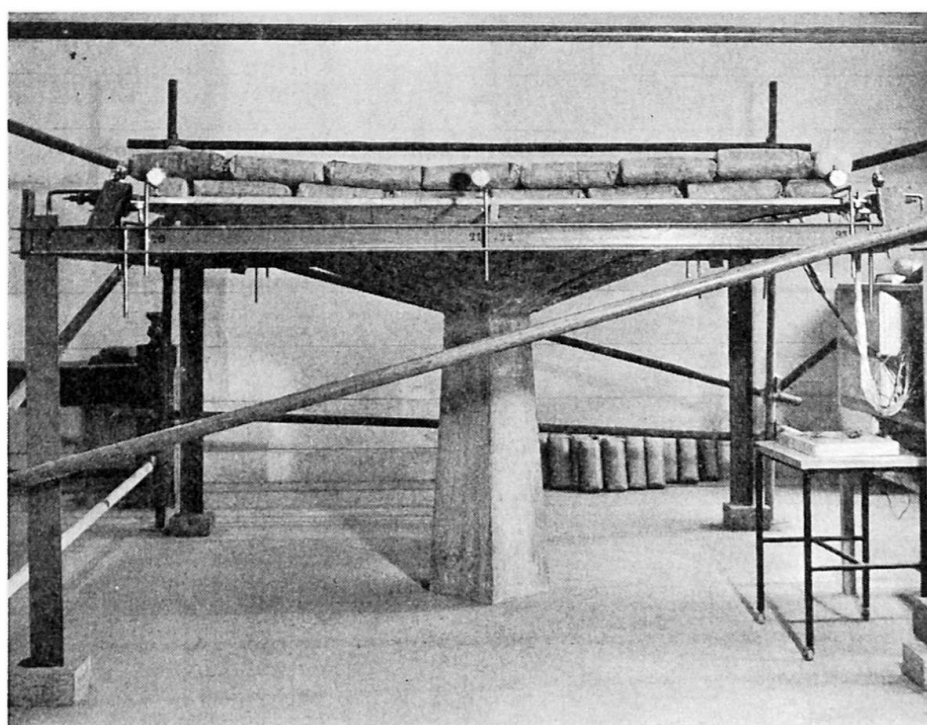


Fig. 7.

pose of this test was to check the general behaviour of the structural design of the umbrella in view of its rather large dimensions. In fact, the umbrella measured — in plan — 50 m. by 50 m. with a thickness of 10 cm. Membrane stresses, bending moments and deflections under design load, were recorded. A complete series of these typical stress distributions has been published elsewhere [3].

Although the stress distribution contributed to an understanding of the behaviour of the structure, a very interesting point was observed at failure. When the load was twice the design load, the umbrella collapsed abruptly, reversing its original shape. The collapse is clearly represented in Fig. 8. This break-through was unexpected, although the collapse occurred 75 minutes

after the load was applied. Practically no information on this problem was available to those responsible for this programme. Consequently a supplementary investigation was undertaken in order to determine the causes of the failure. For this purpose, two models were tested. The first model was a single hypar shell which reproduced exactly one of the four elements constituting the umbrella. This model, made of cement mortar, was mounted on movable supports which were connected by an elastic tie. The purpose of this test was to examine in a single element, the buckling process. An asymmetrical buckling was obtained when the load reached the value at which the umbrella collapsed, Fig. 9 gives a general view of the shell after failure. The buckling process was successfully interpreted theoretically, with the help of the experimental data obtained. Recently, the stability behaviour of a new umbrella model has been investigated. A full report on the subject will be published shortly.

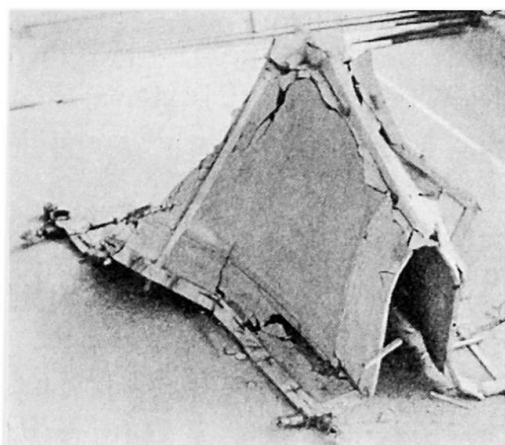


Fig. 8.

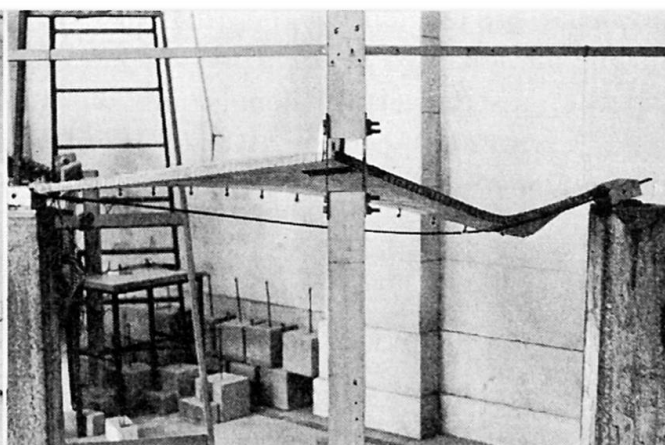


Fig. 9.

The last investigation dealt with an element of a prismatic shell structure. The model was made with Perpex and only information within the elastic range was required. Different loads were applied to the model in order to check experimentally the suitability of various technical theories. It was shown that great accuracy can be obtained by means of the theories for the evaluation of longitudinal and transverse stresses, except for the last plate for which the theories do not generally consider torsional effects.

Finally, some conclusions can be drawn from our experience in this field. It is shown that great advantages can be derived from model tests, not only for predicting the behaviour of actual structures, but also for making improvements on the original design and for obtaining experimental confirmation of the behaviour of structures whose theoretical analysis cannot be carried out rigorously.

### References

1. E. ZAMBONI, J. N. DISTÉFANO y C. TORREGIANI: «Diseño de apoyos laminares en cáscaras». IMAE, Unpublished Report, 1964.
2. J. N. DISTÉFANO y C. BREBBIA: «Influencia de las condiciones de borde en el comportamiento elástico de un paraboloide hiperbólico». IX Jornadas de Ingeniería Estructural, Montevideo, 1964. Publicación IMAE nº 10.
3. J. N. DISTÉFANO y C. TORREGIANI: «Comportamiento elástoplastico de un modelo de cubierta tipo sombrilla». II Simposio Panamericano de Estructuras, Lima, 1964. Publicación IMAE nº 9.
4. M. H. GRADOWCZYCK y M. RUBINSTEIN: «Estructuras plegadas. Análisis teórico y experimental». IMAE, Unpublished Report, 1964.

### Summary

The aim of this paper is to present a survey of the research programme on shells carried out at the Instituto de Mecánica Aplicada y Estructuras, during the last two years. Tests on models of five shells are briefly described and the most important conclusions obtained are presented. It is shown that great advantages can be derived from model test on shells which enable improvements to be made on the original design.

### Résumé

Cette contribution a pour objet de présenter le programme de recherches que l'Instituto de Mecánica Aplicada y Estructuras a réalisé en matière de voiles au cours des deux dernières années. On décrit brièvement les essais qui ont été exécutés sur les modèles de cinq voiles et l'on en expose les principales conclusions. Il est montré que les essais sur modèles de voiles présentent un grand intérêt pour modifier avantageusement le projet initial.

### Zusammenfassung

Es wird ein Überblick gegeben über die Modellversuche an Schalen, die in den letzten zwei Jahren am Instituto de Mecánica Aplicada y Estructuras zur Durchführung gelangten. Versuche an fünf Modellen von Schalen sind kurz beschrieben, die wichtigsten Ergebnisse werden angegeben. Es wird gezeigt, daß Modellversuche große Verbesserungen der Ausbildung und Bemessung von Schalen ermöglichen.

## Aerodynamische Modellversuche beim Donauturm Wien

*Wind Tunnel Tests on Models of the "Danube Tower" Vienna*

*Essais en soufflerie sur maquettes de la «Tour du Danube»*

ROBERT KRAPPENBAUER

Dr. techn., dipl. Ing., Wien

Der Wiener Donauturm wurde im April 1964 vollendet; die statische Bearbeitung erfolgte durch den Berichtersteller, wobei auch Professor LEONHARDT als Berater fungierte. Es waren bei der Erstellung dieser Konstruktion die aerodynamischen Probleme auf besonders windigem Standort zu lösen.

Die Höhe des Turmes beträgt 252,00 m; er besteht aus einem Rohrschaft aus Stahlbeton von 182 m Höhe über Erdniveau mit Aussichtsterrasse für 400 Personen, einer dreietageigen sogenannten Gondel, wovon 2 Etagen drehbar sind, und nicht zuletzt aus dem auf den Schaft aufgesetzten Stahlrohrmast von 71 m Höhe, von dem hier berichtet werden soll. Der Außendurchmesser des Stahlbetonschaftes, der auf einem kegelstumpfförmigen Schalenkörper aufgesetzt ist, verjüngt sich von 12 m auf Kote 0 bis auf 6,2 m auf Kote 150 m, mit Entasis.

Für weitere bautechnische und statische Detailbeschreibungen darf ich auf meine Publikation in der Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architektenvereines, Heft 5/64, hinweisen.

Statisch gesehen handelt es sich bei jedem Turmbauwerk um einen im Baugrund nachgiebig eingespannten Kragträger; die hauptsächlichen Belastungen stellten das Eigengewicht in Achsrichtung und der Winddruck senkrecht zur Bauwerksachse, dessen Verhalten viel zu wenig bekannt ist, dar. Die Verkehrslasten spielen verständlicherweise keine sehr große Rolle, wohl noch die Erdbebenkräfte.

Die Grundlage der Winddruckannahmen bildete der Normenwert des Staudruckes von  $q = 130 \text{ kg/m}^2$ ; bei Spitzenböen muß im Aufstellungsgebiet des Turmes jedoch nach Messungen der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik Wien mit Geschwindigkeiten von 180 km/h gerechnet werden. Dieser Geschwindigkeit entspricht ein Staudruck von  $q = 156 \text{ kg/m}^2$ .

Die Kenntnis der Geschwindigkeit einer größtmöglichen Böe ist zu wenig; man muß auch auf die Windstruktur eingehen. Die dynamische Wirkung der zeitlichen Veränderlichkeit des Winddruckes war ebenfalls zu erfassen. Man erhielt die Ersatzlast  $\max q = q + \beta \Delta q$ , dem vergleichbar der Staudruck  $q' = 195 \text{ kg/m}^2$  entsprach.



Zu den erforderlichen Berechnungszahlen gelangte man durch das Quellenstudium und die Heranziehung vergleichbarer Hochbauwerke<sup>1)</sup>.

Andererseits wurde zwecks Feststellung des Formbeiwertes  $c$  das Gesamtmodell des Turmes einem Windkanalversuch unterzogen, durchgeführt im Institut für Strömungslehre der Technischen Hochschule Wien. Es wurde hierzu ein Turmmodell im Verhältnis 1:20 hergestellt, wobei der Beton-Teil des Turmes in Holz, der Stahlmast in Draht rekonstruiert waren. Die geforderte Aufgabe war die Ermittlung von  $c_w$ , um die Gleichung für den Widerstand

$$W = c_w q F$$

erfüllen zu können. Der Staudruck  $q$  war bekannt, ebenso  $F$ , die Projektionsfläche.

Um das Verhalten des  $c$ -Wertes bei geänderter Reynoldsscher Zahl verfolgen zu können, wurden zusätzlich Teile des Turmes im vergrößerten Maßstab angefertigt: der drehbare Turmkopf im Verhältnis 1:50, ein Teil des Schaftes im Verhältnis 1:30 und ein Teil des Mastes (der ursprünglich als Gittermast geplant war) im Verhältnis 1:20.

Die Aufhängung des Modelles im Windkanal geschah derart, daß der ganze Turm zunächst einseitig umströmt wurde; durch eine besondere Aufhängevorrichtung war aber auch eine Drehung des Turmmodelles und Anströmung von den verschiedenen Seiten möglich. Dadurch konnten Größe und Richtung der Seitenkraft bestimmt werden.

Die erhaltenen Meßergebnisse umfassen die Widerstandsbeiwerte für den Turm, für den drehbaren Teil, für den Schaft-Teil und für den Mast.

Es wurden für die Windgeschwindigkeiten von 10 m/s und von 50 m/s Reynoldssche Zahlen ermittelt. Analog zu dem Verhalten des  $c_n$  beim Zylinder wurde nun ein ähnliches Verhalten des  $c_w$  bei den Teilen des Turmes angenommen. Demgemäß ändert sich das Wirbelgebiet nach der Ablösung der Grenzschicht. Daher nimmt man im Bereich von  $Re = 1 \cdot 10^7 - 6 \cdot 10^7$  noch ein Ansteigen des  $c_w$ -Wertes an. Der endgültige  $c_w$ -Wert wurde mit  $c = 0,55$  ermittelt und mit 0,6 berücksichtigt.

Es stand zunächst die Version des bekannten Stahlfachwerksmastes zur Diskussion, die auch bei den Windkanalversuchen im Modell vorgebildet war. Man kam aber von dieser schon mehrmals dagewesenen Ausbildung ab zugunsten einer Rohrkonstruktion, die hinsichtlich der günstigen Dimensionen sowie des Allgemeindrucks nun als eine architektonisch und technisch durchaus gelungene Lösung bezeichnet werden kann. Bemerkt muß hierzu noch

---

<sup>1)</sup> A. FÖPPEL: «Vorlesungen über techn. Mechanik». Bd. IV, Dynamik, 7. Aufl., Leipzig 1923. E. RAUSCH: «Maschinenfundamente und andere dynamisch beanspruchte Bauwerke». VDI-Verlag, 3. 4. 1959, Düsseldorf. F. LEONHARDT: «Der Stuttgarter Fernsehturm». Beton- und Stahlbetonbau, 51/1956, H. 4.



werden, daß diese von VOEST-Linz gelieferte Rohrkonstruktion noch zwei Reklamezeichen mit je 9 m Durchmesser zu tragen hatte.

Es war bei der meines Wissens erstmaligen derartigen nicht abgespannten und auf einen elastischen Stab in 182 m Höhe aufgesetzten Rohrkonstruktion wohl ein gutes Stück Sonderforschung hinsichtlich ihres aerodynamischen Verhaltens nötig.

Es wurde getrachtet, dem Windangriff möglichst durch konstruktive Mittel zu begegnen.

Durch Fühlungnahme mit dem für aerodynamische Probleme bei zylindrischen Hochbauten spezialisierten Physiker C. SCRUTON im National Physical Laboratory in Teddington, Middlesex, England, wurden wichtige Fragen der Winderregung bei derartigen Türmen aufgeworfen. Es ist jedem Fachmann bekannt, daß eine windausgesetzte, rohrförmige Konstruktion Kármansche Wirbelstraßen erregt. Diese lösen sich mit einer durch die Umstände bestimmten Geschwindigkeit vom Rohr ab; mit der gleichen Frequenz pulsiert aber die quer zur Windrichtung wirkende aerodynamische Erregerkraft. Auf Grund dieser Vorgänge kommt es zu selbsterregten Schwingungen, deren Ausdehnung (Schwingungsweite) nur von der vorhandenen Gebäudedämpfung begrenzt wird. Es müssen daher diese Schwingungen unschädlich gemacht werden. Dies konnte geschehen durch die Anbringung von Störern, die die Grenzschicht turbulent machen, oder durch Verstärkung der Gebäudedämpfung. Die letztgenannte Möglichkeit wäre nur mit beträchtlichem konstruktiven Aufwand durchführbar gewesen.

So gab Mr. SCRUTON gute Ratschläge. Versuche hätten jedoch 1 Jahr gedauert; eine Anfrage beim Mechanischen Institut der Technischen Hochschule Wien wegen exakt wissenschaftlicher Erforschung des Dämpfungsdekrementes ergab, daß im besonderen Falle dies  $\frac{1}{2}$  Jahr benötigt hätte.

Es wurde somit nach bekannten Autoren vom Berichter gefolgert, daß für Konstruktionen von kreisförmigem Querschnitt ausreichende aerodynamische Stabilität erreicht werden kann, indem man Gänge in Schraubenform, die äußere Oberfläche umlaufend, anbringt. Es ist eine entsprechende Anzahl von Gängen von bestimmter Höhe erforderlich.

Im Verlaufe verschiedener Versuchsmessungen im Windkanal durch SCRUTON, WOODGATE u. a. war gefunden worden, daß die erforderliche Höhe der Gänge von dem Umfang der vorhandenen Gebäudedämpfung abhinge, daß aber ca.  $\frac{1}{8}$  des Durchmessers eines zylindrischen Mastes als Ganghöhe selbst für die leichtest gedämpften Konstruktionen genüge.

Die Stahlrohrspitze des Donauturmes Wien wurde somit endgültig festgelegt mit Durchmesser 2,50 m, Wandstärke ab 18 mm, 50 m hoch, glatte Oberfläche, darauf abgesetzter Teil mit Durchmesser 1,0 m, Wandstärke 8 mm, 20 m hoch mit angeschraubten verzinkten Blechstreifen.

Zur Materialbeanspruchung am Rohrfuß war auch die Dauerfestigkeitsbeanspruchung zu beachten. Die Größtspannung im Einspannquerschnitt

beträgt  $1600 \text{ kg/cm}^2$  mit Spiralen. Der Verfasser weist auch darauf hin, daß das gesamte Rohr geschweißt und im unteren Bereich aus St 52 T besteht. Das Gewicht beträgt 58 t. Vorteilhaft war für die Beurteilung auch die große Differenz der Eigenschwingungszahlen zwischen oberem und unterem Bereich. Mit Überschlagsformeln wurde die Eigenfrequenz wie folgt beurteilt:

|                                                       |        |
|-------------------------------------------------------|--------|
| im oberen Stahlrohrstummel (ca. 1,0 m $\varnothing$ ) | 4,9 Hz |
| im unteren Stahlrohrmast (ca. 2,50 m $\varnothing$ )  | 1,5 Hz |

Für den abgesetzten Stahlrohrmast mit aufgesetzten Spiralengängen ist also die Resonanz sehr erschwert.

Die gewählte Form, Konstruktion und aerodynamische Beurteilung haben sich bisher bewährt und keinen Anlaß zur Klage gegeben, so daß auf die gute Wirkung von derartigen Spiralen geschlossen werden kann.

### **Zusammenfassung**

Die Vornahme von Modellversuchen für den «Donauturm Wien» war angesichts der Turmhöhe (252,00 m), der 71,0 m hohen oberen nicht abgespannten Stahlspitze und der auftretenden Spitzenböen (180 km/h) erforderlich. Es wurde sowohl das Gesamtmodell des Turmes wie auch einzelne Turmteile im Institut für Strömungslehre der Technischen Hochschule Wien getestet. Als Formbeiwert wurde  $c = 0,55$  ermittelt und danach die Baugestalt festgelegt.

### **Summary**

Wind tunnel tests were necessary for the "Donauturm Wien" on account of its height (252,00 m), the steel spire 71,00 m high, and the occurrence of gusts of up to 180 km/h. A complete model of the tower as well as models of separate parts, were tested at the Institut für Strömungslehre of the Technical University of Vienna. A shape coefficient  $c = 0,55$  was determined, and the design of the building was based accordingly.

### **Résumé**

La hauteur de la «Tour du Danube» (252,00 m), la présence d'une flèche métallique haute de 71 m et les bourrasques à considérer (180 km/h) ont nécessité des essais en soufflerie. Réalisés à l'Institut d'aérodynamique de l'Ecole Polytechnique de Vienne, les essais ont porté tant sur une maquette d'ensemble que sur divers éléments. On a mesuré un coefficient de forme  $c = 0,55$  et la conception de l'ouvrage a été fixée en conséquence.

**Calcul probabiliste des constructions métalliques**

Orientations nouvelles sur le plan européen

*Wahrscheinlichkeitstheoretische Berechnung im Stahlbau**Neuere Tendenzen in Europa**Probabilist Calculation of Steel Structures**New trends in Europe*

D. SFINTESCO

Paris, France

Lentement, mais sûrement, la conception probabiliste de la sécurité des constructions a fait son chemin depuis le troisième Congrès de l'A.I.P.C., où elle était, pour la première fois, mise en avant avec autant de vigueur et d'éclat que de rigueur scientifique. Elle a conquis les esprits tant soit peu éclairés et ouverts au progrès, au point qu'aucun ingénieur ne saurait plus, à l'heure actuelle, en contester la validité. Le nombre de rapports présentés à ce Congrès et traitant de cette même question ou de certains de ses aspects particuliers, témoigne de la prise de conscience générale qui s'est produite depuis.

Et cependant, cette nouvelle manière de considérer la sécurité des constructions en est encore à une phase purement platonique, car ce même ingénieur, tout persuadé qu'il soit du bien fondé de cette conception et du progrès essentiel qui en découle pour le calcul des ouvrages, se trouve dans l'impossibilité pratique de l'appliquer, tant qu'il est tenu de se référer à des règlements qui l'ignorent encore.

Un examen rapide des règles techniques nationales relatives au calcul et à la conception des structures métalliques révèle, en effet, qu'à quelques exceptions près, toutes récentes, cette vérité première qu'est le caractère probabiliste de la sécurité, n'a pas encore rallié les instances administratives qui ont le pouvoir d'imposer les règlements techniques officiels. Il faut toutefois reconnaître qu'une certaine inertie vis-à-vis d'une innovation aussi radicale dans les méthodes de calcul s'explique parfaitement par la conscience des responsabilités qui incombent à ces instances.

Nous nous trouvons sans aucun doute à un tournant dans ce domaine et nous assisterons certainement, dans les différents pays, à une succession rapide de règlements nouveaux, inspirés de cette conception moderne.

A l'instar du Comité européen du Béton, la Convention européenne de la construction métallique, organisme groupant les associations de constructeurs métalliques de onze pays européens, se devait de diriger son activité vers l'établissement de règles techniques qui, évidemment, ne pourront revêtir que la forme de recommandations, mais n'en auront pas moins tout le poids que confère la somme d'expérience professionnelle et la connaissance profonde du métier de ceux dont elles émanent.

C'est ainsi qu'une commission, présidée par le professeur LORIN et dont j'ai l'honneur d'être le rapporteur, a été chargée de rédiger ces règles européennes de la construction métallique. Les principes fondamentaux concernant la sécurité, retenus pour ce projet, reflètent bien les idées exposées dans le rapport Ic 2 de la Publication préliminaire<sup>1)</sup>, avec toutefois cette différence que les coefficients de pondération seront appliqués au niveau des sollicitations et non à celui des contraintes, ce qui permet de couvrir tous les cas, qu'il y ait ou non proportionnalité entre les unes et les autres.

Quoiqu'officieuses, ces règles européennes, ainsi conçues, ne sauraient manquer d'avoir des répercussions sur l'évolution prochaine des divers règlements nationaux de construction métallique. C'est pourquoi, il me semble opportun de les signaler ici, dès à présent.

\*   \*   \*

Le problème particulier des instabilités, dont l'étude a été confiée à une commission spéciale de la Convention européenne, présidée par le professeur BEER, constitue un domaine de choix pour l'application des conceptions probabilistes de la sécurité.

En effet, devant l'impossibilité d'aboutir, par les théories classiques, à un mode de calcul donnant, pour tous les cas d'instabilité et pour tous les modes de sollicitations, une sécurité cohérente et homogène, et notamment devant l'impossibilité de séparer les imperfections inévitables des barres réelles suivant leur nature et de déterminer de façon non arbitraire les paramètres respectifs, cette commission s'est rapidement orientée — sous l'impulsion d'ailleurs de l'auteur même du rapport Ic 2 — vers une vaste étude expérimentale statistique du flambement, inspirée des principes préconisés par celui-ci. L'idée directrice de cette recherche ne saurait d'ailleurs être mieux illustrée que par la fig. 1 de ce même rapport (p. 197 de la Publication préliminaire).

Cette recherche dont m'a été confiée la responsabilité, est effectuée conjointement par les laboratoires de sept pays — Allemagne, Belgique, France Yougoslavie d'abord, Grande-Bretagne, Italie et Hollande ensuite — selon un plan unique préétabli et suivant des directives communes très précises,

---

<sup>1)</sup> J. DUTHEIL: «L'évolution de la notion de sécurité en constructions métalliques».

de manière à assurer l'unité de la recherche et à obtenir des résultats directement comparables entre eux.

C'est, je crois, la première fois qu'une recherche d'une telle envergure est entreprise en commun, sur un plan international et dans un cadre aussi large. Elle constitue un bel exemple de collaboration technique internationale qui me paraît digne d'être mentionné ici.

Les essais furent menés en tenant compte des conditions dans lesquelles, pour l'entrepreneur, les barres se présentent habituellement dans la pratique industrielle. Ces barres subissent, en effet, de multiples manipulations avant et pendant leur mise en œuvre et comportent, de ce fait, des imperfections géométriques qui doivent être prises en considération pour la sécurité de l'ouvrage. A ces imperfections s'ajoutent les variations résultant des tolérances dimensionnelles des sections, la dispersion des valeurs de la limite d'élasticité du métal, les contraintes résiduelles de laminage, de dressage et éventuellement de soudage, etc... Toutes ces imperfections, dont quelques-unes sont liées entre elles, qu'il est donc pratiquement impossible de dissocier et dont les effets varient, de surcroît, avec l'élancement, constituent un ensemble inextricable de circonstances.

Il semble donc logique, pour aboutir à une sécurité homogène à tous les élancements, de tenir compte globalement de toutes les imperfections inévitables et de leurs influences, plutôt que de tenter de séparer ces paramètres par des moyens théoriques, entreprise qui serait en fin de comptes aussi vaine qu'illusoire.

Or, les méthodes statistiques, en faisant l'enveloppe des circonstances aléatoires inévitables, permettent de serrer la réalité de plus près que ne le font les méthodes réputées «exactes». Elles sont donc forcément les seules susceptibles d'amener une solution rationnelle et cohérente du problème, car par la connaissance de la valeur centrale et de l'écart quadratique moyen, elles permettent de tracer une courbe des contraintes limites d'affaissement, telle que la probabilité de cet événement soit, en tout point de la courbe, la même que celle qui a servi à la détermination de la valeur admise pour la limite d'élasticité du métal. Une fois cette courbe définie, on peut lui appliquer un coefficient de sécurité constant, égal à celui pris pour la traction.

Les essais ont donc été effectués sur éprouvettes d'exécution «industrielle», c'est-à-dire sur barres provenant des parcs de diverses entreprises de constructions métalliques, sans aucun dressage spécial. Le centrage en a été exécuté de manière à reproduire le plus fidèlement possible les attaches des barres dans les constructions, par exemple, pour les poutrelles, sur l'axe de l'âme plutôt que sur le centre de gravité de la section. Toute correction du centrage en cours d'essai — opération pratiquée par certains expérimentateurs, mais risquant de fausser le phénomène — a été interdite.

Etant donné que l'on recherchait une probabilité intégrale assez faible, il ne pouvait s'agir de faire un nombre excessif d'essais parallèles pour permettre



une étude basée sur la courbe des fréquences cumulées. Aussi, c'est en faisant appel aux méthodes de la statistique mathématique que nous avons pu traiter le problème à partir d'un nombre d'essais relativement restreint. Néanmoins, les deux tranches du programme exécutées à ce jour, sur barres en acier doux, ne comprennent pas moins de 550 essais de flambement, accompagnés d'un grand nombre de relevés et d'essais complémentaires.

Ce programme couvre toute la gamme des élancements usuels (50 à 170) et différentes formes de sections de barres.

En vue de la détermination d'une courbe des contraintes limites d'affaissement en fonction de l'élancement, la première question qui se posait, était de savoir si les résultats expérimentaux obtenus pouvaient être ajustés sur une loi de Laplace-Gauß. Le test adopté dans ce but fut celui du tracé de la droite de HENRY, méthode basée sur le fait qu'un changement de variable dans cette loi permet de représenter celle-ci non plus par la courbe classique en cloche, mais par une droite.

Cette méthode consiste à inscrire, sur un graphique, les points d'essais de chaque série — présumés donc comme appartenant à une même famille — et de tracer une droite qui compense les résultats. Dans le cas où elle existe, cette droite, placée dans un système d'axes orthogonaux, permet non seulement d'être assuré qu'il s'agit bien d'une loi normale de distribution, mais aussi d'en connaître les caractéristiques d'une façon immédiate, car son intersection avec l'axe des abscisses correspond à la valeur centrale, tandis que sa pente donne l'écart quadratique moyen.

Les points représentatifs des mesures rapportés sur le diagramme de HENRY n'étant jamais exactement situés sur une ligne droite, il est nécessaire de se fixer une certaine tolérance, représentée par une bande à l'intérieur de laquelle doivent se trouver au moins 80% des points pour que l'ajustement soit considéré comme raisonnable. La fig. 1 montre un tel tracé pour lequel, sur 20 points d'essais, 3 seulement sont en dehors des limites de confiance, ce qui permet d'admettre que l'ajustement est valable.

C'est en partant de ces données qu'a été menée l'exploitation des essais qui a conduit, d'ores et déjà, à des résultats remarquables, susceptibles de constituer une base solide pour le choix d'une courbe européenne de flambement.

La fig. 2 représente, pour les principaux groupes d'essais effectués, les valeurs centrales des contraintes d'affaissement moins 2,6 fois l'écart quadratique moyen. Ces points représentent les limites à ne pas dépasser par la courbe conventionnelle pour que celle-ci puisse se prévaloir de la confirmation expérimentale.

Bien évidemment, les résultats de cette recherche, menée sur des bases nouvelles par rapport à toutes les précédentes études expérimentales du flambement, viendront se joindre aux études théoriques de la commission, dont la responsabilité est confiée au professeur MASSONNET.



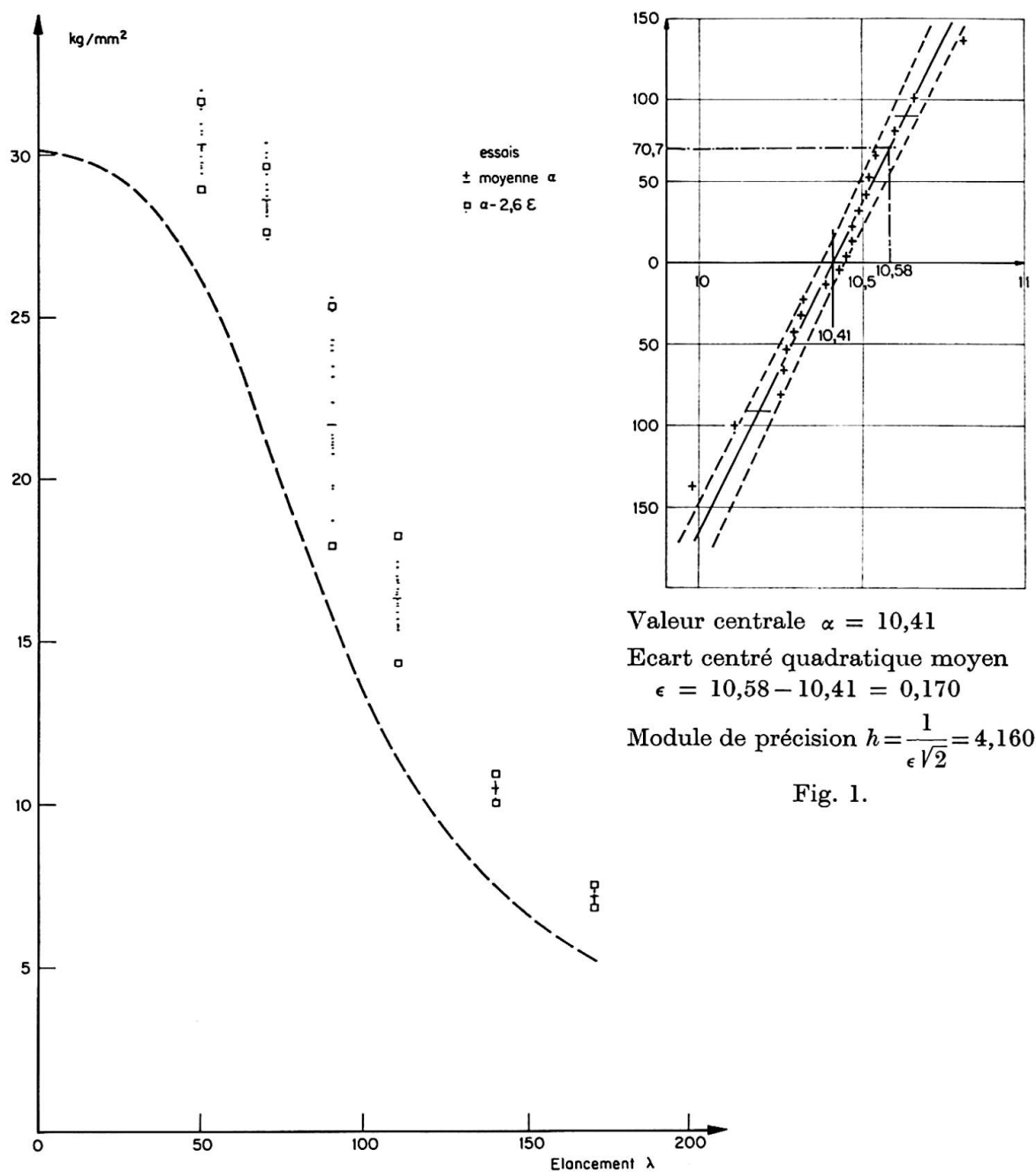


Fig. 2. Convention européenne de la construction métallique. Sous-commission pour l'étude expérimentale du flambement. Essais français sur IAP 150.

Théorie et expérience vont ainsi de pair, la seconde donnant à la première une garantie authentique de concordance avec la réalité physique.

\* \* \*

Les règles de calcul en préparation à la Convention européenne de la construction métallique constituent donc non seulement un pas en avant vers l'unification internationale des règles techniques, mais représentent aussi, et surtout, un document reflétant une bonne harmonie des données théoriques

et des enseignements de l'expérience et pouvant sans doute servir de guide dans l'évolution imminente et inéluctable des règlements nationaux vers l'application des notions probabilistes de la sécurité.

### Résumé

L'auteur expose l'évolution que vont être amenés à prendre les règlements nationaux de la construction métallique sous l'impulsion de la Convention européenne de la construction métallique, par l'introduction des méthodes statistiques dans le calcul des ouvrages, et vers une application des notions probabilistes de la sécurité, en particulier dans le problème des instabilités, domaine de choix pour ces nouvelles conceptions, et nous fait constater la bonne harmonie régnant entre les résultats expérimentaux et les données théoriques reprises par ailleurs dans le rapport 1 c 2 de la Publication préliminaire, par monsieur JEAN DUTHEIL.

### Zusammenfassung

Der Verfasser deutet die Entwicklung der nationalen Stahlbau-Vorschriften an, wie sie voraussichtlich von der Europäischen Konvention der Stahlbauverbände angeregt werden wird: Einführung statistischer Methoden in die Berechnung der Stahlbauten und Anwendung des wahrscheinlichkeitstheoretischen Sicherheitsbegriffs, insbesondere bei Stabilitätsproblemen, welche sich besonders dazu eignen. Er zeigt die gute Übereinstimmung der Versuchsergebnisse mit den theoretischen Angaben des Aufsatzes von J. DUTHEIL (1 c 2 des Vorberichtes).

### Summary

The author discusses the development which national regulations regarding steel construction are going to be induced to assume at the instigation of the European Convention on Steel Construction, by the introduction of statistical methods for the calculation of structures, and towards an application of probabilist conceptions of safety, more particularly in connection with the problem of instabilities, a specially suitable field for these new conceptions, and draws attention to the good agreement between the experimental results and the theoretical data which were summarised in report 1 c 2 of the Preliminary Publication, by Mr. JEAN DUTHEIL.

## Réflexions sur une doctrine générale de calcul des constructions métalliques

*Betrachtungen über allgemeine Grundsätze für die Bemessung von Stahlkonstruktionen*

*Some Remarks on the General Principles of the Design of Steel Structures*

CH. MASSONNET

Professeur à l'Université de Liège

M. SAVE

Chargé de Cours à la Faculté Polytechnique de Mons

Les constructions métalliques doivent être dimensionnées de manière à présenter un comportement correct en service et à offrir une sécurité fixée à l'avance vis-à-vis de la ruine réelle. On examine successivement ci-après comment ce principe fondamental peut être appliqué à l'analyse d'une structure donnée, puis au dimensionnement d'une structure.

### 1. Analyse d'une structure donnée

#### 1.1. Comportement correct en service

Dans les conditions de service, c'est-à-dire de *charges*, température, etc... prévues en service, la structure doit pouvoir remplir correctement sa *fonction*; cela impose le plus souvent des limitations aux *déformations* (soit statiques: flèches de poutres ou de planchers, soit dynamiques [vibrations]). Ces conditions de déformation doivent être vérifiées en faisant appel à la méthode de calcul valable dans les conditions de service (le plus souvent la Résistance des Matériaux en domaine élastique, avec utilisation de données empiriques permettant d'estimer des effets échappant au calcul direct: effets des tensions résiduelles, de la déformabilité des assemblages, des déformations plastiques localisées, etc...). On passe ainsi par l'état de tension pour obtenir les déformations, mais il n'est en général pas rationnel de vérifier une «résistance en service» (méthode des tensions admissibles) car les conditions de ruine sont en général des conditions plus sévères que celles de service.

#### 1.2. Sécurité fixée d'avance vis-à-vis de la ruine

Il faut se fixer d'une part les *caractéristiques mécaniques* et d'autre part les *sollicitations* puis ensuite analyser le processus de ruine.

### 1.2.1. Caractéristiques mécaniques

Sur la base d'essais statistiques exécutés dans des conditions aussi proches que possible des conditions réelles, on dispose des valeurs moyennes des *caractéristiques mécaniques*:  $R_e$ ,  $R_r$ ,  $A$ ,  $S$ ,  $E$ ,  $G$ , ainsi que des dimensions des éléments, etc. que l'on doit affecter de coefficients de *minoration* liés à la dispersion de chaque caractéristique par rapport à la moyenne.

Ceci donne les *valeurs caractéristiques* (utilisées par exemple par le C.E.B. dans sa doctrine sur la sécurité des structures en béton armé).

Les valeurs des caractéristiques à mettre en œuvre dans les calculs (valeur *de calcul*) doivent, elles-même, être minorées par rapport aux valeurs caractéristiques en tenant compte:

1. de la possibilité d'écarts entre les caractéristiques des métaux prélevés et des métaux les plus faibles mis en œuvre;
2. de la possibilité de corrosion (bateaux par exemple), d'usure mécanique (rails par exemple);
3. des conditions de réalisation (main d'œuvre non qualifiée en pays sous-développé par exemple).

### 1.2.2. Les sollicitations de ruine seront, soit:

a) celles de service, appliquées cycliquement  $n$  fois, avec  $n \geq n_s$ ,  $n_s$  étant le nombre de cycles correspondant au service demandé à la structure;

b) les sollicitations de service affectées de coefficients de *majoration* basés eux aussi sur des concepts probabilistes: les coefficients de majoration seront d'autant plus grands que sera grande la probabilité de voir, pendant la vie estimée de la structure, les charges en question dépasser leurs valeurs de service, et d'autant plus que la borne supérieure du dépassement sera haute et mal connue. Il est clair, en particulier, que les surcharges seront affectées de coefficients de majoration importants, tandis que le coefficient de majoration des charges mortes sera de l'ordre de 1,10.

Enfin, on peut accentuer tous ou certains de ces coefficients de minoration et majoration (de façon uniforme ou non) pour tenir compte de l'importance humaine et économique d'une ruine éventuelle de la structure.

Des concepts statistiques analogues à ceux repris ci-dessus, et le fractionnement du «coefficient de sécurité», ont déjà été adoptés par le C.E.B., sont en cours d'examen à la Convention européenne de la construction métallique, et figurent dans les codes des pays d'Europe orientale (théorie des sollicitations limites).

### 1.2.3. Analyse du processus de ruine

1.2.3.1. *Généralités*. Il faut maintenant vérifier que la structure faite des matériaux aux caractéristiques ainsi minorées et soumise aux sollicitations de ruine (sollicitations de service majorées), n'a pas encore atteint ou au plus a juste atteint la ruine.

Il faut pour cela faire appel à nos connaissances en *mécanique des solides* pour déterminer le ou les processus de ruine possible de la structure.

Cette ruine peut survenir par :

1. excès de déformation permanente, avec ou sans formation de mécanisme, avec ou sans instabilité, avec ou sans fluage.
2. par rupture, soit suite à une instabilité locale ou globale, soit de fatigue, plastique ou non, soit fragile.

Il faudra donc, selon les cas, avoir recours à :

- la Résistance des Matériaux en régime élastique (ou à l'élasticité) complétée par diverses données expérimentales (facteur de réduction d'entaille  $k_f$  en fatigue, imperfections maxima à craindre dans le cas des pièces en danger d'instabilité [2], conditions produisant la ruine par *fatigue*, etc...);
- la théorie de la plasticité, ou plus souvent l'*analyse limite* (méthode des rotules plastiques pour les charpentes);
- la visco-élasticité.

Les deux éléments dont dépend le processus de ruine sont :

1. le comportement mécanique du matériau (connaissance des matériaux);
2. la variabilité des charges de ruine dans le temps.

1.2.3.2. Si les charges de ruine sont *statiques* et ne sont susceptibles de se présenter qu'une fois (surpression dans un réacteur nucléaire ou dans un réservoir, surcharge accidentelle d'une ossature) la ruine a lieu par excès de déformation plastique et l'analyse limite plastique doit être utilisée. Dans l'état actuel des connaissances sur la rupture fragile, il n'est encore possible que de prescrire des règles destinées à éviter l'*exhaustion de la ductilité*, et non de prédéterminer quand la rupture sera fragile et sous quelles sollicitations elle se produira.

Notons que l'instabilité élastique ou élasto-plastique est incluse dans l'analyse limite considérée ci-dessus et qu'il reste certainement à perfectionner nos connaissances dans ce domaine [3].

1.2.3.3. Si les charges de ruine sont statiques et appliquées de manière permanente (donc identiques aux charges de service), la ruine peut avoir lieu par *fluage* (ex.: réservoirs sous pression à haute température).

Il faut alors utiliser la théorie du fluage (visco-élasticité) — compte tenu des tensions thermiques existantes — pour déterminer le temps de vie réel et le comparer au temps de vie prescrit<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Le fluage a pour résultat de modifier de manière permanente les dimensions de la structure et de modifier la répartition des tensions données par la théorie de l'élasticité, tensions thermiques comprises. Il faut alors examiner la situation qui se présente après arrêt — et donc refroidissement — de l'installation, car des ruptures se produisent fréquemment à ce moment.

1.2.3.4. Si les charges de ruine sont appliquées cycliquement, et si le nombre  $n$  de cycles est tel que  $\frac{1}{4} \leq n \leq 25.000$ , le mode de ruine pourra être la *fatigue plastique* (high strain fatigue).

Quand la structure présente des concentrations de tension (état de tension fortement non homogène), la fissure de fatigue plastique se produit à partir de ces zones qui sont en état de déformation plastique limitée (restricted plastic flow) et sont par conséquent soumises à des cycles à *déformation totale constante* imposée par la partie environnante, qui est en régime élastique. On peut alors déterminer la vie de la structure à l'aide de la méthode proposée par LANGER [4]. Celle-ci est analogue aux méthodes de calcul à la fatigue à grand nombre de cycles ( $n > 25.000$  et souvent de l'ordre de  $10^7$ ). On utilise une courbe d'endurance liant  $\sigma$ , amplitude fictive élastique nominale des tensions, aux nombres de cycles  $n$ . On tient compte de l'influence plus ou moins grande de la tension moyenne et l'on applique des coefficients *expérimentaux*  $k_f$  d'entaille à la fatigue.

Quand la structure est soumise à des cycles à amplitude de *tension* fixée (par exemple structure isostatique chargée par poids), les recherches de RODERICK et RAWLINGS [9] ainsi que des essais (non publiés) de traction répétée effectués au Laboratoire de résistance des matériaux de l'Université de Liège montrent qu'on peut avoir *ruine par accumulation de déformations* permanentes de même signe, la déformation totale variant dans le temps comme une déformation du fluage, ou bien *ruine par exhaustion de ductilité* provenant de déformations plastiques successives de signes contraires. Dans ce dernier cas, il faudrait connaître, d'après le type de cycle de charge imposé à la structure, le nombre de cycles amenant cette exhaustion.

Si la structure est hyperstatique, on peut utiliser la théorie plastique de l'*instabilité de déformation* [5] qui montre que la structure périra, soit par accumulation de déformations cycliques de même sens (incremental collapse), soit par plasticité alternée épuisant la ductilité du matériau. Dans le premier cas, on doit se prémunir par un critère de flèche; dans le second, par un critère de rupture.

Cependant, cette théorie devrait être réexaminée à la lumière des résultats expérimentaux récents sur le comportement des métaux soumis à des cycles de tension entre limites fixes.

1.2.3.5. Enfin, si l'on est en présence de *fatigue* au sens habituel ( $n \gg 25.000$ ) on appliquera les méthodes de calcul adéquates, dont le point de départ est une étude de la structure par la résistance des matériaux en domaine élastique<sup>2)</sup>.

---

<sup>2)</sup> Il est cependant permis de faire subir à la structure une opération de précontrainte par déformation plastique initiale, de façon à y engendrer une répartition de tensions résiduelles qui amélioreront son comportement en service ultérieur. Des exemples de telles opérations sont:



1.2.3.6. Il nous semble *en résumé* qu'il n'est pas raisonnable d'opposer des méthodes qui se complètent, mais qu'il faut plutôt s'efforcer de les unir dans un corps de doctrine plus vaste, et que d'autre part il faut étudier les phénomènes à l'aide des méthodes adéquates et non à l'aide d'une méthode connue (élasticité) mais inadéquate et que l'on doit forcément violenter.

## 2. Dimensionnement d'une structure

Lorsque la structure n'est pas donnée mais qu'on doit la dimensionner, les différentes méthodes (élastique, plastique, visco-élastique) peuvent venir en opposition. En fait, ce qui est en opposition ce sont *les critères principaux de dimensionnement choisis*. On peut en effet librement décider, sur la base d'arguments à faire valoir, que le dimensionnement doit être principalement basé soit sur les conditions de service, soit sur les conditions de ruine.

La méthode à utiliser découle alors nécessairement de ce choix, car des choix différents entraînent des méthodes différentes.

Si ce dimensionnement était doublé d'une vérification dans les conditions non utilisées pour le dimensionnement, il resterait peu d'oppositions. Mais chaque méthode (élastique, plastique) se veut seule nécessaire, point de vue soutenu par les praticiens qui ne veulent faire qu'un calcul et pas deux (dimensionnement plus vérification).

On est ainsi conduit à affubler chacune des méthodes de corrections ou de stipulations supplémentaires destinées à éviter la vérification subséquente, tout en satisfaisant au second type de conditions. C'est ainsi que divers règlements sur le calcul des bâtiments, basés sur la méthode élastique, autorisent des réductions des moments fléchissants sur les appuis intérieurs des poutres continues.

Inversement des règlements basés sur le dimensionnement plastique imposent des conditions supplémentaires destinées à assurer la serviciabilité.

Une telle façon de faire peut se justifier du point de vue pratique, si l'on dispose d'assez d'informations pour édicter des règles supplémentaires assez sûres et d'un champ d'application suffisamment étendu<sup>3)</sup>.

---

L'autofrettage des tubes de canons et des réservoirs cylindriques destinés à supporter de hautes pressions.

La déformation préalable «à bloc» des gros ressorts hélicoïdaux employés dans la suspension des véhicules et des ressorts à lame.

La précontrainte de certaines pièces entaillées sollicitées par fatigue.

<sup>3)</sup> La tendance générale actuelle est, cependant, de s'efforcer de concilier les différents critères. C'est ainsi que, dans les ouvrages en béton précontraint, il est usuel à la fois de faire un calcul élastique, de calculer la sécurité vis-à-vis de la fissuration, et enfin d'évaluer la sécurité vis-à-vis de la rupture. Une tendance analogue se remarque dans les études récentes sur le béton armé [7].

Le choix du critère principal n'est d'ailleurs pas toujours libre, comme on peut le voir en examinant les méthodes usuelles de calcul des assemblages.

Dans le cas des assemblages *rivés*, la méthode usuellement employée est indiscutablement une méthode *plastique* (emploi du concept de section nette, égalisation des efforts repris par des rivets en file, etc...).

Dans les assemblages *soudés*, il existe des tensions résiduelles égales à la limite élastique du métal. Donc, le dimensionnement plastique lui-même est impossible et il faut se baser directement sur les conditions de rupture.

Enfin, dans les assemblages à boulons à haute résistance, on table actuellement en Europe sur le frottement, c'est-à-dire qu'on adopte un dimensionnement *élastique*.

Le choix d'une méthode de dimensionnement élastique, tenant compte de toutes les surtensions effectives en service, serait terriblement dispendieuse dans le cas des charpentes rivées et simplement *impossible* dans le cas des charpentes soudées.

Quoi qu'il en soit, *le choix fondamental est celui du critère principal de dimensionnement*, parce qu'il conditionne toute l'économie de la structure. Divers éléments peuvent entrer dans ce choix, mais il semble en tout cas rationnel de préférer une méthode qui, toutes autres choses égales d'ailleurs, permette d'*optimiser* le dimensionnement. Comme illustrations de cette possibilité, citons le dimensionnement plastique où il est possible de faire un dimensionnement *direct*, conduisant au poids minimum de métal, ce qui n'est pas possible en dimensionnement élastique [5].

A côté du procédé empirique qui consiste à rechercher les stipulations complémentaires à une méthode pour la rendre susceptible de satisfaire à la fois aux conditions de service et de ruine, une autre voie (plus étroite sans aucun doute) consiste à rechercher des méthodes rationnelles de dimensionnement qui satisfont *automatiquement* aux deux types de conditions. Dans le cas de charges statiques et de ruine par mécanisme plastique, il existe une possibilité théorique dans cette voie: on peut montrer en effet [6] qu'un dimensionnement élastique d'égale résistance vis-à-vis de la plastification est aussi, pour un métal obéissant à la condition de plasticité de VON MISES, un dimensionnement plastique de poids minimum.

### 3. Conclusions

Nous pensons que, s'ils veulent progresser, les ingénieurs constructeurs doivent non pas s'accrocher à *une* méthode familière dans laquelle ils ont été formés et l'opposer aux autres, mais plutôt s'efforcer d'être capables d'appliquer *toutes* nos connaissances actuelles en mécanique des solides à la construction. Ces connaissances expérimentales et théoriques, ont fortement progressé ces dernières années et continuent à se développer rapidement.

Il semble que le moment soit venu d'essayer de jeter les bases d'une doctrine rationnelle les utilisant de façon synthétique. Il reste évidemment énormément à faire (quand faut-il commencer à considérer qu'il y a fatigue plastique et non chargement statique? Que sait-on du fluage avec fatigue en construction mécanique, que sait-on de l'interaction ossature-murs et planchers d'une ossature du point de vue de la ruine par mécanisme ou du flambement en masse, etc...)? Cependant, on peut s'efforcer dès à présent de tracer clairement les axes à suivre, ce qui permettra d'organiser les recherches de la façon la plus efficiente et ainsi de faire progresser plus rapidement la science du constructeur.

### Bibliographie

1. A. MOREIRA DA ROCHA: «Le dimensionnement idéal des ponts en grille de béton armé». 7e Congrès de l'A.I.P.C., Publ. Préliminaire, pp. 221—230, 1964.
2. J. DUTHEIL: «L'évolution de la notion de sécurité en constructions métalliques». 7e Congrès de l'A.I.P.C., Publ. Préliminaire, pp. 193—204, 1964.
3. A. HRENNIKOFF: "Plastic and Elastic designs compared". 7e Congrès de l'A.I.P.C., Publ. Préliminaire, pp. 205—212, 1964.
4. B. F. LANGER: Welding Jl. Res. Suppl. Vol. 37, p. 411 S, Sept. 1958 et Journal of Basic Engineering, A.S.M.E., pp. 389 à 402, Sept. 1962.
5. CH. MASSONNET et M. SAVE: «Calcul Plastique des Constructions», Vol. 1: Ossatures planes, éditeur C.B.L.I.A., Bruxelles 1959.
6. CH. MASSONNET et M. SAVE: «Calcul Plastique des Constructions», Vol. II, Structures spatiales, éditeur C.B.L.I.A., Bruxelles 1962.
7. V. PETCU: «Une conception nouvelle dans le calcul plastique des structures en béton armé». Acad. Rép. Populaire Roumaine. Etudes et Recherches de Mécanique Appliquée N° 6, Année 14, 1963.
8. W. PRAGER: «Problèmes de plasticité théorique». Dunod, Paris, 1958.
9. J. W. RODERICK et B. RAWLINGS: 7e Congrès de l'A.I.P.C., Publ. Préliminaire, pp. 525—536, 1964.

### Résumé

Les constructions métalliques doivent être dimensionnées de manière à présenter un comportement correct en service et à offrir une sécurité fixée à l'avance vis-à-vis de la ruine. Tandis que le comportement en service est élastique, l'analyse du comportement à la ruine fait intervenir des connaissances nouvelles acquises dans les domaines de la plasticité et de la viscoélasticité. La doctrine générale de calcul des constructions doit utiliser l'ensemble de ces connaissances de façon synthétique.

### Zusammenfassung

Stahlkonstruktionen sollen so bemessen werden, daß sie sich unter Betriebsbedingungen befriedigend verhalten und eine im voraus festgesetzte Bruch-

sicherheit aufweisen. Unter Betriebsbedingungen ist das Verhalten elastisch; für die Traglastuntersuchung sind dagegen die neueren Erkenntnisse auf dem Gebiet der Plastizität und der Viskoelastizität zu berücksichtigen. Allgemeine Grundsätze für die Bemessung der Tragwerke müssen sich auf eine Synthese aller dieser Kenntnisse stützen.

### Summary

Steel structures must be so designed that they exhibit satisfactory behaviour in service and provide a margin of safety fixed in advance as regards actual failure. Whereas the behaviour in service is elastic, the analysis of the behaviour to failure introduces new facts acquired in the fields of plasticity and viscoelasticity. The general principles of design for these structures must make use of all these facts in combination.

**Discussion - Discussion - Diskussion**

**Safety, Economy and Rationality in Structural Design (N. C. Lind, C. J. Turkstra, D. T. Wright)<sup>1)</sup>**

*Sécurité, économie et rationalité dans l'étude des ouvrages*

*Sicherheit, Wirtschaftlichkeit und Aufwand in der Tragwerksberechnung*

GEORGE WINTER

Prof., Cornell University, Ithaca, N. Y.

The writer agrees with several of the propositions in this stimulating paper. He must preface his remarks by confessing that he is directly connected with that often criticized activity, the formulating of design codes. In fact, he is closely affiliated with the three groups which are responsible in the United States for the codes for reinforced concrete design, for steel structures design, and for cold-formed, light-gage steel structures.

From this experience the writer agrees with the authors' opinion that it will never be possible to base safety provisions entirely on a desired probability of failure, even if this concept were enlarged to include the concept of serviceability. Yet, this does not mean that maximum use should not be made of any statistical evidence that is available on frequency distributions of materials strength, of wind gust loading, snowloads, etc. On the contrary, any progress toward greater rationality and economy in safety provisions depends largely on improved information of this statistical type. There is general agreement that more data on actual load intensities, on actual strength of existing structures, etc., are badly needed. Incidentally, interesting data on strength of existing structures should be obtained systematically by load testing of the many structures which are slated for removal or demolition.

The authors make one specific proposal. They suggest that design loads should be reduced systematically and periodically, in order to improve economy and rationality of the design process. Some comments on this proposal seem in order.

Loads, even live loads, are of a great variety of types. The gravity load of a water tank is known with great precision and cannot be reduced periodically by fiat. For many industrial structures, the weights of the supported

---

<sup>1)</sup> See "Preliminary Publication" — voir «Publication Préliminaire» — siehe «Vorbericht», Ic 1, p. 185.

equipment are given by the equipment manufacturers and are also known with considerable certainty. The design of structures of this kind, evidently, cannot be improved by systematic reduction of design loads. There are other types of loads which are highly uncertain, such as loads on a gymnasium floor or on a warehouse floor, including dynamic effects in both cases. For such loads it would seem that more data on actual load conditions would contribute more to rational design than arbitrary load reductions.

The authors present a table of various occupancy loads prescribed in different countries to illustrate what they regard as a chaotic situation. The chaos may not be as bad as it seems. To be sure, the prescribed office loads in the U.S.A. considerably exceed those in other countries and the same holds true for classroom loads in India. It is just possible that the reason lies in the earlier use of heavy office machines in the U.S.A. and in the comparative crowding of classrooms in India. The writer is at a loss to explain why a church floor in France is loaded  $2\frac{1}{2}$  times as heavily as in Australia, but he is not familiar with habits of church attendance in these two countries. Apart from these few extremes, the discrepancies in occupancy loads in the authors' table are not so crass as to suggest that load reduction is the most promising and rational approach for design code improvement.

Load reduction is just another means for reducing the safety margins. In the history of most design codes, this same reduction has been achieved over the years by a gradual increase in allowable stresses rather than a reduction in loads. Thus, during the first few decades of this century basic allowable stresses for steel of given yield strength, both structural and reinforcing, were increased by about 25% in the U.S.A. About the same holds for other materials. Occasionally, troubles were experienced and allowable stresses had to be reduced, at least temporarily until a real understanding of the source of troubles had been gained. As such an example, allowable shear stresses in concrete may be cited. As long as the permissible stress concept is used in design, it would seem that this procedure of increasing allowable stresses is more rational than reducing design loads. The same would apply to load factors in ultimate load design procedures.

Improving the safety provisions of design codes is a difficult matter for at least two reasons. For one the principles on which such improvement should be based are far from clear, as the authors point out, among others. For another, numerous non-technical factors come into play, some quite unexpectedly. A recent example are the safety provisions incorporated in the 1963 edition of the Reinforced Concrete Building Code of the American Concrete Institute.

In connection with inelastic ultimate strength design, the code committee originally proposed the following safety provisions<sup>2)</sup>:

---

<sup>2)</sup> J. Am. Concrete Institute, Proc. Vol. 59, pp. 208—209, 1962.



*Proposed Provisions*

*Design Strengths of Materials:* Concrete  $0.65 f'_c$   
 Steel  $0.80 f_y$   
 $f'_c$  = specified cylinder strength  
 $f_y$  = specified yield strength

*Design Loads:*  $1.3 D + 1.5 L$   
 $1.1 (D + L + W)$  or  $0.9 D + 1.1 W$   
 $D$  = dead load,  $L$  = live load,  
 $W$  = wind load

These proposals, prepared by a subcommittee of which the writer was chairman, were aimed, somewhat vaguely, at a failure probability of the order of 1 : 100,000. Considerable potential flexibility was achieved by distinguishing between overload and understrength coefficients. For instance, for precast concrete members, in view of better quality control under plant conditions the coefficient for concrete strength could have been increased from 0.65 to 0.70 or 0.75 in later code editions. Likewise, since prestressing effectively means pretesting the reinforcement, the steel strength coefficients for prestressed construction might have been increased later from 0.80 to 0.85 or 0.90. Similar adjustments are possible in the load equations.

These proposed safety provisions, however, met with objections of several kinds, chiefly from the building materials industry, and to a lesser degree from structural designers. Most of these objections were based on habit, tradition, competitive position and the like. Though not necessarily rational or logical, such reactions cannot simply be brushed aside. Other objections were unexpected, some of them involving the legal aspects of the code. As an example, the following was pointed out: Suppose on a given job the concrete cylinder tests fall short of the specified value by some 25%. Under the proposed provisions the concrete supplier could claim that his concrete is not really objectionable because the design strength of the concrete need be only  $0.65 f'_c$ , since the design is explicitly based on this strength and no more. It might be difficult, in litigation, to prove the supplier wrong.

After lengthy and widespread discussion, the safety provisions which were finally adopted are<sup>3)</sup>:

*Design Strength of Members:*  $\phi \times \text{Theoret. Strength}$   
 Flexure:  $\phi = 0.90$   
 Shear:  $\phi = 0.85$   
 Compression:  $\phi = 0.70$  or  $0.75$

---

<sup>3)</sup> Building Code Requirements for Reinforced Concrete, ACI 318—363, pp. 66—67, 1963.

$$\begin{aligned} \text{Design Loads:} \quad & 1.5 D + 1.8 L \\ & 1.25 (D + L + W) \text{ or } 0.9 D + 1.1 W \end{aligned}$$

It is seen that the principle of separate overload and understrength provisions is retained. The provisions are less rational and less flexible than the original proposal. Yet, for reasons not often considered in this context, they were acceptable while the original proposal was not. Thus a modest step forward has been achieved, while insistence on the technically more far-reaching improvement of the original proposal may have resulted in no progress at all.

This is just one instance which illustrates that the manner of incorporating safety provisions in design codes has variegated non-technical aspects, legal, traditional, competitive, purely psychological, etc. Because of this and also because the nature of the problem is only partly probabilistic, progress is necessarily slow and cautious.

### Summary

The writer agrees with the authors that it will never be possible to base structural safety provisions entirely on probability of failure. He does not believe that the authors' proposed periodic and systematic blanket reductions of design loads represents either a rational or a practical means of improving design codes. The experience with developing the safety provisions of the American 1963 Reinforced Concrete Code is cited to illustrate the fact that non-technical considerations (competitive, legal, psychological, traditional, etc.) play an inevitable role in formulating such provisions.

### Résumé

L'auteur partage l'opinion de MM. LIND, TURKSTRA et WRIGHT: il ne sera jamais possible de fonder entièrement la sécurité des constructions sur la probabilité de rupture. La solution proposée par ces auteurs, et consistant à effectuer, systématiquement et périodiquement, une réduction générale des charges réglementaires, ne constitue pas un moyen rationnel ni pratique d'améliorer les règles de construction. On cite l'exemple de l'élaboration des articles relatifs à la sécurité dans les règles américains de 1963 concernant le béton armé pour illustrer le rôle inévitable que des considérations tout à fait étrangères à la technique (concurrence, aspects juridiques et psychologiques, traditions, etc.) jouent dans l'élaboration de tels règlements.

### **Zusammenfassung**

Es wird den Autoren darin zugestimmt, daß eine rein wahrscheinlichkeitstheoretische Bestimmung der Tragwerkssicherheit wohl niemals möglich sein wird. Der Vorschlag, Belastungsannahmen durch periodische und systematische Verkleinerung der Entwurfslasten zu verbessern, wird als unbegründet und unpraktisch verurteilt. Es werden Erfahrungen mitgeteilt, die bei der Entwicklung der amerikanischen Stahlbetonnormen von 1963 gemacht wurden. Sie zeigen, daß nichttechnische Einflüsse wettbewerblicher, rechtlicher, psychologischer oder traditioneller Natur eine unvermeidliche Rolle bei der Aufstellung solcher Bestimmungen spielen.

### **Reply - Réponse - Antwort**

N. C. LIND

C. J. TURKSTRA

D. T. WRIGHT

The authors wish to thank Professor WINTER for his valuable discussion and express their agreement with the main thesis of his remarks, namely that codes of design is an environment in which rational steps are not always possible even if they are evident. Certainly the entire problem is extraordinarily complex. Yet, it cannot be overemphasized that the business of rationality in design and the ordering of our priorities for the use of the resources of society is an essential responsibility of engineers, and that we are delinquent in that responsibility when we ignore the problem because of its difficulty and non-technical aspects, and bury ourselves in "pure" technical problems.

It is also agreed that the primary information necessary to progress towards improved codes is more data on loads, and more data on the actual strength of structures as built. The few tests of real structures that are available lead to two general conclusions — that the response of structures is too complex for accurate analysis, even statistically; and that many structures can support a much greater load than necessary. Under these conditions reduction of design strengths must be somewhat arbitrary and the precise effects of such reductions cannot be completely predicted, but the observation that structures are stronger than necessary does provide a valid basis for reduction.

If a wholly rational framework in which to embed this material is not possible, we may still be able to use better data more effectively. An example of such progress is the treatment of snow loadings on roofs which has improved greatly in Canada in the past ten years [1, 2, 3]. Before about 1953 design snow loads were altogether arbitrary. After 1953 loads were based on meteorological data.

logical data and reflected the anticipated ten-year-return intensities of ground cover. By 1960 thirty-year data was available on ground cover and thirty-year return intensities were substituted, consistent with the return period used for wind loads. As well, at the same time initial studies of actual loads, revealing the difference between roof and ground cover, permitted roof loads to be set at 80% of ground loads. For the 1965 edition of the National Building Code of Canada still better data available has made it possible to assign to exposed roofs a design load of 60% of the ground cover, with other ratios set for varying shapes and exposure conditions in reflection of some ten years of field observations. With a modest expenditure in research, but fairly responsive reaction from code writers, a short period of time has seen established much sounder basis for snow loads, and concurrently there have been very significant reductions in the design load level.

Even when significant quantities of data are not available, sample observations and theoretical studies may show the way to code improvements. For example, it is well established that equal expectations of live loading due to occupancy vary with area  $A$  as the function  $B + C/\sqrt{A}$ . There may be uncertainty as to the precise values of the constants  $B$  and  $C$  for various classes of occupancy, but it is quite appropriate now to introduce such variations in building codes, in place of the customary treatment by which loadings are reduced only in proportion to the number of storeys in a multi-storey building with no response to the number and sizes of bays. The 1965 code [3] will include such treatments of the effective area on live loads of occupancy, and very significant benefits are anticipated, without reduction in safety or confidence.

It is thus conceded to Professor WINTER that more data on actual load conditions is perhaps the most urgent need to improve the codes. However, the point is that since our design loads bear little resemblance to actual loads, and since our stress analysis only reflect reality very poorly, the past performance of existing codes is the most important source for the evaluation of design constants. Few, if any, structural failures have as yet been ascribed to the occurrence of the rare event that an unusually high load coincided with a possible but improbable low resistance of an apparently well built structure. Yet, it is to reduce the number of such chance events that the safety margins on the design constants are applied. That such events do not seem to occur shows also that the safety margins are on the whole too high. At present, human error is credited with the vast majority of failures. If it is imagined that the safety margins were lowered gradually, the failure rate would at first remain constant, then eventually increase; initially this increase would be ascribed wholly to human errors (more such errors would of course be revealed when the efficiency of the structures were increased). Finally, the rate of failures not attributed to human error in one form or another, would increase. Not until this rate were at least equal to that due to

human error would the safety margin in fact accord with the interests of our clients, since surely the clients have a right to expect fewer failures caused by engineers and contractors than by inanimate nature.

A main objection to the specific proposal was that some design loads are known with great precision and hence cannot be reduced periodically by fiat. The reductions suggested would, of course, bear some relation to the dispersion of the load parameter, for instance a certain percentage of the standard deviation.

Prof. WINTER suggests that the past several decades have seen significant increases in working stresses which have had the same influence on the safety margins as load reductions. It may be argued that there have been very few, if any, effective increases in working stress. Working stresses as fractions of yield in steel structural design have changed very little in the twentieth century. When working stresses have been increased, yield stresses have usually increased proportionally. In reinforced concrete structures, there may be an apparent increase in working stresses in both reinforcing steel and concrete, but associated with these increases have been great improvements in quality control with the result that actual margins of confidence and levels of safety are as conservative now as they were many decades ago.

The example given by Prof. WINTER is a welcome illustration of the difficulties of modern code writing. It shows the change in function of the codes that has gradually taken place in this century. The original function was solely to protect the public against incompetent or unscrupulous engineering. But as codes came to be firmly established, they became also the rigid standards of design, and the study of engineering which had hitherto tended to develop individual technical judgement, came to center on learning how to design according to these codes. While codes originally followed practice and were modified as practice evolved, the opposite is now the case, and individual designers hesitate to deviate from codified procedure. Thus, codes function effectively to reduce engineering design to a subprofessional activity. Thirdly, codes function as a rule-of-thumb, minimum standard of prudent engineering, used as protection by the engineer if he gets involved in lawsuits. Further, Prof. WINTER reports the suggestion that a supplier of material might succeed in using a design provision in a code to override the material specifications as part of his contractual obligations; fortunately such an argument would not likely be accepted in a court of law. Finally, in some cases, codes have even been made to represent commercial interests; the example shows that such interests are not entirely eliminated from consideration even in the most reputable national codes.

It is time that the writing and periodical revision of design codes be recognised as a professional engineering activity wholly in the service of the public to the exclusion of all other interests, and only engaged in with a clear sense of this responsibility.



### References

1. B. G. PETER, W. A. DALGLEISH and W. R. SCHRIEVER: "Variations of Snow Loads". Transactions, Engineering Institute of Canada, Vol. 6, No. A-1 (April 1963).
2. D. T. WRIGHT and B. B. McCLORRY: "The Analysis of Snow Loads with Applications to Snow Loads in British Columbia". Transactions, Engineering Institute of Canada, publication pending 1964.
3. Associate Committee on the National Building Code, National Research Council: "National Building Code of Canada 1965". Ottawa 1965.

### Summary

On the whole, agreement is expressed with Prof. WINTER's remarks, in particular that non-technical and non-professional reasons may impede code improvement. The kind of improvement that is still possible within these limits is illustrated by examples. Finally, it is shown that codes serve a multiplicity of interests some of which are incompatible with the professional ethics of engineering.

### Résumé

Dans l'ensemble, les auteurs souscrivent aux remarques du Professeur WINTER, en particulier en ce que des raisons de caractère non technique et non professionnel peuvent retarder un perfectionnement des règlements. Le genre d'amélioration qui reste possible dans ce cadre est illustré par quelques exemples. Pour terminer, on montre que les règlements servent à des fins très diverses, dont certaines ne sont pas compatibles à l'éthique professionnelle.

### Zusammenfassung

Grundsätzlich sind die Autoren mit den Bemerkungen von Prof. WINTER einverstanden, insbesondere daß nichttechnische und nichtberufliche Einflüsse die Entwicklung von Vorschriften verzögern können. Die Art von Verbesserungen, die innerhalb dieser Grenzen noch möglich ist, wird anhand von Beispielen dargestellt. Es wird noch gezeigt, daß Vorschriften sehr vielen Zwecken dienen, von denen sich einige mit der Berufsethik nicht vertragen.



## Discussion - Discussion - Diskussion

### Generalised Approximate Method of Assessing the Effect of Deformations on Failure Loads (M. R. Horne)<sup>1)</sup>

*Méthodes d'approximation généralisées pour l'évaluation de l'effet des déformations sur les charges de rupture*

*Allgemeine Näherungsmethoden zur Bestimmung des Einflusses von Verformungen auf die Bruchlasten*

A. HRENNIKOFF<sup>2)</sup>

Vancouver, Canada

Determination of the load factor of a known structure is a basic problem of plastic theory. The author approaches it in an indirect way by the use of a Rankine type formula, in which the required load factor is expressed through two other load factors: the rigid plastic, in determination of which the change in shape of the structure is ignored, and the elastic. The discussor wishes to comment on some aspects of this development.

1. The Rankine formula, which is used also in other areas of structural engineering, is empirical in nature, and the arguments in its favour contained in the author's earlier papers do not prove it but merely show its plausibility. This does not disqualify the formula, but rather makes its acceptance dependent on experimental or theoretical confirmation in a wide range of special cases.

2. In view of the difficulty of determination, the elastic load factor entering the Rankine formula, is replaced by pseudo-elastic factor based on special assumptions of deformability of the material. The members are assumed to remain totally undeformed except at the sites of plastic hinges where they deform in accordance with a special "rigid-plastic-rigid" scheme. The extent of the strain range  $k$  in plastic section of this scheme is left unspecified. With several other assumptions and a reasoning, which the discussor has found difficulty in following, a formula for pseudo-elastic load factor is derived in terms of the strain range  $k$ .

The pseudo-elastic approach is applied to buckling of a pin-ended strut, and the value of the unknown strain range  $k$  is determined by making the

---

<sup>1)</sup> See "Publications" — voir «Mémoires» — siehe «Abhandlungen», vol. 23, p. 205.

<sup>2)</sup> Research Professor of Civil Engineering, University of British Columbia, Vancouver, Canada.

result conform to the Euler's critical load. The pseudo-elastic formula and the value of  $k$  so found are then used in analysis of a two-legged frame. In spite of good results with the frame the author increases  $k$  by 50%, as a measure of safety, thereby effecting a proportional decrease in the value of the pseudo-elastic load factor. The increased  $k$  is apparently intended for use in all types of structures under all loading conditions.

The pseudo-elastic analysis being the essence of the proposed method, deserves a thorough critical examination.

a) There is no physical resemblance between the localized hinge deformations of the model in the pseudo-elastic analysis and the distributed deformation of the structure itself.

b) Although the strain at the pseudo-elastic hinge is described on p. 207 as exceeding the one at the beginning of strain hardening, its computed value with  $k = 4/\pi^2$  corresponds to less than one half of the *elastic* range, i. e. something less than  $1/40$  of the value which it is supposed to possess.

c) The 50% increase of the computed value of  $k$ , devoid of any theoretical justification, appears to be solely a device to place the load factor neatly within the range of some predetermined results.

d) The paper gives an impression of identity of the mechanisms used for determination of the rigid plastic and the pseudo-elastic load factors. Yet in the example of the four-storey frame the two mechanisms are different. This makes uncertain the basis for selection of the mechanism to be used in the pseudo-elastic analysis.

e) The two-legged frame example referred to above will produce odd results if the loading is modified as follows: two equal compressive forces are applied horizontally opposite each other to the ends of the beam and the two vertical loads are placed symmetrically on the beam instead of the columns, forming a symmetrical four-hinge beam mechanism. If now constant plastic moments are assumed in the columns, in other words if the horizontal reactions under the columns are taken as zero, which is consistent with statics and deformations, the critical load becomes zero because the quantity  $h_1 + h_2$  is infinite. On the other hand, if these reactions are assumed distinct from zero, which is also legitimate, the critical load becomes finite and of a variable magnitude depending on the arbitrary value of the assumed reactions. It is felt that ambiguities of this kind are hardly legitimate in a rational method.

3. The results obtained by the use of Rankine formula with pseudo-elastic load factor are compared with what the author calls "the accurate solutions" in application to two four-storey one-bay building frames and several one-storey pitched roof frames. The agreement is close in some cases, not so close but safe in others, and unsatisfactory in cases involving one-sided failures of pitched roof buildings. These results, inconvincing to the writer, apparently satisfy the author.

With regard to the author's reference to "the accurate solutions", the

writer knows of no rigorous workable method for determination of the true load factor in the non-rigid plastic theory, not because proper methods of mechanical calculation are not available but because the exact theory of elasto-plastic analysis is non-existent. The author mentions two non-rigorous assumptions in his brief reference to the "accurate solution" by Wood: the absence of strain hardening and an inexact manner of moment distribution at a joint. The effect of residual stresses, ignored in English plastic literature, is viewed as important in America.

4. The load factor determined by the Rankine formula is apparently not intended to provide for possible failure by lateral-torsional buckling and local crippling, and for this reason cannot be considered as the final or true load factor. This insufficiency of the proposed analysis points to a basic defect of plastic theory. The early promise by its pioneers, of easy determination of the failure intensity of the load was not fulfilled and merely led to an idealized fictional quantity — the rigid-plastic load factor, followed later by further abstractions: the factors in lateral-torsional instability and the overall frame instability. Other varieties of load factors were discussed in the author's earlier papers. Actually of course there is only one load factor, influenced by all the tendencies implied in the partial factors, and this factor so far has eluded the efforts of the plasticians. In the mean time, in refutation of the early promises of simplicity, a formidable literature has been evolved, which only few apart from the authors may find lucid.

### Conclusions

1. The pseudo-elastic theory has no place in rational structural analysis as arbitrary and ambiguous.

2. There is no objection in principle to the use of Rankine formula in determination of the load factor, provided it allows for all types of failure and is adequately confirmed over exhaustively wide range of conditions. Unfortunately such confirmation either by rigorous theoretical analysis or large scale tests appears impossible.

### Summary

The discussor feels that the proposed method for determination of failure loads is unsatisfactory because of the following characteristics:

1. Arbitrariness and ambiguity of the pseudo-elastic theory.
2. Incompleteness in ignoring the effects of lateral-torsional buckling and local crippling.
3. Insufficiency of substantiation of the Rankine type empirical formula.

### Résumé

L'auteur estime que la méthode proposée pour la détermination de la charge de ruine n'est pas satisfaisante pour les raisons suivantes:

1. La méthode pseudo-élastique est arbitraire et ambiguë.
2. Il n'est pas tenu compte du déversement et du voilement local.
3. La formule de Rankine, de caractère empirique, n'est pas suffisamment établie.

### Zusammenfassung

Der Autor findet die vorgeschlagene Methode zur Bestimmung der Traglast aus folgenden Gründen anfechtbar:

1. Zweideutigkeit und Willkür der Pseudo-Elastizitätstheorie.
2. Unvollständigkeit wegen der Vernachlässigung des seitlichen Torsionsknickens und lokalen Beulens.
3. Unzulässigkeit einer allgemeinen Begründung der empirischen Formel von Rankine.

### Reply - Réponse - Antwort

M. R. HORNE

M.A., Sc.D., M.I.C.E., A.M.I. Struct. E., Professor of Civil Engineering,  
University of Manchester

In reply to Professor HRENNIKOFF, it is not true to say that the Rankine load is purely empirical. It has been shown [1] that there are strong theoretical reasons for believing that the Rankine load is an approximate lower bound to the failure load of an elastic-pure plastic structure. More significantly, there is also a not inconsiderable amount of experimental and empirical evidence in its favour [1, 2, 3, 4].

The treatment proposed in the paper is intended to deal with overall frame instability and its effect on the failure load predicted by simple plastic theory. It would be nothing short of miraculous if the same simple method sufficed for all forms of instability. It came, in fact, as a complete surprise to the author that the method worked as satisfactorily as it appears to in relation to frame instability. The examples have not been chosen merely because they suit the method, and in a range of realistic frames examined, the use of the recommended value of  $k$  gives answers for the critical load that are

within the range 60% to 120% of the correct value. The great majority of frames lie within the range of 80% to 110%. For those structures which would not in practice prove unsatisfactory because of excessive deflexions at working loads, the elastic critical load is likely to be at least six times the simple plastic collapse load. This being so, and taking the extreme cases of a 40% underestimate and a 20% overestimate in the critical load, the extreme errors in calculating the Rankine load become an underestimate of  $8\frac{1}{2}\%$  and an overestimate of  $2\frac{1}{2}\%$ . The great majority of frames would show extreme errors of  $3\frac{1}{2}\%$  underestimate and  $1\frac{1}{2}\%$  overestimate. These errors hardly seem serious in the light of the many other approximations.

The calculation of elastic-plastic collapse loads by digital computer programme, with full allowance for frame instability and change of geometry, is now a routine procedure in at least three Engineering Departments in Britain, namely in the Faculties of Science and of Technology at Manchester and in the Engineering Department at Cambridge. Some particulars of the type of programme involved were given some years ago by LIVESLEY [5, 6].

The author is well aware of the many criticisms that may be levelled at the proposed method — this is hardly surprising in view of its simplicity. There is however sufficient evidence that, considering this simplicity, the method is of some value. The author would be very interested to learn of other semi-empirical methods of comparable simplicity and generality that are equally or more successful. Details of such methods would be of great interest for comparison, both with the method proposed in the paper and with the results of accurate solutions that are available.

### References

1. M. R. HORNE: "Elastic-plastic failure loads of plane frames". Proc. Roy. Soc. A. Vol. 274 (1963), p. 343.
2. W. MERCHANT: "The Failure Load of Rigid Jointed Frameworks as Influenced by Stability". Structural Engineer, vol. 32 (1954), p. 185.
3. W. MERCHANT, C. A. RASHID, A. BOLTON and A. SALEM: "The Behaviour of Unclad Frames". Proc. Fiftieth Anniv. Corp Inst. Struct. Eng., 1958.
4. M. R. HORNE: "Instability and the Plastic Theory of Structures". Trans. Engin. Inst. Canada, Vol. 4, No. 2, 1960.
5. R. K. LIVESLEY: Symposium on the Use of Electronic Computers in Structural Engineering, University of Southampton, 1959.
6. R. K. LIVESLEY: "The place of digital computers in civil engineering". Proc. Inst. Civ. Engrs., Vol. 15 (1960), p. 15.

### Summary

Professor HRENNIKOFF, in his criticism of the author's use of the Rankine load, makes no comment on the evidence referred to in the the paper and

bibliography. The method contained in the paper is put forward simply as an empirical means of estimating failure loads in relation to overall elastic-plastic failure, and no claim is made that all the other factors mentioned in the discussion are allowed for.

### Résumé

En critiquant l'emploi de la formule de Rankine, le professeur HRENNIKOFF ne discute pas les preuves contenues dans l'article et la notice bibliographique. La méthode présentée ne veut être qu'un procédé empirique d'estimer les charges limites en rapport à la ruine élasto-plastique d'ensemble, sans prétendre couvrir les autres facteurs mentionnés dans la discussion.

### Zusammenfassung

In seiner Kritik gegenüber der Anwendung der Rankineschen Formel geht Professor HRENNIKOFF nicht auf den Aufsatz und in den Literaturangaben enthaltenen Beweise ein. Die vorgeschlagene Methode ist als empirisches Verfahren für die Bestimmung von Traglasten im Zusammenhang mit dem elastisch-plastischen Gesamtversagen anzusehen. Auf eine Mitberücksichtigung der andern in der Diskussion erwähnten Faktoren wird hier kein Anspruch erhoben.



## Remarques relatives au problème de la sécurité des constructions

*Bemerkungen zur Frage der Bauwerkssicherheit*

*Observations Relating to the Problem of the Safety of Structures*

AUREL A. BELES

Professeur Ingénieur, Membre de l'Académie des Sciences de Roumanie

La plupart des communications présentées au Congrès ont trait en dernier lieu au problème de la sécurité des constructions. Observons d'abord que le problème de la sécurité est le résultat global de 3 étapes qui interviennent dans la réussite d'une construction :

1. La conception.
2. Le projet comprenant le calcul et la détermination des dimensions.
3. L'exécution.

De toutes ces étapes, la seule où peuvent être appliquées les méthodes mathématiques est le calcul et la détermination des dimensions nécessaires, dont le rôle serait d'assurer la résistance et la stabilité de la construction. Cette assurance peut être exprimée par une valeur généralement représentée par un nombre appelé «coefficient de sécurité».

Une définition exacte de ce coefficient est bien compliquée mais comme cette notion est assez familière aux ingénieurs et qu'il existe une riche littérature sur ce problème, je n'entrerai pas dans plus de détails.

Ce que je voudrais rappeler est que cette étape nécessite la connaissance des forces qui agissent et se développent dans les constructions, des propriétés mécaniques des matériaux employés et impose la nécessité de fixer les hypothèses sur le comportement des différentes parties et de l'ensemble de la construction aux sollicitations auxquelles elles sont soumises.

Par la recherche moderne, on s'est efforcé de préciser la valeur et l'action de ces forces, le comportement mécanique des matériaux et celui de l'ensemble de la construction afin de déterminer des lois de plus en plus précises sur le comportement final de la construction. On a cherché à donner à ces lois une forme mathématique permettant de calculer et d'établir les dimensions des constructions et de leurs éléments constitutifs.

Le but final de tous ces efforts est la réalisation de constructions dans la forme la plus économique possible.

Volontairement on s'imagine qu'on obtient ainsi une représentation de

plus en plus conforme à la réalité et l'utilisation d'un appareil mathématique compliqué donne parfois l'illusion d'une sécurité plus grande des constructions.

Cependant ces méthodes mathématiques et la précision du calcul ne permettent pas d'améliorer les hypothèses et de les rendre plus conformes à la réalité. On ne fait souvent que réduire le coefficient de sécurité et en même temps les «réserves cachées» de ce coefficient.

L'appareil mathématique et les méthodes nouvelles de calcul, surtout du calcul électronique, sont d'une grande utilité pour faciliter la réalisation d'un projet, et elles sont même indispensables aujourd'hui pour la solution de certains problèmes des systèmes hyperstatiques, du calcul des coques, des vibrations, etc.

Mais bien souvent ils sont illusoires et même superflus, car les hypothèses admises sont affectées à l'origine même d'une approximation que le calcul ne peut pas améliorer. Cette situation se reflète dans les nombreux ouvrages parus dans toute la littérature technique mondiale sur les accidents survenus dans les constructions. Je trouve utile de préciser quelques-unes des actions qui peuvent intervenir dans le comportement des constructions et dont on ne tient pas ou on ne peut même pas tenir compte toujours dans les calculs. Parmi ces causes je citerai les suivantes:

### *1. Existence de contraintes initiales*

De pareilles contraintes se produisent dans des constructions métalliques à la suite de la soudure. J'ai eu à examiner des constructions où ces contraintes atteignaient 500—600 kg/cm<sup>2</sup> et des branchements de distributeurs où les contraintes dépassaient même la résistance admissible.

Les constructions préfabriquées en béton armé peuvent être de même sujettes à des contraintes initiales produites pendant le montage à la suite de phénomènes qui interviennent aux assemblages ou par la variation de température produite pendant et après le montage.

La communication présentée par M. A. A. VAN DOUWEN sur une méthode permettant de déterminer les contraintes résiduelles est très intéressante et place le problème de la détermination de ces contraintes sous un nouvel aspect.

### *2. Erreurs imprévisibles dans les valeurs de certains éléments géométriques utilisés dans le calcul*

Il est impossible de prévoir la valeur réelle des encastresments des fondations dans le terrain. De même dans le calcul des cadres l'utilisation de l'axe géométrique au lieu de la fibre moyenne réelle peut donner lieu à des erreurs de 5—10% pour les moments et les efforts tranchants ainsi que je l'ai démontré en 1930.

### 3. *Modalité d'exécution des ouvrages*

Les variations des tassements, la suite de l'ordre dans lequel les différentes parties d'un ouvrage sont construites, produisent des contraintes qui sont impossibles à établir par avance et même d'être appréciées.

Dans les cadres étagés, les contraintes produites dans les membrures des cadres sont introduites successivement au fur et à mesure de la réalisation des éléments du cadre contrairement aux hypothèses de calcul qui s'établit en général en considérant la construction sous sa forme finale. Les différences entre les moments fléchissants peuvent atteindre 50% et même plus.

### 4. *Phénomènes de retrait et de fluage*

Même dans les constructions métalliques et sous une forme beaucoup plus accentuée dans les constructions en béton armé, le fluage produit des déformations qui peuvent dépasser les déformations obtenues par le calcul, ainsi que l'on montré certaines communications faites à ce Congrès, où l'influence des conditions atmosphériques pendant et après l'exécution a été mise en évidence.

Les coques en béton armé surtout, sont sensibles aux phénomènes de fluage, et déjà en 1937 DISCHINGER note certains accidents survenus dans de pareilles coques. Depuis lors la littérature technique a cité de nombreux cas de déformations ou d'accidents, et un exemple spectaculaire est publié dans le numéro 99 de la revue «Bâtir».

### 5. *Effets de la température*

La variation de la température produit des déformations importantes dans les constructions. S'il est possible de saisir dans certains cas l'effet de la température agissant sur l'ensemble d'une construction, il est pratiquement impossible de déterminer les contraintes et les déformations produites par les différences de température qui surviennent à la suite de l'insolation ou du refroidissement partiel. Surtout les coques ont beaucoup à souffrir et il existe de nombreuses ruptures dues à cette cause. J'ai pu mesurer des flèches produites dans certaines coques dépassant plusieurs fois les limites qui sont à la base du calcul.

### 6. *Effets secondaires*

Les hypothèses qui sont à la base du calcul ne tiennent et ne peuvent pas tenir compte de certaines influences qui empêchent les déformations ou changent même les aspects des phénomènes. Ainsi les remplissages dans les ossatures métalliques ou en béton armé augmentent la rigidité de l'ensemble qui d'après les indications données au 50e anniversaire du «Deutscher Beton-

Verein» peuvent augmenter de plusieurs dizaines de fois la rigidité de l'ossature initiale.

De même on a pu établir des différences de 20 à 30% dans la valeur des contraintes de poutres de ponts dues à l'action combinée des éléments de la poutre et du tablier dont on ne peut tenir compte dans le calcul initial.

### *7. Action dynamique des forces*

L'action dynamique des forces est introduite dans le calcul en déterminant une force statique qui produit une énergie de déformation égale au travail produit par la force elle-même dans son déplacement. Cette nouvelle force est considérée comme ayant une action statique sur l'ensemble de la construction. Cette méthode représente une approximation assez grossière du phénomène car on ne tient pas compte de la vitesse de propagation de l'effet de la force dans les éléments de la construction. Ainsi un cylindre métallique soumis à une compression lente prend la forme d'un tonneau, tandis que sous l'action d'une force brusque il prend la forme d'un hyperboloïde de révolution.

Le phénomène est beaucoup plus compliqué encore quand les déplacements relatifs des éléments d'une construction sont produits par des forces développées à l'intérieur de la construction, comme c'est le cas des vibrations et surtout des tremblements de terre.

Encore faut-il remarquer qu'on n'est pas encore parvenu à préciser si sous l'action dynamique des forces la ruine d'une construction est causée par l'effet du déplacement, de la vitesse, de l'accélération ou de la variation de celle-ci. Dans ce domaine les opinions sont encore partagées et l'expérience n'a pas mis en évidence le rôle de chacun de ces éléments sur la fissuration ou la destruction d'une construction.

### *8. Phénomènes rhéologiques*

Les caractéristiques des matériaux changent dans le temps et l'équilibre intérieur est soumis par conséquent à des variations continues. Ces changements sont surtout accentués pour le terrain, élément sur lequel repose toute construction et pour le béton et spécialement pour le béton précontraint. Des cas très intéressants ont été présentés au Congrès mais jusqu'à présent on n'a pas trouvé de solution convenable pour pouvoir mettre les phénomènes rhéologiques sous une forme accessible au calcul.

### *9. Corrosion*

Dans les constructions métalliques la corrosion peut augmenter les contraintes en réduisant les sections et même les qualités mécaniques du métal,

et surtout par l'inégalité de l'action de la corrosion par rapport à l'axe initial des éléments de construction, ce qui a une grande importance pour les barres comprimées. Les effets sont beaucoup plus marqués dans les constructions en béton armé ou par suite de la corrosion des armatures, la résistance du béton aux alentours est aussi réduite, ce qui produit une aggravation de l'action corrosive. Dans une construction en ossature de béton armé, des piliers en béton armé plaqués avec de la pierre ont présenté après 30 années une section des armatures longitudinales réduite de plus de 50% et des étriers partiellement détruits.

Le minaret d'une mosquée, exécuté en béton armé vers 1908 à quelques centaines de mètres du bord de la mer, a vu ses armatures d'un diamètre de 20 mm complètement détruites, en grande partie par l'action corrosive de l'air marin, surtout sur la face dirigée du côté de la mer.

Toutes ces actions, dont il est impossible de tenir compte, même approximativement dans le calcul, contribuent à réduire la sécurité des constructions. C'est ici que la conception et l'exécution jouent le rôle principal; le calcul ne pouvant saisir toutes ces actions, il est raisonnable de maintenir un coefficient de sécurité suffisamment élevé.

Lorsqu'on établit la limite de ruine d'une construction, il faut tenir compte du résultat final de toutes ces actions, ce qui est parfois bien difficile, surtout quand il s'agit de phénomènes et de problèmes liés au calcul de la stabilité élastique.

Actuellement on peut distinguer dans la littérature technique deux tendances pour déterminer la limite de ruine des constructions. Les uns considèrent les contraintes comme l'élément décisif pour la rupture des constructions, les autres attribuent aux déformations la cause de destruction. Je crois que cette séparation est causée par l'ignorance de la loi qui relie la contrainte à la déformation jusqu'au moment de la rupture. Il faut remarquer qu'il s'agit de l'ensemble de la construction où les déformations des différents éléments ont souvent entre elles une influence réciproque et qui ne peut être établie ni par des résultats de laboratoire ni par des essais sur modèles.

C'est aussi pourquoi je trouve que seule l'étude du comportement des constructions existantes permet de donner une image de la réalité. Si les essais sur modèle peuvent donner certaines indications plutôt qualitatives que quantitatives, ils ne permettent pas de fournir des indications suffisantes pour éclaircir nombre d'actions mentionnées plus haut. La grande difficulté réside surtout dans l'impossibilité pratique de reproduire assez exactement les phénomènes réels, de mesurer les contraintes et les déformations sur des constructions existantes et de poursuivre ces mesures sur une période assez longue — quelques années — afin de pouvoir tirer des conclusions valables. Il faut remarquer qu'on doit enregistrer non seulement certains éléments comme les contraintes et les déformations mais aussi simultanément la va-



leur des forces, la température, l'humidité et tous les autres facteurs qui ont une influence sur les constructions. Le nombre réduit de communications présentées au Congrès relativement aux constructions existantes en est la preuve et la difficulté de l'interprétation résulte clairement de ces communications elles-mêmes.

Je crois qu'il serait d'une grande utilité d'organiser une étude systématique sur le comportement des ouvrages, de réunir les observations qui ont été faites jusqu'à présent et de présenter l'interprétation des faits observés.

Un Symposium organisé par l'AIPC pourrait indiquer les méthodes d'observation, les possibilités existantes et les résultats à tirer des relevés obtenus. Il pourrait aussi contribuer à préciser la valeur des hypothèses admises, des calculs utilisés et du rapport réel entre la théorie et la réalité. Il ne faut pas perdre de vue que l'expérience seule est à la base du progrès et que le vrai laboratoire des constructions est la nature elle-même.

### **Résumé**

Par suite du progrès des méthodes de calcul des constructions, il existe une tendance à réduire les coefficients de sécurité. Mais ces méthodes sont basées sur des hypothèses approximatives et ne permettent pas de tenir compte de toutes les causes qui ont une influence sur la sécurité d'une construction. Ces causes sont brièvement analysées et il en résulte la nécessité d'une étude plus approfondie du comportement des constructions existantes.

### **Zusammenfassung**

Als Folge des erzielten Fortschrittes in den Berechnungsmethoden besteht die Tendenz, den Sicherheitskoeffizienten herabzusetzen. Diese Methoden beruhen jedoch auf vereinfachenden Voraussetzungen und erfassen nicht alle die Sicherheit eines Bauwerkes bestimmenden Faktoren. Als Schlußfolgerung der kurzen Analyse dieser Faktoren ergibt sich die Notwendigkeit, das Tragvermögen bereits bestehender Bauwerke noch genauer zu untersuchen.

### **Summary**

The progress made in methods of design has led to a reduction of the safety factor of structures. But these methods are based on approximate hypotheses and do not make it possible to take into consideration all the causes which exert an influence on the safety of a structure. These causes are briefly analysed and show the necessity for making a more thorough study of the behaviour of existing structures.



**Matrix Analysis***Analyse matricielle**Matrizenrechnung*

FERNANDO VENANCIO FILHO

Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São Paulo, Brasil

The present discussion is concerned with two subjects.

I. The advantages of the matrix formulation of structural analysis problems as compared with other formulations. This follows the suggestion of the general reporter of subject I — General Questions.

The matrix methods, from the strictly structural point of view, were introduced in the last decade by the pioneering work of FALKENHEIMER [1], LANGEFORS [2], and ARGYRIS [3, 4]. Formulations from the topological point of view were proposed by KRON [5], LANGEFORS [6], SAMUELSON [7], and FENVES [8].

The introduction of these formulations and the commencement of the generalised use of digital computers combined to open up new perspectives for the analysis and design of structures.

Some points which appear to constitute definite advantages of the matrix formulation are mentioned below.

1. A unified formulation of the processes of structural analysis (improperly termed “methods”) of the first order. To exemplify briefly, an equation of the type

$$a^t r a X = R$$

is used indifferently in the force or in the displacement process. It is only necessary to interpret, according to the process used, the matrices that enter into the equation.

2. A rapid and compact presentation of the complete theory of hyperstatic structures.

3. The problem of the modification of structural elements is treated simply as an operation performed with matrices previously obtained, and matrices that define the modification.

4. Application to any structure idealised as an assemblage of a finite number of structural elements. Trusses, rigid frames, aeronautical structures, composed of stringers and shear panels, are all capable of being analysed by the matrix formulation. In [9] examples are given of a rigid frame and an aeronautical structure analysed by the matrix formulation in the IBM-1620 computer of the Instituto Tecnológico de Aeronáutica.

More recently the matrix formulation has been applied to the study of continuous systems such as plane stress systems, plates, shells, and three-dimensional stress systems [10, 11, 12]. In this approach these systems are divided by a mesh into a certain number of structural elements; the assemblage of the resulting structural elements constitutes the idealisation of the continuous system.

5. It is specially suitable for the use in the routines of matrix algebra which exist for the various types of computers [13, 14].

The advantage of other formulations over the matrix formulation is that the former, when applied to particular structural systems, can be more efficient with regard to the preparation of input data, the use of the core memory, and the time of computation.

II. Paper by MICHALOS and GROSSFIELD, I d 1, Analysis of Interconnected Space Frames.

The approach used is simply the displacement method applied to spatially rigid frames. Since the computational procedure depends markedly on the inversion (Eq. (6)) of the stiffness matrix  $K$  (Eq. (4)) a study of the conditioning of  $K$  would be desirable.

For an arbitrary space frame there is interaction only between the degrees of freedom corresponding to each joint and the degrees of freedom of the joint adjacent to that joint.

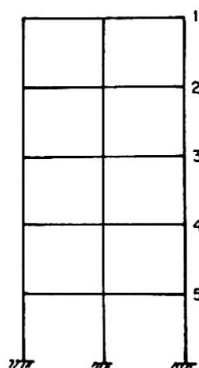


Fig. 1a.

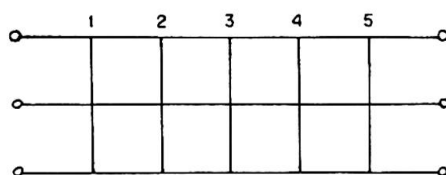


Fig. 1b.

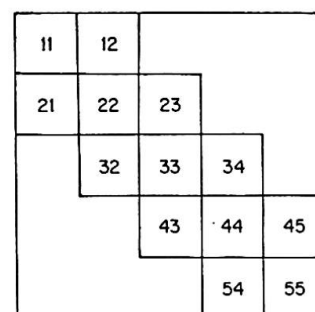


Fig. 2.

For structures such as plane or spatially rigid frames, Fig. 1a, and plane grids, Fig. 1b, there is interaction only between the degrees of freedom of one storey and of the two adjacent storeys, Fig. 1a, and between the degrees of freedom of one cross-beam and of the two adjacent cross-beams, Fig. 1b. This leads to a stiffness matrix  $K$  which is a tri-diagonal band matrix. Such a matrix is represented schematically in Fig. 2.

The inversion of a tri-diagonal band matrix is efficiently performed through a process of recurrence and back-substitution [15]. In each step of this process the order of the matrix to be inverted is equal to the number of unknowns of the storey considered, and the data that must be available in the core

memory of the computer are only those of that storey and of the two adjacent storeys. By means of this approach CLOUGH [15], and TEZCAN [16] have analysed systems with thousands of degrees of freedom.

### References

1. H. FALKENHEINER: «Calcul systématique des caractéristiques élastiques des systèmes hyperstatiques». *La Recherche Aéronautique*, N° 17, September-October 1950, pp. 17—31.
2. B. LANGEFORS: "Analysis of Elastic Structures by Matrix Transformation with Special Regard to Semimonocoque Structures". *Journal of the Aeronautical Sciences*, Vol. 19, N° 7, July 1952, pp. 451—458.
3. J. H. ARGYRIS: «Die Matrizentheorie der Statik». *Ingenieur-Archiv*, Vol. 25, N° 3, March 1957, p. 174.
4. J. H. ARGYRIS: "Energy Theorems and Structural Analysis". Butterworths, London, 1960.
5. G. KRON: "Solving Highly Complex Elastic Structures in Easy Stages". *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 22, 1955, pp. 235—244.
6. B. LANGEFORS: "Algebraic Topology for Elastic Network". SAAB Aircraft Co., TN 49, April 1961.
7. A. G. SAMUELSON: "Linear Analysis of Frame Structures". Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 1962.
8. S. J. FENVES and F. H. BRANIN JR.: "Network-Topological Formulation of Structural Analysis". *Proceedings, ASCE*, Vol. 89, N° ST 4, August 1963, pp. 483—514.
9. F. VENANCIO FILHO: "Applications of Digital Computers in Structural Analysis". 1st National Conference of Bridges and Structures, Brazilian Association of Bridges and Structures, October 1963, pp. 9—29.
10. R. W. CLOUGH: "The Finite Element Method in Plane Stress Analysis". 2nd Conference of Electronic Computation, ASCE, 1960, pp. 345—378.
11. B. E. GREENE, D. R. STROME and R. C. WEIKEL: "Application of the Stiffness Methods to the Analysis of Shell Structures". ASME, Paper 61-AV-58, 1961.
12. R. J. MELOSH: "Structural Analysis of Solids". *Proceedings, ASCE*, Vol. 89, N° ST-4, August 1963, pp. 205—223.
13. P. M. HUNT: "The Electronic Digital Computer in Aircraft Structural Analysis". *Aircraft Engineering*, March, April, May 1961.
14. R. W. CLOUGH: "Structural Analysis by Means of a Matrix Algebra Program". 1st Conference of Electronic Computation, ASCE, 1958, pp. 109—132.
15. R. W. CLOUGH, I. P. KING and E. L. WILSON: "Structural Analysis of Multistory Buildings". *Proceedings ASCE*, Vol. 89, N° ST-4, August 1963, pp. 179—204.
16. S. S. TEZCAN: "Moment Equations for Computer Analysis of Frames". *Proceedings ASCE*, Vol. 90, N° ST-3, June 1964, pp. 35—53.

### Summary

A general survey of the main features of the matrix formulation of structural analysis problems is presented.

The conditioning of the stiffness matrix of spatially rigid frames is dis-

cussed in connection with the paper by MICHALOS and GROSSFIELD, I d 1, Analysis of Interconnected Space Frames.

### Résumé

L'auteur présente les caractéristiques principales de l'application des matrices aux calculs statiques. En rapport à l'article «Calcul des systèmes hyperstatiques tridimensionnels», I d 1, de MM. MICHALOS et GROSSFIELD, il discute la forme générale de la matrice de rigidité des cadres spatiaux.

### Zusammenfassung

Es wird eine allgemeine Übersicht über die Darstellung der Rechenabläufe der Tragwerksstatik in Matrizenform gegeben. Die Beschaffenheit der Steifigkeitsmatrizen räumlicher Rahmensysteme wird diskutiert im Zusammenhang mit der Arbeit von MICHALOS und GROSSFIELD, I d 1, «Berechnung von räumlichen Netzwerken».

## Structural Analysis of Space Frames Supporting Solid Parabolic Reflectors

*Le calcul des ossatures spatiales supportant des réflecteurs paraboliques pleins*

*Untersuchungen an räumlichen Tragkonstruktionen für Radioteleskope*

K. H. BEST<sup>1)</sup>

B. Eng., M.I.C.E., M.I. Struct. E., F. ASCE., M. Cons. E., London

Steerable aerals comprising solid steel parabolic reflectors supported and stiffened by complex frameworks are becoming more common throughout the world, and with the recent developments in satellite communications, for which an international agreement was concluded last year, there is greater interest in the techniques for analysing these types of structure.

The principal structural requirement for a steerable radio aerial involves the production of a solid parabolic reflecting surface which has to keep its shape within fine limits, whatever its position in azimuth or elevation, and in many cases under severe loading from high winds.

The precise operational conditions can vary according to the type of instrument, and the tolerances within which a reflector must keep its shape are dependent on the frequency of the radio waves to be either received or transmitted by the instrument.

An aerial used for radio astronomy at a research station can perhaps be put out of action during periods of high winds because it is not usually a vital matter if this type of research activity is interrupted, but on the other hand in the case of an instrument used for satellite communications, the ground station must be fully operational in all kinds of weather if it is to be of any use.

Thus, on the one hand a radio telescope might be designed to keep within the specified deflection limits in winds up to, say, 20 m. p. h., whereas an aerial for tracking satellites might be required to maintain its shape in 80 m. p. h. force winds.

For satellite communications high frequency transmissions are involved, and these require strict specifications for profile accuracy. The permissible tolerance in the shape of a reflector is a function of wavelength, and the shorter the wavelength, the more nearly must the reflecting surface approach the condition of an optical mirror.

The analysis of these structures is almost entirely concerned with calculating

---

<sup>1)</sup> Partner, Husband & Co., Consulting Engineers.

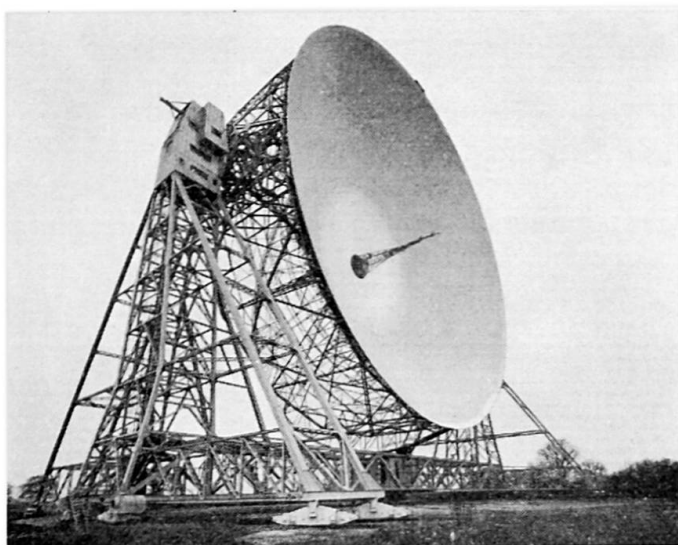


Fig. 1. 250-ft. diameter radio telescope at Jodrell Bank.

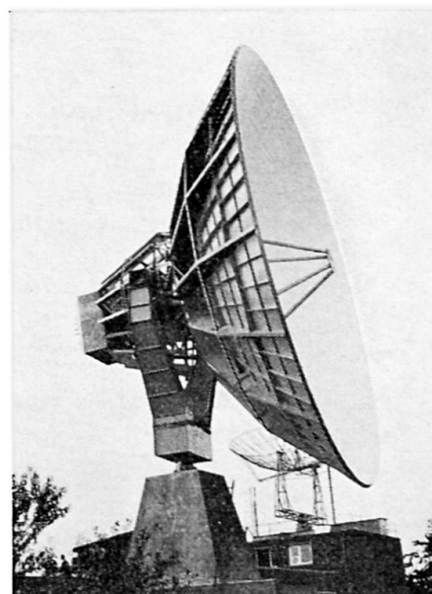


Fig. 2. 50-ft. diameter altazimuth instrument at Jodrell Bank.

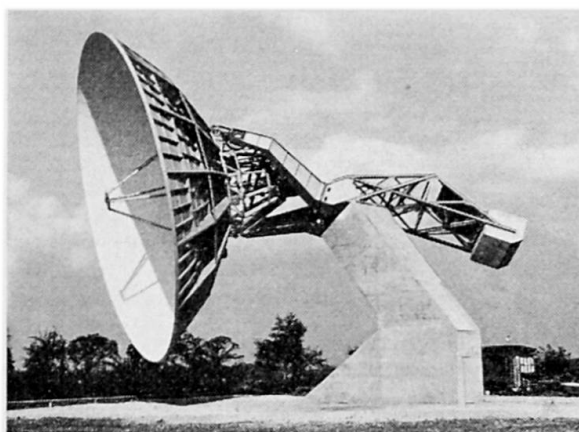
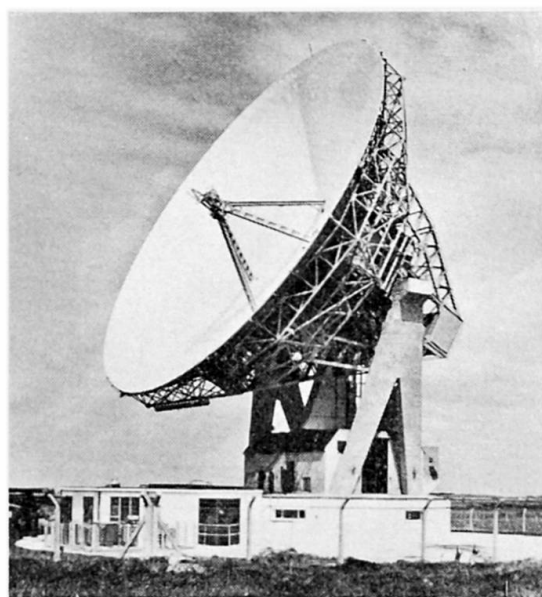


Fig. 3. 50-ft. polar axis instrument at Jodrell Bank.

Fig. 4. 85-ft. diameter satellite communications aerial at Goonhilly Downs, Cornwall.



theoretical deflections. The final design must also take account of the best possible constructional accuracy which can be obtained — in other words, part of the shape tolerance is always taken up by fabrication errors.

Fig. 1 to 5 illustrate a few examples of recently completed large steerable aerials in Britain, all designed by Dr. H. C. HUSBAND<sup>2)</sup>, from which it will be seen that these structures can be highly complex, with many degrees of redundancy.

<sup>2)</sup> Senior Partner, Husband & Co., Consulting Engineers.



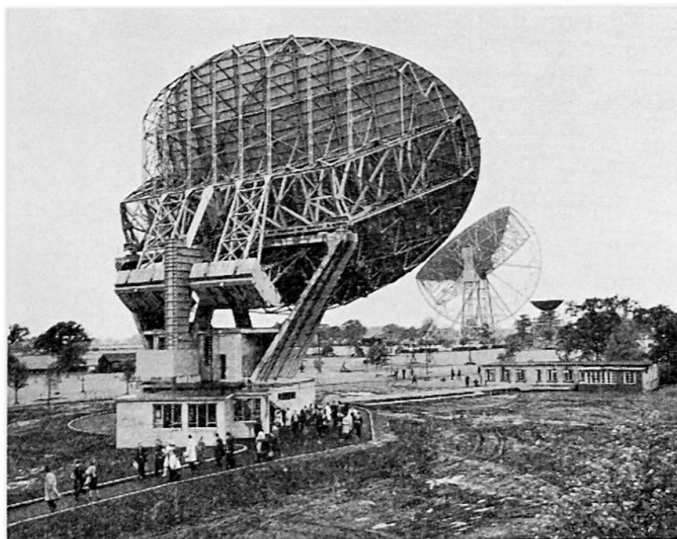


Fig. 5. 125-ft. radio telescope at Jodrell Bank.

These redundancies are of great advantage in limiting deflections, but complicate the deflection calculations. In addition to calculating the stiffness of a system of space frames supporting the reflector and connecting to a counterweighting system, consideration has also to be given to the stiffening effect of the continuous steel membrane.

A further factor which might increase the calculation problem is that sometimes these aerials have to be designed and constructed in an abnormally short time, perhaps to meet the date for a satellite launching. This applied in the case of the British ground station at Goonhilly Downs, which had to be built very quickly in order to be ready to receive the first transmission from Telstar.

These are obviously cases where an electronic computer becomes a useful if not essential tool at the design stage, but there are no available programmes capable of dealing with the comprehensive solution of interconnecting space frames combined with solid membranes of this type.

However, by adopting standard frame programmes which are readily available, the relative stiffnesses of the various components of the structure can be rapidly assessed, and alternative arrangements compared.

This method has the advantage of requiring the designer to exercise proper engineering judgment at all stages of the design process, and this is very useful because there is often a tendency for younger designers to become blinded by the rolls of figures which the machine turns out, and sometimes to treat them as if they were the Word of God.

### Summary

This contribution deals with some practical considerations during the structural analysis of particular types of interconnected space frames.

**Résumé**

Cette contribution traite de quelques problèmes pratiques qui se posent dans le calcul de certains types particuliers de charpentes spatiales solidaires entre elles.

**Zusammenfassung**

Der Beitrag gibt einige praktische Überlegungen zur baulichen Ausbildung spezieller räumlicher Tragwerke.