

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 7 (1964)

Artikel: Berechnung von Stockwerkrahmen nach Theorie II. Ordnung

Autor: Kretzschmar, Horst / Müller, Heinz

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-7819>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 18.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Ia 4

Berechnung von Stockwerkrahmen nach Theorie II. Ordnung ¹⁾

Calculation of Multi-storey Portal Structures in Accordance with IInd Order Theory

Etude des portiques étagés par calcul du 2^e ordre

HORST KRETZSCHMAR

Dr.-Ing.

HEINZ MÜLLER

Dr.-Ing.

Technische Universität Dresden, Lehrstuhl für Statik der Baukonstruktionen und Stahlbau

1. Aufgabenstellung und Lösungsweg

Die bekannten Formulierungen der baustatischen Ansätze sind im allgemeinen für den Einsatz digitaler Rechenautomaten nicht oder wenig geeignet. Für die Berechnung ausgezeichneter Größen des Spannungs- und Verschiebungszustandes von Stockwerkrahmen mit einem orthogonalen Netz nicht unterbrochener Stiel- und Riegelzüge und an den Knotenpunkten biegesteif oder gelenkig angeschlossenen Stäben nach Theorie II. Ordnung wird hier eine für Rechenautomaten geeignete Formulierung mitgeteilt.

Von den Verfahren der Baustatik wurde die vereinfachte Deformationsmethode (Vernachlässigung der elastischen Stablängenänderungen) ausgewählt. Sie besitzt gegenüber der Kraftgrößenmethode bei den zu betrachtenden Stockwerkrahmen den Vorteil einer meist kleineren Zahl der Unbekannten. So sind zum Beispiel für einen Stockwerkrahmen mit biegesteifen Stabanschlüssen bei der vereinfachten Deformationsmethode $v(n+1)$ unbekannte Verformungsgrößen, dagegen bei der Kraftgrößenmethode $3v(n-1)$ unbekannte Schnittkräfte einzuführen, wenn mit v die Zahl der Geschosse und mit n die Zahl der Stielzüge bezeichnet wird. Noch wesentlicher erscheint der Umstand, daß der Formalismus der Rechnung bei der Kraftgrößenmethode durch die Art der Stabanschlüsse wesentlich stärker beeinflußt wird als bei der Deformationsmethode. Bei der Reduktionsmethode sind, soweit nicht Schnittgrößen unterdrückt werden, $3n$ unbekannte Größen in vertikaler oder $3v$ unbekannte Größen in horizontaler Richtung fortzuleiten. Sind in Fortleitungsrichtung verschiedene Stabanschlüsse vorhanden, so erhöht sich die Zahl der Unbekannten oder diese müssen abgelöst werden. In beiden Fällen wird der Formalismus der Rechnung erschwert.

Für die Auflösung des nach der vereinfachten Deformationsmethode er-

¹⁾ Dieses Thema wurde im Rahmen eines Forschungsauftrages am Lehrstuhl für Statik der Baukonstruktionen und Stahlbau, Lehrstuhlinhaber Prof. Dr.-Ing. habil. G. Bürgermeister, bearbeitet.

haltenen Gleichungssysteme scheidet eine iterative Behandlung aus, da im Gegensatz zur Theorie I. Ordnung hier Konvergenzschwierigkeiten zu erwarten sind. Die spezielle Belegung des Gleichungssystems empfiehlt für die direkte Behandlung eine zweistufige Lösung. Dadurch können auch bei relativ kleinem Speicherraum größere Systeme berechnet werden.

Zur Organisation eines für Digitalrechenautomaten geeigneten Rechenablaufes werden die beiden äußeren Stielzüge mit dem obersten Riegelzug und der Verbindungslinie der Fußpunkte wie in [4] zu einem Rechteck ergänzt. Außerdem sind die anderen Riegel- und Stielzüge bis zur Berandung des Recht-

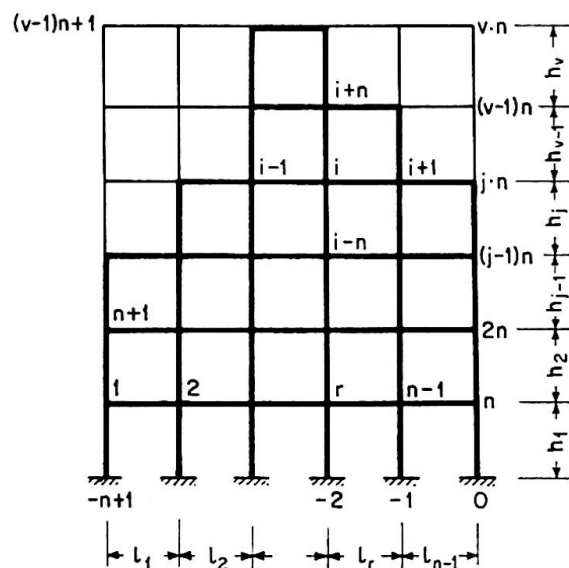


Fig. 1. Einordnung des Stockwerkrahmens in ein Rechteckraster.

eckes zu ergänzen. Es entsteht dadurch ein Rechteck mit vn Rasterpunkten, die gemäß Fig. 1 zu numerieren sind. Diejenigen Rasterabschnitte, die sich nicht mit dem vorgegebenen Stockwerkrahmen decken, werden als unbelastete, beiderseits gelenkig angeschlossene Stäbe aufgefaßt. Gleichmaßen werden bei der Berechnung der Vorzahlen $a_{jn,jn}$, $a_{jn+1,jn+1}$, $a_{jn,jn+1}$ (s. Fig. 4) die Verbindungen der Rasterpunkte jn , $jn+1$ als unbelastete, beiderseits gelenkig angeschlossene Stäbe betrachtet.

Informationen über die Art der Anschlüsse der Stäbe an die Knoten werden durch entsprechende Markierungen der Größen J eingegeben. Der Zahlenwert und die Markierung der Größe J sind aus Fig. 2 ersichtlich²⁾.

Da bei einer Untersuchung nach Theorie II. Ordnung die Vor- und Belastungszahlen vom Längskraftzustand abhängig sind, muß die gesamte Berechnung in Form einer Iteration, die mit geschätzten Längskräften eingeleitet wird, durchgeführt werden. Es wird hier der stabilisierende Einfluß

²⁾ Der Zeiß-Rechenautomat ZRA 1, für den das behandelte Problem programmiert wurde, verfügt über die drei Markierungsmöglichkeiten $Q1$, $Q2$ und $Q1Q2$.

von Längskräften $N > 0$ (Zugkräfte) bei der Ermittlung der Knoten- und Stabdrehwinkel vernachlässigt.

Der Ablauf der Rechnung ist aus Fig. 3 ersichtlich.

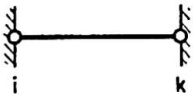

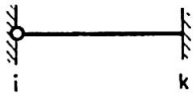

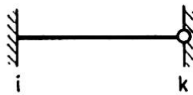
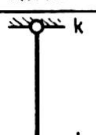
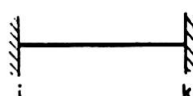
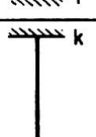
| Lagerung | | Markierung | $J_{i,k}$ |
|---|--|------------|----------------------------------|
|  |  | keine | 0 |
|  |  | Q_1 | Trägheitsmoment des Stabes i,k |
|  |  | Q_2 | Trägheitsmoment des Stabes i,k |
|  |  | keine | Trägheitsmoment des Stabes i,k |

Fig. 2. Kennzeichnung der Stabanschlüsse durch Markierung der Größe J .

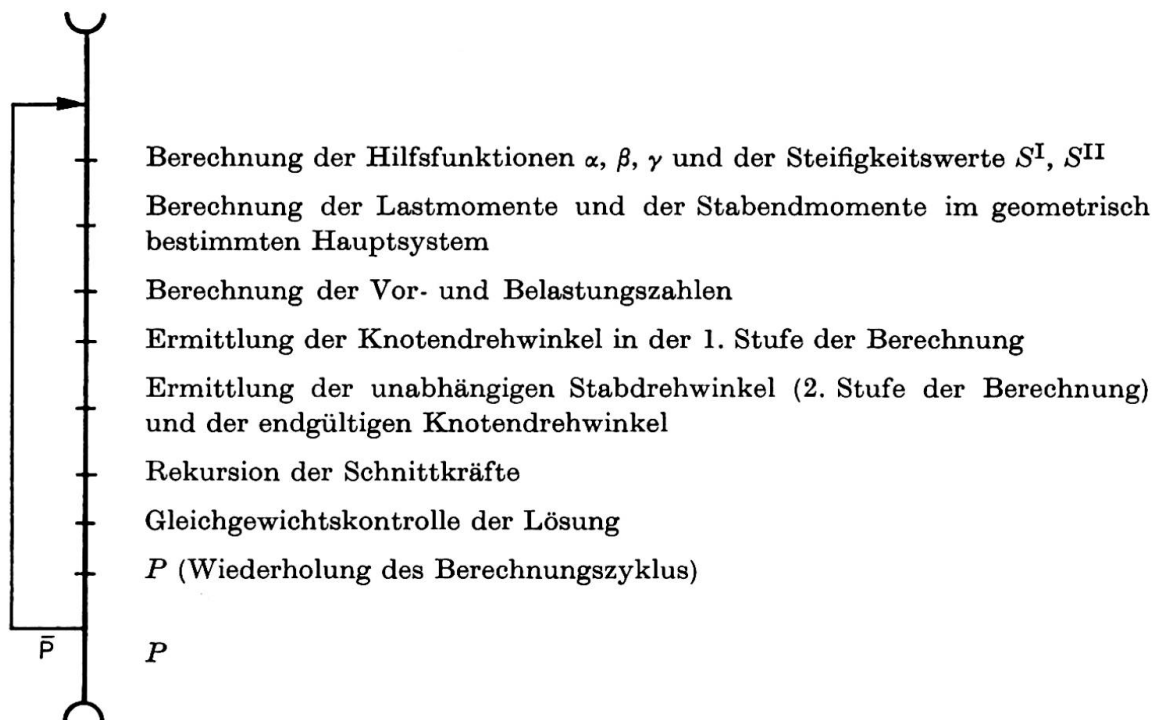


Fig. 3. Schematische Darstellung des Rechenablaufes.

2. Gleichgewichtsbedingungen

Die Gleichgewichtsbedingungen $\delta A_i = 0$ ($i = 1, 2, \dots, vn$) an den Knotenkettens Γ_i und die Gleichgewichtsbedingungen $\delta A_{vn+j} = 0$ ($j = u+1, u+2, \dots, v$) an den Geschoßkettens Γ_{vn+j} führen auf ein Gleichungssystem der Form gemäß Fig. 4a. Die Geschosse $j = 1, 2, \dots, u$ sind horizontal unverschieblich. Gemäß Fig. 4b werden die Vorzahlen zu Matrizen und die Belastungszahlen sowie die unbekannten Knoten- und Stabdrehwinkel zu Spaltenvektoren zusammengefaßt. Von den $(v-u)$ -Spalten einer Matrix B_j ist die Spalte $(j-u)$ mit einem Spaltenvektor $b_{j,j}$ belegt, sofern $1 \leq (j-u) \leq (v-u)$ ist, und die Spalte $(j-u+1)$ mit einem Spaltenvektor $b_{j,j+1}$, sofern $1 \leq (j-u+1) \leq (v-u)$

| | | | | | | | | | |
|----------|---|---|---|---|---|---|---|-----------------|-----------------|
| 1 | o | o | o | o | o | o | o | φ_1 | $a_{1,0}$ |
| 2 | o | o | o | o | o | o | o | φ_2 | $a_{2,0}$ |
| n | o | o | o | o | o | o | o | o | o |
| n+1 | o | o | o | o | o | o | o | o | o |
| 2n | o | o | o | o | o | o | o | o | o |
| (j-1)n+1 | o | o | o | o | o | o | o | o | o |
| i | o | o | o | o | o | o | o | o | o |
| j-n | o | o | o | o | o | o | o | o | o |
| (v-1)n+1 | o | o | o | o | o | o | o | o | o |
| v·n | o | o | o | o | o | o | o | $\varphi_{v·n}$ | $a_{v·n,0}$ |
| v·n+1 | o | o | o | o | o | o | o | o | o |
| v·n+u | o | o | o | o | o | o | o | o | o |
| v·n+u+1 | o | o | o | o | o | o | o | ψ_{u+1} | $a_{v·n+u+1,0}$ |
| v·n+v-1 | o | o | o | o | o | o | o | ψ_{v-1} | $a_{v·n+v-1,0}$ |
| v·n+v | o | o | o | o | o | o | o | ψ_v | $a_{v·n+v,0}$ |

= 0

Fig. 4a. Belegung des Gleichungssystems.

| | | | | | | | | |
|----------|--------|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|-----------|-------------|
| 1 | A_1 | D_1 | | | | B_1 | x_1 | $b_{1,0}$ |
| 2 | | | | | | | | |
| n | D_1 | A_2 | D_2 | | | B_2 | x_2 | $b_{2,0}$ |
| n+1 | | | | | | | | |
| 2n | | D_{j-1} | A_j | D_j | | B_j | x_j | $b_{j,0}$ |
| (j-1)n+1 | | | | | | | | |
| i | | | D_{v-2} | A_{v-1} | D_{v-1} | B_{v-1} | x_{v-1} | $b_{v-1,0}$ |
| j-n | | | | | | | | |
| (v-1)n+1 | | | | D_{v-1} | A_v | B_v | x_v | $b_{v,0}$ |
| v·n | | | | | | | | |
| v·n+1 | | | | | | | | |
| v·n+u | | | | | | | | |
| v·n+u+1 | B'_1 | B'_2 | B'_j | B'_{v-1} | B'_v | C | y | c_0 |
| v·n+v-1 | | | | | | | | |
| v·n+v | | | | | | | | |

= 0

Fig. 4b. Aufbau des Gleichungssystems aus Matrizen.

ist. Die restlichen Spalten sind mit Nullvektoren \mathbf{o} belegt. Hierbei ist \mathbf{o} ein Spaltenvektor mit n Nullen.

$$\mathbf{B}_j = (\mathbf{o}, \mathbf{o}, \dots, \mathbf{b}_{j,j}, \mathbf{b}_{j,j+1}, \mathbf{o}, \dots, \mathbf{o}),$$

$$\mathbf{b}_{j,j} = \begin{bmatrix} a_{(j-1)n+1, v n+j} \\ a_{(j-1)n+2, v n+j} \\ \vdots \\ a_{i, v n+j} \\ \vdots \\ a_{j n, v n+j} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_{j,j+1} = \begin{bmatrix} a_{(j-1)n+1, v n+j+1} \\ a_{(j-1)n+2, v n+j+1} \\ \vdots \\ a_{i, v n+j+1} \\ \vdots \\ a_{j n, v n+j+1} \end{bmatrix}.$$

3. Behandlung des Gleichungssystems

Ansatz für die zweistufige Entwicklung

Das Gleichungssystem wird in zwei Stufen aufgelöst. In der ersten Stufe werden im vn -fach geometrisch unbestimmten System die Knotendrehwinkel $\varphi_{i,0}$ infolge äußerer Belastung und die Knotendrehwinkel $\varphi_{i,j}$ infolge der Verschiebungszustände $\psi_j = 1$ ($j = u+1, u+2, \dots, v$) berechnet³). Die Spaltenvektoren der Knotendrehwinkel des Riegelzuges j infolge der Verschiebungszustände $\psi_{u+1} = 1, \dots, \psi_v = 1$ werden in einer n -zeiligen Matrix \mathbf{X}_j zusammengefaßt.

$$\mathbf{X}_j = (\mathbf{x}_{j,u+1}, \mathbf{x}_{j,u+2}, \dots, \mathbf{x}_{j,v}).$$

Die endgültigen Knotendrehwinkel des $(vn + v - u)$ -fach geometrisch unbestimmten Systems werden in der Form erhalten

$$\mathbf{x}_j = \mathbf{x}_{j,0} + \mathbf{X}_j \mathbf{y} \quad (j = 1, 2, \dots, v).$$

Erste Stufe der Lösung

Mit den Matrizen

$$\mathbf{Z}_j = (\mathbf{x}_{j,0}, \mathbf{X}_j), \quad \mathbf{F}_j = (\mathbf{b}_{j,0}, \mathbf{B}_j).$$

werden die n Knotengleichungen des Riegelzuges j im vn -fach geometrisch unbestimmten System:

$$\mathbf{D}_{j-1} \mathbf{Z}_{j-1} + \mathbf{A}_j \mathbf{Z}_j + \mathbf{D}_j \mathbf{Z}_{j+1} + \mathbf{F}_j = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, v).$$

Dieses dreigliedrige Matrixengleichungssystem für die unbekannten Matrizen \mathbf{Z}_j ($j = 1, 2, \dots, v$) wird analog wie ein dreigliedriges Gleichungssystem skalarer Unbekannten [1] gelöst. Die Elimination wird am Beispiel für $v = 4$ entwickelt.

³) Die Knoten- und Stabdrehwinkel werden ebenso wie die Stabendmomente und die äußeren Knotenmomente positiv definiert, wenn sie im Uhrzeigersinn drehen.

Mit

$$\begin{aligned} A_j^{(j-1)} &= A_j - K_{j-1} D_{j-1}, \\ F_j^{(j-1)} &= F_j - K_{j-1} F_{j-1}^{(j-2)}, \\ K_{j-1} &= D_{j-1} (A_{j-1}^{(j-2)})^{-1} \end{aligned}$$

lautet die Elimination für $v = 4$

| | $\cdot Z_1$ | $\cdot Z_2$ | $\cdot Z_3$ | $\cdot Z_4$ | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $K_1 \cdot$ | A_1 | D_1 | | | F_1 |
| | D_1 | A_2 | D_2 | | F_2 |
| | | D_2 | A_3 | D_3 | F_3 |
| | | | D_3 | A_4 | F_4 |
| $K_2 \cdot$ | | $A_2^{(1)}$ | D_2 | | $F_2^{(1)}$ |
| | | D_2 | A_3 | D_3 | F_3 |
| | | | D_3 | A_4 | F_4 |
| $K_3 \cdot$ | | | $A_3^{(2)}$ | D_3 | $F_3^{(2)}$ |
| | | | D_3 | A_4 | F_4 |
| | | | | $A_4^{(3)}$ | $F_4^{(3)}$ |

Die unbekannten Matrizen folgen dann aus

$$\begin{aligned} Z_v &= -(A_v^{(v-1)})^{-1} F_v^{(v-1)}, \\ Z_j &= -(A_j^{(j-1)})^{-1} (F_j^{(j-1)} + D_j Z_{j+1}) \quad (j = v-1, v-2, \dots, 1). \end{aligned}$$

Zweite Stufe der Lösung

Die Geschoßgleichungen δA_{v+n+j} ($j = u+1, u+2, \dots, v$) lauten gemäß Fig. 4b

$$\sum_{j=1}^v B'_j x_j + C y + c_0 = 0.$$

Mit

$$x_j = x_{j,0} + X_j y$$

wird

$$y = -(C + \sum_{j=1}^v B'_j X_j)^{-1} (c_0 + \sum_{j=1}^v B'_j x_{j,0}).$$

4. Aufbau der Vor- und Belastungszahlen

Hilfsfunktionen α, β, γ und Steifigkeitswerte S^I, S^{II}

Mit den Hilfsfunktionen

$$\alpha = \frac{\epsilon \sin \epsilon - \epsilon^2 \cos \epsilon}{2(1 - \cos \epsilon) - \epsilon \sin \epsilon}, \quad \beta = \frac{\epsilon^2 - \epsilon \sin \epsilon}{2(1 - \cos \epsilon) - \epsilon \sin \epsilon}, \quad \gamma = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha}$$

nach [2], die aus den Argumenten ϵ der Stiele $(i-n, i)$ und der Riegel $(i, i+1)$

$$\epsilon_{i-n,i} = \begin{cases} 0 & N_{i-n,i} \geq 0 \text{ oder } J_{i-n,i} = 0 \\ h_j \sqrt{\frac{|N_{i-n,i}|}{E J_{i-n,i}}} & \text{für alle restlichen } i \text{ } (1 \leq i \leq v n), \end{cases}$$

$$\epsilon_{i,i+1} = \begin{cases} 0 & N_{i,i+1} \geq 0 \text{ oder } J_{i,i+1} = 0 \\ l_r \sqrt{\frac{|N_{i,i+1}|}{E J_{i,i+1}}} & \text{für alle restlichen } i \text{ } (1 \leq i \leq v n - 1) \end{cases}$$

folgen, werden die Hilfswerte

$$s_{i,k}^I = \begin{cases} 0 \\ \alpha_{i,k} \\ \gamma_{i,k} \text{ mit } Q 1 \\ \gamma_{i,k} \text{ mit } Q 2 \end{cases}, \quad s_{i,k}^{II} = \begin{cases} 0 \\ \beta_{i,k} \\ 0 \\ 0 \end{cases} \text{ jeweils für } \begin{cases} J_{i,k} = 0 \\ J_{i,k} \neq 0 \text{ und keine Markierung} \\ J_{i,k} \neq 0 \text{ und } Q 1\text{-Markierung} \\ J_{i,k} \neq 0 \text{ und } Q 2\text{-Markierung} \end{cases}$$

gebildet, woraus die Steifigkeitswerte

$$S_{i-n,i}^I = \frac{E J_{i-n,i}}{h_j} s_{i-n,i}^I, \quad S_{i-n,i}^{II} = \frac{E J_{i-n,i}}{h_j} s_{i-n,i}^{II},$$

$$S_{i,i+1}^I = \frac{E J_{i,i+1}}{l_r} s_{i,i+1}^I, \quad S_{i,i+1}^{II} = \frac{E J_{i,i+1}}{l_r} s_{i,i+1}^{II}$$

folgen. Die Zuordnung der Stiellängen h_j ($j = 1, 2, \dots, v$) zu den Stielen $(i-n, i)$ bzw. der Riegellängen l_r ($r = 1, 2, \dots, n-1$) zu den Riegeln $(i, i+1)$ wird durch Markierung der Größen $N_{(j-1)n, jn}$ bzw. $N_{jn, jn+1}$ gesteuert. Die Markierung der Hilfswerte s^I, s^{II} ist auf die Steifigkeitswerte S^I, S^{II} zu übertragen.

Stabendmomente im geometrisch bestimmten Hauptsystem

Die Stabendmomente eines Stabes i, k im geometrisch bestimmten Hauptsystem sind für eine Einzellast nach Fig. 5a bzw. für eine gleichmäßige Streckenlast nach Fig. 5b in der Form

$$M_{i,k}^0 = -P l (s^I f^I + s^{II} f^{II}),$$

$$M_{k,i}^0 = -P l (s^{II} f^I + s^I f^{II})$$

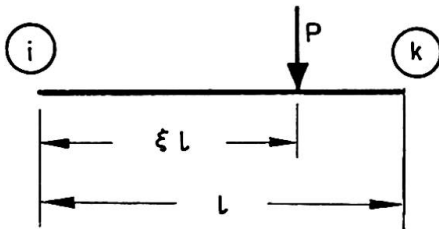


Fig. 5a. Belastung des Stabes ik durch eine Einzellast.

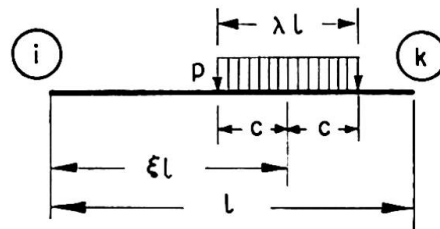


Fig. 5b. Belastung des Stabes ik durch eine gleichmäßige Streckenlast $p = P/\lambda l$.

angebar. Unter Verwendung der in [3] mitgeteilten Beziehungen für die Stabendmomente im geometrisch bestimmten Hauptsystem werden die f -Werte für eine Einzellast

$$f^I = \frac{2}{\epsilon^3 \sin \epsilon} \sin [\epsilon (1 - \xi)] \frac{\epsilon}{2} - \frac{1}{\epsilon^2} (1 - \xi),$$

$$f^{II} = -\frac{2}{\epsilon^3 \sin \epsilon} \sin (\epsilon \xi) \frac{\epsilon}{2} + \frac{\xi}{\epsilon^2},$$

Für eine gleichmäßige Streckenlast werden die f -Werte durch Integration zu

$$f^I = \frac{2}{\epsilon^3 \sin \epsilon} \sin [\epsilon (1 - \xi)] \frac{\sin \frac{\epsilon \lambda}{2}}{\lambda} - \frac{1}{\epsilon^2} (1 - \xi),$$

$$f^{II} = -\frac{2}{\epsilon^3 \sin \epsilon} \sin (\epsilon \xi) \frac{\sin \frac{\epsilon \lambda}{2}}{\lambda} + \frac{\xi}{\epsilon^2}$$

erhalten.

Im Falle $\epsilon = 0$ vereinfachen sich die Ausdrücke zu

$$f^I = \frac{1}{6} \left(2\xi - 3\xi^2 + \xi^3 + \xi \frac{\lambda^2}{4} - \frac{\lambda^2}{4} \right),$$

$$f^{II} = -\frac{1}{6} \left(\xi - \xi^3 - \xi \frac{\lambda^2}{4} \right),$$

wobei für Einzellasten $\lambda = 0$ zu setzen ist.

Bei mehreren, gleichzeitig auftretenden Querbelastrungen und vorgeschriebenen Längskräften werden die Stabendmomente eines Stabes durch Superposition gewonnen.

Vor- und Belastungszahlen

Die Vor- und Belastungszahlen werden analog zu [1] als virtuelle Arbeiten an den Knoten- und Geschoßketten gebildet.

$$a_{i,i} = L_{i-n,i} + L_{i-1,i} + R_{i,i+1} + R_{i,i+n} \quad (i = 1, 2, \dots, vn),$$

$$L_{h,i} = \begin{cases} 0, & \text{wenn } S_{h,i}^I \text{ mit } Q2\text{-Markierung} \\ S_{h,i}^I & \text{für alle sonstigen Fälle} \end{cases} \quad (h < i),$$

$$R_{i,k} = \begin{cases} 0, & \text{wenn } S_{i,k}^I \text{ mit } Q1\text{-Markierung} \\ S_{i,k}^I & \text{für alle sonstigen Fälle} \end{cases} \quad (i < k),$$

$$a_{i,i+1} = S_{i,i+1}^{II} \quad (i = 1, 2, \dots, vn-1),$$

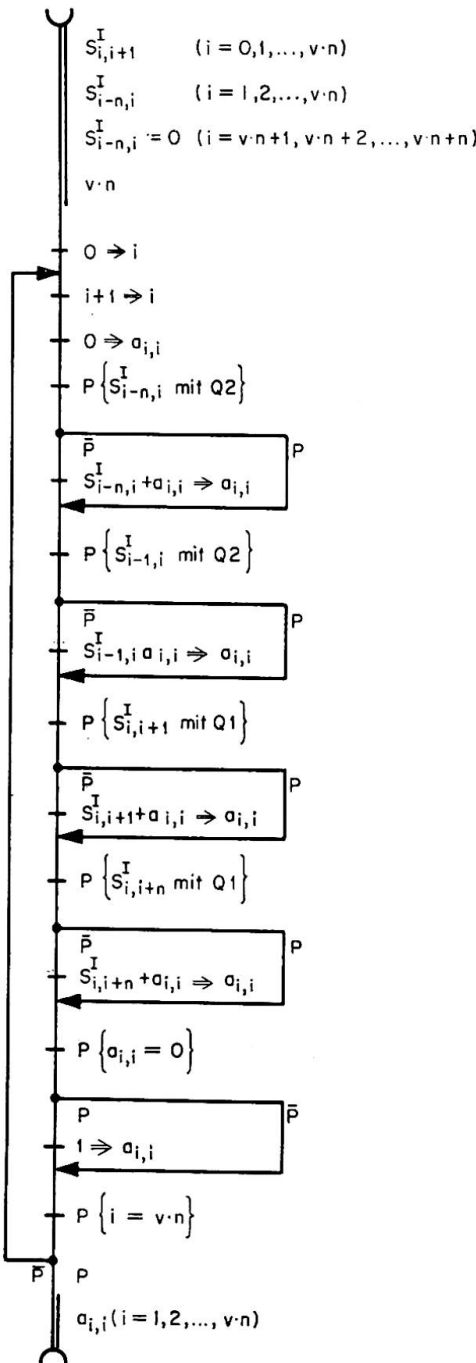
$$a_{i,i+n} = S_{i,i+n}^{II} \quad (i = 1, 2, \dots, vn-n),$$

$$a_{i,vn+j} = \begin{cases} 0, & \text{wenn } S_{i-n,i}^I \text{ mit } Q2\text{-Markierung} \\ -(S_{i-n,i}^I + S_{i-n,i}^{II}) & \text{für alle sonstigen Fälle} \end{cases} \quad \begin{matrix} (j = u+1, u+2, \dots, v) \\ (j-1)n < i \leq jn, \end{matrix}$$

$$a_{i-n, v \cdot n + j} = \begin{cases} 0, & \text{wenn } S_{i-n, i}^I \text{ mit } Q1\text{-Markierung} & (j = u+1, u+2, \dots, v) \\ -(S_{i-n, i}^I + S_{i-n, i}^{II}) & \text{für alle sonstigen Fälle} & (j-2)n < i \leq (j-1)n, \end{cases}$$

$$a_{v \cdot n + j, v \cdot n + j} = \begin{cases} \sum_{i=(j-1)n+1}^{jn} T_{i-n, i} + N_{i-n, i} h_j & \text{für } N_{i-n, i} < 0 \\ \sum_{i=(j-1)n+1}^{jn} T_{i-n, i} & \text{für } N_{i-n, i} \geq 0 \end{cases} \quad (j = u+1, u+2, \dots, v),$$

$$T_{i-n, i} = \begin{cases} S_{i-n, i}^I, & \text{wenn } S_{i-n, i}^I \text{ mit } Q1\text{-Markierung} \\ 2(S_{i-n, i}^I + S_{i-n, i}^{II}) & \text{für alle sonstigen Fälle.} \end{cases}$$


 Fig. 6. Flußdiagramm zur Berechnung der Vorzahl $a_{i,i}$.

Die Fußzeiger der Vorzahlen a legen die Stellung nach Zeile und Spalte im symmetrischen Gleichungssystem nach Fig. 4a fest.

$$\begin{aligned} a_{i,0} &= M_{i,i-n}^0 + M_{i,i-1}^0 + M_{i,i+1}^0 + M_{i,i+n}^0 - M_i \quad (i = 1, 2, \dots, v n), \\ a_{v n+j,0} &= -[b_j + \sum_{i=(j-1)n+1}^{j n} (M_{i-n,i}^0 + M_{i,i-n}^0)] \quad (j = u+1, u+2, \dots, v). \end{aligned}$$

Dabei bedeuten

M_i : äußeres Knotenmoment am Knoten i ,

b_j : virtuelle Arbeit der äußeren Kräfte an der kinematischen Kette $\Gamma_{v n+j}$ mit $\psi_j = 1$.

Sind an einem Knoten i sämtliche Stäbe gelenkig angeschlossen, dann werden unter anderm folgende Vor- und Belastungszahlen null: $a_{i,i}$, $a_{i,i-1}$, $a_{i,i+1}$, $a_{i,0}$ und die zugehörige Matrix A_j wird singulär. Die im Abschnitt 3 angegebene Elimination kann jedoch beibehalten werden, wenn in einem solchen Falle $a_{i,i} = 1$ gesetzt wird (siehe Fig. 6).

5. Rekursion der Schnittkräfte

Die Rekursion der Schnittkräfte wird für die Biegemomente (vgl. Fig. 7) und Querkräfte an den unteren Enden der Stiele sowie für die Längskräfte der Stiele gezeigt.

$$M_{i-n,i} = \begin{cases} 0, & \text{wenn } S_{i-n,i}^I \text{ mit } Q 1 \text{ markiert ist} \\ M_{i-n,i}^0 + S_{i-n,i}^I (\varphi_{i-n} - \psi_j), & \text{wenn } S_{i-n,i}^I \text{ mit } Q 2 \text{ markiert ist} \\ M_{i-n,i}^0 + S_{i-n,i}^I \varphi_{i-n} + S_{i-n,i}^{II} \varphi_i - (S_{i-n,i}^I + S_{i-n,i}^{II}) \psi_j, & \text{wenn } S_{i-n,i}^I \text{ weder mit } Q 1 \text{ noch mit } Q 2 \text{ markiert ist.} \end{cases}$$

$$Q_{i-n,i} = -\frac{1}{h_j} (M_{i-n,i} + M_{i,i-n} + M_{i,i-n}^P) + N_{i-n,i} \psi_j.$$

Für beide Schnittgrößen gilt:

$$\begin{aligned} j &= 1, 2, \dots, v; \\ (j-1)n &< i \leq j n; \\ \varphi_i &= 0 \text{ für } i = -n+1, -n+2, \dots, 0; \\ \psi_j &= 0 \text{ für } j \leq u. \end{aligned}$$

$M_{i,i-n}^P$ ist das Moment der Querbelastrung des Stieles $(i-n, i)$ bezogen auf das Stabende i (Lastmoment).

$$N_{i-n,i} = N_{i,i+n} - Q_{i,i+1} + Q_{i,i-1} - K_i \quad (i = v n, v n-1, \dots, 1),$$

wobei zu setzen ist $N_{i,i+n} = 0$ für $i = v n, v n-1, \dots, v n-(n+1)$ und

$$Q_{v n, v n+1} = 0.$$

K_i ist die senkrechte Knotenlast am Knoten i .

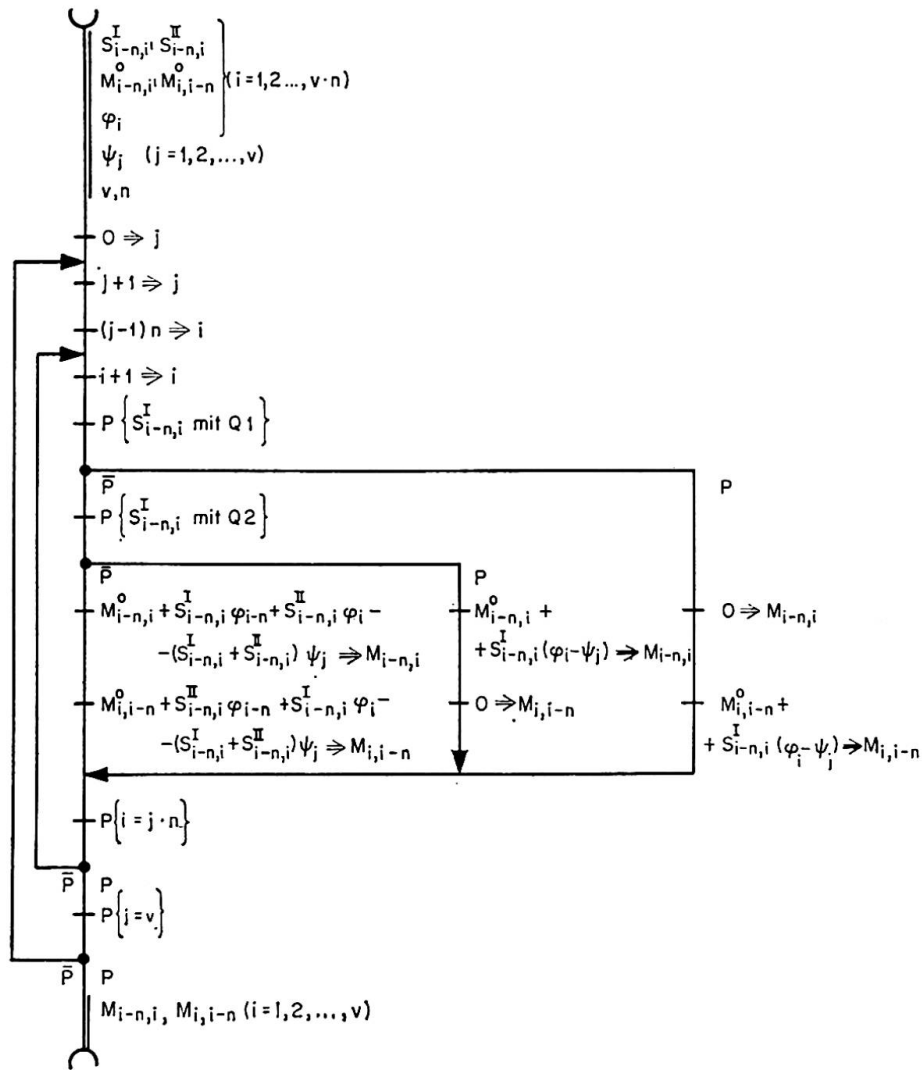


Fig. 7. Flußdiagramm zur Berechnung der Stabendmomente der Stiele.

Die Schnittkräfte an den übrigen Stabenden und die Längskräfte der Riegel werden analog berechnet.

Literatur

1. K. BEYER: Die Statik im Stahlbetonbau. 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin 1956.
2. TGL 0—4114, Stabilitätsfälle bzw. DIN 4114, Stabilitätsfälle.
3. E. CHWALLA: Die neuen Hilfstafeln zur Berechnung von Spannungsproblemen der Theorie zweiter Ordnung und von Knickproblemen. Der Bauingenieur 34 (1959), S. 128.
4. H. KRETZSCHMAR, H. MÜLLER: Die Berechnung regelmäßiger Stockwerkrahmen mit Digitalrechenautomaten. Bauplanung — Bautechnik 15 (1961), S. 475.

Zusammenfassung

Durch geeignete Beschreibung der Systemstruktur und durch Ausnutzung der Markierungsmöglichkeiten des verwendeten Digitalautomaten kann die

Matrix der Vor- und Belastungszahlen für orthogonale Stockwerkrahmen günstig gebildet und die Schnittkraftermittlung zweckmäßig gestaltet werden.

Die zweistufige Entwicklung der Knotendrehwinkel gestattet, die Lösung des Gleichungssystems auf die Lösung zweier Teilsysteme zurückzuführen. Das kleinere Teilsystem ist vollständig belegt. Für die Auflösung des größeren Teilsystems, welches die Form eines dreigliedrigen Matrizengleichungssystems besitzt, wurde ein spezieller Algorithmus verwendet.

Summary

By means of a suitable description of the configuration of the structure and by utilising the delimitation potentialities of the digital computer employed, the matrix of the lefthand and of the load terms in the expressions for orthogonal multi-storey portal structures can be formed in an advantageous manner, and the determination of the forces in the sections can be appropriately performed.

The two-step development of the nodal angles of rotation enables the solution of the system of equations to be reduced to the solution of two partial systems. The minor partial system is fully covered, while for the solution of the major partial system, which has the form of a three-term matrix equation system, a particular algorithm was used.

Résumé

Une description adéquate de la structure du système et l'utilisation des possibilités d'enregistrement de la calculatrice digitale employée permettent d'établir facilement les matrices des coefficients et des charges relatives aux portiques étagés orthogonaux et d'en déterminer les sollicitations.

Les angles de rotation des nœuds sont calculés en deux phases, ce qui ramène la résolution du système d'équations à celle de deux systèmes partiels. Le plus petit système est complètement saturé. Un algorithme spécial a été utilisé pour la résolution du plus grand dont la forme est celle d'un système d'équations matricielles à 3 termes.