Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 7 (1964)

Artikel: Verhalten plastischer Gelenke in Stahlbetonbalken

Autor: Yamada, M.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-7904

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 03.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Vb2

Verhalten plastischer Gelenke in Stahlbetonbalken

Behaviour of Plastic Hinges in Reinforced Concrete Beams

Le comportement des rotules plastiques dans les poutres en béton armé

M. YAMADA
Prof. Dr.-Ing., Univ. Kobe, Japan

1. Einleitung

Um die Bruchvorgänge in Stahlbetonkonstruktionen abzuklären, müssen vorerst als Grundlage der Theorie die Formänderungseigenschaften der über die Elastizitätsgrenze beanspruchten Bauteile, d. h. das Verhalten der plastischen Gelenke in diesen Bauteilen untersucht werden. Damit wird erst die Bruchanalyse des ganzen Bauwerkes nach dem modernen Traglastverfahren [1] ermöglicht. Der Verfasser [2] hat schon früher über das Verhalten plastischer Gelenke in Stahlbetonbalken unter statischem Biegemoment berichtet. In der vorliegenden Arbeit wird das Verhalten plastischer Gelenke in Stahlbetonbalken bei bestimmten, wechselseitigen Verdrehungen auf Grund von Versuchsergebnissen erörtert.

2. Plastische Gelenke in Stahlbetonbalken

Die Entstehung eines ideal plastischen Gelenkes in einem Stahlbetonbalken unter einfachem Biegemoment in Balkenmitte oder unter Biegemoment und Querkraft am Balkenende wurde vom Verfasser experimentell bewiesen. Die Drehfähigkeit des Gelenkes (plastischer Drehwinkel φ_p) ist von der Bewehrungsstärke $(\beta_s \mu - k_c \beta'_s \mu')$ abhängig, d. h. je größer die Bewehrungsstärke ist, desto kleiner wird — wie die folgenden Formeln zeigen — seine plastische Zähigkeit.

Das Streckmoment M_s des Querschnittes mit beidseitiger Bewehrung ist

$$M_s = \left[\sigma_p (\beta_s \mu - k_c \beta'_s \mu') \left\{1 - \frac{(\beta_s \mu - k_c \beta'_s \mu')}{2}\right\} + k_c \sigma'_s \mu' (1 - \eta)\right] b h^2. \tag{1}$$

Die Drehungsgrenze eines plastischen Gelenkes ergibt sich zu

$$\max \varphi_p = \tag{2}$$
$$\frac{2\{1 - (\beta_s \mu - k_c \beta'_s \mu')\}\{2 - (\beta_s \mu - k_c \beta'_s \mu')\} + (\beta_s \mu - k_c \beta'_s \mu')^2}{(\beta_s \mu - k_c \beta'_s \mu')\left\{\left(1 - \frac{\beta_s \mu - k_c \beta'_s \mu'}{2}\right) - \frac{k_c \beta'_s \mu'}{\beta_s \mu}\left(\eta - \frac{\beta_s \mu - k_c \beta'_s \mu'}{2}\right)\right\}} \left(\frac{0{,}056}{\sqrt{\sigma_p}} - 0{,}00014 \sqrt{\sigma_p}\right),$$

$$\cong \left[\frac{4\{1-(\beta_s\mu-k_c\beta'_s\mu')\}}{(\beta_s\mu-k_c\beta'_s\mu')}+\frac{2(\beta_s\mu-k_c\beta'_s\mu')}{\{2-(\beta_s\mu-k_c\beta'_s\mu')\}}\right]\left(\frac{0{,}056}{\sqrt{\sigma_p}}-0{,}00014\sqrt{\sigma_p}\right), \quad (3)$$

wobei σ_p: Prismenfestigkeit des Betons,
σ_s: Streckspannung der Zugbewehrung,
σ'_s: Streckspannung der Druckbewehrung,
μ: Zugbewehrungsanteil,
μ': Druckbewehrungsanteil,
$\beta_s\mu = \frac{\sigma_s}{\sigma_p}\mu$: Zugbewehrungsstärke,
$\beta'_s\mu' = \frac{\sigma'_s}{\sigma_p}\mu'$: Druckbewehrungsstärke,
k_c: Verhältnis der vorhandenen Spannung zur Streckspannung der Druckbewehrung,
η: Ort der Druckbewehrung.

In Beton- oder Stahlbetonquerschnitten mit Profilstahlverstärkungen entsteht ein ähnliches ideal plastisches Gelenk, und die Gleichungen (1), (2) und (3) sind ebenfalls gültig, wenn die Werte der Profilstahlverstärkung in die Bewehrungswerte umgerechnet werden.

Es stellt sich nun die Frage, welchen Widerstand und welche Zähigkeit plastische Gelenke bei der Umkehrung des Biegemomentes aufweisen oder was für ein mechanisches Verhalten die Gelenke bei Wechselbiegebelastungen im plastischen Bereich zeigen. Hierüber lagen bisher noch keine Versuchsergebnisse vor. Die Kenntnis der mechanischen Eigenschaften plastischer Gelenke bei Wechselbiegebelastung mit bestimmter Formänderung ist aber für die Bruchberechnung eines Bauwerkes nach dem modernen Traglastverfahren unentbehrlich. Für die elasto-plastische Berechnung eines Tragwerkes unter Erdbebeneinwirkung muß man z. B. die Zähigkeitseigenschaften der Bauteile genau erfassen. Dabei stellt der Zähigkeitsfaktor [3] (Ductility factor) — Verhältnis der gesamten Formänderung zur elastischen Formänderung — ein Maß für die Bruchsicherheit dar oder er wird anderseits auch als Richtwert für die Schwingungsberechnung benutzt. Davon ausgehend wird die zweckmäßigste Methode zur statischen oder dynamischen Bemessung des Bauwerkes mit vorgegebener Bruchsicherheit festgelegt.

3. Versuche

Die Versuchsbalken (Reihen DF-6/4, DF-4/4 und DF-3/4 in Tabelle 1) sind, wie Fig. 1 zeigt, beidseitig gleich stark bewehrt und mit zwei symmetrischen Lasten belastet worden. Die Durchbiegung wurde in Balkenmitte gemessen. Dieser Versuch erstreckt sich gemäß Tabelle 1 über drei Reihen zur Untersuchung der Einflüsse zufolge Änderung des Bewehrungsanteils. Jede Reihe besteht anderseits aus einigen Versuchsbalken zur Untersuchung der Einflüsse, die sich aus einer Änderung der Formänderungsamplitude ergeben.

Tabelle 1. Angaben über die Versuchsbalken

Balken	Beton		Stahl			Bewehrungsstärke
	Prismenfestigkeit	Zugfestigkeit	Bewehrung	Bewehrungsanteil	Streckgrenze des Stahles	
	σ_p kg/cm²	σ_{bz} kg/cm²		μ %	σ_s kg/cm²	$\beta_s \mu - k_c \beta_s' \mu'$
RC BM 6/4 DF-1	198	22,0	2 – ⌀ 13	1,51	3070	0,170
RC BM 6/4 DF-2	179	21,6	2 – ⌀ 13	1,51	3070	0,177
RC BM 4/4 DF-1	206	20,1	3 – ⌀ 9	1,09	3200	0,150
RC BM 4/4 DF-2	254	26,4	3 – ⌀ 9	1,09	3200	0,137
RC BM 4/4 DF-3	181	20,4	3 – ⌀ 9	1,09	3200	0,153
RC BM 4/4 DF-4	220	22,5	3 – ⌀ 9	1,09	3200	0,144
RC BM 3/4 DF-1	216	25,4	2 – ⌀ 9	0,72	3200	0,107
RC BM 3/4 DF-2	272	28,3	2 – ⌀ 9	0,72	3200	0,084
RC BM 3/4 DF-3	239	23,6	2 – ⌀ 9	0,72	3200	0,097
RC BM 3/4 DF-4	238	23,6	2 – ⌀ 9	0,72	3200	0,097

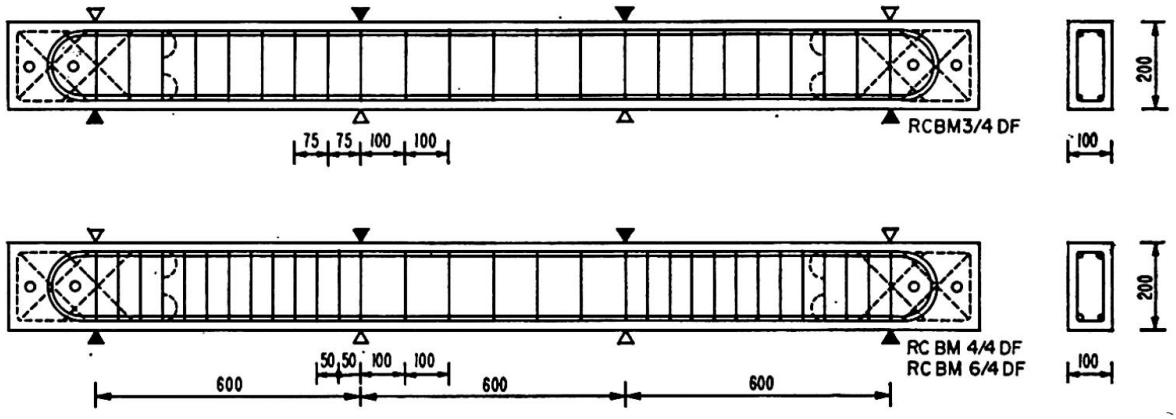

Fig. 1. Versuchsbalken.

Verwendete Baustoffe (s. auch Tabelle 1):

Beton: Mischungsverhältnis (nach Gewicht) 1 : 2,55 : 3,34 mit Wasserzementfaktor 0,6;

Stahl: Rundeisen.

4. Versuchsergebnisse

Die Versuchsergebnisse sind in Fig. 7 (1—10) dargestellt. Daraus ist folgendes ersichtlich:

Durch Umkehrung des Biegemomentes nach der größten plastischen Drehung entsteht wieder ein plastisches Gelenk in umgekehrter Richtung (DF-1)

mit einer Drehungsgrenze, die dem doppelten Amplitudenwert entspricht. Dabei ergibt sich aber ein etwas niedrigeres Streckmoment M_s; die Biegesteifigkeit verringert sich gegenüber der erstmaligen Belastung (Bauschingereffekt). Bei der Wiederholung der Wechselbiegebelastung wird die Neigung der Hysteresisschleife allmählich kleiner, während die federnde Formänderung allmählich vergrößert wird. Die federnde Formänderung bei der größten Grenzdrehung (DF-1) wird jedoch von derjenigen bei kleineren Amplituden (DF-2, DF-3, DF-4) nie überschritten.

Bei großen Amplituden ist die Zahl der Lastwechsel bis zum Bruch ziemlich klein; sie nimmt bei kleineren Amplituden beträchtlich zu. Die Hysteresisschleife ist visko-elastisch (Fig. 2) und wird unmittelbar vor dem Bruch gleit-elastisch (Fig. 3).

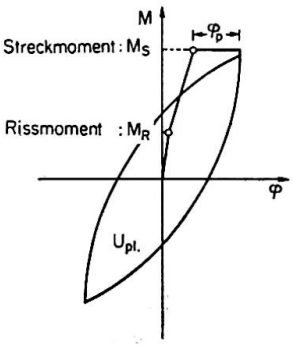

Fig. 2. Hysteresisschleife (visko-elastisch).

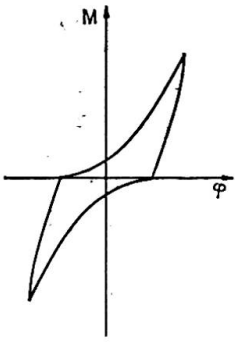

Fig. 3. Hysteresisschleife (gleit-elastisch).

Abschließend soll noch die Beziehung zwischen der Formänderungsamplitude φ_p und der Lastwechselzahl N untersucht werden. In Fig. 4 ist die gesamte aufgewendete Energie der Hysteresisschleife $\frac{\sum U_{pl}}{U_{el}}$ in Funktion der Lastwechselzahl N aufgetragen. Würde der Bruch durch die gesamte aufgewendete Energie der Hysteresisschleife verursacht, müßte der Bruch bei gleichen Querschnitten auf einer Parallelen zur Abszisse liegen. Wie Fig. 4 zeigt, ist diese Hypothese falsch.

Eine bessere Übereinstimmung mit den Versuchen ergibt sich, unter der Voraussetzung, daß der Bruch eine Funktion der gesamten aufgewendeten Beschädigungsenergie (schraffierte Fläche in Fig. 5) ist. Die Bruchbedingung lautet dann

$$2\{\tfrac{1}{2}(\kappa\, 2\varphi_p)(2\varphi_p)\}N = k, \tag{4}$$

und es folgt hieraus

$$N\varphi_p^2 = K \text{ (konstant)}. \tag{5}$$

Fig. 6 stellt die Beziehung zwischen $\log\varphi_p$ und $\log N$ dar. Die Neigung jeder Versuchsreihe beträgt ca. $-\frac{1}{2}$. Diese Bruchhypothese trifft für plastische Zug-, Bruch-, Wechselbelastung von Stahl gut zu und ergibt auch bei Stahlbeton — trotz der Sprödigkeit des Materials — noch eine ziemlich gute Übereinstimmung mit den Versuchswerten.

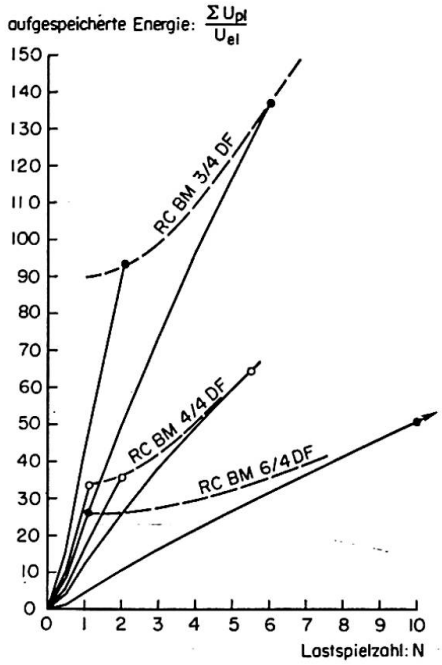

Fig. 4. Aufgespeicherte Energie durch die Hysteresisschleife.

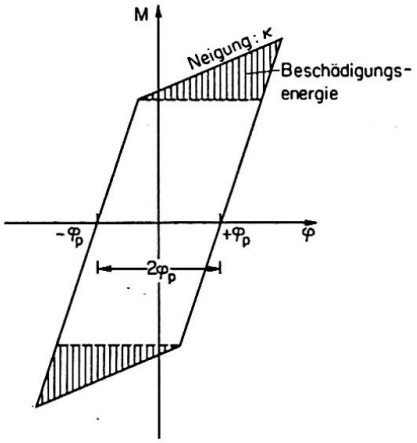

Fig. 5. Beschädigungsenergie.

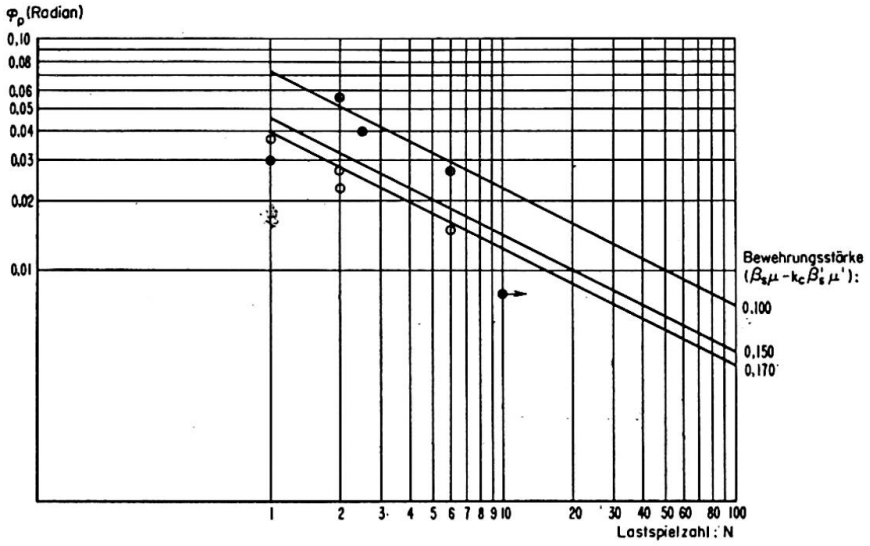

Fig. 6. Plastische Drehamplitude φ_p — Lastspielzahl N.

Die Konstante k beim Stahlbetonquerschnitt ergibt sich aus Gleichung (2), (3) und (5) zu

$$K = 1 \max \varphi_p^2 = \max \varphi_p^2. \tag{6}$$

Daraus folgt

$$N = \frac{\max \varphi_p^2}{\varphi_p^2}, \tag{7}$$

wobei $\max \varphi_p$ aus Gleichung (2) oder (3) entnommen wird.

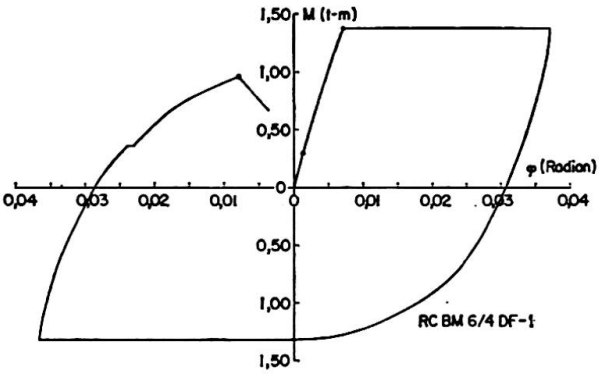

Fig. 7–1.

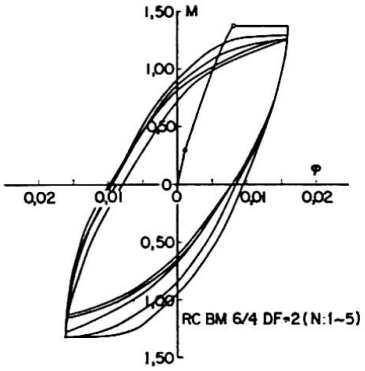

Fig. 7–2a.

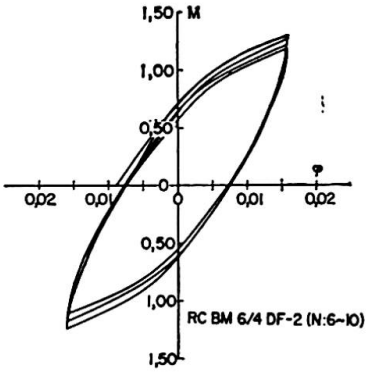

Fig. 7–2b.

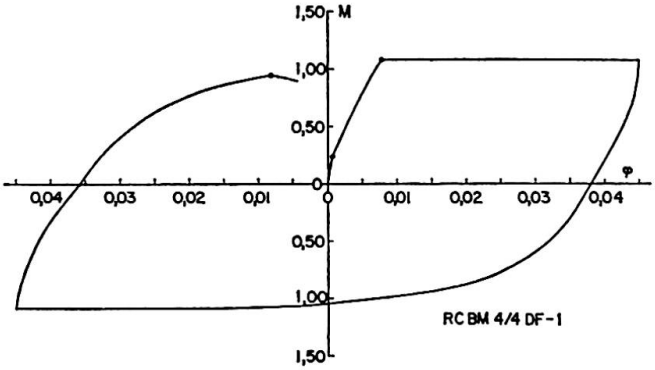

Fig. 7–3.

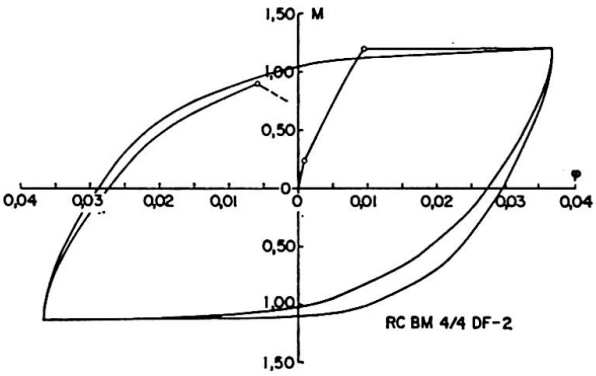

Fig. 7–4.

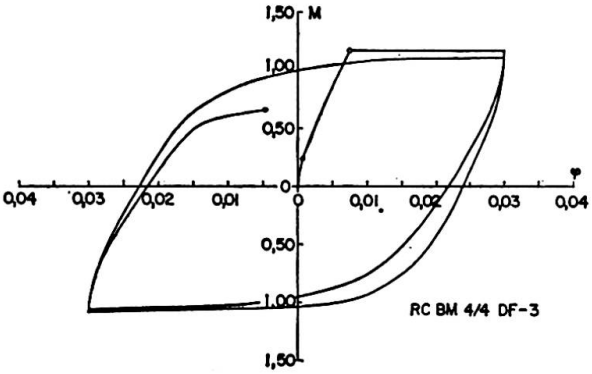

Fig. 7–5.

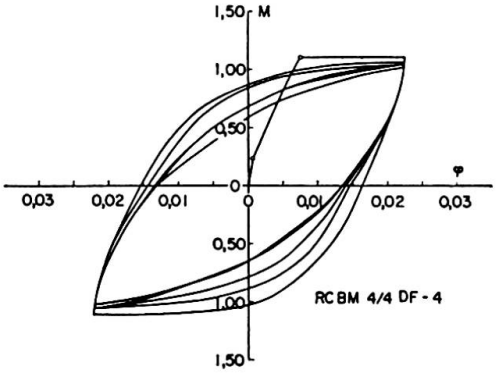

Fig. 7–6.

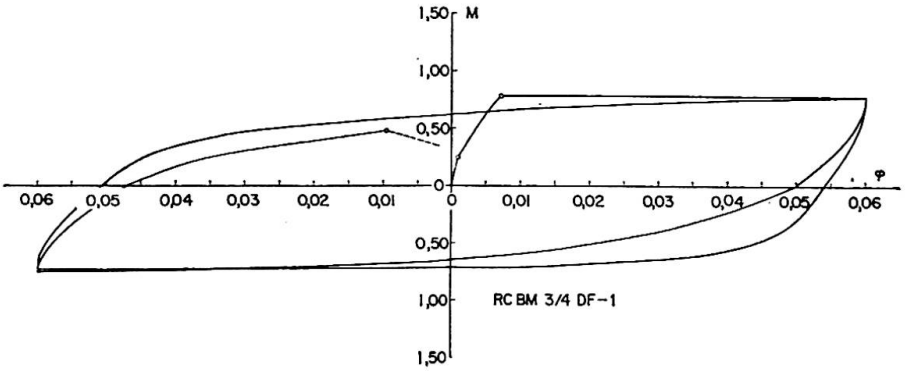

Fig. 7–7.

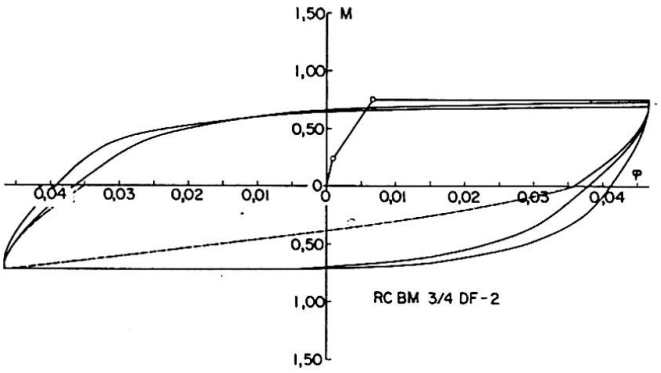

Fig. 7–8.

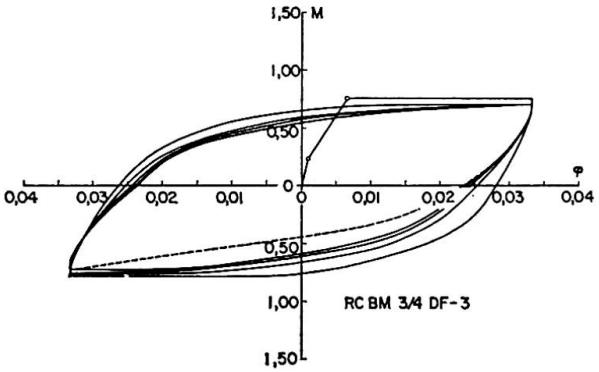

Fig. 7–9.

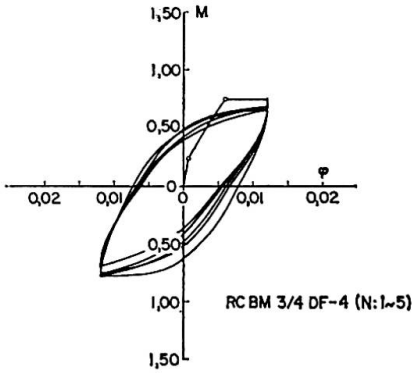

Fig. 7–10.

Fig. 7. Versuchsergebnisse.

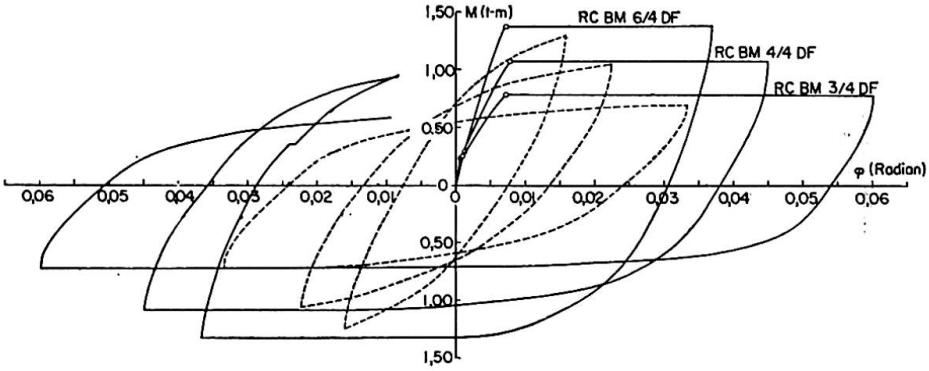

Fig. 8. Vergleich der Versuchsergebnisse.

Literatur

1. W. PRAGER and P. G. HODGE: "Theorie of Perfectly Plastic Solids." John Wiley, New York, 1951.
2. M. YAMADA: «Drehfähigkeit plastischer Gelenke in Stahlbetonbalken», Beton- und Stahlbetonbau, 53. Jahrg., H. 4, April 1958, S. 85—91.
3. VELETSOS and NEWMARK: "Effect of Inelastic Behavior on the Response of Simple Systems to Earthquake Motion". Proc. 2nd WCEE, 1960, Vol. 2, S. 895—912.

Zusammenfassung

Auf Grund von Versuchsergebnissen wird das Verhalten plastischer Gelenke in Stahlbetonbalken unter konstanten wechselseitigen Verdrehungen untersucht. Die Hysteresisschleife ist dabei visko-elastisch. Die Beziehung zwischen Formänderungsamplitude φ_p und Lastwechselzahl N stimmt mit der gesamten aufgewendeten Beschädigungsenergie Gleichung (5) und (7) ziemlich gut überein (Fig. 6).

Summary

The behaviour of plastic hinges in reinforced concrete beams under constant reversal of moments was studied on the basis of experimental results. Under these conditions the hysteresis loop is visco-elastic. The relationship between the deformation amplitude φ_p and the number of stress reversals N is in fairly good agreement (fig. 6) with the total stored damage energy Eqs. (5) and (7) employed.

Résumé

A la lumière de résultats d'essais, l'auteur étudie le comportement des rotules plastiques dans les poutres en béton armé soumises à des flexions alternées constantes. Le cycle d'hystérésis est visco-élastique. Le rapport entre l'amplitude des déformations φ_p et le nombre d'alternances N concorde de façon assez satisfaisante avec l'expression qui en est donnée dans les équations (5) et (7) de l'énergie totale d'altération en jeu (fig. 6).