

Zeitschrift:	IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht
Band:	5 (1956)
Rubrik:	Va. Crack formation (use of high-tensile steel and steel with high bond strength, end anchorages, distribution of reinforcement, shear strength)

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 14.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

V a 1

Critical remarks on the effect of bent-up bars and stirrups in reinforced concrete beams

Kritische Bemerkungen über die Wirkung von aufgebogenen Eisen und Bügeln

Crítica do efeito das armaduras oblíquas e dos estribos em vigas de betão armado

Critique de l'effet des barres obliques et des étriers dans les poutres en béton armé

PROF. DR. K. W. JOHANSEN
Copenhagen

In a reinforced concrete beam we have the compression zone and the tensile zone. When the tensile strength of the concrete is neglected, the tensile zone is the reinforcement alone.

Between these zones we have the shear zone. The compression force and the tensile force constitute a couple, the bending moment. When

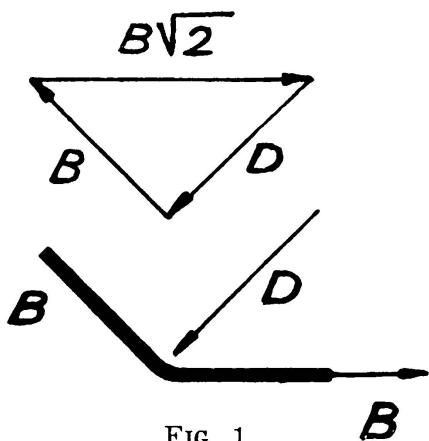


FIG. 1

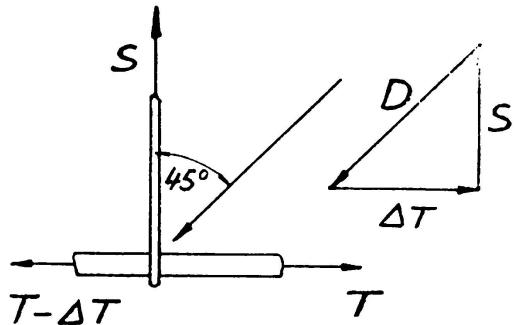


FIG. 2

the moment varies, so do these forces and the difference of the compressive forces is transmitted to the shearing zone, where it equalizes the difference in the tensile forces also transmitted to the shearing zone.

theory deals with the strength of the three zones mentioned and the transmission of force between the zones. Very important is the transmission of the forces from the tensile zone, the reinforcement, to the shear zone. Let us consider a bent up bar fully utilized before the bend. After the bend the tensile force is diminished by the force B in the bar, and not $B\sqrt{2}$ as postulated in the orthodox theory. The bent up bar and an oblique compression force in the shear zone might transmit $B\sqrt{2}$, but $0.41 B$ must be transmitted from

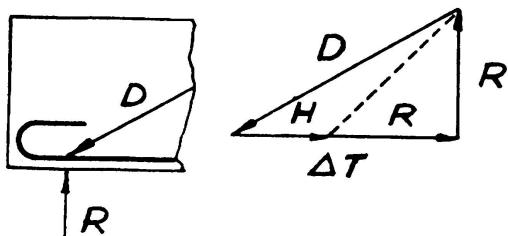


FIG. 3

the other bars and at the bend, as the first mentioned bar is assumed to be fully utilized. But this very local transmission through the concrete is evidently impossible.

A bent up bar transmits only its own force, independently of the angle of bending.

The last mentioned fact is very valuable in designing in cases where bending at 45° may give practical troubles.

The transmission of force by stirrups is attained by tension S in the stirrup and an oblique compression D in the concrete. When the direction of this compression is assumed to be 45° , (corresponding to the coefficient of friction) the force transmitted is equal to the force S in the stirrups in agreement with the orthodox theory.

At the end of a simply supported beam the reaction R acts as a stirrup and consequently transmits the force R . This is completely neglected in the orthodox theory. The hooks transmit a force H . The load on the top of cantilever beams also acts as stirrups. A uniformly distributed load w transmits forces wx (x distance from free end) given by a straight line (ordinate $W = wl$ at the end).

Assuming a cantilever beam divided in two parts sliding on each other, the greatest slip is found at the free end and not at the fixed end. Consequently shear reinforcement at the fixed end is only of little value, but at the free end it will be efficient. In the same way, in a continuous beam the greatest slip is found at the inflection point which will be the best location for shear reinforcement. The postulate of the orthodox

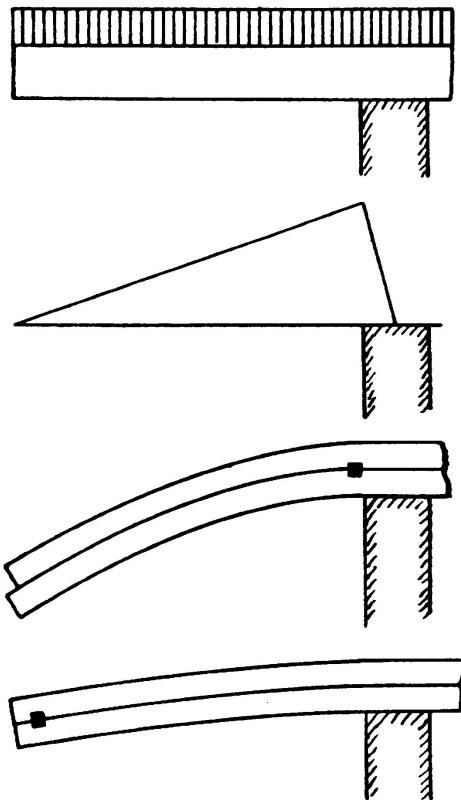


FIG. 4

theory, that the shear reinforcement should be placed according to the shearing forces is evidently incorrect.

The necessary amount of the tensile force T is given by the bending moment. The shear reinforcement at any place must not diminish the tensile force by more than what corresponds to the decrease in bending moment, that is the T -line corresponding to the bending moment must be inside the T -line corresponding to the shear reinforcement.

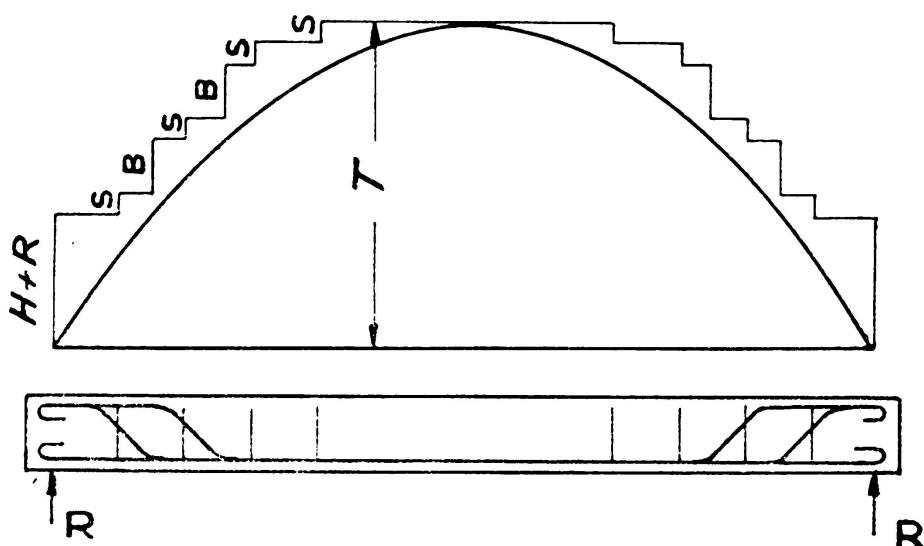


FIG. 5

The shear reinforcement may be placed ad libitum between the «free points» and the end in a simply supported beam, between the «free points» and the free end in a cantilever beam and between the «free points» and the bending moment zero in a continuous beam. In the latter case the bars ought to be totally discharged at the zero, as the stressed part of a bar may not continue into the compression zone on the other side of the zero. The shear reinforcement may be concentrated at the free end in a cantilever beam and at the moment zero, the inflection point, in a continuous beam just as the above geometrical considerations have shown. It is of some practical value to know that the shear reinforcement must not be concentrated at the support of a continuous beam, where the column reinforcement may already give trouble for correctly casting the concrete.

In a beam without shear reinforcement or where all shear reinforcement is concentrated at the end, the variation of the bending moment

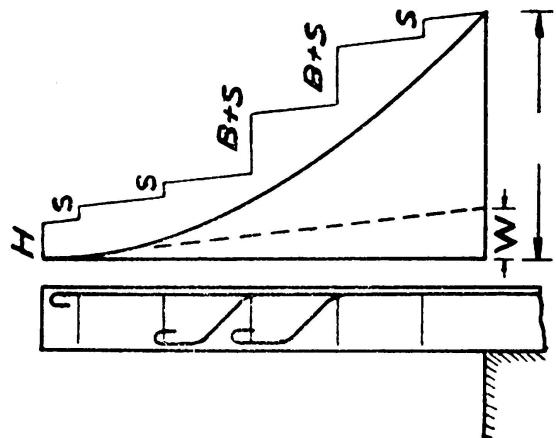


FIG. 6

is caused by varying arm of the moment which leads to the arch effect if the reinforcement is anchored in a reliable way. This depends mainly on the hooks and the reaction and tests show that a safe limit of the anchoring force for bars with hooks is

$$A = H + R = 3,5 c a_o + R$$

(c = concrete's compressive strength in bending, a_o = area of bars at the support, R = reaction). The first term is the effect of the hooks, the last the effect of the reaction corresponding to a coefficient of friction equal to 1.

In a simply supported beam with an area of reinforcement a , area of bent up bars b , area of stirrups s and yield stress r , the greatest tensile

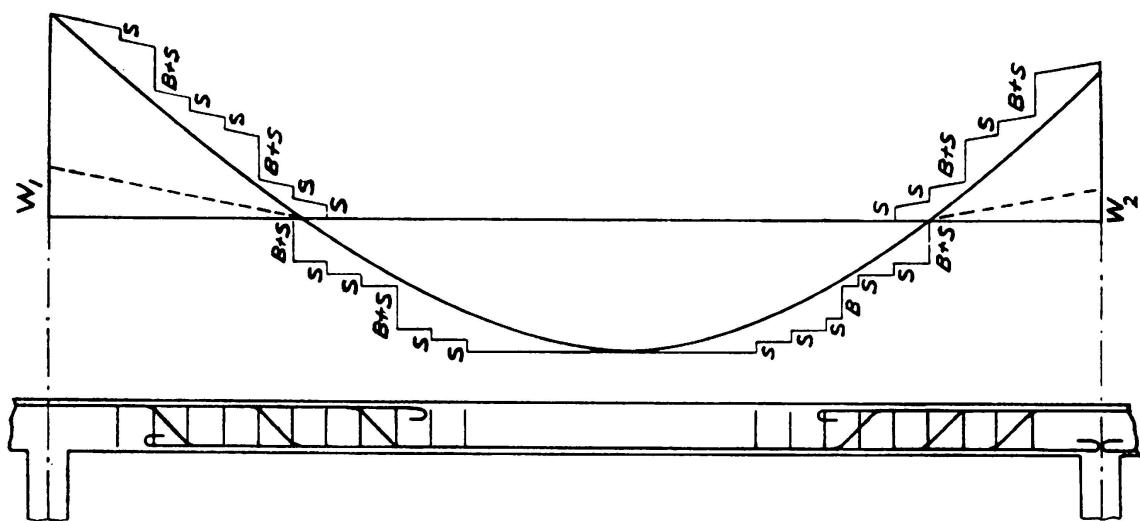


FIG. 7

force is ra which the bent up bars reduce by rb and the stirrups by rs (b and s correspond to a half part). At the support the force is reduced to

$$A = r (a - b - s) = 3,5c (a - b) + R$$

or

$$s + \frac{R}{r} = (a - b) \left(1 - 3,5 \frac{c}{r}\right).$$

giving the amount of stirrups.

In a cantilever beam the load L on the upper side substitutes the reaction R and then

$$s + \frac{L}{r} = (a - b) \left(1 - 3,5 \frac{c}{r}\right).$$

In a continuous beam the part between the support and the moment zero is treated as a cantilever beam and the part between the zeros as a simply supported beam with $R = 0$. Only the shear reinforcement at the zeros

can be considered common for both parts. Consequently it is more economical to concentrate it there. Fig. 10 shows the extreme case where all shear reinforcement is concentrated at the moment zeros.

Shear tests are always more or less confused by the tensile strength of the concrete, neglected in the theories, but existing in reality, but many

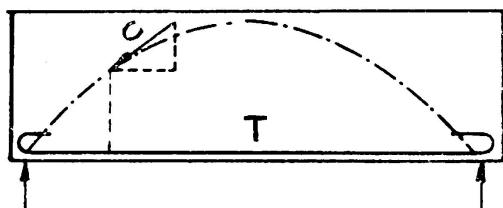


FIG. 8

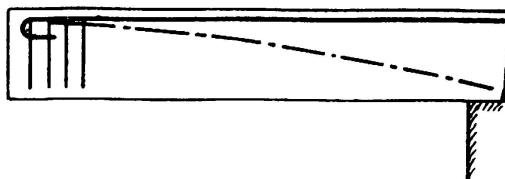


FIG. 9

tests verify this theory and it is a well known fact, that the orthodox theory is not verified by the tests. In this connection it should be emphasized that most of the efforts to get an agreement between tests and theories in the case of concrete shall be in vain as long as the strength

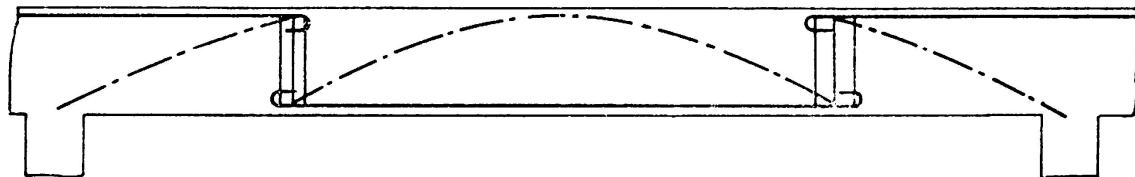


FIG. 10

of the concrete is expressed by only one magnitude, the cube strength or similar. The simplest condition of failure in concrete involves three magnitudes: coefficient of interior friction, compressive and tensile strength.

S U M M A R Y

It is shown and verified by test results that the orthodox conception of the effect of shear reinforcement has serious faults. The main points are:

1. The effect of bent up bars does not correspond to $\sqrt{2} \times$ (area) but only to $1 \times$ (area) and is independent of the angle.
2. The distribution of the shear reinforcement does not correspond to the distribution of the transverse forces.
3. The reactions at the beam ends actuate as stirrups.

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird gezeigt und durch Versuchsresultate nachgewiesen, dass die bisherige Vorstellung von der Wirkung der Schubsicherung ernst zu nehmende Mängel aufweist. Die wichtigsten davon sind:

1. Die Wirkung der aufgebogenen Eisen ist nicht proportional zu $\sqrt{2}$ mal der Fläche sondern nur direkt proportional und zudem unabhängig vom Winkel.
2. Die Verteilung der Schubsicherung entspricht nicht der Verteilung der Querkräfte.
3. Die Reaktionen an den Balkenenden wirken als Bügel.

RESUMO

Resultados de ensaios mostram e verificam que o conceito ortodoxo do efeito das armaduras de corte apresenta erros graves. Os pontos principais são:

1. O efeito de armaduras oblíquas corresponde, não a $\sqrt{2} \times$ (área), mas apenas a $1 \times$ (área) e é independente do ângulo.
2. A distribuição das armaduras de corte não corresponde à distribuição dos esforços transversos.
3. As reações nas extremidades das vigas actuam como estribos.

RÉSUMÉ

Les résultats d'essais montrent et vérifient que la conception orthodoxe de l'effet des armatures de cisaillement présente de sérieuses erreurs. Les points principaux sont:

1. L'effet des barres obliques ne correspond pas à $\sqrt{2} \times$ (surface) mais à peine à $1 \times$ (surface) et est indépendant de l'angle.
2. La distribution de l'armature de cisaillement ne correspond pas à la distribution des efforts tranchants.
3. Les réctions aux appuis des poutres agissent comme des étriers.

V a 2

Calcul des pistes en béton précontraint

Design of prestressed concrete runways

Die Berechnung von Pisten in vorgespannten Beton

Cálculo de pistas de betão preeesforçado

PIERRE D. COT

Directeur Général de l'Aéroport de Paris
Paris

Les procédés traditionnels employés pour la construction des revêtements routiers ne sont pas bien adaptés à la construction des revêtements destinés à supporter les avions les plus lourds. Il semble que seul l'emploi de matériaux plus nobles que les matériaux routiers traditionnels peut conduire à une solution satisfaisante. C'est pourquoi, dès 1945, Monsieur Freyssinet a songé à utiliser le béton précontraint.

En 1947 une section de piste en béton précontraint de 400 m de longueur, 60 m de largeur et 16 cm d'épaisseur a été construite à l'aéroport d'Orly. Ce revêtement expérimental, qui fut une réussite technique, ne pouvait concurrencer économiquement les procédés traditionnels. En 1952 nous avons repris ce problème et nous avons abouti à un procédé nouveau mis au point en 1953, lors de la construction d'Orly, sur un tronçon de voie de circulation.

Description de la voie de circulation

Cette voie a une longueur de 430 m, une largeur de 25 m et une épaisseur de 18 cm. Elle a été construite par bandes longitudinales de 5 m de large. Le béton, dosé à 330 kg par m³, a la composition des bétons usuels employés à Orly pour les revêtements en béton ordinaire. La précontrainte transversale de 18 kg/cm² après retrait du béton et fluage des aciers est obtenue par des câbles transversaux de 12 fils de 7 mm de diamètre espacés de 1,33 m passant à mi-épaisseur du revêtement dans des trous cylindriques de 5 cm de diamètre, ancrés sur les bords longitudinaux du revêtement.

La précontrainte longitudinale est obtenue par l'action de vérins plats «Freyssinet» dénommés «joints actifs». Chaque joint actif comporte 3 vérins plats placés en série. Un seul est utilisé pour la mise en compression. Le revêtement comporte à ses deux extrémités, deux culées qui ont la même largeur que la voie de circulation.

Effets des variations thermohygrométriques

Les contraintes de compression longitudinale introduites dans le revêtement par l'action des joints actifs et la mise en tension des câbles de culées varient, lorsque des variations thermohygrométriques affectent le revêtement. Les défauts mécaniques ou physiques de construction du revêtement pourraient provoquer, dans certains cas, le flambement longitudinal des petites parties du revêtement. Ce sont les joints actifs qui, pratiquement, peuvent introduire des excentrements des compressions longitudinales suffisants pour compromettre la stabilité du revêtement; c'est pourquoi des dispositions spéciales ont été prévues pour ces joints lors de la construction de la piste en béton précontraint d'Alger Maison-Blanche.

Essais de chargement

La voie de circulation a été soumise à des essais de chargement. Sept essais ont été effectués. Chaque essai consiste à charger, puis à décharger un même point du revêtement, un certain nombre de fois N_1 par une charge P_1 ; après ces N_1 cycles de chargement, on effectue au même point N_2 cycles de chargement pour une valeur de la charge P_2 supérieure à P_1 et enfin, éventuellement, N_3 cycles de chargement pour une charge P_3 supérieure à P_2 .

Calcul des revêtements en béton précontraint

Nous considérerons seulement le cas où la charge appliquée est située à une distance supérieure à 2 ou 3 m du bord du revêtement le plus voisin. Le revêtement se comporte alors comme s'il avait des dimensions infinies puisqu'en raison des précontraintes, les joints n'introduisent pratiquement pas de discontinuité notable dans le comportement du système, c'est le cas de charge «au centre».

Lorsque la charge P est modérée (45 t au plus) le revêtement se comporte comme un corps homogène et les méthodes de calcul classiques de Westergaard, Burmister ou Hogg lui sont applicables. Lorsque P est plus élevée, il n'en est plus ainsi; des fissures se produisent à la partie inférieure du revêtement tout le long des rayons passant par le centre de charge; les moments fléchissants rayonnants (correspondant aux contraintes se développant sur les éléments dirigés suivant les rayons) ne peuvent dépasser une certaine valeur qui peut varier selon l'importance de la déformation. Cette fissuration rayonnante s'étend jusqu'à un cercle dont le rayon C est fonction de la valeur de la charge appliquée P . Au-delà

de ce cercle, les contraintes dans le revêtement sont en général au plus égales à la valeur qui provoque le début de fissuration dans le revêtement, alors les déformations sont proportionnelles aux contraintes.

Par définition de ce cercle (de rayon C) la contrainte de traction sur les éléments radiaux situés à la distance C du centre de la charge est égale à la résistance à la traction du béton, augmentée de la précontrainte; pour une charge donnée, la valeur de C est déterminée.

Le principe du calcul est le suivant:

On écrit:

- 1°) les conditions d'équilibre de la zone intérieure au cercle de rayon C, à partir d'hypothèses vérifiées par la concordance entre les calculs et les résultats expérimentaux; le moment fléchissant sur les éléments tangentiels tout le long de ce cercle de rayon C s'exprime en fonction de deux paramètres qui sont:
 - la déformation verticale
 - et la pente de la méridienne des déformations tout le long de ce cercle.
- 2°) les conditions d'équilibre de la zone extérieure au cercle de rayon C, définies par l'équation de Lagrange; le moment fléchissant sur les éléments tangentiels tout le long de ce cercle; s'exprime en fonction des deux paramètres mentionnés ci-dessus.
- 3°) que le moment fléchissant sur les éléments tangentiels a la même valeur, qu'il soit calculé à partir de la zone intérieure ou de la zone extérieure au cercle de rayon C.
- 4°) que la contrainte sur les éléments radiaux tout le long du cercle de rayon C est la contrainte qui provoque la fissuration (par définition de ce cercle).

On obtient ainsi les équations du problème.

Pour les résoudre on se donne alors une valeur numérique pour le rayon C, on en déduit la charge totale P correspondante, les moments fléchissants et les déformations.

Représentation graphique des résultats du calcul

Les calculs ont été effectués pour 2 valeurs de K, module de réaction de la fondation,

à savoir: $K = 5 \text{ kg/cm}^3$ et $K = 2,5 \text{ kg/cm}^3$

et pour diverses valeurs du rayon C.

Les résultats du calcul sont représentés par les graphiques suivants :

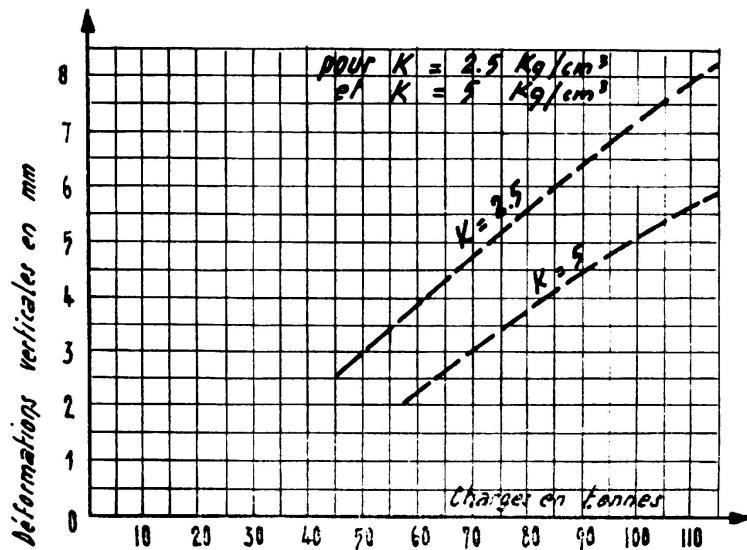


FIG. 1.

Fig. 1. Déformations verticales au centre de la charge.

Sur ce graphique on a porté les déformations verticales au centre de la charge appliquée, exprimée en tonnes pour les valeurs de K sus mentionnées.

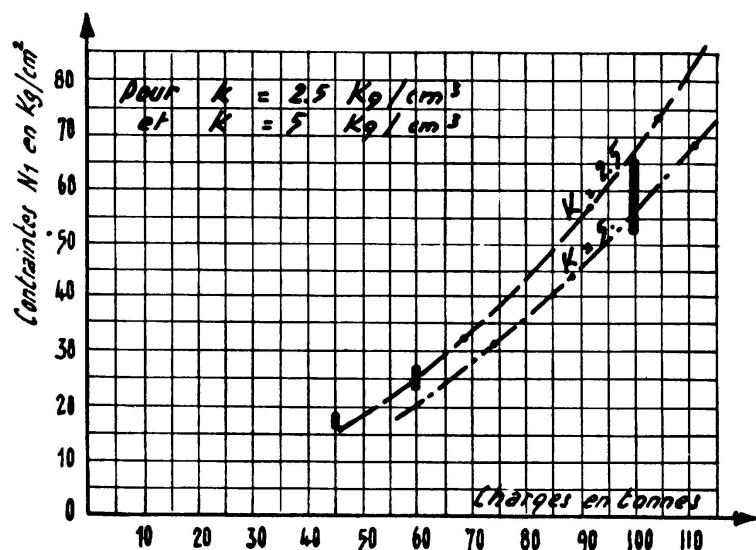


FIG. 2.

Fig. 2. Contrainte maxima N_1 .

Ce graphique donne pour les valeurs de K précitées, les valeurs des contraintes maxima de traction à la partie supérieure du revêtement en fonction des charges. On constate que l'augmentation de la contrainte N_1

due à une diminution de K est relativement faible. Les valeurs des contraintes déduites des mesures pour les cycles de chargement correspondant aux charges de 45 — 60 et 100 t, sont représentées par des traits forts verticaux.

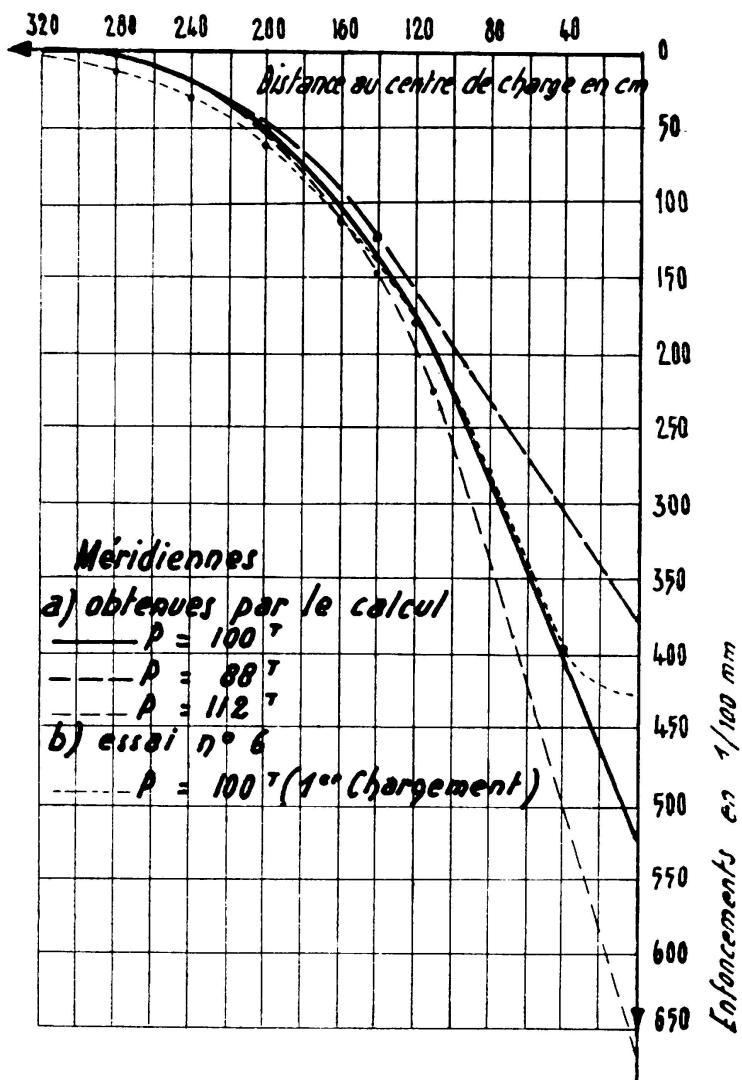


FIG. 3.

Fig. 3. Mériadiennes pour $K = 5$.

On a représenté les mériadiennes calculées pour les charges de 88 t et 112 t et la mériadienne correspondant à la charge de 100 t qui en a été déduite par interpolation. La courbe en pointillés représente la mériadienne obtenue expérimentalement pour la charge de 100 t.

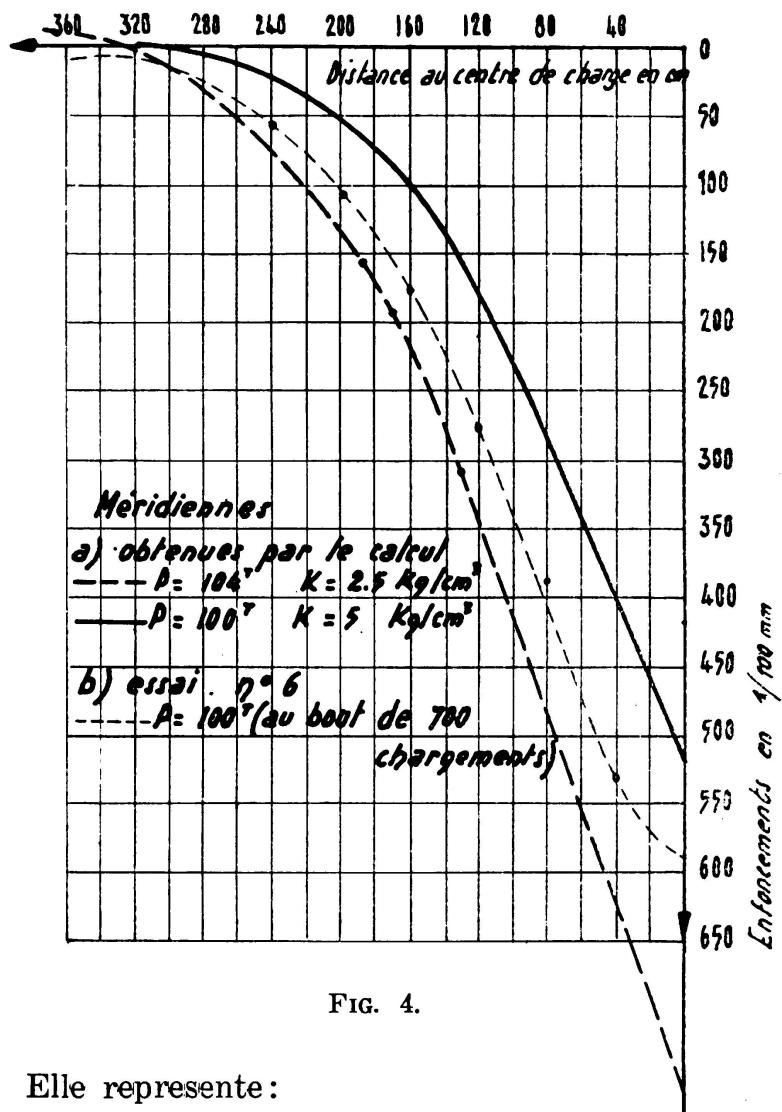


FIG. 4.

Fig. 4. Elle représente :

la méridienne calculée pour $P = 100$ t $K = 5$ kg/cm 3
 la méridienne calculée pour $P = 104$ t $K = 2.5$ kg/cm 3

Ces deux méridiennes encadrent la méridienne obtenue expérimentalement au bout de 700 chargements sous une charge de 100 t.

Les valeurs obtenues par le calcul sont dans l'ensemble voisines des résultats expérimentaux et la méthode peut être considérée comme satisfaisante; les hypothèses utilisées pour appliquer cette méthode sont bien vérifiées pour le cas d'espèce, toutefois suivant les propriétés des sols et pour des dalles d'épaisseurs différentes de celles que nous avons utilisées il pourrait s'avérer nécessaire d'apporter quelques retouches à ces hypothèses.

Etat du revêtement sous la charge

En ce qui concerne la détermination de l'état du revêtement du sol dans la zone d'application de la charge, les essais ont montré qu'au bout de 700 chargements à 100 t, la valeur du raccourcissement unitaire atteignait $760 \cdot 10^{-6}$.

Le rayon de courbure de la méridienne déterminée expérimentalement était de 160 mètres environ. Le revêtement a bien supporté ces grandes déformations. On peut en conclure qu'il n'y a pas à se préoccuper des déformations qui se produisent dans la zone d'application de la charge.

En ce qui concerne la rupture effective, il faut s'attendre à ce que le comportement des revêtements précontraints se révèle plus satisfaisant que ne le laisserait supposer la théorie présente.

RÉSUMÉ

Les essais de chargement réalisés à l'Aéroport d'Orly montrent que le revêtement en béton précontraint peut supporter un trafic pratiquement illimité de roues isolées de 60 t. (pression de gonflage 13 kg/cm^2) et un trafic peu élevé de roues isolées de 100 t. (pression de gonflage 22 kg/cm^2).

Ils confirment que le béton précontraint est un matériau capable de supporter, sans dommage, des répétitions, en nombre pratiquement illimité, de grandes déformations accompagnées de fissuration.

SUMMARY

Load tests carried out at Orly Airport show that the prestressed concrete lining can carry a practically unlimited traffic of isolated 60 t. wheels (13 kg/cm^2 inflating pressure) and a limited traffic of isolated 100 t. wheels (22 kg/cm^2 inflating pressure).

Those tests confirm that prestressed concrete is capable of supporting, without damage, a practically unlimited number of recurring large deformations with crack formation.

ZUSAMMENFASSUNG

Die Belastungsversuche, die im Flughafen von Orly angestellt wurden, zeigen, dass die Pisten in vorgespanntem Beton einen praktisch unbegrenzten Verkehr mit Einzelraddrücken von 60 t (Rad-Luftdruck 13 atü) ertragen können und einen wenig starken Verkehr mit Raddrücken von 100 t (Rad-Luftdruck 22 atü).

Die Versuche bestätigen, dass der vorgespannte Beton ein Material darstellt, das imstande ist, ohne Schaden eine praktisch unbegrenzte Zahl von grossen Verformungen, begleitet von Rissebildung zu ertragen.

RESUMO

Os ensaios de carga realizados no Aeroporto de Orly mostram que o revestimento de betão preefornçado pode suportar um tráfego praticamente ilimitado de rodas isoladas de 60 t. (pressão de enchimento 13 kg/cm^2) e um tráfego pouco elevado de rodas isoladas de 100 t. (pressão de enchimento de 22 kg/cm^2).

Os ensaios confirmam que o betão preefornçado é um material capaz de suportar sem estragos, um número praticamente ilimitado de repetições de deformações importantes acompanhadas de fissuração.

Leere Seite
Blank page
Page vide