Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 5 (1956)

Artikel: Voiles minces cylindriques formés par une maille triangulaire

Autor: Del Pozo, Florencio

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-5988

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.10.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

IIb2

Voiles minces cylindriques formés par une maille triangulaire

Metallic cylindrical shells made of a triangular network

Kreis-Zylinderschalen mit Metallischem Dreiecks-Gitter

Coberturas delgadas cilíndricas metálicas formadas por malha triangular

FLORENCIO DEL POZO
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
Madrid

Généralités

L'idée d'aboutir à une solution en voile mince adaptée aux charpentes métalliques provient, d'une part, de la considération simultanée des avantages économiques et esthétiques des voiles pleins en béton armé, et, d'autre part, de la légèreté des structures en acier.

Les couvertures à voiles minces en béton permettent, en général, une économie de matière notable; économie qui est souvent annulée par le prix relativement élevé du cintre et du coffrage, qui ne peuvent être utilisés qu'une seule fois dans la plupart des cas.

D'autre part, dans ce type de structure et spécialement dans les couvertures à grande portée, le poids propre entre pour une part importante dans l'ensemble des surcharges totales que la structure doit supporter et il convient, par conséquent, de le réduire au minimum. Parmi les différentes solutions de couvertures continues en béton, celle du voile mince offre les avantages correspondant à son poids propre minimum; cependant, celui-ci est beaucoup plus grand que celui d'une charpente métallique à toiture en fibrociment ou matériau similaire et protégée à l'intérieur, le cas échéant, par un revêtement en matières isolantes.

Or, les structures métalliques ordinaires, fermes, portiques etc., ont souvent besoin d'éléments résistants, disposés à l'intérieur de la nef, causant une obstruction, et qui sont presque toujours à deconseiller du point de vue de l'esthétique. Ces considérations suggèrent l'idée d'appliquer aux structures métalliques les méthodes de calcul des voiles continus, mais en remplaçant le voile par un treillis triangulaire léger, inscrit sur la

surface théorique de ce voile. L'étude de quelques projets de ce type de structure, et les essais en modèle réduit qui sont en cours, permettent de confirmer les grandes possibilités et l'intérêt qu'offrent ces couvertures.

Le réseau triangulaire, équilatéral ou non, est facilement adaptable aux surfaces reglées, et parmi celles-ci, aux cylindriques. Dans ce cas, le réseau est formé par des génératrices continues et deux systèmes diagonaux avec inclinaisons symétriques par rapport à la directrice. L'état actuel de la technique de la soudure permet l'emploi exclusif de profilés commerciaux courants, sans avoir recours à des usinages.

Des couvertures cylindriques de ce type ont été construites, les unes utilisant des profilés spéciaux brevetés, en tôle pliée, les autres utilisant des profilés laminés ordinaires; jusqu'ici cependant, la capacité portante de la charpente était confiée à l'effet de voûte, et non pas à l'effet de voile.

Dans ce qui suit nous exposons les grandes lignes d'une théorie des voiles cylindriques réticulés, fondée sur la solution classique des voiles pleins en régime élastique. Cette théorie, dont la validité semble acceptable pour le voile reticulé infinitésimal, doit être confirmée par l'expérience, et, peut être simplifiée en l'extrapollant, pour le cas pratique de réticulés non élémentaires.

Théorie du voile cylindrique réticule a directrice circulaire.

La théorie des voiles pleins en régime élastique est bien connue et a été amplement verifiée au cours d'une trentaine d'années d'application. Nous fonderons sur elle le calcul des voiles réticulés, object de la présente étude.

Nous supposerons par la suite que la transmission des charges superficielles se fait au moyen d'efforts du type membrane; hypothèse parfaitement admissible quand il s'agit de charges continues, les erreurs introduites étant négligeables.

Conformément à ce qui précède, nous développerons le calcul en deux parties: la première traitera de l'étude générale du voile, abstraction faite des charges extérieures superficielles, et des charges linéaires aux bords longitudinaux; la deuxième traitera de l'étude de l'état membrane pour la transmission des charges superficielles. La superposition des deux états antérieurs et les conditions aux cotés que nous imposerons, nous donnera les efforts définitifs dans le voile dans les conditions admises.

1. – *Notations.*

Sur le voile, l'origine des x sera l'appui dorsal, et celle des φ le bord droit.

L'effort longitudinal par unité de longueur N_x, ainsi que l'effort transversal N_φ seront positifs lorsqu'ils produisent un effort de traction dans l'élément considéré. L'effort tangentiel $N_{\varphi x}$ ou $N_{x\varphi}$ sera positif quand il représente une traction selon les valeurs croissantes de x et φ. Le moment fléchissant longitudinal M_x et le moment fléchissant transversal M_φ seront positifs lorsqu'ils produisent des efforts de traction à l'intrados du voile. Les efforts tranchants normaux au voile Q_x et Q_φ et la réaction normale R_Φ du bord, seront positifs lorsqu'ils sont dirigés vers le haut sur faces les plus proches de l'axe des φ ou des x respective-

ment. Le moment de torsion $M_{\varphi x}$ ou $M_{x\varphi}$ est positif lorsqu'il produit un effort tangentiel positif à l'intrados.

Les déplacements longitudinal et tangentiel u et v seront positifs lorsqu'ils ont le sens des x ou φ positifs, respectivement, et le déplacement normal au voile w sera considéré positif lorsqu'il est dirigé vers le haut. La rotation du voile θ sera positive lorsque la section tourne dans le sens des aiguilles d'une montre.

2. – *Théorie générale.*

Comme simplification de la théorie générale, nous supposerons par la suite que les efforts tangentiels au plan du voile $N_{\varphi x}$ et $N_{x\varphi}$ sont égaux, ce qui implique que la composante tangentielle du moment de torsion est nulle. Par analogie, nous supposons égaux les moments de torsion $M_{\varphi x}$ et $M_{x\varphi}$.

Ces simplifications offrent une approximation plus grande que celles qui correspondent aux hypothèses de Finsterwalder.

Ayant suivi la théorie classique des voiles pleins, il nous faudra résoudre le système formé par les équations d'équilibre de l'élément de voile et par les rapports qui lient les efforts aux déplacements. Le système formé par les équations d'équilibre de l'élément de voile n'est aucunement affecté par la constitution interne de cet élément; il sera par conséquent le même que celui obtenu pour les voiles pleins. Au moment d'établir les rapports qui lient les efforts avec les déformations et déplacements, il faudra au contraire tenir compte des caractéristiques élastiques de l'élément de voile.

Nous supposons que le voile est constitué par une maille infinitésimale de triangles équilatéraux (Fig. 1), et nous considérerons comme élément différentiel l'un quelconque des losanges formés par deux triangles adjacents dont le côté commun est disposé selon la génératrice: ABCD, par exemple. Un problème d'élasticité se pose alors, dans lequel le corps considéré est homogène, mais non isotrope; il a, cependant, dans son anisotropie, trois plans de symétrie élastique. Ce problème général renferme nécessairement douze constantes élastiques, quoique l'on puisse les reduire à cinq en considérant les hypothèses fondamentales des voiles; par conséquent, le système qui lie les contraintes aux déformations, peut s'écriré sous la forme suivante:

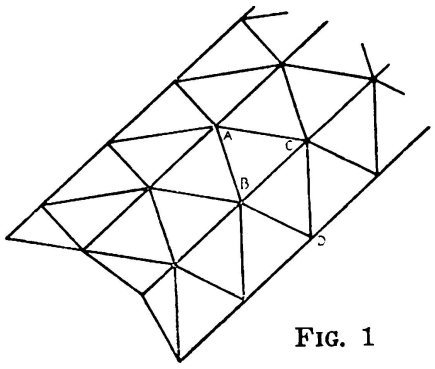


FIG. 1

$$\sigma_x = \frac{E_x}{1 - \nu_x \nu_\varphi} (\varepsilon_x + \nu_\varphi \varepsilon_\varphi)$$

$$\sigma_\varphi = \frac{E_\varphi}{1 - \nu_x \nu_\varphi} (\varepsilon_x + \nu_x \varepsilon_x) \qquad (1)$$

$$\tau_{x\varphi} = G . \gamma_{x\varphi}$$

Dans ces expressions il apparaît deux modules d'élasticité E_x et E_φ, un module de rigidité G et deux coefficients de Poisson ν_x et ν_φ desquels ν_x représente le rapport $\varepsilon_\varphi : \varepsilon_x$ pour $\sigma_\varphi = 0$; et ν_φ le rapport $\varepsilon_x : \varepsilon_\varphi$ pour $\sigma_x = 0$.

Soit S la section de la barre élémentaire, I son moment d'inertie par rapport à la surface moyenne du voile, l le côté du triangle élémentaire et E le module d'élasticité du matériau qui constitue les éléments du réticule profilés en acier ordinaire.

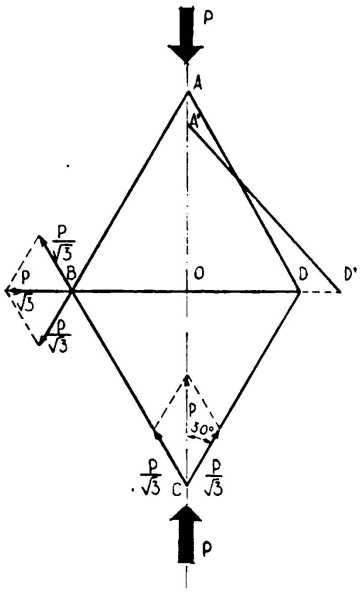


FIG. 2

L'on admet que les barres qui composent le réticule sont des profilés symétriques par rapport à son intersection avec la surface moyenne.

Si nous considérons le losange élémentaire ABCD (Fig. 2) et supposons un effort de compression P appliqué dans la direction de la diagonale AC, en déterminant les efforts et les déformations que présente l'élément, nous obtenons:

$$E_\varphi = \frac{\sigma_\varphi}{\varepsilon_\varphi} = \frac{P}{S.\sqrt{3}} : \frac{5P}{3\sqrt{3}.\,ES} = \frac{3}{5}E \qquad (2)$$

$$\nu_\varphi = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_\varphi} = \frac{P}{\sqrt{3}.ES} : \frac{5P}{3\sqrt{3}\,ES} = \frac{3}{5} \qquad (3)$$

Cette valeur, plus grande que 0,5, pour un coefficient de Poisson peut nous surprendre, à première vue; pour l'expliquer. il suffit de tenir compte des caractéristiques d'anisotropie du corps étudié, et vérifier que le module d'expansion de volume obtenu est positif.

Si, dans la même fig. 2, nous supposons le losange élémentaire ABCD soumis à une compression P dirigée selon la diagonale BD, nous avons:

$$E_x = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} = \frac{P}{S} : \frac{P}{ES} = E \qquad (4)$$

$$\nu_x = \frac{\varepsilon_\varphi}{\varepsilon_x} = \frac{P}{3\,ES} : \frac{P}{ES} = \frac{1}{3} \qquad (5)$$

Pour calculer la valeur du module de rigidité G nous considérerons le losange élémentaire ABCD soumis à l'action de deux couples en équilibre de valeur $P.l^2\sqrt{3}$, fig. 3; à l'aide de cette figure et de la fig. 4, nous obtenons:

$$G = \frac{\tau_{x\varphi}}{\gamma_{x\varphi}} = \frac{\tau_{x\varphi}}{\gamma_1 + \gamma_2} = \frac{P.\,l}{S} : \frac{4\,\Delta}{l\sqrt{3}} = \frac{Pl}{S} : \frac{4\,Pl}{\sqrt{3}\,ES} = \frac{\sqrt{3}}{4}E \qquad (6)$$

Etant donné que les constantes E_x, E_φ, ν_x, ν_φ et G, sont connues, nous avons les rapports qui lient les contraintes aux déformations (1) et, par conséquent les rapports contraintes-déplacements qui seront:

$$\sigma_x = \frac{5E}{4r}\left[u' + \frac{3}{5}(v^{\cdot} + w) - \frac{z}{r}\left(w'' + \frac{3}{5}(w + w^{\cdot\cdot})\right)\right]$$

$$\sigma_\varphi = \frac{3E}{4r}\left[w + v^{\cdot} + \frac{1}{3}u' - \frac{z}{r}(w + w^{\cdot\cdot} + \frac{1}{3}w'')\right]$$

$$\tau_{x\varphi} = \frac{E\sqrt{3}}{4r}\left[u^{\cdot} + v' - \frac{z}{r}(u^{\cdot} - v' + 2w^{\cdot\prime})\right]$$

r étant le rayon de la directrice. Dans les expressions antérieures et dans ce qui suit, nous emploierons la notation suivante:

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi} = f^{\cdot}; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} = f^{\cdot\cdot}; \ldots\ldots; \quad r\frac{\partial f}{\partial x} = f'; \quad r^2\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f''; \ldots\ldots$$

Il nous reste à relier les contraintes aux efforts et aux moments unitaires, et pour cela il faut déterminer les sections et moments d'inertie correspondant à la longueur unité, pour les divers efforts et moments.

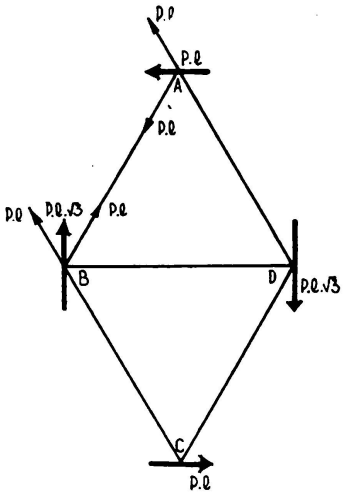


FIG. 3

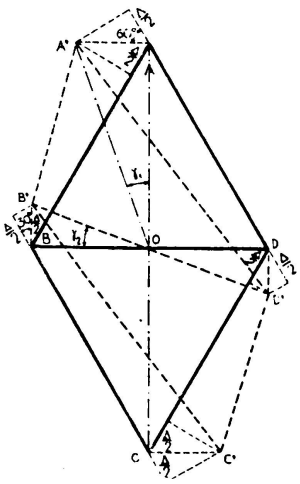


FIG. 4

Par la fig. 5, nous voyons qu'ils sont obtenus au moyen de calculs simples; les sections unitaires cherchées sont: $\frac{2S}{l\sqrt{3}}$; $\frac{S.\sqrt{3}}{l}$; $\frac{S}{l}$ pour les efforts N_x, N_φ et $N_{\varphi x}$ respectivement; et les moments d'inertie unitaires: $\frac{2I}{l\sqrt{3}}$; $\frac{I.\sqrt{3}}{l}$; $\frac{I}{l}$ pour les moments M_x, M_φ et $M_{\varphi x}$ respectivement.

Une fois connus les efforts et moments unitaires en fonction des déplacements, avec les équations d'équilibre, on arrive par élimination,

analogiquement comme l'on fait dans la théorie générale des voiles pleins, à un système de trois équations différentielles. Les déplacements u, v et w, sont liés dans notre cas, par les relations suivantes:

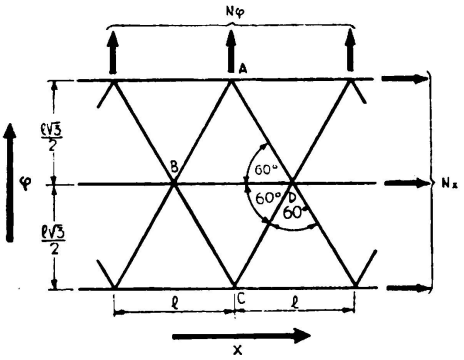


FIG. 5

$$10\,u'' + 3u^{\cdot\cdot} + 9v^{\cdot\prime} + 6w' = 0$$

$$u^{\cdot\prime}(2\text{-}\beta) + 3v^{\cdot\cdot} + v''(1+\beta) + 3w^{\cdot} - \beta(3w^{\cdot\cdot\cdot\cdot} + 3w^{\cdot\prime\prime} + 3w^{\cdot}) = 0 \qquad (7)$$

$$6\beta u^{\cdot\cdot\prime} - 6\beta v^{\cdot\prime\prime} + 3u' + 9v^{\cdot} + 9w + \beta(9w^{\cdot\cdot\cdot\cdot} + 21\,w^{\cdot\cdot\prime\prime} + 10w'''' + 9w^{\cdot\cdot} + 6w'') = 0$$

La valeur de β est $I:Sr^2$. Par élimination de u et v dans le système antérieur on obtient l'équation différentielle suivante, du huitième degré, en w:

$$w^{\cdot\cdot\cdot\cdot} + \frac{4}{3}(3\text{-}\beta)\,w^{\cdot\cdot\cdot\prime\prime} + 2w^{\cdot\cdot\cdot} + \frac{1}{9}(55\text{-}6\beta)\,w^{\cdot\cdot\prime\prime\prime\prime} + \frac{1}{3}(21\text{-}4\beta)\,w^{\cdot\cdot\prime\prime} + w^{\cdot\cdot} + \frac{10}{27}(12-5\beta)\,w^{\cdot\prime\prime\prime\prime\prime} + \frac{1}{9}(49\text{-}2\beta)\,w^{\cdot\prime\prime\prime\prime} + 3w^{\prime\prime} + \frac{100}{81}(1+\beta)\,w^{\prime\prime\prime\prime\prime\prime} + \frac{20}{27}(1+\beta)\,w^{\prime\prime\prime\prime\prime} + \frac{8}{9\beta}(1+\beta)\,w^{\prime\prime\prime\prime} = 0 \qquad (8)$$

Cette équation est vérifiée en faisant:

$W = \Sigma\, e^{m\varphi}.\ \sin \alpha \dfrac{x}{r}$, avec $\alpha = \dfrac{n\,\pi\,r}{L}$; L étant la longueur du voile et n un nombre entier dont la valeur sera fixée par le terme du développement en série des charges extérieures. L'équation caractéristique qui résoud ce problème sera:

$$m^8 + \left(2 - \frac{4}{3}(3\text{-}\beta)\,\alpha^2\right) m^6 + \left[1 - \frac{\alpha^2}{3}(21\text{-}4\beta) + \frac{\alpha^4}{9}(55\text{-}6\beta)\right] m^4 + \left[-3\alpha^2 + \frac{\alpha^4}{9}(49\text{-}2\beta) - \frac{10}{27}\alpha^6(12+5\beta)\right] m^2 + \alpha^4(1+\beta)\left[\frac{8}{9\beta} - \frac{20}{27}\alpha^2 + \frac{100}{81}\alpha^4\right] = 0 \qquad (9)$$

Une fois cette équation résolue et, d'une manière analogue aux développements de la théorie classique des voiles pleins, on obtient les efforts, les moments et les déplacements du système homogène auquel on devra superposer les effets des charges extérieures, obtenus, comme on l'a indiqué en étudiant l'état membrane.

Il faut remarquer que l'équation (9) a une forme semblable à celle que l'on obtient pour le voile plein, quoique les coefficients soient plus compliqués dans ce cas. Dans l'équation (9) interviennent seulement les dimensions du voile, r et L; et les caractéristiques du profilé adopté, S et I, indépendamment des dimensions du réticule. Cette circonstance simplifie beaucoup le travail de tâtonnement, car un profilé déterminé ayant été fixé «à priori», elle permet de varier les dimensions du réticule s'adapter aux efforts obtenus, sans avoir besoin de refaire les calculs sauf dans ce qui a trait à l'étude des équations aux côtés et à l'obtention des efforts définitifs.

Formules pratiques.

Toutes les formules données dans cette partie seront applicables aux cas de réticules équilatéraux, pour lesquels nous avons déjà obtenu les sections et les moments d'inertie fictifs ainsi que les constantes élastiques. N'oublions pas que les expressions obtenues ne sont valables que pour ce type de réticule; toutefois en suivant une marche analogue à celle déjà exposée, nous pourrions obtenir les expressions correspondant à une inclinaison différente des barres diagonales. De toutes façons les formules que l'on obtiendrait seraient plus compliquées car il intervient alors un nouveau paramètre, la grandeur l ne suffisant pas pour définir le réticule.

Dans les expressions trouvées seuls les cinq paramètres suivants interviennent:

S et I, section et moment d'inertie du profil laminé, exprimés en m^2 et m^4, grandeurs qui, dans certaines limites, peuvent être considérées comme coefficients numériques, compte tenu de la discontinuité des jauges de lamination.

l, côté du réticule en m, qui d'après ce qui a été indiqué, interviendra seulement, à la fin du calcul, dans le développement des équations aux cotés et dans l'obtention des efforts qui agissent sur les barres du réticule.

L et r, dimensions fondamentales du voile qui au cours des développements en série trigonométrique, interviennent dans tout le procédé de calcul. Ces grandeurs sont exprimées en m.

Ce type de voile s'applique principalement aux grandes couvertures de caractère industriel et, en général, se présenteront comme voiles isolées ou en voiles multiples réunits par les bords où $\varphi = \text{const}$.

La charge principale à considérer sera celle due à son poids propre, à laquelle on atribuera par la suite l'intégrale particulière representée par l'état membrane. Nous pouvons réduire aux charges de ce type non seulement le poids de la charpente métallique, mais aussi celui des élements ou des couches de couverture. En plus de ces charges il faudra tenir compte des surcharges de neige et de vent.

La surcharge de neige et considérée d'habitude dans tous les règlements comme étant uniformément répartie sur la projection horizontale de la couverture. Cependant, dans le cas des voiles polilobulés, cette hypothèse n'est pas applicable, puisqu'il se produirait des accumulations sur les rives. Ceci nous autorise à utiliser une loi de distribution uniforme

tout le long de la directrice qui équivaut à une loi de la forme $\frac{p_n}{\cos(\Phi_K - \varphi)}$ par unité le longueur en plan. Φ_K est l'angle d'ouverture du voile mesuré depuis le bord jusqu'à la verticale. Finstenwalder et Jakobsen, entre autres, emploient cette hypothèse de répartition de neige dans leurs études sur les voiles cylindriques.

Dans le cas des voiles isolés, cette hypothèse de distribution est très défavorable, et il convient d'utiliser celle de la répartition uniforme en plan dont l'intégrale particulière correspondante sera indiquée ci-dessous.

En ce qui concerne la surcharge due au vent, on peut négliger son action pour des voiles dont le demi-angle d'ouverture est égal à, ou plus petit que 50°, ce qui est le plus souvent le cas. Les règlements modernes admettent que dans une couverture cylindrique à directrice circulaire, le vent provoque des suctions dans toute la zone sous le vent, et dans un secteur d'à peu près 50° compté à partir de la clef, de la zone au vent. Il y aura lieu de prévoir des pressions dans le reste de la zone au vent lorsque le demi-angle d'ouverture du voile est supérieur à 50°; c'est un cas rare en pratique.

Les suctions produisent un allégement dans le régime général de contraintes du voile et pour cette raison on ne les prendra pas en considération. Par contre, il faudra les considérer au moment de projeter l'ancrage du voile, pour tenir compte de soulèvements dûs à des pressions intérieures éventuelles du vent.

Ces raisonnements se rapportent aux bâtiments isolés; dans ces cas on peut supposer le vent pratiquement horizontal. Lorsqu'il s'agit de toitures entourées par d'autres bâtiments, l'action du vent peut devenir plus complexe à cause des déviations et tourbillons produits par les obstacles. Ces cas doivent être étudiés tout particulièrement afin d'aboutir à une loi de répartition de pressions qui, comprenant avec une approximation suffisante les actions les plus défavorables, permette un calcul facile de l'intégrale particulière correspondante. Pour ces cas, comme nous le verrons plus tard, la solution du système homogène est étudiée pour une charge symétrique et une autre antimétrique. Il sera possible, en superposant les deux, d'obtenir la solution correspondant à une charge quelconque.

3. – *Etat membrane.*

En général, les charges extérieures sont réparties d'une manière uniforme tout le long du voile, ce qui fait que l'on peut supposer la charge développée en série de Fourier:

$$p_x = \frac{4p}{\pi}\left[\sin\frac{\pi x}{L} + \frac{1}{3}\sin\frac{3\pi x}{L} + \frac{1}{5}\sin\frac{5\pi x}{L} + \ldots\ldots\right]$$

et, comme il est d'usage dans la théorie générale des voiles pleins, on peut trouver la solution en additionant les divers termes, et, comme il arrive dans le cas de ces voiles, il ne sera pas nécessaire, en général, de considérer plus des deux termes. Cependant, les formules que nous donnons ci-dessous sont obtenues pour un terme général de la série.

Dans le cas du poids propre nous avons:

$$N_\varphi = -4p\frac{r^2}{L_\alpha}\cos(\Phi_K-\varphi)\sin\alpha\frac{x}{r}$$

$$N_{\varphi x} = -8p\frac{r^2}{L_\alpha^2}\sin(\Phi_K-\varphi)\cos\alpha\frac{x}{r}$$

$$N_x = -8p\frac{r^2}{L_\alpha^3}\cos(\Phi_K-\varphi)\sin\alpha\frac{x}{r} \qquad (10)$$

$$u = \frac{4pl}{\sqrt{3}ES}\frac{r^3}{L_\alpha^2}\left(\frac{3}{\alpha^2}-1\right)\cos(\Phi_R-\varphi)\cos\alpha\frac{x}{r}$$

$$v = -\frac{4pl}{\sqrt{3}ES}\frac{r^3}{L_\alpha^3}\left(7+\frac{3}{\alpha^2}\right)\sin(\Phi_K-\varphi)\sin\alpha\frac{x}{r}$$

$$w = -\frac{4pl}{\sqrt{3}ES}\frac{r^3}{L_\alpha}\left(\frac{5}{3}+\frac{6}{\alpha^2}+\frac{3}{\alpha^4}\right)\cos(\Phi_K-\varphi)\sin\alpha\frac{x}{r}$$

Ces expressions donnent les efforts et les déplacements de l'état membrane pour une forme général du développement d'une charge due au poids propre p (Kg par m²).

Dans le cas d'une charge uniformément répartie en projection horizontale nous avons:

$$N_\varphi = -4q\frac{r^2}{L_\alpha}\cos^2(\Phi_K-\varphi)\sin\alpha\frac{x}{r}$$

$$N_{\varphi x} = -4q\frac{3r^2}{L_\alpha^2}\cos(\Phi_K-\varphi)\sin(\Phi_K-\varphi)\cos\alpha\frac{x}{r}$$

$$N_x = -4q\frac{3r^2}{L_\alpha^3}\left[\cos^2(\Phi_K-\varphi)-\sin^2(\Phi_K-\varphi)\right]\sin\alpha\frac{x}{r}$$

$$u = \frac{2q.l}{\sqrt{3}ES}\frac{r^3}{L_\alpha^2}\left[\left(\frac{9}{\alpha^2}-2\right)\cos^2(\Phi_K-\varphi)-\frac{9}{\alpha^2}\sin^2(\Phi_K-\varphi)\right]\cos\alpha\frac{x}{r}$$

$$v = \frac{-8q.l}{\sqrt{3}ES}\frac{r^3}{L_\alpha^3}\left(\frac{9}{\alpha^2}+5\right)\sin(\Phi_K-\varphi)\cos(\Phi_K-\varphi)\sin\alpha\frac{x}{r}$$

$$w = \frac{-2q.l}{\sqrt{3}ES}\frac{r^3}{L_\alpha}\left[\left(\frac{10}{3}+\frac{17}{\alpha^2}+\frac{36}{\alpha^4}\right)\cos^2(\Phi_K-\varphi)-\right. \qquad (11)$$

$$\left.-\left(\frac{17}{\alpha^2}+\frac{36}{\alpha^4}\right)\sin^2(\Phi_K-\varphi)\right]\sin\alpha\frac{x}{r}$$

Ces expressions donnent les efforts et les déplacements de l'état membrane pour un terme général du développement d'une charge uniformément répartie en projection horizontale q (Kg par m^2 de projection en plan).

Toutes les expressions indiquées ont été obtenues en supposant que le voile s'appuie sur les supports frontaux, c'est-à-dire, en $x = O$ et $x = L$.

4. – *Résolution de l'équation caractéristique.*

Dans les pages précédentes nous sommes arrivés à une équation de huitième degré de la forme

$$m^8 + c_6\, m^6 + c_4\, m^4 + c^2\, m^2 + c_0 = 0 \qquad (12)$$

dans laquelle les valeurs des coefficients sont celles portées dans l'expression (9). Si nous faisons $m^2 = t$, nous obtenons une équation du quatrième degré:

$$t^4 + c_6\, t^3 + c_4\, t^2 + c_2\, t + c_0 = 0 \qquad (13)$$

Etant donné la grande importance du terme indépendant par rapport aux autres coefficients, une première approximation consisterait à prendre les valeurs de $m = \varepsilon \sqrt[8]{C_0}$, ε étant les huit racines huitièmes de l'unité négative, car c_0 est toujours négatif. Cependant, cette approximation conduit à des erreurs appréciables dans presque tous les cas; elle devient inadmissible pour des valeurs de $\frac{r}{L} < 0{,}3$.

La méthode que nous indiquons ci-dessous, quoiqu'approximative, introduit des erreurs moindres que celles commises en remplaçant dans $\beta = I : Sr^2$, les valeurs S et I tirées des manuels qui, d'ailleurs, n'admettent pas une approximation plus grande.

Cette méthode consiste, dans ses grandes lignes, à égaler le polynôme (13) à un autre polynôme qui aurait les mêmes coefficients c_6, c_4 et c_0 et qui serait le produit de deux polynômes de second degré. Ceci se fait, compte tenu de ce que le terme qui n'est pas commum dans les deux, c'est-à-dire celui en t, premier degré, est celui de moindre importance. En faisant quelques développements simples les racines approximatives de l'équation (13) deviennent:

$$t = -\frac{c_6}{4} \pm \sqrt{\frac{3}{16} c_6^2 - \frac{c_4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{c_4}{2} - \frac{c_6^2}{8}\right)^2 - c_0}}$$

et en extrayant la racine carrée on obtiendra les huit racines de l'équation (12) qui seront de la forme: $\pm a \pm bi$; $\pm c \pm di$.

Pour le premier terme de la série ($n = 1$), nous obtenons, pour les cas les plus défavorables des erreurs relatives pour la valeur du polynôme inférieures au 4:1000 et en général beaucoup plus petites; pour le second terme de la série ($n = 3$) et dans le cas le plus défavorable l'erreur

augmente légèrement, mais on peut continuer à utiliser cette méthode car l'influence sur les racines et l'influence de celles-ci dans le développement général, est faible:

5. – *Système homogène.*

Les expressions des déplacements, efforts et moments, correspondant au système homogène, et qui se déduisent après avoir effectué les développements de la manière indiquée précédemment, ont la forme suivante:

$$w = \left[B_1 \Phi_1 + B_2 \Phi_2 + B_3 \Phi_3 + B_4 \Phi_4 \right] \sin \alpha \frac{x}{r}$$

$$u = \left[(K_1 B_1 + K_2 B_2) \Phi_1 + (K_1 B_2 - K_2 B_1) \Phi_2 + (K_3 B_3 + K_4 B_4) \Phi_3 + \right.$$
$$\left. + (K_3 B_4 - K_4 B_3) \Phi_4 \right] \cos \alpha \frac{x}{r}$$

$$v = \left[(K_9 B_1 + K_{10} B_2) \Phi_5 + (K_9 B_2 - K_{10} B_1) \Phi_6 + (K_{11} B_3 + K_{12} B_4) \Phi_7 + \right.$$
$$\left. + (K_{11} B_4 - K_{12} B_3) \Phi_8 \right] \sin \alpha \frac{x}{r}$$

$$N_x = \frac{2ES}{4\sqrt{3}\, l\, r} \left[(K_{13} B_1 + K_{14} B_2) \Phi_1 + (K_{13} B_2 - K_{14} B_1) \Phi_2 + (K_{15} B_3 + K_{16} B_4) \Phi_3 + \right.$$
$$\left. + (K_{15} B_4 - K_{16} B_3) \Phi_4 \right] \sin \alpha \frac{x}{r}$$

$$N_\varphi = \frac{3ES}{4\sqrt{3}\, l\, r} \left[(K_{17} B_1 + K_{18} B_2) \Phi_1 + (K_{17} B_2 - K_{18} B_1) \Phi_2 + (K_{19} B_3 + K_{20} B_4) \Phi_3 + \right.$$
$$\left. + (K_{19} B_4 - K_{20} B_3) \Phi_4 \right] \sin \alpha \frac{x}{r}$$

$$N_{\varphi x} = \frac{3ES}{4\sqrt{3}\, l\, r} \left[(K_{21} B_1 + K_{22} B_2) \Phi_5 + (K_{21} B_2 - K_{22} B_1) \Phi_6 + (K_{23} B_3 + K_{24} B_4) \Phi_7 + \right.$$
$$\left. + (K_{23} B_4 - K_{24} B_3) \Phi_8 \right] \cos \alpha \frac{x}{r}$$

$$M_x = \frac{2EI}{4\sqrt{3}\, l\, r^2} \left[(K_{25} B_1 + K_{26} B_2) \Phi_1 + (K_{25} B_2 - K_{26} B_1) \Phi_2 + (K_{27} B_3 + K_{28} B_4) \Phi_3 + \right.$$
$$\left. + (K_{27} B_4 - K_{28} B_3) \Phi_4 \right] \sin \alpha \frac{x}{r}$$

$$M_\varphi = \frac{3EI}{4\sqrt{3}\, l\, r^2} \left[(K_{29} B_1 + K_{30} B_2) \Phi_1 + (K_{29} B_2 - K_{30} B_1) \Phi_2 + (K_{31} B_3 + K_{32} B_4) \Phi_3 + \right.$$
$$\left. + (K_{31} B_4 - K_{32} B_3) \phi_4 \right] \sin \alpha \frac{x}{r}$$

$$M_{\varphi x} = \frac{3EI}{4\sqrt{3}\,l\,r^2}\Big[(K_{33}B_1+K_{34}B_2)\Phi_5+(K_{33}B_2-K_{34}B_1)\Phi_6+(K_{35}B_3+K_{36}B_4)\Phi_7+$$
$$+(K_{35}B_4-K_{36}B_3)\Phi_8\Big]\cos\alpha\,\frac{x}{r}$$

$$R_\phi = \frac{3EI}{4\sqrt{3}\,l\,r^3}\Big[(K_{37}B_1+K_{38}B_2)\Phi_5+(K_{37}B_2-K_{38}B_1)\Phi_6+(K_{39}B_3+K_{40}B_4)\Phi_7+$$
$$+(K_{39}B_4-K_{40}B_3)\Phi_8\Big]\sin\alpha\,\frac{x}{r}$$

$$\Theta = \frac{1}{r}\Big[(K_{41}B_1+K_{42}B_2)\Phi_5+(K_{41}B_2-K_{42}B_1)\Phi_6+(K_{43}B_3+K_{44}B_4)\Phi_7+$$
$$+(K_{43}B_4-K_{44}B_3)\Phi_8\Big]\sin\alpha\,\frac{x}{r}$$

$$Q_\varphi = \frac{3EI}{4\sqrt{3}\,l\,r^3}\Big[(K_{45}B_1+K_{46}B_2)\Phi_5+(K_{45}B_2-K_{46}B_1)\Phi_6+(K_{47}B_3+K_{48}B_4)\Phi_7+$$
$$+(K_{47}B_4-K_{48}B_3)\Phi_8\Big]\sin\alpha\,\frac{x}{r}$$

$$Q_x = \frac{3EI}{4\sqrt{3}\,l\,r^3}\Big[(K_{49}B_1+K_{50}B_2)\Phi_1+(K_{49}B_2-K_{50}B_1)\Phi_2+(K_{51}B_3+K_{52}B_4)\Phi_3+$$
$$+(K_{51}B_4-K_{52}B_3)\Phi_4\Big]\cos\alpha\,\frac{x}{r}$$

R_Φ étant la réaction normale au bord longitudinal, θ la rotation d'une section, et B_1, B_2, B_3 et B_4 des constantes d'intégration qu'il faudra déterminer conformément aux conditions aux côtés longitudinaux.

Les fonctions Φ_1; Φ_2; Φ_3; ·····; Φ_8 s'expriment de la manière suivante:

$$\Phi_1 = e^{-a\varphi}\cos b\varphi \pm e^{-a\omega}\cos b\omega \quad ; \quad \Phi_5 = e^{-c\varphi}\cos b\varphi \mp e^{-a\omega}\cos b\omega$$

$$\Phi_2 = e^{-a\varphi}\sin b\varphi \pm e^{-a\omega}\sin b\omega \quad ; \quad \Phi_6 = e^{-c\varphi}\sin b\varphi \mp e^{-a\omega}\sin b\omega$$

$$\Phi_3 = e^{-c\varphi}\cos d\varphi \pm e^{-c\omega}\cos d\omega \quad ; \quad \Phi_7 = e^{-c\varphi}\cos d\varphi \mp e^{-a\omega}\cos d\omega$$

$$\Phi_4 = e^{-c\varphi}\sin d\varphi \pm e^{-c\omega}\cos d\omega \quad ; \quad \Phi_8 = e^{-c\varphi}\sin d\varphi \mp e^{-a\omega}\cos d\omega$$

$\omega = 2\,\Phi_K - \varphi$, c'est-à-dire que ω est l'angle mesuré au bord gauche du voile. Les signes supérieurs correspondent à des charges symétriques aux deux bords longitudinaux et les signes inférieurs à des charges antimétriques, c'est-à-dire à des charges linéaires sur un bord longitudinal égales et du même signe, ou de signe contraire, à l'autre bord, respectivement.

Les constantes K s'expriment de la manière suivante:

Pour le déplacement longitudinal u:

$$K_1 = \frac{P_1 m_1 - q_1 n_1}{n_1^2 + m_1^2} \quad ; \quad K_3 = \frac{P_2 m_2 - q_2 n_2}{n_2^2 + m_2^2}$$

$$K_2 = \frac{P_1 n_1 + q_1 m_1}{n_1^2 + m_1^2} \quad ; \quad K_4 = \frac{P_2 n_2 + q_2 m_2}{n_2^2 + m_2^2}$$

Avec:

$$m_1 = 6\,a\,b\,(3 + 8\,\beta\,\alpha^2)$$

$$n_1 = \alpha^2\,(21 + 20\,\beta\,\alpha^2) - 3\,(a^2 - b^2)\,(3 + 8\,\beta\,\alpha^2)$$

$$p_1 = 108\,\beta\,\alpha\,a\,b\,(a^2 + b^2) - 126\,\beta\,a\,b\,\alpha^3 + 54\,\beta\,a\,b\,\alpha$$

$$q_1 = 9\,\alpha + 27\,\beta\,\alpha\,(a^4 + b^4 - 6\,a^2\,b^2) - 63\,\beta\,\alpha^3\,(a^2 - b^2) + 30\,\beta\,\alpha^5 + \\ + 27\,\beta\,\alpha\,(a^2 - b^2) - 30\,\beta\,\alpha^3$$

$$m_2 = 6\,c\,d\,(3 + 8\,\beta\,\alpha^2)$$

$$n_2 = \alpha^2\,(21 + 20\,\beta\,\alpha^2) - 3\,(c^2 - d^2)\,(3 + 8\,\beta\,\alpha^2)$$

$$p_2 = 108\,\alpha\,\beta\,c\,d\,(c^2 - d^2) - 126\,\beta\,c\,d\,\alpha^3 + 54\,\beta\,c\,d\,\alpha$$

$$q_2 = 9\,\alpha + 27\,\beta\,\alpha\,(c^4 + d^4 - 6\,c^2\,d^2) - 63\,\beta\,\alpha^3\,(c^2 - d^2) + 30\,\beta\,\alpha^5 + \\ + 27\,\beta\,\alpha\,(c^2 - d^2) - 30\,\beta\,\alpha^3$$

Par le déplacement transversal v:

$$K_9 = \frac{a\,K_5 - b\,K_6}{a^2 + b^2} \quad ; \quad K_{11} = \frac{c\,K_7 - d\,K_8}{c^2 + d^2}$$

$$K_{10} = \frac{a\,K_6 + b\,K_5}{a^2 + b^2} \quad ; \quad K_{12} = \frac{c\,K_8 + d\,K_7}{c^2 + d^2}$$

$$K_5 = \frac{1}{9\,\alpha}\left[K_1\,(3\,(a^2 - b^2) - 10\,\alpha^2) + 6\,a\,b\,K_2 + 6\,\alpha\right]$$

$$K_6 = \frac{1}{9\,\alpha}\left[K_2\,3\,(3\,(a^2 - b^2) - 10\,\alpha^2) - 6\,a\,b\,K_1\right]$$

$$K_7 = \frac{1}{9\,\alpha}\left[K_3\,(3\,(c^2 - d^2) - 10\,\alpha^2) + 6\,c\,d\,K_4 + 6\,\alpha\right]$$

$$K_8 = \frac{1}{9\,\alpha}\left[K_4\,(3\,(c^2 - d^2) - 10\,\alpha^2) - 6\,c\,d\,K_3\right]$$

Pour l'effort longitudinal N_x:

$$K_{13} = -5\alpha\,K_1 - 3\,a\,K_9 - 3\,b\,K_{10} + 3 \quad ; \quad K_{15} = -5\alpha\,K_3 - 3\,c\,K_{11} - 3\,d\,K_{12} + 3$$

$$K_{14} = -5\alpha\,K_2 - 3\,a\,K_{10} + 3\,b\,K_9 \quad ; \quad K_{16} = -5\alpha\,K_4 - 3\,c\,K_{12} + 3\,d\,K_{11}$$

Pour l'effort transversal N_φ :

$$K_{17} = -\alpha K_1 - 3aK_9 - 3bK_{10} + 3 \quad ; \quad K_{19} = -\alpha K_3 - 3cK_{11} - 3dK_{12} + 3$$

$$K_{18} = -\alpha K_2 - 3aK_{10} + 3bK_9 \quad ; \quad K_{20} = -\alpha K_4 - 3cK_{12} + 3dK_{11}$$

Pour l'effort tangentiel $N_{\varphi x}$:

$$K_{21} = +\alpha K_9 - aK_1 - bK_2 \quad ; \quad K_{23} = \alpha K_{11} - cK_3 - dK_4$$

$$K_{22} = +\alpha K_{10} - aK_2 + bK_1 \quad ; \quad K_{24} = \alpha K_{12} - cK_4 + dK_3$$

Pour le moment fléchissant longitudinal M_x:

$$K_{25} = 3 - 5\alpha^2 + 3(a^2 - b^2) \quad ; \quad K_{27} = 3 - \alpha 5^2 + 3(c^2 - d^2)$$

$$K_{26} = -6ab \quad ; \quad K_{28} = -6cd$$

Pour le moment fléchissant transversal M_φ :

$$K_{29} = 3 - \alpha^2 + 3(a^2 - b^2) \quad ; \quad K_{31} = 3 - \alpha^2 + 3(c^2 - d^2)$$

$$K_{30} = -6ab \quad ; \quad K_{32} = -6cd$$

Pour le moment de torsion $M_{\varphi x}$;

$$K_{33} = -(aK_1 + bK_2 + \alpha K_9 + 2\alpha a) \quad ; \quad K_{35} = -(cK_3 + dK_4 + \alpha K_{11} + 2\alpha c)$$

$$K_{34} = -aK_2 + bK_1 - \alpha K_{10} + 2\alpha b \quad ; \quad K_{36} = -cK_4 + dK_3 - \alpha K_{12} + 2\alpha d$$

Pour la réaction longitudinale R_Φ :

$$K_{37} = -aK_{29} - bK_{30} - 2\alpha K_{33} \quad ; \quad K_{39} = -cK_{31} - dK_{32} - 2\alpha K_{35}$$

$$K_{38} = -aK_{30} + bK_{29} - 2\alpha K_{34} \quad ; \quad K_{40} = -cK_{32} + dK_{31} - 2\alpha K_{36}$$

Pour la rotation θ:

$$K_{41} = -K_9 - a \quad ; \quad K_{43} = -K_{11} - c$$

$$K_{42} = -K_{10} + b \quad ; \quad K_{44} = -K_{12} + d$$

Pour l'effort tranchant Q_φ :

$$K_{45} = -aK_{29} - bK_{30} - \alpha K_{33} \quad ; \quad K_{47} = -cK_{31} - dK_{32} - \alpha K_{35}$$

$$K_{46} = -aK_{30} + bK_{29} - \alpha K_{34} \quad ; \quad K_{48} = -cK_{32} + dK_{31} - \alpha K_{36}$$

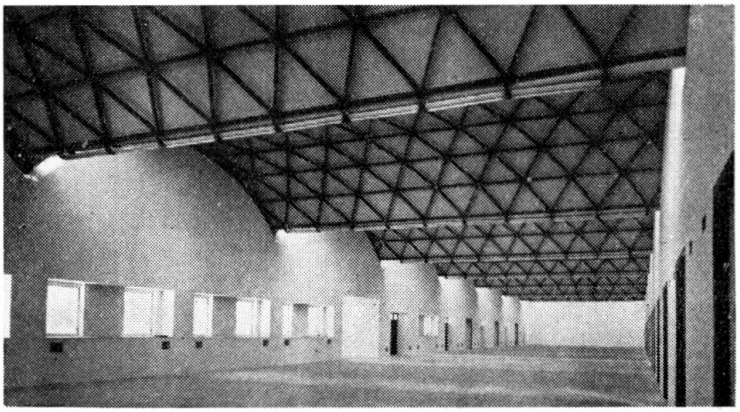
Pour l'effort tranchant Q_x:

$$K_{49} = \frac{2}{3} \alpha K_{25} - a K_{33} - b K_{34} \quad ; \quad K_{51} = \frac{2}{3} \alpha K_{27} - c K_{35} - d K_{36}$$

$$K_{50} = \frac{2}{3} \alpha K_{26} - a K_{34} + b K_{33} \quad ; \quad K_{52} = \frac{2}{3} \alpha K_{28} - c K_{36} + d K_{35}$$

a et c les parties réelles des racines de l'équation du huitième degré et b et d les parties imaginaires. $\alpha = \frac{n \pi r}{L}$; n = 1 pour le premier terme de la série de Fourier, n = 3 pour le 2ème, etc. Les efforts et les moments sont indiqués par unité de longueur, c'est-à-dire Kg par m et m. Kg. respectivement.

Nous avons déjà indiqué que cette théorie est actuellement en cours de verification au «Laboratorio Central de Ensayo de Materiales de Construccion» de Madrid, au moyen d'essais sur modèle réduit; les premiers résultats obtenus sont satisfaisants. On a, d'autre part construit quelques couvertures de ce type; parmi celles-ci, on peut en citer une formée par une série de huit éléments égaux de 12,70 m de portée, 6,50 m de rayon et un angle au centre de 90° avec une maille triangulaire équilatérale de 1,27 m de côté avec section double T de 8 cm projetée pour couvrir la halle des «Ateliers de l'Institut Technique de la Construction et du Ciment» de Madrid, dont le résultat a été pleinement satisfaisant. La photographie ci-jointe montre cette couverture.



Afin de faciliter l'étude de ce type de couverture et d'éviter le calcul pénible mais nécessaire pour déterminer les efforts. nous nous occupons actuellement du calcul d'une première série de 36 exemples différents. Nous avons l'intention de terminer cette première série, avec les résultats obtenus puis de faire des tables qui faciliteraient les travaux de tâtonnement et projet. Nous espérons pouvoir donner au prochain Congrès de Lisbonne une idée de ces études.

L'auteur remercie MM. les Professeurs E. Torroja et J. Batanero, de l'Ecole de «Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos» de Madrid pour leurs renseignements et leurs idées qui ont été d'une grande utilité pour le développement de la théorie exposée dans cette étude.

RÉSUMÉ

L'auteur présente une théorie des voiles minces cylindriques à directrice circulaire, formés par une maille composée de triangles équilatéraux dont les côtés sont constitués par des profils laminés symétriques. Le développement de cette théorie est analogue à celui de la théorie des voiles pleins dans le domaine élastique. Dans ce cas le corps bien qu'homogène est anisotrope. Il présente trois plans de symétrie élastique, ce qui conduit aux cinq constantes élastiques suivantes: deux modules d'élasticité, deux coefficients de Poisson et un module de rigidité.

On a considéré dans le calcul, les deux efforts normaux et l'effort tangentiel dans le plan du voile, les moments fléchissants longitudinaux et transversaux, le moment de torsion et les deux efforts tranchants, normaux au voile.

Dans une première partie l'auteur expose les grandes lignes de la théorie, et dans une deuxième il donne les formules d'application avec les solutions du type membrane pour les cas du poids propre et de la charge uniformément répartie en projection horizontale. Une solution approximative de l'équation caractéristique est indiquée et la solution générale du système homogène pour une charge symétrique et antimétrique aux bords longitudinaux est donnée.

Les premiers résultats obtenus au cours des essais en modèle réduit réalisés au «Laboratoire Central d'Essais de Matériaux de Construction» de Madrid, et sur quelques couvertures déjà construites et calculées d'après cette théorie, en confirment jusqu'ici la validité.

SUMMARY

The author presents a theory for circular directrix shells, made of equilateral triangular network, the sides of which are composed of symmetrical laminated sections. The development of this theory is similar to the elastic theory for normal shells, though in this case the shell is homogeneous but not isotropic; it presents three plans of elastic symmetry, and thus introduces the following five elastic constants, two elasticity moduli, two Poisson coefficients and one rigidity modulus.

The calculation considers two normal and one tangential stresses in the shell plan, the longitudinal and transversal bending moments, the torsion moment and the two shearing efforts perpendicular to the shell.

In the first part a concise idea of the theory's essential features is given; in the second part, the applied formulae, are given together with the membrane solutions for the case of the dead load and for that of an uniform overload; an approximate solution of the characteristical equation and the general solution of the homogeneous system for a symmetric and an antimetric load on the longitudinal edges is also given.

The validity of this theory has been confirmed by the first results obtained from the tests on scale models at the «Central Laboratory for

Testing Building Materials» of Madrid, and also from roofs already built and calculated according to this theory.

ZUSAMMENFASSUNG

Der Verfasser entwickelt in diesem Aufsatz eine Theorie der Zylinderschalen mit kreisförmiger Leitkurve; die Schalen sind aus einem Gitterwerk mit gleichseitigen Dreiecken gebildet, deren Seiten aus symmetrischen, gewalzten Profilen bestehen. Die Theorie über dieses Gitterwerk ist der Elastizitätstheorie der kontinuierlichen Schalen ähnlich. Dabei ist der Baukörper in diesem Falle homogen, aber anisotrop und besitzt drei Elastizitäts-Symmetrie-Ebenen. Daraus ergeben sich fünf elastische Konstanten: zwei Elastizitätsmoduli, zwei Poissonzahlen und ein Steifigkeitsmodul.

Für die Berechnung wurden in Betracht gezogen: zwei Normalkräfte und eine Schubkraft in der Schalenebene, die Längs- und Querbiegemomente, das Torsionsmoment und die beiden senkrecht zur Schale wirkenden Schubkräfte.

Im ersten Teil des Aufsatzes werden die wichtigsten Punkte der Theorie erläutert und im zweiten Teil die Anwendungsformeln für gleichmässig verteilte Belastung und Eigengewicht nach der Membrantheorie entwickelt. Dann folgt eine Näherungslösung der charakteristischen Gleichung sowie die allgemeine Lösung des homogenen Systems für symmetrische und antimetrische Belastung der Längsränder.

RESUMO

O autor apresenta uma teoria de coberturas delgadas cilíndricas de directriz circular, formadas por uma malha de triângulos equiláteros cujos lados são constituídos por perfis laminados simétricos. O desenvolvimento desta teoria é semelhante ao da teoria em regime elástico das estruturas delgadas contínuas, com a diferença de que, neste caso, o corpo é homogéneo mas não isótropo, apresentando três planos de simetria elástica, o que dá origem ao aparecimento de cinco constantes elásticas: dois módulos de elasticidade, dois coeficientes de Poisson e um módulo de rigidez.

Consideram-se, no cálculo, os dois esforços normais e o esforço tangencial ao plano da estrutura, os momentos flectores longitudinal e transversal, o momento de torsão e os dois esforços cortantes normais à superfície. Na primeira parte dá-se uma ideia muito resumida dos pontos essenciais da teoria, e na segunda parte dão-se as fórmulas de aplicação com as soluções do tipo membrana para os casos do peso próprio e carga uniformemente distribuída em planta, uma solução aproximada da equação característica e solução geral do sistema homogéneo para uma carga simétrica e antimétrica, nos bordos longitudinais.

Os primeiros resultados obtidos em ensaios em modelo reduzido, que se estão a realizar no Laboratório Central de Ensaio de Materiais de Construção de Madrid, e em algumas coberturas já construídas e calculadas segundo esta teoria, confirmam, até agora, a sua validade.

Leere Seite
Blank page
Page vide