

<b>Zeitschrift:</b>	IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht
<b>Band:</b>	6 (1960)
<b>Artikel:</b>	Calcul du béton armé à la rupture en flexion simple ou composée : comparaison statistique de diverses théories avec l'ensemble des résultats des recherches expérimentales
<b>Autor:</b>	Massonnet, Ch. / Moenaert, P.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-6949">https://doi.org/10.5169/seals-6949</a>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 20.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## I b 3

### **Calcul du béton armé à la rupture en flexion simple ou composée. Comparaison statistique de diverses théories avec l'ensemble des résultats des recherches expérimentales**

*Bruchberechnung von Eisenbeton bei einfacher oder zusammengesetzter Biegung.  
Statistischer Vergleich der verschiedenen Theorien mit den verfügbaren Versuchsergebnissen*

*Calculation of the Ultimate Bending Strength of Reinforced Concrete Subjected to Simple or Compound Bending. Statistical Comparison of Various Theories with the Published Results of Experimental Researches*

CH. MASSONNET

Professeur à l'Université de Liège

P. MOENAERT

Chargé de Cours à l'Université Libre  
de Bruxelles

#### **1. But et intérêt de l'étude**

Pour la détermination par calcul du moment fléchissant de rupture en flexion simple ou composée, on est amené, comme de nombreuses études l'ont montré, à faire une série d'hypothèses.

La grande majorité des auteurs admettent que les sections restent planes (hypothèse de Bernoulli) et que le béton tendu n'a pas d'influence sur le moment de rupture.

D'autres conditions sont nécessaires; la plupart des auteurs limitent théoriquement la déformabilité du béton au moment de la rupture. La valeur admise par le Comité Européen du Béton c'est-à-dire  $3,5\%$  semble une valeur acceptable dans la plupart des cas pour une théorie approchée.

Il faut de plus que l'on détermine le diagramme des tensions du béton dans la zone comprimée (stress block).

Ceci peut se faire soit en adoptant une courbe définie pour ce diagramme, par exemple parabole ou rectangle, soit en le définissant par deux coefficients: coefficient de remplissage  $\alpha$  et coefficient de centre de gravité  $\beta$ .

Sur ces derniers points, l'accord des auteurs est loin d'être réalisé. A la

session de Rome du Comité Européen du Béton, on s'est demandé si une étude statistique ne permettrait pas de départager les points de vue. La commission n° 1 a été chargée de ce travail. Mais, avant de pouvoir l'aborder, il était nécessaire de réunir un grand nombre de résultats d'essais suffisamment complets pour pouvoir être utilisés.

Le Secrétariat permanent du Comité Européen du Béton a rassemblé dans ce but les données d'environ deux mille essais, dont 1717 se rapportent à des poutres rompues par flexion. Le dépouillement d'un si grand nombre d'essais et l'application à ceux-ci de plusieurs méthodes de calcul à la rupture ne pouvaient se faire qu'avec des moyens mécaniques. C'est pourquoi nous avons décidé d'effectuer les calculs sur l'ordinateur électronique IBM 650 de l'Université de Liège. Nous avons établi un programme général permettant à cette machine de calculer le moment ou l'effort normal de rupture par toutes les méthodes retenues.

Il a été décidé d'étudier quatre formes de diagrammes des tensions dans la zone comprimée:

- a) la forme parabolique, qui avait été recommandée à la Session de Madrid du Comité Européen du béton;
- b) la forme rectangulaire, qui a été proposée par divers auteurs;
- c) la forme triangulaire, qui correspond à la méthode de calcul classique élastique et enfin
- d) une méthode dans laquelle la forme du diagramme dépend de la qualité du béton. On a adopté la méthode proposée par HOGNESTAD, HANSON et Mc HENRY<sup>1)</sup> parce qu'elle a semblé représentative des diverses méthodes où l'on tente de serrer la réalité d'aussi près que possible en faisant varier l'ordonnée maximum du diagramme ( $n_0$ ) et les coefficients  $\alpha$ ,  $\beta$  avec la résistance du béton.

La méthode en question est précisée au paragraphe 2.2 ci-après.

## 2. Définition des méthodes de calcul étudiées

### 2.1. Notations (fig. 1)

$b$	largeur de la section,
$h$	hauteur totale de la section,
$h_1$	hauteur utile de la section,
$y_1$	hauteur de la zone comprimée,
$d$	distance de l'armature comprimée au bord supérieur de la section,
$\omega'$	section de l'armature tendue,

<sup>1)</sup> E. HOGNESTAD, N. W. HANSON et C. Mc HENRY, Concrete stress distribution in ultimate strength design. Journ. A.C.I. Vol. 27, pp. 455—479, 1955.

$\omega$	section de l'armature comprimée,
$n_0$	ordonnée maximum du diagramme des tensions de compression dans le béton,
$\epsilon_b$	allongement proportionnel de rupture du béton,
$n_e'$	limite élastique apparente ou à 0,2% de l'acier tendu,
$n_e$	limite élastique apparente ou à 0,2% de l'acier comprimé,
$\epsilon_a'$	allongement proportionnel de l'acier tendu,
$\epsilon_a$	allongement proportionnel de l'acier comprimé,
$M$	moment de rupture des poutres soumises à flexion simple,
$N$	effort normal de rupture des colonnes soumises à flexion composée,
$e$	excentricité de l'effort $N$ par rapport au centre $G$ de la section,
$e'$	excentricité de l'effort $N$ par rapport à l'armature tendue,
$\alpha$	coefficient de remplissage du diagramme des tensions dans le béton comprimé,
$\beta = \frac{CD}{AB}$	coefficient donnant l'ordonnée relative du centre de gravité $D$ du diagramme ci-dessus,
$n_{pr} = n_{cy}$	résistance du béton à la compression sur prismes ou sur cylindres,
$n_{cu}$	résistance du béton à la compression sur cubes,
$b_0$	largeur de la table d'une poutre en té,
$h_0$	épaisseur de la table d'une poutre en té.

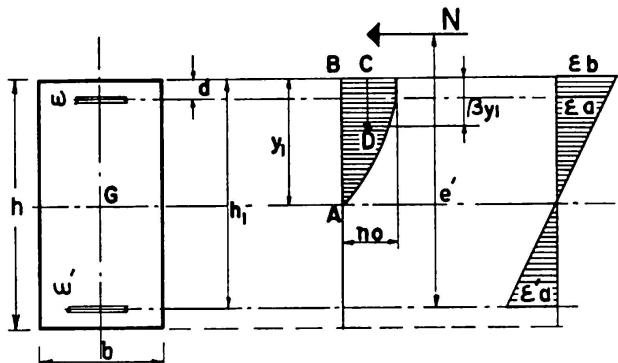


Fig. 1.

## 2.2. Equations fondamentales

Le programme de calcul est établi pour une section rectangulaire possédant une armature double et soumise à flexion composée. Il est applicable aux sections en té, pour autant que l'axe neutre tombe dans l'aile du té. Pour contrôler qu'il en est bien ainsi, il suffit de vérifier l'inégalité

$$y_1 \leq h_0.$$

Les équations d'équilibre s'écrivent:

$$N = \omega n_a - \omega' n'_a + b \alpha y_1 n_0, \quad (1)$$

$$M = \omega n_a (h_1 - d) + b \alpha y_1 n_a (h_1 - \beta y_1). \quad (2)$$

La loi de conservation des sections planes de Bernoulli se traduit par les égalités:

$$y_1 = h_1 \frac{\epsilon_b}{\epsilon_b + \epsilon'_a}, \quad (3)$$

$$y_1 - d = h_1 \frac{\epsilon_a}{\epsilon_b + \epsilon_a}. \quad (4)$$

Les diagrammes tension-dilatation des aciers utilisés donnent les deux relations:

$$n'_a = f(\epsilon'_a), \quad (5)$$

$$n_a = f(\epsilon_a). \quad (6)$$

La rupture survient quand l'allongement proportionnel du béton le plus comprimé atteint la valeur constante

$$\epsilon_b = -35 \cdot 10^{-4}. \quad (7)$$

Enfin, le moment et l'effort normal sont liés par l'équation

$$N = \frac{M}{e + 0,5h - d}. \quad (8)$$

Les équations (1) à (8) forment un système de 8 équations par rapport aux 8 inconnues du problème:

$$N, M, y_1; n_a, n'_a, \epsilon_a, \epsilon'_a, \epsilon_b.$$

### 2.3. Définition des propriétés du béton

Les diagrammes parabolique, rectangulaire et triangulaire correspondent aux valeurs suivantes des coefficients

Forme du diagramme	$\alpha$	$\beta$
parabole	0,667	0,375
rectangle	1	0,5
triangle	0,5	0,333

Ces diagrammes sont entièrement définis dès qu'on se fixe leur ordonnée maximum  $n_0$ . Nous avons admis que  $n_0$  était égal à la tension de rupture à la compression sur cylindres ou sur prismes, si celle-ci est donnée par l'auteur de l'essai. Sinon, on adopte 85% de la résistance sur cubes, ou bien la pleine résistance sur cubes en cas d'interposition de carton ou d'enduisage des faces du cube.

Dans la méthode de HOGNESTAD, HANSON et Mc HENRY (HHMH), les valeurs de  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $n_0/c_{cy}$  sont données en fonction de la résistance à la compression sur cylindres par les formules ci-après:

$$\alpha = 0,94 - 5,48 \cdot 10^{-4} n_{cy}, \quad (9)$$

$$\beta = 0,50 - 1,78 \cdot 10^{-4} n_{cy}, \quad (10)$$

$$\alpha \frac{n_0}{n_{cy}} = \frac{3900 + 4,98 n_{cy}}{3200 + 14,22 n_{cy}}, \quad (11)$$

( $n_{cy}$  en  $\text{kg/cm}^2$ ).

#### 2.4. Définition des propriétés de l'acier

L'acier peut être à palier ou écroui. En conformité avec les décisions prises par le Comité Européen du Béton, nous avons adopté pour ces deux types des diagrammes idéalisés définis comme suit:

##### 2.4.1. Aciers à palier (fig. 2):

$$n = E \epsilon \text{ avec } E = 21000 \text{ kg/mm}^2 \text{ si } \epsilon \leq \epsilon_e,$$

$$n = n_e \text{ si } \epsilon > \epsilon_e.$$

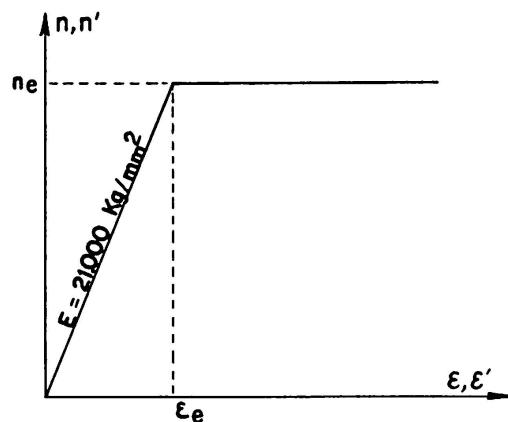


Fig. 2.

##### 2.4.2. Aciers écrouis

Le diagramme tension-dilatation normalisé de ces aciers est représenté à la fig. 3.

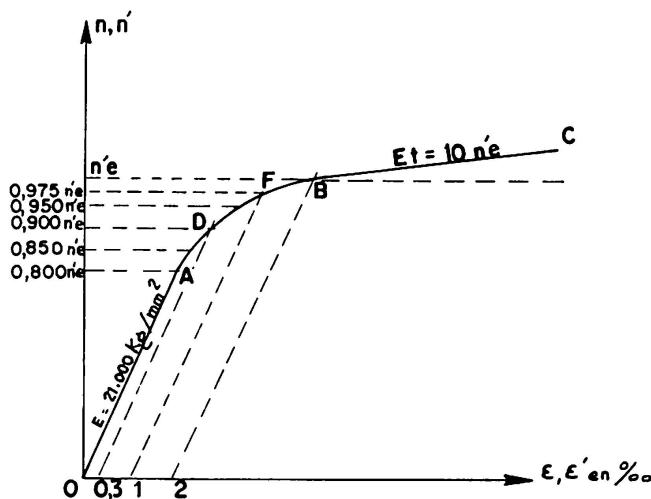


Fig. 3.

Il se compose de trois parties:

- la droite de Hooke  $OA$  d'équation  $n' = E \epsilon'$  avec  $E = 21\,000 \text{ kg/mm}^2$ , valable pour  $n' \leq 0,8 n'_e$ ;
- la droite  $BC$  partant du point d'ordonnée  $n'_e$  égale à la limite élastique à  $2\%_0$  et de coefficient angulaire  $E_t = 10 n'_e$ ;
- une courbe de raccordement  $AB$  définie par 6 points  $(n' \epsilon')$  comme le montre la fig. 3.

Nous avons choisi pour représenter cette courbe un polynôme d'interpolation du troisième degré de la forme

$$n = a_0 + a_1 (\epsilon - \epsilon_0) + a_2 (\epsilon - \epsilon_0) (\epsilon - \epsilon_1) + a_3 (\epsilon - \epsilon_0) (\epsilon - \epsilon_1) (\epsilon - \epsilon_2)$$

et nous avons déterminé les 4 constantes  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$  de manière que la courbe passe par les 4 points  $A$ ,  $D$ ,  $F$ ,  $B$  (fig. 3).

### 3. Quelques indications sur l'organisation du programme de calcul

Les équations (1) à (8) qui régissent le problème n'étant pas linéaires, leur résolution directe n'est pas possible. On a donc choisi de les résoudre par approximations successives.

Pour comprendre la méthode d'itération choisie, considérons le cas élémentaire de la flexion simple, armature simple. Les équations sont les suivantes:

$$0 = -\omega' n'_a + b \alpha y_1 \eta_0, \quad (1')$$

$$M = b \alpha y_1 n_0 (h_1 - \beta y_1), \quad (2')$$

$$y_1 = h_1 \frac{\epsilon_b}{\epsilon_b + \epsilon'_a}, \quad (3')$$

$$n'_a = f(\epsilon'_a). \quad (5')$$

En remplaçant  $y_1$  par sa valeur (3') dans (1'), on obtient:

$$0 = -\omega' n'_a + b \alpha n_0 h_1 \frac{\epsilon_b}{\epsilon_b + \epsilon'_a}. \quad (a)$$

Les équations (a) et (5') nous donnent la solution du problème; en effet, il suffit de trouver le couple de valeurs  $(n'_a, \epsilon'_a)$  qui satisfasse à ces deux équations ou, si l'on trace les courbes (a) et (5') dans le système d'axes cartésiens  $(n'_a, \epsilon'_a)$ , il suffit de trouver le point d'intersection I de ces courbes (fig. 4).

Le processus d'itération qui se présente naturellement à l'esprit consiste à partir d'un point arbitraire  $A$   $(n_n, \epsilon_1)$  de la courbe (5'), puis à parcourir le contour orthogonal  $AA'DFG$  (fig. 4). Malheureusement, ce processus est parfois divergent, comme le montre la fig. 4.

Pour assurer la convergence du processus d'itération dans tous les cas, on l'a généralisé comme suit:

1er cycle: on part du point  $A$  ( $n_1, \epsilon_1$ ) arbitrairement choisi sur  $(5')^2$ ; on détermine le point  $A'$  ( $n'_1, \epsilon_1$ ) situé à l'intersection de la courbe  $(a)$  et de la verticale passant par  $A$ .

Si  $(n'_1 - n_1)$  est moindre qu'un petit écart fixé d'avance, le problème est résolu; sinon, on détermine le point  $A''(n'_1, \epsilon_2)$  se trouvant à l'intersection de l'horizontale par  $A'$  et de la droite  $AA''$  de coefficient angulaire  $m$  menée par  $A$ . De  $A''$ , on remonte verticalement jusqu'en  $B(n_2, \epsilon_2)$  sur la courbe (5').

2e cycle: on part du point  $B (n_2, \epsilon_2)$ ; on détermine le point  $B' (n'_2, \epsilon_2)$  sur (a). Si  $(n'_2 - n_2)$  est moindre que l'écart fixé d'avance, le problème est résolu; sinon on déduit de  $B'$  le point  $B'' (n'_2, \epsilon_3)$  sur la droite inclinée de  $m$  menée par  $B$ , puis on remonte verticalement jusqu'en  $C (n_3, \epsilon_3)$  sur la courbe (5'), etc... La convergence du procédé qui vient d'être décrit dépend évidemment de l'inclinaison  $m$  choisie pour les droites  $AA'', BB'',$  etc...

L'ordinateur adopte tout d'abord pour  $m$  la valeur  $E/10 = 2100 \text{ kg/mm}^2$ .

Si le processus n'est pas convergent, la machine choisit ensuite successivement  $m = 5000 \text{ kg/mm}^2$  puis  $m = 10\,000 \text{ kg/mm}^2$  puis finalement  $m = E = 21\,000 \text{ kg/mm}^2$ .

Le programme est conçu de telle façon que l'ordinateur s'arrête automatiquement quand l'écart entre les valeurs  $n_1$ ,  $n'_1$  devient inférieur à une valeur fixée d'avance; cette valeur a été choisie égale à  $0,15 \text{ kg/mm}^2$ , ce qui assure une précision surabondante aux résultats. La figure 5 représente l'ordigramme du problème, c'est-à-dire le schéma logique selon lequel la machine fonctionne.

Quand le problème est résolu, la machine perfore sur cartes les renseignements suivants:

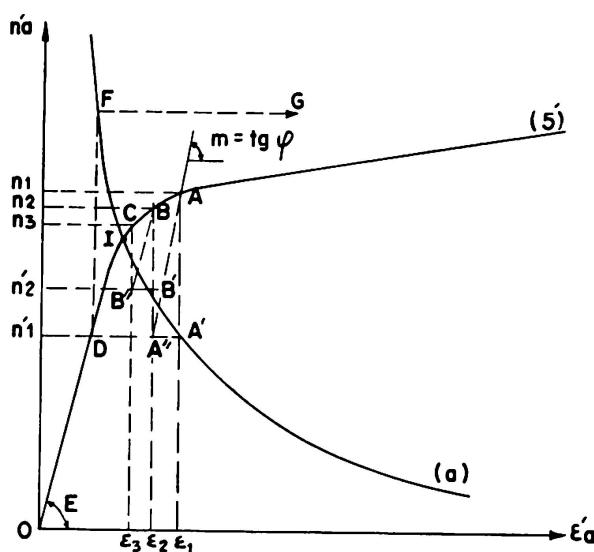


Fig. 4.

<sup>2)</sup> Dans les calculs effectivement exécutés, on a toujours pris  $n_1$  égal à la limite élastique  $n_e$ .

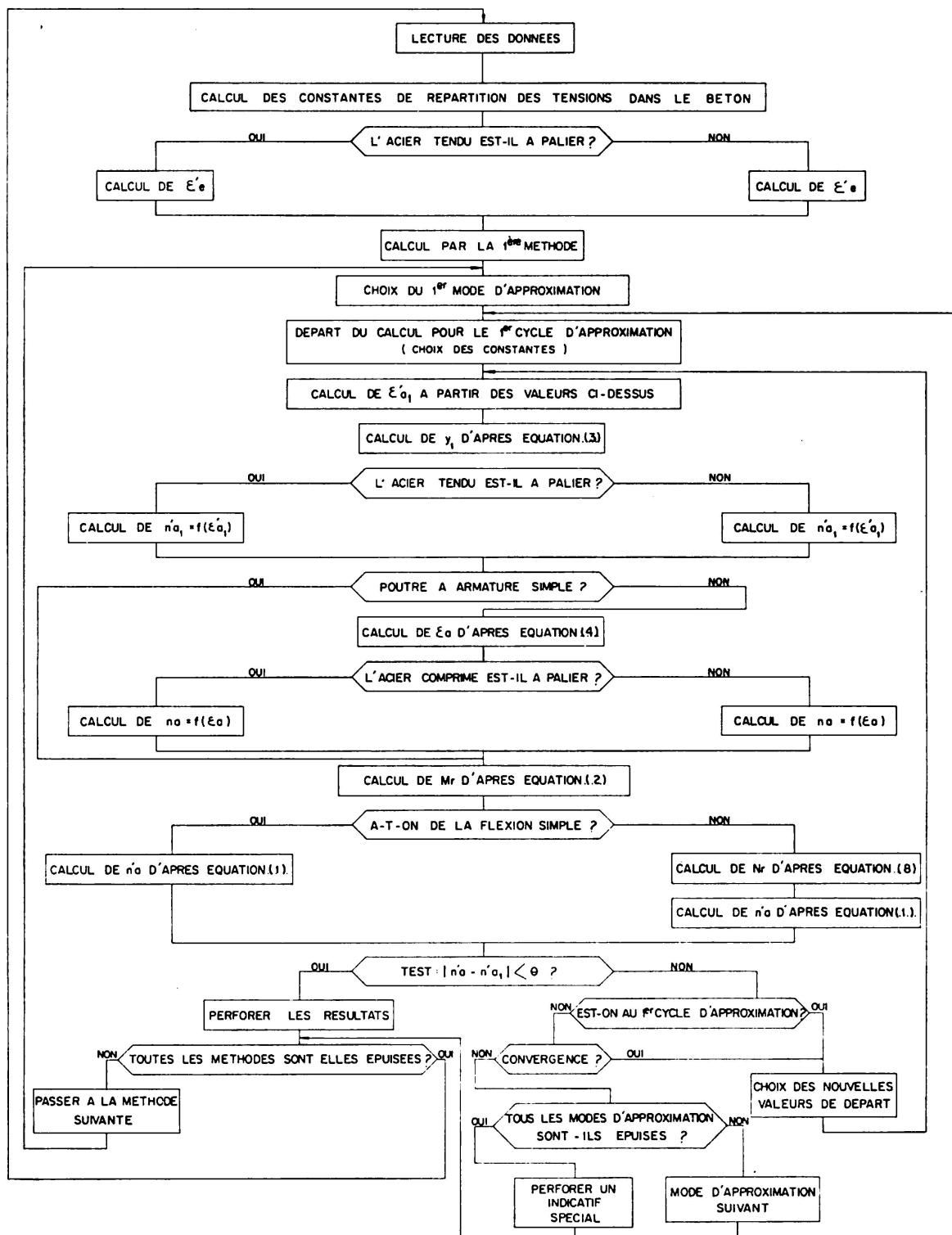


Fig. 5. Ordinogramme de programme de calcul.

1. le numéro d'ordre de la poutre étudiée;
2. le numéro de la méthode de calcul employée (parabole, rectangle, triangle, HHMH);
3. le moment de rupture calculé;
4. l'effort normal de rupture calculé;
5. la tension dans l'armature comprimée éventuelle;
6. les tensions dans l'armature tendue au départ et à la fin du dernier cycle de calcul;
7. la distance de l'axe neutre au bord libre de la zone comprimée.

La machine passe ensuite automatiquement à la poutre suivante. A titre indicatif, le temps nécessaire pour effectuer le calcul par une méthode est ordinairement d'environ 35 secondes. Dans un petit nombre de cas, le temps nécessaire dépasse deux minutes. Le temps de calcul maximum observé a été de 8 minutes.

#### 4. Résultats des calculs

Comme on l'a dit au paragraphe 1, on disposait de 1717 résultats d'essai recueillis par le Secrétariat du Comité Européen du Béton. Certains de ces résultats sont extraits des publications figurant à la bibliographie placée à la fin du mémoire. D'autres, non publiés ont été communiqués par leurs auteurs au C.E.B.

Dans les tableaux ci-après, la colonne «réf.» renvoie à la bibliographie; les essais non publiés sont marqués «N».

Des 1717 essais, 124 ont dû être éliminés au cours de l'étude parce qu'il y manquait l'un ou l'autre renseignement expérimental indispensable aux calculs. On disposait donc de 1593 résultats effectivement utilisables.

Un petit nombre (environ 25) d'essais sur colonnes soumises à compression centrique ou faiblement excentrique (axe neutre en dehors de la section) ont dû être écartés, parce que le programme de calcul exposé au paragraphe 3 ne pouvait s'y appliquer. En outre, après exécution des calculs, 29 résultats sur poutres en té ont dû être éliminés complètement parce que l'axe neutre tombait en dehors de l'aile dans les quatre méthodes de calcul. On a de plus dû éliminer, pour d'autres poutres en té, certains des quatre résultats calculés, parce que l'axe neutre tombait dans l'aile pour certaines formes de diagramme et en dehors pour d'autres formes. Ceci explique que le nombre de résultats repris dans l'étude statistique proprement dite ci-après est différent d'une méthode à l'autre et correspond à 1500, 1513, 1465 et 1516 calculs respectivement.

Pour chaque poutre, on a calculé pour les quatre formes de diagramme considérées les quatre valeurs du rapport:

$$r = \frac{M_{\text{observé}}}{M_{\text{calculé}}} \quad \text{ou} \quad \frac{N_{\text{observé}}}{N_{\text{calculé}}}.$$

$M$  étant le moment fléchissant de rupture en flexion simple et  $N$  l'effort normal de rupture en flexion composée.

En faisant toutes les combinaisons possibles entre les données des essais, à savoir: Section: rectangulaire, en té ou en té renversé — flexion: simple ou composée — armature: simple ou double — acier: à palier ou écroui, et en ne retenant que les classes pour lesquelles des essais ont été effectivement réalisés, on obtient douze familles d'essais. A ces douze familles correspondent les douze tableaux de résultats reproduits ci-dessous.

Tableau I

Section: rectangulaire. Flexion: simple. Armature: simple. Acier: à palier

Nº	Auteur	Réf.	Essai			n'	n	Para- bolique	Rectan- gulaire	Trian- gulaire	HHMH
			Cu	Pr	Cy						
1	Brandtzaeg	1			x	20	20	23,953	19,377	29,681	21,093
2	Chambaud	2	x			82	82	89,201	80,105	103,816	90,499
3	L. B. T. P.	N	x			15	15	15,098	14,519	16,208	15,617
4	Cem. Conc. Ass.	N	x			16	16	16,942	16,507	18,148	17,130
5	Humphrey	20			x	77	77	74,041	72,828	76,246	74,901
6	Grey M. W.	N	x			19	15	16,773	16,076	18,190	16,674
7	Soretz	N	x			6	6	6,050	6,070	6,405	6,222
8	Baes	N		x		14	14	17,582	14,834	21,071	15,694
9	Helfgot	12	x			2	2	2,182	2,113	2,420	2,202
10	Rehm	N		x		12	12	14,069	11,706	17,211	13,179
11	Rehm	N	x			20	20	20,649	20,433	21,023	20,692
12	Columbia	6	x			8	8	9,807	9,714	9,968	9,912
13	Hajnal Konyi	11	x			10	10	10,433	10,380	10,544	10,504
14	France EEEBA	N	x			24	24	26,919	26,714	27,311	27,542
15	Gehler Amos	3		x		104	104	118,037	110,538	130,674	112,748
16	Sampaio	4	x			48	47	55,310	54,823	56,374	55,324
17	Slater Zippordt	23			x	25	25	24,350	22,856	28,477	23,823
18	Richart Jensen	21		x		33	33	39,440	39,165	39,929	39,568
19	Johnston Cox	14			x	13	13	16,503	16,382	16,662	16,580
20	Lash Brison	15			x	57	57	59,497	54,766	66,645	56,579
21	Pays-Bas	N		x		28	28	32,115	31,916	32,457	32,272
22	Pays-Bas	N	x			14	14	16,151	16,043	16,337	16,208
23	France Ens. B.A.					29	23	24,670	24,583	24,871	24,851
24	L. B. T. P.	N	x			15	14	15,132	14,204	16,965	15,468
25	Burchartz- Gehler-Amos	19	x			18	17	17,067	16,961	17,263	17,030
				Sommes		709	696	761,971	723,613	824,896	752,312
				Moyennes				1,095	1,040	1,185	1,081

Dans chaque tableau, on a consigné successivement: le nom de l'expérimentateur, le type d'essai qu'il a réalisé pour mesurer la résistance à la compression du béton (sur cubes, prismes ou cylindres), le nombre d'essais exécutés ( $n'$ ), le nombre d'essais ( $n$ ) retenus pour la statistique après élimination, et enfin les valeurs de  $\sum r$  obtenues par les quatre méthodes. De ces valeurs, on déduit directement la moyenne applicable à chaque expérimentateur en appliquant la formule

$$r_m = \frac{\sum r}{n}.$$

Au bas de chaque tableau figurent les valeurs cumulées de  $\sum r$  et les moyennes générales  $r_m$  calculées (par les quatre méthodes) pour l'ensemble des essais de la famille considérée.

L'ensemble des valeurs moyennes  $r_m$  obtenues pour les douze familles d'essais est récapitulé dans le tableau XIII ci-dessous. Ce tableau donne également les moyennes générales pour l'ensemble des essais de flexion simple, puis pour l'ensemble des essais de flexion composée, puis enfin pour la totalité des essais.

Tableau II

Section: rectangulaire. Flexion: simple. Armature: simple. Acier: écroui

N°	Auteur	Réf.	Essai			$n'$	$n$	Para- bolique	Rectan- gulaire	Trian- gulaire	HHMH
			Cu	Pr	Cy						
1	Soretz	N	x			76	74	82,377	77,041	88,004	77,854
2	Ess. Comp. Fran.	N	x			18	18	16,651	15,792	17,594	17,079
3	Cem. Conc. Ass.	N	x			4	4	4,115	3,887	4,350	4,093
4	Hajnal Konyi	1	x			26	26	25,747	24,080	27,136	25,487
5	Helfgot	12	x			2	2	2,205	2,034	2,555	2,109
6	A. Johnson	13	x			4	4	4,556	3,634	5,628	4,204
7	Rehm	N	x			10	10	10,632	9,954	11,167	10,441
8	Columbia	16	x			12	12	13,650	12,361	15,186	13,488
9	France EEEBA	N	x			80	29	31,729	27,657	36,256	31,908
10	Pays-Bas	N	x			25	12	12,989	12,173	13,600	12,803
11	L.B.T.P.	N	x			30	27	26,245	24,535	27,694	26,966
12	LBTP-IRABA	N	x			22	21	20,994	19,714	22,439	21,605
13	Gehler-Amos	10		x		30	30	32,899	29,516	37,389	30,214
14	Grey Mettock	N	x			10	10	9,591	8,806	10,583	9,272
15	France EEEBA	N	x			48	44	41,174	36,639	45,956	42,108
16	Soretz	N	x			6	6	7,470	6,719	8,476	7,102
				Sommes		403	329	343,014	314,542	374,013	336,733
				Moyennes				1,043	0,956	1,137	1,024

Tableau III

Section: rectangulaire. Flexion: simple. Armature: double. Acier: à palier

Nº	Auteur	Réf.	Essai			n'	n	Para-bolique	Rectan-gulaire	Trian-gulaire	HHMH
			Cu	Pr	Cy						
1	Bach et Graf	5	x			15	15	16,012	14,078	18,011	14,157
2	Bach et Graf	18		x		6	6	5,372	4,754	5,954	5,067
3	Sampaio	4	x			3	3	3,382	3,330	3,469	3,384
4	Helfgot	12	x			6	6	6,481	6,375	6,600	6,482
5	Pays-Bas	N		x		3	3	3,157	2,994	3,324	3,201
6	Gehler-Amos	3		x		36	36	36,775	36,711	37,055	37,034
Sommes				69	69	71,179		68,242	74,413	69,325	
Moyennes						1,032		0,989	1,078	1,005	

Tableau IV

Section: rectangulaire. Flexion: simple. Armature: double. Acier: écroui

Nº	Auteur	Réf.	Essai			n'	n	Para-bolique	Rectan-gulaire	Trian-gulaire	HHMH
			Cu	Pr	Cy						
1	A. Johnson	13	x			12	12	12,648	10,687	14,621	11,907
2	France EEBA	N	x			7	6	5,048	4,704	5,594	5,379
3	Gehler Amos	3		x		18	18	18,106	17,951	18,302	18,091
4	Helfgot	12	x			6	6	6,322	6,134	6,493	6,248
Sommes				43	42	42,124		39,476	45,010	41,625	
Moyennes						1,003		0,940	1,072	0,991	

Tableau V

Section: rectangulaire. Flexion: composée. Armature: simple. Acier: à palier

Nº	Auteur	Réf.	Essai			n'	n	Para-bolique	Rectan-gulaire	Trian-gulaire	HHMH
			Cu	Pr	Cy						
1	Oengö	17		x		40	40	47,026	38,498	58,104	46,409
2	Bach et Graf	24		x		15	9	8,923	8,481	9,826	9,067
3	Moenaert	26		x		37	37	39,762	34,484	47,134	38,122
Sommes				92	86	95,711		81,463	115,064	93,598	
Moyennes						1,113		0,947	1,338	1,088	

Tableau VI

Section: rectangulaire. Flexion: composée. Armature: double. Acier: à palier

N°	Auteur	Réf.	Essai			n'	n	Parabole	n	Rectan-	n	Trian-	n	HHMH
			Cu	Pr	Cy									
1	Bach et Graf	24	x	x		25	20	19,673	18	17,032	20	21,383	18	17,927
2	Hogne- stad	25			x	90	63	57,048	61	51,170	64	64,154	62	56,229
3	Moenaert	26		x		28	18	18,013	18	17,202	16	17,195	18	17,422
			Sommes			143	101	94,734	97	85,404	100	102,732	98	91,578
			Moyennes					0,938		0,880		1,027		0,934

Tableau VII

Section en té. Flexion simple. Armature simple. Acier à palier

N°	Auteur	Réf.	Essai			n'	Parabole		Rectangle		Triangle		HHMH	
			Cu	Pr	Cy		n	r	n	r	n	r	n	r
1	France EEEBA	N	x			2	2	2,077	2	2,069	2	2,095	2	2,092
2	Sampaio	4	x			2	2	2,446	2	2,433	2	2,460	2	2,447
3	Gehler-Amos	10		x		30	20	21,041	20	20,972	20	21,107	20	21,023
4	Rehm	N	x			1	1	0,917	1	0,859	1	0,959	1	0,910
5	Saliger	22		x		8	8	8,972	8	8,889	5	5,911	8	9,004
6	France	N	x			2	2	2,077	2	2,068	2	2,094	2	2,092
7	Burchartz													
	Gehler-Amos	19	x			13	13	13,457	13	13,418	13	13,538	13	13,408
8	France	N	x			14	11	11,647	11	11,601	11	11,741	11	11,736
9	Bach et Graf	17		x		15	3	2,897	3	2,856	0	0	3	2,663
10	Baes	N		x		10	1	1,025	1	1,018	1	1,036	1	1,020
			Sommes			97	63	66,556	63	66,183	57	60,941	63	66,395
			Moyennes					1,056		1,051		1,069		1,054

Tableau VIII

Section en té. Flexion simple. Armature simple. Acier écroui

N°	Auteur	Réf.	Essai			n'	Parabole		Rectangle		Triangle		HHMH	
			Cu	Pr	Cy		n	r	n	r	n	r	n	r
1	Rehm	N	x			4	2	2,399	4	4,189	0	—	4	4,309
2	L. B. T. P.	N	x			10	10	9,458	9	7,800	10	10,017	10	9,478
3	Soretz	N	x			42	30	31,252	42	41,225	12	12,137	32	39,573
4	France	N	x			15	10	10,054	10	9,225	10	10,632	10	10,001
5	Soretz	N		x		8	4	4,980	4	4,677	4	5,205	4	4,890
6	Gehler-Amos	10		x		7	3	2,370	3	2,139	3	2,531	3	2,285
			Sommes			86	59	65,113	72	69,255	39	40,522	69	70,536
			Moyennes					1,104		0,962		1,039		1,022

Tableau IX

Section en té. Flexion simple. Armature double. Acier à palier

N°	Auteur	Réf.	Essai			n'	Parabole		Rectangle		Triangle		HMH	
			Cu	Pr	Cy		n	r	n	r	n	r	n	r
1	Bach et Graf	18		x		23	10	8,265	18	14,273	2	1,542	18	14,430
			Moyennes					0,827		0,793		0,771		0,801

Tableau X

Section en té renversé. Flexion simple. Armature double. Acier écroui

N°	Auteur	Réf.	Essai			n'	Parabole		Rectangle		Triangle		HMH	
			Cu	Pr	Cy		n	r	n	r	n	r	n	r
1	IRABA	N	x			29	23	23,567	19	18,379	24	26,199	24	24,944
			Moyennes					1,025		0,967		1,092		1,039

Tableau XI

Section en té renversé. Flexion simple. Armature simple. Acier écroui

N°	Auteur	Réf.	Essai			n'	Parabole		Rectangle		Triangle		HMH	
			Cu	Pr	Cy		n	r	n	r	n	r	n	r
1	IRABA	N	x			17	16	15,992	16	14,078	16	18,936	16	16,155
			Moyennes					1,000		0,880		1,184		1,009

Tableau XII

Section en té renversé. Flexion simple. Armature simple. Acier à palier

N°	Auteur	Réf.	Essai			n'	Parabole		Rectangle		Triangle		HMH	
			Cu	Pr	Cy		n	r	n	r	n	r	n	r
1	Sampaio	4	x			6	6	7,152	6	7,113	6	7,228	6	7,160
			Moyennes					1,192		1,186		1,205		1,193

Tableau XIII

Résultats de l'étude statistique de quatre méthodes de calcul du béton armé à la rupture (1553 essais)

Nature de l'essai					Nbre tot. de poutres	Parabole		Rectangle		Triangle		Hognestad	
Famille	Section	Flexion	Armature	Acier		<i>n</i>	moyen. $M_0/M_c$	<i>n</i>	moyen. $M_0/M_c$	<i>n</i>	moyen. $M_0/M_c$	<i>n</i>	moyen. $M_0/M_c$
I		simple	simple	pal.	709	696	1,095	696	1,040	696	1,185	696	1,081
II		simple	simple	écr.	403	329	1,043	329	0,956	329	1,137	329	1,024
III		simple	double	pal.	69	69	1,032	69	0,989	69	1,078	69	1,005
IV		simple	double	écr.	43	42	1,003	42	0,940	42	1,072	42	0,991
V		comp.	simple	pal.	92	86	1,113	86	0,947	86	1,338	86	1,088
VI		comp.	double	pal.	143	101	0,938	97	0,880	100	1,027	98	0,934
VII		simple	simple	pal.	97	63	1,056	63	1,051	57	1,069	63	1,054
VIII		simple	simple	écr.	86	59	1,104	72	0,962	39	1,039	69	1,022
IX		simple	double	pal.	23	10	0,827	18	0,793	2	0,771	18	0,801
X		simple	double	écr.	29	23	1,025	19	0,967	24	1,092	24	1,039
XI		simple	simple	écr.	17	16	1,000	16	0,880	16	1,184	16	1,009
XII		simple	simple	pal.	6	6	1,192	6	1,186	6	1,205	6	1,193
Moyenne générale en flexion simple					1482	1313	1,070	1330	1,004	1280	1,151	1332	1,051
Moyenne générale en flexion composée					235	187	1,018	183	0,912	186	1,171	184	1,006
Moyenne de tous les calculs					1717	1500	1,064	1513	0,993	1466	1,154	1516	1,045

### 5. Courbes de fréquences

Les courbes de fréquences ont été tracées pour l'ensemble des essais de flexion simple (fig. 6) ainsi que pour l'ensemble des essais de flexion composée (fig. 7).

Ces courbes permettent de déterminer l'allure générale du phénomène pour les différentes méthodes appliquées. Elles présentent des allures se rapprochant d'une courbe de GAUSS. Examinées par rapport à leur axe, on constate qu'elles s'étendent toutes, sauf celle correspondant à l'hypothèse rectangulaire où les

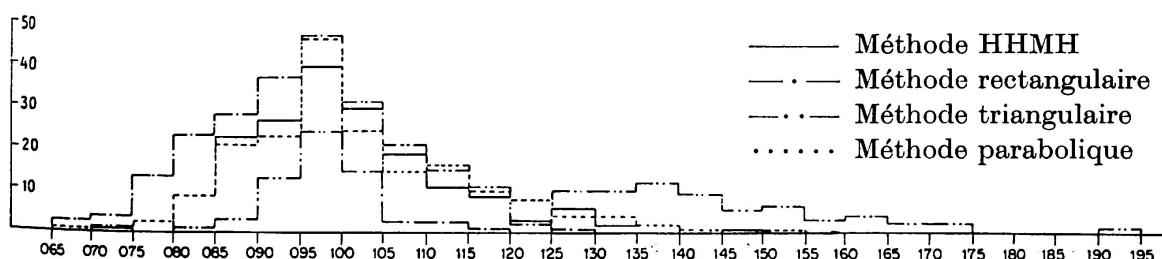


Fig. 6. Flexion simple.

deux domaines sont pratiquement égaux, davantage du côté des rapports plus grands que un, ce qui est favorable à la sécurité.

En partant des courbes de fréquence, on a calculé les écarts quadratiques moyens. Les écarts totaux pour l'ensemble des cas de flexion simple et composée sont les suivants:

Diagramme parabolique	0,126
Diagramme rectangulaire	0,126
Diagramme triangulaire	0,176
Méthode HHMH	0,122

Ces écarts assez importants sont dus aux raisons suivantes:

Les résultats utilisés sont dus à un grand nombre de chercheurs qui ont travaillé suivant des méthodes personnelles non normalisées. Les données ne sont pas toujours complètes ni comparables; pour un grand nombre d'essais, la position de l'armature tant tirée que comprimée n'est pas donnée pour chaque poutre avec précision, souvent la résistance du béton et la limite élastique de l'acier ne sont données que par une valeur moyenne différant par conséquent de la valeur exacte de chaque poutre, mais surtout la résistance du béton est déterminée suivant un grand nombre de méthodes différentes.

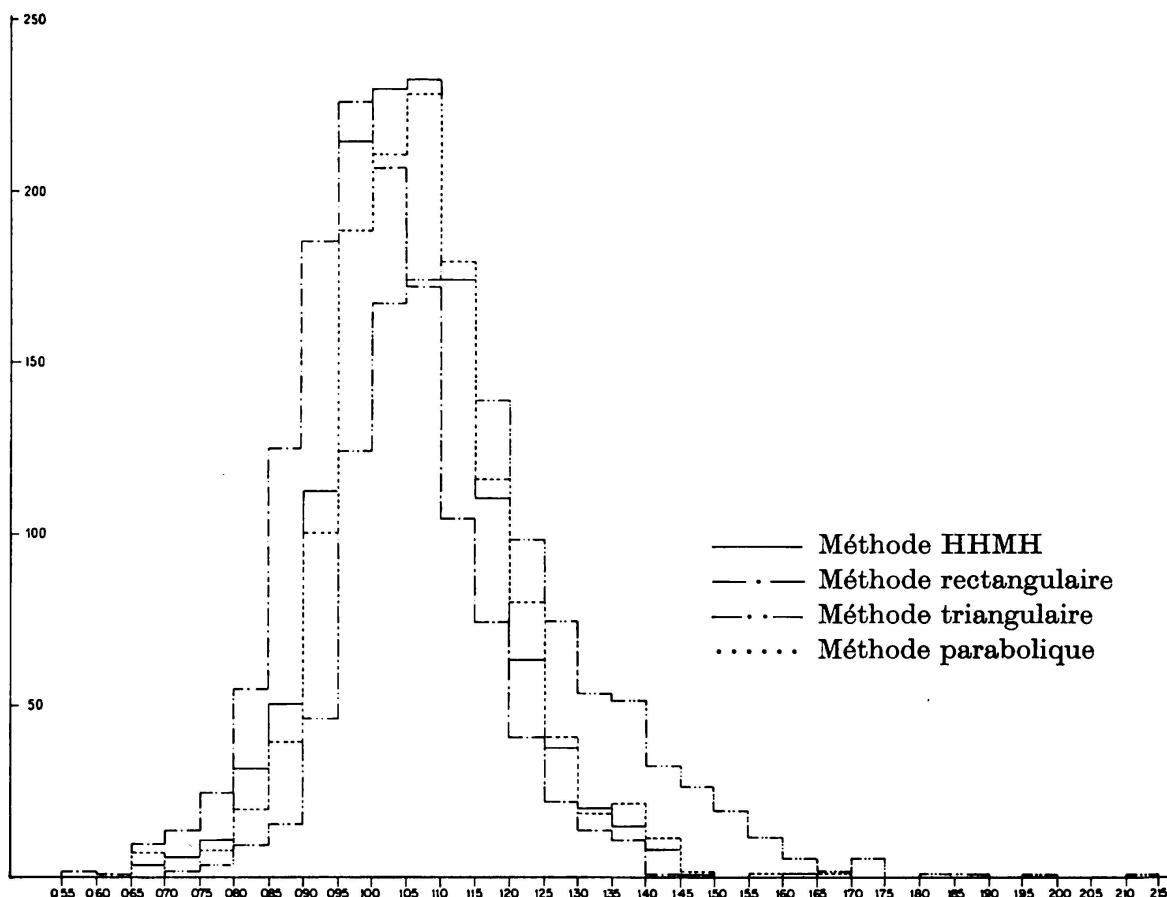


Fig. 7. Flexion composée.

Cette résistance est mesurée soit sur prisme, soit sur cylindre, soit sur cube et même dans quelques cas sur des bouts de prismes. Les surfaces de contact entre les éprouvettes et les plateaux de la machine sont traitées de différentes façons: rectifiées, enduites de soufre ou de ciment, brutes de démoulage...

Dans beaucoup de cas, on a eu recours à des intercalaires de carton ou autres. Dans nos calculs, nous avons tout ramené à la résistance sur cylindre par des coefficients constants qui sont évidemment arbitraires et cause de dispersion.

D'après ce qui précède, on peut admettre qu'il y a 3 causes principales aux dispersions:

1. Dispersion due à l'imprécision dans les données relatives aux essais (dimensions de la section droite — qualités des matériaux dont on ne connaît qu'une valeur moyenne, etc...).
2. Dispersion systématique due au mode opératoire des différents expérimentateurs. L'examen détaillé des résultats montre que les essais d'un même auteur se groupent autour d'un axe moyen souvent assez différent de l'axe général d'un même type d'essais. Cette différence est principalement due au mode de détermination de la résistance du béton.
3. Dispersion due à la différence de la qualité des matériaux de la poutre essayée et des éprouvettes témoins. Il est évident que les matériaux du béton armé et principalement le béton, présentent des variations de résistance assez prononcées. De ce fait, la résistance du béton ou de l'armature de la poutre essayée ne sont pas égales à la moyenne des éprouvettes prélevées pour déterminer ces qualités.

Ces différences influent directement sur les moments de rupture qui présenteront une dispersion à peu près proportionnelle à celles-ci.

ROSSETTI a publié dans les bulletins du Comité Européen du Béton<sup>3)</sup> une étude dans laquelle il a déterminé le rapport entre la variation des qualités des matériaux et la dispersion des moments de rupture.

Il a montré que pour des poutres fortement armées celle-ci variait proportionnellement à la dispersion des résultats des essais de compression du béton.

4. Enfin, une dernière cause de dispersion est due au choix arbitraire du diagramme de compression (stress-block). Les essais ont montré que celui-ci n'a pas une forme régulière et ne peut être déterminé exactement par des coefficients. Les résultats de cette étude montrent que, toutes choses égales d'ailleurs, le diagramme parabolique et le diagramme rectangulaire donnent en flexion simple la même exactitude.

---

<sup>3)</sup> Contribution à l'étude de l'Influence des Dispersion expérimentales sur la précision du moment de rupture. Torino, Annexe II, Bulletin d'information n° 14, pp. 33 à 44 du Comité Européen du Béton, Paris.

La méthode HHMH donne une dispersion très légèrement inférieure; par contre, pour le diagramme triangulaire, la dispersion est notablement plus grande.

En conclusion, pour la flexion simple, on peut estimer qu'étant donné le grand nombre et l'importance des causes de dispersion, celles-ci sont normales pour les méthodes employant les diagrammes parabolique et rectangulaire ainsi que pour celle de HOGNESTAD et associés.

## 6. Hyper-résistances

La plupart des expérimentateurs ont constaté que pour des poutres faiblement armées on ne pouvait expliquer le moment de rupture qu'en admettant dans l'armature des tensions supérieures à la limite élastique de l'acier.

C'est le surcroit de résistance qui en résulte que l'on a appelé «Hyper-résistance». Dans le but de vérifier ce phénomène, nous avons groupé ensemble toutes les poutres pour lesquelles le pourcentage réduit c'est-à-dire  $\frac{\omega'}{b} \frac{n'e}{n_0}$  était plus petit que 0,1.

Dans l'ensemble des poutres rectangulaires simplement armées d'acier à palier, soit au total 709 poutres, 111 poutres ont un pourcentage réduit inférieur à 0,1. Les rapports moyens entre le moment observé et le moment calculé de ces 111 poutres pour les quatre méthodes envisagées varient entre 1,15 et 1,18.

Si nous retranchons ce groupe de poutres, les rapports moyens pour les poutres rectangulaires simplement armées d'acier à palier restantes passent:

pour la méthode parabolique	de 1,095 à 1,059
pour la méthode rectangulaire	de 1,040 à 0,997
pour la méthode triangulaire	de 1,181 à 1,168
pour la méthode HHMH	de 1,081 à 1,063

Pour l'ensemble de la flexion simple les rapports moyens deviennent

méthode parabolique	1,06
méthode rectangulaire	0,99
méthode triangulaire	1,15
méthode HHMH	1,04

Ces hyperrésistances ne se constatent pas pour les aciers écrouis si on tient compte du diagramme proposé pour ces aciers par la Commission n° 2 du C.E.B. car d'après ce diagramme la résistance de l'acier augmente au-delà de la limite élastique conventionnelle.

Les hyperrésistances dans le cas d'acier à palier sont certainement dues dans la majorité des cas au fait qu'au moment de la rupture la déformation de l'armature a dépassé le palier de ductilité et la tension dans l'acier est supérieure à la limite élastique. Il est cependant très difficile de tenir compte

de ce fait avec une certaine précision car la longueur du palier est très variable et les métallurgistes ne peuvent donner aucune garantie à ce sujet. Il semble donc que jusqu'à nouvel ordre, il est préférable de considérer ces hyperrésistances comme une sécurité supplémentaire.

## 7. Conclusions

Nous avons vu qu'en ce qui concerne les dispersions, les trois méthodes parabolique, rectangulaire et HHMH sont équivalentes. Les dispersions de la méthode triangulaire sont nettement plus grandes. Ceci prouve que le diagramme des tensions données par les trois méthodes citées est meilleur que le diagramme triangulaire des tensions. Les écarts quadratiques étant relativement petits, on peut admettre que la forme des diagrammes découlant des trois méthodes citées ne s'écarte pas beaucoup de la réalité.

Mais en dehors des dispersions il y a lieu de se préoccuper également du résultat moyen.

Si l'on ne tient pas compte des cas d'hyperrésistances, la méthode rectangulaire donne en flexion simple un rapport moyen de un pour cent inférieur à l'unité. Elle est donc légèrement trop favorable. La méthode parabolique donne dans l'ensemble un rapport moyen supérieur de 6% à l'unité. Pour toutes les catégories de poutres, sauf quelques rares exceptions, ce rapport est supérieur à 1.

On peut dire la même chose pour la méthode HHMH mais ici le rapport moyen d'ensemble est supérieur de 4,0% à l'unité.

Les méthodes parabolique et HHMH sont donc des méthodes sûres. Malheureusement, elles sont toutes deux assez compliquées; notamment, l'emploi du diagramme parabolique est assez malaisé quand la section de la poutre n'est pas rectangulaire. C'est pourquoi beaucoup d'auteurs préfèrent la méthode rectangulaire qui donne des résultats peu différents.

Cependant, il est prudent dans ce cas d'y apporter certains correctifs. Il semble en effet que le diagramme rectangulaire étendu à toute la zone comprimée donne des résultats trop favorables pour de forts pourcentages d'armature ou en cas de flexion composée c'est-à-dire pour les cas où la zone comprimée s'étend sur la majeure partie de la section.

D'autre part, les travaux de RÜSCH ont montré que l'influence de la durée d'application de la charge était d'autant plus sensible que l'étendue relative de la zone comprimée était plus grande. Notamment des charges centrées maintenues pendant une longue durée provoquent la rupture pour des tensions uniformément réparties qui se rapprochent de  $0,75 n_0$ .

C'est en se basant sur les considérations qui précèdent que le Comité Européen du Béton a préconisé dans le cas d'emploi du diagramme rectangu-

laire la règle suivante qui limite le moment réduit  $m = \frac{M}{b h^2 n_0}$  pris par rapport à l'armature tirée ou la moins comprimée à 0,375:

«On obtient aussi des résultats concordant avec l'expérimentation réunie en utilisant, pour la flexion simple et composée, un diagramme rectangulaire des tensions, la tension uniforme étant prise égale à la tension de rupture sur cylindre, comme elle a été définie par le C. E. B., pour autant que la profondeur du rectangle ne dépasse pas 50% de la hauteur utile  $h$ .

Pour des profondeurs plus grandes ( $> 0,5 h$ ) allant jusqu'à l'infini pour la compression simple, on doit réduire la tension uniforme du rectangle, de façon à maintenir constant le moment des tensions de compression sur le béton par rapport à l'armature tendue ou la moins comprimée, tel qu'il est obtenu avec une profondeur de  $0,5 h$ . On tient compte ainsi de l'effet des charges de longue durée et du mode d'application des charges. Ceci permet, dans la plupart des cas, de déterminer les armatures, sans devoir considérer l'équation de compatibilité (hypothèse de planéité des sections).

Dans les autres cas, et notamment si on désire tenir compte de l'augmentation de résistance que donnent les aciers écrouis au-delà de leur limite d'élasticité conventionnelle, on peut utiliser l'hypothèse de planéité des sections pour déterminer la déformation de l'acier et la contrainte correspondante, en considérant que le rectangle défini ci-dessus s'étend sur 75% de la zone soumise à un raccourcissement.»

Nous pensons que l'étude statistique qui précède a permis de voir plus clair dans la question de la détermination du moment de rupture et de dégager des règles pratiques.

### Remerciements

Nous tenons à adresser nos remerciements tout particuliers à Monsieur P. GARCIA, assistant à l'Université de Liège, qui a eu la charge de réaliser le programme de calcul destiné à l'ordinateur IBM 650. Nos remerciements vont aussi à Messieurs A. TANGHE, assistant et J. ROOSE, technicien au Service de Résistance des Matériaux, qui ont conduit avec Monsieur GARCIA l'exécution des calculs et leur dépouillement.

Enfin, nous sommes très reconnaissants à Monsieur LINSMAN, Directeur du Centre Interdisciplinaire de Calcul de l'Université de Liège et à ses collaborateurs de l'importante aide qu'ils nous ont apportée dans la mise au point du programme et l'exécution des calculs.

### Références bibliographiques

1. A. BRANDTZAEG, Norges Tekniske Højskole 1935.
2. R. CHAMBAUD, Ann. Inst. Techn. Bât. et Trav. Publ. Série Béton-Béton Armé, n° 4, 1949.

3. W. GEHLER, H. AMOS, FRIEDRICH, Deutscher Ausschuß für Stahlbeton. Cahier 100.
4. J. DA CONCEIÇAO SAMPAIO, Calculo à Rotura de Paças de Betão Armado Sujeitas a Flexão, Porto 1955.
5. C. BACH et O. GRAF, Mitt. über Forschungsarbeiten. Cahier 90—91, 1910.
6. Columbia University, Bulletin 22—6—43. Vol. 20, n° 44, pp. 42 et 56, 1935.
7. K. HAJNAL-KONYI, The Modular Ratio, Part III, Concr. and Constructional Engineering. Vol. 32, 1937. — Proc. ASCE. Vol. 81. Paper 809, 1955.
8. A. LAZARD, G. LEMAIRE, S. SORETZ, J. CHEFDEVILLE, J. FESTA, Ann. Inst. Techn. Bât. Trav. Publ. Série «Béton — Béton Armé» n° 36, 1956.
9. France: 1. Dalles armées de treillis soudés (L.B.T.P. mars-août 1956).  
2. Essais de M. J. BLEVOT, Bureau Sécuritas 1953.
10. W. GEHLER, H. AMOS, Deutscher Ausschuß für Eisenbeton. Cahier 86, Berlin 1936.
11. K. HAJNAL-KONYI, Struct. Engineer, London, May 1951.
12. A. HELFGOT, Nuevos Ensayos sobre vigas armadas con acero Torstahl 50. Noticiero Sima Año IV, n° 6, 1958.
13. A. JOHNSON, Betong n° 1, 1950.
14. JOHNSTON et Cox, Bull. Univ. Illinois. Vol. 40, n° 44, page 55, 1943. — J. A. C. I. Vol. 11, p. 65, 1939.
15. LASH et BRISON, Proc. A.S.C.E. Vol. 81, paper 809, 1955. (A.C.I. Proceedings. Vol. 46, 1950.)
16. Université de Columbia, Rapport n° 2507, 1941.
17. C. BACH et O. GRAF, Mitt. Forschungsarb. auf dem Gebiete des Ingenieurw. Cahiers 90 et 91, Berlin 1910.
18. C. BACH et O. GRAF, Mitt. Forschungsarb. auf dem Gebiete des Ingenieurw. Cahiers 122 et 123, Berlin 1912.
19. H. BURCHARTZ, W. GEHLER, L. KRUGER, H. AMOS, Deutscher Ausschuß für Eisenbeton. Cahier 66, Berlin 1931.
20. HUMPHREY et LOSSE, Technolog., pap. n° 2, National Bureau of Standards 1912, Proc. A.S.C.E. Vol. 81, paper 809, oct. 1955.
21. F. E. RICHART, V. S. JENSEN, Bull. Univ. Illinois n° 237, oct. 1931.
22. R. SALIGER, Mitt. über Versuche, ausgeführt vom Österr. Eisenbeton-Ausschuß. Cahier 14, Wien 1933.
23. SLATER et ZIPPENDT, A.C.I. Proceedings. Vol. 16, 1912. — Proc. A.S.C.E. Vol. 81, paper 809, 1955.
24. C. BACH et O. GRAF, Forschungsarb. auf dem Geb. des Ingenieurw. Cahier 166 à 169, Berlin 1914.
25. E. HOGNESTAD, Univ. of Illinois Bull. Série n° 399. Vol. 49, n° 22, 1951.
26. P. MOENAERT, Ann. Trav. Publ. Belgique: août, oct. et déc. 1953, ou Bruxelles, Impr. G.I.C. 61, av. de la Liberté.
27. H. OENGÖ, Die Tragfähigkeit der auf Biegung und exzentrischen Druck beanspruchten Eisenbetonkörper beim statischen Bruch, Zürich 1939.

### Résumé

Quatre méthodes de calcul à la rupture des pièces en béton armé soumises à flexion simple ou composée ont été comparées avec l'ensemble des résultats d'essai publiés dans la littérature, soit 1553 essais utilisables. Ces essais portent sur des pièces à section rectangulaire, en té ou en té renversé, possédant une armature simple ou double faite d'acier à palier ou écroui.

Les quatre méthodes de calcul sont basées sur les deux équations d'équilibre, la loi de conservation des sections planes et les propriétés du béton et des aciers mis en œuvre, telles qu'elles ont été précisées par le Comité Européen du Béton. Elles diffèrent uniquement par la forme admise pour le diagramme des tensions dans la zone comprimée du béton; les formes étudiées sont: la parabole, le rectangle, le triangle, et la loi de distribution proposée par HOGNESTAD, HANSON et McHENRY. Les calculs ont été exécutés à l'aide d'un programme unique sur un ordinateur IBM 650. Le mémoire donne, pour les diverses catégories de poutres essayées, les moyennes et dispersions du rapport  $r$  = moment de rupture observé / moment de rupture calculé.

L'étude montre que l'emploi du diagramme parabolique ou de la méthode HHMH permet de déterminer le moment de rupture avec une bonne approximation et une légère sécurité. Au contraire, on ne peut employer un diagramme rectangulaire qu'avec certaines restrictions, notamment en limitant le moment réduit maximum des tensions sur béton par rapport à l'armature tendue à 0,375.

### Zusammenfassung

Vier Methoden der Bruchberechnung von Eisenbetonteilen unter einfacher oder zusammengesetzter Biegung wurden mit einer Zusammenstellung der in der Literatur publizierten Versuchsresultate, von denen 1553 verwendbar waren, verglichen. Diese Versuche umfassen Rechteck-, T- oder  $\perp$ -Querschnitte mit einfacher oder doppelter Bewehrung aus normalem Flußstahl oder gerecktem Stahl.

Die vier Berechnungsmethoden beruhen auf den zwei Gleichgewichtsgleichungen, dem Gesetz der eben bleibenden Querschnitte und auf den Eigenschaften des verwendeten Betons und Stahls, wie sie durch das europäische Komitee für den Beton festgelegt wurden. Sie unterscheiden sich nur in den verschiedenen Annahmen für die Spannungsverteilung im Betondruckbereich; die untersuchten Formen sind: die Parabel, das Rechteck, das Dreieck und das von HOGNESTAD, HANSON und McHENRY vorgeschlagene Verteilungsgesetz. Die Rechnung wurde anhand eines einzigen Programmes auf einem IBM-650-Gerät durchgeführt. Die vorliegende Arbeit gibt für die verschiedenen Kategorien untersuchter Träger die Mittelwerte und die Streuungen der Verhältniszahl  $r$  = beobachtetes Bruchmoment / berechnetes Bruchmoment.

Die Untersuchung zeigt, daß die Verwendung des parabolischen Diagrammes oder der HHMH-Methode die Berechnung des Bruchmomentes mit guter Näherung und leichter Sicherheit gestattet. Dagegen darf das rechteckige Diagramm nur mit gewissen Einschränkungen verwendet werden, hauptsächlich indem das maximale reduzierte Moment der Betonspannungen bezogen auf die Zugarmierung mit 0,375 begrenzt wird.

### Summary

Four methods for calculating the breaking strength of reinforced concrete members subjected to simple or compound bending have been compared with the test results published in the literature and comprising a total of 1553 usable tests. These tests relate to members having a rectangular, T, or inverted-T section, with a single or twin reinforcement made of mild steel or high-tension steel.

The four methods of calculation are based on the two equilibrium equations, the law of the conservation of plane sections and the properties of the concrete and steels employed, as defined by the European Committee on Concrete. They differ solely in the form adopted for the diagram of the stresses in the part of the concrete under compression; the forms studied were: the parabola, the rectangle, the triangle and the distribution law suggested by HOGNESTAD, HANSON and McHENRY. The calculations were carried out by means of a single programme on an IBM 650 computer. For the various types of beam that were tested the publication gives the mean values and the degrees of scatter of the ratio  $r = \text{observed moment of rupture} / \text{calculated moment of rupture}$ .

The study shows that by using the parabolic diagram or the H.H.M.H. method it is possible to determine the moment of rupture to a close approximation and with a slight margin of safety. On the other hand, a rectangular diagram can only be employed with certain restrictions, notably by limiting the maximum reduced moment of the stresses in the concrete in relation to the reinforcement under tension to 0.375.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide