

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 5 (1956)

Rubrik: Ia. Behaviour of materials and structures under statical long time
loading

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 05.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Ia1

**The Behaviour of a symmetrical pitched roof portal
loaded to collapse**

**Das Verhalten eines symmetrischen Portalrahmens mit
geneigten Dachflächen bei einer Beanspruchung,
die zum Bruch führt.**

Ensaio de rotura de um pórtico simétrico de duas águas

Essai à la rupture d'un portique symétrique à deux pans

PROF. J. F. BAKER
M. A., Sc. D., M. I. C. E.

K. G. EICKHOFF
M. A., A. M. I. C. E.

Cambridge University
Cambridge

1. Introduction.

The aim of every method of design is to produce a structure which will carry the working loads safely. That is to say, the structure must be so proportioned that it will not fail until it is subjected to a load greater than the working load.

Elastic design methods [1] are based on the assumption that a structure fails when the stress anywhere reaches the elastic limit, but it is well known that redundant structures, which are composed of a ductile material and derive their strength primarily from the bending of their members, can continue to carry additional load long after this elastic limit is reached.

The Plastic Method of Design focusses attention on the real collapse load of the framework and consists in so proportioning the framework that it is on the point of collapse when subjected to the working load multiplied by a load factor. It is thus of fundamental importance that the methods of calculating the collapse loads [2, 3] shall be accurate, and these have been verified by a considerable number of small scale tests on beams and model portal frames [4, 5].

Designers are not only interested in the overall safety of their structure, but in its deflections both under the normal working loads and under various overloads. These deflections are much more difficult to calculate than the collapse loads themselves. Moreover, they cannot be predicted satisfactorily from model tests, since the behaviour of details such as joint connections or effects such as strain hardening in

the plastic hinges considerably influence the deflections, and these quantities cannot be reproduced faithfully in models.

Some experiments must therefore be carried out on full scale structures; in addition to providing information about deflections, these experiments also add strong support to the results of the model tests in verifying the plastic theory of collapse. The Pitched Roof Portal Frame, whose behaviour is described in this paper, forms one of a series of full scale frames which are being loaded to collapse as part of the investigation guiding the development of the plastic design of structures which was started in England in 1936 [6]. The results of other tests in this series have been published elsewhere [7, 8].

2. General Description of the Portal Frame and Instruments.

The frame consisted of two similar symmetrical pitched roof portals, constructed throughout of 7" \times 4" \times 16 lb. per foot Rolled Steel Joist, having a span of 16 feet, a stanchion height of 8 feet and a roof slope of $22\frac{1}{2}^\circ$. The two portals were erected 12 feet apart, and braced by two eaves beams of 6" \times 3" channel, and purlins and sheeting rails of 3" \times 1 $\frac{1}{2}$ " R. S. J. (Figs. 1 and 2). The feet of the stanchions were rigidly attached to two heavy girders, also at 12 foot centres, which were in turn bolted down to a reinforced concrete raft. The raft to girder connections were such that the raft did not apply any restraining moment to the girder and thus, since the girder was stout enough to remain elastic when subjected to the full plastic moment of the stanchions, the rotations of the stanchion feet under any applied moments could be calculated from the elastic properties of the girder.

The joints of the portals were made by cutting off the lengths of R. S. J. to the required angle, and then profile welding them to $\frac{3}{8}$ " thick division plates (Fig. 3). These division plates were flame cut. The profile welds were of $\frac{1}{2}$ " leg round the flanges, and $\frac{1}{4}$ " leg round the web. This form of joint has been used extensively throughout the whole series of portal tests, and has proved entirely satisfactory.

Vertical load was applied to the portals by a pair of steel tanks which were suspended from an 8" \times 6" R. S. J., the ends of this joist being attached to the apex of each portal (Figs. 1 and 4). As will be seen from the photograph (Fig. 4) the load was applied through a length of half round material on the underside of the 8" \times 6" R. S. J., and each frame was stiffened at this point by two pieces of $\frac{3}{8}$ " plate welded to the web and flanges of the 7" \times 4" R. S. J.

Horizontal load was applied by a second pair of tanks, each of which was suspended from a pair of steel cables passing over a large pulley held in a fixed frame (Fig. 2). The cables were attached to each portal through a heavy lug welded to the top of the stanchion (Fig. 3).

Dead load was provided in the form of weighed lengths of steel caterpillar track, and by water run in from four storage tanks. Each storage tank, holding about a ton of water, was connected to a particular loading tank by a hose line, and the increment of load was controlled by a valve in the bottom of the storage tank, and was recorded on a graduated tube.

The horizontal deflections of the tops of the stanchions were measured by verniers supported on tripods which were quite separate from the frame, these verniers being attached to the stanchions by

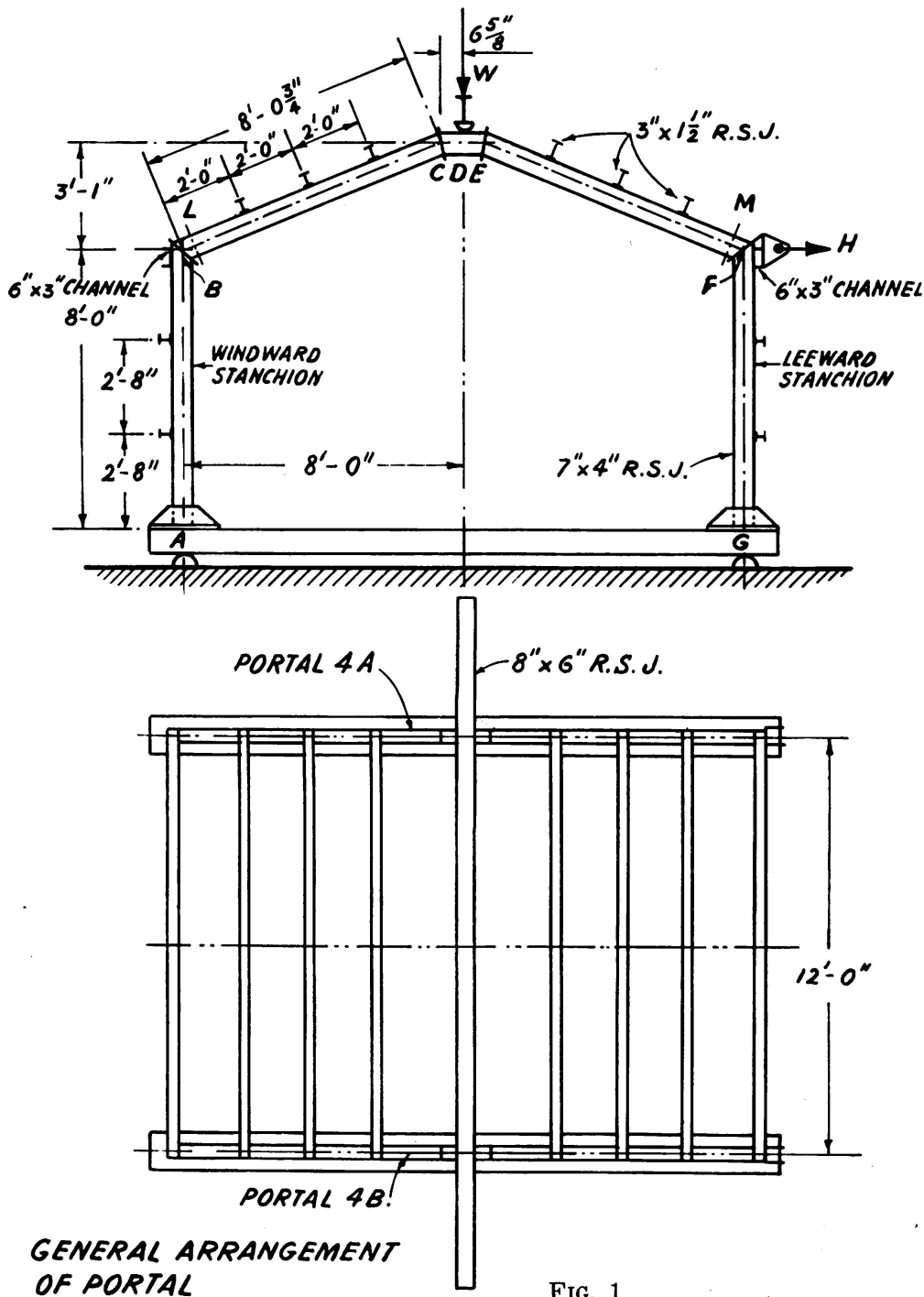


FIG. 1

fine stranded wires under tension. The tripods were placed adjacent to the windward stanchions and the wires to these stanchions were tensioned by lengths of rubber cord. The wires to the leeward stanchions, which were 17 feet long, were tensioned by 20 lb. weights suspended

over pulleys, In this way the longitudinal deflection of each stanchion was measured to an accuracy of 0.01 inches.

The vertical deflection of the apex of each portal was measured by observing, through a theodolite, the position of a steel rule suspended vertically from the apex, and the lateral deflection of the main loading

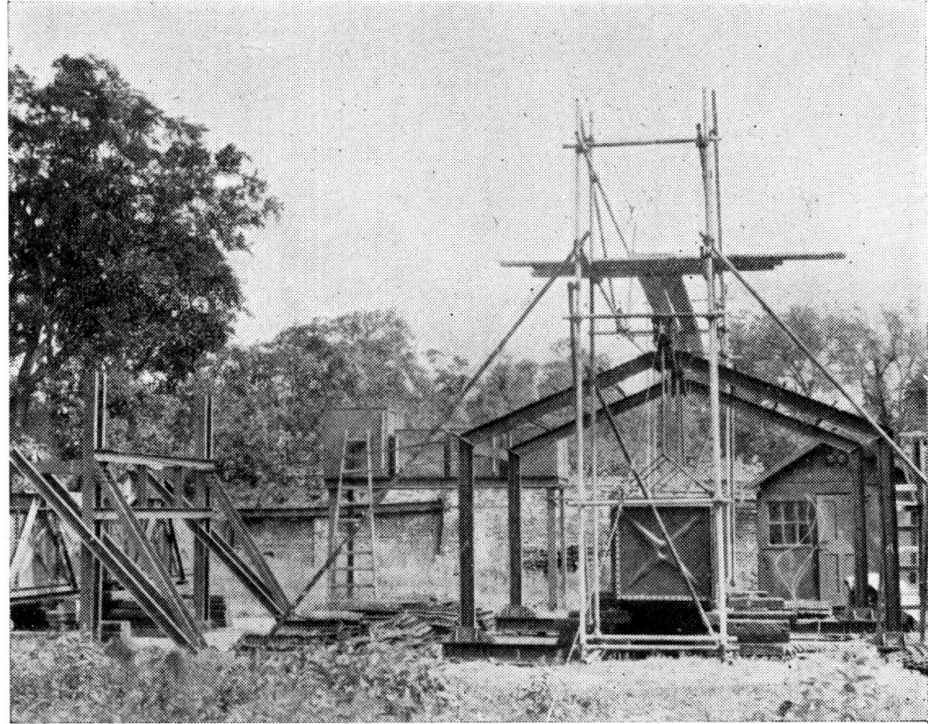


FIG. 2. Side view of frame before loading

beam was similarly measured by observing a steel rule attached to the centre of the web of the beam. Again an accuracy of 0.01 inches was obtained.

The joints A, B, D, F and G of portal 4 A were coated with plumbers resin so that some indication could be observed when plastic flow occurred at these joints.

3. *Experimental Procedure.*

(a) *Choice of Loads.*

A portal will collapse when a sufficient number of plastic hinges has formed to transform the portal into a mechanism [2]. Each different mechanism is called a mode of collapse. The mode of collapse, depends upon the ratio of side load to vertical load at collapse, and the theoretical behaviour of the particular portal under test is expressed in Fig. 5 in the form of a diagram. The portal can support any combination of horizontal and vertical loads corresponding to a point in the area between the origin and the line P Q R S, and cannot support any combination of loads corresponding to a point outside this area. Any

sequence of loading can be represented by a curve on this diagram, and when such a loading curve reaches the line P Q R S the portal will collapse in the mode corresponding to the particular portion of the line P Q R S which has been reached.

The portal was loaded in such a way that collapse according to the mode [1] would be expected. This mode corresponds to the line P Q



FIG. 3. Joint F, showing side load attachment

in Fig. 5, and has plastic hinges at the points B, D, F and G, the bottom of the windward stanchion remaining elastic. The total horizontal load, H, was applied before any of the vertical load, this being purely a matter of convenience in testing. The final choice of $H=1.70$ tons for the total horizontal load, corresponding to the vertical line shown in Fig. 5, was quite arbitrary.

It must be emphasized that it is the combination of loads at collapse which determines the mode of collapse. The order of loading should have no effect.

(b) *Description of Test.*

The application of load to the portals until collapse occurred extended over two days. Initially the supports on which the vertical and side loading tanks had been resting were removed, thus applying a small amount of vertical and side load. The side load was then increased to the required value of 1.70 tons per portal, and this load was kept unaltered throughout the remainder of the test.

Load increments of 1 ton per portal were then added to the vertical loading tanks until a total of 5.00 tons vertical load per portal was reached, when the frame was left over night. It was still within the elastic range, and only negligible creep, of the order of 0.02 inches, was observed when the deflections were re-measured in the morning.

The test was continued by applying further vertical load in increments of 1 ton per portal until a load of 7 tons per portal was obtained,

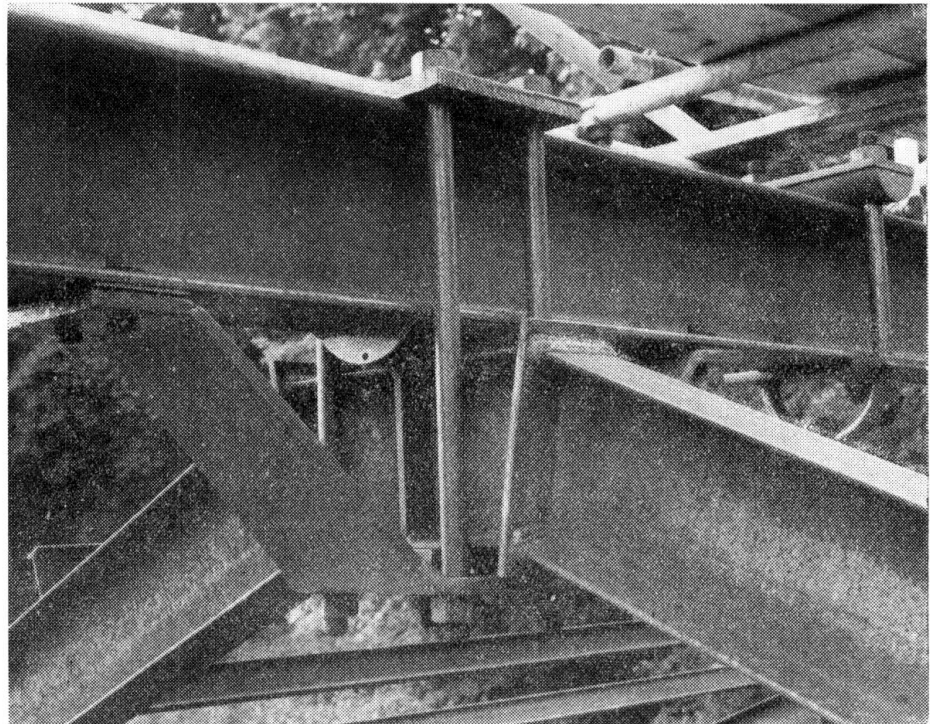


FIG. 4. Vertical load attachment

after which load was added in half ton increments until the frame collapsed at a vertical load of 14.20 tons per portal.

Considerable care was taken to ensure that the loading of both frames was carried out evenly. It is interesting to record that the lateral movement of the loading beam was very small, less than $\frac{1}{8}$ " , up to a vertical load of 13.70 tons. As a precaution against excessive sidesway during collapse, inclined cables were attached to the ends of the main loading beam, but these were left slack and remained so throughout the whole test.

In the interests of safety, the last few increments of load were put into the tanks from above, being lowered down into the tanks from steel scaffolding spanning the frame.

Final collapse of the frame occurred at a vertical load of 14.20 tons per portal. The frame supported this load for about twenty minutes, the vertical and longitudinal deflections creeping all the time, and then collapsed laterally (Fig. 6). Viewed from the leeward end, (Fig. 6) the tops of the leeward stanchions moved over to the left, while the main loading beam deflected to the right, and the vertical loading tanks

Amsler 500 ton Compression Machine, two of them being loaded by a central concentrated load, and two by a pair of equal concentrated loads symmetrically placed on either side of the centre of the beam.

The following average values were obtained:

Full plastic moment, M_p	247 tons inches
Elastic Flexural Rigidity, EI	5.73×10^5 tons ins. ²

4. Analysis of the Test Results.

(a) Elastic Behaviour.

The moments and deflections of the portal in the elastic range were calculated theoretically by slope-deflection methods, and the corresponding elastic load deflection lines are shown in Figs. 7 and 8. It will be seen

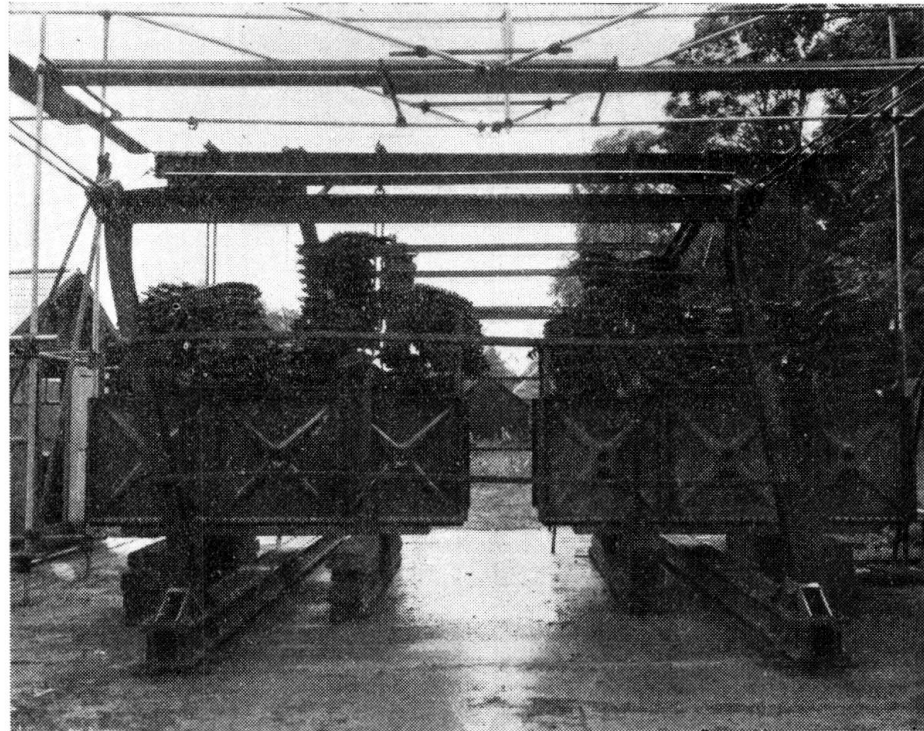


FIG. 6. End view of frame after collapse

that, in each case, the portal was less rigid than theory predicted. Full account was taken of the deflection of the girder to which the stanchion feet were attached, but the attachments themselves formed a connection of unknown rigidity. They consisted of 1" thick plates profile welded to the stanchions, bolted to the girder, and stiffened by some $\frac{1}{2}$ " thick web plates (Figs. 2 and 6) and although they appeared rigid in the engineering sense, it must be concluded that they did in fact deform sufficiently to produce deflections in excess of those calculated.

A full plastic moment of 247 tons inches corresponds to a maximum elastic moment of resistance 216 tons inches. A moment of this value

is theoretically first attained in the frame at the point D, directly under the vertical load, when $H = 1.70$ tons, and $W = 9.55$ tons.

It will be seen from Figs. 7 and 8 that the load-deflection curves for the portal 4 A depart from the elastic line at a vertical load of about 8 tons. This premature departure from elastic behaviour is due both to residual stresses in the members forming the portal and to the lack of complete rigidity in the connections. It is a measure of the extent to which an elastic analysis differs from reality when applied to a «rigidly jointed» structure.

(b) *Plastic Behaviour.*

The portal was designed on the assumption that, at collapse, plastic hinges would form at the four points B, D, F and G (Fig. 1). However, owing to local increases in the depth of the section at B and F, due to the construction of the joints, plastic hinges did not form at these points, but at L and M where the section had returned to normal.

Assuming plastic hinges transmitting a moment $M_p = 247$ tons inches at the points L, D, M and G, the load system appropriate to this set of moments is found to be

$$W = 13.36 \text{ tons. } H = 1.70 \text{ tons.}$$

The deflections of the portal at the time of formation of these plastic hinges can be calculated by an approximate method due to Neal and Simonds [9]. This method assumes that, until the formation of the fourth and last hinge, those plastic hinges which have already formed rotate at a constant moment M_p , and that the members between the plastic hinges still remain entirely elastic. At the time of formation of the final plastic hinge, this hinge has not rotated, so that continuity can be assumed over it and thus the deflected form of the portal can be determined. The method is only approximate, in that it neglects strain hardening in the plastic hinges and the spread of plastic zones along the members. These two effects tend to cancel one another.

Using this method, it is found that the hinge at G is the last to form, and the deflections of the frame at the formation of this hinge are

$$\begin{aligned} B &= - 0.16 \text{ inches.} \\ F &= + 1.18 \quad \gg \\ D &= + 1.70 \quad \gg \end{aligned}$$

Using the deflected form of the frame, a correction can be made to the calculation of the load system appropriate to this condition. It is found to be

$$W = 13.13 \text{ tons } H = 1.70 \text{ tons.}$$

The points corresponding to these loads and deflections are shown in Figs. 7 and 8. Considering the somewhat sweeping assumptions made

in calculating the deflections, these points are in surprisingly good agreement with the experimental results.

(c) *Final Collapse.*

Three estimates of the collapse loads have been obtained theoretically, each more refined than the last.

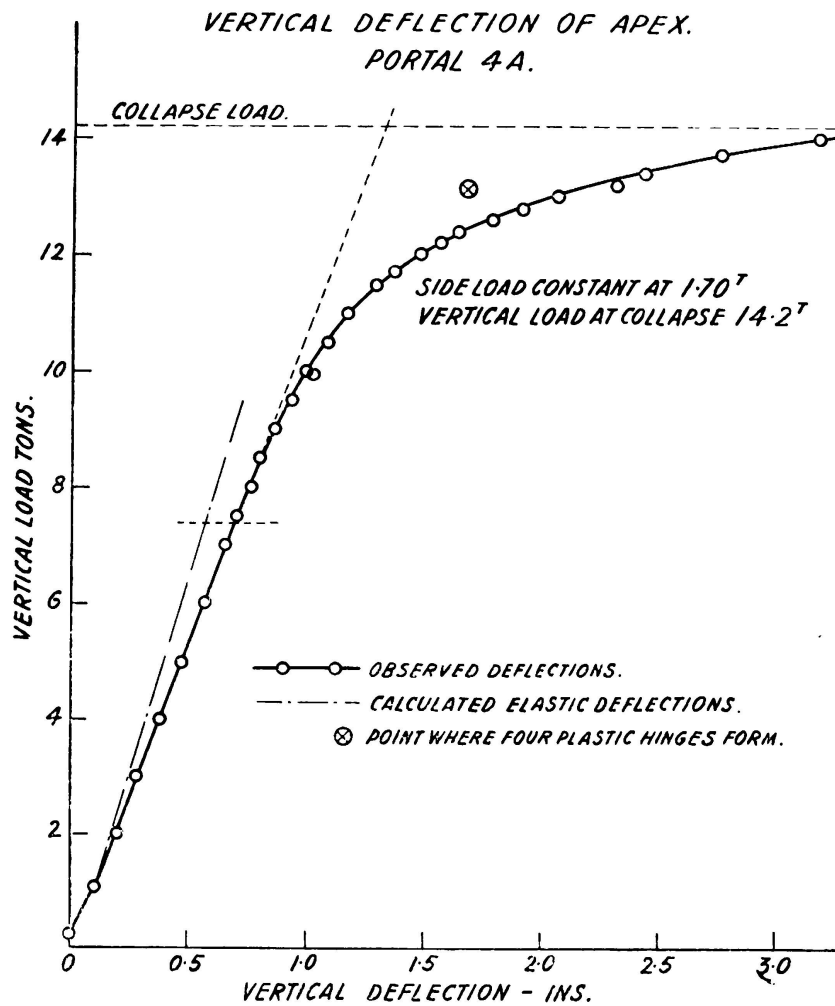


FIG. 7

- They assume (1) that the plastic hinges are at B, D, F and G (Fig. 1)
- (2) that the plastic hinges are at L, D, M and G.
- (3) that, with hinges as in (2), the portal has deformed according to the deflections calculated above.

The values of these three estimates of the collapse load are

- | | | |
|-----|------------------|------------------|
| (1) | $W = 12.95$ tons | $H = 1.70$ tons |
| (2) | $W = 13.36$ tons | $H = 1.70$ tons |
| (3) | $W = 13.13$ tons | $H = 1.70$ tons. |

The portal finally collapsed when the vertical load W was 14.2 tons, so that all three estimates are conservative. The increase in load carrying capacity above the theoretical is almost certainly due to strain hardening in the plastic hinges.

5. Conclusions.

Although the combined effects of strain hardening and lateral instability complicate the behaviour of the structure, the test on the symmetrical pitched roof portal demonstrates that the simple plastic

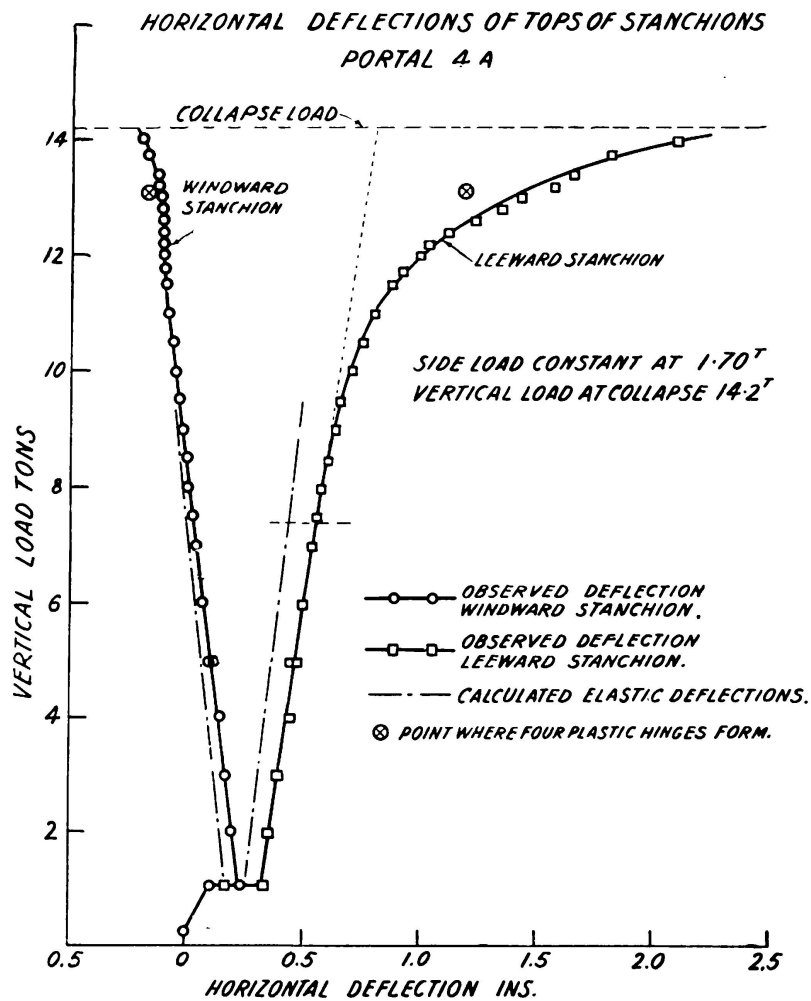


FIG. 8

theory can predict satisfactorily the mode of failure of such a structure, the load at which the deflections become large, and the approximate value of those deflections. The theory may therefore be used with confidence to form the basis of a design method.

The frame finally collapsed laterally, and the precise form of collapse was of course influenced by the amount of lateral bracing between the

portals. This consisted in the main of the eaves beams, purlins and sheeting rails, but it must not be forgotten that the connection between the apex of each frame and the main loading beam (Fig. 4) prevented the apex from twisting, and thus provided a restraint which would not have been there if the frames had been loaded by separate tanks. It is, however, common practice to provide a double purlin at the ridge of the roof of a shed building composed of such frames, so that the restraint provided was not wholly unrepresentative.

It is unlikely that the addition of further lateral bracing between the frames would have increased the collapse load, although such an addition might have affected the precise type of lateral instability which took place at final collapse, or have prevented lateral instability altogether, in which case failure would have occurred by ever increasing vertical and longitudinal deflections.

If a load factor of 1.75 is assumed, the corresponding working load would be $W = 7.4$ tons, $H = 0.97$ tons per portal.

It will be seen from Figs. 7 and 8 that under these working loads the frame would be elastic, with approximate deflections of 0.68 inches vertical at the apex and 0.51 inches horizontal at the top of the leeward stanchion.

6. Acknowledgements.

The authors wish to express their thanks to the Department of Scientific and Industrial Research, and the British Welding Research Association, whose continued support has made the experimental work possible.

REFERENCES

- (1) BAKER, J. F.—*The Steel Skeleton*. Volume 1. Elastic Behaviour and Design. Camb. Univ. Press. 1954.
- (2) BAKER, J. F.—*The Design of Steel Frames*. J. Inst. Struct. Engrs. Vol. 27 (1949-50) p. 397.
- (3) NEAL, B. G. and SYMONDS, P. S.—*The Calculation of Plastic Collapse Loads for plane frames*. I. A. B. S. E. 4th Congress 1952.
- (4) HORNE, M. R.—*Experimental investigations into the behaviour of continuous and fixed-ended beams*. I. A. B. S. E. 4th Congress 1952.
- (5) BAKER, J. F. and HEYMAN, J.—*Tests on Miniature Portal Frames*. J. Inst. Struct. Engrs. Vol. 28 (1950).
- (6) BAKER, J. F., HORNE, M. R. and HEYMAN, J.—*The Steel Skeleton*, Volume 2. Plastic Behaviour and Design. Camb. Univ. Press. 1956.
- (7) BAKER, J. F. and RODERICK, J. W.—*Tests on Full Scale Portal Frames*. Proc. Inst. Civ. Engrs. Part I Volume I (1952).
- (8) BAKER, J. F. and EICKHOFF, K. G.—*The Behaviour of Saw Tooth Portal Frames*. Inst. Civ. Engrs. Conference on the Correlation of Stresses and Displacements 1955.
- (9) SYMONDS, P. S. and NEAL, B. G.—*The Interpretation of Failure Loads in the Plastic Theory of Continuous Beams and Frames*. J. Aer. Sci. Vol. 19 (1952).

SUMMARY

A number of full size rectangular portal frames have been tested to collapse under various combinations of side and vertical load. The experimental results have been in good agreement with the predictions of the simple plastic theory. While the rectangular frame has many practical uses, the portal with pitched roof is more common in building structures, and due to the thrust in the rafters and the differential sway of the stanchions, its analysis is more complicated.

This paper describes the behaviour of a symmetrical pitched roof portal having a span of 16 feet, a stanchion height of 8 feet, and a roof slope of $22\frac{1}{2}^\circ$, constructed throughout of $7'' \times 4'' \times 16$ lb. per foot R. S. J. (British Standard No. 111), the joints being made by cutting the ends of the joists to the required angles and profile welding them to $\frac{3}{8}$ inch thick division plates. The portal was subjected to a concentrated horizontal load of 1.70 tons applied at the top of one stanchion, and a concentrated vertical load at the apex of the rafters, the vertical load being increased until collapse occurred. The deflections of the portal during loading and at collapse were recorded.

The observed behaviour of the frame is analysed according to the elastic and simple plastic theories, and the observed collapse load and mode are shown to be in good agreement with those predicted.

ZUSAMMENFASSUNG

Eine Anzahl rechteckiger Rahmen wurden bei verschiedenen Zusammensetzungen von seitlichen und vertikalen Belastungen, die bis zum Bruch führten, untersucht. Die gewonnenen Ergebnisse stimmten gut mit den vorausgerechneten Werten der einfachen Plastizitätstheorie überein. Während der Rechteckrahmen ganz verschiedenartige praktische Aufgaben erfüllen kann, ist der Portalrahmen mit geneigten Dachflächen vorwiegend im Hochbau üblich; mit Rücksicht auf die Schubkräfte in den Sparren und die verschiedenartige Beeinflussung der Stiele bietet die Berechnung mehr Schwierigkeiten als beim Rechteckrahmen.

In diesem Bericht wird das Verhalten eines symmetrischen Dachrahmens behandelt, dessen Spannweite 16 Fuss und dessen Stielhöhe 8 Fuss beträgt; das Dach hat eine Neigung von $22\frac{1}{2}\%$. Stiele und Sparren sind Doppel-T-Profile vom Brit. Standard-Typ Nr. 111. Die Profilenden waren auf die entsprechenden Winkel zugeschnitten und an den Stoss-Stellen über $\frac{3}{8}$ Zoll dicke Platten miteinander verschweisst.

Am obern Stielende wurde eine horizontale Einzellast von 1,70 Tonnen und am Giebelpunkt eine vertikale Einzellast angebracht. Die Grösse der letzteren wurde bis zur Bruchlast gesteigert und die Formänderungen während der Belastung und beim Bruch aufgezeichnet. Es ergab sich eine gute Uebereinstimmung zwischen den Versuchsergebnissen und auf Grund der Elastizitäts- und Plastizitätstheorie ermittelten Werten.

RESUMO

Efectuaram-se ensaios de rotura com vários modelos de pórticos em escala natural, submetendo-os a diversas combinações de cargas laterais e verticais; os resultados experimentais coincidem com os obtidos pela aplicação da teoria plástica simples. Se bem que o quadro rectangular tenha numerosas aplicações práticas, o pórtico de duas águas é de uso mais corrente nas estruturas de edifícios; a existência de esforços normais nas vigas e a deformação diferencial dos montantes tornam no entanto o cálculo mais difícil que no caso dos quadros rectangulares.

O autor descreve o comportamento de um pórtico simétrico de duas águas com 16 pés de vão, montantes de 8 pés de altura e uma inclinação de vertentes de $22\frac{1}{2}^{\circ}$. Este pórtico foi inteiramente construído em perfilados I de $7'' \times 14''$ pesando 16 lbs/pé (British Standard N.º 111). As juntas obtiveram-se cortando a extremidade dos perfilados com a inclinação desejada, soldando-os a seguir a chapas de ligação de $\frac{3}{8}''$ de espessura.

O pórtico foi submetido a uma carga horizontal concentrada de 1,70 toneladas, aplicada no topo de um pilar e a uma carga vertical concentrada aplicada no vértice das duas vigas, tendo-se aumentado gradualmente esta última até à rotura. Mediram-se as deformações do pórtico durante a carga e quando da rotura.

O comportamento do pórtico durante o ensaio foi estudado pela teoria da elasticidade e pela teoria plástica simples, estando os valores observados para a carga e o modo de rotura perfeitamente de acordo com os valores previstos pelo cálculo.

RÉSUMÉ

Des essais à la rupture ont été effectués sur un certain nombre de modèles de portiques en vraie grandeur, soumis à différentes combinaisons de charges latérales et verticales; les résultats expérimentaux coïncident avec ceux obtenus par l'application de la théorie plastique simple. Bien que le cadre rectangulaire trouve de nombreuses applications pratiques, le portique à deux pans se rencontre plus couramment dans les structures de bâtiments; la présence d'efforts normaux dans les poutres, ainsi que la déformation différentielle des piliers rendent néanmoins leur calcul plus difficile que celui des cadres rectangulaires.

Ce mémoire décrit le comportement d'un portique symétrique à deux pans ayant une portée de 16 pieds, une hauteur de piliers de 8 pieds l'inclinaison des pans étant de $22\frac{1}{2}^{\circ}$. Ce portique a été entièrement construit en profilés I de $7'' \times 14''$ pesant 16 lbs/pied (British Standard N.º 111), les joints étant obtenus en coupant les extrémités des profils avec l'inclinaison voulue et en les soudant ensuite à des plaques de liaison de $\frac{3}{8}''$ d'épaisseur.

Le portique a été soumis à une charge horizontale concentrée de 1,70 tonnes appliquée au sommet d'un pilier et à une charge verticale concentrée appliquée au sommet des poutres; cette dernière ayant été graduellement

augmentée jusqu'à la rupture. Les déformations du portique ont été mesurées pendant la mise en charge et lors de la rupture.

Le comportement du portique pendant l'essai a été étudié en appliquant la théorie de l'élasticité et la théorie plastique simple, et les valeurs observées pour la charge et le mode de rupture sont en parfait accord avec les valeurs prévues par le calcul.

Leere Seite
Blank page
Page vide

I a 2

Creep and creep recovery of cement mortar

Das Kriechen und seine Rückbildung beim Zementmörtel

Fluência de uma argamassa de cimento e sua recuperação

Fluage d'un mortier de ciment et sa récupération

STAFFAN BÄCKSTRÖM

Svenska Forskningsinstitutet för Cement och Betong
Stockholm

Introduction

Creep tests have been made on cement mortar beams at the Swedish Cement and Concrete Research Institute. The relation between creep and creep recovery has been studied in accordance with the following hypothesis regarding the principle of superposition of time effects in concrete expressed by Douglas McHenry: ⁽¹⁾

«The strains produced in concrete at any time t by a stress increment applied at any time t_0 are independent of the effects of any stress applied either earlier or later than t_0 . The stress increment may be either positive or negative, but stresses which approach the ultimate strength are excluded.»

According to this principle, recovery following removal of load at the time t_2 is obtained by subtracting the creep curve for the loading applied at the time t_2 from the creep curve for the loading applied at the time t_1 (Fig. 1).

Making and Curing Test Specimens

The cement mortar used in the investigation had the following composition:

Cement content (Standard Portland cement): 640 kg/m³

Water-cement ratio: 0,35

Maximum size of the aggregate: 4 mm

Fineness modulus of the aggregate: 2,9.

⁽¹⁾ Douglas McHenry: A New Aspect of Creep in Concrete and Its Application to Design, Proc., A. S. T. M., Vol 43, p. 1069 (1943).

36 beams, $2 \times 5 \times 40$ cm, were cast for the creep tests, 10 beams, $2 \times 5 \times 25$ cm, for determination of modulus of rupture, and 10 beams, $2 \times 5 \times 25$ cm, for determination of modulus of elasticity. The mortar was placed in steel moulds and was vibrated.

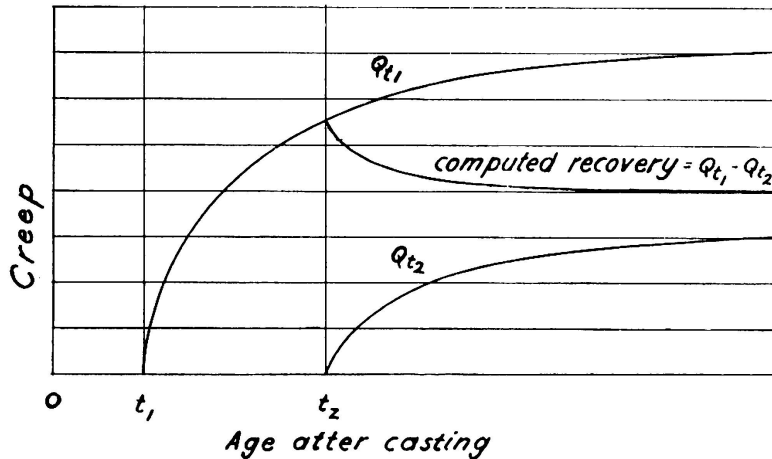


FIG. 1. Computation of creep recovery

The beams were cured in water for 7 days, and were then kept in the room where the tests were performed. The temperature in the room was 20° C, and the relative humidity was 60 percent.

The beams were cured in water for 7 days, and were then kept in the room where the tests were performed. The temperature in the room was 20° C, and the relative humidity was 60 percent.

Testing

The beams were subjected to a bending moment by means of weights and levers, see Fig. 2. The weights were adjusted so that the stress in each beam was 30-35 percent of the modulus of rupture of the 25-cm beams at the time of the first load application (Table 1).

Immediately after application or removal of load the deflection, W_0 , was measured with a 0,01-mm gauge attached to each beam. Readings were taken at certain definite intervals during some months. The deflections caused by non-uniform shrinkage, W_s , were measured on control beams.

The modulus of elasticity at each application of load, E_0 , was computed from the flexural frequency of the 25-cm beams (Table 1).

The creep due to unit load was computed from the following formula:

$$Q = \frac{W_t - W_s - W_0}{W_0 \cdot E_0} = \frac{W_c}{W_0 \cdot E_0}$$

where:

Q = creep due to unit load

W_t = total deflection at the time t after loading

W_c = deflection caused by creep

The creep recovery was computed in an analogous way.

No account was taken of the fact that creep occurs not only after, but also during application of load.

Results

Two tests, S and T , were made. Test S was started in November 1953 and Test T in September 1954. In each test 36 beams were loaded at different ages, see Table 1.

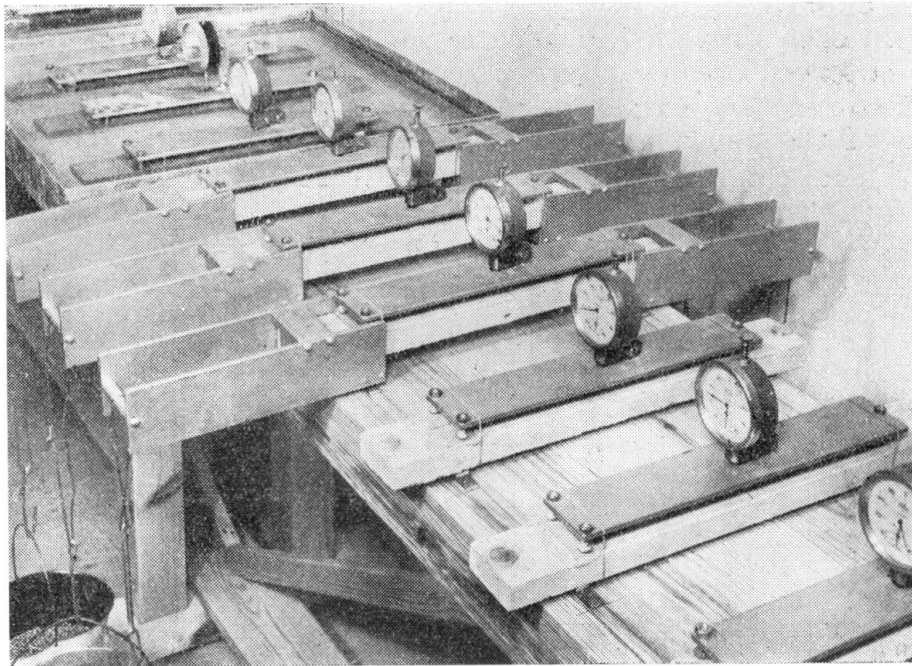


FIG. 2. Equipment used for creep tests

TABLE 1

Age at Loading, Modulus of Elasticity, and Stress.

TEST	S				T			
	SA	SB	SC	SD	TA	TB	TC	TD
Series	SA	SB	SC	SD	TA	TB	TC	TD
Number of beams	12	9	6	3	12	9	6	3
Number of days in water ...	7	7	7	7	7	7	7	7
Number of days in air before loading	0	7	21	84	21	42	70	105
$E_0, * 1000 \text{ kg/cm}^2$	371	362	359	363	303	317	313	302
Modulus of rupture,** kg/cm^2	67,6 (7 days in water and none in air)				75,0 (7 days in water and 21 in air)			
Stress, kg/cm^2	22,5				22,5			

* E_0 = Modulus of elasticity computed from flexural frequency at the 25-cm beams at each application of load. Each value is the average of ten tests.
 ** Modulus of rupture of the 25-cm beams, determined at the time of load application in the series A. Each value is the average of ten tests.

Each application of load was accompanied by removal of load from 3 beams in each previously loaded series.

The observed creep and creep recovery curves are shown in Figs. 3 and 4. The recovery curves were also computed from the creep curves by means of the above principle.

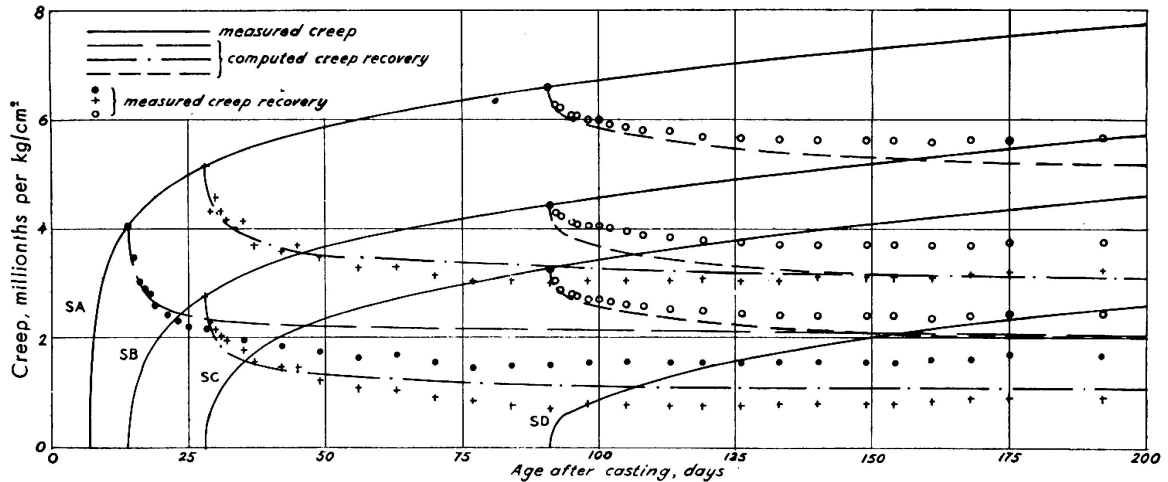


FIG. 3. Creep and creep recovery, series S

The shape of the creep curves in the two tests is not the same, although the mix proportions and the curing conditions were identical (cf. the curves SC and TA), nor was the consistency of the mortar the same. The reason is probably that both sand and cement stocks were renewed before the casting of the beams of series T.

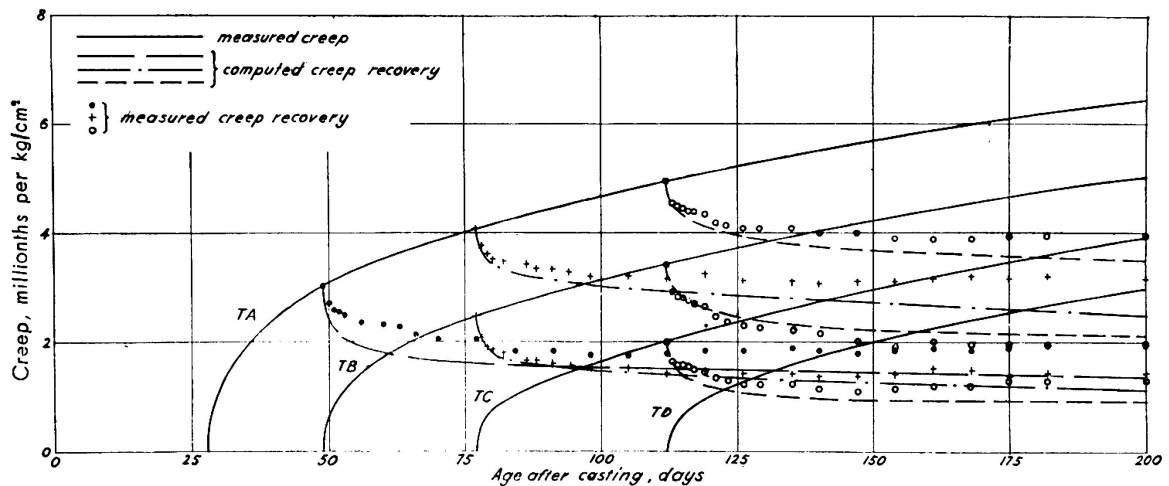


FIG. 4. Creep and creep recovery, series T

10

Creep Equation

Creep tests have also been made on cement mortar beams of varying composition. All the creep curves were satisfactorily defined by the following equation, suggested by McHenry.

$$Q = a(1 - e^{-rt}) + be^{-pk}(1 - e^{-mt})$$

where :

Q = creep due to unit load,
 k = age at time of loading,
 t = time after loading,
 e = base of natural logarithms, and,
 a, b, r, p, m = constants which must be determined from laboratory tests.

In the tests the age at the time of loading was always 28 days, i. e. the expression $b \cdot e^{-pk}$ is replaced by a constant c .

The creep curves S and T , which refer to varying age at the time of loading, were also defined by the above equation :

$$S: Q = 4,15 (1 - e^{-0,006t}) + c (1 - e^{-0,2t})$$

$$T: Q = 6,00 (1 - e^{-0,006t}) + 5,20 \cdot e^{-0,025k} (1 - e^{-0,2t})$$

where t and k are expressed in days and the unit of Q is one millionth per kg/cm^2 .

In the curves S the influence on creep of the age at the time of loading is not defined by $b \cdot e^{-pk}$, but, at the chosen values of the constant c , the accuracy of the equation is good (see Fig. 5).

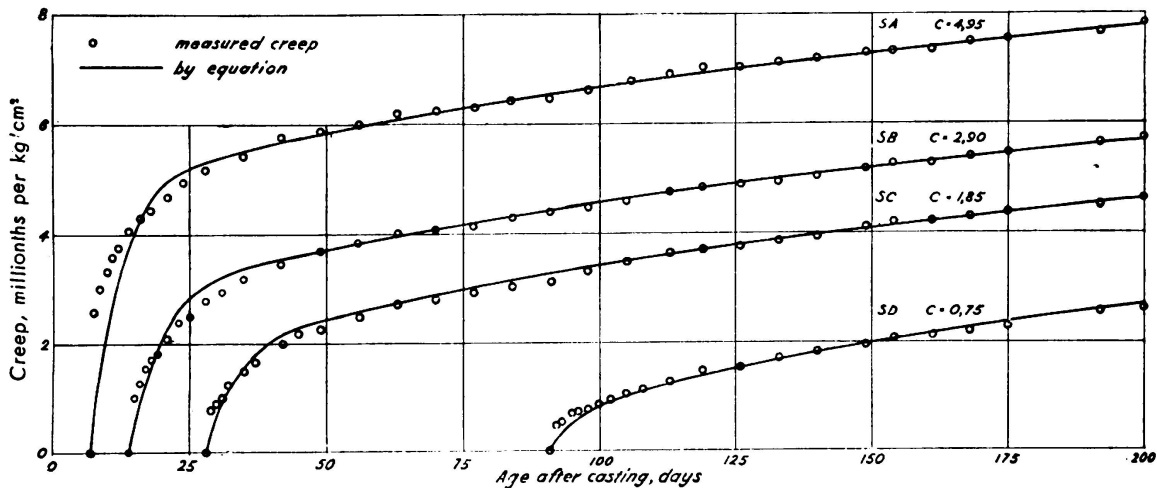


FIG. 5. Creep curves, series S

In the curves $TA, TB,$ and TC the accuracy is good but TD is not satisfactorily defined (see Fig. 6).

Unfortunately the tests were finished too early. If they had been continued till the creep was close to its ultimate value, the accuracy of the chosen constants could have been better estimated.

Conclusions

These tests are to be regarded as preliminary only, but there is no doubt that the principle of superposition is worth studying and that the equation used is well adapted for defining creep curves.

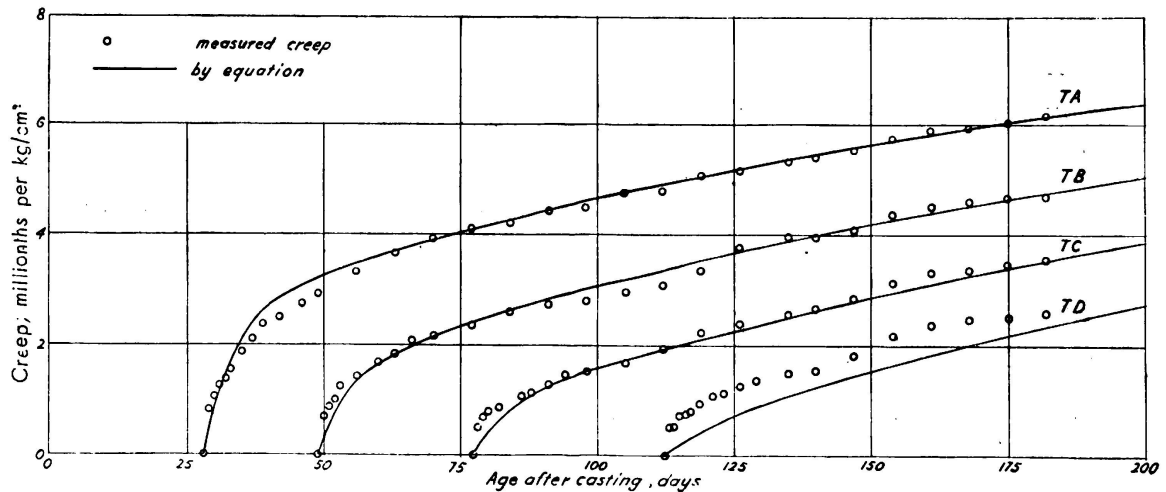


FIG. 6. Creep curves, series T

SUMMARY

Cement mortar beams have been loaded at different ages. Each time load was applied, the loads were removed from some beams in each previously loaded series. Creep and creep recovery were measured. Moreover, creep recovery was computed by means of a principle of superposition stated by Douglas McHenry. The creep curves were defined by an equation suggested by McHenry.

ZUSAMMENFASSUNG

Die Untersuchungen wurden mit gleichzeitig hergestellten Balken aus Zementmörtel durchgeführt. Einerseits erfolgte das Aufbringen der Last auf die einzelnen Balkenserien in verschiedenem Alter, andererseits wurde jeweils in diesen Zeitpunkten ein Teil der früher belasteten Balken bereits wieder entlastet. Die Messungen bezogen sich auf das Kriechen und seine Rückbildung. Daneben wurde die Rückbildung mit Hilfe der Superpositionsmethode nach Douglas McHenry berechnet. Die Kriechkurven liessen sich durch eine von McHenry entwickelte Gleichung darstellen.

RESUMO

Carregaram-se várias vigas de argamassa de betão de idades diferentes. Sempre que a carga era aplicada, retiravam-se as cargas de algumas vigas em cada série anteriormente carregada. Mediram-se a fluência e sua recuperação; esta recuperação foi também calculada pelo princípio de sobreposição definido por Douglas McHenry. As curvas de fluência foram estabelecidas utilizando uma equação sugerida por McHenry.

R É S U M É

On a chargé, à différents âges, un certain nombre de poutres en mortier de béton. Chaque fois que la charge était appliquée on déchargeait quelques poutres dans chacune des séries déjà mises en charge. On a mesuré le retrait et sa récupération; cette récupération a été également calculée par le principe de superposition défini par Douglas McHenry. Les courbes de fluage ont été établies en utilisant une équation suggérée par McHenry.

Leere Seite
Blank page
Page vide

Ia3

Creep-effects in the analysis of reinforced concrete structures

Berücksichtigung des Kriechens bei der Berechnung von Eisenbetonbauten

Efeitos da fluência no cálculo das estruturas de betão armado

Considération du fluage dans le calcul des structures en béton armé

PROF. DR. ENG. A. M. FREUDENTHAL

Columbia University
New York

1. General Considerations.

The creep-sensitivity of a reinforced concrete structure depends on the order of magnitude of two ratios: the ratio between the level of sustained and of total (sustained and transient) compressive stress, and the ratio between the level of total compressive stress and of compressive strength of the concrete. The first ratio is a measure of the «structural» component of the creep-sensitivity, since it depends largely on the type of structure or structural part considered, as well as on its span; the second ratio is a measure of the «material» component of the creep-sensitivity which depends on the degree of utilization of the material. The larger these ratios over an extensive part of the structure the more significant are the creep- and the associated relaxation-effects in the structural performance, and the more important, therefore, their consideration in the structural analysis.

Sustained stresses are either induced by sustained forces («load-stresses»), or they arise from restrained or from enforced deformation («deformation stresses»). While creep-effects only influence the *distribution* of the load-stresses, they determine the *order of magnitude* of the deformation-stresses [1]. Since in statically indeterminate structures the value of the redundants depend jointly on the acting forces and the specific deformations, the creep-sensitivity of such structures is necessarily higher than that of simple statically determinate structures, in which only load stresses occur. In this respect even simple prestressed reinforced concrete structures are obviously to be considered as internally

indeterminate, since their stresses depend jointly on the acting external forces and on the deformation, both enforced and restrained, of the reinforcement. Strictly speaking the same consideration would apply to the internal stress-distribution in any simply reinforced concrete structure, which is the result of the external forces and of the joint deformation of concrete and reinforcement.

Creep, relaxation and structural damping occurring in the same material under different loading conditions are, in general, different aspects of the same phenomenon of visco-elastic response: creep represents the deformational response to sustained forces or stresses, relaxation the stress-response to sustained deformation or strain, and damping the energy-loss associated with processes of transformation of potential and kinetic energy. The parameters describing the various aspects are therefore closely interrelated and can be derived from the same set of physical assumptions concerning the mechanical response of the material, provided this response is linear. This condition represents a rather serious limitation with respect to the practical use for conversion of the results of one type of test into another of the interrelation between creep-, relaxation-, and damping parameters, since the mechanical response of most structural materials, and of concrete in particular, is linear only within the range of relatively low stresses.

The conventional analysis of reinforced concrete structures is based on two assumptions: under service conditions the response of the structure as a whole to applied external forces is elastic, while the resistance close to failure of the individual sections of the structure is determined on the basis of an essentially plastic response of both the concrete and the reinforcement. In fact, proposals have recently been made to abandon the first assumption completely in favor of the second one, and to base the analysis of reinforced concrete structures on the same principles of plastic «limit design» that have been developed for mild steel structures. (2) It seems that such proposals overemphasize the apparent similarity of the «plastic» response in concrete and in metals, particularly mild steel, and completely disregard the fundamental, very serious differences.

It is by now quite well established that the mechanical response of the concrete itself is neither elastic nor plastic, but highly time-sensitive and thus essentially visco-elastic. The apparent elasticity of reinforced concrete under relatively low stresses of moderate duration is the result of both the high coefficient of viscosity of the concrete and the elastic restraining action of the reinforcement. The apparent plasticity under high stresses is the result of the pronounced non-linearity with respect to stress, of the creep-rate of the concrete. This non-linearity appears to be primarily a manifestation of the progressive internal disruption of the material, starting considerably below the conventional compressive strength, rather than of «plastic flow» of a type occurring in metals which is not associated with internal disruption. The effect on the failure load of the structure of this apparent «plasticity» of the concrete will therefore be quite different from that of plasticity in metal structures, unless the percentage of reinforcement is so small that the carrying capacity of the reinforced section is determined only by the yield-stress

of the reinforcing steel which is reached at a very low concrete stress. Even then, however, the fracture resistance of the section is rapidly attained as the reinforcement yields, the concrete stress increases towards the crushing strength of the concrete while the cracks open and spread, reducing the compression zone in this operation of a «plastic hinge». It is therefore rather doubtful whether any indeterminate reinforced concrete structure will actually survive the formation of more than a single «plastic hinge».

While for structures of low creep-sensitivity-ratios the above assumptions, although rather crude, result in fairly adequate procedures of design and analysis, the analysis of highly creep-sensitive structures and structural parts such as flat long-span arches, long-span frames, struts and columns and, particularly, pre-stressed concrete structures, requires the consideration of the actual visco-elastic response of the material, both with respect to service conditions and to failure.

2. Creep of Concrete.

The visco-elastic response of concrete is generally determined by creep-tests. Since they are much simpler to perform than relaxation or damping tests, the respective parameters are usually deduced from the creep parameters. Systematic creep-tests so far performed have been limited almost exclusively to relatively low ranges of stress, within which the relation between creep or creep-rate and stress is practically linear (3). Creep-rates at constant stress decrease with time and tend towards zero after several years presumably as a result of the completion of the crystallization process within the cement paste, which finally forms a 3-dimensional elastic network practically blocking further creep. Numerous attempts have been made to represent the observed creep-time-relation in analytical form mostly by the fitting of arbitrary time-function to the test results.

In a more recent investigation at Columbia University supported by the New Jersey State Highway Department an attempt has been made to derive a creep equation by interpreting a series of creep-tests on the basis of a few relatively simple physical assumptions. (4) These creep tests were performed on concrete cylinders 10 inch high and 3 and 4 inches in diameter, loaded at an age of approximately 28 days and subjected to stress levels varying roughly between 15 and 65 percent of the 28-day compressive strength f_c . An attempt to impose a stress-level of $0.8 f_c$ failed, since the cylinders cracked or disintegrated explosively within a few days after loading.

Considering concrete as a heterogeneous material made up of the practically elastic sand and stone aggregate suspended in or held together by the highly viscous cement paste, the deformational response of this material to an applied force may be assumed to depend significantly on the volume concentration of the solid aggregate, varying between that of a «suspension» in which the aggregate of relatively low volume concentration increases the coefficient of viscosity of the cement paste in some relation to its volume concentrations (5), and that of a granular

mass of aggregate the voids of which are filled by the cement paste. The over-all deformation of such a material will therefore vary between that of an essentially visco-elastic, though not necessarily linear, «suspension», the response of which is determined primarily by the response of the cement paste, and that of a granular mass with internal friction the contact areas of which are «lubricated» by the void-filling cement paste, which also provides the cohesion within the material.

The three concrete mixes which have been subjected to creep tests have therefore been made to vary essentially with respect to the volume concentration of the aggregate: Mix A represents a dense, highly viscous suspension of 0.37 volume concentration of aggregate and of a weight ratio 1:1 of cement and aggregate; Mix C represents a concrete of maximum volume concentration of aggregate of 0.73 and of weight ratio 1:6, while Mix B represents an intermediate condition between the above two extremes with volume concentration of 0.55 and weight ratio 1:2.5. Because of the workability of the concrete the water cement ratio (by weight) could not be kept constant, but varied from 0.31 for Mix A to 0.44 for Mix B and 0.53 for Mix C. Since the compressive strength decreases with increasing water cement ratio the 3 mixes showed considerable variation in strength. Table I summarizes the results of the compressive strength tests on the 3 inch, 4 inch and standard 6 inch cylinders. The compressive strength was determined at various periods both for specimens that had been kept unloaded and for those that had supported sustained loads. Thus the ageing and «stress-consolidation» effects on compressive strength can be separated. With the exception of the cylinders subject to creep tests for which only two replications were available, since two parallel, nominally identical creep tests were always performed, each figure represents the mean of at least 3 individual test results.

Parallel creep tests were performed under continually sustained and under periodically removed constant stress levels in order to observe both creep and creep recovery. The maximum duration of the tests is roughly 400 days. It is assumed that most of the creep in concrete occurs within the first year; the expected total creep has been predicted on the basis of the trend established over the test period and checked by comparison with ratios of creep after six months and one year to total creep reported by different investigators (3).

The elastic modulus was carefully determined on 3 inch, 4 inch and 6 inch cylinders at various times by fast unloading from relatively low stress-levels. The recorded values differ quite significantly from the elastic moduli obtained by conventional procedures. The observed values of the elastic moduli are summarized in Table II.

The creep tests were performed under controlled conditions of temperature (70°F) and humidity (60 %). The shrinkage of control-specimens was continually recorded and the amount of shrinkage subtracted from the total deformation before the true creep-curves were drawn.

In order to reproduce and represent the observed creep-and creep-recovery curves at the various applied stress-levels by analytical

expressions and to identify the different components of the total deformation, a mechanical model was conceived, consisting of the following model-elements:

- (a) a Maxwell element, consisting of a linear spring and of a dashpot, non-linear with respect to both force and time, coupled in series, which represents the long-time visco-elastic response in shear resulting in irrecoverable creep (Fig. 1a);
- (b) a Kelvin or Voigt element, consisting of a linear spring and dashpot coupled in parallel, which represents the visco-elastic-interaction of solid and fluid phases resulting in recoverable creep or «delayed elasticity» (Fig. 1b);
- (c) two Kelvin elements coupled in series, both non-linear with respect to force and representing, respectively, the short-time «consolidation» effects of irrecoverable pore-water motion towards the surface and evaporation, and the effect of permanent set due to initial, internal, partially destructive readjustments within the granular mass of the concrete (Fig. 1c).

Elements (a) and (b) respond to increasing and decreasing forces; elements (c) are assumed to respond to increasing forces only. This is necessary to reproduce the fact that neither the internal readjustment nor the pore-water motion and drying out effects can generally be reversed by reversing the applied forces, although, particularly in the case of the latter, a significant reversal might be expected on removal of the forces followed by release of the pore-water overpressure, if evaporation at the surface were completely prevented, as in the case of imperiously covered or submerged concrete.

Since the well-known size and surface effects in creep, i. e., the reduction of the creep-rate with increasing minimum dimension of the specimen, as well as with increasing moisture content, is probably related to the pore-water motion and evaporation, this effect would be associated only with model-elements (c), while the response of elements (a) and (b) might be considered essentially unaffected by size and surface-condition of the concrete specimens or structural parts. Since most of the creep observations suggest a rather significant reduction with specimen-size and with moisture content of the total creep-rate, at least at the relatively low stress-levels at which most observations have been made (a ratio of roughly 2.0 between creep-rates on 4 in. dia. and on 10 in. dia. cylinders is generally assumed to indicate the order of magnitude of the size-effect), it appears that the reduction, with specimen size, of the deformation-rates

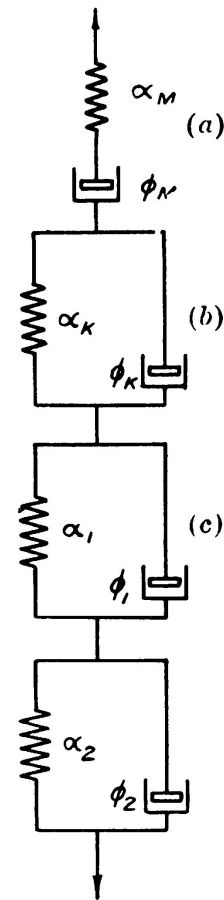


FIG. 1. Complete Structural Model of Concrete

of model-elements (c) alone would have to be a multiple of the observed reduction of the total creep-rate, to reproduce test results on large specimens. This is not unreasonable since under low applied stress levels the permanent set appears to be relatively small in relation to the short-time creep-effects due to pore-water motion and subsequent evaporation; thus a large or a completely submerged small specimen may show only the permanent set contribution to the creep reproduced by model-elements (c), which is only a fraction of the total contribution observed on a small specimen with freely drying surface.

The results of this investigation were evaluated on the basis of the proposed 4 model elements, which are coupled in series; the total deformation at any moment is thus represented by the sum of the deformations of the elements. The relative importance, at different stress-levels and different times, of the contributions associated with each of the four model elements is illustrated in TABLE III, based on the Columbia University creep-investigation (4).

Identifying displacement x and force P in the model with uniaxial strain ϵ and uniaxial constant stress σ in the creep specimen, the following relations define the 4 types of contribution to the total deformation:

$$\begin{aligned} \epsilon_M &= \alpha_M f_c \left(\frac{\sigma}{f_c} \right) + C_M \tau_M (1 - e^{-t/\tau_M}) \cdot \exp \left[a \left(\frac{\sigma}{f_c} \right)^b \right] = \\ (1) \quad &= \int \alpha_M \dot{f}_c \left(\frac{\sigma}{f_c} \right) dt + \int \Phi_M f_c \left(\frac{\sigma}{f_c} \right) dt \end{aligned}$$

for the Maxwell model, where Φ_M is the fluidity (inverse viscosity coefficient) which is a function of σ and τ ;

$$(2) \quad \epsilon_K = \alpha_K f_c \left(\frac{\sigma}{f_c} \right) (1 - e^{-t/\tau_K})$$

for the reversible Kelvin model, and

$$(3) \quad \epsilon_1 + \epsilon_2 = \sum_{i=1,2} \alpha_i f_c \left(\frac{\sigma}{f_c} \right) (1 - e^{-t/\tau_i})$$

for the non-reversible Kelvin models. The dot represents differentiation with respect to time.

The coefficients α represent spring constants (inverse moduli in uniaxial stress) the coefficients τ retardation-times. Of the coefficients those with subscript M and K are constants, while α_i and τ_i are simple (linear) functions of stress determined so as to reproduce the creep-test results as closely as possible. Table IV summarizes the best values of the constant parameters of these equations for each of the three mixes, as well as values of the stress dependent parameters at 2 stress-levels. These parameters could be expressed as relatively simple functions of the volume concentration of the aggregate l.c. and the water-cement ratio w_c .

Since the main purpose of the tests is to determine the general stress-non-linearity of the creep of concrete at moderately high stress levels, it can not be expected that the same equations (1) to (3) will automatically represent the response of the material at the low stress levels at which the linearity with respect to stress of this response appears to be well established. Thus it is necessary to introduce for the range of low stresses truly linear model equations instead of eqs. (1) to (3), with constant parameters derived from the condition that the linear equations should be tangents to the non-linear relations (1) to (3), so that their points of contact represent the constant stress level at which, for each mix, deviation from linear response would start. It has been found that these «stress limits of linear response» σ_0 are time-dependent, particularly within the range of very short times (~50 days) where they may be as low as $\sigma_0 = 0.10 f_c$; for long times, however, they tend towards a more or less time-insensitive value of roughly $0.25 f_c$ which, in general, is not too far removed from the maximum sustained compressive stress in reinforced concrete structures under service conditions. Thus, visco-elastic analysis under such conditions may be based on the following linear model equation for the Maxwell model, which replaces the non-linear equation (1), extending it towards the reference point ($\sigma = 0, \epsilon = 0$):

$$(1a) \quad \epsilon_M = \alpha_M f_c \left(\frac{\sigma}{f_c} \right) + C_M C_0 \tau_M (1 - e^{-t/\tau_M}) \left(\frac{\sigma}{f_c} \right)$$

while the other two equations have the same form as (2) and (3), but with constant coefficients. Table V summarizes the values of the parameters of the linear equations for the three mixes.

Comparing the «relaxation time» τ_M with the retardation times τ_K, τ_1, τ_2 it appears that the duration of the long-term creep governed by τ_M is of a different order of magnitude than the duration of the deformation processes governed by τ_K and τ_1, τ_2 . The actual value of τ_M depends strongly on the cement quality.

For small specimens with freely drying surfaces for which the deformation due to pore-water motion governed by τ_1 is not only of relatively short duration but irrecoverable, the increasing deformation of both Kelvin elements (c) could be reproduced by a non-linear time- and stress dependent dashpot with the model equation (for constant stress)

$$(4) \quad \dot{\epsilon}_P = \dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2 = [\Phi_1 e^{-t/\tau_1} + \Phi_2 e^{-t/\tau_2}] f_c \left(\frac{\sigma}{f_c} \right) = \Phi_P f_c \left(\frac{\sigma}{f_c} \right)$$

where the component «fluidities» $\Phi_1 = \alpha_1/\tau_1$ and $\Phi_2 = \alpha_2/\tau_2$. In this case creep-recovery is limited and of (short) duration governed by τ_K . For large, imperviously covered or submerged specimens or concrete parts creep recovery would be more significant and of longer duration since it would be governed largely by τ_1 . Thus the four-element model representation of the deformation response of concrete shown in Fig. 1 could be somewhat simplified by replacing one or both of the elements (c) by a dashpot the fluidity of which, above the linear stress-limit, would

be a function of stress and time, below this limit a function of time alone. The simplest representation would therefore be a model obtained by a coupling in series of the Maxwell element (a), the Kelvin element (b), and the dashpot (d) replacing both elements (c), as shown in Fig. 2A. This model is equivalent to a model consisting of a Maxwell element

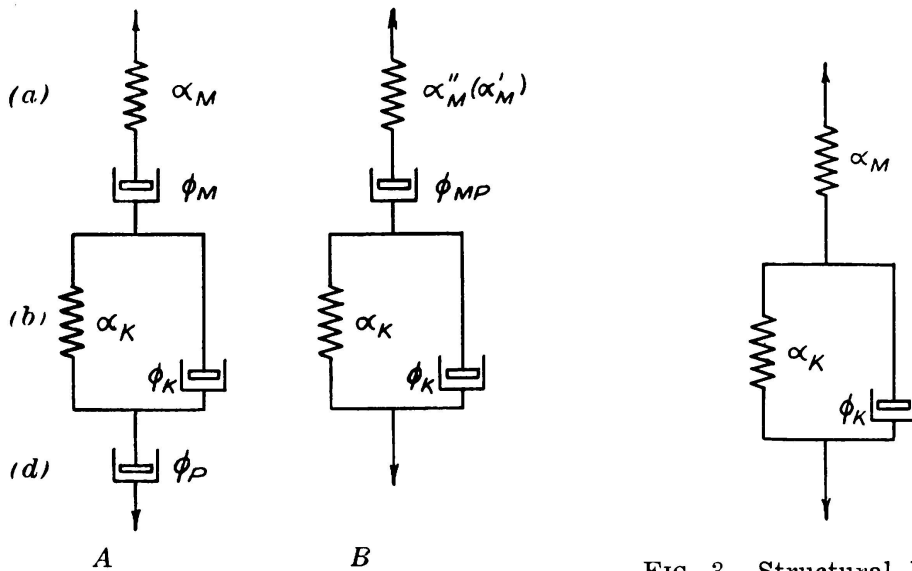


FIG. 2. Simplified Structural Models of Concrete

FIG. 3. Structural Model of Completely Hardened Concrete

combining the fluidities of both dashpots, coupled in series with the Kelvin element (b); this latter model can therefore be considered as the simplest possible representation of the creep-equation of concrete (Fig. 2B). The combined fluidity of the Maxwell model in the non-linear range is

$$(5) \quad \Phi_{MP} = \frac{1}{f_c} C_M e^{-t/\tau_M} \left(\frac{\sigma}{f_c}\right)^{-1} \exp \left[a \left(\frac{\sigma}{f_c}\right)^b \right] + \Phi_P$$

in the linear range

$$(5a) \quad \Phi_{MP} = \left[\frac{1}{f_c} C_M C_0 e^{-t/\tau_M} + \Phi_P \right]$$

The initial combined fluidity in the linear range is therefore $\Phi_{MPO} = [C_M C_0 / f_c + \Phi_1 + \Phi_2]$; for the three mixes according to Table v this value is of the order of magnitude 0.8×10^{-8} , 1.6×10^{-8} , 1.4×10^{-8} for the mixes A, B and C respectively. Hence the respective coefficients of viscosity η_{MP} are 7.5×10^{17} , 3.8×10^{17} and 4.1×10^{17} poises. For the Maxwell element alone $\Phi_{MO} = 0.22 \times 10^{-8}$, 0.43×10^{-8} and 0.52×10^{-8} while $\eta_{MO} = 2.7 \times 10^{18}$, 1.4×10^{18} and 1.2×10^{18} poises respectively.

After a period t of about $t \sim 3 - 4 \tau_M$ the value of the fluidity Φ_{MP} is practically zero; the Maxwell model thus degenerates into a linear

spring which, coupled in series with the remaining single Kelvin element, governs the deformational response of the finally hardened concrete (Fig. 3).

The complete model equations are obtained by combining the relation

$$(6) \quad \dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_M + \dot{\epsilon}_K + \dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2$$

with the respective equations (1) to (5) in such a way as to obtain differential equations involving ϵ , (σ/f_c) and their time-derivatives.

3. Basis of Visco-Elastic Analysis of Linear Structures

The general differential equation of visco-elastic response that is obtained by combining all non-linear model equations according to eq. (6) is non-linear in stress and has coefficients that are variable in time, which makes its actual use for the solution of problems with time-dependent stresses prohibitive. However, a number of simplifications can be obtained by considering that in most practical problems either the response of certain of the model elements is simplified because the time-scale of the imposed load or enforced deformation is much shorter or much longer than the times τ governing the various model responses, or the variation with time of the applied loads or enforced deformations is either rapid enough to disregard the time dependence of the parameters or slow enough to disregard the effect of this variation.

Because of the relatively short values of τ_K , τ_1 and τ_2 in relation to τ_M , the effect of the change with time of ϵ_p according to eq. (4) can be disregarded with respect to analysis of sustained loads and deformations and the final value $\epsilon_p = \epsilon_{p\infty}(\sigma)$ introduced as an immediate response. The effect of Φ_K can also be neglected and the actual response of the element (b) replaced by its long-time elastic response α_K . Hence, for the analysis of the effect of sustained loads and deformations the single Maxwell element, with $\alpha'_M = \alpha_M + \alpha_K$ and Φ_M according to eq. (5), with $\Phi_p = 0$, would represent the response of the concrete closely enough, provided that $\epsilon_{p\infty}(\sigma)$ is added at time $t=0$ to any deformation. The final irrecoverable value of this deformation is obtained from eq. (3) by using the stress-dependent spring constants α_1 and α_2 , blocked on stress reversal. Hence

$$(7) \quad \epsilon_{p\infty}(\sigma) = (\alpha_1 + \alpha_2) f_c \left(\frac{\sigma}{f_c} \right)$$

The apparent spring constant of the Maxwell element under increasing loads or stresses could therefore be introduced as $\alpha''_M = \alpha'_M + \alpha_1 + \alpha_2$, while for decreasing loads the actual spring constant α'_M would operate.

For loads of relatively short duration, variation with time of parameters can be disregarded. If their duration is short in relation

to τ_K , τ_1 and τ_2 the Maxwell element with α_M and Φ_M will provide the total response; if their duration is of the order of magnitude of τ_K , the elements (a) and (b) will respond jointly. For loads producing stress below σ_0 this response is linear, so that linear visco-elastic structural equations are obtained.

For a linear visco-elastic response, such as that of the simple Maxwell type obtained by differentiating eq. (1a) for constant stress

$$(8) \quad \dot{\epsilon}_M = \alpha_M \dot{\sigma} + \frac{1}{f_c} C_M C_0 e^{-t/\tau_M} \sigma = \alpha_M \dot{\sigma} + \Phi_M(t) \sigma, \quad \text{for } \sigma < \sigma_0,$$

the differential equation for the visco-elastic beam is obtained by applying the same differential operation to the equation of the elastic beam that produces eq. (8) from the elastic equation $\epsilon = \alpha \sigma$ (1). Considering the transverse load p , axial force P and inertia term m , the following linear visco-elastic beam equation is immediately obtained by this analogy:

$$(9) \quad E_M I \dot{w}_{xxxx} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\tau_M} \right) (p \pm P w_{xx} + m \ddot{w})$$

where the subscript x denotes differentiation with respect to the coordinate, and the dot differentiation with respect to time. The modulus $E_M = 1/\alpha_M$, the time $\tau_M = \alpha_M/\Phi_M$. For loads of short duration eq. (9) has constant coefficients, while for sustained loads $\tau_M = \tau_M(t)$. The standard equations for bending, buckling and transverse vibration are obtained simply by putting two of the three right-hand terms respectively equal to zero.

If the model elements (a) and (b) act jointly, (Fig. 2B), the respective differential equation obtained from eq. (6) has the form:

$$(10) \quad \alpha_M [\ddot{\sigma} + (k/\tau_K) \dot{\sigma} + (1/\tau_M \tau_K) \sigma] = \ddot{\epsilon} + (1/\tau_K) \dot{\epsilon}$$

where $k = (1 + \tau_K/\tau_M + \sigma_K/\alpha_M)$. Hence the respective beam equation:

$$(11) \quad E_M I [\ddot{w}_{xxxx} + (1/\tau_K) \dot{w}_{xxxx}] = \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} + k/\tau_K \frac{\partial}{\partial t} + 1/\tau_M \tau_K \right] (p \pm P w_{xx} + m \ddot{w})$$

where $E_M = 1/\alpha_M$.

Solutions of eqs. (9) and (11) or parts thereof, derived by eliminating all but one load-effect, are obtained by introducing solutions of the form

$$(12) \quad w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) \cdot T_n(t)$$

wich, in case of constant coefficients, transforms the partial differential equations into separate equations for $X_n(x)$ and $T_n(t)$.

The non-linear equations can not be established by such simple analogy between the stress-strain relations and the structural equations. Some simple effects of non-linearity can, however, be obtained by evaluating the non-linear equation of the Maxwell model (a) with some of the constants shown in Table IV for conditions of simple bending and of uni-axial relaxation. This has been done with the constants pertaining to mix B (1:2.5); the results are presented in Figs. 4 for simple bending and in Fig. 5 for relaxation.

The non-linear compressive stress-distributions shown for different maximum fiber stresses in Fig. 4 have been obtained on the basis of the Navier-Bernoulli assumption of beam theory modified for linear strain-rate. It appears that the non-linearity of the stress-distribution in bending is the more pronounced the higher the extreme fiber stress. As this stress tends towards the uniaxial compressive strength, the stress-distribution becomes almost indistinguishable from that of an ideal elastic plastic material, a fact which suggests that this idealization represents the failure conditions in the bent concrete sections reasonably well, while the linear visco-elastic response represents the service conditions. This conclusion applies to a relatively early age of the concrete during which creep has not yet been blocked by complete hardening. The diagrams have been drawn under the assumption of homogeneous material, with fixed neutral axis. In reinforced concrete with cracking tension zone the neutral axis will move upward as the fiber stress increases.

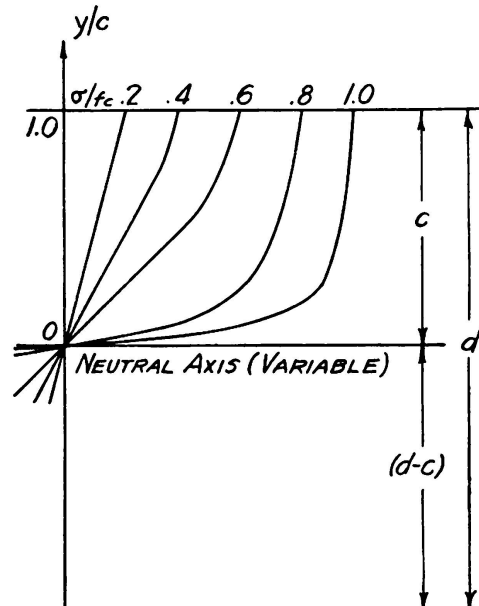


FIG. 4. Distribution of Compressive Stress in Bending as Fuction of Extreme Fiber Stress (drawn on invariable neutral axis)

In Fig. 5 the differences are shown between the stress-relaxation processes representing the response of the non-linear Maxwell model to initial (elastic) strain, producing an initial (elastic) stress σ_i , and the relaxation of an equivalent linear model. In both cases the fluidity decreases exponentially with time. Comparison of the respective curves indicates the sharply increased relaxation of the initial stress with increasing initial stress level $\sigma_i > \sigma_0$. It appears that as a result of the non-linearity an initial stress $\sigma_i = 0.8 f_c$ would, after a certain time, be reduced to a stable level that does not differ very significantly from the stable level attained by an initial stress $\sigma_i = 0.4 f_c$, while the assumption of linearity suggests the existence of large differences in the stable stress-levels remaining from various levels of initial stress. Thus the

application of high concrete prestress defeats its purpose, a fact which theoretically limits the level of prestress that can be permanently sustained in prestressed concrete structures.

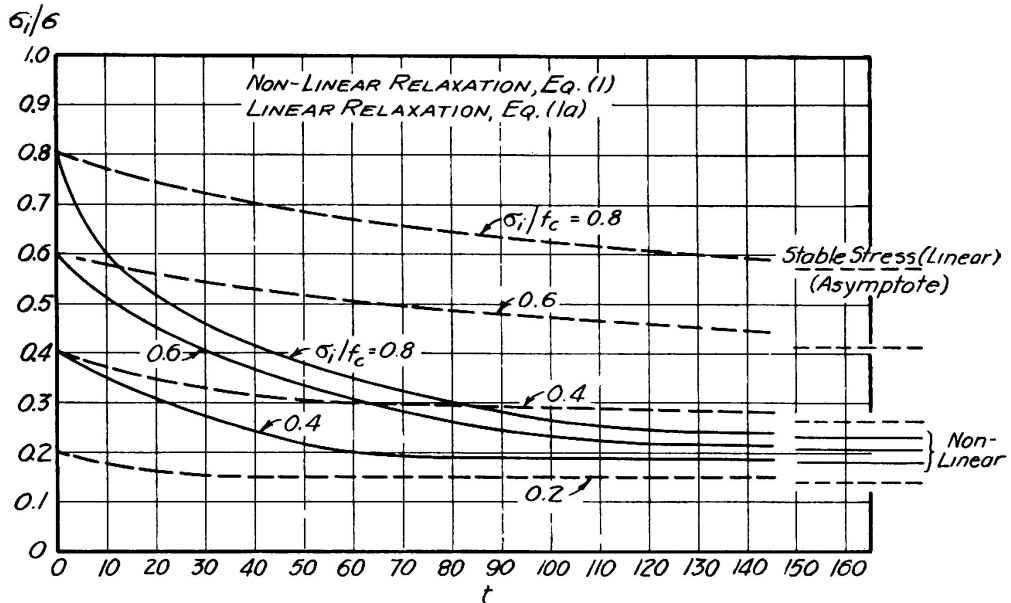


FIG. 5 Stress-Relaxation Diagrams in the Non-linear Range Compared to Diagrams Obtained by Assumption of Linearity

TABLE I
Compressive Strength

Diameter, inches	Loading Conditions	Compressive Strength, psi					
		Mix A (1:1)		Mix B (1:2.5)		Mix C (1:6)	
		28 days	200 days	28 days	200 days	28 days	200 days
3	Unloaded	8940	7900	6490	5760	6100	4740
	Sustained Load						
	$\sigma/f_c = .20$	-	7960	-	6000	-	6160
	$\sigma/f_c = .40$	-	8090	-	6450	-	5920
	$\sigma/f_c = .60$	-	8290	-	5720	-	6250
4	Unloaded	8560	8280	6020	6470	4940	5630
	Sustained Load						
	$\sigma/f_c = .17$	-	9410	-	-	-	-
	$\sigma/f_c = .34$	-	10,420	-	-	-	-
	$\sigma/f_c = .26$	-	-	-	7250	-	-
	$\sigma/f_c = .52$	-	-	-	7410	-	-
	$\sigma/f_c = .32$	-	-	-	-	-	6080
	$\sigma/f_c = .64$	-	-	-	-	-	6420
6	Unloaded	-	-	5920	6660	4740	5530

TABLE II
Modulus of Elasticity

Diameter, inches	Loading Conditions	Modulus of Elasticity x 10 ⁶ psi					
		Mix A (1:1)		Mix B (1:2.5)		Mix C (1:6)	
		28 days	200 days	28 days	200 days	28 days	200 days
3	Sustained Load						
	$\sigma/f_c = .20$	-	4.10	-	3.65	-	5.07
	$\sigma/f_c = .40$	-	4.57	-	4.38	-	3.60
	$\sigma/f_c = .60$	-	4.74	-	4.16	-	3.79
4	Sustained Load						
	$\sigma/f_c = .41$	-	4.26	-	-	-	-
	$\sigma/f_c = .54$	-	-	-	4.43	-	-
	$\sigma/f_c = .66$	-	-	-	-	-	4.45
6	Unloaded	4.44	4.15	4.76	4.62	5.46	5.07

TABLE III
Contribution of Various Model Elements to Creep, in 10⁻⁵ in./in.

Mix	Cylinder dia.	4 in.				3 in.					
		28 days		250 days		28 days			250 days		
		.17f.	.34f.	.17f.	.34f.	.20f.	.40f.	.60f.	.20f.	.40f.	.60f.
1:1	Model (a) ...	6.1	13.8	36.2	81.9	9.2	16.6	36.4	25.2	71.9	157.9
	ϵ_1	14.0	31.8	18.2	46.5	3.8	24.4	53.5	3.8	27.4	80.5
	Model (c) ...	8.8	27.8	8.8	27.8	0	5.5	47.6	0	5.5	47.6
	ϵ_2	9.4	18.7	9.4	18.7	10.9	21.9	32.9	10.9	21.9	32.9
	Model (b) ...	9.4	18.7	9.4	18.7	10.9	21.9	32.9	10.9	21.9	32.9
	Total ...	38.3	92.1	72.6	174.9	23.9	68.4	170.4	39.9	126.7	318.9
1:2.5	Stress Level	.26f.	.52f.	.26f.	.52f.	.20f.	.40f.	.60f.	.20f.	.40f.	.60f.
	Model (a) ...	11.7	25.3	53.1	114.9	13.4	23.2	51.7	40.5	83.1	185.2
	ϵ_1	17.1	52.3	17.8	62.3	8.1	28.0	60.3	8.1	29.8	74.2
	Model (c) ...	6.8	40.3	6.8	40.3	0	11.3	46.4	0	11.3	46.4
	ϵ_2	11.0	22.0	11.0	22.0	9.2	18.5	27.8	9.2	18.5	27.8
	Model (b) ...	11.0	22.0	11.0	22.0	9.2	18.5	27.8	9.2	18.5	27.8
	Total ...	46.6	139.9	88.7	239.5	30.7	81.0	186.2	57.8	142.7	333.6
1:6	Stress Level	.315f.	.63f.	.315f.	.63f.	.20f.	.40f.	.60f.	.20f.	.40f.	.60f.
	Model (a) ...	6.8	16.1	44.1	104.5	14.4	23.8	52.8	37.4	66.4	147.7
	ϵ_1	12.1	48.5	12.4	61.8	5.0	21.4	48.8	5.0	22.8	61.7
	Model (c) ...	5.0	47.0	5.0	47.0	0	9.2	41.3	0	9.2	41.3
	ϵ_2	7.4	14.8	7.4	14.8	6.8	13.6	20.4	6.8	13.6	20.4
	Model (b) ...	7.4	14.8	7.4	14.8	6.8	13.6	20.4	6.8	13.6	20.4
	Total ...	31.3	126.4	68.9	228.1	26.2	68.0	163.3	49.2	112.0	271.1

TABLE IV — *Non-Linear Coefficients*

Mix		1:1		1:2.5		1:6	
Stress	psi	3650	5475	2640	3970	2480	3720
	%f.	40	60	40	60	40	60
$\alpha_M \times 10^6, \text{in}^2 \times \text{lb}^{-1}$223	.223	.247	.247	.246	.246
$C_M \times 10^5, \text{day}^{-1}$468	.468	.666	.666	.748	.748
τ_M, days (order of magn.)		200		100		100	
a		5	5	5	5	5	5
b		3	3	3	3	3	3
$\alpha_K \times 10^6, \text{in}^2 \times \text{lb}^{-1}$060	.060	.070	.070	.055	.055
$\alpha_1 \times 10^6, \text{in}^2 \times \text{lb}^{-1}$075	.147	.113	.187	.092	.166
$\alpha_2 \times 10^6, \text{in}^2 \times \text{lb}^{-1}$015	.087	.043	.117	.037	.111
τ_K , (order of magn.)		1 - 2 days					
τ_1 , days		15	25	10	17	10	18
τ_2 , (order of magn.)		1 - 2 days					
$\Phi_K \times 10^8, \text{in}^2 \times \text{lb}^{-1} \times \text{day}^{-1}$		3.75	3.75	6.36	6.36	5.00	5.00
$\Phi_1 \times 10^8, \text{in}^2 \times \text{lb}^{-1} \times \text{day}^{-1}$572	.572	1.121	1.121	.927	.927
$\Phi_2 \times 10^8, \text{in}^2 \times \text{lb}^{-1} \times \text{day}^{-1}$		1.15	3.34	4.30	6.90	3.70	6.17

TABLE V — *Linear Coefficients*

Mix		1:1	1:2.5	1:6
Diameter ins.		3	3	3
Stress	psi	1825	1330	1245
	%f.	20	20	20
Ultimate strength, f_c psi		8940	6490	6100
$\alpha_M \times 10^6, \text{in}^2 \times \text{lb}^{-1}$223	.247	.246
$C_M \times 10^5, \text{day}^{-1}$468	.666	.748
C_0		4.20	4.20	4.20
τ_M , days (order of magn.)		200	100	100
$\alpha_K \times 10^6, \text{in}^2 \times \text{lb}^{-1}$060	.070	.055
$\alpha_1 \times 10^6, \text{in}^2 \times \text{lb}^{-1}$021	.061	.040
$\alpha_2 \times 10^6, \text{in}^2 \times \text{lb}^{-1}$		0	0	0
τ_K , days		1 - 2 days		
τ_1 , days		5 - 10 days		
τ_2 days		0	0	0
$\Phi_K \times 10^8, \text{in}^2 \times \text{lb}^{-1} \times \text{day}^{-1}$		3.75	6.36	5.00
$\Phi_1 \times 10^8, \text{in}^2 \times \text{lb}^{-1} \times \text{day}^{-1}$572	1.121	.927
$\Phi_2 \times 10^8, \text{in}^2 \times \text{lb}^{-1} \times \text{day}^{-1}$		0	0	0

REFERENCES

1. A. M. FREUDENTHAL — *The Inelastic Behavior of Engineering Materials and Structures*, J. Wiley & Son, New York, 1950, p. 515 ff.
2. W. PRAGER — *Proceedings American Concrete Inst.*, Vol. 50 (1954) p. 297 ff.
3. W. H. GLANVILLE — *Dept. of Sc. and Ind. Res. London, Tech. Paper No. 12*, (1930).
R. E. DAVIS and H. E. DAVIS — *Proc. Am. Soc. Test. Mat.* Vol. 30, (1930) p. 707.
4. A. M. FREUDENTHAL and F. ROLL — *J. Am. Concrete Inst.* 1956 (in print).
5. M. REINER — *Appl. Scient Research A*, Vol. 1 (1949), p. 475.
M. REINER — *Deformation and Flow*, H. K. Lewis, London, 1949.

SUMMARY

The general creep sensitivity of reinforced concrete structures is discussed in the light of the assumed nature of creep of concrete, as deduced from recent experimental investigations at Columbia University. Methods of visco-elastic analysis of such structures are related to the actual response of the concrete to sustained loads, and some effects of the non-linearity of this response are illustrated.

ZUSAMMENFASSUNG

Das Kriechproblem bei Eisenbetonbauten wird unter Berücksichtigung der neusten an der Columbia-Universität durchgeführten Versuche über den Kriechvorgang im Beton behandelt.

Die nach der elasto-plastischen Theorie ausgeführten Berechnungen werden mit dem tatsächlichen Verhalten des Betons infolge äusserer Belastung verglichen; ferner werden einige Auswirkungen des nicht-linearen Verhaltens behandelt.

RESUMO

O autor discute o problema da fluência em estruturas de betão armado partindo das teorias sobre a natureza da fluência do betão, deduzidas de investigações experimentais recentes efectuadas na Universidade de Columbia. Estabelece-se a ligação entre os métodos de cálculo dessas estruturas baseados na teoria da visco-elasticidade, e o comportamento efectivo do betão submetido a cargas prolongadas. Exemplificam-se alguns efeitos da não linearidade desse comportamento.

RÉSUMÉ

L'auteur discute le problème du fluage dans les structures en béton armé en partant des théories concernant la nature du fluage du béton, déduites de recherches expérimentales récentes effectuées à l'Université de Columbia. Il établit le rapport qui existe entre les méthodes de calcul des structures fondées sur la théorie visco-élastique et le comportement réel du béton soumis à des charges de longue durée et donne des exemples de certains effets de la non-linéarité de ce comportement.

Leere Seite
Blank page
Page vide

I a 4

**Effet des déformations dues au fluage dans les ponts
à voûte préfabriquée**

**Influence of creep deformation on bridges with
pre-fabricated arch**

**Die Auswirkungen der bleibenden Formänderungen auf Brücken
mit vorgebautem Gewölbe**

**Efeito das deformações devidas à fluência nas pontes
com arco prefabricado**

PROF. ING. ADRIANO GALLI

PROF. VINCENZO FRANCIOSI

Université de Naples

Naples

1) Introduction.

La construction des arcs en béton armé par rouleaux successifs, mise en pratique depuis longtemps, permet un allègement considérable du cintre, avec lequel collaborent, lors du bétonnage d'un nouveau rouleau, les rouleaux précédents déjà durcis. Une technique analogue est souvent adoptée dans la construction de certaines structures spéciales de pont, comme le type en arc-poutre (Risorgimento) et à voûte mince avec poutre raidissante (Maillart); on construit tout d'abord la voûte d'intrados, ou la voûte mince, et sur celle-ci, une fois le béton durci, on coule le reste de la structure, c'est à dire les tympans et le plancher d'extrados dans les ponts à arc-poutre, ou les piliers et le tablier dans les ponts Maillart. On obtient ainsi outre une économie dans la construction du cintre, d'autres avantages non moins considérables: le poids propre est entièrement supporté par la voûte, le reste de la structure étant ainsi entièrement disponible pour résister aux charges accidentelles; les effets du raccourcissement axial, du retrait et des tassements éventuels aux appuis dûs au poids propre, ne se font sentir que sur la voûte, dans laquelle, du fait de sa faible rigidité à la flexion, ils ne provoquent que des moments fléchissants peu importants. Il convient néanmoins, dans le calcul de ces structures, de ne pas négliger l'effet des déformations dues au fluage sous charge constante. Le fluage exerce une influence favorable dans les arcs construits par couches successives; il tend, en effet, à aplatir le diagramme des tensions qui, dans une section -type, décroît initialement de la première à la dernière couche; c'est à dire, qu'il tend à ramener les

valeurs des efforts à celles que l'on obtiendrait par un calcul orthodoxe. Un phénomène analogue a lieu dans le cas des ponts à voûte préfabriquée, mais alors cette tendance est défavorable car les efforts dus au poids propre, s'exerçant sur la structure réalisée en un seul temps, sont bien plus importants que ceux s'exerçant sur la structure réalisée en deux temps.

Il est donc nécessaire de tenir compte des déformations dues au fluage, car les coefficients de sécurité résultant du simple calcul élastique, quelquefois fort éloigné de la réalité, ne peuvent donner à l'auteur d'un projet qu'une tranquillité bien illusoire.

2) *Le fluage dans les ponts en arc avec poutre raidisseuse.*

Soient une voûte et une poutre formées par deux types de béton différents, caractérisés respectivement par des modules d'élasticité E et E' et par des constantes de fluage α et α' (1).

Soient aussi t_0 l'âge de la voûte et t_0' celui de la poutre. Soit, au temps $t > t_0'$, $H_g + \Delta H$ la poussée horizontale aux naissances de la voûte, H_g étant la valeur de la poussée tirée du funiculaire du poids propre g , coïncidant avec l'axe de la voûte. Dans l'intervalle de temps dt qui succède à t , si les naissances de la voûte étaient liées aux appuis, la corde AB , sous l'effet du fluage, se retrécirait de $d\Delta$. Dans le calcul de $d\Delta$ il convient de distinguer l'effet de la voûte de celui de la poutre.

L'effort normal, constant dans chaque section, qui prend naissance dans la voûte, est:

$$N = \frac{H_g + \Delta H}{\cos \gamma}$$

γ étant l'angle de la tangente à l'axe de la voûte avec l'horizontale.

Etant donnée la valeur très faible de ΔH par rapport à H_g , on peut écrire:

$$N = \frac{H_g}{\cos \gamma} \quad (2)$$

Dans un premier temps, on sépare la voûte de la poutre, en coupant les piliers et en appliquant sur la surface des sections des forces égales aux efforts normaux supprimés. L'élément Δs de la voûte se raccourcit de:

$$d\Delta s = \frac{H_g \Delta s}{\cos \gamma E A} \alpha \beta e^{-\beta(t-t_0)} dt$$

(1) On suppose que le processus de fluage du matériau soit réglé par un noyau héréditaire du type Withney

$$\Phi = \alpha \beta e^{-\beta(\tau-t_0)} \quad (1)$$

τ étant la date à laquelle agit la sollicitation unitaire, α une constante adimensionnelle, β une constante de dimensions t^{-1} et t_0 l'âge de la coulée.

la forme que prend alors l'axe de la voûte est celle de la fig. 1, $\delta'_a l$ est le rapprochement des sections aux naissances, η' étant l'abaissement de la section type.

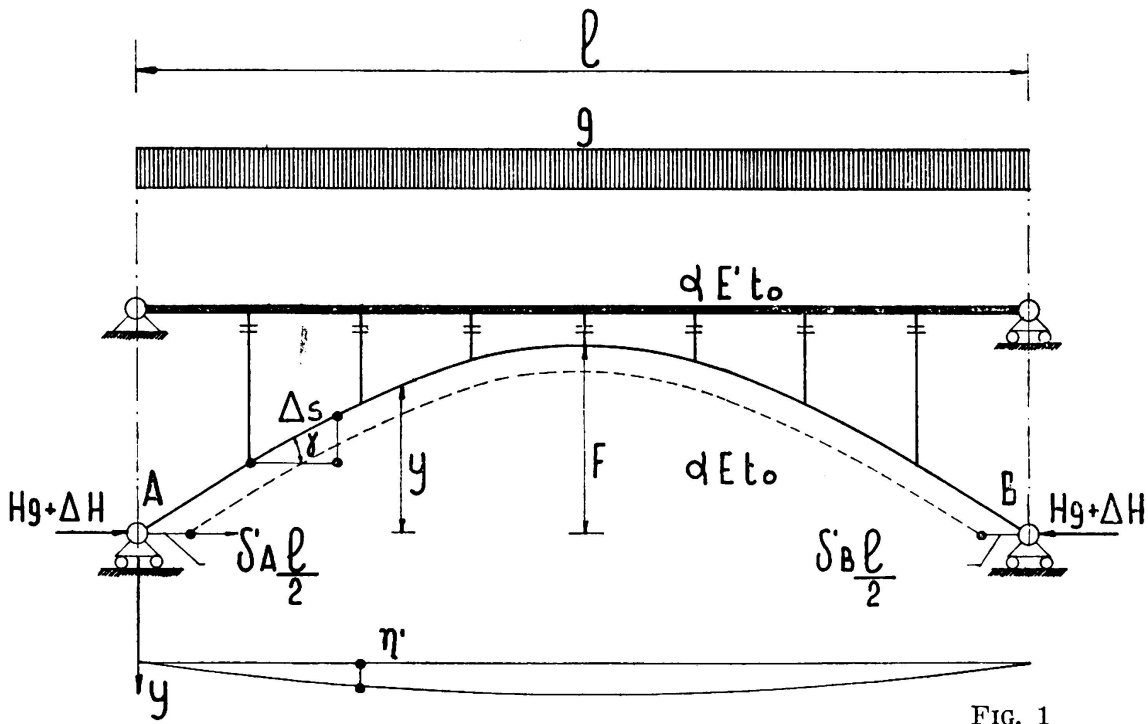


FIG. 1

Il est intéressant de connaître l'aire du diagramme η' ; en appliquant le principe des travaux virtuels aux forces et aux déplacements de la structure, l'on a :

$$H_g \delta'_a l + g A_{\eta'} = \alpha \beta e^{-\beta(t-t_0)} \int_s \frac{N^2 \Delta s}{E A}$$

d'où.

$$A_{\eta'} = \frac{l^2}{8 f} \left(\alpha \beta e^{-\beta(t-t_0)} \int_s \frac{\Delta s}{A \cos^2 \gamma} - \delta'_a l \right) \quad (3)$$

Il faut maintenant rétablir la compatibilité, c'est à dire annuler les déplacements relatifs η' entre voûte et poutre; pour cela, il suffit de donner à la voûte une déformation rigide, en partant de l'hypothèse, commune à la théorie des ponts Maillart, que la voûte ne peut absorber aucun effort de flexion.

Les déplacements verticaux $\eta'' = -\eta'$ des sections de la voûte (fig. 2), produisent un rapprochement ultérieur $\delta''_a l$ des naissances.

En appliquant le principe des travaux virtuels au système des déplacements de la fig. 2 et au système des forces qu'on obtient en soumettant la voûte à une charge uniformément répartie on a :

$$\frac{l^2}{8 f} \delta''_a l - A_{\eta'} = 0$$

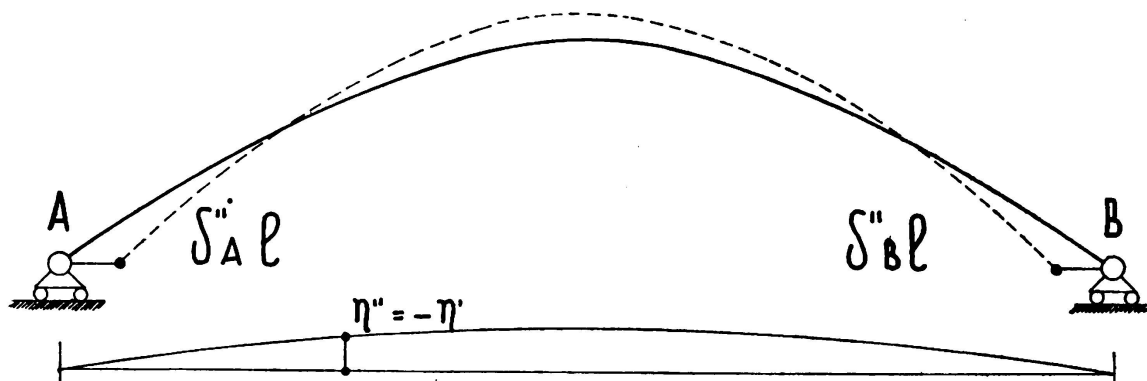


FIG. 2

où

$$\delta_a'' l = \frac{8f}{l^2} A \eta$$

et par la formule (3)

$$\delta_a'' l = \alpha \beta e^{-\beta(t-t_0)} dt \frac{H_g}{E} \int_s \frac{\Delta s}{A \cos^2 \gamma} - \delta_a' l .$$

On a ainsi: (2)

$$\delta_a l = \delta_a' l + \delta_a'' l = \alpha \beta e^{-\beta(t-t_0)} dt \frac{H_g}{E} \int_s \frac{\Delta s}{A \cos^2 \gamma} . \quad (4)$$

En admettant A constant et égal à la moyenne A_m des valeurs aux naissances et à la clé, on a:

$$\delta_a l = \alpha \beta e^{-\beta(t-t_0)} dt \frac{H_g}{E A_m} \int_s \frac{\Delta x}{\cos^3 \gamma}$$

L'intégrale précédente est donnée par:

$$\int_s \frac{\Delta x}{\cos^3 \gamma} = 1 + \frac{8f^2}{l} = L_s$$

où:

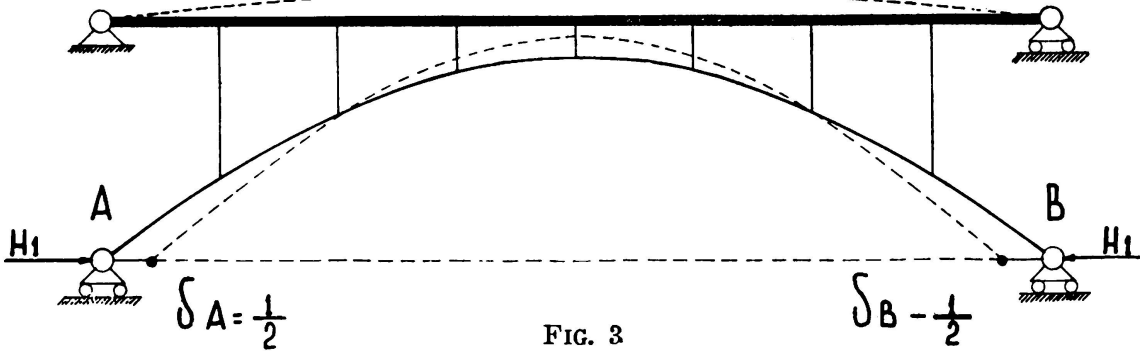
$$\delta_a l = \frac{H_g L_s}{E A_m} \alpha \beta e^{-\beta(t-t_0)} dt \quad (5)$$

En considérant maintenant l'effet du fluage de la poutre, les moments auxquels elle est soumise sont:

$$M = -y \Delta H$$

(2) En toute rigueur, les raccourcissements des piliers devraient être ajoutés aux η' ; ces raccourcissements sont néanmoins négligeables par rapport η' , en raison de la faible valeur de la sollicitation unitaire.

Si H_1 (fig. 3) est la force horizontale qui, appliquée aux naissances A et B, donnerait lieu à un rapprochement unitaire de celles-ci, ΔH provoquerait en régime élastique un rapprochement $\frac{\Delta H}{H_1}$; par le 2ème théorème relatif à la viscosité linéaire, on peut dire que ΔH produit,



dans le temps dt , par l'effet du fluage un rapprochement d_l des naissances: ⁽³⁾

$$d_t l = \frac{\Delta H}{H_1} \alpha' \beta e^{-\beta(t-t'_0)} dt \tag{6}$$

Si l'axe de la voûte peut être assimilé à une parabole, ⁽⁴⁾ l'expression suivante donne alors H_1

$$H_1 = \frac{15}{8} \frac{E' I_t + E I_a \cos \gamma}{f^2 l} \tag{7}$$

Les deux naissances A et B ne se déplaçant pas, on aura alors pendant le temps dt une force horizontale $d \Delta H$ (dirigée vers l'extérieur) qui provoquera un éloignement des deux naissances égal à $dl = d_a l + d_t l$.

C'est à dire:

$$d \Delta H = - H_1 d l$$

⁽³⁾ Dans la relation (6), l'âge et le coefficient de fluage de la poutre sont t'_0 et α' ; en toute rigueur, le d_l devrait être calculé de la manière suivante: on sépare la poutre de la voûte, en supprimant les piliers de raccordement, on applique à la poutre les moments M' , et à la voûte les moments M'' , provoqués par ΔH en régime élastique et on calcule les rotations relatives $d\varphi_1$ et $d\varphi_2$ provoquées par le fluage dans le temps dt . Il est nécessaire donc d'appliquer les forces r à la poutre et $-r$ à la voûte pour rétablir la compatibilité. La rigidité à la flexion de la poutre étant bien supérieure à celle de la voûte, les forces r n'affectent presque pas les déplacements de la poutre par rapport à ceux de la voûte. Il peut arriver alors que le déplacement relatif d_l aux naissances provoqué par les moments agissant pendant le temps dt soit celui causé par les rotations dues au fluage, dans la poutre; puisque, en régime élastique, le déplacement entre A et B dû au moment M' , est donné par $\frac{\Delta H}{H_1}$, il en résulte alors la relation (6). La relation (6) est valable, en toute rigueur, dans l'hypothèse, déjà adoptée pour le calcul de d_l , que la voûte ne supporte pas d'efforts de flexion.

⁽⁴⁾ Cette condition n'est vérifiée qu'avec approximation, l'axe de la voûte étant tracé comme le funiculaire du poids propre qui n'est pas uniformément réparti.

ou encore :

$$d \Delta H = - \left(\frac{H_g H_1 L_s}{E A_m} \alpha \beta e^{-\beta (t-t_0)} + \Delta H \alpha' \beta e^{-\beta (t-t'_0)} \right) dt \quad (8)$$

l'expression (8) peut également s'écrire :

$$d \Delta H = - \left(\frac{\alpha}{\alpha'} \frac{H_g H_1 L_s}{E A_m} e^{-\beta (t'_0-t_0)} + \Delta H \right) \alpha' \beta e^{-\beta (t-t'_0)} dt \quad (9)$$

En séparant les variables et en intégrant on a :

$$\frac{\alpha}{\alpha'} \frac{H_g H_1 L_s}{E A_m} e^{-\beta (t'_0-t_0)} + \Delta H = C e^{\alpha' t} e^{-\beta (t-t'_0)} \quad (10)$$

Pour $t = t'_0$, ΔH est égal à la diminution de la poussée due au poids propre dans la voûte, qui pourrait se calculer en régime élastique :

$$\Delta H_{t=t'_0} = - \frac{H_g H_1^* L_s}{E A_m} = \Delta H_0^* \quad (11)$$

H_1^* étant la valeur des deux forces horizontales qui, appliquées aux extrémités A et B de la voûte en l'absence de la poutre raidissante, provoqueraient un déplacement relatif unitaire :

$$H_1^* = \frac{15}{8} \frac{E I_a \cos \gamma}{f^2 l} \quad (12)$$

La condition (11) permet de déterminer C :

$$C = \left(\frac{\alpha}{\alpha'} \frac{H_g H_1 L_s}{E A_m} e^{-\beta (t'_0-t_0)} - \frac{H_g H_1^* L_s}{E A_m} \right) e^{-\alpha' t'_0}$$

L'expression (10) devient donc :

$$\frac{\alpha}{\alpha'} \frac{H_g H_1 L_s}{E A_m} e^{-\beta (t'_0-t_0)} + \Delta H = \left(\frac{\alpha}{\alpha'} \frac{H_g H_1 L_s}{E A_m} e^{-\beta (t'_0-t_0)} - \frac{H_g H_1^* L_s}{E A_m} \right) e^{\alpha' (t-t'_0)} \quad (13)$$

En considérant H_1^* négligeable par rapport à H_1 , la relation (13) donne pour ΔH :

$$\Delta H = - \frac{H_g H_1 L_s}{E A_m} \frac{\alpha}{\alpha'} e^{-\beta (t'_0-t_0)} \left[1 - e^{\alpha' (t-t'_0)} e^{-\beta (t-t'_0)} \right]$$

Pour $t = \infty$ on obtient la valeur asymptotique de ΔH

$$\Delta H_{\infty} = - \frac{H H_1 L_s}{E A_m} \frac{\alpha}{\alpha'} e^{-\beta(t'_0 - t_0)} \left(1 - e^{-\alpha'} \right). \quad (14)$$

Dans cette expression le facteur $-\frac{H_g H_1 L_s}{E A_m}$ représente la valeur de la chute de poussée correspondant au raccourcissement axial ΔH_0 , qui se vérifierait en régime élastique si la voûte et la poutre étaient exécutées en même temps. Le rapport

$$\frac{\Delta H_{\infty}}{\Delta H_0} = e^{-\beta(t'_0 - t_0)} \frac{\alpha}{\alpha'} \left(1 - e^{-\alpha'} \right) \quad (15)$$

augmente quant $t'_0 - t_0$ diminue, ou quand augmentent α' et le rapport $\frac{\alpha}{\alpha'}$ des coefficients de fluage de la voûte et de la poutre. Cette dernière circonstance démontre que le fluage de la poutre réduit l'effet du raccourcissement de la voûte dû au fluage.

3) Quelques cas limites.

L'expression (15) devient indéterminée pour $\alpha' \rightarrow 0$; la règle de l'Hôpital permet d'affirmer que la limite de la relation (15) pour $\alpha' \rightarrow 0$ est donnée par:

$$\frac{\Delta H_{\infty}}{\Delta H_0} = \alpha e^{-\beta(t'_0 - t_0)} \quad (16)$$

Pour $\alpha' \rightarrow 0$, $e^{-\beta(t'_0 - t_0)}$ étant approximativement égal à l'unité, ΔH_{∞} a donc une valeur à peu près α fois plus grande que ΔH_0 , α étant le coefficient de fluage de la voûte. Cette circonstance se vérifierait si la poutre était réalisée avec un matériau pratiquement exempt de viscosité.

Pour $\alpha' = \alpha$ l'expression (15) devient:

$$\frac{\Delta H_{\infty}}{\Delta H_0} = e^{-\beta(t'_0 - t_0)} \left(1 - e^{-\alpha} \right) \quad (17)$$

Pour $\alpha = 3$ et t'_0 suffisamment rapproché de t_0 , l'expression (17) donne:

$$\Delta H_{\infty} \simeq \Delta H_0 \quad (18)$$

Si la poutre et la voûte sont coulées simultanément et sont constituées du même matériau, c'est à dire quand $\alpha' = \alpha$, $t'_0 = t_0$, l'expression (10) devient au temps $t = t_0$:

$$-\Delta H_0 + \Delta H_0 = C e^{\alpha'} = 0$$

d'où

$$C = 0 \quad ; \quad \Delta H = \Delta H_0. \quad (19)$$

Les relations (19) confirment que le régime de tensions d'une structure à noyau héréditaire constant et soumise uniquement aux charges extérieures, reste invariable par rapport au fluage, à condition que l'on reste dans la domaine des petites déformations.



FIG. 4

4) *Un exemple concret.*

Examinons le cas d'un pont à voûte mince et poutre raidissante projeté par les AA. (fig. 4) et exécuté sur le torrent Corace, dans la province de Catanzaro. Les caractéristiques de la structure sont les suivantes :

$$\begin{array}{ll}
 l = & 80 \quad \text{m} \\
 f = & 26,10 \quad \text{m} \\
 I^t = & 1,55 \quad \text{m}^4 \\
 I_a \cos \gamma = & 0,07 \quad \text{m}^4
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ll}
 E = E' = & 3 \cdot 10^6 \quad \text{t m}^{-2} \\
 A_m = & 3,39 \quad \text{m}^2 \\
 H_g = & 700 \quad \text{t}
 \end{array}$$

Il en résulte :

$$\begin{array}{ll}
 K_t = & 4,65 \cdot 10^6 \quad \text{t m}^2 \\
 K_a = & 0,21 \cdot 10^6 \quad \text{t m}^2
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ll}
 K = & 4,86 \cdot 10^6 \quad \text{t m}^2 \\
 L_s = & 148 \quad \text{m} .
 \end{array}$$

Les poussées H_1 et H_1^* sont données par les expressions (7) et (12)

$$\begin{aligned} H_1 &= 168 \text{ tm}^{-1} \\ H_1^* &= 7,2 \text{ tm}^{-1} \quad . \end{aligned}$$

Les chutes de poussée sont (13) et (11) :

$$\begin{aligned} \Delta H_0 &= -1,730 \text{ t} \\ \Delta H_0^* &= -0,074 \text{ t} \quad . \end{aligned}$$

Pour $t_0' - t_0 = 2$ mois = 0,167 années, $\beta = 1^{-1}$ années et $\alpha = 3$, la relation (17) donne :

$$\Delta H_\infty = \Delta H_0 \cdot 0,8462 \cdot 0,95 = 0,8 \Delta H_0 \quad .$$

C'est à dire que la chute de poussée atteint presque la valeur ΔH_0 que l'on vérifierait en régime élastique, si la voûte et la poutre étaient exécutées en même temps.

Dans le cas que l'on examine, sa valeur est $\Delta H_\infty = -1,39$ t. A la clé le moment positif maximum dû aux charges accidentelles est : $M_{\max} = +300$ tm., auquel on doit ajouter le moment

$$M_v = 1,39 \cdot 26,1 = +36 \text{ tm.}$$

5) *Le fluage dans les ponts en arc-poutre (Risorgimento).*

L'axe de la voûte d'intrados est le funiculaire de son poids propre total g ; pour cette raison, jusqu'au durcissement des tympanes et du plancher d'extrados, autrement dit, de toute la superstructure, les efforts normaux dans la voûte sont :

$$N = \frac{H_g}{\cos \gamma}$$

Il n'y a aucune autre sollicitation dans tout le reste de la structure.

Soient t_0 et t_0' les dates de durcissement du conglomerat de la voûte et de la superstructure. Pendant le temps élémentaire qui suit immédiatement t_0' , il se produit dans la voûte des déformations de fluage ε_v incompatibles avec l'ensemble de la structure; il vient pour la section-type :

$$\varepsilon_v = \frac{\sigma}{E} \alpha \beta e^{-\beta(t_0' - t_0)} dt = \frac{H_g}{E A \cos \gamma} \alpha \beta e^{-\beta(t_0' - t_0)} dt \quad . \quad (20)$$

Pour la compatibilité, il faut que pendant le même temps dt , prennent naissance entre la voûte et la superstructure, des actions réciproques de caractère élastique; ces actions apparaissent en même temps que les déformations dues au fluage, mais il est plus commode pour le dévelop-

pement du raisonnement de séparer les deux phénomènes, en partant du principe de superposition.

Pour cela on effectue d'abord (fig. 5) un coupe qui détache la voûte de la superstructure; les ε_v de la voûte sont ainsi libres de se produire. On introduit ensuite dans la structure des appuis empêchant tout déplacement; les actions réciproques, qui se développent entre la voûte et la superstructure pour rétablir la compatibilité, sont alors proportionnelles au poids propre g , car elles doivent provoquer dans la voûte des déformations élastiques égales et opposées aux ε_v (20) qui, à leur tour sont proportionnelles aux déformations élastiques provoquées par g . Des forces $-gdk$ sur la voûte et $+gdk$ sur l'appui rigide de la superstructure prennent ainsi naissance. On supprime ensuite les appuis que l'on avait introduit, ce qui équivaut à faire agir les forces $+gdk$ sur la structure tout entière. Enfin, au temps $t_0' + dt$, la voûte (fig. 5c) supporte toute seule la part $(1-dk)g$ du poids propre g , tandis que la charge gdk est supportée par la structure entière.

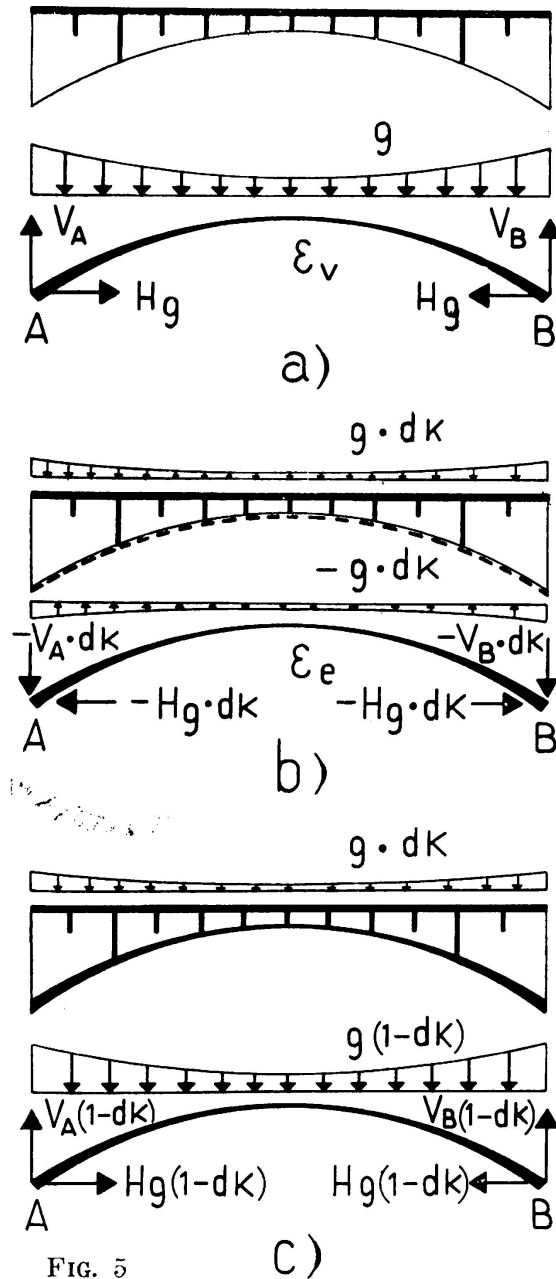


FIG. 5

Dans une deuxième période élémentaire de temps dt , succédant au temps $t_0' + dt = t''$ le phénomène ne peut plus se réduire à un simple schéma comme dans le premier cas; en effet, dans la voûte, aux tensions

$$\sigma_n = \frac{H_g (1 - dk)}{A \cos \gamma} \quad (21)$$

proportionnelles à celles causées par g en régime élastique, vont venir s'ajouter les tensions σ_f , produites par les forces gdk agissant sur la structure entière (fig. 6).

Dans la section - type S, la période de temps dt qui succède à t'' ,

on a donc les déformation de fluage indiquées dans la fig. 6b, c'est à dire, pour la voûte

$$\varepsilon_v = \left(\frac{H_g (1 - dk)}{EA \cos \gamma} + \frac{\sigma_f}{E} \right) \alpha \beta e^{-\beta (t'' - t_0)} dt \quad (22)$$

et pour la superstructure

$$\varepsilon_v = \frac{\sigma_f}{E} \alpha' \beta e^{-\beta(t'' - t'_0)} dt . \quad (22)$$

Les discontinuités entre la voûte et la superstructure sont données par

$$d\varepsilon_v = \frac{H_g(1 - dk)}{EA \cos \gamma} \alpha \beta e^{-\beta(t'' - t_0)} dt + \frac{\sigma_f}{E} (\alpha \beta e^{\beta t_0} - \alpha' \beta e^{\beta t'_0}) e^{-\beta t''} dt = d\varepsilon_{vn} + d\varepsilon_{vf} .$$

Tandis que les $d\varepsilon_{vn}$ sont proportionnelles aux déformations élastiques provoquées par g sur la voûte, les $d\varepsilon_{vf}$ ne suivent pas cette règle; les actions intérieures capables de provoquer des déformations élastiques égales et opposées aux ε_v (22) ne sont plus proportionnelles à g .

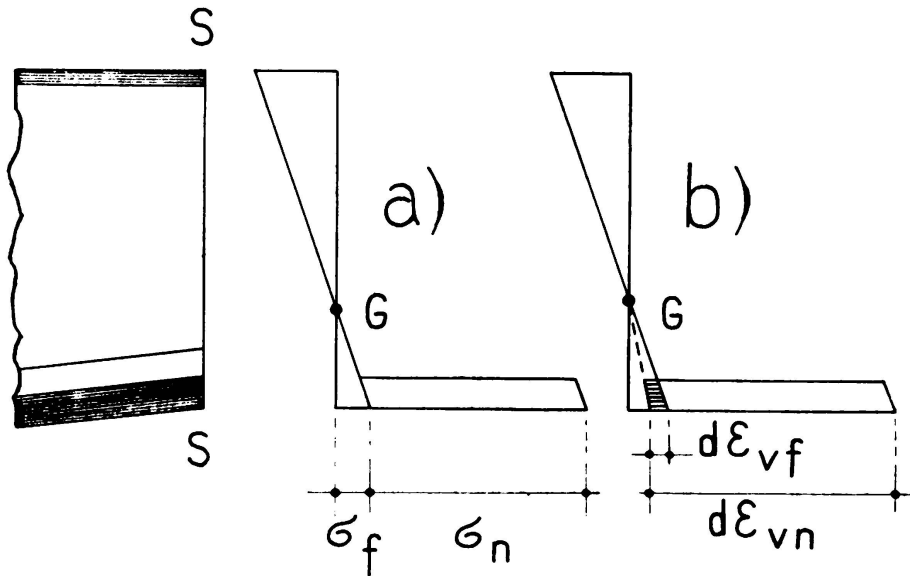


FIG. 6

Pourtant, en général α et α' sont peu différents, et le temps t_0' est très proche de t_0 ; on peut donc négliger $d\varepsilon_{vf}$ relativement à $d\varepsilon_{vn}$.

Dans cet ordre d'approximation, le raisonnement développé par rapport à la première période de temps est également valable pour la deuxième et pour les suivantes.

Au temps t , la part de poids propre supportée par la voûte seule est $(1 - k)g$, et kg est celle supportée par la structure entière.

Dans la période de temps dt qui succède à t , on a

$$d\varepsilon_v = \frac{H_g(1 - k)}{EA \cos \gamma} \alpha \beta e^{-\beta(t - t_0)} dt ;$$

la charge supportée par la voûte diminue donc pendant le temps dt d'une quantité $g \cdot dk$ telle que

$$\frac{H_g dk}{E A \cos \gamma} = - \frac{H_g (1 - k)}{E A \cos \gamma} \alpha \beta e^{-\beta (t - t_0)} dt \quad (23)$$

d'où l'on tire:

$$dk = - (1 - k) \alpha \beta e^{-\beta (t - t_0)} dt$$

$$\frac{dk}{k-1} = \alpha \beta e^{-\beta (t - t_0)} dt; \quad k = 1 + C e^{\alpha \beta e^{-\beta (t - t_0)}}$$

Pour $t = t_0'$, $k = 0$; on en déduit

$$k = 1 - e^{\alpha \beta \left[e^{-\beta (t - t_0)} - e^{-\beta (t_0' - t_0)} \right]}$$

Pour $t = \infty$,

$$k_\infty = 1 - e^{-\alpha \beta e^{-\beta (t_0' - t_0)}}$$

Dans le tableau suivant l'on a calculé les valeurs de k_∞ pour plusieurs valeurs de α et de la différence $t_0' - t_0$; β est égal à 1 année⁻¹

$\alpha \backslash t_0' - t_0$	3	2	1
0,2	0,915	0,804	0,560
0,3	0,892	0,772	0,523
0,4	0,866	0,738	0,488
0,5	0,838	0,702	0,457
0,7	0,775	0,613	0,394
1	0,667	0,518	0,310

On remarque que, sous l'effet des déformations dues au fluage, une grande partie du poids propre initialement supportée par la voûte d'intrados seule, va se répartir sur la structure entière; pour de grandes valeurs de fluage ($\alpha = 3$) et des petites différences entre les dates de

durcissement de la voûte et des superstructures ($t_0' - t_0 = 0,2$ années), plus de 90 % du poids g vient solliciter asymptotiquement (en pratique après 3 à 4 années) la structure entière. On ne peut donc pas compter sur la voûte seule pour supporter de poids propre; il devient donc nécessaire de calculer la structure comme un arc-poutre, non seulement pour les charges accidentelles et les variations thermiques, mais aussi pour une fraction du poids propre, qui peut se déduire du tableau relatif au fluage du conglomérat et aux dates de durcissement des bétonnages.

R É S U M É

Les auteurs considèrent les ponts du même genre que le pont «Risorgimento» à voûte préfabriquée et les ponts «Maillart» à poutre raidissante, et montrent que le fluage γ modifie l'état de tension initial qui tend alors asymptotiquement vers l'état que l'on aurait dans les ponts construits en une seule opération.

Les auteurs donnent également les valeurs numériques se rapportant à des applications pratiques.

S U M M A R Y

The authors consider bridges of the same type as the «Risorgimento» bridge with pre-fabricated arch and «Maillart» bridges with stiffening-beam, and show that, in this case, creep modifies the initial stress conditions which, then, tend towards those of continuously-built bridges.

The authors also mention numerical values referring to practical applications.

ZUSAMMENFASSUNG

Untersuchungen an Brücken vom Typ «Risorgimento» mit vorgebautem Gewölbe und vom Typ «Maillart» mit Versteifungsträgern ergab eine Veränderung der ursprünglichen Spannungsverteilung durch die Viskosität. Diese Spannungsverteilung nähert sich asymptotisch derjenigen, welche bei gleichzeitiger Ausschalung des ganzen Bauwerkes eintreten würde.

Die Arbeit wird durch einige numerische Beispiele ergänzt.

R E S U M O

Os autores consideram pontes do mesmo tipo que a ponte «Risorgimento», com arco prefabricado e pontes «Maillart» com viga de reforço, e mostram que, nestes casos, a fluência do betão modifica o estado de tensão inicial, aproximando-o então, assintoticamente, do estado de tensão das pontes de construção contínua.

Os autores citam igualmente valores numéricos referentes a aplicações práticas.

Leere Seite
Blank page
Page vide

Ia5

Comportement des matériaux et des ouvrages en construction mixte sous les actions statiques de longue durée

Behaviour of materials and structures of composite steel-concrete construction under statical long time loading

Verhalten des Materials in Verbundkonstruktionen bei Dauerbelastungen

Comportamento dos materiais e das obras de construção mixta sobre cargas estáticas de grande duração

J. GUERIN

*Ingénieur Principal à la Division des Ouvrages
d'Art, S. N. C. F.
Paris*

Dans le rapport général présenté au dernier Congrès sur le thème B II relatif aux applications pratiques de la construction métallique, M. l'Inspecteur Général GRELOT émettait le voeu que les essais statiques entrepris jusqu'alors pour déterminer les bases de l'association du béton et de l'acier dans les constructions mixtes ⁽¹⁾ fussent poursuivis dans le temps.

Les ponts-rails de construction mixte à la S. N. C. F.

La S. N. C. F. a été ainsi amenée à reprendre l'ensemble des recherches qu'elle avait entreprises sur les ponts mixtes avant 1952 ⁽²⁾ et à les compléter par de nouveaux essais.

⁽¹⁾ Il s'agissait des essais de laboratoire effectués par MM. WÄSTLUND et ÖSTLUND de Stockholm sur les poutres composées. Voir pages 509, 557 et suivantes de la Publication Préliminaire du 4ème Congrès.

⁽²⁾ a) Se reporter pour l'ensemble des ouvrages (sauf le pont sur la Cèze) au mémoire de MM. OUDOTTE et GUERIN sur «l'utilisation de la dénivellation des appuis pour annuler les tractions du béton dans une construction mixte acier-béton en travées continues», 12ème volume des Mémoires, page 227 et suivantes et Rapport final du 4ème Congrès, pages 341 et suivantes.

b) Pour le pont sur la Cèze voir la mémoire de M. CARPENTIER: «variation avec le temps de l'efficacité du renforcement apporté par les dalles en béton armé dans les poutres mixtes». Rapport final du 4ème Congrès, pages 294 et suivantes.

Les procédés de mesure des déformations diffèrent toutefois d'un ouvrage à l'autre selon la date de construction, ce qui rend délicate toute comparaison de résultats.

Le mode de comportement dans le temps des 2 constituants doit, en effet, être recherché et interprété en effectuant à intervalles plus ou moins réguliers des mesures instantanées des déformations sous surcharge lorsqu'il s'agit d'examiner les ouvrages construits avant 1948 qui ne comportent aucun dispositif permanent de mesure.

Il n'en est pas même, en ce qui concerne du moins les déformations du béton, pour les ponts construits depuis cette époque, car la S. N. C. F., qui avait l'intention de généraliser l'emploi de la construction mixte, décida de faire noyer systématiquement des témoins sonores Coyne dans le béton des dalles de tout nouveau tablier au moment de son coulage.

Ce grave inconvénient disparaîtra même pour la détermination des déformations de l'acier lorsque les nouveaux ouvrages seront munis de témoins fixés à demeure sur l'ossature métallique du tablier (cas des ponts de LUDRES et de JARMENIL construits en 1953).

Les caractéristiques de tous ces ouvrages, classés en deux groupes suivant le nombre de leurs travées sont résumées dans les tableaux I et II ci-après.

Les résultats des essais sont, de leur côté, rassemblés en annexe.

A — TABLIERS À TRAVEES INDEPENDANTES

L'examen des tableaux et graphiques concernant les divers ouvrages de ce groupe corrobore les observations faites au pont de BOUZONVILLE, qui sera étudié plus particulièrement, car il présente l'avantage d'être équipé d'un témoin sonore donnant les déformations du béton de la dalle dans le sens transversal (témoin T₃).

Pont de Bouzonville

Cet ouvrage d'une portée de 26 m qui a été reconstruit en 1952, est composé de 2 tabliers à une voie comportant chacun une dalle en béton

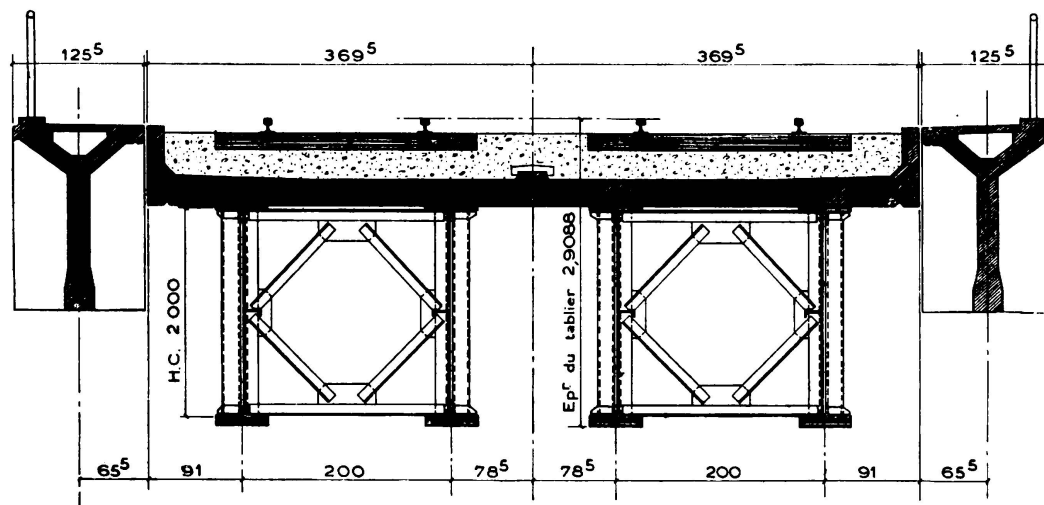


FIG. 1. Pont de BOUZONVILLE. Coupe transversale

TABLEAU I

Ponts-rails à travées indépendantes.

Désignation	Date de construction	Portée en mètres	Nombre de poutres par tablier	Epaisseur de la dalle en mètres	Epaisseur totale du tablier en mètres	Dispositif permanent de mesure	Mesures sous surcharges		Mesures	
							Acier avec extensomètres	Flèches avec appareils	de	à
SURY-LE-COMTAL près de ST-ETIENNE Pont sur la Mare... ..	1925	27 biais à 65°	4	0,32	2,20	—	Huggenberger	Richard	1943	1955
JOINVILLE-LE-PONT près de PARIS Pont sur l'avenue des Canadiens	1941	33 biais à 56°	4	0,28	2,15	—	Huggenberger	Richard	1942	1955
PFAFFENHOFFEN près de STRASBOURG Pont sur la Moder ...	1947	20 biais à 45°	5	0,36	1,95	béton	Huggenberger	Richard	1948	1955
BOUZONVILLE pont sur la vallée de la Nied	1952	26	2	0,22	2,90	béton	Huggenberger	Richard	1952	1955

TABLEAU II

Ponts rails à travées continues.

Désignation	Date	Nombre de travées	Portée de chaque travée en mètres	Nombre de poutres par voie	Epaisseur de la dalle en mètres	Epaisseur total max. du tablier en mètres	Dispositif permanent de mesure	Mesures sous surcharges		
								Acier avec extensomètres	de	à
Pont sur la CEZE (ligne de LYON à NIMES)	1935	4	27 + 32 + 32 + 27	3	0,20	2,79	—	Huggenberger	1935	1955
DONCHERY pont sur la Meuse	1948	2	35	3	0,25	2,90	béton	Huggenberger	1948	1955
LE THEUX (voie 2) pont sur la Meuse	1949	3	25	4	0,25	2,215	béton	—	1949	1955
LUMES (voie 1 bis) pont sur la Meuse	1950	3	25	5	0,28	1,975	béton	—	1951	1955
RECH pont sur la Sarre	1952	2 x 2	18	2	0,28	2,03	béton	—	1952	1955
SARRALBE pont sur la Sarre	1952	3	27	5	0,25	2,01	béton	—	1952	1955
JARMENIL pont sur la Moselle... ..	1952	2	42 + 36	2	0,27	2,79	béton + métal	—	1953	1955
LUDRES pont sur le contournement routier de NANCY...	1953	2	22 biais 36° 37'	3	0,24	1,72	béton + métal	—	1954	1955

armé de 22 cm d'épaisseur reposant sur 2 poutres à âme pleine de 2,00 m de hauteur hors cornières (fig. 1).

Les témoins sonores noyés à la construction dans le béton de la dalle sont disposés de la façon suivante :

- témoins T_1 et T_2 dans le plan vertical de chacune des poutres métalliques,
- témoin T_3 placé perpendiculairement aux poutres métalliques et équidistant de T_1 et T_2 .

Les déformations du béton ont été mesurées le 25-9-52 soit 15 jours après le bétonnage de la dalle. Elles ont été renouvelées le 20-11-52, jour de la mise en service de l'ouvrage.

Les écarts entre ces 2 mesures correspondent aux déformations du béton :

- sous l'action de la charge du ballast,
- sous l'effet probable du fluage,

sans qu'il soit possible de faire une distinction entre ces deux facteurs.

Les mesures effectuées depuis cette époque au cours d'essais sous surcharge ne marquent pas encore de tendance à la stabilisation, les témoins longitudinaux $T_1 - T_2$ accusant des déformations croissantes à l'opposé de celles du témoin transversal T_3 (fig. 2).

Elles semblent faire apparaître une prolongation de la plastification du béton jusqu'à fin juillet 1953, époque à partir de laquelle

l'influence du phénomène de durcissement du béton devint prépondérante.

Les déformations instantanées du béton au cours des essais sous surcharge diminuent également avec le temps, ce qui ne peut s'expliquer que par un durcissement du béton.

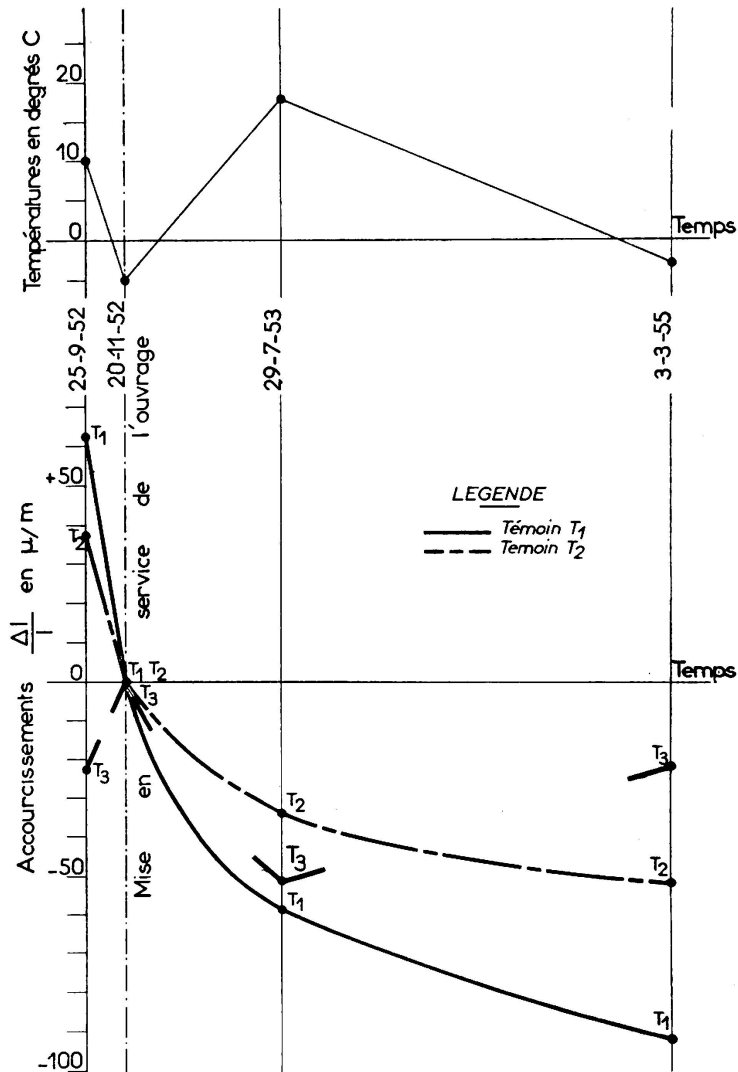


FIG. 2. Pont de BOUZONVILLE. Déformation du béton sans surcharge

Ces constatations se trouvent corroborées par les mesures effectuées à l'aide du témoin transversal T_3 puisque le rapport

$$\frac{2 T_3}{T_1 + T_2}$$

qui peut être assimilé au coefficient de Poisson augmente également avec le temps (fig. 3).

L'absence de témoins sonores fixés à demeure sur l'ossature métallique n'a pas permis de suivre aussi exactement que pour le béton l'évolution

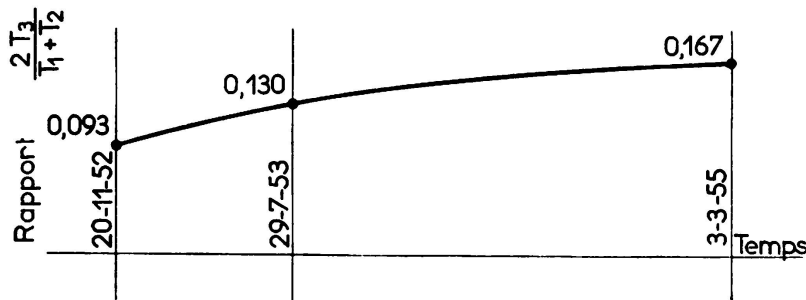


FIG. 3. Pont de BOUZONVILLE. Variation du rapport $\frac{2T_3}{T_1 + T_2}$ avec le temps

des déformations de l'acier avec le temps. La comparaison des mesures effectuées sous surcharges avec des extensomètres Huggenberger, ainsi que celle des mesures de flèches permet toutefois de constater un certain raidissement de l'acier.

Les enseignements fournis par les essais effectués sur les autres ouvrages du même type, bien que moins complets que ceux obtenus à BOUZONVILLE sont tout aussi concluants.

Pont sur la Moder

Les derniers essais effectués sur cet ouvrage, d'un âge plus ancien (1947), font ressortir une nette tendance à la stabilisation, après un durcissement progressif du béton durant les 3 ou 4 premières années (annexe II et fig. 4).

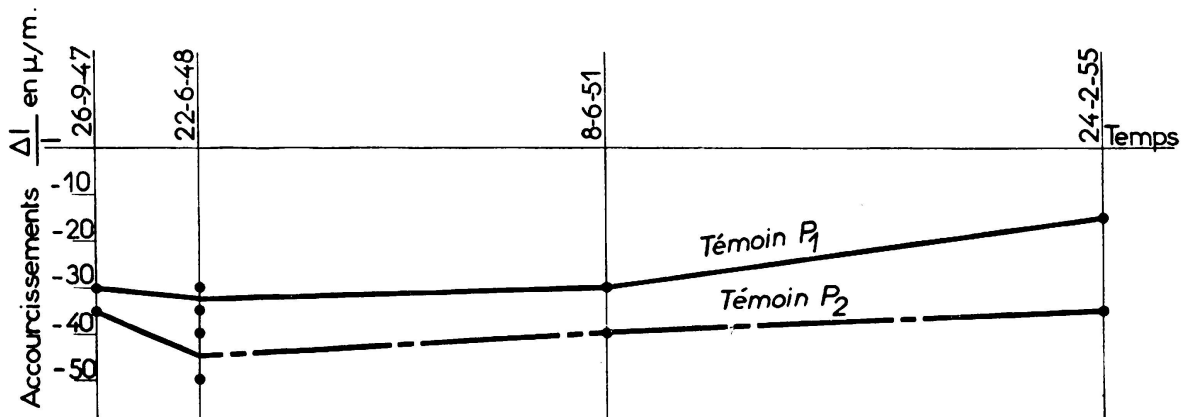


FIG. 4. Pont sur la Moder. Déformation du béton sous surcharge

Pont des Canadiens à Joinville-le-Pont

Ce pont, le premier calculé à la S. N. C. F. comme un ouvrage mixte, ne peut être ausculté autrement que par la mesure des flèches (annexe III). Chacun de ses 2 tabliers à une voie se compose d'une ossature métallique constituée par 4 poutres à âme pleine de 2,15 m de hauteur qui supportent une dalle de 0,28 m.

Les relevés effectués depuis 13 ans ont permis de constater un raidissement progressif de l'ensemble, qui peut s'expliquer par un durcissement du béton avec le temps, à moins que les appareils d'appui n'aient été le siège de frottement anormaux, que la faiblesse de la surcharge ne suffisait pas à vaincre (comme le laisserait supposer le relevé des flèches de la poutre 1).

Pont de Sury-le-Comtal

Cet ouvrage mixte (qui n'a d'ailleurs pas été calculé comme tel lors de sa construction en 1925) peut être considéré comme le plus ancien tablier de ce type en service à la S. N. C. F.

Il est constitué par 4 poutres à âme pleine de 1.40 m hors cornières supportant une dalle de 0,32 m d'épaisseur moyenne.

Les premières mesures de déformation de l'acier de l'ossature sous surcharge, bien que faites seulement en 1943, soit 18 ans après la mise en service du tablier, n'en sont pas moins intéressantes à signaler de même que celles exécutées dans les mêmes conditions en 1955.

Réalisées à l'aide de cordes sonores fixées en divers points des poutres métalliques, ces mesures semblent encore faire ressortir une légère diminution des allongements de la file inférieure alors que celles des flèches accusent une très nette stabilisation (différences inférieures à 4 %) comme l'indiquent les relevés de l'annexe IV.

B — TABLIERS À TRAVEES CONTINUES

Parmi les ouvrages à travées continues, le pont de DONCHERY sur la Meuse est particulièrement intéressant à étudier, car il a fait l'objet d'un grand nombre d'essais dont il a été déjà partiellement rendu compte au précédent Congrès (2 a).

Pont de Donchery

Chaque tablier à une voie de cet ouvrage comporte 2 travées continues égales de 35 m de portée chacune, constituées par 3 poutres à âme pleine de 1,90 m hors cornières, recouvertes par une dalle de 0,25 m d'épaisseur minimum. Le tablier sous voie II a été reconstruit en 1947-1948 et celui sous voie I en 1948 (fig. 5). Les mesures ont été faites sur le tablier voie II dont la dalle avait été comprimée par dénivellation d'appuis

en deux phases, les 3.2.1948 et 23.3.1948. Ce mode d'exécution en deux temps permet :

- a) d'obtenir, au droit des appuis, l'effort de compression nécessaire pour éliminer les contraintes de traction dans le béton, quelle que soit la position des surcharges sur l'ouvrage;
- b) de limiter, en travée, les efforts de compression du béton, en réduisant les contraintes internes que provoquerait une dénivellation en un temps;

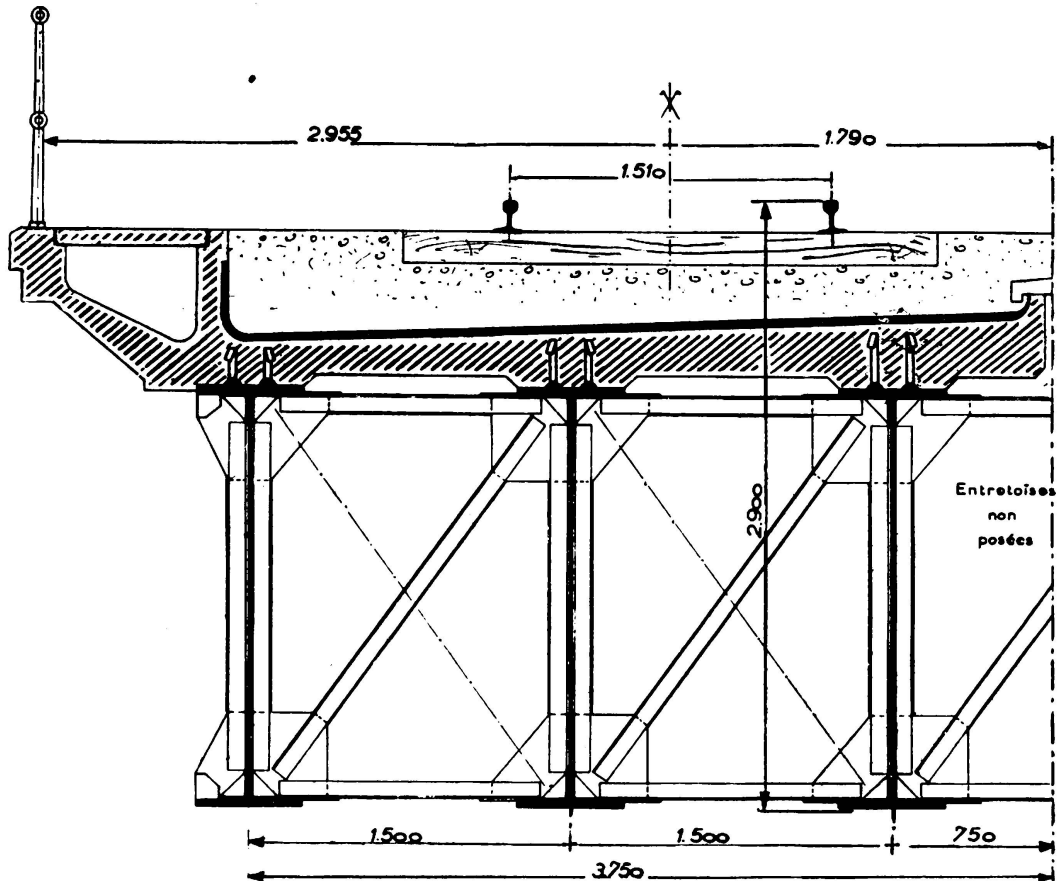


FIG. 5. Pont de DONCHERY. Tablier sous voie II

- c) de réaliser une sorte de matage des joints, séparant les divers tronçons de la dalle, existants par suite du bétonnage en plusieurs temps.

Les témoins sonores P_1 et P_6 noyés dans le béton de la dalle sont placés respectivement au droit de l'appui intermédiaire et en milieu de la travée. Les mesures ont été effectuées depuis l'époque du coulage de la dalle jusqu'en 1955 dans les mêmes conditions de température à 2 ou 3 degrés près ⁽³⁾ ce qui a permis d'interpréter directement les mesures des déformations du béton (fig. 6).

⁽³⁾ Il n'en a pas été de même au pont de LUMES, (annexe VI) où les variations des mesures des témoins suivent très fidèlement celles des états de température (fig. 7).

Le tableau de l'annexe V donne ces déformations au droit de l'appui et en travée au cours des différentes phases de la précompression et après la mise en service du tablier.

Traduits en courbe, ces relevés mettent en évidence une très légère augmentation des accourcissements, sans influence d'ailleurs sur la valeur des déformations instantanées sous surcharge (fig. 8).

Par contre, les mesures faites à différentes hauteurs sur les poutres métalliques ne décèlent aucune modification dans le temps.

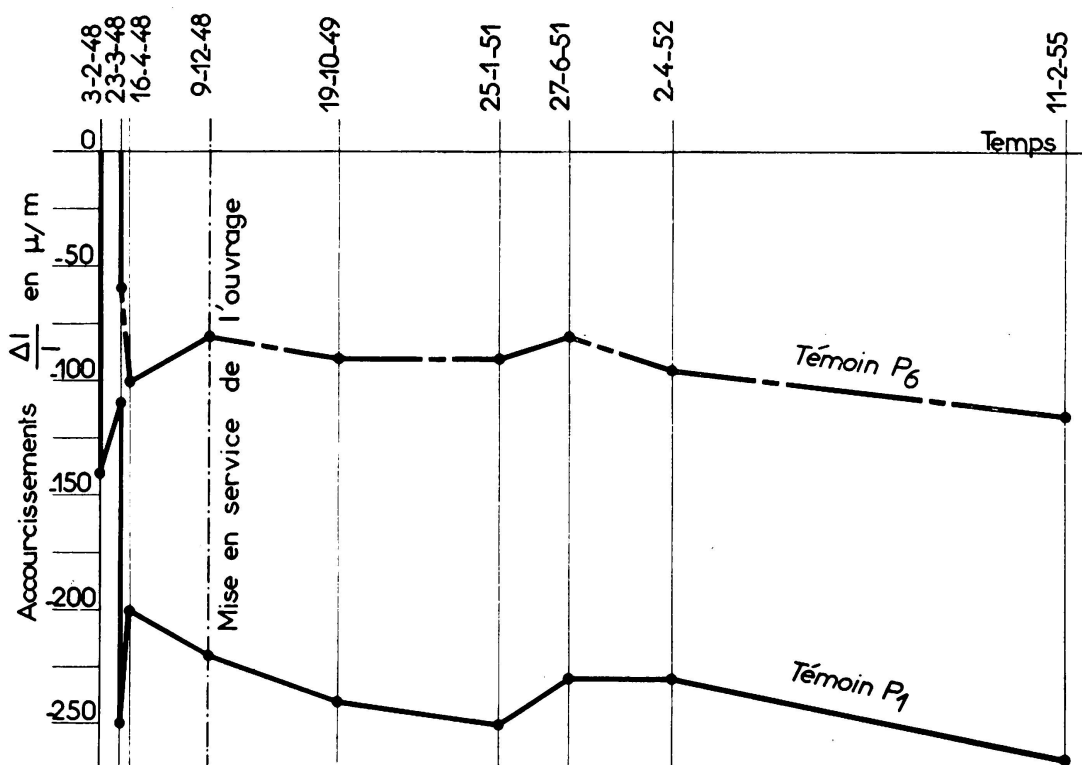


FIG. 6. Pont de DONCHERY. Déformation du béton sans surcharge

Tout se passe comme si les déformations de l'acier ne variaient plus ou ne variaient que d'une quantité trop faible pour être mise en évidence par les appareils de mesure (fig. 9).

Le rapprochement de ces mesures permet de penser que l'ensemble métal-béton est parvenu sur cet ouvrage (qui date de 1948) à un état de quasi stabilisation.

Pont du Theux

L'examen des mesures faites au pont du THEUX permet d'aboutir à des conclusions analogues aux précédentes.

Rappelons que chaque tablier de cet ouvrage qui comporte 3 travées continues de 25 m de portée chacune est constitué par 4 poutres à âme pleine de 1,30 m hors cornières, recouvertes par une dalle de 0,25 m d'épaisseur minimum. Seul le tablier sous voie II a été construit avec précompression du béton par dénivellation des appuis.

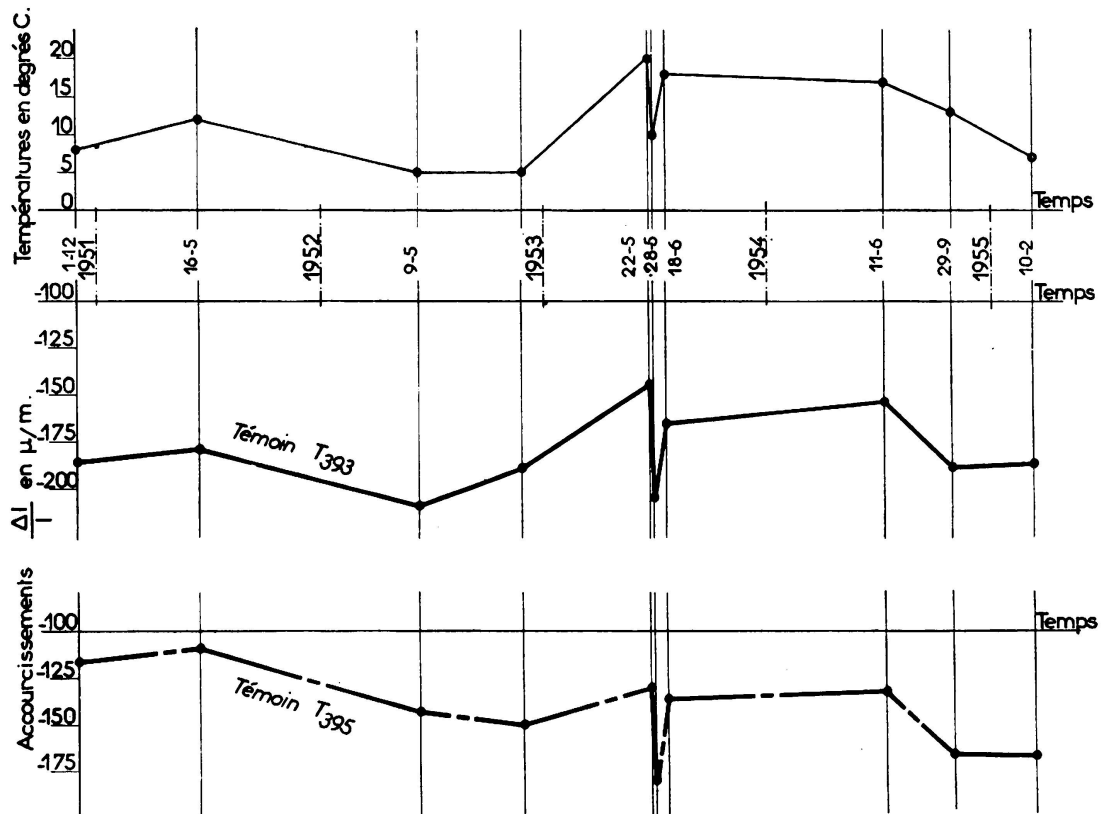


FIG. 7. Pont de LUMES. Déformation du béton sans surcharge et états de température

Les témoins sonores sont disposés de la façon suivante :

- le témoin T_6 est au milieu d'une travée de rive,
- le témoin T_9 est au milieu de la travée centrale,
- le témoin T_4 est sur l'appui séparant les 2 travées de T_6 et de T_9 .

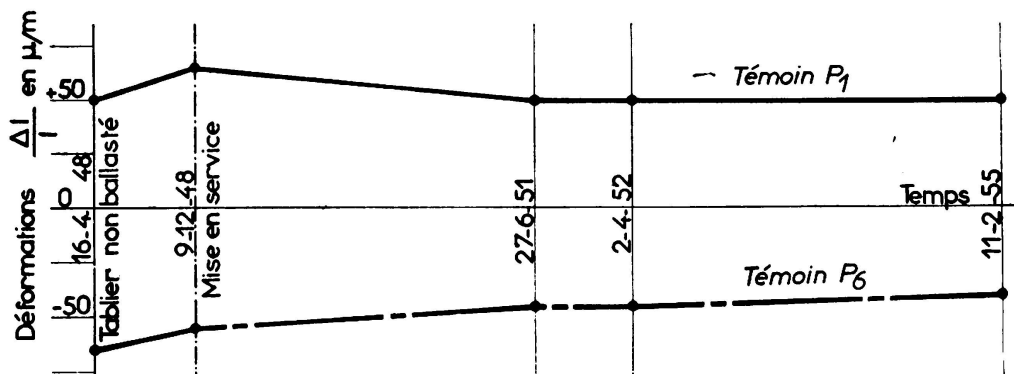


FIG. 8. Pont de DONCHERY. Déformation du béton sous surcharge

En annexe sont groupés les résultats concernant les déformations du béton de la dalle avec et sans surcharge à différentes époques (annexe VII).

Viaduc sur la Cèze

Ce viaduc à deux voies, construit en 1935, comporte 4 travées de 26,80 m — 32,50 m \times 2 et 26,80 m de portée. L'ossature en est constituée par 6 poutres droites continues à âme pleine de 1,80 m de hauteur reliées par de nombreuses entretoises métalliques. La dalle en béton armé formant platelage de 0,20 m d'épaisseur moyenne repose sur les semelles supé-

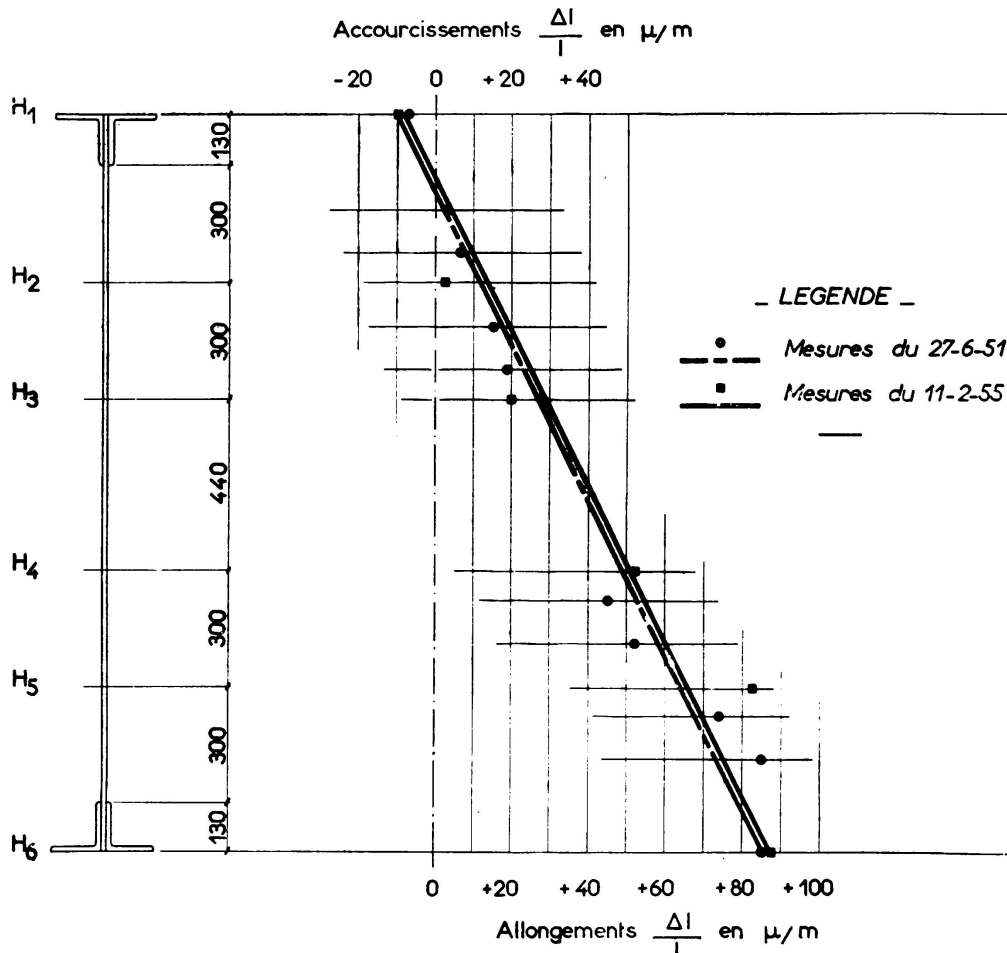


FIG. 9. Pont de DONCHERY. Poutre médiane. Déformation de l'acier sous surcharge

rieures des poutres et n'a été ni précomprimée par dénivellation d'appuis au moment de son coulage ni renforcée pour éviter toute fissuration.

L'ouvrage a été calculé sans intéresser le béton à la résistance sous l'action des surcharges.

Les tableaux de l'annexe IX rassemblent les résultats des mesures effectuées sur les poutres depuis la construction sous la charge de locomotives du type 141-C suivies de leur tender :

- 1°/ en travée de rive,
- 2°/ sur la pile centrale de l'ouvrage.

Les appareils de mesures ont été disposés pour chaque essai sur les membrures supérieures et inférieures de chacune des 6 poutres.

On constate depuis cette époque :

- 1°/ en travée de rive, une augmentation des accourcissements des membrures comprimées et une diminution des allongements des membrures tendues;
- 2°/ sur appui, une diminution des déformations dans les parties comprimées comme dans les parties tendues.

Il ne faut toutefois pas attacher à tous ces résultats une importance aussi grande qu'à ceux de LUMES, DONCHERY ou le THEUX, car les essais n'ont porté ici que sur un ouvrage en voie de stabilisation depuis déjà longtemps.

CONCLUSIONS

A/ Ouvrages à Travées Indépendantes

Une comparaison prudente des divers essais effectués sur des tabliers à travées indépendantes donne l'impression que la répartition définitive des efforts entre la dalle et l'ossature métallique s'effectue seulement après une période d'adaptation de quelques années au cours de laquelle s'est produite une certaine plastification du béton qui suit par ailleurs sa courbe de durcissement normale. Tout se passe au début comme s'il existait une relation entre la valeur du fluage et celle des déformations instantanées sous surcharge.

B/ Ouvrages à Travées Continues

Deux cas peuvent se présenter selon le mode d'exécution du béton :

- a) La dalle a été précomprimée avant la mise en service ou réalisée avec une armature suffisante pour absorber sans fissuration du béton les moments négatifs sur appuis.

L'examen des mesures de déformation avec et sans surcharge dans le béton au droit des appuis sur pile fait ressortir, comme le montrent les essais effectués au pont de DONCHERY, une quasi-invariabilité dans le temps des déformations initiales du béton. Tout se passe comme si la précompression de la dalle empêchait tout fluage du béton.

- b) La dalle n'a pas été mise en compression préalable ou ne possède pas une armature suffisante pour résister aux risques de fissuration au droit des appuis. L'ouvrage se comporte alors entre les fissures de la dalle comme une poutre à travées indépendantes.

ANNEXE I

TRAVEES INDEPENDANTES
DEFORMATIONS DU BETON (en μ/m)

Bouzonville — Pont sur la vallée de la Nied

Témoins sonores Coyne Type R 141 (longueur 141 mm)

A/ sans surcharge

Date	Température en degrés C	Témoin T ₁	Témoin T ₂	Témoin transversal T ₃
20.11.1952	- 5	0	0	0
29. 7.1953	18	- 58,5	- 33,5	- 51
3. 3.1955	- 3	- 91,5	- 51,5	- 21,5

B/ sous surcharge locomotive 150-X

Date	Témoin T ₁	Témoin T ₂	Témoin transversal T ₃	Rapport $\frac{2 T_3}{T_1 + T_2}$
20.11.1952	- 125	- 90	10	0,093
29. 7.1953	- 115	- 75	12,5	0,130
3. 3.1955	- 85	- 65	12,5	0,167

Pfaffenhoffen — Pont sur la Moder

Témoins sonores Coyne type M 200 (longueur 200 mm)

sous surcharge (150 Y)

Date	Témoin P ₁	Témoin P ₂
26.9.1947	- 30	- 35
22.6.1948	- 30	- 50
	- 35	- 40
8.6.1951	- 30	- 40
	- 30	- 40
24.2.1955	- 15	- 35
	- 15	- 35

ANNEXE II

TRAVEES INDEPENDANTES**DEFORMATIONS DU METAL (en μ/m) et FLECHES (en mm)****Bouzonville — Pont sur la vallée de la Nied**

Acier sous surcharge: Extensomètres Huggenberger

Date	H ₁	H ₂	H ₃	Observations
20.11.1952	220	150	150	(*) La mesure n'a pu être faite.
29. 7.1953	137	135	—(*)	
3. 3.1955	— (*)	140	130	

Sous surcharges (machine 150-X)

Flèches des poutres 1 et 2 — Fleximètres Richard

Date	Poutre 1	Poutre 2	Observations
20.11.1952	9	9	mesure non faite en 1953
29. 7.1953	—	—	
3. 3.1955	7,6	7,8	

Pfaffenhoffen — Pont sur la Moder

Acier sous surcharges (machines 150 Y)

Extensomètres Huggenberger

Date	Poutre 1	Poutre 2	Poutre 3	Poutre 4	Poutre 5	Observations
22.6.1948	90	90	100	100	110	Les extensomètres sont disposés au milieu de la portée sur l'aile inférieure des poutres suivant le biais de l'ouvrage.
4.8.1949	68	75	72,5	77,5	75	
24.2.1955	—	77,5	72,5	65	69	

ANNEXE III

TRAVEES INDEPENDANTES
FLECHES SOUS SURCHARGES (en mm)

Joinville-le-Pont — Pont sur l'Avenue des Canadiens

Surcharge (machine 230 K)

Flèches des poutres 1, 2, 3, 4 sous voie 1 — Fleximètres Richard

Date	Poutre 1	Poutre 2	Poutre 3	Poutre 4
10.7.1942	11,2	20,0	20,6	19,4
11.4.1944	13,5	13,6	14,4	15,2
27.5.1947	16,2	15,2	16,0	18,0
18.1.1949	{ 15,2	{ 14,8	{ 17,2	{ 18,2
	{ 15,6	{ 15,0	{ 17,2	{ 18,9
15.2.1955	16,0	17,0	15,5	17,5

ANNEXE IV

TRAVEES INDEPENDANTES
DEFORMATIONS DU METAL (en μ/m) et FLECHES (en mm)

Sury-le-Comtal — Pont sur la Mare

A — *Flèches des Poutres* (Fleximètres Richard)

Date	Poutre 1	Poutre 2	Poutre 3	Poutre 4
1943	11,2	11,2	11,0	11,2
1955	11,0	11,0	11,4	11,2

B — *Déformations poutres 1 et 3* — Cordes sonores

Poutre	Corde n° 1		Corde n° 2		Corde n° 3		Corde n° 4	
	1943	1955	1943	1955	1943	1955	1943	1955
1	- 10	- 25	55	45	183	120	167	120
3	- 18	- 15	131	100	148	120	170	120

ANNEXE V

TRAVEES CONTINUES
DEFORMATIONS DU BETON (en μ/m)

Donchery — Pont sur la Meuse (voie 2)

Témoins sonores Coyne type M 200 (longueur 200 mm)

A — Sans surcharge

Date		Témoïn P ₁		Témoïn P ₆		Observations
		depuis l'origine	depuis la mise en service	depuis l'origine	depuis la mise en service	
3.2.1948	5	0	—	—	—	avant 1ère dénivellation. après 1ère dénivellation. avant 2ème dénivellation. après 2ème dénivellation.
3.2.1948	5	- 140	—	—	—	
23.3.1948	5	- 110	—	0	—	
23.3.1948	5	- 250	—	- 60	—	
9.4.1948	5	- 230	—	- 90	—	
16.4.1948	5	- 200	—	- 100	—	
9.12.1948	5	- 220	0	- 80	0	Mise en service de l'ouvrage.
19.10.1949	5	- 240	- 20	- 90	- 10	(*) voir observation Tableau B ci-après.
25. 1.1951	5	- 250	- 30	- 90	- 10	
26. 1.1951	0	—	—	- 105	- 25	
27. 6.1951	7	- 230 (*)	- 10	- 80	0	
2. 4.1952	5	- 230	- 10	- 95	- 15	
11. 2.1955	2	- 265 (*)	- 45	- 115	- 35	

B — Sous surcharge (machine 150 E)

Date		Témoïn P ₁		Témoïn P ₆		Observations
		depuis l'origine	depuis la mise en service	depuis l'origine	depuis la mise en service	
16. 4.1948	5	50	—	- 60	—	(*) Réserve de compression sous surcharge variant de 180 à 215 μ/m avec la température.
9.12.1948	5	65	0	- 55	0	
27. 6.1951	7	50 (*)	- 15	- 45	10	
2. 4.1952	5	50	- 15	- 45	10	
11. 2.1955	2	50 (*)	- 15	- 40	15	

NOTA: le témoin P₁ est situé dans le béton au droit de l'appui intermédiaire.
le témoin P₆ est situé dans le béton de la dalle en milieu de travée.

ANNEXE VI

TRAVEES CONTINUES
DEFORMATIONS DU BETON (en μ/m)

Lumes — Pont sur la Meuse

Témoins sonores Coyne type R 141 (longueur 141 mm)

Sans surcharge

Date	Température en degrés C	Témoin T 393	Témoin T 395	Observations
	5	0	—	Mesure initiale sur T 393
	5	- 115	—	
6. 4.1950	15	- 83	0	— d° — sur T 395
20. 4.1950	15	- 210	40	
	8	- 180	—	
1. 12.1950	8	- 186	116	
16. 5.1951	12	- 179	109	
18. 5.1951	15	- 165	95	
9. 5.1952	5	- 210	143	
24. 10.1952	5	- 190	150	
22. 5.1953	20	- 145	130	
28. 5.1953	{ 10	{ - 205	{ 180	
	{ 12	{ - 194	{ —	
29. 5.1953	15	- 190	160	
29. 5.1955	20	- 160	125	
18. 6.1953	15	- 175	145	
18. 6.1953	18	- 166	136	
11. 6.1954	17	- 159	132	
29. 9.1954	13	- 189	166	
10. 2.1955	7	- 187	167	

NOTA: Le témoin T 393 est situé dans le béton au droit d'un appui intermédiaire.

Le témoin T 395 est situé dans le béton de la dalle, en milieu de la travée de rive.

ANNEXE VII

TRAVEES CONTINUES
DEFORMATIONS DU BETON (en μ/m)

Le Theux — Pont sur la Meuse

Témoins sonores Coyne type M 200 (longueur 200 mm)

A — Sans surcharge

Date	Température en degrés C	Témoin T4		Témoin T6		Témoin T9		Observations
		depuis l'origine	depuis la mise en service	depuis l'origine	depuis la mise en service	depuis l'origine	la mise depuis en service	
2.12.1948	- 5	0	—	—	—	—	—	avant 1ère dénivellement. après 1ère dénivellement. avant 2ème dénivellement. après 2ème dénivellement. tablier terminé
2.12.1948	- 5	- 120	—	—	—	—	—	
4. 1.1949	- 7	- 115	—	0	—	0	—	
5. 1.1949	0	- 225	—	- 85	—	- 65	—	
25. 1.1949	- 5	- 240	—	- 90	—	- 115	—	
10. 2.1949	0	- 210	0	- 85	0	- 105	0	Mise en service de l'ouvrage.
11. 2.1949	0	- 230	- 20	- 100	- 15	- 115	- 10	(*) voir observation tableau B ci-après.
23. 2.1949	5	- 240	- 30	- 80	5	- 75	30	
28. 2.1951	0	- 240	- 30	- 100	- 15	- 115	- 10	
1. 3.1951	5	- 270	- 60	- 125	- 40	- 140	- 35	
1. 3.1951	0	- 240 (*)	- 30	- 90	- 5	- 115	- 10	
2. 3.1951	0	- 240	- 30	- 95	- 10	- 125	- 20	
14. 3.1951	0	- 240 (*)	- 30	- 90	- 5	- 125	- 20	
14. 3.1951	3	- 225	- 15	- 70	15	- 115	- 10	
16. 3.1951	5	- 200	10	- 70	15	- 105	0	
12. 4.1951	5	- 205	5	- 70	15	- 100	5	
23. 4.1952	0	- 260	- 50	- 100	- 15	- 150	- 45	
23. 6.1954	15	- 210	0	- 60	25	- 110	- 5	
10. 2.1955	5	- 240	- 30	- 90	- 5	- 150	- 45	

B — Sous surcharge (machine 141 R)

Date	Témoin T4	Témoin T6	Témoin T9	Observations
10.2.1949	80	- 45	- 40	(*) Réserve de compression sous surcharge = 240 — — 65 = 175 μ/m .
19.2.1951	70			
23.2.1951	75			
28.2.1951	65			
1.3.1951	65 (*)	- 50	- 55	
14.3.1951	65 (*)			
12.4.1951	—	- 40	- 40	

ANNEXE VIII

TRAVEES CONTINUES
DEFORMATIONS DE L'ACIER (en μ/m)

Donchery — Pont sur la Meuse

Acier sous surcharge (machine 150 E)

Extensomètres. Huggenberger

Date	H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	H ₅	H ₆
27.6.1951	- 6,5	9	21,5	41	65	83
11.2.1955	- 9	2	20	52	81	87

ANNEXE IX

TRAVEES CONTINUES
DEFORMATIONS DE L'ACIER SOUS SURCHARGE (en μ/m)

Viaduc sur la Ceze (la surcharge se trouvant sur la voie 2 côté des poutres 4, 5 et 6)

A — Travée n° 1

Date	Poutre 1	Poutre 2	Poutre 3	Poutre 4	Poutre 5	Poutre 6	Observations
5.1935	- 0,02	- 0,04	- 0,06	- 0,08	- 0,51	- 0,18	membrure comprimée
10.1935	- 0,02	- 0,04	- 0,20	- 0,14	- 0,27	- 0,10	
10.1942	0	- 0,27	- 0,18	- 0,36	- 0,78	- 0,45	
4.1950	- 0,56	- 0,16	- 0,41	- 0,60	- 0,40	- 0,52	
2.1955	- 0,41	- 0,25	- 0,38	- 0,69	- 0,56	- 0,50	
5.1935	0,39	0,71	1,02	1,53	2,04	2,44	
10.1935	0,33	0,76	1,15	1,27	2,42	2,55	
10.1942	0	0,18	0,96	1,78	2,28	2,94	
4.1950	0,52	0,44	0,77	1,45	1,52	2,32	
2.1955	0,44	0,62	0,31	1	1,56	2	

B — Pile n° 2

Date	Poutre 1	Poutre 2	Poutre 3	Poutre 4	Poutre 5	Poutre 6	Observations
5.1935	- 0,12	- 0,81	- 1,26	- 2,30	- 2,18	- 3,04	membrure comprimée
10.1935	- 0,01	- 0,75	- 0,70	- 2,29	- 2,12	- 3,75	
10.1942	- 0,14	- 0,68	- 1,48	- 2,51	- 2,45	- 3,84	
4.1950	- 0,40	- 0,70	- 0,89	- 2,59	- 2,89	- 3,64	
2.1955	- 0,14	- 0,61	- 0,69	- 1,81	- 2,125	- 3,81	
5.1935	0,26	0,31	1,01	0,67	1,06	1,69	
10.1935	0,14	0,25	0,51	0,60	1,12	1,81	
10.1942	0,14	0,31	0,35	1	1,14	2,08	
4.1950	0,18	0,17	0,33	1,02	1,21	1,92	
2.1955	0	0	0,125	0,80	1	1,375	

R É S U M É

M. GUERIN expose dans ce mémoire les résultats des mesures effectuées depuis plusieurs années sur un certain nombre d'ouvrages mixtes en service à la S. N. C. F., afin de connaître leur comportement dans le temps.

Les constituants des ouvrages mixtes acier-béton n'évoluent pas de la même manière selon que ces ouvrages sont constitués par des tabliers à travée indépendante ou par des tabliers à travées continues.

Dans le premier cas, la répartition des efforts s'effectue seulement après une période d'adaptation de quelques années.

Dans le second cas, on observe, lorsque le béton de la dalle a subi une compression préalable par dénivellation d'appuis, une quasi-invariabilité des déformations initiales du béton.

S U M M A R Y

The author presents the results of measurements carried out over a number of years on some composite construction bridges used by the French Railways, in order to study their behaviour through time.

The evolution of the constituents of a steel-concrete composite bridge depends on whether the floor system is of the independent span type or of the continuous beam type.

For the former type, the stress repartition only takes place after an adaptation period of several years.

For the second type, when the concrete of the slab has been submitted to a preliminary compression by the vertical staggering of the supports, it is observed that the initial deformations of the concrete remain practically constant.

ZUSAMMENFASSUNG

In dieser Arbeit beschreibt M. Guérin die Ergebnisse der an einer bestimmten Anzahl Verbundkonstruktionen der S. N. C. F. während mehrerer Jahre vorgenommenen Messungen. Diese sollten über das «Altern» der Bauwerke Aufschluss geben.

Das Verhalten der Verbundkonstruktionen (Stahl-Beton) ist verschiedenartig, je nachdem es sich um einfache oder durchlaufende Balken handelt.

Im ersten Fall vollzieht sich die Spannungsverteilung erst nach einer Anpassungszeit von mehreren Jahren. Im zweiten Fall, wenn der Beton infolge einer Stützenabsenkung zusammengedrückt worden ist, stellt man fest, dass später keine Formänderungen mehr auftreten.

R E S U M O

O autor expõe os resultados das medições efectuadas desde alguns anos em pontes de construção mixta em serviço na Sociedade Nacional dos

Caminhos de Ferro Franceses, para determinar o seu comportamento em função do tempo.

A evolução dos materiais que constituem as pontes de construção mixta aço-betão é diferente para tabuleiros de tramos independentes ou tabuleiros contínuos.

No primeiro caso, a repartição dos esforços só se efectua após um período de adaptação de alguns anos.

No segundo caso, quando o betão da lage fôr submetido a uma compressão prévia por desnivelamento dos apoios, observa-se uma quase invariabilidade das deformações iniciais do betão.

Leere Seite
Blank page
Page vide

I a 6

Das Verhalten von Tragwerken im Phasenraum

Comportamento das estruturas nas diversas fases de equilibrio

Comportement des ouvrages dans les différentes phases d'équilibre

Behaviour of structures in the different stages of equilibrium

ZARMAYR MIGIRDIC'YAN

Beratender Ingenieur für das Bauwesen
Düsseldorf

I. Einleitung.

Die ständige Verbesserung der Festigkeitseigenschaften in Baumaterialien hat dem schaffenden Ingenieur den Impuls gegeben, im Bauwesen immer neuere Möglichkeiten zu suchen.

Dadurch entstanden Bauwerke grösserer Dimensionen mit verhältnismässig niedrigerem Eigengewicht und später auch die Leichtbauweise.

So wurde man jedoch gezwungen, weit grössere Verformungen mit ihren unvermeidlichen Schwankungen in Kauf zu nehmen, wodurch wiederum neue Sorgen um die Sicherheit der Bauwerke mit ihren Problemen auftraten.

Um alles in einem Mindestmass zu halten, bereicherte man das Bauwesen mit der Schaffung von Hänge- und Netzwerken und letztlich mit der vorgespannten Bauweise, die ihrerseits wiederum zur Erweiterung der im Bauwesen geschaffenen Möglichkeiten beigetragen haben.

Um mit der modernen Bauweise Schritt halten zu können, musste man auch die Festigkeitslehre entsprechend ausbauen. Dadurch entstanden immer wieder zusätzliche Theorien über Stabilität, Plastizität und dynamische sogar aerodynamische Berechnungsverfahren sowie Theorie II. Ordnung usw.

Es ist aber trotz der vielen Verbesserungen, die inzwischen in der Festigkeitslehre gebracht worden sind, bisher noch nicht möglich gewesen, eine einheitliche und befriedigende Antwort auf alle Fragen zu geben, die auch durch nachträgliche Versuche infolge Probelastungen restlos bestätigt worden wäre. Es hat oftmals sogar den Anschein, als ob die Wahrheit hinter komplizierten und recht undurchsichtigen Formeln verborgen bleibt.

M. E. liegt der Grund darin, dass wir uns bisher beim Verhalten des Balkens äusseren Einflüssen gegenüber, nur auf sein mehr oder weniger willkürlich festgelegtes Spannungsbild verlassen haben, ohne Rücksicht auf den Verformungsverlauf zu nehmen, welcher bei den verschiedentlichen Abmessungen eines Trägers, mit schärferen Randbedingungen im endlichen Durchbiegungsbereich, eine entscheidende Rolle spielt und gewissermassen seinen Kreislauf darstellt.

Anfangs, wenn die Verformungen noch verschwindend klein sind im Bereich, in dem man die Biegelinie mit der ursprünglichen verwechseln kann, sind die Querschnittsspannungen als ein Masstab für die Festigkeit des Trägers anzusehen, wenn aber die Verformungen endliche Werte annehmen, tritt man in einen anderen Bereich mit entsprechenden Bedingungen ein; dabei verlieren wiederum viele Annahmen in der Festigkeitslehre wie die *Gleichwertigkeits-* und *Gleichzeitigkeitsprinzipien* ihre Gültigkeit.

Das zeigen schon jeweilig die Stabilitätsfälle, die oft unangenehme Überraschungen gebracht haben.

Dabei ist nicht zu vermeiden, dass man gezwungen wird, die gesamte Festigkeitslehre von Grund auf von einem weit höheren Standpunkt aus zu betrachten, anstelle der bisherigen Versuche, die Statik dauernd zu verbessern, wenn man eine Ruhelage im Gleichgewicht mit einer bestimmten Sicherheit erreichen will.

Mit diesem kleinen Beitrag auf einem so umfrangreichen Gebiet soll nur versucht werden, ohne in die Details einzudringen, dem Gedankengang einen vorgeschlagenen Weg zu weisen, der gestützt auf die moderne Physik, alle bisherigen Fragen in der Bautechnik einheitlich zu beantworten in der Lage ist.

II. Allgemeines über den Verformungsvorgang.

Im allgemeinen hat man bisher die äusseren Einflüsse bei Bauwerken in einem räumlichen Koordinatenraum aufgefasst und verlangt, dass auch die Träger bei Formänderungen immer in entsprechenden Richtungen reagieren, resp. man hat sie sogar dazu gezwungen. Dabei wurde stillschweigend angenommen, dass der Stab in anderen Richtungen unendlich steif ist. Auch die Annahme eines festen Spannungsbildes setzt die Starrheit des Querschnitts voraus.

Andererseits aber verfolgt der Stab im ideal elastischen Bereich seine eigenen Gesetze, gesteuert von der aufgespeicherten Widerstandsenegie durch die Verformung. Am Anfang stimmen beide Richtungen von Belastung und Verformung des Stabes überein, während bei der fortgesetzten Formänderungen der Träger, dieser der ihm aufgezwungenen Koordinatenrichtung im Rahmen seines Verformungsvorganges in schwächerer Richtung ausweicht. (Stabilitätsfälle) Er reagiert also im Komplexenraum. Er folgt ferner dem Wellengesetz. In diesem Falle ist der ganze Formänderungsvorgang gekennzeichnet durch den Verlauf der Verformungslinie, die gleichzeitig für die Stabilität des Gleichgewichtes massgebend und durch die Variationsrechnung zu erfassen ist.

Um Formänderungsprobleme allgemein behandeln zu können, wird hier anstelle des bisherigen Versuches, von der Theorie des unendlich kleinen Verformungsbereiches zu der endlichen überzugehen, der umgekehrte Weg vorgeschlagen, der zuerst die allgemeinen Gesetzmässigkeiten im endlichen Verformungsbereich behandelt und dann die Konsequenz für die verschwindend kleinen gezogen (Randwertaufgabe).

III. Grundbegriffe.

Im allgemeinen betrachten wir einen Träger als eine aufgespeicherte Energie mit Formänderungsvermögen, entstanden und messbar durch die ursprüngliche Gestaltung, die den äusseren Angriffen mit Anpassung Widerstand leistet. Diese Anpassung erfolgt durch die Verschiebung, mittels Einsetzung verschiedener Koordinaten des Energievermögens hintereinander in der Weise, dass dadurch die verschiedenen Zustände der Formänderung, Bewegung, Wärme, Strahlung, usw. periodisch entstehen, in unabhängiger Reihe von den durch äussere Einflüsse aufgezwungenen entsprechenden Vorgängen.

Wenn auch im starren Gleichgewichtsbereich (mit unendlich kleinen Verformungen), die Phasen des Angriffs und Widerstandes allgemein miteinander übereinstimmen, so verschieben sie sich aber oft im elastischen Gleichgewichtsbereich (endlicher Verformungsbereich) durch Verzögerung miteinander (Phasenverschiebung).

IV. Gleichgewichtszustände.

Um die Standsicherheit zu gewährleisten, sollen die Bauwerke unter äusseren Einflüssen in Form von Schwere, Bewegung, Temperatur, Strahlung, usw. im stabilen Gleichgewicht, im grösstmöglichen Bereich stehen (Ruhe).

Es ist vorteilhafter wenn man die Gleichgewichtszustände zwischen Angriff und Widerstand veränderlich betrachtet. Dadurch sind die Gleichgewichtsbereiche wie folgt zu unterscheiden:

- 1.) STARRES GLEICHGEWICHT durch verschwindend kleine Verformung mit unendlich grosser Widerstandsenergie (starre Balken). In diesem Bereich sind die äusseren Einflüsse und ihre Ableitungen durch den Stab verzerrt, sodass alle Querschnitte ihnen gleichmässig Widerstand leisten. Dadurch kann man jeden Querschnitt für sich behandeln. Ferner ist in diesem Bereich das *Gleichwertigkeitsprinzip* (Äquivalenz) uneingeschränkt gültig, weshalb die äusseren Einflüsse durch Schnittkräfte ersetzbar sind, während die Spannungstheorie der heutigen Festigkeitslehre für die Auswertung des Widerstandswesens genügt.

Hier ist der Stabilitätsbereich unendlich gross. Da reichen die Gleichgewichtsbedingungen der Statik, zusammen mit den natürlichen Randbedingungen des Trägersystems für die Festigkeit aus. Auch in diesem Bereich ist das *Gleichzeitigkeitsprinzip* gültig, sodass im allgemeinen die Spannungen mit grösserem

Dämpfungsvermögen gleichzeitig mit den entsprechenden Vorgängen der äusseren Einflüsse erscheinen.

Die Koordinaten der Widerstandsenergie vom Träger, wie Raum, Zeit, Temperatur, usw. sind zwar miteinander durch das Spektrum getrennt, stimmen aber paarweise mit den entsprechenden äusseren Angriffsrichtungen überein.

Der Verformungszustand ist rasch umkehrbar, solange der Spannungszustand im elastischen Bereich liegt.

- 2.) DER ELASTISCHE GLEICHGEWICHTSZUSTAND (halbstarre Balken) mit endlich-grosser Verformung ist gekennzeichnet durch beschränkte Widerstandsenergie. Hier ist der räumliche und zeitliche Verformungsverlauf entscheidend für das Verhalten des Trägers äusseren Einflüssen gegenüber. Die Querschnittsspannungen reichen nicht aus, um sich ein Urteil über seine Standsicherheit bilden zu können. Die Bestimmung des Stabilitätsbereiches im Gleichgewichtszustand ist am wichtigsten. Sie ist gegeben durch die Eindeutigkeitsbedingungen des Verformungszustandes in räumlicher und zeitlicher Hinsicht. Durch die Räumliche- und Phasenverschiebung verfestigt sich die Widerstandsenergie mittels Rückstellkräfte, weshalb in diesem Bereich eine Spannungsumlagerung eintritt. Die Umkehrbarkeit des Formänderungsvorganges ist hier langsamer und nicht selbstverständlich, ausserdem nicht immer verknüpft mit dem elastischen Spannungszustand, spielt hier aber eine grosse Rolle, weil sonst der Träger den elastischen Gleichgewichtszustand verlässt.

Zu diesem Bereich kommen dann ausser den Gleichgewichts- und Randbedingungen der Statik noch die *Verträglichkeitsbedingungen* der Widerstandsenergie des Trägers mit Rändern, um in räumlicher und zeitlicher Hinsicht ein harmonisches ganzes System zu bilden. In diesem Bereich sind Gleichwertigkeits- und Gleichzeitigkeitsprinzip der Standsicherheit nur beschränkt anwendbar, weil verschiedene Phasen der Widerstandsenergie den entsprechenden äusseren Einflüssen gegenüber hinken und ineinander greifen. Dadurch ist Vorsicht geboten bei der Berechnung die einzelnen Bereiche von Angriff und Widerstand auseinander zu halten, miteinander anzupassen, um durch Verträglichkeitsbedingungen in eine eindeutige Gleichgewichtslage zu kommen. Dabei überlagern sich durch Verformung im Einflussbereich der Belastungen die Querschnittsspannungen in allen Koordinatenrichtungen und bilden die Widerstandsenergie, die sich als Vektor im komplexen Raum den äusseren Einflüssen entgegensetzt. Der ganze Vorgang ist durch Matrizen- und Tensorrechnung erfassbar.

Die Widerstandsenergie des Trägers im elastischen Bereich zwecks Massbestimmung ist durch die Einflusswerte gegeben (Greensche Funktion). Die Untersuchung des Gleichgewichtszustandes erfolgt durch den Ausgleich der vorerwähnten Einflusswerte mit den äusseren Angriffskräften. Stimmen die

Koordinaten der Widerstandsenergie mit den entsprechenden Richtungen der äusseren Einflüsse, räumlich, zeitlich und thermisch überein und sind miteinander verträglich, so ist das Gleichgewicht stabil und kann in jeder Phase getrennt behandelt werden, andernfalls ist es notwendig im komplexen Raum zu handeln, um die variable Gleichgewichtslage erfassen zu können (Netzwerke, Hängebrücken).

Dazwischen vorhandene zahlreiche kritische Stellen, die Verträglichkeitsbedingungen stören, beschränken gleichzeitig den Stabilitätsbereich des Gleichgewichtszustandes, weshalb man sie beseitigen muss.

Die künstliche Erweiterung dieser Bereiche ist praktisch durch statisch unbestimmte Lagerung, Federung, Versteifung oder Vorspannung gegeben. Das bedeutet in den beiden ersten Fällen die Unterstützung der Widerstandsenergie von aussen, im anderen Falle die Verstärkung durch die Energiezufuhr.

Die kritischen Stellen sind zahlreich und abhängig nicht nur von den verschiedenen Steifigkeiten eines Trägers sondern auch von den Randbedingungen sowie der Belastungsart und ihrem Verlauf, bestimmbar durch entsprechende Ergänzung von homogenen Differentialgleichungen unserer Biegelehre.

a) *Belastungszustand.*

In elastischen Gleichgewichtszustand, der bei den heutigen wirtschaftlichen Baukonstruktionen am häufigsten auftritt, sind die Träger besonders empfindlich gegen äussere Einflüsse.

Ihre heutige Erfassung durch miteinander unabhängige Kräfte in einzelnen Koordinateneinrichtungen ist nicht ausreichend. Sie stehen in Abhängigkeit miteinander, auch zu ihren Verformungen sowie räumlichen und zeitlichen Ableitungen (Eigengewicht, Erddruck, Schwingung, Wind, Temperatur, usw.).

Die konzentrierten Einflüsse bezw. Einzellasten, Stösse, Wärmequellen, etc. spielen hier eine sehr grosse Rolle, insofern, als sie sehr rasch die Stabilitätsbereiche vermindern. Dadurch ist es notwendig, in diesem Bereich direkt mit den Belastungen selbst und dem entsprechenden Widerstand zu rechnen, anstatt sie durch Schnittkräfte zu ersetzen, um ihre Einflussbereiche bestimmen zu können.

b) *Berechnungsweise.*

Der elastische Gleichgewichtszustand und bei dem das Überlagerungsgesetz anwendbar ist, wird bestimmt durch die eindeutige Lage des Verformungszustandes unter äusseren Einflüssen, was zu einem stabilen Gleichgewicht führt. Die vorgeschlagene Berechnung erfolgt synthetisch

und zwar direkt zwischen Belastungsfunktion und Widerstandsenergie mit veränderlichen Randbedingungen über Variationsrechnung durch die Funktionalgleichungen (Integralgleichungen) mittels Eigenwertaufgabe. Diese Berechnungsweise erfasst ausser Gleichgewichts- und Randauch Stabilitätsbedingungen.

Die kritischen Stellen eines Trägers werden entfernt durch Erweiterung des stabilen Bereiches mittels analytischer Fortsetzung.

Wenn erst einmal unser Trägersystem für einen bestimmten Belastungszustand von entsprechenden kritischen Stellen befreit ist, wodurch die Verträglichkeitsbedingungen erfüllt sind, dann ist auch das Gleichgewicht stabil und *nur dann kommt die Spannungstheorie zur Anwendung*. Somit ist auch der Sicherheitsgrad bestimmt.

Das vorgeschlagene Berechnungsverfahren zeichnet sich besonders durch die zahlreichen Randbedingungen aus, weil die Iteration in sehr einfacher Form erfolgen kann und auch von fachlich nicht geschulten Kräften ebenso mittels Integrieranlagen durchführbar ist.

- 3.) **PLASTISCHER GLEICHGEWICHTSZUSTAND.** Dieser Zustand des Gleichgewichts ist nicht umkehrbar. Die Widerstandsenergie ist unbestimmt. Die Stabilität des Gleichgewichts ist nur durch die einzelne Lage der Biegelinie begrenzt. Im allgemeinen ist die Eindeutigkeit des Gleichgewichtszustandes fraglich. Dieser Zustand ist nicht geeignet für Wechselbelastungen und bei ruhenden Belastungen nur innerhalb des Überlagerungsbereiches anwendbar. Der Sicherheitsgrad ist ebenso beschränkt.

ZUSAMMENFASSUNG.

Durch den in der vorliegenden Arbeit beschriebenen Gedankengang bei der Erfassung der verschiedenen Phasen des Gleichgewichtszustandes direkt zwischen Belastungszustand und Widerstandsenergie, ist man in der Lage, die Stabilität und zeitlichen Vorgänge aufzuklären. Ferner das neue Vorspannungs- sowie n-freie Verfahren einheitlich zu begründen, sodass es möglich ist, in einem Berechnungsverfahren nicht nur die statisch unbestimmten Systeme mit ihren veränderlichen Randbedingungen wie Trägerroste, verschiebliche Rahmen, Fachwerke, Verbundbalken, usw. mit ihrem Stabilitätsbereich ohne zusätzliche Berechnungen zu erfassen, sondern auch die Systeme unter statischen Langzeitbelastungen sowie ganze dynamische Vorgänge in der Festigkeitslehre ebenso ganze Leichtbauprobleme zu lösen.

Es ist alles nichts anderes als die Einführung in die Festigkeitslehre der Eindeutigkeitsbedingungen des Gleichgewichtszustandes als Anfangsgrundlage und rechnerische Folge durch das synthetische Verfahren.

RESUMO

O método indicado pelo autor para o estudo das várias fases de equilíbrio existentes entre as condições de carga e a energia de resistência permite elucidar os problemas relativos à estabilidade e aos factores variáveis com o tempo. O referido método permite ainda estabelecer, sobre bases homogêneas, os novos métodos de preesforço e de cálculo à rotura. Torna-se portanto possível, por meio de um único processo de cálculo, não só estudar os sistemas hiperstáticos e as suas diversas condições limites, tais como reticulados de vigas, pórticos móveis, estruturas trianguladas, vigas compostas, etc., bem como o respectivo domínio de estabilidade, sem cálculos complementares, como ainda resolver os sistemas submetidos a cargas estáticas de grande duração e todos os problemas dinâmicos referentes à resistência de materiais e todos os problemas relativos às construções ligeiras.

Na realidade, o presente método de estudo, não passa de uma aplicação, como elemento base, à resistência de materiais, das condições de univocidade de equilíbrio, com cálculos ulteriores pelo método sintético.

RÉSUMÉ

Lá méthode proposée par l'auteur pour l'étude des différentes phases de l'équilibre existant entre l'état de charge et l'énergie de résistance, permet de résoudre les problèmes se rapportant à la stabilité et aux facteurs variables en fonction du temps. Cette méthode permet en outre d'établir sur des bases homogènes les nouveaux procédés de précontrainte et du calcul à la rupture. Il est ainsi possible, par un unique procédé de calcul, non seulement d'étudier les systèmes hyperstatiques et leurs différentes conditions aux limites, tels que grillages de poutres, cadres mobiles, treillis, poutres composées, etc, ainsi que leur domaine de stabilité, sans calcul complémentaire, mais encore de résoudre les systèmes soumis à des charges statiques de longue durée, ainsi que tous les problèmes dynamiques de la résistance des matériaux et les problèmes relatifs aux constructions légères.

En réalité, cette méthode, n'est autre que l'application à la résistance des matériaux, à titre de base initiale, des conditions univoques d'équilibre, les calculs ultérieurs étant faits par la méthode synthétique.

SUMMARY

The method developed by the author for the analysis of the various stages of the equilibrium existing between the loading conditions and the energy of resistance, makes it possible to clear problems related to stability and to the different factors varying through time. It further allows to establish, on homogeneous basis, the new prestressing processes and failure calculation methods. It becomes thus possible, using one single method of analysis, not only to study the statically indeterminate structures and their various boundary conditions, such as grillage beams,

mobile frames, truss systems, composite beams, etc. as well as their stability range without further calculation, but also to solve systems submitted to statical long time loading as well as all the dynamical problems dealing with the strength of materials and light construction problems.

This is nothing else than the application to the strength of materials problems of the univocal equilibrium conditions, and of the subsequent calculation by a synthetic method.

I a 7

Essais de fluage rapide de bétons

Experiments on accelerated concrete creep

Rasche Kriechversuche mit Beton

Ensaaios de fluência rápida do betão

R. PELTIER

*Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées, Directeur de Recherches
et d'Essais au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées,
Paris*

Introduction.

Le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées a effectué depuis la guerre, plusieurs essais de fluage sur des éprouvettes de béton. On citera notamment les essais des bétons du pont de VIENNE, sur le Rhône, qui ont duré six ans, et ont porté sur 24 éprouvettes prismatiques, soumises à des pressions permanentes de 0 - 20 - 45 - 60 et 80 kg/cmq. (On trouvera le compte-rendu de ces essais dans l'ouvrage de M. DURIEZ : «Traité de matériaux de construction», tome I, pages 492 à 498). Ces divers essais, qui ont été effectués avec des charges voisines des charges pratiques dans les ouvrages réels, ont permis de mettre en évidence le phénomène du fluage du béton, et de donner la forme générale des courbes de fluage en fonction du temps.

Ces courbes, comme l'a déjà indiqué M. CAQUOT, ont la même forme que celles obtenues dans la théorie de la consolidation des sols de M. TERZAGHI.

Toutefois, à ces charges relativement faibles, le fluage est toujours assez petit, donc difficile à mesurer avec précision, d'autant plus qu'il se superpose au phénomène du retrait qui donne des déformations du même ordre. Il est alors délicat de distinguer dans la déformation totale, la part qui est due au retrait, et celle qui est due fluage, d'autant plus que ces deux phénomènes ne sont probablement pas indépendants.

D'autre part, pendant ces longues durées d'essai, le béton continue son durcissement, suivant son évolution naturelle; sa structure interne

se modifie donc, et ce n'est en somme plus le même béton qui est essayé, au début et à la fin de l'essai.

Bien entendu, dans les ouvrages réels, cet enchevêtrement des effets du fluage, du retrait et du durcissement, se produit bien ainsi. Il nous a paru toutefois utile, au moins théoriquement, d'essayer d'isoler le phénomène du fluage, en utilisant de fortes charges de compression. On extrapole ainsi ce qui se passe dans les ouvrages réels; le fluage est alors fortement amplifié et accéléré; et les autres phénomènes deviennent secondaires. Dans ce qui suit, nous appelons «fluage rapide» le fluage ainsi réalisé, pour le distinguer de celui qui se produit aux charges normales dans les ouvrages réels.

Ces essais présentent l'intérêt de pouvoir se réaliser aisément. La plupart des laboratoires modernes possèdent en effet des presses de 500 tonnes très précises, qui possèdent des dispositifs automatiques de maintien d'une charge constante. Toutefois, pour ne pas immobiliser trop longtemps ces presses, nous avons toujours limité l'étude du fluage à quelques jours au maximum. Souvent les éprouvettes n'ont été soumises à cet essai que du vendredi soir au lundi matin, soit pendant la période de fermeture hebdomadaire du Laboratoire. Ces recherches ont alors pu être aisément insérées dans le programme de travail du Laboratoire.

Mais il en résulte que nous n'avons ainsi exploré qu'une partie limitée du vaste domaine d'action du fluage: celle qui correspond au début du fluage rapide.

Nous avons pu toutefois en déduire des conclusions intéressantes, qui sont exposées ci-après. Notamment, nous avons étudié les variations en fonction de la charge, de la vitesse initiale du fluage rapide; il semble que l'on puisse en déduire une définition assez précise de la limite de fluage des bétons. Nous avons pu également vérifier que l'essai de fluage rapide, lorsqu'il ne provoquait pas la rupture de l'éprouvette, améliorerait la résistance du béton, à l'essai normal de compression.

Par contre, nous avons souvent observé des ruptures des éprouvettes de béton, pendant l'essai de fluage rapide. Ces ruptures ont été assez systématiques, pour permettre de penser que la résistance du béton à une compression à charge constante était bien plus faible que la résistance à la compression dans l'essai normal. Il y a là un fait assez troublant, et qui nécessiterait de plus amples essais pour être élucidé complètement. Il conduirait à penser que le coefficient de sécurité des ouvrages soumis à des charges constantes est bien moins élevé que ce que l'on croit habituellement.

Processus Operatoire.

Les essais ont été effectués avec deux sortes de bétons à granulométrie semi-discontinue, de types souvent utilisés sur les chantiers d'ouvrage d'art. Le béton du premier type est un béton sec pour emploi en masses assez importantes, avec moyens de mise en oeuvre puissants

($\frac{C}{E}=2,70$). L'autre est un béton humilde d'un emploi courant en béton

armé ($\frac{C}{E}=2,10$).

La composition granulométrique de ces bétons est la suivante :

Béton n° 1

Ciment	370 kg.
Sable de Seine 0/6 mm.	630 kg.
Gravillon de Seine 10/25 mm.	1.250 kg.
Eau	140 litres.

Béton n° 2

Ciment	355 kg.
Sable de seine 0/4 mm.	580 kg.
Gravillon de Seine 10/20 mm.	1.250 kg.
Eau	170 litres.

Le ciment était du ciment Portland C. P. B. 250/315 Lafarge. Les éprouvettes étaient cylindriques, du type : hauteur double du diamètre. Deux sortes d'éprouvettes ont été utilisées :

- le type A de 250 cmq de section et de 40 cm. de hauteur ;
- le type B de 200 cmq de section et de 32 cm. de hauteur.

On n'a d'ailleurs pas noté de différences sensibles entre ces deux types d'éprouvettes, dans les résultats d'essais.

Les bétons ont été exécutés avec les meilleurs appareils de malaxage et de vibration du laboratoire, en apportant le plus grand soin à leur exécution. Ils ont été conservés dans une salle climatisée, à température constante ($20^{\circ} \pm 1$), et à hygrométrie constante (salle de brouillard à humidité maximum). Les éprouvettes étaient démoulées après 24 heures.

Les bétons ont été essayés à l'âge de trois mois ; ils avaient été confectionnés en plusieurs séries différentes.

Les essais avaient lieu dans la salle des presses du Laboratoire. On avait primitivement envisagé de placer les éprouvettes dans une enceinte isolante, pour les mettre à l'abri des variations de température et d'hygrométrie. Toutefois, des thermomètres et des hygromètres enregistreurs placés dans la salle au voisinage de la presse d'essai ayant montré que les variations d'hygrométrie et de température de cette salle étaient très faibles pendant la durée des essais, cette enceinte a été supprimée. Mais bien entendu, pendant chaque essai, ces thermomètres et ces hygromètres étaient installés auprès de la presse de façon, le cas échéant, à éliminer les essais pour lesquels des variations sensibles d'hygrométrie et de température auraient été observées.

La presse utilisée était une presse Losenhausenwerk de 500 tonnes, du type le plus moderne, puisqu'installée au Laboratoire des Ponts et Chaussées depuis juillet 1954. Elle était munie d'un dispositif de maintien de charges constantes, d'une régularité remarquable.

Les faces planes des éprouvettes étaient surfacées avec la plus grande régularité possible au lapidaire, puis enduites d'une très mince couche de paraffine, afin d'améliorer la régularité du contact de l'éprouvette avec les plateaux de la presse. Ces derniers étaient d'autre part enduits

très légèrement à l'huile de vaseline, pour diminuer les frottements de contact.

On a craint, un moment, que les ruptures constatées pendant les essais de fluage rapide aient été dues à la pénétration de la paraffine ou de la vaseline, dans les alvéoles et les fines fissures naturelles du béton, d'où des efforts de traction dans le béton près des bases. On observe d'ailleurs au début de la mise en compression une expulsion de la paraffine qui est laminée entre l'éprouvette et les plateaux de la presse. Toutefois, cette expulsion n'est observée qu'au début de la mise en charge, qui a d'ailleurs été prévue très lente à cet effet. D'autre part, les ruptures n'ont généralement lieu que plusieurs heures après le début de l'essai, soit à un moment où tout le fluage liquide de la paraffine est depuis longtemps terminé. Enfin, les ruptures qui ont pu être observées au moment même de la rupture (il n'y avait, en effet, pas d'observateur en permanence auprès de l'éprouvette) ont montré que les fissures de rupture s'amorçaient plutôt dans la zone centrale des éprouvettes. Toutefois, pour élucider complètement ce point, et éliminer tout équivoque, de nouveaux essais sont entrepris, en supprimant la paraffine et la vaseline.

Les variations de longueur des éprouvettes étaient mesurées à l'aide d'extensomètres électriques, du type dit «à variation de self». Ces extensomètres, fabriqués par la Société Philipps, sont suffisamment connus pour ne pas nécessiter une description complète ici. Ces extensomètres avaient une base de mesure de 20 cm. et les mesures s'effectuaient avec la précision du demi-micron environ. Sur chaque éprouvette, on a placé trois extensomètres de ce type; ils étaient fixés verticalement sur des génératrices, disposées à 120° les unes des autres; ils étaient placés dans la zone centrale de ces génératrices.

La valeur des déformations était lue sur les cadrans de ponts de mesure des extensomètres, par un opérateur qui passait à des périodes fixées à l'avance. On a préféré cette méthode de lectures à celle d'un enregistrement graphique, cette dernière étant beaucoup moins précise que la première.

Resultats des Essais.

1) *Vitesse de fluage.*

La déformation est donnée par la moyenne des indications des trois extensomètres. On n'a retenu que les essais pour lesquels ces trois extensomètres ne donnaient pas des indications trop divergentes, qui auraient été l'indice, soit d'une hétérogénéité notable du béton, soit d'un défaut de centrage de la charge, entraînant une flexion de l'éprouvette.

Toutes les courbes de déformation ont à peu près la même forme:

- Tout d'abord une déformation instantanée, correspondant à la déformation élastique de l'éprouvette, et représentée par une droite verticale sur le diagramme : déformation temps.
- Puis une petite courbe de raccordement, qui dure à peu près une demi-heure.
- Enfin un fluage à vitesse constante, qui est représenté sur le diagramme précité par une droite inclinée.

Les courbes de raccordement ont souvent été très différentes d'un extensomètre à une autre. Aussi doit-on penser qu'il y entre, pour une grande part, des phénomènes d'adaptations locales. Cette période d'adaptation est généralement courte (moins d'une demi-heure); de plus, la déformation à laquelle elle correspond est faible, par rapport à la déformation élastique d'une part, et à la déformation par fluage d'autre part. Aussi n'avons-nous finalement retenu dans nos mesures que la déformation par fluage.

Dans le tableau 1 ci-joint, on a indiqué les résultats des observations, en ce qui concerne la vitesse de fluage, c'est-à-dire la pente de la droite inclinée du diagramme précité. Ces vitesses sont exprimées en microns par mètre et par heure.

Elles donnent alors la tangente au départ de la courbe de fluage; mais elles ne permettent pas de connaître les valeurs du fluage total.

On constate que ces vitesses de fluage sont assez dispersées; aussi dispersées que la résistance à la compression des bétons par exemple.

Malgré cette forte dispersion, il semble qu'il existe une loi approximative reliant la charge et la vitesse du fluage. Cette relation semble être de la forme:

$$P - P_0 = K.V^2$$

où : P est la charge et : V la vitesse, et P_0 et K deux constantes. Avec les deux types de béton ci-dessus, on aurait :

$$\begin{aligned} \text{— pour le béton n° 1 : } P_0 &= 80, & K &= 34; \\ \text{— pour le béton n° 2 : } P_0 &= 100, & K &= 7. \end{aligned}$$

Bien que cette loi ne paraisse être qu'approximative et assez dispersée, elle permet de calculer avec une certaine précision la valeur de : P_0 , qui n'est autre que la *limite de fluage des bétons*.

Ces essais de fluage rapide donneraient donc ainsi la possibilité de définir et de mesurer la limite de fluage des bétons.

2) Résistances normales à la compression.

Une série d'éprouvettes témoins ont été essayées à la compression, suivant le processus normalisé de cet essai. Bien, entendu, ces essais étaient effectués au même âge que pour les essais de fluage rapide, soit trois mois.

Les résultats de ces essais sont les suivants :

	Résistance moyenne en kg/cmq	ECART MOYEN	
		en kg/cmq	en %
Béton n° 1	360	32	8,9
Béton n° 2	292	21	7,2

D'autre part, nous avons soumis aux essais de compression simple les éprouvettes de béton qui avaient servi aux essais de fluage rapide, et qui n'avaient pas été rompues au cours de cet essai. On constate alors des augmentations sensibles de la résistance à la compression, suivant l'essai normal. Les résultats sont donnés dans le tableau n° 2 ci-joint.

La moyenne des résistances ainsi obtenues est de : 390 kg./cmq pour le béton n° 1, et de 324 kg./cmq pour le béton n° 2, soit des augmentations respectives de résistance de 8,3 % et : 10,9 %. Il y a donc une nette augmentation de résistance. On constate en outre que cette augmentation de résistance croît avec la charge appliquée pendant l'essai de fluage rapide; mais le nombre d'essais est trop faible, et les résultats trop dispersés pour que l'on puisse même ébaucher une loi à ce sujet.

3) Ruptures par fluage rapide.

Un certain nombre d'éprouvettes se sont rompues au cours de l'essai par fluage rapide. Les temps de rupture ont varié de plusieurs minutes à plusieurs heures; sans que l'on ait d'ailleurs de mesures précises à ce sujet, puisqu'un observateur n'était pas toujours en permanence auprès de la presse pendant l'essai.

Les résultats obtenus à ce sujet sont donnés dans les tableaux ci-après :

Béton n° 1 (dont la résistance moyenne à la rupture par compression simple, dans l'essai normalisé, est de 360 kg/cmq).

Charge d'essai	Nombre d'essais	Nombre de ruptures par fluage rapide
175	3	0
200	3	2
225	3	2
250	3	2

Béton n° 2 (dont la résistance moyenne à la rupture par compression simple, dans l'essai normalisé, est de 292 kg/cmq).

Charge d'essai	Nombre d'essais	Nombre de ruptures par fluage rapide
175	3	0
200	3	3

On peut, semble-t-il, déduire de ces résultats qu'il existe une résistance à la compression sous charge permanente, nettement différente de la résistance à la compression simple donnée par l'essai normal classique. La première ne peut être connue qu'à la suite d'un grand nombre d'essais,

et en analysant ces derniers par des méthodes statistiques; on pourra par exemple définir cette résistance moyenne à la rupture sous charge constante, comme la charge constante qui correspond à 50 % de probabilité de rupture.

Cette résistance moyenne R' serait alors de: 212,5 kg/cm² pour le premier béton, et de : 187,5 kg/cm² pour le béton n° 2.

Rapportées aux résistances moyennes à la rupture par compression simple R , ces valeurs deviennent:

$$\text{— pour le béton n° 1: } \frac{R'}{R} = \frac{212,5}{360} = 0,59;$$

$$\text{— pour le béton n° 2: } \frac{R'}{R} = \frac{187,5}{292} = 0,64;$$

R' n'est donc qu'une fraction assez réduite de la résistance R . C'est là un fait assez inquiétant pour les ouvrages soumis à des charges permanentes élevées. Il est probable que pour ces ouvrages le coefficient de sécurité est bien moins élevé que celui donné par les calculs classiques, basés uniquement sur la résistance à la compression simple. Ceci peut avoir des applications pratiques dans les cas des ouvrages en béton précontraint à forte précontrainte, ou dans le cas des ponts en arcs très surbaissés.

TABLEAU N° 1

Vitesse V de fluage des bétons

Type de béton	Type d'éprouvette	Charge	Durée de l'essai	V
1	A	100	62	0,83
1	A	175	53	1,60
1	A	175	119	1,42
1	B	175	66	1,70
1	B	200	48	1,95
1	B	225	44	2,10
2	A	100	69	0,70
2	A	100	91	1,50
2	A	140	69	1,84
2	A	175	63	3,46

Les charges sont exprimées en kg. par centimètre carré.

Les durées sont exprimées en heures.

Les vitesses initiales : V de fluage sont exprimées en microns par mètre et par heure.

TABLEAU N° 2

Essais normaux à la compression après essai de fluage rapide

Type du béton	Type d'éprouvette	Charge dans l'essai de fluage rapide	Résistance à la compression simple
1	A	150	370
1	A	175	403
1	A	175	364
1	B	175	390
1	B	200	356
1	B	225	460
2	A	100	300
2	A	100	305
2	A	140	316
2	A	175	293

R É S U M É

L'auteur rapporte les résultats d'essais effectués sur de puissantes presses modernes au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées à PARIS. Ces essais ont consisté à exercer sur des cylindres de béton, des charges permanentes pendant des durées assez réduites (une semaine au maximum) ; ces charges étaient toujours relativement élevées puisque toujours supérieures à la moitié de la charge de rupture.

On explorait ainsi un domaine assez différent de celui étudié jusqu'ici par la plupart des chercheurs, et de celui où travaille réellement le béton dans les ouvrages. Il s'agissait donc d'une sorte d'extrapolation.

Le fluage a été mesuré à l'aide de capteurs électroniques très précis.

En effectuant ces essais, on a observé un phénomène nouveau. C'est la rupture par fluage des éprouvettes de béton, pour une charge permanente qui n'est que les deux tiers environ de la charge de rupture par compression dans l'essai statique. Ce phénomène est très important pour les ouvrages à forte charge permanente (ponts très surbaissés, barrages voûtes, ouvrages en béton précontraint). Aussi, fait-il l'objet de nouvelles recherches systématiques.

S U M M A R Y

The author reports results of experiments carried out with modern high power presses at the central Laboratory of «Ponts et Chaussées» in Paris. Concrete cylinders were submitted to permanent loading for

short periods of time (one week maximum); the loads were relatively high, always greater than half their collapse value.

The zone thus explored is quite different from that normally investigated by the majority of research workers and from the actual structural working conditions of concrete. These experiments were therefore an extrapolation.

Creep was measured with high precision electronic detectors.

While carrying out the experiments a new phenomenon was observed. This was the creep-caused collapse of the concrete cylinders under permanent loads approximately equal to a mere two thirds of the compression test collapse-load. This phenomenon is of great importance in structures subject to high permanent loads (flat arch bridges, arch dams, prestressed concrete structures) and is therefore being systematically investigated.

ZUSAMMENFASSUNG

Der Verfasser berichtet über die Ergebnisse der im Hauptlaboratorium der Ponts et Chaussées in Paris mit grossen, modernen Pressen durchgeführten Versuche. Diese bestanden im Aufbringen einer Dauerlast auf Betonzylinder während beschränkter Zeit (im Maximum einer Woche), wobei diese Lasten immer verhältnismässig hoch, nämlich höher als die halbe Bruchlast gewählt wurden.

Die Untersuchung erstreckte sich damit auf einen Bereich wesentlich ausserhalb des bisher von der Mehrzahl der Forscher untersuchten, sowie des wirklichen Arbeitsbereichs des Betons in den Bauwerken. Eigentlich handelte es sich um eine Art Extrapolation.

Die Messung der Kriechwerte erfolgte mit Hilfe sehr genauer, elektronischer Geräte.

Bei der Durchführung der Versuche beobachtete man eine neue Erscheinung, einen Bruch der Betonprüfkörper durch das Kriechen bei einer Dauerlast von ungefähr zwei Dritteln der Bruchlast im statischen Druckversuch. Diese Erscheinung ist sehr wichtig für dauernd stark belastete Bauwerke wie sehr flache Bogenbrücken, Bogenstaumauern, vorgespannte Bauwerke. Sie wird auch Gegenstand weiterer systematischer Untersuchungen sein.

RESUMO

O autor relata resultados de ensaios efectuados com prensas modernas de grande potência no Laboratório Central de «Ponts et Chaussées» em Paris. Nestes ensaios, exerceram-se sobre cilindros de betão cargas permanentes durante períodos bastante curtos (uma semana ao máximo); as cargas eram relativamente elevadas pois foram sempre superiores a metade da carga de rotura.

Investigou-se assim um domínio bastante diferente daquele até aqui estudado pela maioria dos pesquisadores e daquele em que trabalha na realidade o betão em obra. Tratava-se portanto de uma espécie de extrapolação.

Mediu-se a fluência com aparelhos electrónicos de grande precisão.

No decorrer dos ensaios, observou-se um fenómeno novo. Trata-se da rotura por fluência dos cilindros de betão, para uma carga permanente aproximadamente igual a dois terços apenas da carga da rotura por compressão correspondente ao ensaio estático. Este fenómeno é de grande importância nas estruturas submetidas a fortes cargas permanentes (pontes muito rebaixadas, barragens do tipo abóboda, estruturas de betão preesforçado), e por essa razão é objecto de novos ensaios sistemáticos.

I a 8

A rheological model for concrete

Ein rheologisches Modell für Beton

Um modelo reológico para betão

Un modèle rhéologique pour béton

E. TORROJA

Prof. Dr. h. c.

A. PAEZ BALACA

Ingeniero de Caminos

Madrid

Reinforced concrete, and especially prestressed concrete, technology, requires every day a more detailed knowledge of strain phenomena, or more generally, of the rheological behaviour of the material.

The non-elastic deformation of concrete is so important that in many calculations and projects it is essential to take it into account. This requires the availability of mathematical expressions capable of describing with sufficient accuracy and generality the laws relating the non-elastic deformations and their causes.

Unfortunately the ultimate and detailed causes of this type of phenomena such as their physical, of physico-chemical origin are not yet known. Besides, the technological laws obtained by various research workers are too varied to be used as a basis for a general theory.

Both shrinkage and non-elastic deformations — and even elastic deformation itself — depend on so many variable factors that, for the present, it is practically impossible to determine the influence of each of them. Each factor affects the others, and the resulting complexity makes it very difficult, if not altogether impossible to obtain general results by means of straightforward technological research on concrete test specimens, whatever the number of tests.

This is emphasized if it is realised that the results are influenced at least by the following factors: the chemical and physical composition of the cement, the water/cement ratio, the proportioning of aggregate, the shape of the pebbles, their petrographic composition, the type of curing and conservation, the ambient humidity at various times of the

year, the temperature, the shape and size of the test specimens, the intensity of loading applied during the life history of the concrete related to the age of the material at the time of loading, and to the other variables. It is clear that the interaction and mutual influence of all these variables so complicates the phenomenon that it is almost impossible both to collect enough experimental data to cover all the very complicated phenomena, and then to disentangle this multiplicity of experimental data, into an ordered picture.

If the basic cause of these phenomena is to be found in the cement/water paste, it will be logical to look into what happens within the paste, avoiding at least, all the additional factors arising from the presence of the aggregate. The lack of homogeneity and the slowness caused by diffusion phenomena within the test piece can be avoided by experimenting on the smallest possible specimens. Indeed, attempt must be made to achieve a detailed discovery of the essential phenomena affecting the compounds of the set cement by making full use of the powerful research techniques available in physics and physico-chemistry.

Only after the rheological laws of paste are well known, as functions of the cement/water ratio, age, and hygrometric and thermic history, does there seem to be any possibility of investigating successfully the more complex case of normal sized mortar and concrete test specimens.

A great deal has been achieved in this initial stage of research. Yet what remains to elucidate is so much and the path of further progress so tortuous and intricate that there is always danger of never achieving final success, due to lack of perseverance. It is possible, also, that due to the exceptionally rapid growth of technology, this ultimate success may only be obtained when constructional methods are orientated towards new materials, thus causing this type of research to lose interest.

On the other hand, in its present stage of development, constructional technique, although continuously setting itself a higher standard of accuracy, is not so advanced in this respect that it can afford to ignore any attempt to establish approximate general laws, however rough this first approximation may be.

Consequently, fortified by the courage of my own ignorance, I make bold to present this rheological theory. It must be taken as a pastime, without other value than to serve to emphasize the merit of other papers.

In accordance with experimental results, it may be assumed that in a short-time compression test to destruction the strain δ increases more rapidly than the stress T . It may also be assumed that the divergence from the hookean law becomes greater as stresses approach their failing value, until finally, just before failure strain increases indefinitely without an increment of stress. If these experimental facts are admitted it is easy to establish a general law for the phenomenon. It suffices to measure off along the ordinates the relative stresses: $\sigma = T/R$ (i. e., the ratio of the actual stress T to the maximum failing stress R of the material), and along the abscissae the relative strain $\epsilon = \delta/\Delta$ (i. e., the ratio of the actual strain to the strain corresponding to the maximum stress R , mentioned previously). In the resulting diagram the values obtained by various research workers can be aligned (with no important scattering) along a parabola, whose degree is between 1.8 and 2.5 (fig. 1).

For the moment, to simplify the expressions, let it be assumed that this parabola is of degree 2, so that the law may be written thus:

$$1 - \epsilon = (1 - \sigma)^{\frac{1}{2}} \tag{1}$$

In this expression rupture corresponds to the values $\sigma=1$ and $\epsilon=1$. Hence the corresponding stress/strain relations, according to Hooke's law, will be given by

$$\epsilon_E = \frac{\sigma}{2}$$

and the non Hookean strain will be

$$\epsilon_n = \epsilon - \epsilon_E = [1 - (1 - \sigma)^{\frac{1}{2}}] - \frac{\sigma}{2} = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{1 - \sigma})^2 \tag{2}$$

From the few experimental data available it appears that this type of strain remains constant when the duration of the test is reduced (this reduces the breaking strain as well), so it can be extrapolated until the test duration tends to zero, provided inertia phenomena are neglected, which is merely a theoretical consideration.

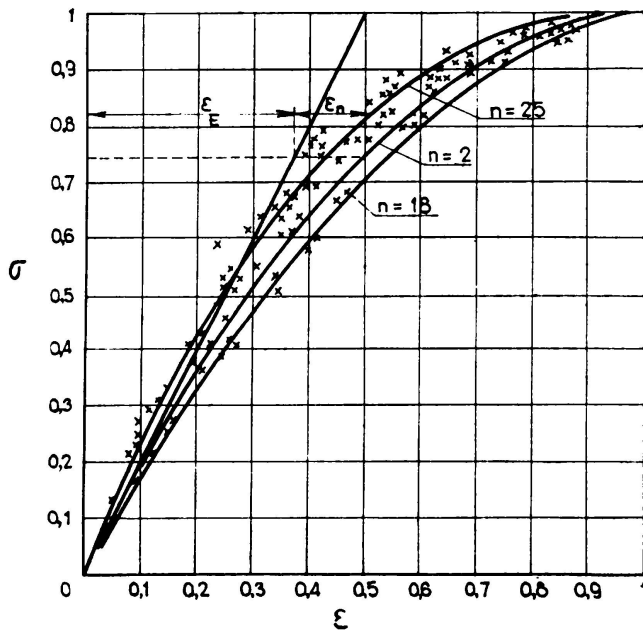


FIG. 1

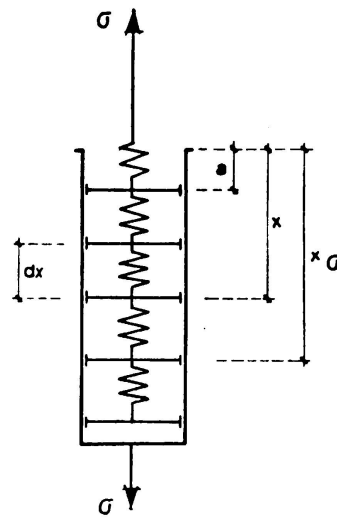


FIG. 2

Besides this, when the load is removed a residual strain, or permanent set, remains, which increases steeply for increasing applied relative stresses. All this leads one to suppose that this non Hookean type of strain may be expressed as a function of frictional forces, which vary with the stress.

Use will now be made of a physical model, but only with the purpose of making it easier to work out the mathematical treatment. Let us think

of a basic unit (fig. 2) consisting of a cylinder, inside which there are a number of discs. Each of these discs has a different friction coefficient with the cylinder wall. The discs are connected one to another by means of equal springs. If a force σ is applied to the mechanism, as shown on fig. 2, the first spring will be subject to a tensile force

$$(\sigma_m)_1 = \sigma - r_1$$

where r_1 is the frictional force acting on the first disc. Behind the n th disc the tensile force will be

$$(\sigma_m)_n = \sigma - \sum_{i=1}^n r_i$$

In order to adopt the continuity of change required by differential calculus, it may be supposed that the frictional forces operating on each disc, as well as the length of the springs, tend to zero, so that the force on the spring, at a distance x_1 from the top will be

$$\sigma_m = \sigma - \int_0^{x_1} r(x) dx$$

If for the sake of generality, it is supposed that a number of discs at the top of the cylinder have no friction, then the previous expression will become

$$(\sigma_m)_{x_1} = \sigma - \int_a^{x_1} r(x) dx$$

where $r(x) dx$, is the elementary frictional force operating on the differential disc at any depth x , so that $a < x < x_1$

If we suppose, to express the frictional force function, the simplest law:

$$r(x) = bx^\nu$$

Then the former expression becomes

$$\sigma_m = \sigma - \int_a^{x_1} bx^\nu dx = \sigma - \frac{b}{\nu+1} x_1^{\nu+1} + \frac{b}{\nu+1} a^{\nu+1}$$

and its value vanishes for

$$x_1 = x_\sigma = \left(\frac{\nu+1}{b} \sigma + a^{\nu+1} \right)^{\frac{1}{\nu+1}}$$

I. e., under the action of the force σ only the springs situated up to a

depth x_1 , less than x_σ , experience any strain or movement from their original position. In these circumstances the total strain of the system is:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{1}{E} a\sigma + \int_a^{x_\sigma} \left[\sigma - \int_0^{x_1} b x^\nu dx \right] \frac{dx_1}{E} = \\ &= \frac{b}{(\nu+2)E} \left(\frac{\nu+1}{b} \sigma + a^{\nu+1} \right) \frac{\nu+2}{\nu+1} - \frac{b}{E} \frac{a^{\nu+2}}{\nu+2} \end{aligned} \quad (3)$$

If the sum of all the differential frictional forces is equated to the maximum failing stress $\sigma=1$. Then:

$$\int_a^\infty b x^\nu dx = 1 \qquad b = -\frac{\nu+1}{a^{\nu+1}}$$

Let the further condition be imposed that $\epsilon = 1$ for $\sigma = 1$; this gives on simplification

$$\epsilon = 1 - (1 - \sigma)^{\frac{\nu+2}{\nu+1}}$$

i. e.,

$$1 - \epsilon = (1 - \sigma)^n$$

This agrees with expression (1) if $n = 1/2$, so that the following values are obtained:

$$E = 1 \qquad b = a = \frac{1}{2} \qquad \nu = 3$$

The Hookean strain,

$$\epsilon_E = \frac{\sigma}{E} a = \frac{\sigma}{2}$$

is pictured by the set of springs and discs without friction, whilst the non Hookean deformation, given by

$$\epsilon_n = \epsilon - \epsilon_E = 1 - (1 - \sigma)^{\frac{1}{2}} - \frac{\sigma}{2} \quad (4)$$

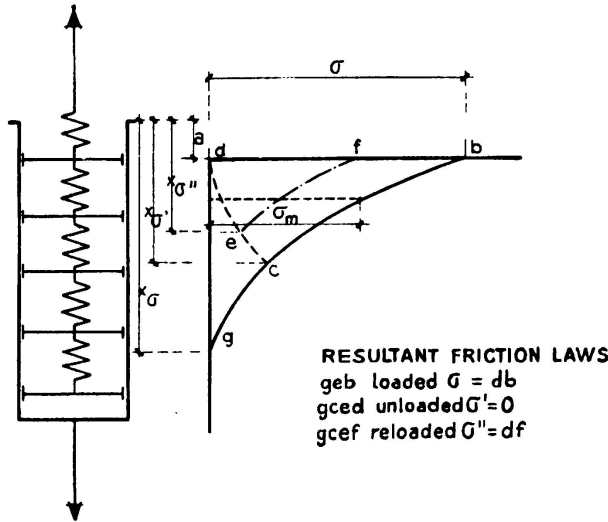
is produced by the system of springs and disc submitted to friction.

This correspondence would have no particular interest, if it were not that the proposed model makes it also possible to describe the behaviour of concrete under successive loading and unloading cycles.

For in fact, if after attaining a load σ this is progressively removed, until finally no load is applied, after having passed through intermediate loadings σ' , the springs tend to return to their initial positions. Now the

frictional forces act in the opposite sense, and the length x_σ , (fig. 3) over which, the recovery motion of the discs is produced, overcoming these frictional reactions is given by the equation:

$$\sigma - \int_a^{x_{\sigma'}} r_x dx = \sigma' + \int_a^{x_{\sigma'}} r_x dx \quad (5)$$



This gives a new value for x

$$x_{\sigma'} = [4 - 2(\sigma - \sigma')]^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \quad (6)$$

FIG. 3

Hence the final strain, including the hookean strains $\frac{\sigma'}{2}$ will be

$$\epsilon' = \frac{\sigma'}{2} + \int_a^{x_{\sigma'}} [\sigma' + \int_a^x r_x dx] dx + \int_{x_{\sigma'}}^{x_\sigma} [\sigma - \int_a^x r_x dx] dx \quad (7)$$

The first term is the hookean strain, the second term is the strain between a and $x_{\sigma'}$ and the third term the strain between $x_{\sigma'}$ and x_σ .

After integrating and simplifying this reads

$$\epsilon' = 2\left(1 - \frac{\sigma - \sigma'}{2}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 - (1 - \sigma)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

When the load is totally removed, there remains a residual strain or permanent set:

$$\epsilon'_0 = 2\left(1 - \frac{\sigma}{2}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 - (1 - \sigma)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

This corresponds to a value of x given by $x_{\sigma'} = 0 = (4 - 2\sigma)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}$.

If after being unloaded, the model is again loaded, for increasing values of $\sigma'' < \sigma$ the position of the first disc which is not displaced will be at a depth $x_{\sigma''}$, defined by the condition

$$\sigma'' - \int_0^{x_{\sigma''}} r_x dx = \sigma' + \int_0^{x_{\sigma''}} r_x dx \quad (10)$$

From this $x_{\sigma''}$ is given explicitly by

$$x_{\sigma''} = [4 - 2(\sigma'' - \sigma')]^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \tag{11}$$

In order to obtain the total strain ϵ'' produced by this reload process, it is useful to suppose the model divided in three ranges. In the first, corresponding to depths limited by x_{σ} and $x_{\sigma'}$ the stress at depth x , where $x_{\sigma} > x > x_{\sigma'}$ is:

$$\sigma_m = \sigma - \int_a^x r_x dx$$

Whilst if $x_{\sigma'} > x > x_{\sigma''}$, the stress becomes

$$\sigma_m = \sigma' + \int_a^x r_x dx$$

and if $x_{\sigma''} > x > a$

$$\sigma_m = \sigma'' - \int_a^x r_x dx$$

The total strain ϵ'' will be the sum of deformations due to these three ranges of stress, together with the hookean strain produced by the load σ'' finally applied. Hence according to (3):

$$\int_{x_{\sigma'}}^{x_{\sigma}} [\sigma - \int_a^x r_x dx] dx + \int_{x_{\sigma''}}^{x_{\sigma'}} [\sigma' + \int_a^x r_x dx] dx + \int_a^{x_{\sigma''}} [\sigma'' - \int_a^x r_x dx] dx + \frac{\sigma''}{2} \tag{12}$$

Working out the integrals and simplifying, this becomes

$$\epsilon'' = 1 + [4 - 2(\sigma - \sigma')]^{\frac{1}{2}} - [4 - 2(\sigma'' - \sigma')]^{\frac{1}{2}} - (1 - \sigma)^{\frac{1}{2}} \tag{13}$$

If the load $\sigma' = 0$ is made zero (i. e, the device is entirely unloaded before reloading), 13. becomes

$$\epsilon''_{\sigma' = 0} = 1 + (4 - 2\sigma)^{\frac{1}{2}} - (4 - 2\sigma'')^{\frac{1}{2}} - (1 - \sigma)^{\frac{1}{2}} \tag{14}$$

If during the second loading up cycle, the load surpasses the value reached in the first cycle, the stress-strain diagram, in this reloading cycle, is the same as if the load were applied for the first time when, $\sigma'' > \sigma$

If the diagrams $\sigma = f(\epsilon)$ resulting from these expressions are expressed graphically, fig. 4 is obtained. This shows narrow hysteresis cycles in the

unloading and reloading processes. The mean slopes of these repeated diagrams increase slightly as the total stress increases. When stresses are low this slope coincides with the initial elasticity modulus ($E = 1/2$). All this agrees closely with experimental data.

This same imaginary device may also serve to explain creep phenomena, to which concrete under long periods of compressive stress is subjected.

In fact, so far, data is still very incomplete as to how this plastic flow varies in terms of the applied stress. But available information indicates that for the same intervals of time and equal increments of relative stress, the greater the relative stress, the greater the increment of creep. In the absence of greater detail of information, it appears advisable to assume that creep is the same as for short time strains, when the duration of loading tends to zero. If this were not so, it would only be necessary to change the law of variation of friction, as adopted previously. Though actually lacking experimental justification, it seems better to accept the earlier law of variation.

Evidently it is now necessary to take into account the viscosity. Consequently the unit previously adopted will be completed by adding

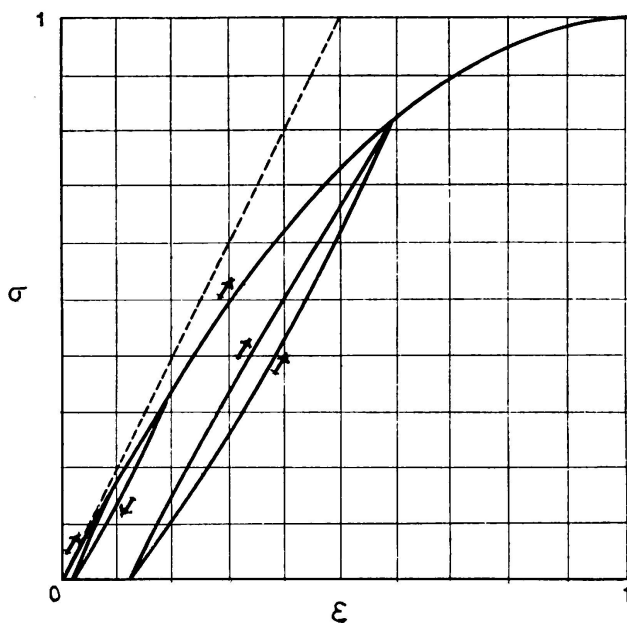


FIG. 4

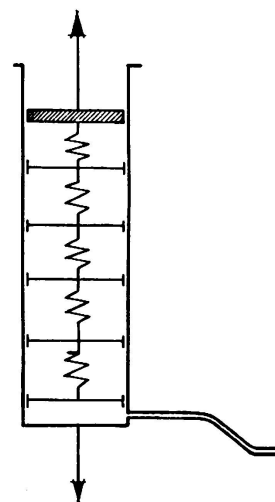


FIG. 5

to it a piston without friction. Its movement will force the liquid out of the cylinder through one orifice. This will define one single viscosity constant for the unit. This unit will be connected in series with the earlier creepless system so that the new deformations that will now occur in the course of time will be added to those already recorded previously.

Let σ_v be the part of the load σ that actuates on the viscous liquid (here again inertia forces will be neglected). Then the behaviour of an

inelastic creepless unit, such as that already considered, with variable friction and subject to a double deformation coefficient (i. e., the spring is assumed, for the sake of convenience in later operations to be twice as flexible) implies the following result, obtained from (2) or (4) :

$$\epsilon_L = [1 - \sqrt{1 - (\sigma - \sigma_v)}]^2 \tag{15}$$

Hence

$$\sigma - \sigma_v = 2 \sqrt{\epsilon_L} - \epsilon_L \tag{16}$$

where $\sigma_v = (2 \eta) \frac{d\epsilon}{dt}$

Here t is the variable referring to the loading time and (2 η) is a viscosity constant (1).

Hence the following differential equation is obtained :

$$\sigma = 2 \sqrt{\epsilon_L} + \epsilon_L + (2\eta) \frac{d\epsilon_L}{dt} \tag{17}$$

Its solution is

$$e^{-\frac{t}{2\eta} \sqrt{1-\sigma}} = \frac{\sqrt{\epsilon_L}(1 + \sqrt{1-\sigma}) - \sigma}{\sqrt{\epsilon_L}(1 + \sqrt{1-\sigma}) + \sigma} \times \left(\frac{\sigma}{\epsilon_L - 2\sqrt{\epsilon_L} - \sigma} \right)^{\sqrt{1-\sigma}} \tag{18}$$

when applying the limiting condition that $\epsilon_L = 0$ when $t = 0$.

This expression can also be written in the form

$$e^{\frac{t}{2\eta}} = \frac{\left(\frac{1 + \zeta - \sqrt{\epsilon_L}}{1 + \zeta} \right) \frac{1}{\zeta} + 1}{\left(\frac{1 - \zeta - \sqrt{\epsilon_L}}{1 - \zeta} \right) \frac{1}{\zeta} - 1} \tag{19}$$

where $\zeta = \sqrt{1 - \sigma}$

and so, for $t = 0$, there corresponds the value $\epsilon_L = 0$.

If σ is assumed to be constant, there is a value of ϵ_L and hence, according to (16), also a value of $(\sigma - \sigma_v)$, which correspond to each value of t. Fig. 6 illustrates graphically this relationship.

There are four distinct cases that may be considered when the initially applied force σ_1 varies. Let t_1 be the duration of action of the first load σ_1 , and let σ_2 be the load subsequently applied.

(1) Following general practice (2η) is taken, instead of η Normally the dimensions of viscosity are (velocity) × (stress × length) - 1 = (stress × time) - 1. But since in our case stress is relative stress, and η is the inverse of the viscosity, the dimension of η is time.

According to the expressions already established, the deformation ε_1 obtained after this first period t_1 will satisfy the condition.

$$e^{\frac{t_1}{2\eta}} = \frac{\left(\frac{1 + \zeta_1 - \sqrt{\varepsilon_1}}{1 + \zeta_1}\right) \frac{1}{\zeta_1} + 1}{\left(\frac{1 - \zeta_1 - \sqrt{\varepsilon_1}}{1 - \zeta_1}\right) \frac{1}{\zeta_1} - 1} \quad \text{with } \zeta_1 = \sqrt{1 - \sigma_1}$$

First case $\sigma_2 > \sigma_1$

In this case the deformation law will follow the above general law, with no other modification than that consequent upon the change of boundary conditions. For now, instead of $\varepsilon_1 = 0$ when $t = 0$, the operative condition is that $\varepsilon_L = \varepsilon_1$ when $t = t_1$. Substituting the new value of the integrating constant, the following expression results:

$$e^{\frac{t - t_1}{2\eta}} = \frac{\left(\frac{1 + \zeta_2 - \sqrt{\varepsilon_L}}{1 + \zeta_2 - \sqrt{\varepsilon_1}}\right) \frac{1}{\zeta_2} + 1}{\left(\frac{1 - \zeta_2 - \sqrt{\varepsilon_L}}{1 - \zeta_2 - \sqrt{\varepsilon_1}}\right) \frac{1}{\zeta_2} - 1} \quad (21)$$

In this $\zeta_2 = \sqrt{1 - \sigma_2}$

It is evident that (19) is a particular case of (21), for which $\varepsilon_1 = 0$ $t_1 = 0$.

Second case $\sigma_1 > \sigma_2 > 2\sqrt{\varepsilon_1} - \varepsilon_1$

The new loading σ_2 applied after the first loading period is less than σ_1 , but greater than the loading $\sigma_1 - \sigma_{v_1} = 2\sqrt{\varepsilon_1} - \varepsilon_1$ supported by the springs of this unit. Strains continue to increase, though at smaller rate, as if tending more rapidly to a position of equilibrium. Equation (21) can also be applied without modification in this case.

Third case $\sigma_2 = 2\sqrt{\varepsilon_1} - \varepsilon_1$

If after the first loading process, with loading σ_1 and duration t_1 , the load is reduced to the value

$$\sigma_2 = 2\sqrt{\varepsilon_1} - \varepsilon_1 = \sigma_1 - \sigma_{v_1} \quad (22)$$

and this is kept constant, the system will suffer no modification. The springs and discs will be kept in equilibrium with the new loading so the viscous damping mechanism will exert no force, and the whole system will remain statically balanced, without experiencing any further creep.

In this manner the system attains its limiting stability, and ϵ_1 remains constant throughout time.

Fourth case $\sigma_2 < 2\sqrt{\epsilon_1} - \epsilon_1 < \sigma_1$

In contrast with previous cases, the new deformations in this case are decreasing. The new applied loading σ_2 is less than the loading $\sigma_1 - \sigma_{v1} = 2\sqrt{\epsilon_1} - \epsilon_1$ acting on the first spring at the end of the first period t_1 . Hence the piston, and the whole creep system begins to move back towards a new position of equilibrium. The previously established

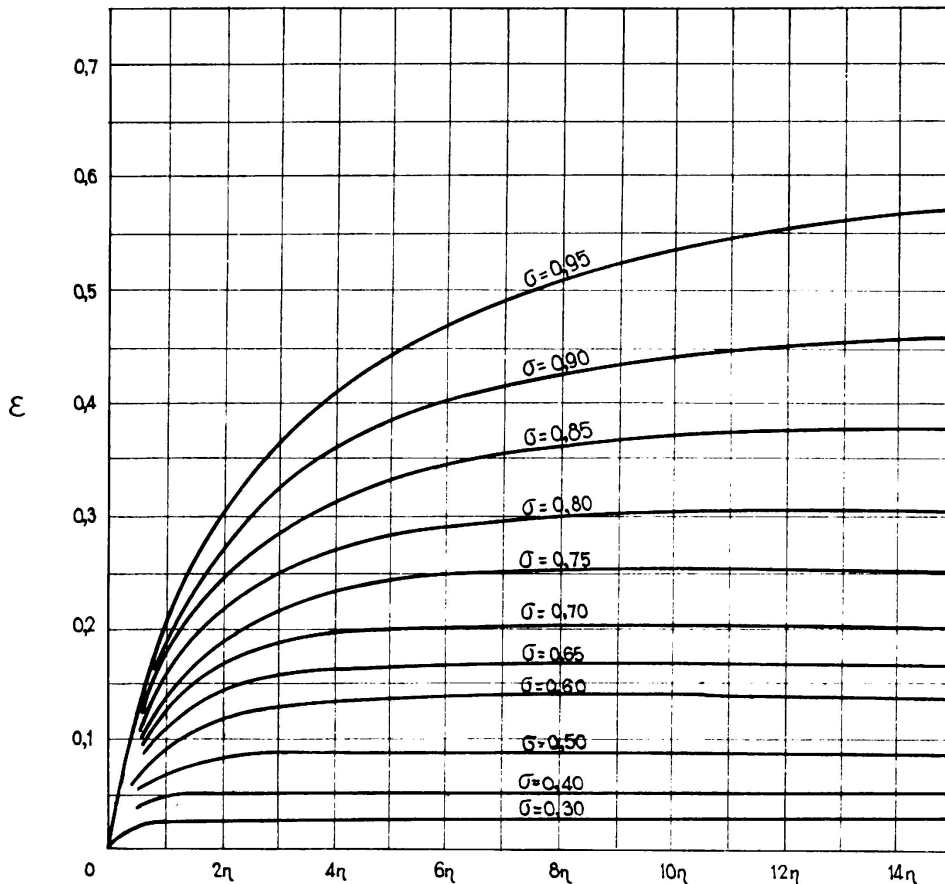


FIG. 6

formula are not longer operative since the friction forces of the various discs now act in the opposite sense. The law of deformation defined by (15) which defines the movement of the discs is not applicable. It must be substituted by expression (8): this determines the elastic deformation $\sigma/2$ and a factor of 2 is applied to the whole expression, in the same manner as was done to obtain expression (15) from (4).

Hence the law of deformation for the springs and discs in this case is given by

(23)

$$\epsilon_L = 4 \sqrt{1 - \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_{v1}) - (\sigma_1 - \sigma_v)]} - 2 \sqrt{1 - (\sigma_1 - \sigma_{v1})} - 2(\sigma_1 - \sigma_v)$$

That is to say, the loading $\sigma_1 - \sigma_v$ acting on the springs and discs at any time, is given by

$$\sigma_1 - \sigma_v = 2 - 2\sqrt{1 - (\sigma_1 - \sigma_{v1})} - 2\sqrt{2} \sqrt{2 - 2\sqrt{1 - (\sigma_1 - \sigma_{v1})} - \varepsilon_L - (\sigma_1 - \sigma_{v1})} - \varepsilon_L \quad (24)$$

The loading acting on the piston which operates on viscous liquid is

$$\sigma_v = - (2\eta) \frac{d\varepsilon_L}{dt}$$

The negative sign describes the change in the sense of movement. Since deformation decreases the increments $d\varepsilon_L$ are negative for positive values of σ_v .

If this value of σ_v is substituted in expression (24), the differential equation defining the movement of the creep system is obtained, thus:

$$2 - 2\sqrt{1 - (\sigma_1 - \sigma_{v1})} - 2\sqrt{2} \sqrt{2 - 2\sqrt{1 - (\sigma_1 - \sigma_{v1})} - \varepsilon_L - (\sigma_1 - \sigma_{v1})} - \varepsilon_L + 2\eta \frac{d\varepsilon_L}{dt} = \sigma_1 \quad (25)$$

The solution of this equation is:

$$\frac{t}{2\eta} + C = l_n \left[\varepsilon_1 - \varepsilon_L - 2\sqrt{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_L)} + 2 - C_1 \right] + \sqrt{\frac{2}{C_1}} l_n \frac{\sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_L} - \sqrt{2} - \sqrt{C_1}}{\sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_L} - \sqrt{2} + \sqrt{C_1}} \quad (26)$$

The integration constant C is determined by the condition that when $t = t_1$, $\varepsilon_L = \varepsilon_1$ and once this value is introduced, expression 26 becomes:

$$\frac{t - t_1}{e^{2\eta}} = \frac{\left(1 - \frac{\sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_L}}{\sqrt{2} + \sqrt{C_1}}\right) \sqrt{\frac{2}{C_1}} + 1}{\left(1 - \frac{\sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_L}}{\sqrt{2} - \sqrt{C_1}}\right) \sqrt{\frac{2}{C_1}} - 1} \quad (27)$$

where $C_1 = 2 - 2\sqrt{\varepsilon_1} + \varepsilon_1 + \sigma_0 < 2$

If $\sigma_2 = 0$ in these expressions the law is obtained which defines the delayed strain, after removing the loading σ_1 . It is supposed, for this law to operate, that the loading σ_1 had been applied over a period t_1 , and that at the end of this period the maximum deformation was ε_1 . A part of this deformation is recovered in the course of time. This provides the well known type of phenomenon called delayed elasticity. The curve obtained by correlating the change of deformation, (after removing the loading) against time, tends asymptotically towards a position of stability. The equation of this asymptote is

$$\varepsilon_\infty = \varepsilon_1 - (\sqrt{2} - \sqrt{C_1})^2 \quad (28)$$

Fig. 7 shows the diagrammatic representation of this delayed deformation phenomenon. Fig. 8 shows curves corresponding to various periods of time during which the loading has been removed.

All these laws correspond to actual observed phenomena affecting concrete subjected to simple compression. But if the results shall have real values, it will be necessary to assume not one creep system, but several of them, acting under at least two distinct viscosities.

For it an imaginary basic model be supposed to consist of the hookean unit, or spring whose deformation is ϵ_E , connected, in series

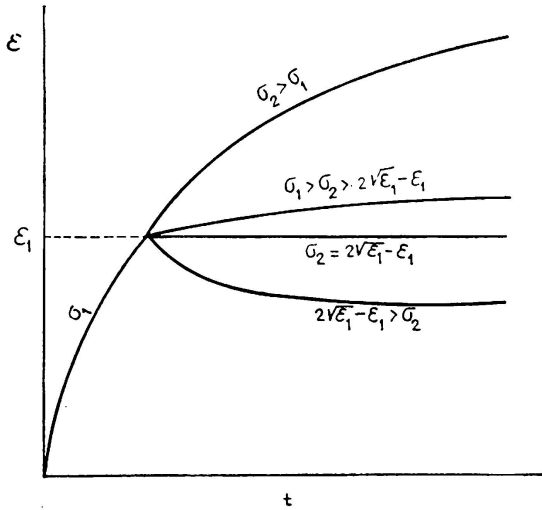


FIG. 7

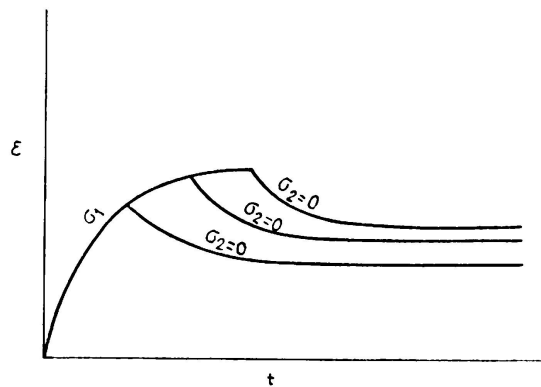


FIG. 8

with an inelastic creepless unit, whose deformation is ϵ_n , and this again connected in series with 4.2 creep systems with viscosity $\tau_1 = 7$ minutes, which in turn are serially connected with 9.6 systems, whose viscosity is $\tau_1 = 2$ years (t in years), then the curves obtained experimentally by Glanville (2) are reproduced with sufficient accuracy.

It is possible that more numerous and homogenous tests may make it advisable to change the values of the numerical coefficients just mentioned. But it seems, nevertheless, that the schematic arrangements proposed above can describe fairly well this type of phenomena, as we know them at present, and as described by the average laws. Of course, all these numerical factors must depend upon many other variables and should describe laws that are even more complex and difficult to handle.

There are two further possibilities which it is interesting to investigate in relation to the basic model previously proposed as a means of interpreting rheological phenomena.

The first of these possibilities is that failure corresponds, in the inelastic creepless unit (ϵ_n), to the total sliding of the movable part of the mechanism i. e., because all frictional force has been overcome

(2) W. H. Glanville, Dept. of Scientific and Industrial Research, Technical Papers, N° 12 and 21, London.

when $\sigma = 1$ $\epsilon_n = 1$. But in the case of a creep system, ultimate failure occurs under a loading which is smaller the longer the period during which a load close to the failing load is kept applied. Thus, for example, if a load is kept applied during three hours, failure will occur after that period if the magnitude of the load is .88 of the load that will cause failure in a short duration test. If the load applied is .86 of the short duration failing load, then the time that will elapse before failure will be almost indefinite. All this coincides with the experimental results of Shank. These figures may be modified by varying the number of discs of the creep systems.

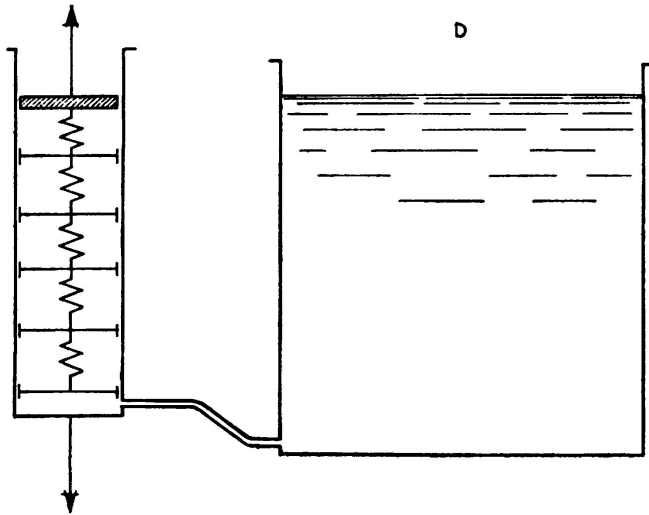


FIG. 9

Secondly, shrinkage may be described by assuming that, in the creep systems, the viscous liquid of each unit (fig. 9) moves into a reservoir D, whose liquid level corresponds to the hygrometric conditions of the ambient. When the level goes down in the reservoir a suction force would actuate on the piston, and consequently a shortening takes place. This is a movement that progressively decreases with time and is only partly recovered.

Furthermore, if the actual test piece is supposed to consist of a given number of basic models, such as the one previously described, coupled in parallel (fig. 10), so that the liquid has to pass from one system to another to reach the reservoir which describes the humidity⁽³⁾, it follows that the shortening in a given time is smaller, the greater the number of basic models in parallel. That is to say, this shortening will be less, the greater the transversal dimensions of the test piece, as in fact is the case.

This analogy will even explain the strange phenomenon observed by Duke and Davis, according to which when evaporation and compressive loading operate simultaneously contraction is greater than when these two influences actuate in succession.

For in the latter case the delay in shrinkage due to the viscosity is greater in the internally situated units than in the outer ones (i. e., in those close to the reservoir, which represent the surrounding conditions). Thus compressive stress is greater in the centre than on the external layers. And as the relative stress/strain diagram is a curve (with strains

⁽³⁾ So that the vertical movement of the piston will not exert an additional hydrostatic suction or compression (due to difference in the level between the liquid and the piston, produced by the vertical movement of the latter), it will be supposed that the group of mechanisms is placed on the same horizontal plane, and that the reservoirs are sufficiently ample to render negligible the variation of level due to the displaced liquid.

becoming larger than those proportional to the stress, when the latter increases) it follows that the average strain is also greater than the sum of the strains due to each cause (shrinkage and loading) separately. This will coincide with the account of the phenomenon as advanced by Pickett.

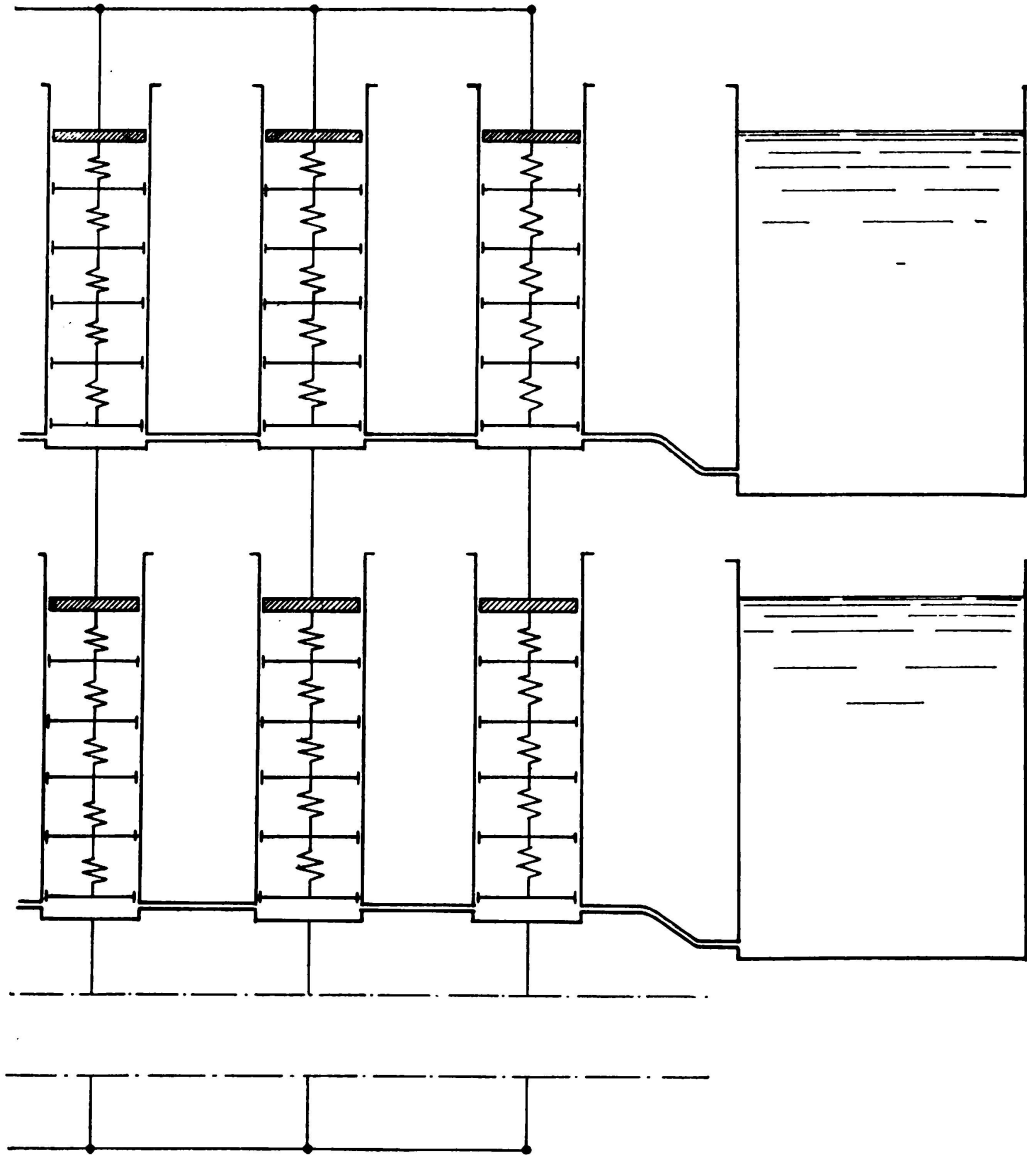


FIG. 10

SUMMARY

The rheological behaviour of reinforced concrete depends upon the rheological behaviour of the cement/water paste. This behaviour is related in a complex manner with elastic deformation, residual strain or permanent set, creep, shrinkage, swelling, etc. However, it appears that it can be expressed by general analytical laws, which in turn may be made

to correspond to the behaviour of a combination of mechanisms, connected in series and in parallel. These consist of differential elastic elements, coupled to a piston operating in a viscous fluid, subject to variable frictional forces. Different types of behaviour may thus be represented by simply varying the operating conditions of the mechanisms.

The measure of approximation obtained between these theoretical results and the experimental facts is encouraging. When experimental results become more accurate the theoretical pattern will have to be readjusted (using the same basic pattern), correcting the free parameters or the applied laws.

As more complex behaviours are considered, it will become increasingly difficult to narrow the correspondence between theoretical pattern and experimental results: however, the particular case of concrete may be investigated for the benefit of those engaged in this branch of research.

It does not seem likely that these patterns and laws will be of great use to the physicist looking for the intrinsic causes of these deformations in the micro-mechanical composition of the paste. But they may prove useful pro tem to the engineer who is only concerned with having available approximate laws with which to manage the practical results of experiment, and who is anxious to predetermine roughly the magnitude of deformations that will occur in reinforced concrete structures.

ZUSAMMENFASSUNG

Das rheologische Verhalten des erhärteten Betons hängt von demjenigen der Wasser/Zement Paste ab. Es ist durch verwickelte Verhältnisse bedingt, deren Ursprung in den elastischen und bleibenden Verformungen, Kriechen und Schwinden, Quellungen u. a. Umständen begründet ist. Trotzdem scheint es möglich, das rheologische Verhalten des Betons durch allgemeine Gesetze von analytischem Charakter auszudrücken, die ihrerseits in dem Verhalten eines entsprechend kombinierten Mechanismus dargestellt werden können. Dieser besteht aus einer Serie von elastischen Elementen, welche teils in Serie und teils parallel miteinander verbunden und an einen Kolben angeschlossen sind, der sich in einer zähflüssigen Masse bewegt und veränderlichen Reibungskräften ausgesetzt ist.

Die mit dem erwähnten Prüfmechanismus festgestellten Ergebnisse stimmen sehr gut mit den bei praktischen Messungen erhaltenen Resultaten überein. Eine Verbesserung der praktischen Messmethoden infolge technischer Fortschritte in dieser Richtung lässt sich ohne Veränderung des Grundprinzips auf das theoretische Prüfgerät anwenden, indem die Teile, welche die Konstanten darstellen, oder die angewandten Gesetze, entsprechend geändert werden.

Für die physikalische Forschung, welche die inneren Gründe der Betonverformung in der mikro-mechanischen Zusammensetzung der Zementpaste untersucht, dürfte der neue Prüfmechanismus kaum verwendbar sein. Dagegen wird derselbe dem Ingenieur, der aufgrund annähernder Werte die Grösse der möglichen Verformungen in Betontragwerken vorausbestimmen will, gute Dienste leisten.

RESUMO

O comportamento reológico do betão armado depende do comportamento da massa água-cimento. Este está relacionado de uma maneira complexa com os fenómenos de deformação elástica, de tensões residuais ou deformações permanentes, de deformações lentas, de contracção, de aumento de volume, etc. Parece no entanto ser possível conseguir exprimi-lo por leis analíticas gerais que, por sua vez, se podem representar pelo comportamento de um conjunto de dispositivos mecânicos, ligados em série e em paralelo. Esses dispositivos são constituídos por elementos diferenciais elásticos, acoplados a um êmbolo que se desloca num meio viscoso, submetidos a forças de atrito variáveis. Podem-se assim reproduzir diversos tipos de comportamentos, pela simples variação das condições de funcionamento dos dispositivos.

O grau de aproximação dos valores teóricos obtidos por este processo em relação aos obtidos experimentalmente é muito animador. Quando a precisão dos resultados experimentais aumentar será necessário adaptar de novo essa disposição teórica (partindo do mesmo sistema de base) corrigindo, ou os parâmetros livres, ou as leis aplicadas.

À medida que se considerarão comportamentos mais complexos tornar-se-á mais difícil aproximar a forma teórica dos resultados experimentais: o caso particular do betão pode no entanto ser investigado o que beneficiará aqueles que se dedicam a pesquisas relacionadas com esse material.

Não parece muito provável que essas disposições e essas leis venham a ser de grande utilidade para os físicos que procuram as razões intrínsecas dessas deformações na composição micro-mecânica da massa água-cimento. Podem, no entanto, ser úteis ao engenheiro que pretende unicamente ter à sua disposição leis aproximadas que lhe permitam utilizar os resultados práticos das experiências e que procura prever a ordem de grandeza das deformações nas estruturas em betão armado.

RÉSUMÉ

Le comportement rhéologique du béton armé dépend de celui de l'ensemble eau-ciment. Ce comportement est en rapport, par l'intermédiaire de relations complexes, avec les phénomènes de déformation élastique, de tensions résiduelles ou de déformations permanentes, de déformation lente, de retrait, de gonflement, etc.. Il semble néanmoins qu'il soit possible d'arriver à l'exprimer par des lois générales, de caractère analytique, qui peuvent à leur tour être représentées par le comportement d'un ensemble de dispositifs mécaniques reliés en série et en parallèle. Ces dispositifs se composent d'éléments élastiques différentiels, accouplés à un piston se déplaçant dans un milieu visqueux, soumis à des forces de frottement variables. Différents types de comportements peuvent ainsi être reproduits en variant simplement les conditions de fonctionnement de ces dispositifs.

Le degré d'approximation des valeurs théoriques obtenues par ce procédé par rapport à celles obtenues expérimentalement est encourageant. Lorsque les résultats expérimentaux deviendront plus précis, il conviendra de ré-adapter cette disposition théorique (à partir du même système fondamental) en corrigeant soit les paramètres libres, soit les lois appliquées.

A mesure que l'on considère des comportements de plus en plus complexes il deviendra plus difficile de rapprocher la forme théorique des résultats expérimentaux: le cas particulier du béton peut néanmoins être étudié en détail ce qui peut rendre service à ceux qui s'occupent de recherches concernant ce matériau.

Il ne semble guère probable que ces dispositions et ces lois puissent être grandement utiles aux physiciens qui recherchent les raisons intrinsèques de ces déformations dans la composition micro-mécanique du complexe eau-ciment. Elles peuvent néanmoins être utiles à l'ingénieur qui cherche uniquement à avoir à sa disposition des lois approximatives qui lui permettent de manier les résultats pratiques des expériences, et qui tient à prévoir, l'ordre de grandeur approximatif des déformations dans les structures en béton armé.