

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 5 (1956)

**Rubrik:** V. Special problems of reinforced and prestressed concrete

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 11.08.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# V

Questões especiais relativas ao betão armado  
e preesforçado

Questions spéciales relatives au béton armé  
et au béton précontraint

Special problems of reinforced and  
prestressed concrete

Charakteristische Gesichtspunkte im Eisenbeton  
und im vorsgespannten Beton

**Relator Geral**  
**Rapporteur Général**  
**General Reporting Member**  
**Generalreferent**

PROF. DR. E. TORROJA  
Madrid

### Va

Fissuração (Utilização dos aços de alta resistência ou de grande aderência, ancoragens, repartição das armaduras, esforço cortante)

Fissuration (Utilisation des aciers à haute résistance ou à haute adhérence, ancrages, répartition des armatures, effort tranchant)

Crack formation (Use of high-tensile steels and steels with high bond strength, end anchorages, distribution of reinforcement, shear strength)

Rissebildung im Eisenbeton (Anwendung hochwertiger Stähle und Stähle mit grossem Haftvermögen, Endverankerungen, Verteilung der Bewehrung, Schubspannungen)

### Vb

Alteração das construções sob a influência dos agentes atmosféricos e das variações de temperatura

Altération des constructions sous l'influence des agents atmosphériques et des variations de la température

Influence of atmospheric actions and of temperature changes on the behaviour of structures

Einflüsse atmosphärischer Einwirkungen und von Temperaturänderungen auf das Verhalten von Tragwerken

### Vc

Segurança (cálculo à fissuração, à rotura, etc.)

Sécurité (Calcul à la fissuration, à la rupture etc.)

Safety (calculation against cracking, rupture etc.)

Sicherheit (rechnerische Risse- und Bruchsicherheit usw.)

## V a 1

**Critical remarks on the effect of bent-up bars and stirrups  
in reinforced concrete beams**

**Kritische Bemerkungen über die Wirkung von  
aufgebogenen Eisen und Bügeln**

**Crítica do efeito das armaduras oblíquas e dos estribos  
em vigas de betão armado**

**Critique de l'effet des barres obliques et des étriers dans  
les poutres en béton armé**

PROF. DR. K. W. JOHANSEN  
Copenhagen

In a reinforced concrete beam we have the compression zone and the tensile zone. When the tensile strength of the concrete is neglected, the tensile zone is the reinforcement alone.

Between these zones we have the shear zone. The compression force and the tensile force constitute a couple, the bending moment. When

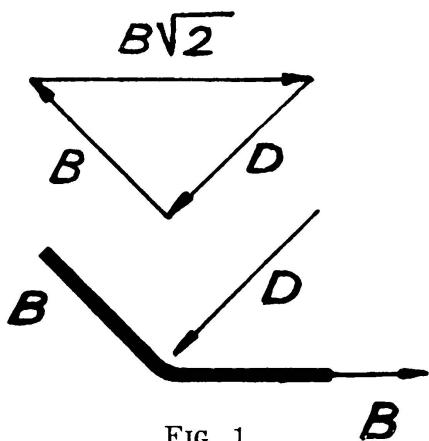


FIG. 1

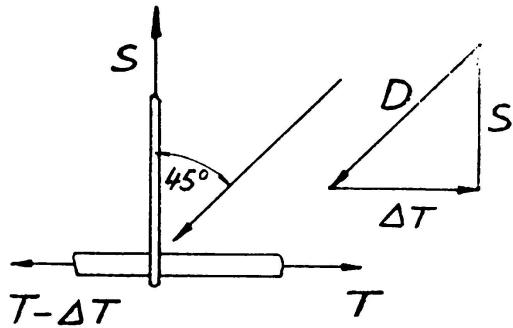


FIG. 2

the moment varies, so do these forces and the difference of the compressive forces is transmitted to the shearing zone, where it equalizes the difference in the tensile forces also transmitted to the shearing zone.

theory deals with the strength of the three zones mentioned and the transmission of force between the zones. Very important is the transmission of the forces from the tensile zone, the reinforcement, to the shear zone.

Let us consider a bent up bar fully utilized before the bend. After the bend the tensile force is diminished by the force  $B$  in the bar, and not  $B\sqrt{2}$  as postulated in the orthodox theory. The bent up bar and an oblique compression force in the shear zone might transmit  $B\sqrt{2}$ , but  $0.41B$  must be transmitted from

the other bars and at the bend, as the first mentioned bar is assumed to be fully utilized. But this very local transmission through the concrete is evidently impossible.

A bent up bar transmits only its own force, independently of the angle of bending.

The last mentioned fact is very valuable in designing in cases where bending at  $45^\circ$  may give practical troubles.

The transmission of force by stirrups is attained by tension  $S$  in the stirrup and an oblique compression  $D$  in the concrete. When the direction of this compression is assumed to be  $45^\circ$ , (corresponding to the coefficient of friction) the force transmitted is equal to the force  $S$  in the stirrups in agreement with the orthodox theory.

At the end of a simply supported beam the reaction  $R$  acts as a stirrup and consequently transmits the force  $R$ . This is completely neglected in the orthodox theory. The hooks transmit a force  $H$ . The load on the top of cantilever beams also acts as stirrups. A uniformly distributed load  $w$  transmits forces  $wx$  ( $x$  distance from free end) given by a straight line (ordinate  $W = wl$  at the end).

Assuming a cantilever beam divided in two parts sliding on each other, the greatest slip is found at the free end and not at the fixed end. Consequently shear reinforcement at the fixed end is only of little value, but at the free end it will be efficient. In the same way, in a continuous beam the greatest slip is found at the inflection point which will be the best location for shear reinforcement. The postulate of the orthodox

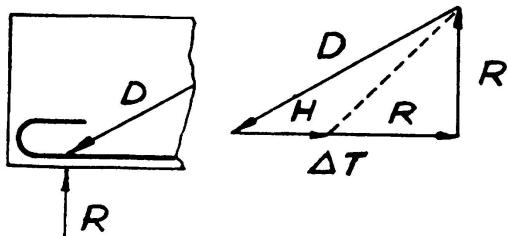


FIG. 3

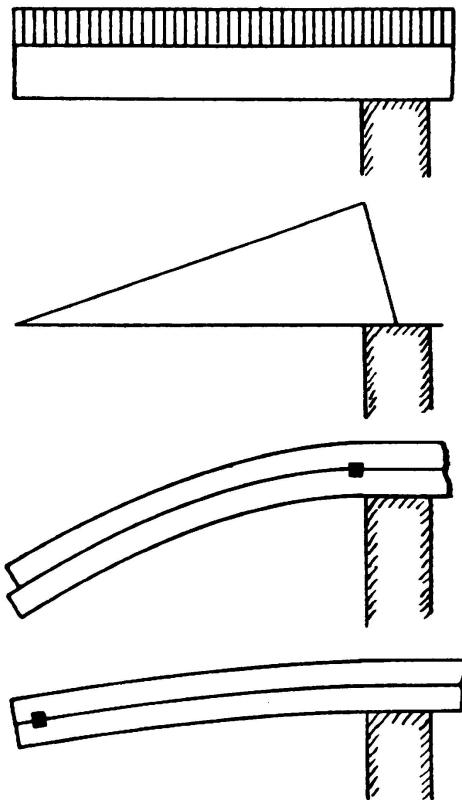


FIG. 4

theory, that the shear reinforcement should be placed according to the shearing forces is evidently incorrect.

The necessary amount of the tensile force  $T$  is given by the bending moment. The shear reinforcement at any place must not diminish the tensile force by more than what corresponds to the decrease in bending moment, that is the T-line corresponding to the bending moment must be inside the T-line corresponding to the shear reinforcement.

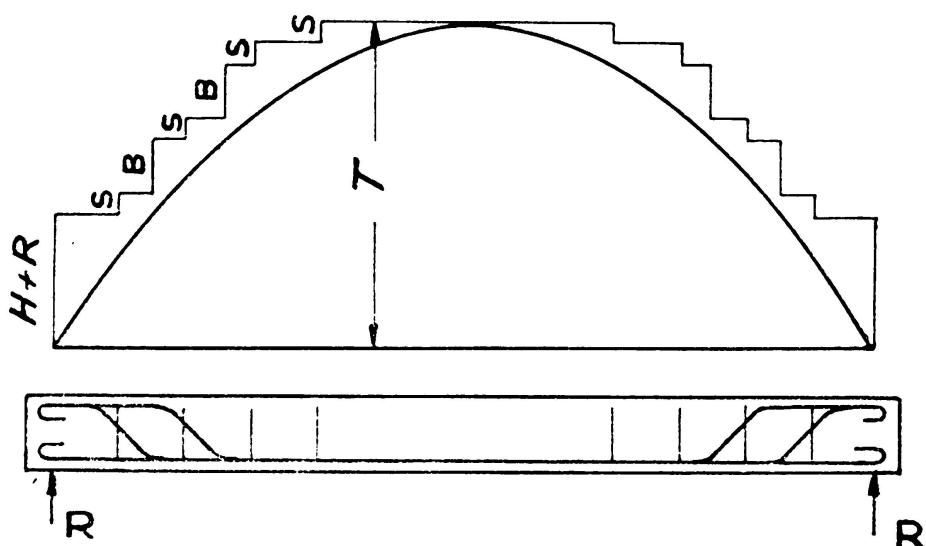


FIG. 5

The shear reinforcement may be placed ad libitum between the «free points» and the end in a simply supported beam, between the «free points» and the free end in a cantilever beam and between the «free points» and the bending moment zero in a continuous beam. In the latter case the bars ought to be totally discharged at the zero, as the stressed part of a bar may not continue into the compression zone on the other side of the zero. The shear reinforcement may be concentrated at the free end in a cantilever beam and at the moment zero, the inflection point, in a continuous beam just as the above geometrical considerations have shown. It is of some practical value to know that the shear reinforcement must not be concentrated at the support of a continuous beam, where the column reinforcement may already give trouble for correctly casting the concrete.

In a beam without shear reinforcement or where all shear reinforcement is concentrated at the end, the variation of the bending moment

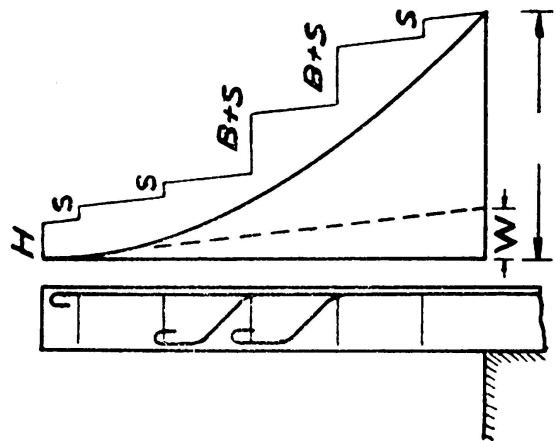


FIG. 6

is caused by varying arm of the moment which leads to the arch effect if the reinforcement is anchored in a reliable way. This depends mainly on the hooks and the reaction and tests show that a safe limit of the anchoring force for bars with hooks is

$$A = H + R = 3,5 c a_o + R$$

(c = concrete's compressive strength in bending,  $a_o$  = area of bars at the support, R = reaction). The first term is the effect of the hooks, the last the effect of the reaction corresponding to a coefficient of friction equal to 1.

In a simply supported beam with an area of reinforcement a, area of bent up bars b, area of stirrups s and yield stress r, the greatest tensile

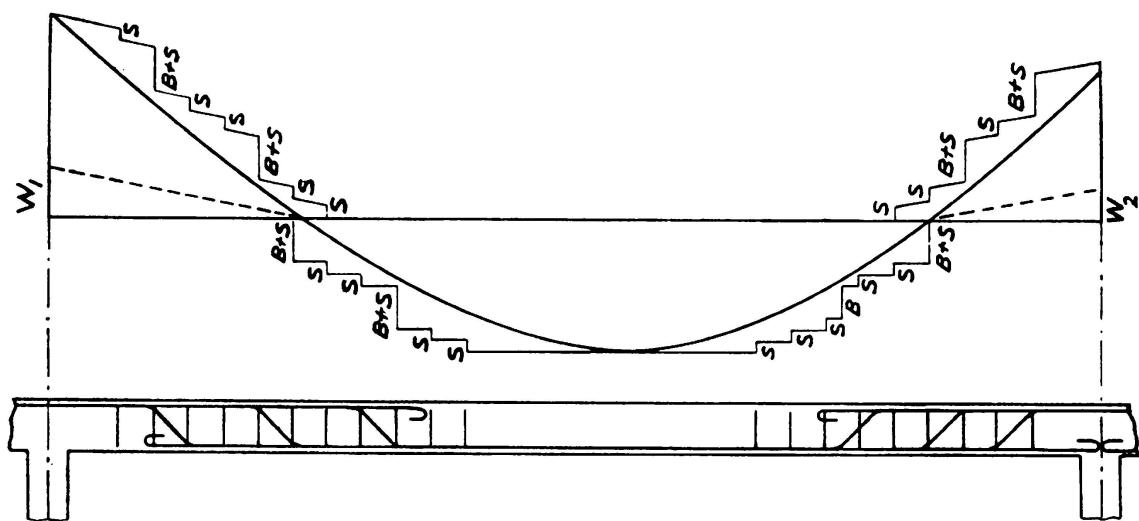


FIG. 7

force is  $ra$  which the bent up bars reduce by  $rb$  and the stirrups by  $rs$  ( $b$  and  $s$  correspond to a half part). At the support the force is reduced to

$$A = r (a - b - s) = 3,5c (a - b) + R$$

or

$$s + \frac{R}{r} = (a - b) \left(1 - 3,5 \frac{c}{r}\right).$$

giving the amount of stirrups.

In a cantilever beam the load L on the upper side substitutes the reaction R and then

$$s + \frac{L}{r} = (a - b) \left(1 - 3,5 \frac{c}{r}\right).$$

In a continuous beam the part between the support and the moment zero is treated as a cantilever beam and the part between the zeros as a simply supported beam with  $R = 0$ . Only the shear reinforcement at the zeros

can be considered common for both parts. Consequently it is more economical to concentrate it there. Fig. 10 shows the extreme case where all shear reinforcement is concentrated at the moment zeros.

Shear tests are always more or less confused by the tensile strength of the concrete, neglected in the theories, but existing in reality, but many

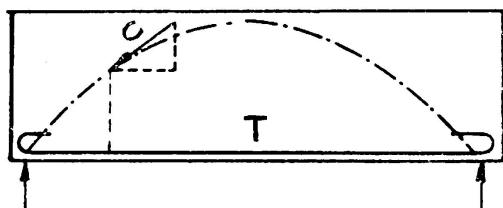


FIG. 8

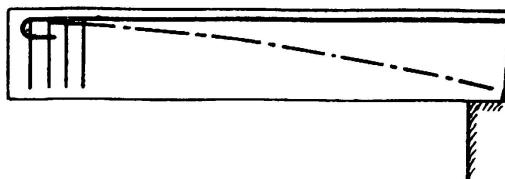


FIG. 9

tests verify this theory and it is a well known fact, that the orthodox theory is not verified by the tests. In this connection it should be emphasized that most of the efforts to get an agreement between tests and theories in the case of concrete shall be in vain as long as the strength

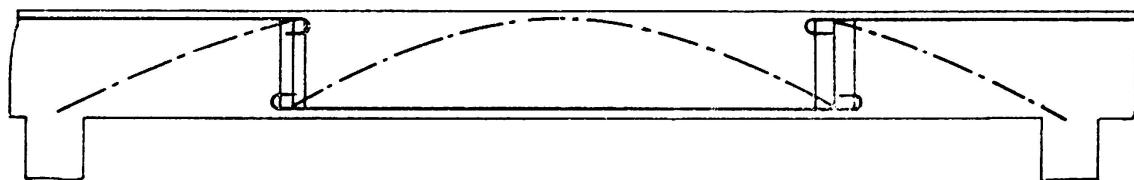


FIG. 10

of the concrete is expressed by only one magnitude, the cube strength or similar. The simplest condition of failure in concrete involves three magnitudes: coefficient of interior friction, compressive and tensile strength.

#### S U M M A R Y

It is shown and verified by test results that the orthodox conception of the effect of shear reinforcement has serious faults. The main points are:

1. The effect of bent up bars does not correspond to  $\sqrt{2} \times (\text{area})$  but only to  $1 \times (\text{area})$  and is independent of the angle.
2. The distribution of the shear reinforcement does not correspond to the distribution of the transverse forces.
3. The reactions at the beam ends actuate as stirrups.

### ZUSAMMENFASSUNG

Es wird gezeigt und durch Versuchsresultate nachgewiesen, dass die bisherige Vorstellung von der Wirkung der Schubsicherung ernst zu nehmende Mängel aufweist. Die wichtigsten davon sind:

1. Die Wirkung der aufgebogenen Eisen ist nicht proportional zu  $\sqrt{2}$  mal der Fläche sondern nur direkt proportional und zudem unabhängig vom Winkel.
2. Die Verteilung der Schubsicherung entspricht nicht der Verteilung der Querkräfte.
3. Die Reaktionen an den Balkenenden wirken als Bügel.

### R E S U M O

Resultados de ensaios mostram e verificam que o conceito ortodoxo do efeito das armaduras de corte apresenta erros graves. Os pontos principais são:

1. O efeito de armaduras oblíquas corresponde, não a  $\sqrt{2} \times$  (área), mas apenas a  $1 \times$  (área) e é independente do ângulo.
2. A distribuição das armaduras de corte não corresponde à distribuição dos esforços transversos.
3. As reações nas extremidades das vigas actuam como estribos.

### R É S U M É

Les résultats d'essais montrent et vérifient que la conception orthodoxe de l'effet des armatures de cisaillement présente de sérieuses erreurs. Les points principaux sont:

1. L'effet des barres obliques ne correspond pas à  $\sqrt{2} \times$  (surface) mais à peine à  $1 \times$  (surface) et est indépendant de l'angle.
2. La distribution de l'armature de cisaillement ne correspond pas à la distribution des efforts tranchants.
3. Les réctions aux appuis des poutres agissent comme des étriers.

## V a 2

**Calcul des pistes en béton précontraint**

**Design of prestressed concrete runways**

**Die Berechnung von Pisten in vorgespannten Beton**

**Cálculo de pistas de betão preeforcado**

PIERRE D. COT

*Directeur Général de l'Aéroport de Paris*

Paris

Les procédés traditionnels employés pour la construction des revêtements routiers ne sont pas bien adaptés à la construction des revêtements destinés à supporter les avions les plus lourds. Il semble que seul l'emploi de matériaux plus nobles que les matériaux routiers traditionnels peut conduire à une solution satisfaisante. C'est pourquoi, dès 1945, Monsieur Freyssinet a songé à utiliser le béton précontraint.

En 1947 une section de piste en béton précontraint de 400 m de longueur, 60 m de largeur et 16 cm d'épaisseur a été construite à l'aéroport d'Orly. Ce revêtement expérimental, qui fut une réussite technique, ne pouvait concurrencer économiquement les procédés traditionnels. En 1952 nous avons repris ce problème et nous avons abouti à un procédé nouveau mis au point en 1953, lors de la construction d'Orly, sur un tronçon de voie de circulation.

### **Description de la voie de circulation**

Cette voie a une longueur de 430 m, une largeur de 25 m et une épaisseur de 18 cm. Elle a été construite par bandes longitudinales de 5 m de large. Le béton, dosé à 330 kg par m<sup>3</sup>, a la composition des bétons usuels employés à Orly pour les revêtements en béton ordinaire. La précontrainte transversale de 18 kg/cm<sup>2</sup> après retrait du béton et fluage des aciers est obtenue par des câbles transversaux de 12 fils de 7 mm de diamètre espacés de 1,33 m passant à mi-épaisseur du revêtement dans des trous cylindriques de 5 cm de diamètre, ancrés sur les bords longitudinaux du revêtement.

La précontrainte longitudinale est obtenue par l'action de vérins plats «Freyssinet» dénommés «joints actifs». Chaque joint actif comporte 3 vérins plats placés en série. Un seul est utilisé pour la mise en compression. Le revêtement comporte à ses deux extrémités, deux culées qui ont la même largeur que la voie de circulation.

#### *Effets des variations thermohygrométriques*

Les contraintes de compression longitudinale introduites dans le revêtement par l'action des joints actifs et la mise en tension des câbles de culées varient, lorsque des variations thermohygrométriques affectent le revêtement. Les défauts mécaniques ou physiques de construction du revêtement pourraient provoquer, dans certains cas, le flambement longitudinal des petites parties du revêtement. Ce sont les joints actifs qui, pratiquement, peuvent introduire des excentrements des compressions longitudinales suffisants pour compromettre la stabilité du revêtement; c'est pourquoi des dispositions spéciales ont été prévues pour ces joints lors de la construction de la piste en béton précontraint d'Alger Maison-Blanche.

#### *Essais de chargement*

La voie de circulation a été soumise à des essais de chargement. Sept essais ont été effectués. Chaque essai consiste à charger, puis à décharger un même point du revêtement, un certain nombre de fois  $N_1$  par une charge  $P_1$ ; après ces  $N_1$  cycles de chargement, on effectue au même point  $N_2$  cycles de chargement pour une valeur de la charge  $P_2$  supérieure à  $P_1$  et enfin, éventuellement,  $N_3$  cycles de chargement pour une charge  $P_3$  supérieure à  $P_2$ .

#### *Calcul des revêtements en béton précontraint*

Nous considérerons seulement le cas où la charge appliquée est située à une distance supérieure à 2 ou 3 m du bord du revêtement le plus voisin. Le revêtement se comporte alors comme s'il avait des dimensions infinies puisqu'en raison des précontraintes, les joints n'introduisent pratiquement pas de discontinuité notable dans le comportement du système, c'est le cas de charge «au centre».

Lorsque la charge  $P$  est modérée (45 t au plus) le revêtement se comporte comme un corps homogène et les méthodes de calcul classiques de Westergaard, Burmister ou Hogg lui sont applicables. Lorsque  $P$  est plus élevée, il n'en est plus ainsi; des fissures se produisent à la partie inférieure du revêtement tout le long des rayons passant par le centre de charge; les moments fléchissants rayonnants (correspondant aux contraintes se développant sur les éléments dirigés suivant les rayons) ne peuvent dépasser une certaine valeur qui peut varier selon l'importance de la déformation. Cette fissuration rayonnante s'étend jusqu'à un cercle dont le rayon  $C$  est fonction de la valeur de la charge appliquée  $P$ . Au-delà

de ce cercle, les contraintes dans le revêtement sont en général au plus égales à la valeur qui provoque le début de fissuration dans le revêtement, alors les déformations sont proportionnelles aux contraintes.

Par définition de ce cercle (de rayon C) la contrainte de traction sur les éléments radiaux situés à la distance C du centre de la charge est égale à la résistance à la traction du béton, augmentée de la précontrainte; pour une charge donnée, la valeur de C est déterminée.

Le principe du calcul est le suivant:

On écrit:

- 1°) les conditions d'équilibre de la zone intérieure au cercle de rayon C, à partir d'hypothèses vérifiées par la concordance entre les calculs et les résultats expérimentaux; le moment fléchissant sur les éléments tangentiels tout le long de ce cercle de rayon C s'exprime en fonction de deux paramètres qui sont:
  - la déformation verticale
  - et la pente de la méridienne des déformations tout le long de ce cercle.
- 2°) les conditions d'équilibre de la zone extérieure au cercle de rayon C, définies par l'équation de Lagrange; le moment fléchissant sur les éléments tangentiels tout le long de ce cercle; s'exprime en fonction des deux paramètres mentionnés ci-dessus.
- 3°) que le moment fléchissant sur les éléments tangentiels a la même valeur, qu'il soit calculé à partir de la zone intérieure ou de la zone extérieure au cercle de rayon C.
- 4°) que la contrainte sur les éléments radiaux tout le long du cercle de rayon C est la contrainte qui provoque la fissuration (par définition de ce cercle).

On obtient ainsi les équations du problème.

Pour les résoudre on se donne alors une valeur numérique pour le rayon C, on en déduit la charge totale P correspondante, les moments fléchissants et les déformations.

#### ***Représentation graphique des résultats du calcul***

Les calculs ont été effectués pour 2 valeurs de K, module de réaction de la fondation,

à savoir:  $K = 5 \text{ kg/cm}^3$  et  $K = 2,5 \text{ kg/cm}^3$

et pour diverses valeurs du rayon C.

Les résultats du calcul sont représentés par les graphiques suivants :

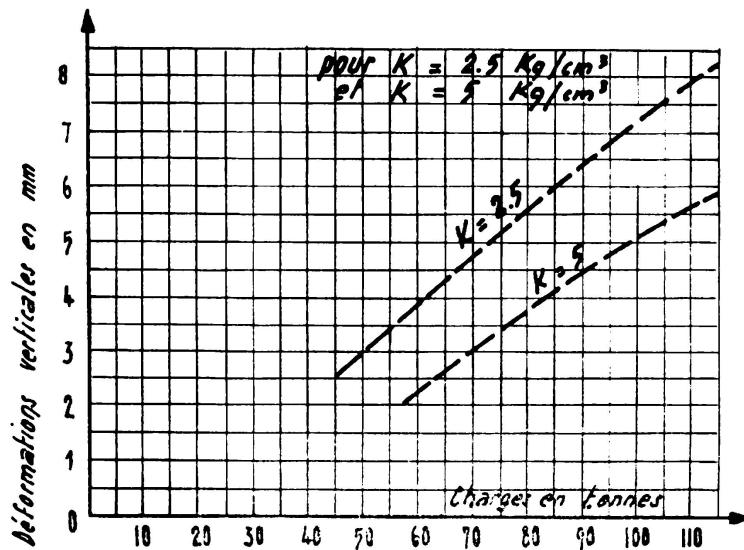


FIG. 1.

Fig. 1. Déformations verticales au centre de la charge.

Sur ce graphique on a porté les déformations verticales au centre de la charge appliquée, exprimée en tonnes pour les valeurs de K sus mentionnées.

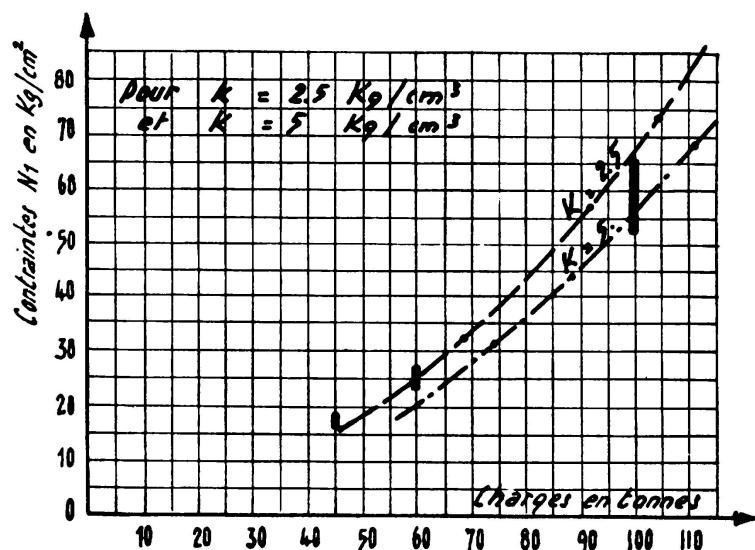


FIG. 2.

Fig. 2. Contrainte maxima  $N_1$ .

Ce graphique donne pour les valeurs de K précitées, les valeurs des contraintes maxima de traction à la partie supérieure du revêtement en fonction des charges. On constate que l'augmentation de la contrainte  $N_1$

due à une diminution de  $K$  est relativement faible. Les valeurs des contraintes déduites des mesures pour les cycles de chargement correspondant aux charges de 45 — 60 et 100 t, sont représentées par des traits forts verticaux.

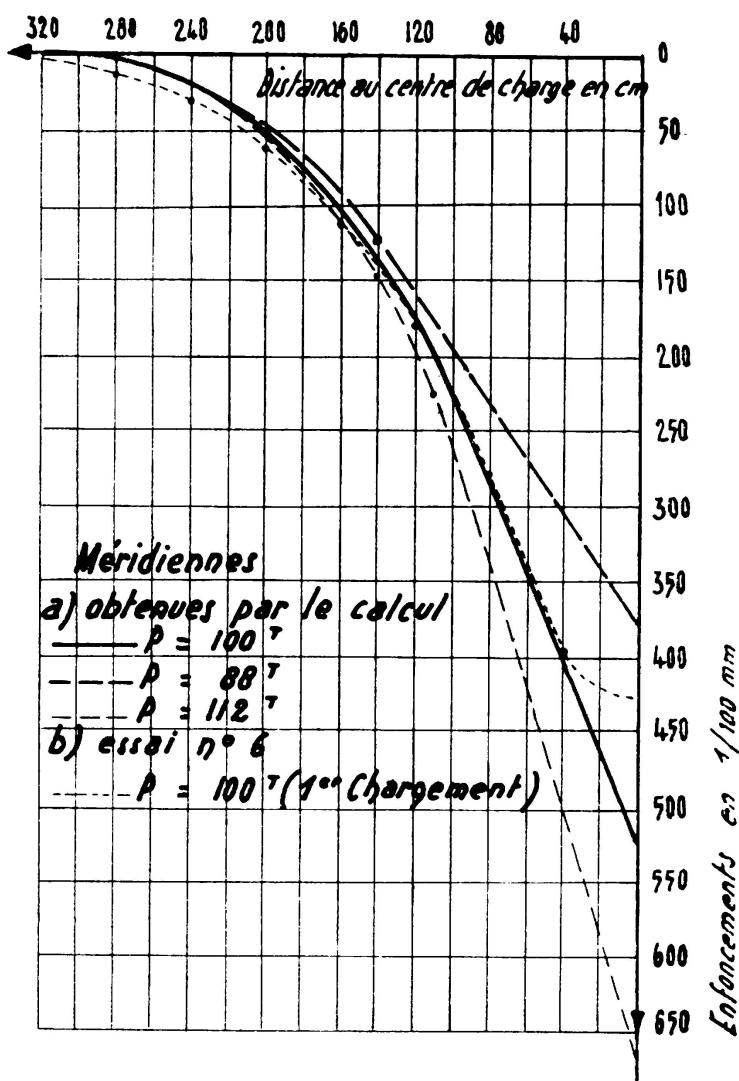


FIG. 3.

Fig. 3. Méridiennes pour  $K = 5$ .

On a représenté les méridiennes calculées pour les charges de 88 t et 112 t et la méridienne correspondant à la charge de 100 t qui en a été déduite par interpolation. La courbe en pointillés représente la méridienne obtenue expérimentalement pour la charge de 100 t.

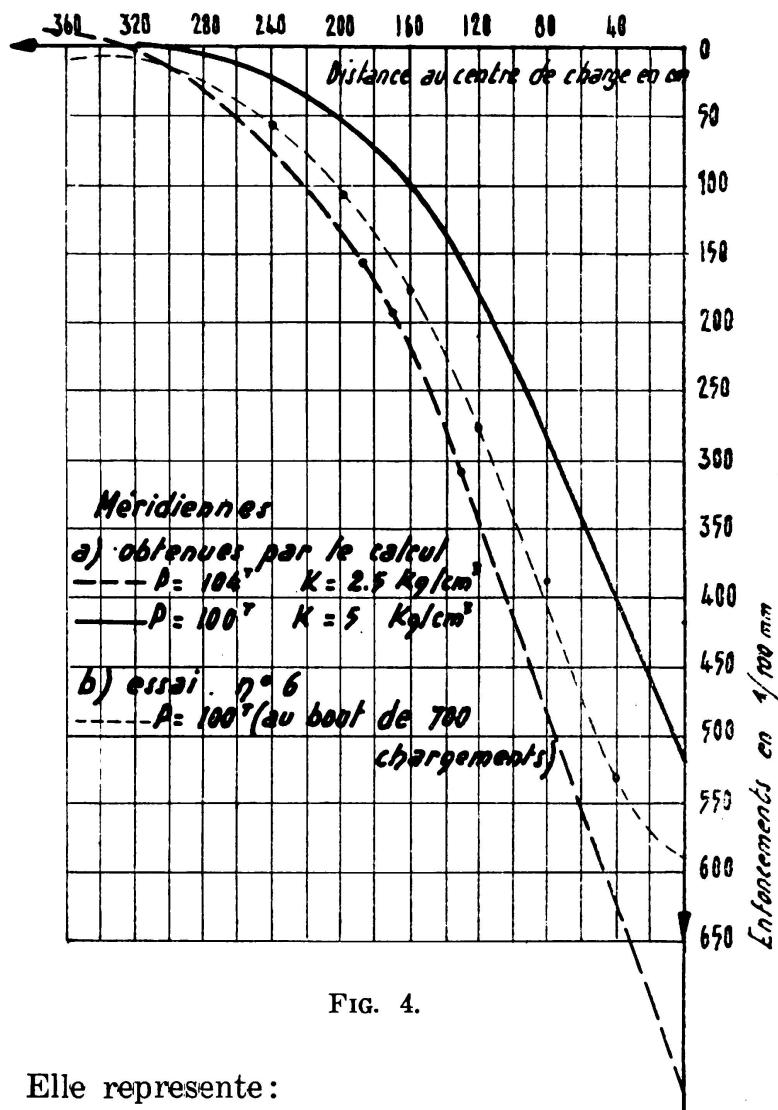


FIG. 4.

Fig. 4. Elle représente :

la méridienne calculée pour  $P = 100 \text{ t} \quad K = 5 \text{ kg/cm}^3$   
la méridienne calculée pour  $P = 104 \text{ t} \quad K = 2.5 \text{ kg/cm}^3$

Ces deux méridiennes encadrent la méridienne obtenue expérimentalement au bout de 700 chargements sous une charge de 100 t.

Les valeurs obtenues par le calcul sont dans l'ensemble voisines des résultats expérimentaux et la méthode peut être considérée comme satisfaisante; les hypothèses utilisées pour appliquer cette méthode sont bien vérifiées pour le cas d'espèce, toutefois suivant les propriétés des sols et pour des dalles d'épaisseurs différentes de celles que nous avons utilisées il pourrait s'avérer nécessaire d'apporter quelques retouches à ces hypothèses.

#### *Etat du revêtement sous la charge*

En ce qui concerne la détermination de l'état du revêtement du sol dans la zone d'application de la charge, les essais ont montré qu'au bout de 700 chargements à 100 t, la valeur du raccourcissement unitaire atteignait  $760 \cdot 10^{-6}$ .

Le rayon de courbure de la méridienne déterminée expérimentalement était de 160 mètres environ. Le revêtement a bien supporté ces grandes déformations. On peut en conclure qu'il n'y a pas à se préoccuper des déformations qui se produisent dans la zone d'application de la charge.

En ce qui concerne la rupture effective, il faut s'attendre à ce que le comportement des revêtements précontraints se révèle plus satisfaisant que ne le laisserait supposer la théorie présente.

### RÉSUMÉ

Les essais de chargement réalisés à l'Aéroport d'Orly montrent que le revêtement en béton précontraint peut supporter un trafic pratiquement illimité de roues isolées de 60 t. (pression de gonflage  $13 \text{ kg/cm}^2$ ) et un trafic peu élevé de roues isolées de 100 t. (pression de gonflage  $22 \text{ kg/cm}^2$ ).

Ils confirment que le béton précontraint est un matériau capable de supporter, sans dommage, des répétitions, en nombre pratiquement illimité, de grandes déformations accompagnées de fissuration.

### SUMMARY

Load tests carried out at Orly Airport show that the prestressed concrete lining can carry a practically unlimited traffic of isolated 60 t. wheels ( $13 \text{ kg/cm}^2$  inflating pressure) and a limited traffic of isolated 100 t. wheels ( $22 \text{ kg/cm}^2$  inflating pressure).

Those tests confirm that prestressed concrete is capable of supporting, without damage, a practically unlimited number of recurring large deformations with crack formation.

### ZUSAMMENFASSUNG

Die Belastungsversuche, die im Flughafen von Orly angestellt wurden, zeigen, dass die Pisten in vorgespanntem Beton einen praktisch unbegrenzten Verkehr mit Einzelraddrücken von 60 t (Rad-Luftdruck 13 atü) ertragen können und einen wenig starken Verkehr mit Raddrücken von 100 t (Rad-Luftdruck 22 atü).

Die Versuche bestätigen, dass der vorgespannte Beton ein Material darstellt, das imstande ist, ohne Schaden eine praktisch unbegrenzte Zahl von grossen Verformungen, begleitet von Rissebildung zu ertragen.

### RESUMO

Os ensaios de carga realizados no Aeroporto de Orly mostram que o revestimento de betão preefornçado pode suportar um tráfego praticamente ilimitado de rodas isoladas de 60 t. (pressão de enchimento  $13 \text{ kg/cm}^2$ ) e um tráfego pouco elevado de rodas isoladas de 100 t. (pressão de enchimento de  $22 \text{ kg/cm}^2$ ).

Os ensaios confirmam que o betão preefornçado é um material capaz de suportar sem estragos, um número praticamente ilimitado de repetições de deformações importantes acompanhadas de fissuração.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

## V b 1

**Processus divers d'altération des ouvrages en béton armé**

**Various processes of alteration of reinforced concrete structures**

**Beschädigung der Bauwerke in Eisenbeton**

**Diversos processos de alteração das obras de betão armado**

PROF. F. CAMPUS

Liège

Dans un rapport présenté au Congrès de Cambridge en 1952, nous avons examiné particulièrement un processus d'altération des ouvrages en béton armé résultant d'actions mécaniques engendrées par les agents atmosphériques et les variations de température. D'après cette explication, la formation des fissures parallèles aux armatures précédérait la corrosion de l'armature; elle serait la cause et non la conséquence de la rouille. Nous l'appellerons processus M. Nous avons indiqué que certains envisageaient une voie inverse, suivant laquelle de l'eau atmosphérique parviendrait aux armatures par percolation, provoquerait la rouille, dont l'expansion engendrerait la séparation de la couverture de béton. Nous l'appellerons processus P.

Récemment, nous avons trouvé un exemple qui s'écarte des deux explications précédentes et qui comporte une dénudation de l'armature par une altération en ordre principal chimique du béton de recouvrement. Nous appellerons ce processus C.

Nous avons immergé en 1934 dans l'avant-port d'Ostende de nombreuses éprouvettes de mortiers, de béton et de béton armé [1]. Un nouveau prélèvement d'éprouvettes a été effectué en septembre 1954.

Il a été procédé lors du prélèvement à l'inspection des éprouvettes de béton armé. Ce sont des cylindres standard américains armés de quatre barres longitudinales de 10 mm de diamètre, distantes de la surface externe du cylindre respectivement de 1, 2, 3 et 5 cm. Ces cylindres ont été confectionnés au moyen de bétons contenant 350 kg par m<sup>3</sup> de ciments différents. Un jeu de cylindres a été exposé à l'atmosphère marine, au-dessus des plus hautes marées. Un autre a été exposé à mi-marée; les cylindres sont immergés et émergés deux fois par jour. Enfin un dernier jeu avait été disposé sous les marées les plus basses; il n'a

malheureusement pas été retrouvé en 1954. On présume qu'il aura été emporté par la marée tempête calamiteuse du 1er février 1953.

En septembre 1945, après onze ans d'exposition, aucune fissuration n'avait été constatée. Seuls les cylindres immergés à mi-marée présentaient quelques altérations superficielles pour les ciments les plus riches en chaux, certains sur une profondeur de 5 à 8 mm, mais aucune barre n'était dénudée. Nous avons déjà fait remarquer que ce résultat était surprenant et en contradiction avec ceux d'essais britanniques effectués à Sheerness [2].

Lors de l'inspection de septembre 1954, les cylindres exposés au-dessus des plus hautes marées étaient toujours indemnes. Pour ceux immergés à mi-marée, les dégradations superficielles étaient légèrement augmentées par rapport à celles constatées en 1945. Il n'y avait pas de fissuration mais dans le cylindre le plus altéré, correspondant au ciment portland le plus riche en chaux, la barre la plus proche de la surface (1 cm) était mise à nu sur 5 cm de longueur environ (figure 1).

Il est à remarquer que l'immersion à mi-marée soumet les éprouvettes aux effets de l'eau marine, des lames, de l'air, du vent, de la pluie, de l'insolation et du gel. Ce sont donc des actions atmosphériques renforcées. Cependant, après vingt années, on n'a pas constaté de traces des processus M et P, qui se manifestent généralement plus tôt sur des constructions aériennes. L'altération d'ordre principalement chimique était déjà manifeste après onze ans ; elle aura localement réduit à quelques mm seulement l'épaisseur du béton couvrant l'armature la plus proche de la surface. Dès lors, l'armature presque mise à nu aura été localement attaquée et aura fait sauter la mince pellicule de béton qui la recouvrait encore. Cette dégradation doit naturellement progresser avec le temps, mais dans les conditions où elle a été observée, sur cinq centimètres de longueur seulement, la progression ne semble pas être très active.

Le cas est certes assez particulier, mais il existe et il relève certes du processus C. L'humidité constamment entretenue éliminait le retrait, un agent principal du processus M, que les variations de température et le gel n'ont pas été suffisants à déclencher. Les alternances d'immersion et d'émersion jointes à la nature de l'eau semblaient devoir favoriser le processus P ; il ne s'est pas manifesté. Les faibles recouvrements du béton (1 cm = 1 fois le diamètre) n'ont pas été préjudiciables, alors que les spécialistes jugent nécessaire un recouvrement de 4 à 8 cm. (3, b). Le dosage à 350 Kg de ciment par m<sup>3</sup> est inférieur à ce que les spécialistes jugent recommandable [3], [4]. Faut-il admettre comme explication la qualité élevée du béton d'éprouvettes confectionnées au laboratoire ? Il faut remarquer qu'il en a été confectionné 54, exposées de manières diverses, et qu'une seule a été dégradée, de la manière indiquée ci-dessus.

Nous avons eu l'occasion d'observer des dégradations survenues à des réfrigérants hyperboliques situés sur un plateau découvert et exposé aux intempéries du nord-est de la Belgique. Moins de huit ans après leur construction, sur toute la surface intérieure se détachent de nombreuses écailles elliptiques, le plus souvent au droit des armatures, mais également là où il n'y a pas d'armatures.

Il n'y a pas de fissures parallèles aux armatures et les écailles de béton portent des traces de rouille très marquées, établissant que l'armature était corrodée avant le détachement de l'écailler. (figure 2). L'épaisseur des parois est de l'ordre de 10 cm, le recouvrement des armatures de 1 cm environ. L'analyse à postériori d'un fragment du béton a donné les résultats suivants :

Jours des tamis (mm)	18,85; 9,40; 4,70; 2,36; 1,17; 0,589; 0,295; 0,147
Refus cumulés %	21,5; 48,3; 63,7; 74,8; 83,0; 91,7; 97,9; 99,3
Module de finesse	5,80.

La quantité de ciment est, d'après l'analyse, voisine de 250 Kg/m<sup>3</sup>. La résistance à la compression, mesurée sur une éprouvette cylindrique

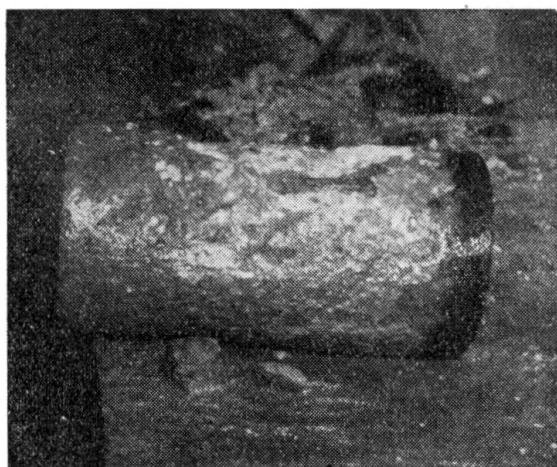


FIG. 1

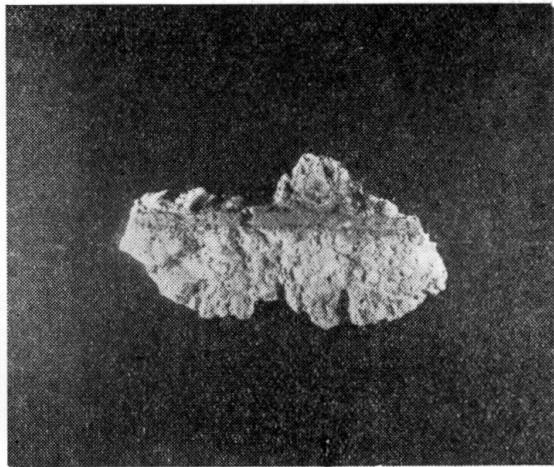


FIG. 2

de 50 mm de diamètre et 50 mm de hauteur a été trouvée égale à 289 Kg/cm<sup>2</sup>.

Selon toutes apparences, on a affaire à un béton assez médiocre, poreux et gélif. La granulométrie n'est pas mauvaise, mais le gravier est plutôt gros (20 % de plus de 20 mm, 50 % de plus de 10 mm). Il en résulte que près des parois internes et externes, le béton est formé des éléments les plus fins. Il est de ce fait plus poreux que la composition moyenne. Les plaques d'écaillage ont l'apparence de mortier, contenant parfois quelques fins graviers de moins de 10 mm. Ainsi qu'il a été indiqué, les dégradations se marquent surtout à la paroi intérieure, mais nous avons constaté qu'elles commençaient à apparaître sous la même forme à la paroi extérieure.

Près des barres, le processus de destruction semble bien être du type P. Mais ce processus ne peut pas expliquer la chute d'écailles là où il n'y a pas de barres (figure 3) ; en ces endroits, les causes ne peuvent être que mécaniques. Le ruissellement de l'eau de condensation à l'intérieur du réfrigérant y maintient une assez grande humidité et une température suffisante pour protéger du gel. L'hétérogénéité du béton en

surface est-elle suffisante pour produire une différence de retrait et des différences de dilatation thermique susceptibles, par effet de répétition et de durée, de produire l'écaillage? Il semble bien que toute réaction des granulats avec le ciment soit exclue. On remarquera que les dégradations ont été assez précoce. Nous avons l'impression que la couche superficielle interne du béton aurait pu être le siège d'une expansion plutôt que d'un retrait.

Enfin, nous avons été informé récemment de dégradations relevées sur des tuyaux circulaires en béton armé d'un vaste réseau de canalisations.

Les diamètres varient de 1,10 à 2,40 mètres. Les dégâts, relativement peu importants, concernent surtout des tuyaux fabriqués vers 1931 et mis en oeuvre en 1932. Les plus récents étaient fabriqués en 1938 et mis en oeuvre en 1941-1942. Les dégradations se rencontrent uniquement dans des conduites qui écoulement des eaux assez propres, principalement météoriques. Les canalisations du même réseau qui écoulement des eaux généralement très souillées sont recouvertes d'un enduit organique qui empêche apparemment toute dégradation du béton sous-jacent. Cette pellicule n'existe pas dans les tuyaux dégradés, qui écoulent surtout des eaux météoriques.

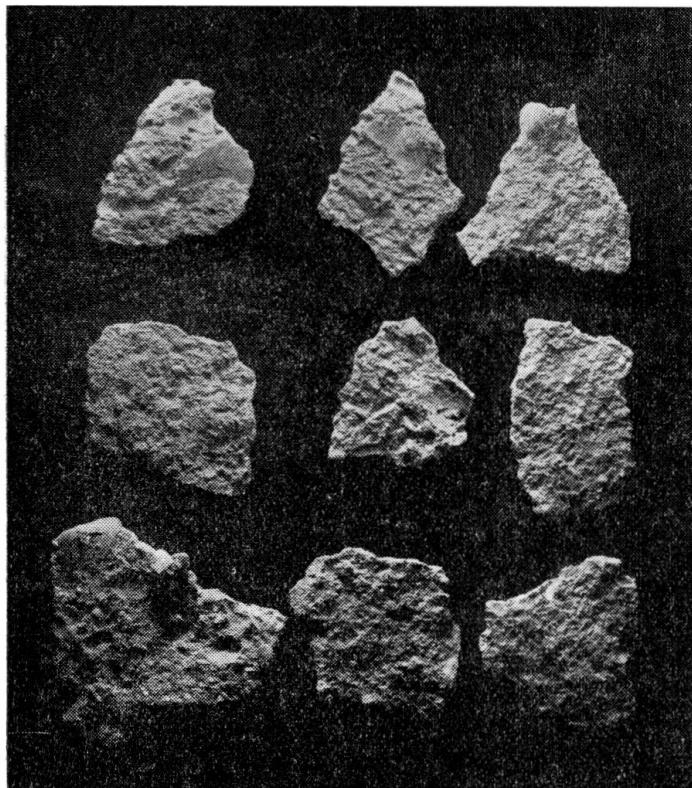
FIG. 3

Les dégradations sont principalement localisées aux hanches, moins à la partie inférieure, presque pas à la partie supérieure.

Dans la canalisation la plus abîmée, une cause spéciale de corrosion a été reconnue; une usine y déverse des eaux très chargées d'acides.

Le béton est attaqué superficiellement (comme l'éprouvette du port d'Ostende). Les tuyaux, fabriqués en 1937 et mis en oeuvre en 1938, ont été confectionnés au moyen d'un ciment spécial réputé résistant aux eaux sulfatées, mais la teneur excessive en acide en a eu raison. (figure 4).

Les fragments superficiels que l'on peut en détacher sont inconsistants et tombent en poussière. Là où la couverture des armatures est inférieure à 1 cm (elle descend parfois à 4 ou 5 mm), l'armature a fina-



lement été attaquée et a fait sauter la pellicule restante de béton de couverture. Il s'agit donc du processus C.

Les autres conduites évacuent des eaux qui ne sont pas agressives et de débit très variable avec les pluies. Il s'agit dans la plupart des cas de tuyaux posés depuis plus de 20 ans, pour d'autres depuis environ 15 ans. Les dégradations se manifestent d'une manière assez analogue à celle des réfrigérants dont il a été question plus haut, mais d'une manière plus continue. (figure 5).

Des écailles de béton se détachent au droit des armatures qui semblent avoir rouillé auparavant; ces écailles sont résistantes, comme celles des réfrigérants (fig. 6).

Ces écaillages se produisent aux endroits où les cercles d'armature sont recouvertes de moins de 1 cm de béton (souvent 4 à 5 mm seulement). Il semble donc s'agir du processus P, comme dans le cas des réfrigérants. D'ailleurs ces tuyaux sont enfouis et leur atmosphère intérieure est toujours humide. Ils sont donc soustraits aux variations thermiques et hygrométriques; la seule variation provient du degré de remplissage variable selon le débit des pluies.

Tous ces tuyaux sont de fabrication antérieure à 1947. Avant cette date, les dispositions adoptées pour assurer un centrage convenable des armatures dans les moules et une distance suffisante de ces armatures aux parois n'étaient pas efficaces. Le recouvrement théorique était de 20 mm, mais par décentrement de l'armature, il a pu être réduit à 4 ou 5 mm. Il existe encore en dépôt sur un chantier extérieur des tuyaux de cette ancienne fabrication, qui ont été soumis aux intempéries et qui présentent des dégradations surtout aux endroits où l'épaisseur du béton couvrant les armatures est insuffisante. Les principales sont à la paroi extérieure; les dégradations à la paroi intérieure sont moindres et moins fréquentes. On observe des écaillages très étendus au droit des barres, mais aussi des fissures au droit des barres, sans écaillage. Nous avons observé, parmi un groupe d'écailles de béton retirées de conduites en service, une écaille fissurée au droit de l'armature (épaisseur du béton 6 mm environ). Ceci nous fait croire que les processus M et P auraient pu intervenir chacun, éventuellement en combinaison. Depuis



FIG. 4

1947, des dispositifs plus efficaces ont été utilisés pour assurer une épaisseur de couverture de 19 à 22 mm selon les cas, près de toutes les parois. Des dégradations n'ont été constatées sur aucun tuyau de cette nouvelle fabrication, plus récente il est vrai. En tous cas il n'est apparu de dégradations qu'aux endroits où les armatures étaient recouvertes de moins d'un centimètre de béton<sup>(1)</sup>. Les nouvelles dispositions adoptées réalisent exactement les épaisseurs de recouvrement de 19 à 22 mm. Le béton des tuyaux est dosé avec précision, mis en œuvre sec par une vibration bien appliquée en usine. Il n'a pas été constaté de dégradations



FIG. 5. Les lignes continues du haut de la photographie sont des joints, non des fissures

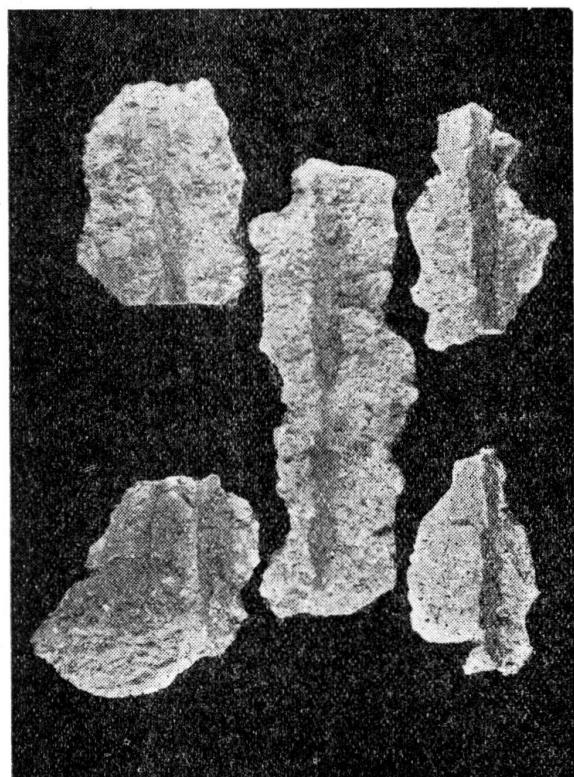


FIG. 6

là où il n'y avait pas d'armatures, sauf le cas exceptionnel des eaux très acides relaté ci-dessus.

En conclusion, il semble donc qu'il n'y ait pas un processus unique de dégradation du béton armé; nous en avons relevé trois ci-dessus :

- a) le processus M, caractérisé par l'action d'influences mécaniques entraînant la formation de fissures parallèles aux armatures, par où peut prendre ensuite naissance la corrosion des armatures. Le processus peut résulter d'actions mécaniques proprement dites, indépendantes au milieu [5].

<sup>(1)</sup> Nous avons cependant observé à la face interne d'un tuyau stocké en plein air au dépôt une fissure, qu'un sondage a révélé située au droit d'une armature, recouverte de 22 mm de béton et assez peu rouillée (figure 7).

- b) le processus P, caractérisé par la pénétration de l'eau agressive à travers le béton jusqu'aux armatures. La rouille qui se développe sur celles-ci fait éclater ensuite le béton de couverture sous forme d'écailles ou d'esquilles plus ou moins continues (²).
- c) le processus C, caractérisé par une attaque progressive du béton à partir de la surface, qui finit par atteindre l'armature et la fait rouiller, ce qui entraîne sa dénudation mais sans détachement d'éclats ou d'esquilles solides. L'apparence de la dégradation est celle d'un chancre.

Peut-être existe-t-il des variantes de ces processus. De plus, il nous semble que ces divers processus puissent se combiner d'une manière variable.

Mais dans tous les cas, les dégradations semblent favorisées par une épaisseur insuffisante de béton couvrant les armatures et une qualité insuffisante du béton près de la surface. Il est à remarquer que si le gravier est un peu gros, par effet de paroi la granulométrie du béton à la surface comportera un excès de fin, si même elle ne présente pas de nids de gravier. Il faut qu'il existe une relation entre le recouvrement minimum des barres et l'épaisseur des éléments les plus gros du béton. La surface sera aussi lisse et étanche que possible; depuis longtemps on préconise à cet effet les coffrages métalliques, notamment pour les ouvrages maritimes [3]. La vibration de coffrages paraît favorable aussi, pour autant qu'elle ne puisse favoriser la ségrégation par effet de paroi comme il a été envisagé ci-dessus.



FIG. 7

#### BIBLIOGRAPHIE

1. F. CAMPUS — *Essais sur la résistance des mortiers et bétons à l'eau de mer. Synthèse des résultats de 1934 à 1945.* (Annales des Travaux Publics de Belgique, Bruxelles, n° 4, août 1947).

---

(²) Il n'est pas exclu que ce processus caractéristique par son apparence puisse être favorisé par un caractère légèrement expansif du béton de couverture.

2. F. CAMPUS — *Détérioration des constructions en bois, métal ou béton exposées à l'action de l'eau de mer.* Résumé et commentaire du 15<sup>e</sup> Rapport du Comité Spécial de l'Institution of Civil Engineers de Londres: *Deterioration of structures of timber, metal and concrete exposed to the action of sea-water*, publié sous les auspices du Département de la Recherche scientifique et industrielle à Londres. (*Annales des Travaux Publics de Belgique*, Bruxelles, n.<sup>o</sup> 3, juin 1936).
3. F. CAMPUS — XVII<sup>e</sup> Congrès international de Navigation, Lisbonne 1949. Section II. Navigation maritime. Communication 2: *Constatations récentes, précautions nouvelles à l'égard de la décomposition des mortiers et bétons dans l'eau de mer.*
  - a) Rapports et Rapport Général (Publications du Congrès).
  - b) Recommandations et voeux (Compte-rendu des travaux du XVII<sup>e</sup> Congrès, Lisbonne, 1949, pp. 261-262).
4. A. COYNE — *Le Pont en béton armé Albert Louppé sur l'Elorn entre Brest et Plougastel* (Le Génie Civil, Paris, n.<sup>o</sup> 14, 4 octobre 1930, p. 325).
5. F. CAMPUS — *Dégénération des pieux en béton armé par le battage.* (*Annales des Travaux Publics de Belgique*, Bruxelles, n.<sup>o</sup> 1, février 1936).

#### RÉSUMÉ

Les altérations des ouvrages en béton armé peuvent se produire suivant des processus divers. Sur la base de constatations faites sur des éprouvettes et des ouvrages, trois processus distincts sont définis, l'un de caractère mécanique (M), un autre provenant de la porosité ou de la percolation (P), enfin un troisième résultant d'une altération chimique superficielle du béton (C). Ces processus peuvent se combiner.

#### SUMMARY

Alterations of reinforced concrete structures may follow different processes. Based on conclusions drawn from observations on test pieces and structures, three different processes are defined, one of mechanical character (M), another resulting from the porosity or percolation (P), and a third one resulting from a superficial chemical alteration of concrete (C). These three processes may be combined.

#### ZUSAMMENFASSUNG

Die Beschädigung der Bauwerke in Eisenbeton kann aus verschiedenen Vorgängen resultieren.

Auf Grund der Feststellungen an Probekörpern und Bauwerken sind 3 deutlich voneinander verschiedene Vorgänge zu unterscheiden, nämlich einer von mechanischer Art (M), einer der von der Porosität oder der Durchlässigkeit (P) herrührt und endlich ein Dritter, der von einer chemischen Korrosion der Betonoberfläche (C) stammt.

Diese drei Vorgänge können kombiniert auftreten.

**R E S U M O**

As alterações das obras de betão armado podem produzir-se segundo diversos processos. Na base de constatações feitas sobre provetas e obras, definem-se três processos distintos, um de carácter mecânico (M), outro proveniente da porosidade ou da percolação (P), enfim um terceiro resultando duma alteração química superficial do betão (C). Estes três processos podem combinar-se.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

## V b 2

### Untersuchungen über die Frostempfindlichkeit der Einpressmörtel bei vorgespanntem Beton

Sensibilidade ao gelo da argamassa comprimida  
no betão preeforçado

Frost sensitivity of compressed mortar in prestressed concrete

Sensibilité au gel du mortier comprimé dans le béton précontraint

DR. ING. A. RÖHNISCH

Technische Hochschule  
Stuttgart

Die im Vorbericht dargelegten «Untersuchungen über die Frostempfindlichkeit der Einpressmörtel bei vorgespanntem Beton» konnten wegen des festgesetzten Einsendetermins naturgemäß nur diejenigen Ergebnisse und Erfahrungen berücksichtigen, die bis zu diesem Zeitpunkt vorlagen. Inzwischen sind aufgrund der vorliegenden Erkenntnisse in Deutschland «Vorläufige Richtlinien für das Auspressen von Spanngliedern mit Zementmörtel»<sup>(1)</sup> herausgegeben worden, die auf den Spannbeton-Baustellen seitdem angewendet und erprobt werden.

Neben der Festlegung der Anforderungen an einen einwandfreien Einpressmörtel (Wasserabsetzen, Fliessvermögen, Druckfestigkeit, Frostbeständigkeit), ferner der Zusammensetzung, Aufbereitung und Verarbeitung der Einpressmörtel enthalten die Richtlinien vor allem Angaben über die durchzuführenden Eignungsprüfungen, so dass nunmehr einheitliche Arbeitsmethoden und allgemeingültige Prüfverfahren zur Anwendung kommen. Von besonderer Bedeutung ist die Tatsache, dass nach Ziff. 3.2 der Richtlinien bei Verwendung von Zusatzmitteln diese u. a. möglichst treibende Eigenschaften besitzen sollen.

Die Abb. 1 – 3 zeigen die für die Wasserabsetzprobe (6.1), zur Feststellung des Fliessvermögens (6.3) und der Frostbeständigkeit (6.4) durch die Richtlinien eingeführten Prüfgeräte. Die Wasserabsetzprobe wird in handelsüblichen 1 kg Konservendosen (ø 99 mm, h = 123 mm) festgestellt. Die Wasserabsonderung ist nach 3 Stunden zu messen, sie

<sup>(1)</sup> «Vorläufige Richtlinien für das Auspressen von Spanngliedern mit Zementmörtel»  
Beton- und Stahlbetonbau 1956 - Heft 9 - S. 215/16.

darf nicht mehr als 2 Volumenprozente betragen. Bei Verwendung von Treibmitteln soll sich mindestens eine 2 %-ige Volumenzunahme, bezogen auf die ursprüngliche Gesamtmenge (einschl. Wasser) einstellen.

Die Druckfestigkeit wird an den Zylinderproben geprüft, die sich nach 7 bzw. 28 Tagen aus den Konservendosen ergeben.

Das Fliessvermögen des Einpressmörtels wird mit Hilfe des Durchflussgeräts nach Prof. Walz (Abb. 2) festgestellt, in dem ein zylindrischer

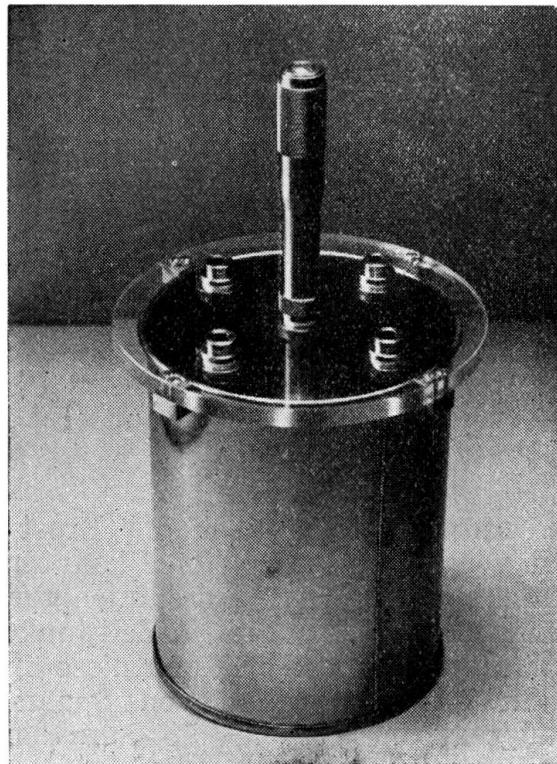


ABB. 1. Gerät zur Messung des Absetzens (Mikrometer)

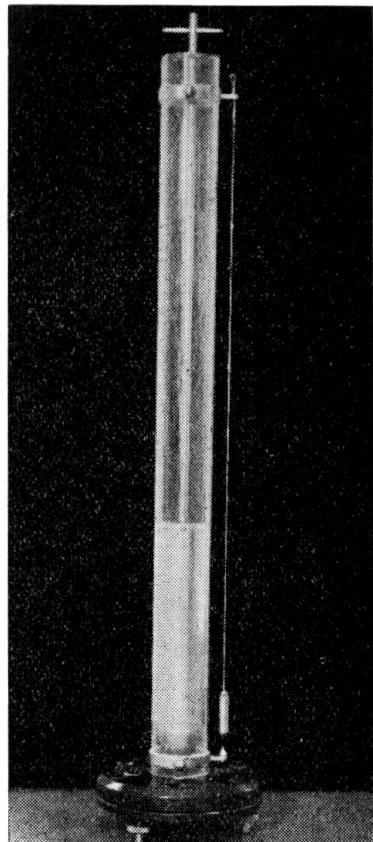


ABB. 2. Durchflusgerät (Viscosimeter)

Tauchkörper eine bestimmte Messstrecke im Einpressmörtel zurücklegt. Die hierbei festgestellte Zeit ist kennzeichnend für das jeweilige Fliessvermögen des Einpressmörtels.

Die Frostbeständigkeit wird mit Dilatometern festgestellt. Das in Abb. 3 dargestellte Gerät ist eine Weiterentwicklung des im Vorbericht beschriebenen Geräts.

Die Anwendung der «Vorläufigen Richtlinien» hat eine Reihe von Problemen aufgeworfen, die hier kurz zusammengefasst werden sollen.

#### 1. Auswahl der Zemente

Für die Herstellung von Einpressmörtel ist nur eine recht kleine Auswahl von Zementen besonders geeignet. Tonerdeschmelzzemente sollten

nur in Sonderfällen, z. B. bei tiefen Temperaturen (nach Ziff. 5 der vorl. Richtlinien) zur Anwendung gelangen. In der Hauptsache sind Portland- und Hochofenzemente Z 225 und 325 verwendet worden. Nach den bisherigen Feststellungen haben sich Schachtofenzemente besser bewährt als Drehofenzemente.

### 2. Zuschlagstoffe

Die Zugabe von Steinmehlen ist geeignet, das Schwinden und die Festigkeit des Einpressmörtels günstig zu beeinflussen. Bewährt hat sich die Zugabe von Quarzmehl, Mahlung G 2 mit einem Rückstand von etwa 50 v.H. auf dem 4900-Maschensieb (0,09 mm) in einem Mischungsverhältnis Zement: Quarzmehl = 5:1 oder 20 v.H. des Zementgewichts.

### 3. Zusatzmittel

Zur Verbesserung des Fliessvermögens von Einpressmörtel sowie zur Sicherung der Frostbeständigkeit wird die Verwendung geeigneter Zusatzmittel empfohlen. Nach Ziff. 3.2 der «Vorläufigen Richtlinien» zusammengesetzte Einpressmörtel konnten

$$\left. \begin{array}{ll} \text{ohne Quarzmehl mit } W/Z = 0,36 - 0,38 \\ \text{bei Zugabe von 20 v.H. Quarzmehl mit } W/Z = 0,39 - 0,41 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{je nach Länge der} \\ \text{Spannglieder} \end{array}$$

einwandfrei aufbereitet und verpresst werden. Die so hergestellten Einpressmörtel zeichnen sich durch frühe Frostbeständigkeit aus und ergeben hohe Festigkeiten. Die Wirkung der Zusatzmittel ist recht anschaulich in den Abb. 4 - 7 zu erkennen.

a) Da die Vergrösserung des Volumens von Einpressmörtel bei Verwendung von Treibmitteln im Spannkanal im allgemeinen behindert ist, wurden Versuche bei behinderter Ausdehnung durchgeführt. Tafel I zeigt die Versuchsergebnisse. Hieraus kann gefolgert werden, dass die Festigkeit von Einpressmörtel bei behinderter Ausdehnung z. T. erheblich gesteigert wird, weiterhin aber auch, dass die Absetzmasse ebenfalls zunehmen. Aufgrund dieser Erfahrungen ist allgemein, insbesondere aber bei konzentrierten Spanngliedern, zu empfehlen, an geeigneten

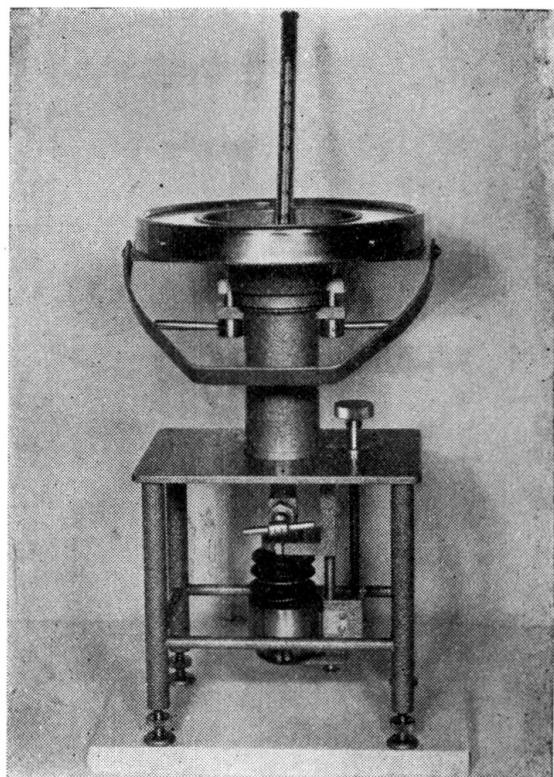


ABB. 3. Dilatometer

## TAFEL I

## Vergleich von Festigkeitsprüfungen bei behinderter und unbehinderter

1	2	3	4	5	6	7
Probe Nr.	Gemisch PZ 325, ohne Zuschläge + 1% Tri- cosal-H 181 $W/Z = 0,40$	Menge des abge- sonderen Wassers in % des eingefüll- ten Mörtels	$\Delta V$ der ursprünglichen Probemenge bezogen auf den Spiegel des abgesonderten Wassers in %	die feste Mörtelmasse in %	Roh- gewichte r	Druckfestigkeit $W_r$ kg/cm <sup>2</sup>
1.1	Proben in dichten Stahlformen $\varnothing 50 \text{ mm}, h = 120 \text{ mm}$ $F = 19,63 \text{ cm}^2$ Ausdehnung behindert	—	a)	a) —	a) + 3,53	1,87 1,90 oben: 162 183 unten: 448 336
1.2	Proben mit unbehinder- ter Ausdehnung $\varnothing 50 \text{ mm}, h = 120 \text{ mm}$ $F = 19,63 \text{ cm}^2$	—	a)	a) —	a) + 3,53	1,84 1,88 oben: 186 181 unten: 205 227
1.3	in dichten Stahlformen $\varnothing 100 \text{ mm}, h = 100 \text{ mm}$ $F = 78,5 \text{ cm}^2$ Ausdehnung behindert	3,56	b) — 3,14	b) — 6,70	b) 2,04	560

a) = gemessen in der Konservendose 4 Stunden nach Einbringen.

b) = gemessen nach 7 Tagen bei Öffnen der gasdichten Form.

Stellen der Spannkanäle Entlüftungsrohre anzuordnen, die etwa 1 – 2 Stunden nach erfolgter Verpressung geöffnet werden müssen, damit der treibende Effekt derartiger Zusatzmittel alle Hohlräume im Spannkanal

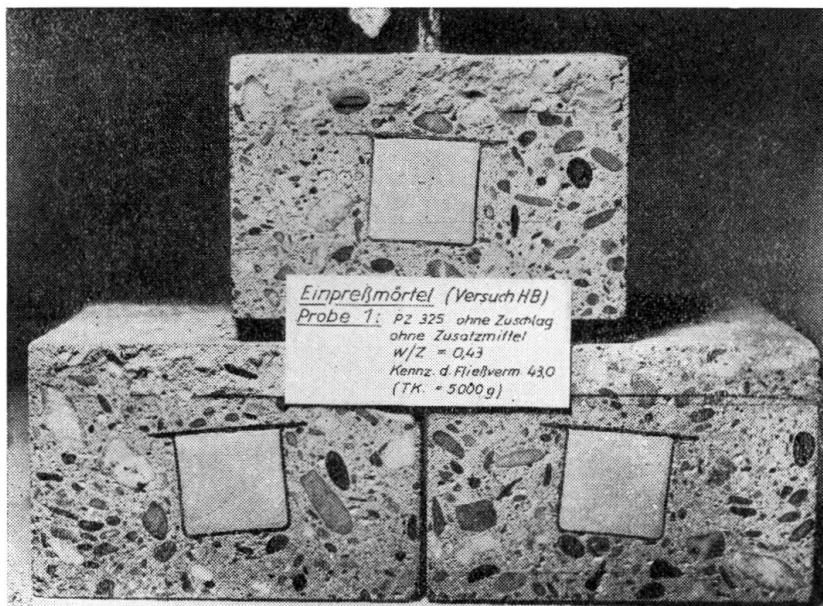


ABB. 4. Einfluss der Zusatzmittel auf den Einpressmörtel

ausfüllen und das abgesetzte Wasser durch die Entlüftungsrohre abführen kann. Andernfalls erzeugt die Treibwirkung einen Innendruck auf den Einpressmörtel, wodurch zusätzlich Hohlräume zwischen dem Einpressmörtel und Spannkanal entstehen können.

b) Die von den treibenden Zusatzmitteln ausgehenden Drücke im Einpressmörtel wurden mit Manometer und Quecksilbersäule gemessen. Die Drücke sind in erster Linie abhängig von der Menge des von den Treibmitteln entwickelten Gases und dem im Frischmörtel vorhandenen Luft- oder Gasvolumen. Aufgrund dieser Feststellungen sind bei völlig geschlossenen Spannkanälen Innendrücke bis 10 atü möglich.

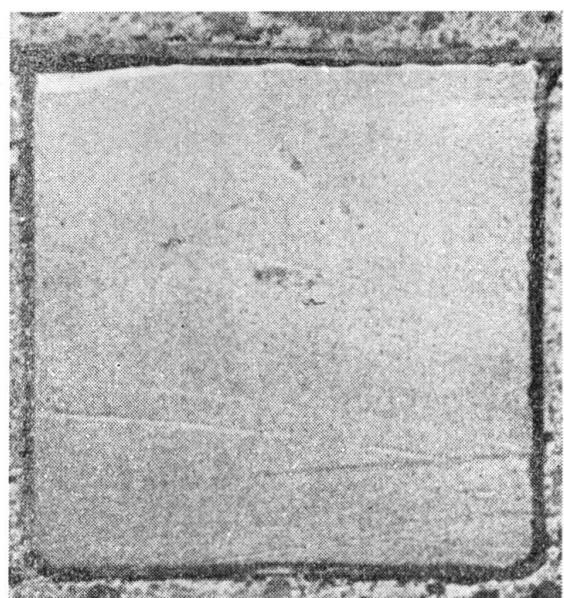


ABB. 5. Einfluss der Zusatzmittel auf den Einpressmörtel

#### 4. Mischen des Einpressmörtels

a) Bei Prüfung des Fliessvermögens verschiedener Einpressmörtel wurde festgestellt, dass das Fliessvermögen weitgehend von der Mischdauer und Intensität des Mischens abhängig ist. Es wurden daher mit

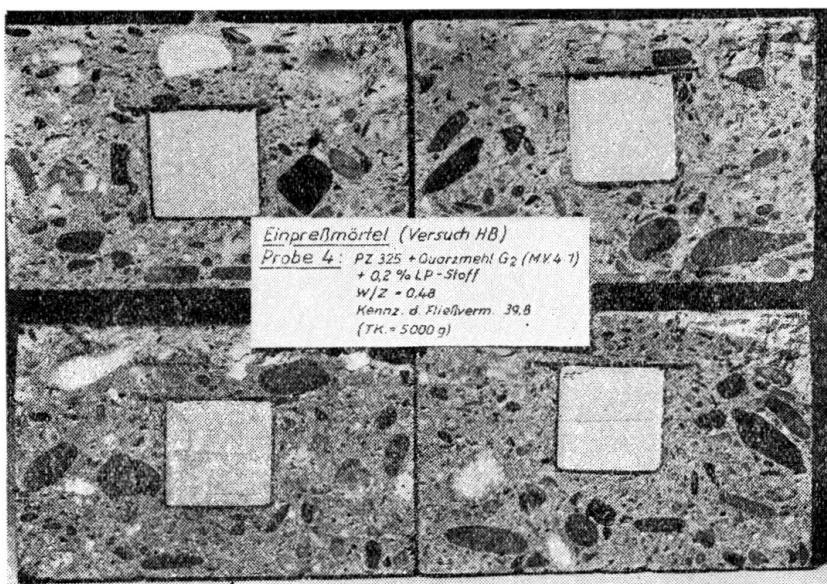


ABB. 6. Einfluss der Zusatzmittel auf den Einpressmörtel

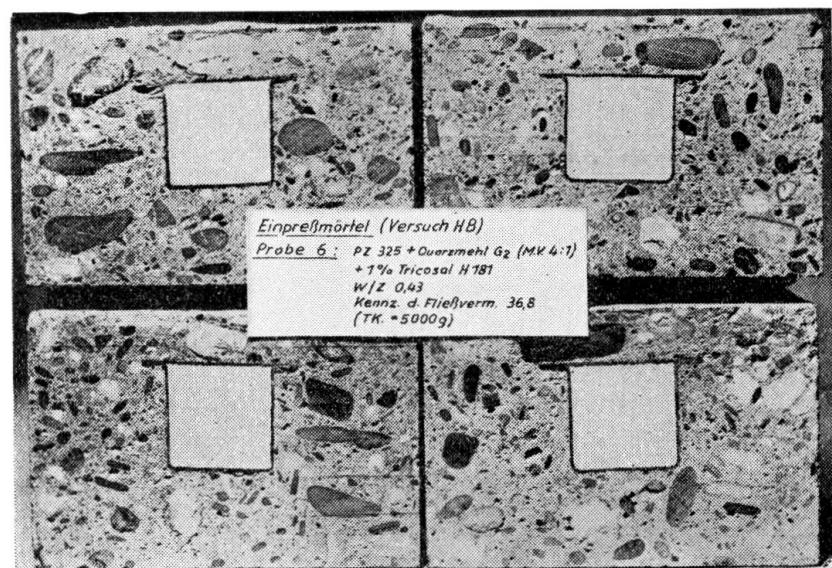
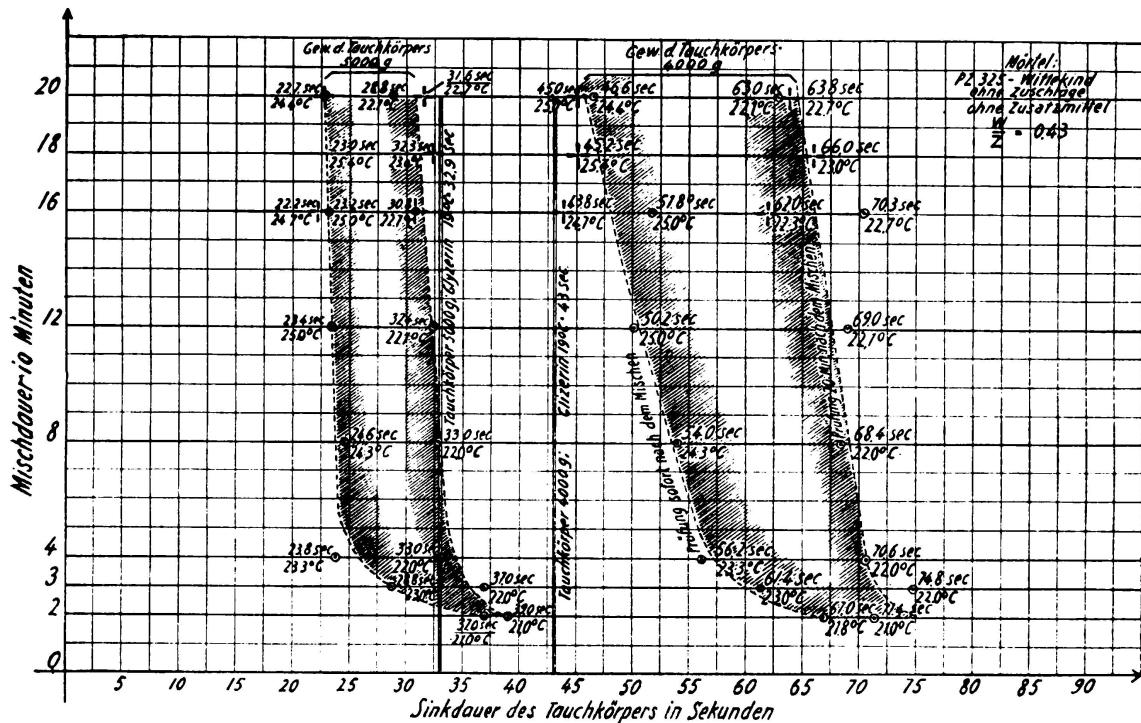


ABB. 7. Einfluss der Zusatzmittel auf den Einpressmörtel

dem Laboratoriumsmischer der Baustoffprüfanstalt der Wasser- und Schiffahrtsdirektion Münster und der Mörtelzusammensetzung PZ 325 Wittekind, ohne Zuschläge, ohne Zusatzmittel, W/Z = 0,43 Mischversuche 20 Minuten nach Beendigung des Mischens eine weitere Messung des durchgeführt, bei denen der Einfluss verschiedener Mischzeiten (3, 4, 12 und 20 Minuten) festgestellt werden sollte. Außerdem wurde jeweils

Fliessvermögens vorgenommen. Während dieser Zeit (identisch mit der Verarbeitungszeit auf den Baustellen) wurde das Gemisch durch langsames Rühren von Hand in Bewegung gehalten. Abb. 8 zeigt die Ergebnisse dieser Versuche. Hieraus folgt, dass durch Verlängerung der Mischzeit die an den Feinstteilen des Gemisches haftende Luft verdrängt wird und

### EINFLUSS DER MISCHDAUER AUF DAS FLEISSVERMÖGEN VON EINPRESSMÖRTEL



Bemerkung: Für jede Mischdauer wurde neuer Mörtel angemacht. Die Tauchgeräte wurden gleichzeitig mit Mörtel gleicher Aufbereitung beschickt.

Temperaturen: Zement + 21° C, Wasser + 19° C, Luft + 19,5° C

ABB. 8. Prüfung des Fliessvermögens

das Fliessvermögen z. T. beträchtlich verbessert werden kann. Bei der Feststellung des Fliessvermögens wurden 2 verschieden schwere Tauchkolben verwendet (4000 und 5000 gr). Das jetzt eingeführte Durchflussgerät ist mit einem Tauchkolben von 4500 gr. ausgestattet.

b) Seitens einiger namhafter Spannbetonfirmen wurden Einwendungen gegen die grundsätzliche Anordnung von Maschinenmischung bei der Aufbereitung von Einpressmörtel erhoben. Die für diesen Zweck durchgeföhrten Versuchsmischungen hatten die in Abb. 9 aufgezeichneten Ergebnisse. Hieraus kann fast durchweg eine Überlegenheit der Maschinenmischung abgeleitet werden. Mit Rücksicht auf eine möglichst gleichmässige Aufbereitung des Einpressmörtels ist die Anordnung in den «Vorläufigen Richtlinien» daher durchaus berechtigt.

### 5. Weitere Versuche

Um das Verhalten von Einpressmörtel in Spannkanälen mit nachträglichem Verbund bei Dauerbeanspruchung zu klären, wurden in der Baustoffprüfanstalt der Wasser- und Schiffahrtsdirektion Münster Versuche

### Festigkeitsprüfung - Einpreßmörtel

Bezeich. der Proben	Mörtel- Mischung	W/ Z	Art der Aufbereit.	Temperatur der Mischung	Festigkeiten			
					Biegezug		Druck	
					7 Tage kg/cm²	28 Tage kg/cm²	7 Tage kg/cm²	28 Tage kg/cm²
111	PZ 425 -ohne-	0,50	Hand.	18°-21°	81,2	86,5	449	585
			Masch.	18°-21°	71,2	104,2	476	641
211	PZ - 325 -ohne-	0,41	Hand.	18°-21°	67,1	81,4	346	484
			Masch.	18°-21°	90,3	102,1	389	517
232a	PZ 325 + Quarzmehl 4:1 + 0,5 % LP-A	0,48	Hand.	18°-21°	53,2	60,5	222	332
			Masch.	18°-21°	58,9	69,5	245	326
511	HOZ 325 -ohne-	0,45	Hand.	18°-21°	68,5	95,0	415	613
			Masch.	18°-21°	84,2	111,3	424	647
532a	HOZ 325 + Quarzmehl 4:1 + 0,5 % LP-A	0,48	Hand.	18°-21°	60,2	63,5	317	474
			Masch.	18°-21°	73,2	81,8	387	565
6001	HOZ 325 + Flugasche 3:1 + 0,6% Intrusion-Aid	0,63	Hand.	18°-21°	52,2	70,3	251	409
			Masch.	18°-21°	65,3	83,0	262	424
7001	HOZ 325 + 3 % Intraplast	0,40	Hand.	18°-21°	92,0	114,7	497	729
			Masch.	18°-21°	100,8	106,7	562	746
600	PZ 325 + Flugasche 3:1 + 0,6% Intrusion-Aid	0,63						
			Masch.	18°-21°	43,2	66,2	186	324
700	PZ 325 + 3 % Intraplast	0,40						
			Masch.	18°-21°	69,0	87,1	401	529

ABB. 9. Vergleich von Hand- und Maschinenmischung

eingeleitet, die bis zum Beginn des V. Kongresses der Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau in Lissabon leider erst teilweise abgewickelt werden konnten. Hierüber wie auch über die Weiterentwicklung des Einpressmörtels soll im nächsten Band der «Abhandlungen» berichtet werden.

### ZUSAMMENFASSUNG

Um aus dem Vorbericht zu dem vorstehenden Thema trotz der technischen Weiterentwicklung der Einpressmörtel in jedem Fall auch für die Gegenwart die jeweils richtigen Erkenntnisse zu vermitteln, wird eine kurze zusammenfassende Ergänzung für notwendig und zweckmäßig gehalten. In dieser Ergänzung wird zunächst ein allgemeiner Überblick

über die im Juli 1955 in Deutschland herausgegebenen «Vorläufigen Richtlinien für das Auspressen von Spanngliedern mit Zementmörtel», dann aber auch über die vorliegenden theoretischen und praktischen Erfahrungen des letzten Jahres gegeben. Zum Abschluss wird die wichtige Frage der Dauerbeanspruchung von Einpressmörtel behandelt und auf die in der Baustoffprüfanstalt der Wasser- und Schiffahrtsdirektion Münster eingeleiteten Versuche hingewiesen.

### R E S U M O

Apresenta-se um curto resumo de aditamento à contribuição apresentada pelo autor sob este título na «Publicação Preliminar», tornado necessário pelos progressos realizados no domínio do comportamento da argamassa comprimida e pelos conhecimentos rigorosos adquiridos ultimamente. Analisa-se primeiro rapidamente a publicação «Regulamentos prévios para a injecção dos cabos em tensão com argamassa de cimento», editada na Alemanha em Julho de 1955, apresentando-se a seguir os trabalhos práticos e teóricos efectuados o ano passado. Em conclusão apresenta-se o importante problema das solicitações de longa duração da argamassa comprimida e indicam-se os ensaios realizados pelo Instituto de Ensaios de Materiais de Construção da Direcção dos Transportes Terrestres e Marítimos de Münster.

### S U M M A R Y

A short summary is presented, supplementing the author's contribution presented in the «Preliminary Publication» and rendered necessary by the progress made in the field of the behaviour of the compressed cement mortar and by the accurate knowledge acquired recently. The publication «Preliminary Standards for the injection of stressed cables with cement mortar», edited in Germany in July 1955, is rapidly dealt with, and the practical and theoretical work carried out last year is presented. Concluding, the important problem of long time loading of compressed mortar is studied and the tests carried out by the Institute of Testing of Building Materials of the Land and Sea Transport Authority in Munster are described.

### R É S U M É

L'auteur présente une courte communication, qui est un supplément à sa contribution figurant dans la «Publication Préliminaire», et qui est rendue nécessaire par les progrès réalisés dans le domaine du comportement du mortier comprimé et par les connaissances rigoureuses acquises dernièrement. Il étudie d'abord rapidement la publication «Règlements préliminaires pour l'injection des câbles en tension avec du mortier de ciment», éditée en Allemagne en Juillet 1955, et présente ensuite les travaux pratiques et théoriques effectués l'année dernière. En conclusion, l'auteur présente l'important problème des sollicitations de longue durée du mortier comprimé et décrit les essais réalisés par l'Institut d'Essais de Matériaux de Construction de la Direction des Transports Terrestres et Maritimes de Munster.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

## V c 1

### Safety against cracking and permissible stresses in prestressed concrete

### Rissicherheit und zulässige Spannungen im Spannbetonbau

### Segurança contra a fissuração e tensões admissíveis no betão preeforçado

### Sécurité contre la fissuration et contraintes admissibles dans le béton précontraint

P. W. ABELES

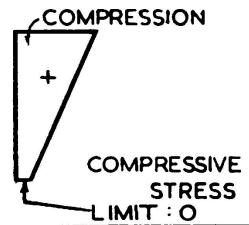
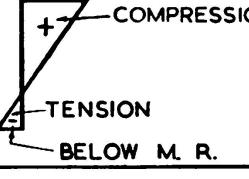
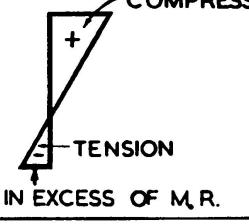
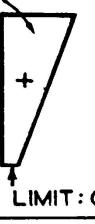
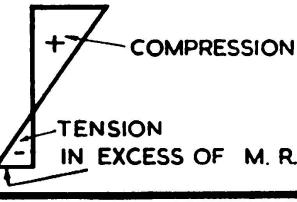
London

At the 3rd Congress at Liege 1948 the author presented two contributions [1, 2], in which the behaviour of prestressed concrete, after cracking, was described and the resultant economy of partial prestressing was expounded. Special reference was made to a bridge design of British Railways, Eastern Region, in partially prestressed concrete which provides for freedom from cracks. Such a design had originally been excluded at the Congress from the definition of prestressed concrete, but on the author's suggestion it was eventually embodied in the wording of the «Conclusions and Suggestions» of the Final Report, 1949.

The British «First Report on Prestressed Concrete» [3] which appeared in 1951 was very progressive with regard to new developments. In this Report three types of structures are distinguished (see Fig. 1). Type (iii) should be used only where there is no danger of fire, corrosion or fatigue. There are two alternatives of type (i) : (A) fully prestressed structures in which tensile stresses are not permitted (e. g. railway underbridges with heavy impact); and (B) partially prestressed structures in which tensile stresses below the modulus of rupture are allowed by the «First Report». The present contribution deals mainly with type (i) (B) which has been developed by the Chief Civil Engineer's Dept., British Railways, Eastern Region, since 1948. An interim report appeared in the 2<sup>nd</sup> Volume of the Publications about the experience gained from 1948 to 1952 [4] (¹).

(¹) In this paper a composite partially prestressed bridge design was described which has been used for 14 bridges 1949-1952 and in three standard sizes for approximate spans of 20, 30 and 50 ft. They were designed for a permissible tensile stress of 500 lb/in<sup>2</sup>, but freedom from visible cracking was ascertained by acceptance tests at which the test load corresponded to a tensile stress of 750-800 lb/in<sup>2</sup>.

After fatigue tests [5] had proved that for a range of 750 lb/in<sup>2</sup>, visible cracks do not develop even after 1 million cycles between loads corresponding to a compressive stress of 100 lb/in<sup>2</sup> and a tensile stress of 650 lb/in<sup>2</sup>, the permissible tensile stress under working load was increased to 650 lb/in<sup>2</sup> in 1952, and since then approximately some further 50 bridges have been built and a great number will be built in the near future.

THREE TYPES OF PRESTRESSED CONCRETE STRUCTURE					
NO.	CHARACTERISTICS		WORKING LOAD STRESS	CONDITION	TYPE OF PRESTRESS
i	ALWAYS FREE FROM CRACKS			TRULY MONO-LITHIC NON MONO-LITHIC	FULLY PRESTRESSED
	B			TRULY MONO-LITHIC	PARTIALLY PRESTRESSED
ii	TEMPORARY HAIRCRACKS UNDER RARE MAXIMUM WORKING LOAD  FREE FROM CRACKS UNDER ORDINARY WORKING LOAD		(a) <u>RARE MAXIMUM WORKING LOAD</u> 	(b) <u>ORDINARY WORKING LOAD</u> 	PRESTRESSED
	FINE HAIR CRACKS UNDER WORKING LOAD.  DEFLECTION CONTROLLED				PRESTRESSED REINFORCED HIGH STRENGTH CONCRETE

M. R. = MODULUS OF RUPTURE

FIG. 1

future. The design has been standardised and employed also for bridges under railways (Fig. 2); in this case under working load, tensile stresses do not occur at the soffite but appear in the additional concrete which fully co-operates and is prevented from the development of visible cracks

because the tensile skin is still compressed and the composite slab deforms only slightly at that stage.

Already in the paper [4] the use of partially prestressed concrete for roof construction was shown. Tensile stresses of 750 lb/in<sup>2</sup> were permitted under working load for factory made members with pre-tensioned wires and 650 lb/in<sup>2</sup> for beams with post-tensioned well grouted cables. The same permissible stresses, which are in accordance with the «First Report», have been used also for later work carried out since 1952.

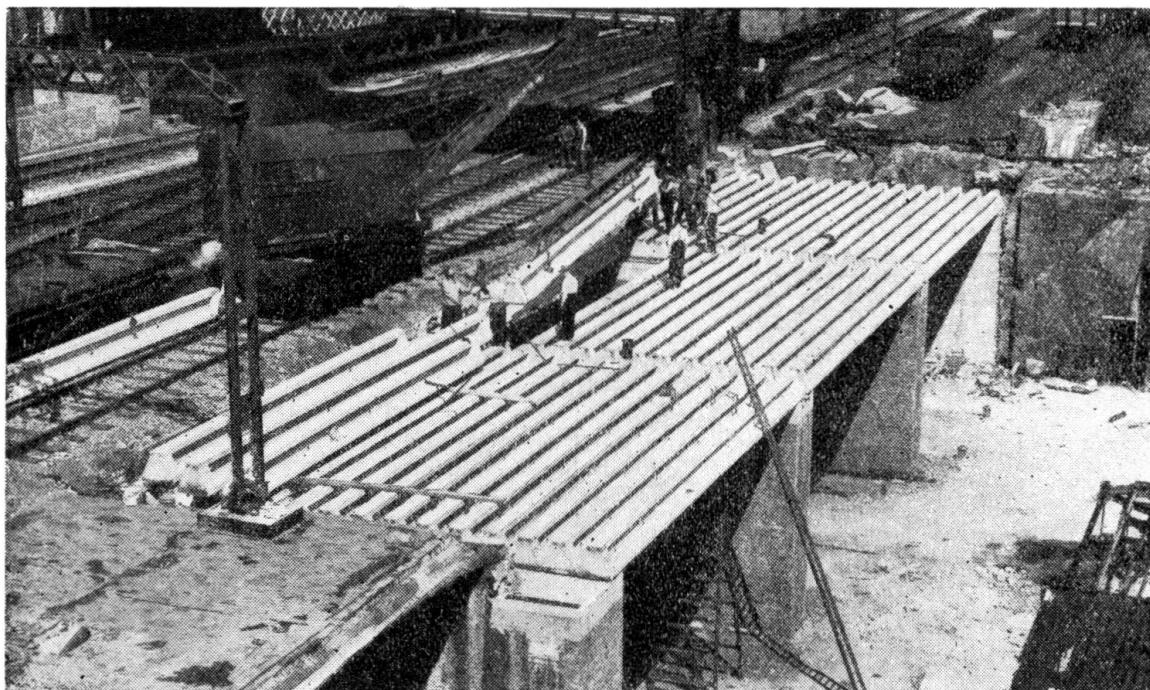


FIG. 2. Bridge under Railway siding at Fenchurch Street Station, London

Among the constructions, the precast roof beams for Sheffield Victoria Station of 85 ft. span is shown in Fig. 3.

Under [6] a report appears about the conditions of bridges and roof structures after several years use, based on inspections carried out in the autumn 1954 and spring 1956. These constructions have proved to be entirely satisfactory, and comprehensive experience has been gained between 1948 and 1956; it seems, therefore, to be appropriate to investigate the margin of safety against cracking of such partially prestressed structures and to enquire into the reason why this type of structure is viewed with disfavour by some authorities, whilst approbation is expressed only when constructions appear, in a calculation, to be fully prestressed though based on certain assumptions, quite disregarding whether they are fulfilled or not (e. g. whether the proper losses have been taken into account or monolithic behaviour is obtained).

A partially prestressed structure according to type (i) (B) (Fig. 1) must be monolithic, (i. e. any shrinkage cracks before prestressing must be avoided or any mortar joints must have a definite strength) (2).

SPAN 85'3" WEIGHT 12½ TONS BUILT 1953  
SUSPENDED LOAD 23¾ TONS

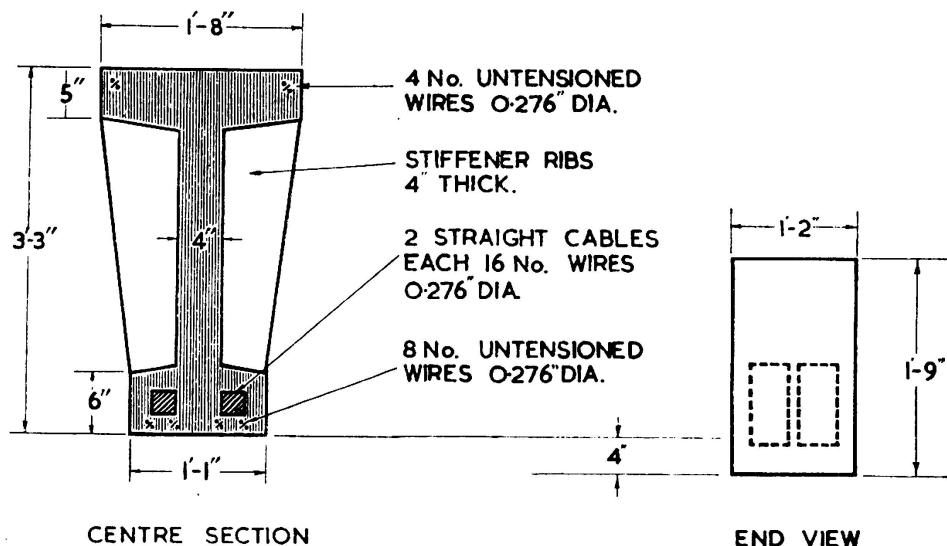
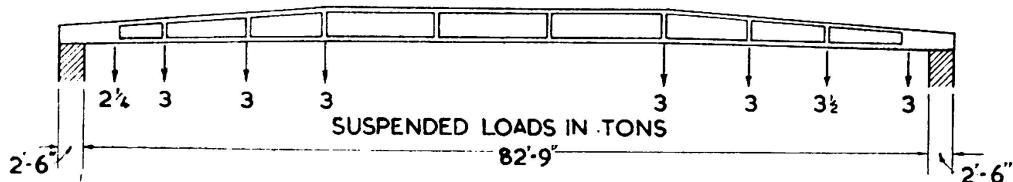


FIG. 3. Roof beams Sheffield, Victoria Station

In Figure 4 a comparison is shown between a non-monolithic type (i) (A) and a monolithic type (i) (B), each designed for the same factor of safety against cracking, or opening of cracks, of 1.25<sup>(3)</sup> and a range of live load corresponding to a stress of 1,000 lb/in<sup>2</sup>. In the first case residual compressive stresses of 250 and 1,250 lb/in<sup>2</sup> are required under live and dead load respectively, whereas with the partially prestressed

(2) If this is ascertained by loading tests carried out on a number of specimens selected at random, then a certain factor of safety against cracking can be obtained. On the other hand, unless such performance tests are carried out no safeguard against cracking is obtained, notwithstanding that only compressive stresses appear in a calculation.

(3) A factor of safety of 1.25 does not appear to be very large, but it is fully sufficient to ensure full freedom from cracks. The ratio of the two factors of safety against failure and cracking should be large, say 2, if the structure is to be capable of absorbing impact; Factors of 1.25 on the one hand and 2.5 on the other hand might be recommended. Obviously, it is also possible to provide a greater factor of safety against cracking if at the same time also the factor of safety against failure is increased, (e.g. 1.5 and 3 respectively).

type (i) (B) a tensile stress of 750 lb/in<sup>2</sup> is permissible under live load and the resultant compressive stress under dead weight is 250 lb/in<sup>2</sup>.

Relatively small pre-compression combined with great ductility are advantageous to obtain a great resilience, particularly with bending moments of opposite direction, as may occur with overhead masts and

#### FACTORS OF SAFETY AGAINST CRACKING

TYPE	A. (NON-MONOLITHIC)		B. (MONOLITHIC)	
	DEAD LOAD	WORKING LOAD	DEAD LOAD	WORKING LOAD
STRESS DISTRIBUTION				
LIMIT	$f_w = 0$		$f_w = f_r$ <small><math>f_r</math> = rupture stress (Modulus of Rupture)</small>	
RANGE	$f_d - f_w$		$f_d + f_w$	
FACTOR OF SAFETY	$\frac{f_d}{f_d - f_w}$		$\frac{f_d + f_r}{f_d + f_w}$	
	LIMIT $f_w = 0$	F. of S.=1	LIMIT $f_w = f_r$	F. of S.=1
EXAMPLE	$f_d = 1250 : \frac{1250}{(87 \frac{1}{2} \text{ kg/cm}^2)} = 1250 \text{ lb/in}^2$ $F. \text{ of } S. = \frac{1250}{1000} = 1.25$		$f_d = 250 : \frac{250}{(17 \frac{1}{2} \text{ kg/cm}^2)} = 250 \text{ lb/in}^2$ $f_r = 1000 \text{ lb/in}^2 (70 \text{ kg/cm}^2)$ $F. \text{ of } S. = \frac{250 + 1000}{250 + 750} = 1.25$	

FIG. 4

cantilever sheet piles (Fig. 5). In the event of an unforeseen slip of the retained earth of greater extent than anticipated, a re-adjustment would take place and the safety of the construction would not be impaired. All these constructions have been designed for the condition that only compressive stresses occur under dead load. Thus, any cracks which may develop in a member due to an unforeseen excess loading will close on removal of the load, that is after the slip has been corrected.

In view of the satisfactory use of partial prestressing during the last eight years, when tensile stresses from 500 to 750 lb/in<sup>2</sup> were allowed, as permitted by the «First Report», and freedom from cracking obtained, any objections to these stresses for type (i) (B) would not be justifiable, and it is to be hoped that further progress in this direction will not be hindered by unrealistic restrictions.

If rare maximum working load and ordinary working load are considered for type (ii) (Fig. 1), there is obviously no safety against cracking

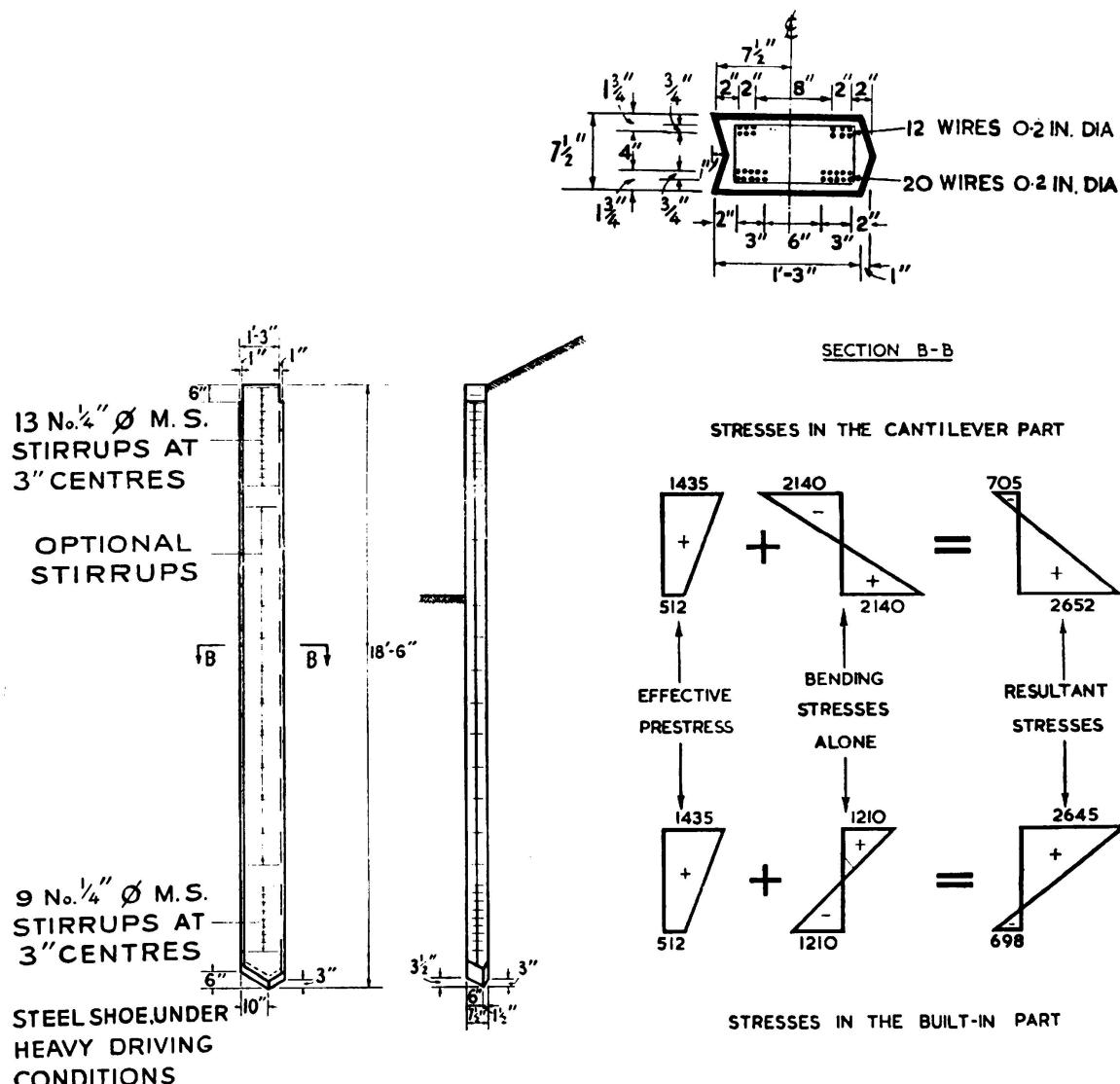


FIG. 5. Cantilever Sheet piles

with regard to the rare load: but an effective though small residual compressive stress is obtained under load, and consequently any fine hair cracks which might have occurred under the rare load will remain completely closed under ordinary load. Consequently, type (ii) represents a very important development of prestressed concrete, since full freedom from visible cracks is obtained under ordinary conditions and

full advantage is taken of the greatest phenomenon of prestressed concrete, i. e. its complete reversibility of behaviour. It depends now entirely on the designer what he considers as «rare» maximum working load. Based on the test results discussed before, the cracks will close completely even after millions of repetitions, as discussed above. Thus, there need not be too great an anxiety about the definition of what is considered as «rare» loading. It seems, however, advisable to provide suf-

APPROX. WIDTH OF FLEXURAL CRACKS

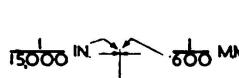
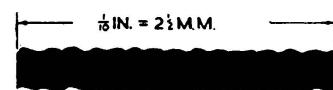
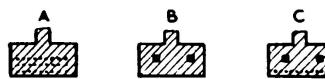
No.	STAGES	WIDTH <sup>(1)</sup>	NOTES
1	LOCAL MICROSCOPIC CRACK	OF LIMITED LENGTH 	APPEARS AT TENSILE STRESS APPROX. $\frac{1}{2}$ M.R. (DOES NOT AFFECT DEVELOPMENT OF NOTICEABLE CRACKS).
2	CRACK JUST APPEARING, NOTICEABLE BUT HARDLY MEASURABLE.	AT RE-OPENING OF CRACK 	NOTICEABLE AT RE-OPENING OF CRACKS, WHEN POSITION IS KNOWN.
		AT FIRST CRACKING 	APPEARS AT M.R. <sup>(2)</sup> (NOTICEABLE WITH SKILLED EYE OR MAGNIFIER).
3	PERMISSIBLE TO AVOID CORROSION	1/100 IN. 	NO DANGER OF CORROSION IF CONCRETE IS DENSE. <sup>(3)</sup>
4	DANGEROUS WIDTH		DEVELOPS BEFORE FAILURE IN UNDER-REINFORCED BEAMS.
(1) THE INCREASE IN WIDTH BETWEEN STAGES 2 & 4 DEPENDS ON STEEL DISTRIBUTION AND BOND RESISTANCE (CRACK PATTERN).		(2) M. R.= MODULUS OF RUPTURE : ITS MAGNITUDE DEPENDS ON CONCRETE STRENGTH AND STEEL DISTRIBUTION. HIGHER WITH 'A' & 'C' (e.g. 1000 lb/in <sup>2</sup> , i.e. 70 kg/cm <sup>2</sup> ) THAN WITH 'B' (e.g. 850 lb/in <sup>2</sup> , i.e. 59.2 kg/cm <sup>2</sup> )	(3) IF CONCRETE IS POROUS, CORROSION WILL OCCUR WITHOUT CRACKS EVEN IF CONCRETE COVER IS VERY LARGE.
		 <u>TENSILE FLANGES OF SECTION</u>	P.W.A.

FIG. 6

ficient steel reinforcement by supplementary non-tensioned wires to obtain the required factor of safety against failure related to the «rare» loading. By such an arrangement the width of cracks is reduced as seen from Figure 5 of publication [7].

Fig. 6 shows various widths of cracks. Visible cracks occur when the modulus of rupture is reached which is not affected by the previous development of microscopic cracks.

There is obviously no safety against cracking for type (iii), but the position is, in any case, better than with ordinary reinforced concrete (4). It would be possible to base the design of type (iii) on a limited maximum width of cracks and controlled maximum deflection, although the average working load steel stress in a cracked section would be as high as 80,000 – 100,000 lb/in<sup>2</sup>. Such a structure would be more economical than prestressed concrete and preferable to ordinary reinforced concrete, particularly when compared with concrete structures containing non-tensioned high tensile reinforcement which in some countries is stressed up to 60,000 lb/in<sup>2</sup>. (In the latter case a satisfactory crack pattern may be achieved, but the deformation is likely to be excessive).

The author is obliged to the Chief Civil Engineer, British Railways, Eastern Region, Mr. A. K. Terris, M. I. C. E., for the permission to use the particulars shown.

#### BIBLIOGRAPHY

1. *Behaviour of Prestressed Concrete at Cracking* — Final Report, Congress Liege, I. A. B. S. E., 1949.
2. *The Economy of Prestressed Concrete* — Final Report, Congress Liege, I. A. B. S. E., 1949.
3. *First Report on Prestressed Concrete* — Institution of Structural Engineers, London, 1951.
4. *Partially Prestressed Concrete Constructions Built in the Eastern Region of British Railways, 1948-52* — 12th Volume, Publications I. A. B. S. E., 1952.
5. *Fatigue Tests on Partially Prestressed Concrete Members* — Final Report, Congress Cambridge, 1953. I. A. B. S. E.
6. *The Conditions of Partially Prestressed Concrete Structures after Several Years' Use* — Contribution to Theme VI, Final Report, Congress Lisbon, I. A. B. S. E.
7. *Cracks in Prestressed Concrete Beams* — Preliminary Report Congress, Lisbon, I. A. S. B. E., 1956.
8. *Fatigue Resistance of Prestressed Concrete Beams, and Impact Resistance of Masts* — Contribution to theme I (b). Final Report, Congress Lisbon, I. A. B. S. E.

#### S U M M A R Y

Safety against cracking is obtained in truly monolithic structures for appreciable concrete tensile stresses under working load, as ascertained by British Railways, 1948-56; but with non-monolithic structures a residual compressive stress under working load would be required to obtain the same safety. The subject of the contribution is discussed for various types of structures.

(4) Reference may be made to the satisfactory experience with spun concrete poles [8] exposed in the open air to atmospheric influences during the last 20-40 years. It may be pointed out that these spun concrete masts contain relatively thin high strength steel reinforcement (yield point approximately 88,000 lb/in<sup>2</sup>, diameter 0.2-0.3 in.). The development of permanently visible hair cracks cannot be avoided with such masts and these cracks do not close, as is the case with prestressed concrete. Nevertheless, the masts have stood up very satisfactorily even in districts where chemical influences occur in industrial districts.

### ZUSAMMENFASSUNG

In wirklich monolithischen Konstruktionen kann selbst bei bedeutenden Biegezugsspannungen Rissicherheit unter Gebrauchslast erzielt werden, wie Versuche der Britischen Bahnen 1948-56 bewiesen haben. Aber in nicht monolithischen Konstruktionen würde eine bedeutende bleibende Druckspannung nötig sein, um denselben Sicherheitsgrad zu erzielen. Diese Frage ist für verschiedene Typen von Konstruktionen besprochen.

### R E S U M O

Observações efectuadas pelos Caminhos de Ferro Britânicos em 1948-1956 mostram que as estruturas verdadeiramente monolíticas apresentam, para valores apreciáveis das tensões de tracção no betão correspondentes às cargas de serviço, um bom coeficiente de segurança contra a fissuração; em estruturas não-monolíticas tornar-se-ia necessário dispor, sob a carga de serviço, de uma tensão de compressão residual para obter o mesmo coeficiente de segurança. Este problema é discutido no caso de vários tipos de estruturas.

### R É S U M É

Des observations effectuées par les Chemins de Fer Britanniques en 1948-56 montrent que les structures vraiment monolithiques présentent, pour des valeurs appréciables des contraintes de traction dans le béton correspondant aux charges de service, un bon coefficient de sécurité contre la fissuration; dans le cas de structures non-monolithiques, il serait nécessaire, pour obtenir le même coefficient de sécurité, de disposer, sous la charge de service, d'une contrainte de compression résiduelle. Ce problème est discuté pour divers types de structures.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

## V c 2

**Le calcul à la rupture par flexion et par effort tranchant  
dans les pièces en béton armé**

**Flexural and shear rupture calculation of reinforced  
concrete elements**

**Die Berechnung des Bruchzustandes infolge Biege-  
und Querkraft in Bauteilen aus Eisenbeton**

**Cálculo à rotura por flexão e por esforço cortante  
de elementos de betão armado**

R. CHAMBAUD

*Conseiller scientifique de l'Institut Technique  
du Bâtiment et des Travaux Publics*

Paris

Dans deux communications présentées au Congrès de Liège en 1948, en collaboration avec M. M. Lebelle et Pascal (Publication Préliminaire et Rapport Final), j'ai exposé mes premières recherches sur le calcul à la rupture, qui datent de 1947.

Je me propose d'indiquer ici, sommairement vu le cadre très limité de ce rapport, les résultats complémentaires ou nouveaux obtenus dans la poursuite de ces études, au cours des huit années écoulées, études qui, sous le patronnage de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics et de la Chambre Syndicale des Constructeurs en Ciment Armé, ont abouti à une méthode suffisamment simple, précise et générale pour être applicable en bureau d'études.

La base de la méthode est la prise en considération d'un état de référence directement contrôlable par l'expérience, a partir duquel les autres états intéressants (concernant durée des charges, répétitions, alternances, fissuration, etc...) se déterminent par application de coefficients. Ce état de référence est celui qui correspond au maximum d'effort marqué par la machine de charge (en principe un vérin) au cours d'un essai à la rupture de courte durée, par charges progressivement croissantes. Une telle définition n'a pas été adoptée au hasard : c'est la seule qui corresponde à un phénomène précis, indiscutable et susceptible d'être reproduit expérimentalement et rapidement à peu de frais.

D'autres états, sans signification bien nette et aux désignations fantaisistes, ont été parfois mis en avant, mais ils ne sauraient résoudre la question, faute d'une possibilité de contrôle expérimental. En particulier, la notion vague d'«épuisement» — qui heureusement ne compte plus guère de défenseurs — aurait des conséquences nuisibles par l'imprécision qu'elle est susceptible d'entretenir dans tous les calculs.

Le problème essentiel qui se pose est de déterminer, avec autant de précision que possible la charge de rupture pour une pièce donnée.

Un contrôle expérimental très poussé nous a permis d'arriver par retouches successives à un procédé de calcul répondant à cet objet d'une façon satisfaisante.

Après quoi se déduisent les charges admissibles par application de coefficients appropriés à la nature de l'ouvrage et au genre de sollicitations envisagées.

On obtient ainsi un coefficient de sécurité choisi à l'avance, et l'on réalise en moyenne des économies importantes de métal et de béton par rapport au calcul classique.

*La rupture peut se produire par flexion ou par effort tranchant.*

En ce qui concerne la *flexion*, j'ai complété la théorie sur différents points, à savoir :

- la fixation des pourcentages critiques inférieurs et supérieurs;
- l'étude des cas où, avant rupture, l'acier travaille au delà de sa limite élastique, tant pour les aciers à palier de ductilité que pour les aciers sans palier;
- la flexion composée;
- les sections de forme quelconque;
- enfin, l'utilisation des aciers comprimés.

La méthode qu'on en déduit se justifie par confrontation avec l'expérience. Nos comparaisons statistiques ont porté sur quelque 200 expériences françaises et 700 expériences étrangères et ont donné les résultats suivants.

La charge de rupture calculée a coïncidé avec la charge observée :

- à moins de 10 % près, dans 83 % des cas;
- avec un écart de 10 à 15 %, dans 12 % des cas;
- avec un écart de 15 à 20 %, dans 4 % des cas;
- avec écart légèrement supérieur à 20 % (dans le sens de la sécurité), dans 1 % des cas seulement.

Quant à la question de l'*effort tranchant*, elle m'a mis en présence d'un problème nouveau que j'ai abordé récemment et dont l'étude est encore en période d'évolution.

Lorsqu'on essaie à rupture des pièces qui ont été calculées suivant les règles classiques, la rupture se produit presque toujours par flexion et pour ainsi dire jamais par effort tranchant (ceci nonobstant le fait que

les ruptures par insuffisance de résistance au cisaillement sont plus brutales, plus dangereuses et causent plus d'accidents).

Quand d'autre part une poutre d'essai est constituée pour se rompre par effort tranchant, ce qui a lieu si l'armature transversale est suffisamment faible par rapport à l'armature longitudinale, on constate que la résistance observée au cisaillement est souvent très supérieure à la résistance estimée d'après le calcul classique supposé donner une sécurité égale à deux. Le rapport entre ces deux résistances qui est loin d'être constant, varie du simple au quintuple. Il dépend, entre autres paramètres, de la contrainte de référence  $T/b'z$  et augmente quand elle diminue. En particulier, dans les poutres courantes de planchers, il atteint fréquemment deux ou trois unités. Autrement dit, dans ces planchers, les ligatures sont souvent deux ou trois fois plus fortes au voisinage de l'appui, qu'il ne serait nécessaire, et cela se produit notamment quand les armatures de flexion régneront à pleine section sur toute la portée et que la contrainte de référence définie ci-dessus ne dépasse pas 10 kg/cm<sup>2</sup> environ, sous charges de service.

Ces faits expérimentaux sont le point de départ de nos études sur l'effort tranchant. Je n'ai traité jusqu'ici que les cas de flexion simple avec ligatures verticales sans barres relevées et des sections de poutres rectangulaires ou nervurées.

L'ensemble de ces faits suggère fortement une explication d'après laquelle, en cas d'existence de ligatures, et après fissuration à peu près à 45°, une redistribution des efforts est possible où les choses se passeront comme si la résistance était assurée grâce à des bielles de béton plus inclinées sur la fibre moyenne, la pièce se comportant à certains égards comme un arc sous-tendu, et à d'autres égards comme un treillis multiple avec éléments comprimés inclinés à plus de 45°, les éléments tendus restant verticaux.

En définitive, trois conditions interviendraient pour déterminer la résistance ultime à l'effort tranchant :

1° la résistance du béton des bielles en compression ;

2° la résistance des ligatures à leur limite élastique sur une longueur de poutre correspondant à l'inclinaison des bielles. Celle-ci serait une fonction croissante de la densité des ligatures. Elle pourrait aller, dans les cas extrêmes, jusqu'à 5 de base pour 1 de hauteur ;

3° la résistance des armatures de traction agissant comme sous-tendeur ; et c'est ainsi que les armatures longitudinales réagissent sur la résistance à l'effort tranchant, conformément à un fait d'expérience constaté.

Effectivement, en cours d'essai, lorsque certaines conditions prévues par le calcul sont remplies, on voit s'établir, après apparition d'un premier réseau de fissures à 45° environ, un nouveau réseau nettement plus incliné et s'accentuant de plus en plus jusqu'à rupture, alors que le premier réseau cesse d'évoluer. C'est là un fait curieux, jusqu'ici peu signalé, et qui, à ma connaissance, n'avait pas encore reçu d'interprétation satisfaisante.

En l'absence de ligatures au contraire, la rupture suit de très près la fissuration à 45° ; la redistribution d'efforts n'est plus possible, et la rupture survient par insuffisance de résistance du béton à la traction.

Il existe un seuil inférieur pour le pourcentage des ligatures, en-dessous duquel celles-ci sont sans effet ou de peu d'efficacité. Ce seuil est de l'ordre de 2 pour 1000 dans les cas ordinaires.

Une théorie établie sur ces bases m'a conduit à une méthode de calcul permettant de prévoir la charge de rupture par effort tranchant avec une bonne approximation dans les différents cas :

Les résultats statistiques justifiant la méthode ont porté jusqu'ici sur 215 essais de rupture par effort tranchant et sont les suivants.

La charge de rupture calculée coïncide avec la charge observée :

— à moins de 10 % près, dans 72 % des cas ;

— avec un écart de 10 à 20 % dans 21 % des cas ;

— avec un écart supérieur à 20 % (dans les sens de la sécurité), dans 7 % des cas.

Ces premiers résultats sont très encourageants et nous pensons arriver, grâce à une expérimentation complémentaire qui reste à entreprendre, à donner à la théorie une cohésion du même ordre que pour la flexion, encore qu'il ne faille pas espérer la même précision, vu le rôle complexe et aléatoire du retrait du béton dans les phénomènes de cisaillement.

#### RÉSUMÉ

L'auteur signale les développements qu'il a eu l'occasion de donner à sa théorie du calcul à la rupture depuis ses premières communications de 1948 au Congrès de Liège.

L'étude des phénomènes de *flexion* a été généralisée.

Une étude entièrement nouvelle de la rupture par *effort tranchant* a été entreprise récemment et se poursuit, dont les résultats actuellement acquis sont satisfaisants.

Les statistiques de comparaison entre charges observées et calculées pour de nombreux essais, montrent la précision de la méthode. Celle-ci permet de réaliser des économies appréciables sur les calculs classiques.

#### SUMMARY

The author describes the developments undergone by his theory for the collapse calculation of structures since his early contributions in 1948 at the Liège Congress.

The study of the *flexural* phenomena has been generalized.

An entirely new study of rupture through *shearing* has been recently undertaken and is being carried on; results available at present are satisfactory.

Comparison statistics between observed and computed loads for a large number of tests show the precision of this method which, compared to the classical methods makes substantial economies possible.

#### ZUSAMMENFASSUNG

Der Autor orientiert über die Entwicklungen seiner Berechnungsmethode im Bruchzustand seit seinen ersten Mitteilungen am Kongress von Lüttich im Jahre 1948.

Die Untersuchungen über die Verhältnisse bei der *Biegung* wurden verallgemeinert.

Eine vollständig neue Untersuchung des Bruches infolge *Querkraft* wurde kürzlich angestellt und wird gegenwärtig weitergeführt; die Resultate dieser Untersuchungen sind bis jetzt zufriedenstellend.

Vergleichsberechnungen zwischen beobachteten und berechneten Belastungen an zahlreichen Versuchen beweisen die Genauigkeit der Methode. Diese gestattet bedeutende Einsparungen zu machen gegenüber der klassischen Berechnungsmethode.

#### R E S U M O

O autor indica o desenvolvimento dado à sua teoria de cálculo à rotura desde as suas primeiras comunicações em 1948 ao Congresso de Liège.

O estudo dos fenómenos de *flexão* foram generalizados.

Um estudo inteiramente novo da rotura *por corte* foi recentemente iniciado e está a ser desenvolvido, sendo os resultados obtidos até à data muito satisfatórios.

As estatísticas de comparação entre as cargas observadas e calculadas em numerosos ensaios mostram o rigor deste método que permite, comparado aos métodos clássicos, realizar apreciáveis economias.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

**Discussão livre**

**Discussion libre**

**Free Discussion**

**Freie Diskussion**

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

## V 1

**The use of high tensile steel as reinforcement of concrete**

**Der hochwertige Stahl als Bewehrung des Eisenbetons**

**Emprego de aço de alta resistência nas armaduras para betão**

**Emploi de l'acier à haute résistance dans les armatures à béton**

DR. ENG. K. HAJNAL-KÓNYI

London

The importance of the use of high tensile steel as reinforcement of concrete is now internationally recognised. Out of 9 papers in Section Va, 6 are devoted to this question. These 6 papers originate from 5 different countries. France is represented by 2 contributions, Austria, Great Britain, Germany, Hungary, each by one. The papers deal with a great variety of types of steel regarding both shape and quality.

I wish to refer first to the contribution by M. LAZARD who reports on comparative tests on good quality mild steel and Torsteel respectively in beams of unusually large size. His conclusions should therefore be particularly convincing. May I quote the last sentence of his summary (p. 761) :

«Use of Tor 40 reinforcement bars for working stresses of 20 kg/mm<sup>2</sup> (= 28,450 psi) seems absolutely justified for bridge beams submitted to aggressive fumes of steam railway engine smoke» <sup>(1)</sup>.

This conclusion is of very great importance since there are still many engineers who believe that the best way to avoid corrosion is to use plain mild steel bars and limit the stress to 1400 kg/cm<sup>2</sup> (20,000 psi), or even less. This view is convincingly refuted in Mr. SZÉPE'S paper (p. 851) :

«It has to be stated that the older regulations which try to achieve freedom from cracks in reinforced concrete or crack control by limiting the tensile stress in the steel and in the concrete, have gone the wrong way».

---

<sup>(1)</sup> In his verbal contribution at the Congress M. LAZARD has stated that the stress in Torsteel 40 actually adopted by the French Railways is now 21 kg/mm<sup>2</sup> (= 29,870 psi).

The real cause of corrosion is not the occurrence of transverse cracks but lack of cover and porosity of the concrete. The paper by Messrs. ROBINSON and PELTIER, which is the continuation of a paper submitted by M. ROBINSON in Cambridge 4 years ago, seems to go to the root of the defects commonly known in every country. It is obvious from this research that corrosion cannot be prevented by a limitation of tensile stresses and is bound to occur under certain conditions even if the stresses are nil or compressive. In his verbal contribution at the Congress M. ROBINSON has referred to tests in which corrosion occurred first as a consequence of the porosity of concrete and cracks were a secondary effect caused by corrosion.

Whilst considerable effort is being made in various countries to restrict the width of cracks, it would appear that another important aspect of the admission of high tensile stresses has not received sufficient attention.

The serviceability of a structure depends not only on cracking but probably even more on deformation. With mild steel at working stresses of the order of 1400 kg/cm<sup>2</sup> (20,000 psi) deformations are rarely relevant. When we come into the range of working stresses of 1800 to 2500 kg/cm<sup>2</sup> (25,600 to 37,000 psi) as usual with steels of what I would call medium quality i. e. with a yield point or proof stress of the order of 40 to 50 kg/mm<sup>2</sup> (57,000 to 71,000 psi) conditions become more critical, but in the range of working stresses of 3500 to 4500 kg/cm<sup>2</sup> (50,000 to 64,000 psi) as adopted in Austria for Torsteel 60 and bi-steel (p. 748) respectively, the deformation must be the primary consideration of the designer, particularly the deformation under sustained loading [1] [2]. Since the modulus of elasticity of these special steels is not higher than that of mild steel, it is obvious that the deformation of structures with working stresses of this order may be 2 to 3 times greater than the deformation of structures with mild steel. Other conditions being equal, the substitution of a great number of small size bars for a small number of large size bars improves the crack control but has very little influence on the deflection under sustained loading. Consequently such high stresses must be restricted to exceptional cases where the depth/ span ratio is very favourable. It is interesting to note that based on his tests on beams reinforced with Torsteel 60 and 80 respectively which were otherwise similar to the beams discussed on his paper (Va 4) (2). M. LAZARD has come to the conclusion that «the practical interest of the Torsteels 60 and 80 is slight».

M. SAILLARD has included in his paper two tables (pp 837-8) in which the steel stresses are set out as a function of the diameter of the bars and of the maximum crack widths which can be tolerated. I think that a similar table or graph is necessary to limit the deformation of structures so that the permissible steel stress becomes a function of the slenderness ratio of the member in which the steel is used, of the percentage of reinforcement and of the modulus of elasticity of the concrete.

It may be seen from M. SAILLARD's table on p. 837 that the stresses in plain round bars are very much restricted by the crack widths. In order

---

(2) Ratio effective depth/span of the order of 1/9.

to use higher stresses, bars with protrusions must be adopted. Torsteel is one solution but according to M. SAILLARD (p. 820) the optimum crack control cannot be achieved with bars having only 2 or even 4 helical nibs. It is clear from the paper by Professor RÜSCH, Figs. 2 & 3, (pp. 795-6) that deformed bars are more efficient for controlling the crack widths. His proposition to standardize the pull-out tests is very good, but I should like to suggest two modifications:

1 - Professor RÜSCH suggests that prisms without any transverse reinforcement should be used (p. 795). From my experience, which is common with that of many other research workers, prisms without transverse reinforcement are bound to burst at a very small movement of the bar which is to be pulled out.

This tendency of bursting the concrete has also been pointed out by M. SAILLARD (p. 820). Indeed, the better the bond, i. e. the more efficient the bar, the greater is the tendency of bursting. A pull-out test which ends by the splitting of the concrete is, in my opinion, most unsatisfactory. The bar should be either pulled out or fractured but the specimen must not burst.

It is, of course, essential that the bursting of the concrete should be prevented in structures and for this reason transverse reinforcement must be provided wherever deformed bars end. Pull-out tests on prisms without transverse reinforcement would therefore not be representative of the correct use of deformed bars.

2 - My second point of disagreement with Professor RÜSCH is the magnitude of the slip at the unloaded end at which the bond stresses should be compared. Professor RÜSCH has suggested a slip of 0.1 mm (p. 796). Admittedly, the magnitude of the slip at which stresses are compared is as arbitrary as the elongation of cold worked bars to which the proof stress is related. However, since we can tolerate crack widths of even 0.3 mm in certain cases, I do not see the reason for adopting a slip of only 0.1 mm in general. I suggest that the pull-out tests should be so standardized that stresses are compared at slips of 0.1, 0.25 and 0.5 mm. This would give a much better idea of the performance of the bar since it would show to what extent the resistance of the bar against being pulled out is increased with increasing slip. With plain bars, the increase is nil, with Torsteel and square twisted bars it is very small, but with deformed bars of suitable shape it is considerable.

Finally, I wish to refer to Professor TORROJA's remark about «the most appropriate types of bar for reinforced concrete» (p. 703).

Regarding the shape I think that the provisions of ASTM [3] should be either adopted or taken as a basis of further research if this is deemed to be necessary. The American Standard is based on very comprehensive research and this should not be ignored.

Regarding the quality of the bars, I am of the opinion that cold worked deformed bars in which sharp edges are avoided and which are not overworked so as to become brittle at low temperatures are preferable to bars having a natural yield point. The lack of a definite yield point is a great advantage from the point of view of the mode of failure, as may be seen from the results of M. LAZARD (p. 761, Conclusions, 4 th. paragraph) and of M. LEWIS (pp 771, 779).

## REFERENCES

1. WASHA, GEORGE W. — *Plastic Flow of Thin Reinforced Concrete Slabs*. Journal of the American Concrete Institute, Vol. 19 No. 3, Nov. 1947 p. 237.
2. WASHA, GEORGE W. and FLUCK, P. G. — *Effect of Compressive Reinforcement on the Plastic Flow of Reinforced Concrete Beams*. Journal of the American Concrete Institute, Vol. 24 No. 2, Oct. 1952 p. 89.
3. ASTM — *A 305-53 T*. Tentative Specifications for Minimum Requirements for the Deformations of Deformed Steel Bars for Concrete Reinforcement.

## SUMMARY

It is submitted that the limiting factor for the admission of high working stresses in the tensile reinforcement is the deformation of the structure and that the bond strength of deformed bars should be determined on prisms with transverse reinforcement at slips of the unloaded end of 0.1, 0.25 and 0.50 mm respectively.

## ZUSAMMENFASSUNG

Es wird vorgeschlagen, dass die zulässigen Zugspannungen in der Bewehrung durch die Formänderung der Bauteile beschränkt werden müssen und dass die Haftfestigkeit von Rippenstählen an Prismen mit Bügelbewehrung bei Gleitwegen des freien Endes von 0,1, 0,25 und 0,50 mm bestimmt werden soll.

## RESUMO

O autor é da opinião de que o emprego de tensões de trabalho elevadas nas armaduras de tracção é limitado pela deformação da estrutura e de que a força de aderência de armaduras deformadas deveria determinar-se em prismas armados transversalmente para escorregamentos medidos na extremidade de 0,1, 0,25 e 0,50 mm.

## RÉSUMÉ

L'auteur est d'avis que l'emploi de contraintes de travail élevées dans les armatures de traction est limité par la déformation des structures et que la force d'adhérence des armatures déformées devrait être déterminée sur des prismes armés transversalement pour des glissements mesurés à l'extremité libre de 0,1, 0,25 et 0,50 mm.

## V 2

### **Verbesserung der elastischen Eigenschaften der kaltverformten Stähle**

**Melhoramento da elasticidade das armaduras deformadas a frio**

**Amélioration de l'élasticité des armatures déformées à froid**

**Improvement of the elasticity of cold worked deformed reinforcement bars**

DR. G. DE KAZINCZY  
Stockholm

Die Rissbreite im Stahlbeton hängt — bei einem Betonstahl mit guter Haftung — unter gleichen Umständen, von der totalen Verlängerung des Stabes ab. Kaltverformte Betonstähle werden vorwiegend durch Verwinden hergestellt, oder wird die Verformung durch Verwinden abgeschlossen. Durch diese Behandlung verliert aber der Stahl seine ursprüngliche ausgeprägte Streckgrenze und bleibende Verlängerungen treten schon bei geringen Spannungen auf. Die Rissbreite ist also bei gleicher Spannung bei verwundenen Stäben grösser, als bei warmgewalzten.

Der Verfasser hat nachgewiesen, dass durch eine mässige Reckung nach dem Verwinden die Elastizitätsgrenze erhöht und dadurch die Rissbreite im Beton verringert werden kann. Die Reckung kann bei Spannbeton auch während des Spannens der Einlagen durchgeführt werden.

Im Bild 1 zeigt A die Arbeitslinie eines warmgewalzten Stahles. Durch eine Kaltverformung, die aus Reckung und nachfolgender Verwindung bestand, wurde Linie B erhalten. Verwindung allein gibt einen ähnlichen Verlauf, wie Linie B. Stab C wurde genau im selben Mass bearbeitet wie B, jedoch zuerst verwunden und nachher gereckt. Die Streckgrenze liegt um 15-30 % höher als bei B. Ein legierter Stahl mit höherer ursprünglicher Streckgrenze kann durch Verwindung die selbe 0,2-Grenze erreichen wie B, in dem Falle verläuft die Arbeitslinie wie D.

Man sieht, dass die Verlängerung und so die Rissbreiten, die mit  $W_m$  proportional sind, bei nur-verwundenem Stahl grösser sind.

Im Bild 2 ist die Durchbiegungs-Linie von zwei Stahlbetonbalken zu sehen. Der Balken B ist mit verwundenem und der Balken C mit nachher gerecktem Stahl bewehrt. Die Durchbiegung vor dem Bruch ist bei Balken C grösser, als bei B. Die Risse im Balken C (gestrichelte Linie) sind schmäler und beginnen nur nach Durchschreiten des Punktes x sich stark zu öffnen, so bleibt die «Warnung» nicht aus.

Es hat sich weiters gezeigt, dass die abschliessende Reckung nicht nur die Elastizitätsgrenze und die 0,2-Grenze erhöht, sondern auch die

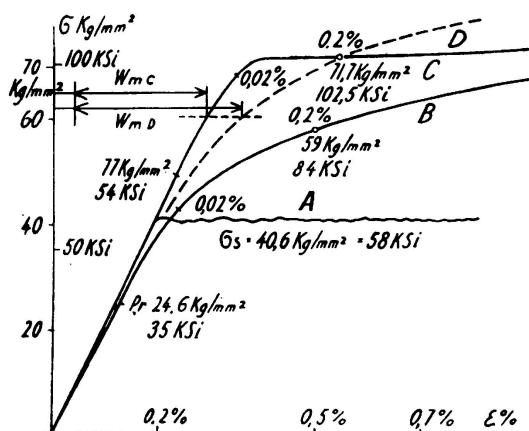


BILD 1

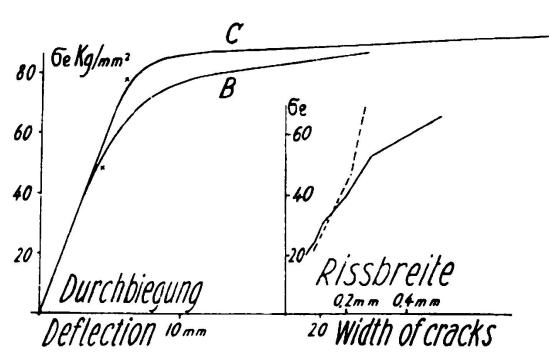


BILD 2

Kerbempfindlichkeit (Sprödbrüchigkeit) gewisser Stahlsorten (z. B. Thomasstahl) günstig beeinflusst, so dass dieses Verfahren bei gerippten Stäben besonders günstig ist.

Aus legiertem Stahl mit  $\sigma_s = 60 \text{ kg/mm}^2$  kann man nach diesem Verfahren einen sehr geeigneten Spannbetonstahl auch mit Durchmesser  $\phi 16\text{-}25 \text{ mm}$  mit etwa  $100\text{-}110 \text{ kg/mm}^2$  0,2-Grenze herstellen, der höhere Elastizität- und Kriechgrenze besitzt, als die bekannten kaltbearbeiteten Stähle.

#### ZUSAMMENFASSUNG

Die Elastizitätsgrenze des kaltverwundenen Betonstahles kann durch eine abschliessende, mässige Reckung bedeutend erhöht werden. Die Rissbreite im Stahlbeton wird dadurch bei der selben Belastung geringer und höhere Spannungen können zugelassen werden.

#### R E S U M O

O limite de elasticidade das armaduras para betão, deformadas a frio, pode ser consideravelmente aumentado por meio de estiramento. Para cargas idênticas a largura das fissuras diminui podendo-se portanto admitir tensões mais elevadas.

**S U M M A R Y**

The yield stress of cold worked deformed reinforcement bars for concrete can be considerably increased through stretching. For identical loads the width of the cracks is smaller, thus allowing higher permissible stresses.

**R É S U M É**

La limite d'élasticité des armatures pour béton déformées à froid peut être considérablement augmentée au moyen d'un étirage. A charge égale la largeur des fissures est plus faible, ce qui permet d'admettre des contraintes plus élevées.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

## V 3

### Efficacité des armatures de torsion

### Efficiency of torsion reinforcement bars

### Wirksamkeit von Torsionsarmierungen

### Efeito das armaduras de torsão

ANDRÉ PADUART

Professeur à l'Université Libre

Bruxelles

Il est curieux de constater que, dans l'étude des constructions en béton armé, l'attention se porte avant tout sur la résistance à la flexion et, dans une mesure moindre, sur le problème de l'effort tranchant. Quant à la sollicitation par torsion, il est bien rare de trouver dans la littérature technique un article qui lui soit consacré.

Aussi est-ce avec beaucoup d'intérêt que nous avons pris connaissance du mémoire V a 6 du Prof. Dr. Ing. E. Rausch, consacré aux armatures de torsion dans les constructions en béton armé. Il faut savoir gré à cet auteur d'avoir, en quelques pages, fait le point de la question et d'avoir rassemblé les formules nécessaires au calcul soit des armatures en hélice, soit des grillages.

L'auteur étudie le rôle de ces armatures à partir de la *force tangentielle K* (Tangentialkraft), qui agit en tout point de la surface latérale de la pièce, et il procède par décomposition vectorielle de cette force suivant des directions à 45° et suivant l'axe longitudinal.

Nous estimons cependant que cette façon de procéder ne fait pas suffisamment ressortir la différence d'efficacité des hélices et des grillages et, pour notre part, nous préférons raisonner à partir des *contraintes tangentielles*.

Le moment de torsion fait naître en chaque point un état double de tension composé de deux contraintes principales, égales et opposées, agissant sur des facettes à 45°. Si l'on place une armature normalement à la facette sollicitée par la traction, cette hélice intervient dès le début de la mise en charge et elle empêche l'ouverture des fissures microscopiques du béton. En écrivant que l'hélice doit reprendre la somme des tractions qui agissent sur le béton qui l'entoure, on retrouve la formule (2) du Prof. Rausch.

Si l'on remplace l'armature hélicoïdale par un grillage composé d'étriers et de barres longitudinales, la théorie de l'élasticité montre que ces armatures ne reprennent aucune contrainte normale de sorte que leur efficacité est nulle aussi longtemps que la pièce ne s'est pas fissurée.

Dès que la traction limite du béton est atteinte, la pièce se découpe en hélices de béton comprimé qui assurent à elles seules la résistance à la torsion. Les armatures ne participent donc pas directement à cette résistance; leur rôle devient de second plan et consiste à assurer en tout point l'équilibre des hélices comprimées: la poussée latérale résultant de la courbure des hélices est à reprendre par les étriers et la poussée axiale doit être absorbée par des barres longitudinales.

La traction des barres longitudinales produit une augmentation de la distance séparant deux sections transversales voisines. Pour que les hélices de béton puissent entrer en compression, il est nécessaire que ces sections tournent l'une par rapport à l'autre d'une quantité qui n'est pas négligeable. Les fissures s'ouvriront donc avant que les armatures orthogonales puissent intervenir efficacement.

Il est cependant un cas particulier où les étriers suffisent pour empêcher la fissuration de la pièce: c'est lorsque celle-ci est sollicitée en outre par une compression longitudinale d'origine extérieure (précontrainte ou poteau) suffisante pour équilibrer la composante longitudinale

des hélices de béton, c'est-à-dire au moins égale à  $\frac{M}{r}$ ,  $r$  étant le rayon moyen de la section transversale.

Dans ce cas, la rotation relative des sections dont il était question ci-dessus ne se produit pas; de plus, il est inutile d'ajouter les barres longitudinales.

En conclusion de cette note, nous constatons donc:

- que les armatures hélicoïdales empêchent la fissuration.
- que les grillages n'entrent en jeu qu'après l'apparition de fissures importantes.
- que dans le cas où la pièce subit une compression longitudinale au moins égale à  $M/r$ , les étriers suffisent pour empêcher l'ouverture des fissures capillaires.

#### RÉSUMÉ

En basant l'étude des armatures de torsion dans les constructions en béton armé sur la contrainte tangentielle et non sur la force tangentielle comme le fait le Prof. Dr. Ing. E. Rausch, dans le mémoire Va 6, il est facile de comparer l'efficacité des types différents de ferrailage utilisés. On constate ainsi que les armatures hélicoïdales empêchent la fissuration, tandis que les grillages d'armatures croisées n'entrent en jeu qu'après l'apparition de fissures importantes sauf si la pièce subit une compression longitudinale suffisante.

#### SUMMARY

If the design of torsion reinforcement in concrete structures is based upon shear stress and not shear force as Prof. Dr. Eng. E. Rausch does in his paper Va 6, it becomes easy to compare the efficiency of the

different types of reinforcement. It is thus seen that helical reinforcement bars avoid cracking while grill shaped reinforcement networks only actuate after larger crack formation except in cases where the element is submitted to a sufficiently large longitudinal compression.

#### ZUSAMMENFASSUNG

Gründet man die Untersuchung von Torsionsarmierungen des Eisenbetons auf die Tangentialspannung anstelle der Tangentialkraft, wie durch Prof. Dr. Ing. E. Rausch in der Abhandlung Va 6. gezeigt wird, so ist es einfach, die Wirksamkeit der verschiedenen Armierungstypen zu vergleichen. Man stellt dann fest, dass die Spiralarmierungen die Rissebildung verhindern, während die Netzarmierungen aus Bügeln und Längseisen erst nach dem Auftreten von deutlich sichtbaren Rissen wirksam werden. Eine Ausnahme liegt vor, wenn der Bauteil eine genügend grosse, längs gerichtete Druckspannung erleidet.

#### R E S U M O

Baseando o estudo das armaduras de torsão das estruturas de betão armado na tensão tangencial e não no esforço tangencial, como faz o Prof. Dr. Eng.<sup>o</sup> E. Rausch na sua contribuição Va 6, torna-se fácil comparar o efeito das diferentes formas de armaduras utilizadas. Verifica-se assim que as armaduras helicoidais impedem a fissuração ao passo que as armaduras cruzadas em forma de rede só actuam depois da formação de fissuras importantes, salvo quando o elemento é submetido a uma compressão longitudinal suficiente.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

## V 4

### Zur Drillbewehrung im Stahlbetonbau *Diskussion*

### As armaduras de torsão nas construções de betão armado *Discussão*

### Les armatures de torsion dans les constructions en béton armé *Discussion*

### Torsion reinforcement bars in reinforced concrete structures *Discussion*

PROF. DR. ING. ERNST RAUSCH  
Kettwig (Ruhr)

Zu den Bemerkungen von Herrn Prof. Paduart nehme ich wie folgt Stellung:

Es ist richtig, dass die Spiralbewehrung bei Belastung von Anfang an mitwirkt, da die Bewehrung in Richtung der Hauptzugspannungen

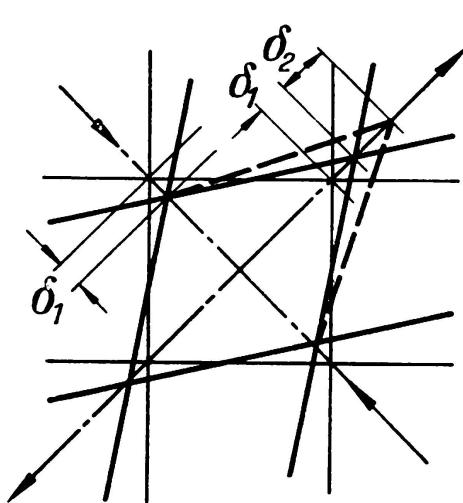


ABB. 1. Dehnungen der Bewehrungen vor der Rissbildung

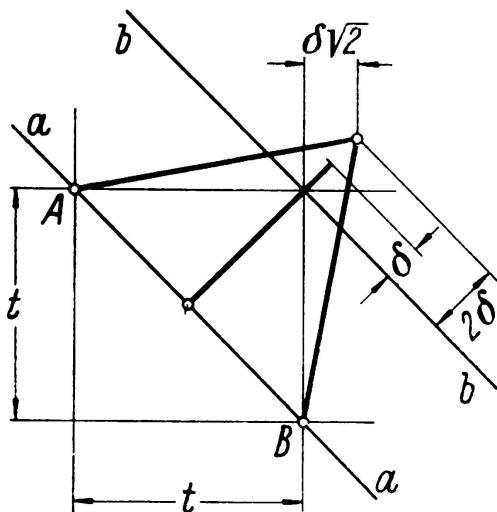


ABB. 2. Dehnungen der Bewehrungen nach der Rissbildung

liegt, die Netzbewehrung sich dagegen zunächst spannungsfrei rhombusartig verformt ( $\delta_1$  in Abb. 1). Vor Erreichung der Betonzugfestigkeit

wird jedoch die Dehnung in der Zugrichtung relativ grösser ( $\delta_2$  in Abb. 1). An dieser zusätzlichen Dehnung nimmt auch die Netzbewehrung teil, sodass auch sie in Spannung kommt, wenn auch weniger als die Spiralbewehrung. – Eine erhebliche Verzögerung der Rissbildung dürfte nach bisherigen Versuchen auch bei Spiralbewehrung nicht zu erwarten sein.

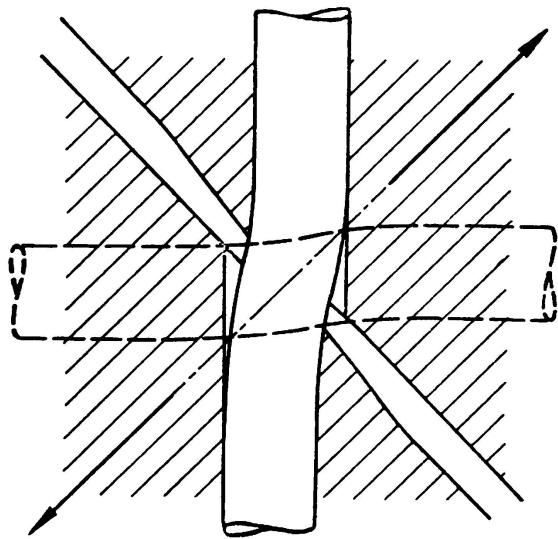


ABB. 3. Verformung der Netzbewehrung am Schrägriss

Versuche noch nicht genügend geklärt, weitere Versuche wären erwünscht. Die Netzbewehrung ist aber jedenfalls weniger wirksam als die Spiralbewehrung, ähnlich, wie die Bügel bei der Schubsicherung eines auf Biegung mit Querkraft beanspruchten Balkens weniger wirksam sind als die Schrägeisen.

Für die Bauausführung kommt m. E. trotzdem hauptsächlich die Netzbewehrung in Betracht, aus den auf Seite 786 des Vorberichtes bereits genannten Gründen, und da die Konstruktion, zeichnerische Darstellung und räumliche Biegung einer Spiralbewehrung der Praxis nicht zumutbar sind. Sie behindert ferner die Verlegung sonstiger Bewehrungen (Biegebewehrung).

Wenn auf den Stahlbeton-Hohlzylinder nach Abb. 4 ausser einem Drillmoment  $M$  auch eine achsiale Druckkraft  $N$  einwirkt (Drillung mit achsialer Vorspannung <sup>(1)</sup>), vgl. Abb. 6), dann entsteht an einer beliebigen

Nach dem Auftreten feiner Risse unter  $45^\circ$  bis zur Vollbelastung (Stahlspannung  $\sigma_e$  in den Spiralen ebenso, wie in den Stäben der Netzbewehrung) dehnen sich die Bewehrungen zwischen zwei Schrägrissen  $a$  und  $b$  nach Abb. 2. Die Rissweite wird also bei Netzbewehrung doppelt so gross wie bei Spiralbewehrung. Die Verkürzung der Beton-Druckdiagonale  $AB$  (Abb. 2) verursacht eine zusätzliche Dehnung in der Zugrichtung, die jedoch schätzungsweise weniger als 10 % von  $2\delta$  beträgt.

Wieweit die grössere Dehnung der Netzbewehrung und örtliche Verformungen nach Abb. 3 die Tragfähigkeit beeinflussen, ist durch

<sup>(1)</sup> Rausch: «Drillung (Torsion), Schub und Scheren im Stahlbetonbau», 3. Auflage 1953, im Vertrieb Deutscher Ingenieur-Verlag, Düsseldorf

Stelle des Mantels der mit Hilfe des Mohr'schen Spannungskreises in Abb. 5 dargestellte Spannungszustand mit der Hauptzugspannung

$\sigma_1 = -\sigma/2 + \sqrt{(\sigma/2)^2 + \tau^2}$ . Auf eine Umfangsstrecke  $t$  wirken die Tangentialkraft  $K = M t/(2F)$  und die achsiale Druckkraft  $L = N t/U$  ( $U = \text{Umfang}$ ), demnach  $\tau = K/(td)$  und  $\sigma = L/(td)$ . Es ist dann  $Z_1 = \sigma_1 t d = L/2 + \sqrt{(L/2)^2 + K^2}$  und die Schrägzugkraft  $Z_s = \sigma_1 d (\cos \gamma) = Z_1 \cos \gamma$  (vgl. Abb. 6) für die Bemessung eines zur Umfangsstrecke  $t$  gehörenden Stabes der Spiralbewehrung. Wie man sieht, ist sie geringer als ohne Achsialkraft und die Spiralen verlaufen flacher. Für den Winkel  $\gamma$  ergibt sich aus Abb. 5:  $\tan \gamma = \tau/\sigma_1 = K/Z_1$ . Bei Netzbewehrung erhält man zur Strecke  $t$  waagerecht (Ringe) wie lotrecht (Längseisen)  $Z_w = Z_1 = Z_1$ , also ein waagerecht und lotrecht gleich starkes Bewehrungsnetz, da ein solches Netz beliebig gerichtete Zugspannungen in gleicher Weise aufnehmen kann. Für einen Schrägriss nach Abb. 7 von der Länge  $l$  ist  $Z_s' = \sigma_1 d$ ; Zugkraft für waagerechte Bügel:  $Z_s' \sin \gamma$ , je Längeneinheit:  $Z_s' \sin \gamma / \sin \gamma = \sigma_1 d$ , für die Länge  $t$  dementsprechend:  $Z_w = \sigma_1 t d = Z_1$ ; ebenso für die lotrechten Längseisen ( $\cos$  statt  $\sin$ ).

Die von Herrn Paduart erwähnte zusätzliche Achsialkraft  $M/r$  bedeutet Gleichsetzung der Achsialkraft  $L$  mit der Tangentialkraft  $K$  ( $L = K$ ). Für diesen Fall erhält man  $Z_1 = \text{ca. } 0,62 K$ ;  $\tan \gamma = \text{ca. } 1,6$ ;  $\gamma = \text{ca. } 58^\circ$ ;  $\cos \gamma = \text{ca. } 0,53$ ; für die Bemessung der Spiralbewehrung demnach:  $Z_s = \text{ca. } 0,33 K$  (statt ca.  $0,70 K$  ohne Achsialkraft), für die Netzbewehrung:  $Z_w = Z_1 = \text{ca. } 0,62 K$  (statt  $K$  ohne Achsialkraft).

Durch Anbringung der achsialen Druckkraft  $L = K$  werden also die Längseisen der Netzbewehrung nicht entbehrlich, obwohl die Druckkraft  $L$  ebenso gross ist wie die ohne Achsialkraft ermittelte Zugkraft  $K$  der Längseisen. Dieser scheinbare Widerspruch besteht nicht, wenn man bedenkt, dass wir bei Drillung ohne Längskraft von Zugrissen unter  $45^\circ$  ausgehen, bei Drillung mit Längskraft jedoch von flachen geneigten Rissen (andere Kraftzerlegung).

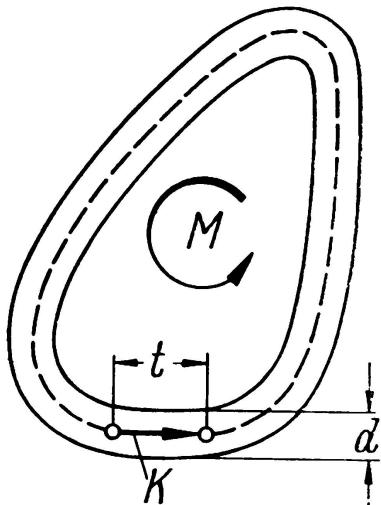
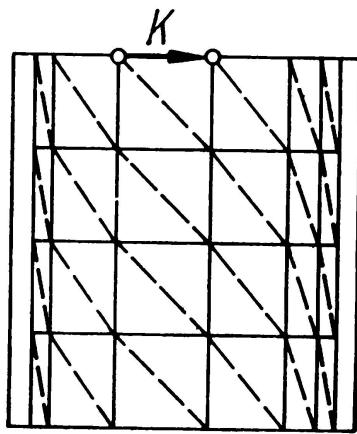


ABB. 4. Auf Drillung (Torsion) beanspruchter Stahlbeton-Hohlzylinder

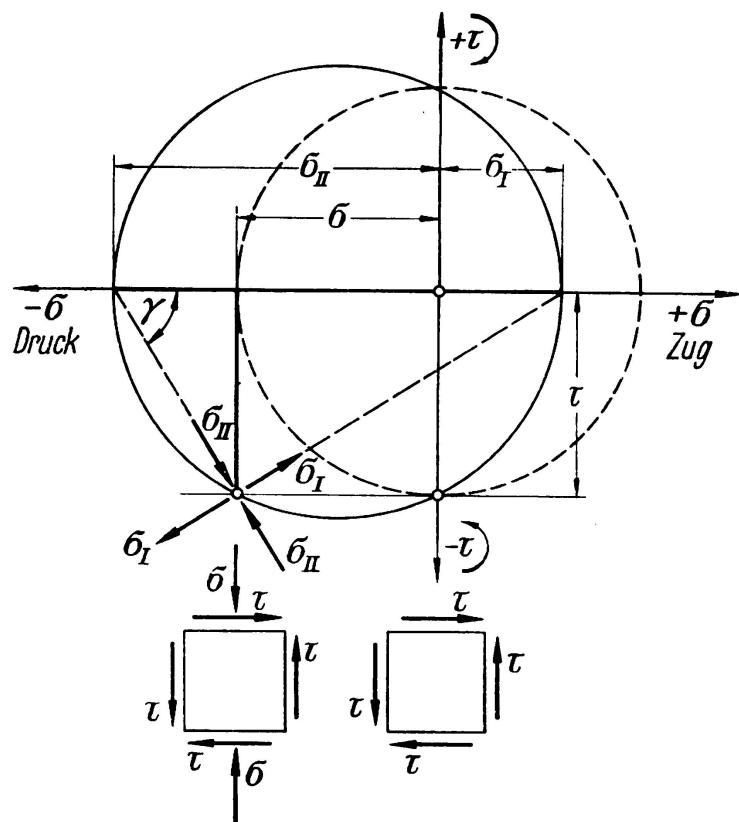


ABB. 5. Mohr'sche Spannungskreise für Drillung (Torsion) allein (gestrichelt) und Drillung mit Achsialdruck (ausgezogen)

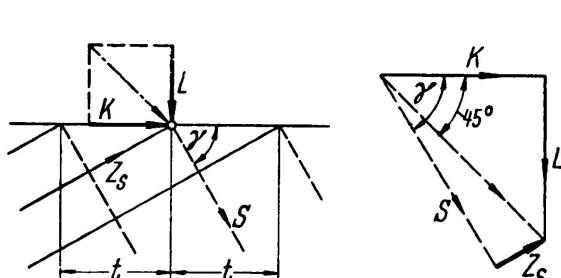


ABB. 6. Kräftespiel für Spiralbewehrung bei Drillung (Torsion) mit Achsialdruck

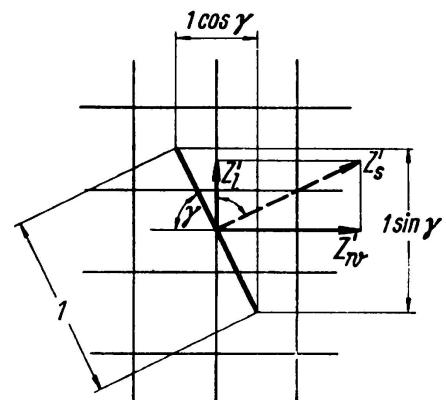


ABB. 7. Kräftespiel für Netzbewehrung bei Drillung (Torsion) mit Achsialdruck

#### ZUSAMMENFASSUNG

1. Vor der Rissbildung beteiligt sich auch die Netzbewehrung an der Beanspruchung, jedoch weniger als die Spiralbewehrung; eine erhebliche Verzögerung der Rissbildung ist auch bei Spiralbewehrung nicht zu erwarten.

2. Nach erfolgter Rissbildung öffnen sich die Risse bei Netzbewehrung etwa zweimal so stark wie bei Spiralbewehrung, sie ist weniger wirksam, ähnlich, wie Bügel zur Schubsicherung bei Biegung weniger wirksam sind als Schrägeisen.
3. Für die Bauausführung kommt trotz dieser Nachteile hauptsächlich die Netzbewehrung in Betracht.
4. Bei zusätzlicher achsialer Druckkraft (Vorspannung) sind die Längseisen der Netzbewehrung nicht entbehrlich, es ist ein nach beiden Richtungen gleich starkes Bewehrungsnetz erforderlich, jedoch mit geringerem Eisenquerschnitt.

### R E S U M O

1. Antes do aparecimento de fissuras as armaduras em forma de rede suportam também uma parte da solicitação, embora menor do que a suportada pelas armaduras helicoidais; estas no entanto não trazem uma diminuição sensível da fissuração.
2. Com armaduras em forma de rede as fissuras são cerca de duas vezes mais importantes do que com armaduras helicoidais; o efeito relativo dos dois tipos de armaduras pode ser comparado ao dos estribos e dos ferros oblíquos no caso da flexão.
3. Na prática, no entanto, apesar destes inconvenientes, consideram-se principalmente as armaduras em forma de rede.
4. No caso de esforços de compressão axiais (Betão preestrutado) os ferros longitudinais são indispensáveis, o que torna então necessário prever redes com armaduras igualmente importantes em ambas as direções, sendo no entanto menor a secção de aço.

### R É S U M É

1. Avant l'apparition de fissures les armatures en forme de grillage supportent aussi une part de l'effort, cette part étant néanmoins inférieure à celle prise par les armatures hélicoïdales; celles-ci n'entraînent cependant pas une diminution sensible de la fissuration.
2. Dans le cas d'armatures en forme de grillage les fissures sont environ deux fois plus importantes que dans le cas d'armatures hélicoïdales; l'effet relatif des deux types d'armatures peut être comparé à celui des étriers et des barres obliques dans le cas de la flexion.
3. Dans la pratique, néanmoins, malgré ces inconvénients, on considère surtout les armatures en forme de grillage.
4. En présence d'efforts de compression axiaux (Béton précontraint) les barres longitudinales sont indispensables, ce qui rend donc nécessaire de prévoir des grillages aux armatures également importantes dans les deux sens, la section d'acier étant toutefois moindre.

**S U M M A R Y**

1. Before the formation of cracks, grill-shaped reinforcement networks also carry part of the load, although in a smaller proportion than helical ones; these, nevertheless, do not noticeably improve crack formation.
2. With grill-shaped reinforcement networks cracks are approximately twice as large as with helical ones; the relative effect of both types of reinforcement can be compared to that of stirrups and bent up bars in the case of flexural loading.
3. In spite of all those drawbacks, grill-shaped reinforcement networks are currently considered in practice.
4. When there are axial compression loads (Prestressed concrete), longitudinal reinforcement becomes indispensable and it is then necessary to have grill networks with equally important reinforcement in both directions; the necessary reinforcement area is nevertheless smaller.

## V 5

### Remarks about the design of reinforced concrete beams

### Zur Bemessung von Stahlbetonbalken

### Observações acerca do dimensionamento de vigas de betão armado

### Remarques sur le calcul de poutres en béton armé

FERRY BORGES

*Research Engineer*

*Laboratório Nacional de Engenharia Civil*

Lisbon

ARGA E LIMA

*Assistant Engineer*

#### 1. Introduction

The remarks in this paper are the result of preliminary studies carried out with a view to revising the Portuguese reinforced concrete code and introducing into it clauses which make it possible to take full advantage of the strength of the steels available at present.

As the ruin of reinforced concrete beams may be caused by excessive cracking, deformation or rupture, some considerations about the behaviour of reinforced concrete in relation to these three features are presented.

Mention is also made of the results obtained by tests on some concrete beams reinforced with mild steel and plain twisted steel <sup>(1)</sup>. These tests were carried out with a view to permitting the manufacture in Portugal of steels hardened by twisting. By means of tests the indispensable experimental basis was sought for a better understanding of the existing bibliography.

Simple bending tests were carried out on 14 beams with a span of 2.8 m. The beams were 20 cm wide and 30 cm deep. The percentages of the reinforcement were 0.47 % ( $8 \phi \frac{1}{4}''$ ), 0.70 % ( $3 \phi \frac{1}{2}''$ ) and 1.59 % ( $3 \phi \frac{3}{4}''$ ). The loads were applied at a quarter span.

Half the beams were reinforced with mild steel (minimum yield stress of  $24 \text{ kg mm}^{-2}$ ) and the other half with twisted steel (minimum conventional stress of proportionality at 0.2 % of  $42 \text{ kg mm}^{-2}$ ).

---

<sup>(1)</sup> Mr. Augusto Tavares de Castro, Assistant Engineer of the L. N. E. C., was in charge of the tests.

Fig. 1 shows one view of the arrangement for testing the beams.

The Laboratório Nacional de Engenharia Civil has obtained steels from various origins and with different mechanical properties, on which tests are to be carried out with a view to confirming the conclusions presented.

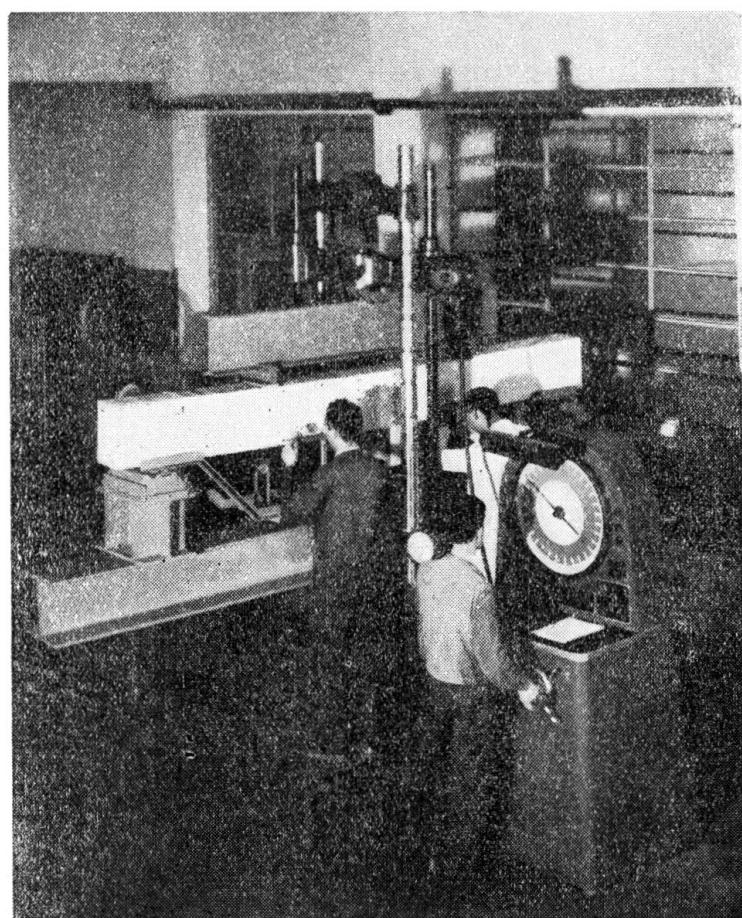


FIG. 1. Test of a beam

## 2. Cracking

Figs. 2 and 3 show some results in relation to cracking of beams observed during these tests. Fig. 2 gives the widest crack observed as a function of the stresses in the steel, calculated in accordance with the classic design method for reinforced concrete ( $m = 15$ ). As an analysis of this figure shows, in the mild steel beams, the width of the widest cracks remained below 0.25 mm up to stresses in the neighbourhood of the yield stresses for the steel.

In the twisted steel beams, the width of the cracks of 0.25 mm corresponds to stresses in the steel lying between 30 and 40 kg mm<sup>-2</sup>.

In fig. 3 the width of the cracks was plotted against the percentages of the ultimate bending moment. The analysis of this figure also shows that at 50 percent of the bending moments for twisted steel beams the widest cracks are 0.25 mm whilst those for mild steel beams are about half this value. When the comparison is made in this way, the cracks in the twisted steel beams are seen to be greater than those in the mild steel ones, but it must be remembered that for the same percentage of the

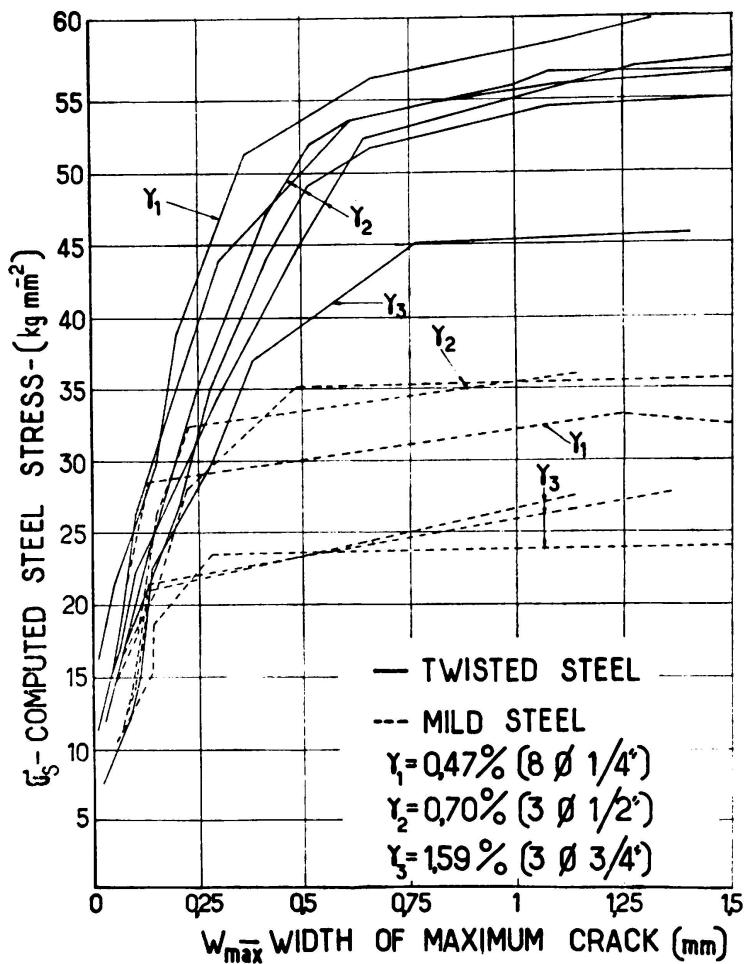


FIG. 2. Width of maximum crack in function of the computed steel stress

ultimate bending moments the stresses in the twisted steel are much greater than in the mild steel.

To interpret the results obtained in relation to cracking the method given by Rüsch (1) was followed.

(1) Rüsch, H. — Der Zusammenhang zwischen Rissbildung und Haftfestigkeit unter besonderer Berücksichtigung der Anwendung hoher Stahlspannungen—Preliminary Publication, Fifth Congress — International Association for Bridge and Structural Engineering, Lisbon, 1956.

Fig. 4 shows a diagram in which the mean distances between the cracks,  $a$ , are taken as ordinates and as abscissae the values of a parameter  $H$  defined by the expression:

$$H = \frac{\tau_{0.1}}{0.1 \sigma_{cc}} \quad \frac{u}{A t_c}$$

where

$\tau_{0.1}$  = the mean adherence stress obtained in a pull-out test, as described in the publication mentioned and for a displacement of 0.1 mm at the free end of the bar.

$0.1 \sigma_{cc}$  = the estimate of the tensile strength of concrete, which is equal to one tenth of the cube strength.

$u$  = perimeter of the cross section of the reinforcement.

$A t_c$  = the area of the tensile zone of the cross section of the beam, calculated by the classical method of design of reinforced concrete.

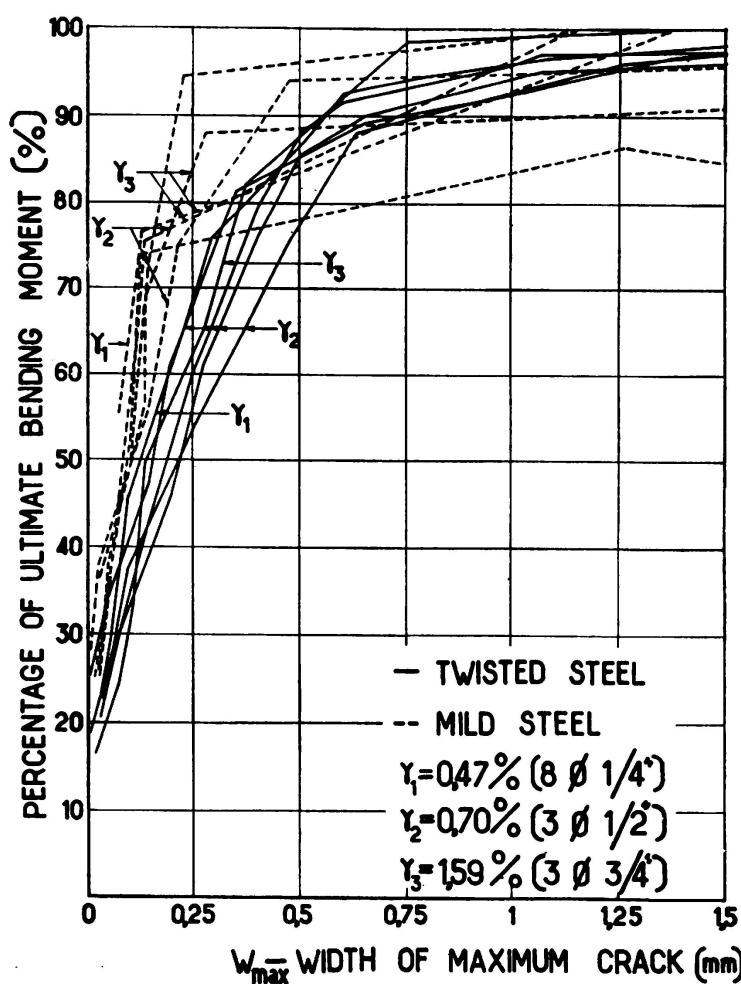


FIG. 3. Width of maximum crack in function of the percentage of ultimate bending moment

As the same quality concrete was used in all the beams,  $\sigma_{cc}$  was given a mean value of  $250 \text{ kg cm}^{-2}$ . For  $\tau_{0.1}$  also a mean value of  $25 \text{ kg cm}^{-2}$  was taken for both mild and twisted steel. The tests showed that the adherence for twisted steel was greater than that of the mild steel for

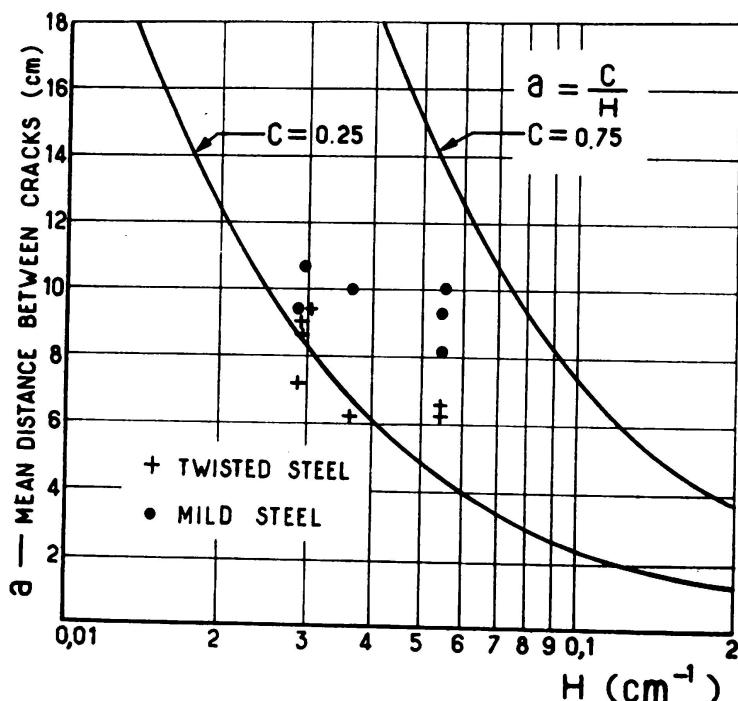


FIG. 4. Interpretation of cracking results (Rüsch's analysis)

high values of slip (inspite of the twisted steel not having fillets). For a slip of  $0.1 \text{ mm}$  the difference between the two steels was not appreciable and therefore the same value was adopted for the two types.

The analysis of fig. 4 shows that the results come out approximately between the curves given by Rüsch, the twisted steel beams showing less spacing between cracks than the mild steel ones, which is proof of greater adherence. On the other hand smaller distances between cracks do not correspond to greater values of  $H$  which is not surprising, for, as the author referred to says, for high values of  $H$  the expression deduced by Kuuskoski,  $a = \frac{c}{H}$ , no longer has significant value. It can also be seen in Rüsch's diagram that for values of  $H > 0.05$ ,  $a$  no longer decreases.

To check if the results confirm the hypothesis that the maximum width of the crack,  $W_{\max}$ , is practically proportional to the mean distance,  $a$ , and to the stress in the steel,  $\sigma_s$ , the diagram of fig. 5 was plotted, taking as ordinates the values  $K = \frac{W_{\max} E}{a \sigma_s}$  and as abscissae the values of the stresses calculated in the steel.

The analysis of this diagram shows that roughly for stresses at which the number of cracks is stable,  $K$  is found to be between 1 and 2,

which agrees with Rüsch's results. It is to be noted, however, that the scatter of the values is relatively high and cannot be only considered as random, as the greater ratios between the areas and the perimeters of the reinforcements correspond to great values of K. This fact is also seen in fig. 2, where for the same stresses wider cracks were observed in beams having larger diameter bars. This variation, however, is small for the beams tested.

The analysis of the relation between the greatest width and the mean width of the cracks shows that the relation is approximately cons-

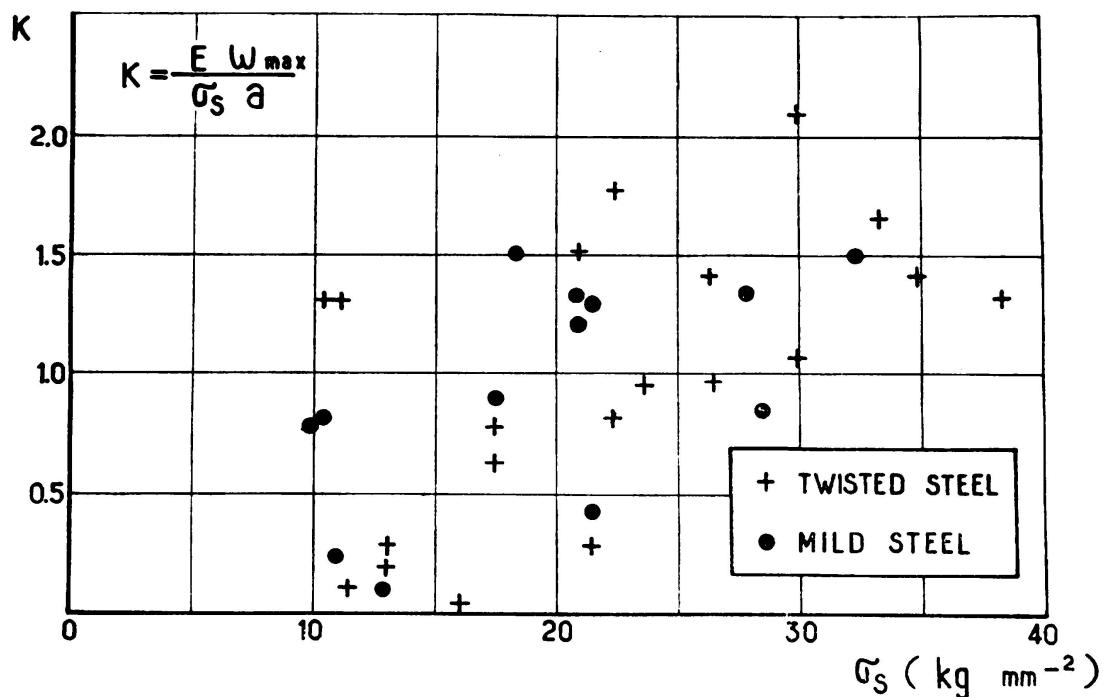


FIG. 5. Relation between spacing and maximum width of cracks

tant for the range of stresses in the steels concerned and for the different types of beams. The values obtained lie between 1.5 and 2.0.

Rüsch's diagram for the relation between  $a$  and  $H$  shows that for low values of  $H$ ,  $H < 0.05$ , the relation given by Kuuskoski holds and therefore the spacing between cracks increases as  $H$  decreases.

The conclusion, in accordance with the above remarks, is that for a given maximum steel stress,  $\sigma_s$ , in order to limit the maximum width of cracks, there must be a maximum permissible spacing of the cracks. It was also seen that for low values of  $H$  the spacing was influenced by the quotients  $\frac{\tau_{0.1}}{\sigma_{ec}}$  and  $\frac{u}{A_{te}}$ . Hence the limitation of spacing should be made for the different values of  $\frac{\tau_{0.1}}{\sigma_{ec}}$  and by the limitation of the quotient  $\frac{u}{A_{te}}$ .

For practical purposes it would be helpful to substitute a more easily calculable value for the relation  $\frac{u}{A_{tc}}$ . It can be shown that the expression given above  $a = \frac{C}{H}$  with  $C = 0.50$  is equivalent to the following  $a = 0.0075 \frac{\sigma_{cc}}{\tau_{0.1}} \frac{d}{\gamma}$

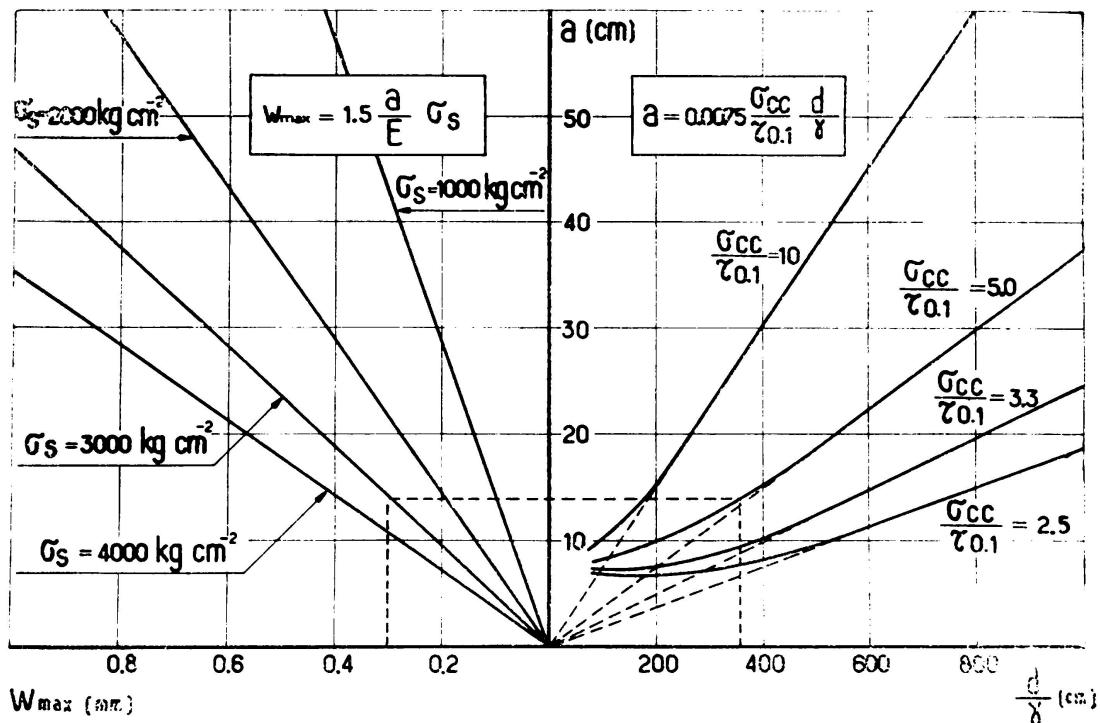


FIG. 6. Diagram connecting maximum width of cracks with  $\frac{d}{\gamma}$

where

$d$  = diameter of reinforcing bars

$\gamma$  = percentage of reinforcement in relation to the area  $b h$   
( $b$  = width of the web of the beam,  $h$  = effective depth).

When establishing the last expression it was assumed that  $A_{tc}$  could be approximately calculated by the expression,  $A_{tc} = 0.6 b h$ .

For the spacing to be less than a given limit it is necessary for the values of  $\frac{d}{\gamma}$  (quotient of the diameter of the bars and the percentage of the reinforcement) not to exceed certain limits.

A diagram in which the values of  $W_{max}$ ,  $a$  and  $\frac{d}{\gamma}$  respectively are marked is plotted in fig. 6.

The lines plotted correspond to different values of  $\sigma_s$  and  $\frac{\sigma_{cc}}{\tau_{0.1}}$ . It is easy to determine by this diagram the value of  $\frac{d}{\gamma}$  which should not be exceeded in order to limit the maximum crack width. Taking, for example,  $W_{max} = 0.3$  mm and  $\sigma_s = 3000$  kg cm $^{-2}$ ,  $a$  becomes 14 cm and for  $\frac{\sigma_{cc}}{\tau_{0.1}} = 5.0$ ,  $\frac{d}{\gamma}$  becomes approximately 400 cm.

The limitation of the values of  $\frac{d}{\gamma}$  does not, from the cons-

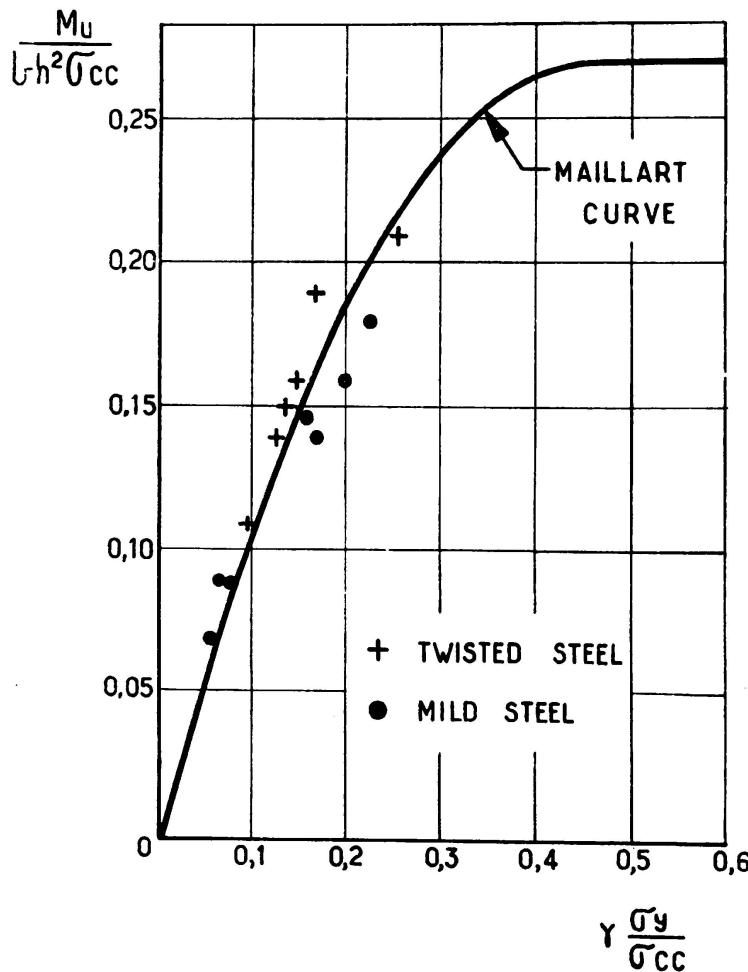


FIG. 7. Analysis of the ultimate bending moments

truction point of view, impose large restrictions and it would be a simple and efficient method to limit the width of cracks, especially when high stresses are adopted for the steel.

### 3. Deformability and ultimate strength

The analysis of the results obtained showed that the ultimate bending moments,  $M_u$ , reached were in agreement with those derived by present day theories.

In fig. 7 the values of  $\frac{M_u}{b h^2 \sigma_{ce}}$  were taken as ordinates and those of  $\gamma \frac{\sigma_y}{\sigma_{ce}}$  as abscissae where  $\sigma_y$  is the yield stress of the steel.

As was to be expected, agreement was found between the experimental results and the curve established by Maillart, the variations being explainable by the randomness of the mechanical properties of the materials.

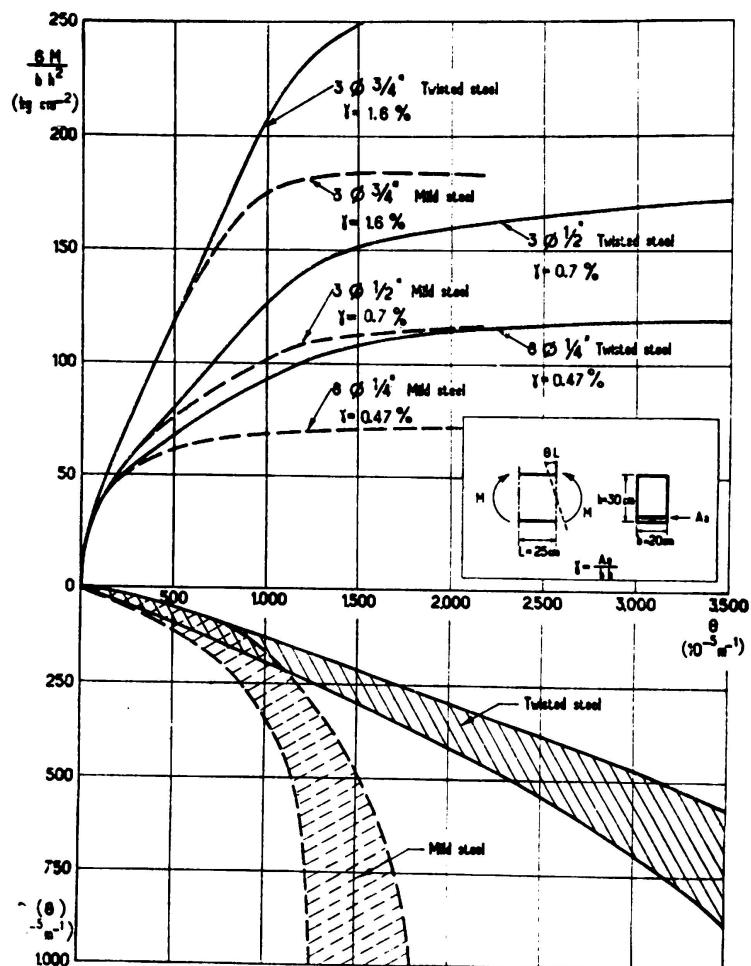


FIG. 8. Analysis of the deformability of the beams

The diagram of fig. 8 was plotted to analyse the deformability of the beams, taking as ordinates the values of  $\frac{6 M}{b h^2}$  ( $M$  = applied bending moment) and as abscissae the mean values of the rotation per unit of length. These rotations were measured in each beam between 6 cross sections, 25 cm apart from each other.

As in each beam various measurements of rotations were made and as various beams were tested it was possible to calculate the standard deviations of the rotations and plot them against their mean values, as can be seen in the bottom part of fig. 8. The analysis of this diagram shows that for small deformations the rotations have a coefficient of variation

which is practically constant and equal for beams with mild steel and twisted steel. As the rotations increase, a considerable increase in their scatter is seen for the mild steel beams, whilst the coefficient of variation for the twisted steel remained constant even for high values of rotations.

The scatter of the deformability depends to a great degree on the beam dimensions, a factor which cannot be ignored when studying this scatter.

The results given show that for reinforced structures with mild steel it would be difficult to foresee the deformation for advanced stages, near the rupture, because the values are very scattered. This does not happen in the case of high tensile steel, as the coefficient of variation remains constant for large deformations and these can consequently be foreseen with satisfactory precision.

#### 4. Conclusions

The considerations presented are an attempt to demonstrate that with current cases it is possible to make full use of the capacity of the available steels without being limited by phenomena of cracking.

To avoid excessive cracking limits have to be given to the relation  $\frac{d}{\gamma}$  between the diameter of the bars and the percentage of reinforcement. The limits will have to be established principally as a function of the working stresses adopted for the steel and the degree of adherence between steel and concrete.

In structures not needing to be watertight or which do not have to stand severe corrosive ambient conditions, the limitations to be established for  $\frac{d}{\gamma}$  do not restrict the planning of structures very much.

It seems to be advisable to introduce clauses relative to the limitations of these values into the codes.

As far as cracking is concerned it would be of value to proceed with experiments principally with a view to studying the influence of adherence for high values of  $\frac{d}{\gamma}$ .

With regard to ultimate strength, the existing theories are perfectly satisfactory and it is not considered necessary to seek further experimental confirmation. It seems however that there would be advantages in studies on the relation between the randomness of the mechanical properties and that of the behaviour of the beams. These studies would contribute towards improving the probabilistic criteria for defining the safety of reinforced concrete structures and would be of interest not only in relation to ultimate strength but particularly in relation to deformation.

#### SUMMARY

Some results of bending tests of concrete beams reinforced with normal and twisted steel are presented. Interpretation is made of cracking, deformability and rupture.

As for cracking it is verified that, in order to prevent too wide cracks, it is necessary to limit the ratio between the diameter of the bars and the percentage of reinforcement.

Concerning deformability, the analysis of dispersions that it was possible to make, has shown that the dispersions were considerably different for the beams reinforced with mild and twisted steel.

Finally, regarding rupture, the results obtained agree with those foreseen by the existing theories.

It seems of interest, nevertheless, to carry out studies that, taking into account the randomness of the mechanical properties of the materials, allow to foresee the statistic behaviour, not only in relation to rupture but particularly in relation to deformation.

#### R E S U M O

Os resultados obtidos pelo ensaio à flexão de algumas vigas de betão, armadas com aço normal e aço torcido liso, são interpretados em relação à fendilhação, deformabilidade e rotura.

Em relação à fendilhação verifica-se que, para evitar largura excessiva das fendas, se torna necessário limitar a relação entre o diâmetro dos varões e a percentagem de armadura.

Quanto à deformabilidade, a análise que foi possível fazer relativamente a dispersões mostrou que estas eram bastante diferentes para as vigas com aço macio e aço torcido.

Finalmente, no que se refere à rotura, os resultados obtidos concordaram com os previstos por teorias existentes.

Considera-se, no entanto, que haveria interesse em realizar estudos que, entrando em consideração com a aleatoriedade das propriedades mecânicas dos materiais, permitissem prever probabilisticamente o comportamento não só em relação à rotura mas particularmente em relação à deformação.

#### R É S U M É

On présente les résultats obtenus lors de l'essai à la flexion de quelques poutres en béton, armées avec de l'acier normal et de l'acier torsadé, et l'on fait leur interprétation du point de vue de la fissuration, de la déformabilité et de la rupture.

En ce qui concerne la fissuration, on constate que, pour éviter une largeur excessive des fissures, il faut limiter le rapport du diamètre des ronds au pourcentage de renforcement.

Pour la déformabilité, l'analyse que l'on a pu faire par rapport aux dispersions a montré que celles-ci sont bien différentes pour les poutres armées d'acier normal et d'acier torsadé.

Finalement, pour la rupture, les résultats des essais sont en accord avec les résultats fournis par les théories existantes.

On considère que, tenant compte du caractère aléatoire des propriétés mécaniques des matériaux, il serait toutefois intéressant de faire des études pour la prévision probabiliste du comportement, en ce qui concerne non seulement la rupture mais surtout aussi la déformabilité.

### ZUSAMMENFASSUNG

In der vorliegenden Arbeit werden die Ergebnisse der Biegeversuche einiger Stahlbetonbalken (mit Normal- und gedrilltem Stahl bewehrt) in bezug auf Rissbildung, Verformung und Bruch dargestellt.

Zur Frage der Rissbildung ist festzustellen, dass der Quotient zwischen Durchmesser der Rundstäbe und Bewehrungsgehalt begrenzt werden muss, um eine unzulässige Breite der Risse zu vermeiden.

Soweit es in der Verformungsuntersuchung möglich war, eine Analyse der Streuungen durchzuführen, zeigte sich, dass diese Streuungen für Normal- und gedrillten Stahl ziemlich unterschiedlich sind.

Was den Bruch anbetrifft, stimmten die Ergebnisse der Versuche mit den auf Grund der laufenden Theorien zu erwartenden Werte überein.

Es wäre jedoch interessant, weitere Versuche durchzuführen, welche, unter Berücksichtigung der Streuung mechanischer Eigenschaften der Baustoffe, eine Wahrscheinlichkeitsvoraussage des Verhaltens der Balken in bezug auf Bruch und ganz besonders auf Verformung ermöglichen.

## V 6

### **Problems of limit analysis of orthotropic and non-homogeneous plates**

### **Probleme der Grenzlasttheorie von orthotropen und nicht homogenen Platten**

### **Problemas relativos à teoria da carga limite de placas ortotrópicas e não-homogéneas**

### **Problèmes de la théorie de la charge limite des plaques orthotropes et non-homogènes**

PROF. W. OLSZAK

*D. Sc., Member of the Polish Academy of Sciences*

Warsaw

Our attention in Poland, particularly of my co-workers and myself, was drawn in the last few years on problems of the limit analysis of plates.

Experience shows that about 70 to 75 % of all structural elements in civil and structural engineering are plates. So we thought it useful to devote more attention to questions connected with the theory and design of plates.

Our research work has been extended to anisotropic plates of the «single» and «double» type of anisotropy. Such «double» (or «laminar») anisotropy is, as a rule, executed in practice. This means that, in such cases, the orthotropy coefficient  $\times$  has two different values in accordance with the fact that «doubly» orthotropic slabs have other mechanical anisotropic properties in their «upper» layer (e.g. over the supports), and other still in their «lower» layer (e.g. in the middle of the span).

For practical purposes specially important are slabs which are orthogonally anisotropic or, as they are called, orthotropic.

In this way, we succeeded in obtaining some new solutions for the ultimate load carrying capacity of plates of various shapes, for various boundary conditions, and for various loads, [1; 2; 3; 6; 7], as for instance, for an orthotropic elliptic plate loaded by a concentrated force at an arbitrary point [2b; 3c].

This theory is now being generalized to flat slabs and to orthotropic shells — however, at present only to shells of simple types, like cylindrical orthotropic shells and axisymmetrical shells.

Recently the problems of limit analysis of orthotropic plates have been approached in a somewhat more general way, namely by also taking their non-homogeneity into consideration. As a matter of fact, nearly all practically executed plates are not only orthotropic, but — at the same time — non-homogeneous. Indeed, if e. g., the percentage of the reinforcement in the middle of the span is different from the percentage near the supports of the plate, we just vary the mechanical properties of the plate; this means that these properties are functions of the coordinates of the point considered or, in other words, the plate is non-homogeneous.

In order to establish such a general theory we start from the fundamental equations for plastically non-homogeneous bodies. The foundations of this theory have been recently developed and published in several papers [3a,d ; 6a,b].

The theoretical results thus obtained were experimentally verified. A good agreement was found between the theoretical results and experimental data obtained [5].

In addition, graphs and tables were computed in order to facilitate the task of designing orthotropic plates of various shapes and various boundary conditions, from the point of view of their ultimate load carrying capacity (a suitable margin of safety being, obviously, taken into account).

We hope to be able to introduce this kind of design on a comparatively wide scale into current engineering practice, the methods of limit analysis having been accepted by our official specifications and codes.

Recently we have tackled the problem of limit states of circular plates with an eccentric hole as a problem of the theory of plasticity. (The case of a circular plate of concentric annular shape is, of course, one of the possible limit cases of this more general scheme).

However, we have found, that the general solutions for this type of plates is — so far — not known for the range of elastic deformations. That is why we have first solved the elastic problem [4] and only afterwards approached the plastic problem.

This analysis is based on the application of a special type of conformal mapping, the so-called transformation of inversion (or transformation by inverted radii).

The middle surface of the plate is assumed to be a plane of the complex variable  $z = x + iy$ . Every point of this plane is mapped into a point  $Z = X + iY = f(x + iy)$  of a corresponding complex variable plane by the use of the analytic function

$$Z = \frac{k^2}{\bar{z} + h}, \quad \text{where } z = x + iy \\ \text{and } \bar{z} = x - iy$$

are conjugate complex variables.

Thus we map, for instance, the eccentric annulus on a concentric annulus (Fig. 1), the semi-infinite plane with a circular hole (Fig. 2) being a limit case of the general scheme and its solutions being contained

in the former as a special case (the parameters of the transformation being chosen in such a way as to make the outer circle degenerate into a straight line).

The use of this method makes it possible to reduce the more complicated problem to a simpler one for which the boundary conditions can easily be formulated.

The elastic problem was solved for different boundary conditions, for instance, for the edges (both interior and exterior) clamped, for the edges (interior and exterior) alternatively clamped and free, and so on,

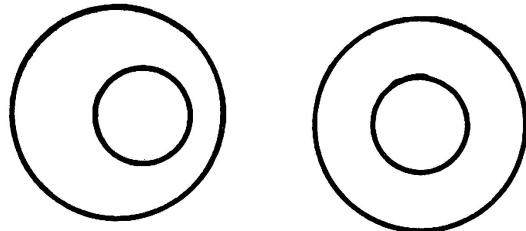


FIG. 1

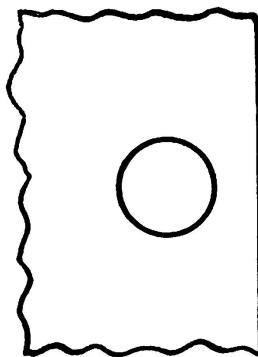


FIG. 2

and at the same time, for different loading schemes, as, for instance, for a uniformly distributed transverse load,  $q = \text{const.}$ , or a continuously variable load,  $q = q(X, Y)$ , or, finally, for a concentrated load at any point (Green's function).

Thus, starting from an analogous transformation, we are now investigating the problem of the ultimate load carrying capacity of plates of eccentric annular shapes with different boundary conditions and subjected to different loading schemes. These problems are treated as those of limit equilibrium of the theory of plasticity, with the introduction of a suitably formulated yield condition <sup>(1)</sup>.

Of course, problems of the theory of plasticity are essentially non-linear because of the non-linearity of the basic equations. However, it is possible to give the solution of the discussed problem in a comparatively simple form.

We think the methods of limit analysis and design of anisotropic and non-homogeneous plates and shells are very important both from the theoretical point of view, as well as for practical purposes; we consider them to indicate the right way to give our structures the desired degree of safety.

<sup>(1)</sup> The solution presents certain analogies with the plane problem of the eccentric ring, which, for the elastic-plastic range, was treated by the author in another paper (1957).

## REFERENCES

1. M. KWIECINSKI — *Solution of continuous orthotropic plates according to the limit design theory* (in Polish), Zesz. Nauk. Pol. Warsz. Budown. No. 6, 1956, pp. 93-110.
2. D. NIEPOSTYN, — a) *Limit design of rectangular orthotropic plates*. (in Polish), Zesz. Nauk. Pol. Warsz., Budown. No. 6, 1956, pp. 61-92; b) *Spiral and elliptic yield patterns in plates subjected to concentrated loads* (in Polish); c) *Ultimate load carrying capacity of non-homogeneous rectangular plates* (in Polish), Rozpr. Inz.; d) *The limit analysis of an orthotropic circular cylinder*, 9th Intern. Congr. Appl. Mech., Brussels 1956, and Arch. Mech. Stos., 1956, No. 4, pp. 565-580.
3. W. OLSZAK — a) *Thick-walled reinforced concrete pipes; Proposals for increasing their statical efficiency*. Final Report, 2nd Intern. Congr. Bridge Struct. Eng., 1936; b) *Limit analysis of orthotropic plates* (in Polish), Budown. Przem. 1953, pp. 254-265; c) *The problem of orthotropy in the limit analysis of plates* (in Polish), Arch. Mech. Stos., 1953, No. 3, pp. 329-350; *Sur la théorie de la charge limite des plaques orthotropes*, Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. IV, 1954, No. 1, pp. 3-8; d) *On the fundamentals of the theory of non-homogeneous elastic-plastic bodies* (I), Arch. Mech. Stos., 1954, No. 3, pp. 493-532; Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. IV, 1955, No. 2, pp. 45-49. (II) Arch. Mech. Stos., 1954, No. 4, pp. 639-656; Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. IV, 1954, No. 3, pp. 111-117; *The plane problem of the theory of plastic flow of non-homogeneous bodies*, Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. IV, 1955, No. 3, pp. 119-124; *On a classification of non-homogeneous elastic-plastic bodies*, Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. IV, 1956, No. 1, pp. 29-35.
4. W. OLSZAK and Z. MRÓZ — *The method of inversion in the theory of plates*, Intern. Assoc. Bridge Struct. Eng., Publ. vol. XVI, (1956).
5. W. OLSZAK and A. SAWCZUK — *Experimental verification of the limit analysis of plates*, Rozpr. Inz. 1955, No. 2, pp. 179-253; Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. IV, 1955, pp. 195-200.
6. W. OLSZAK and W. URBANOWSKI — a) *Orthotropy and non-homogeneity in the theory of plasticity* (in Polish), Arch. Mech. Stos., 1956, No. 1, pp. 85-110; b) *The plastic potential and the generalized distortion energy in the theory of non-homogeneous anisotropic elastic-plastic bodies*, 9th Intern. Congr. Appl. Mech., Brussels 1956, and Arch. Mech. Stos., 1956, No. 4, pp. 671-694; c) *Thick-walled elastic-plastic non-homogeneous cylinder* (in Polish), Arch. Mech. Stos., 1956, No. 3, pp. 315-336; d) *Thick walled elastic-plastic spherical non-homogeneous shell* (in Polish), Rozpr. Inz., 1956, No. 1, pp. 25-41.
7. A. SAWCZUK — a) *Linear transformation as applied in the theory of limit design of plates* (in Polish), Zesz. Nauk. Pol. Warsz., Budown. No. 3, 1955; b) *Problems of ultimate load carrying capacity of tensioned and bent structural elements* (in Polish), Rozpr. Inz. 1955, No. 2, pp. 255-284; c) *On practical applications of the limit analysis of plates* (in Polish), Arch. Inz. Lad., 1956, No. 1, pp. 139-183; d) *Some problems of simultaneous operation of concentrated and continuous loads in the theory of limit design of plates* (in Polish), Zesz. Nauk. Pol. Warsz. Budown. 1956, No. 6, pp. 41-59; e) *Some problems of load carrying capacity of orthotropic and non-homogeneous plates*, 9th Intern. Congr. Appl. Mech., Brussels 1956, and Arch. Mech. Stos. 1956, No. 4, pp. 549-564.

## SUMMARY

The importance of a general theory of the ultimate load carrying capacity of anisotropic and, at the same time, non-homogeneous plates is stressed, for, as a rule, nearly all practically executed plates are both anisotropic and non homogeneous. Research work on the fundamentals of such a general theory, its results and their practical applications are discussed.

**ZUSAMMENFASSUNG**

Die wissenschaftliche und praktische Bedeutung einer allgemeinen Grenzlasttheorie von anisotropen und dabei gleichzeitig nicht homogenen Platten wird dargelegt; in der Tat werden fast alle Platten sowohl als anisotrope als auch als nicht homogene Konstruktionselemente praktisch ausgeführt. Arbeiten über die Grundlagen einer derart allgemeinen Theorie, ihre Resultate und deren praktische Anwendungsmöglichkeiten werden besprochen.

**R E S U M O**

Põe-se em evidência a importância de uma teoria geral da carga limite das placas anisotrópicas e, simultaneamente, não homogéneas; com efeito, quase todas as placas executadas na prática são caracterizadas pelas suas anisotropia e não-homogeneidade mecânicas. Discutem-se os trabalhos relativos à elaboração das bases dessa teoria geral, os seus resultados e as suas aplicações práticas.

**R É S U M É**

On met en évidence l'importance d'une théorie générale de la charge limite des plaques anisotropes et, en même temps, non-homogènes; en effet, presque toute réalisation pratique des plaques est marquée par leur anisotropie et non-homogénéité mécaniques. On discute les travaux portant sur les bases d'une telle théorie générale, ses résultats et leurs applications pratiques.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

## V 7

### Der Einfluss von Einzellasten auf die Festigkeit der Biegedruckzone

Influência das cargas concentradas na resistência da zona  
de compressão em flexão

Influence des charges concentrées sur la résistance  
de la zone comprimée en flexion

Influence of concentrated loads on the resistance  
of the compression zone in bending

PROF. DR. - ING. H. RÜSCH

Technische Hochschule

München

Bei der Prüfung von Balken durch 2 symmetrische Einzellasten entsteht in der Nähe der Lasteintragungsstelle eine spürbare Hebung der neutralen Achse. In Bild 1 kann man diese Hebung deutlich an dem Verlauf der oberen Enden der Risse erkennen. Nachstehend soll eine

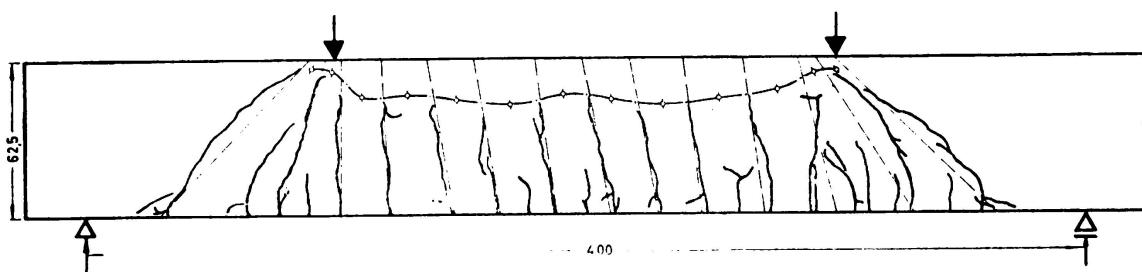


BILD 1

Erklärung für die Ursache dieser merkwürdigen Erscheinung versucht werden.

In dem zwischen den beiden Einzellasten liegenden Bereich wird ein solcher Balken durch ein konstantes Moment beansprucht. Deshalb verlaufen hier die Risse annähernd parallel. Unter dieser Voraussetzung kann man die Höhe der neutralen Achse mit Hilfe der auf die Längen-

einheit bezogenen Stauchung  $\varepsilon_b$  des Betons am Druckrand und der bezogenen Dehnung des Stahles  $\varepsilon_e$  in der Zugzone bestimmen. Es ist dann

$$x = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b + \varepsilon_e} h = \frac{h}{1 + \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_b}} \quad (\text{vergl. Bild 2})$$

Unter der Wirkung der Einzellast entsteht im Schubbereich ein rascher Übergang der senkrechten Biegerisse zu schrägliegenden SchubrisSEN. In diesem Bereich darf man die Lage der neutralen Achse nicht

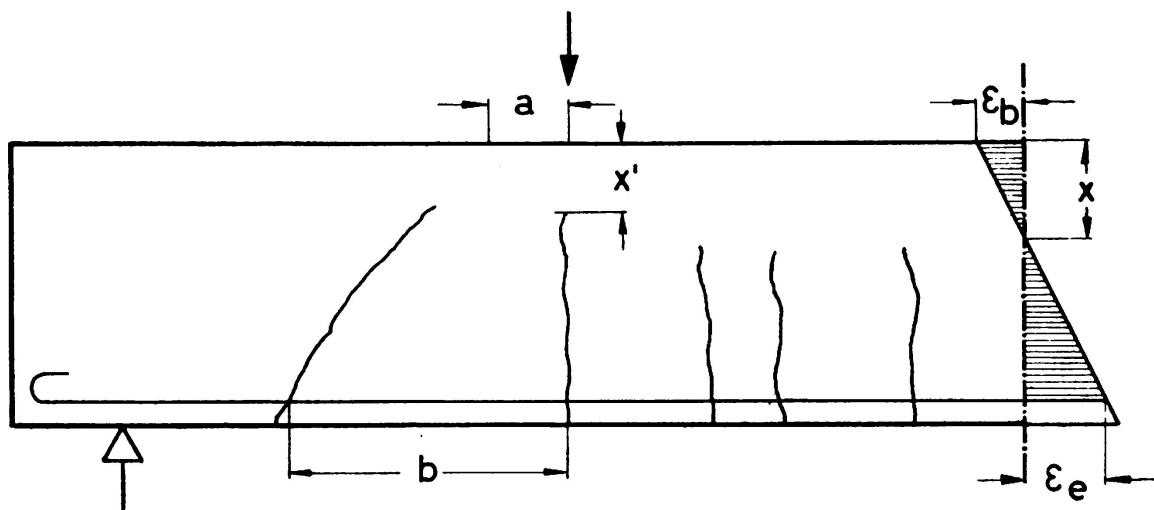


BILD 2

mehr aus den bezogenen Dehnungen bestimmen, sondern muss berücksichtigen, dass die zwischen den Rissen liegenden Balkenelemente keilförmig sind (vergl. Bild 2). Die Lage der neutralen Achse ergibt sich dann aus der Gleichung

$$x' = \frac{a \varepsilon_b}{a \varepsilon_b + b \varepsilon_e} h = \frac{1}{1 + \frac{b}{a} \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_b}} h = \frac{h}{1 + k \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_b}}$$

Der in der letzten Form dieser Gleichung erscheinende Faktor  $k = \frac{b}{a}$

hängt von der Neigung der Risse ab. Um ihn zu bestimmen, braucht man nur dem Rissbild die Abstände  $a$  und  $b$  zu entnehmen (vergl. Bild 3). Mit Hilfe von  $k$  kann man den ganzen Verlauf der neutralen Achse berechnen. Die Bilder 1 und 3 zeigen das Ergebnis einer solchen Untersuchung. In Feldmitte und an der Stelle der Einzellast sorgfältig durchgeführte Dehnungsmessungen für einen Belastungsgrad, der etwa 75 % der Bruchlast entspricht, haben die Richtigkeit dieser Werte bestätigt. Es zeigte sich dabei, dass die Risse nicht ganz bis an die gemessene Lage der neutralen Achse heranreichten.

Sehr interessante Ergebnisse liefert eine Untersuchung der Abhängigkeit des  $k$ -Wertes vom Belastungsgrad. Bis zum Beginn der Rissbildung ist  $k = 1$ , wächst aber darüber mit steigender Last rasch an.

Dadurch entsteht die schon beschriebene Krümmung der neutralen Achse. In der Nähe der Bruchlast kann man aber wieder ein Strecken der neutralen Achse beobachten. Die Ursache hierfür kann nicht in einer Veränderung des Beiwertes  $k$  gesehen werden. Man muss vielmehr annehmen, dass die Bruchstauchung  $\epsilon_b$  unter der Einzellast wesentlich grösser werden kann als in Balkenmitte und zwar wegen der Querpressung, welche die Belastungsplatten in der Druckzone erzeugen. Es entsteht dadurch ein zweiachsiger Spannungszustand, der ein Ausbrechen des Betons verhindert und auf diese Weise ein ähnliches Anwachsen der Verformung erlaubt, wie man es in einer umschnürten Säule beobachten kann.

Trotz dieser Erscheinung wird in der Nähe des Bruches die Druckzone unter der Einzellast immer noch kleiner sein als in Balkenmitte. Ausser-

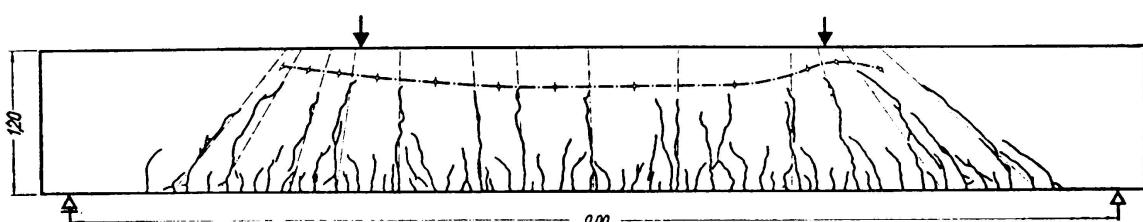


BILD 3

dem erhält die Druckzone an dieser Stelle noch eine erhebliche Beanspruchung durch die Querkraft. Daraus erklärt sich, dass der Bruch bei solchen Balkenversuchen meist unmittelbar unter der Einzellast erfolgt, obwohl die beschriebene Querpressung eine spürbare Erhöhung der Festigkeit der Druckzone herbeiführen kann.

#### ZUSAMMENFASSUNG

Wenn ein Stahlbetonbalken durch Einzellasten beansprucht wird, beobachtet man eine spürbare Anhebung der neutralen Achse in der Umgebung der Einzellasten. Für diese Erscheinung wird eine Erklärung gegeben.

#### R E S U M O

O autor explica a razão pela qual, numa viga de betão armado solicitada por uma carga concentrada o eixo neutro sofre, na vizinhança da carga, um deslocamento sensível na direcção da fibra superior.

#### R É S U M É

L'auteur explique la raison pour laquelle, dans une poutre de béton armé soumise à une charge concentrée, l'on observe un soulèvement de l'axe neutre au voisinage de la charge.

#### S U M M A R Y

The author explains the reason why, in a reinforced concrete beam submitted to a concentrated load, the neutral axis is moved upwards in the neighbourhood of the load.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

## V 8

### The safety of prestressed concrete as affected by creep and fatigue

*Discussion*

### Die Sicherheit beim vorgespannten Beton unter Berücksichtigung des Kriechens und der Materialermüdung

*Diskussion*

### Efeito da fluência e da fadiga sobre a segurança das estruturas de betão preeforçado

*Discussão*

### Influence du fluage et de la fatigue sur la sécurité du béton précontraint

*Discussion*

A. J. HARRIS

B. Sc (Eng.) M. I. C. E.

Consulting Engineer

London

Professor Freudenthal's remarks on the safety of prestressed concrete as affected by creep and fatigue are of a speculative nature.

Now speculation is of value in inverse proportion to the number of facts available.

It so happens that there is a large body of experimental facts concerning creep of concrete, cracking load and fatigue strength of concrete beams in existence; these facts have been built up continuously over the last 30 years and more. Speculation on these subjects which takes no account of these facts is impermissible.

In particular, Professor Freudenthal suggests that a prestress of more than 0.25 fc will result in loss of security against cracking. It is common practice to prestress to much higher stress values than this; if Professor Freudenthal believes that such stress values are harmful to security against cracking he must prove it, either by quoting tests which have already been carried out (and we have noted that there are many such) or by arranging tests himself.

The divergence between fact and speculation is even more startling when we consider Professor Freudenthal's remarks on fatigue. An appre-

ciable number of fatigue tests have been carried out, very few have caused fatigue failure and their general import seems to be that the fatigue strength of prestressed concrete relative to its static rupture strength is higher than that of any other structural material. It may be noted in passing that it is rare that there is any appreciable variation in stress in the anchorage zones of prestressing tendons.

#### S U M M A R Y

Professor Freudenthal's statement on the safety of prestressed concrete as affected by creep and fatigue is indefensible.

His remarks on rupture and working loads are particularly startling and are contrary to all experimental results obtained so far.

#### ZUSAMMENFASSUNG

Die von Professor Freudenthal vertretene Auffassung betreffend der Sicherheit von vorgespanntem Beton im Zusammenhang mit dem Kriechen und oft wiederholter Beanspruchung ist nicht haltbar.

Im Besonderen sind die Bemerkungen über die Bruchsicherheit und die Arbeitsfestigkeit erstaunlich und widersprechen jeden bisherigen Versuchsergebnissen.

#### R E S U M O

A comunicação do Professor Freudenthal acerca do efeito da fluência e da fadiga sobre a segurança das estruturas de betão preeforçado não é defensável.

As observações apresentadas acerca das cargas de rotura e das cargas de serviço são particularmente surpreendentes e contradizem todos os resultados experimentais obtidos até hoje.

#### R É S U M É

La communication du Professeur Freudenthal concernant l'influence du fluage et de la fatigue sur la sécurité du béton précontraint n'est pas défendable.

Les observations présentées sur les charges de rupture et de service sont particulièrement surprenantes et contredisent tous les résultats expérimentaux obtenus jusqu'à présent.

## V 9

**Risques de fissuration et de rupture dans le béton précontraint**

**Danger of crack formation and collapse in prestressed concrete**

**Risse - und Bruchrisiko in vorgespannten Beton**

**Risco de fissuração e rotura do betão preeforçado**

R. LÉVI

*Directeur à la S. N. C. F.*

Paris

Je voudrais seulement présenter une observation que m'a suggérée la lecture des rapports préliminaires et l'audition des exposés.

A l'origine du béton précontraint, on s'est beaucoup préoccupé du risque de fissuration. On reconnaît maintenant que l'apparition de fissures fines n'est pas suffisante pour produire des désordres et laisse subsister une large marge de déformation avant la rupture. Il semble donc que l'on puisse reprendre la détermination des règles de sécurité en reportant presque uniquement l'attention sur le risque de ruine.

Il y a quelques années, j'avais constaté qu'on arrivait à des résultats à peu près équivalents en cherchant

- pour la ruine, une probabilité de 1/100 000
- pour la fissuration occasionnelle dans les conditions les plus défavorables, une probabilité de 1/1 000.

Mais cette dernière considération introduit parfois des restrictions que j'estime maintenant exagérées. Il semblerait possible d'admettre pour la fissuration occasionnelle une probabilité de l'ordre de 1/10, ce qui permettrait souvent des diminutions du prix de revient sans qu'il en résulte un accroissement véritable du risque.

### R É S U M É

Tandis que l'on s'était, tout d'abord, beaucoup préoccupé du risque de fissuration, il est actuellement admis qu'entre l'apparition de fissures fines et la rupture il existe une grande marge de déformation. Les règles

de sécurité pourraient donc être définies presque uniquement à partir du risque de rupture, en cherchant pour celle-ci une probabilité de 1/100.000. Pour la fissuration occasionnelle on peut rechercher une probabilité de 1/10.

#### S U M M A R Y

While at first the danger of crack formation was considered as most important, it is now admitted that between the formation of fine cracks and collapse lies a wide margin of deformation. Safety rules could therefore be defined almost exclusively from the risk of collapse aiming at a probability of 1/100,000. For the occasional crack formation a probability of 1/10 could be aimed at.

#### ZUSAMMENFASSUNG

Während früher der Rissegefahr besondere Beachtung geschenkt wurde, erkennt man heute, dass zwischen dem Auftreten von feinen Rissen und dem Bruchzustand eine grosse Deformationsspanne liegt. Es scheint daher zu genügen, die Sicherheit auf den Bruchzustand allein zu definieren. (Wahrscheinlichkeit 1:100.000). Für die Rissbildung dürfte eine Wahrscheinlichkeit von 1:10 zulässig sein.

#### R E S U M O

Ao passo que anteriormente se considerava o risco de fissuração como muito importante, admite-se actualmente que entre a aparição das fissuras finas e a rotura existe uma grande margem de deformação. As regras de segurança poder-se-iam portanto definir considerando quase únicamente o risco de rotura, procurando para esta uma probabilidade de 1/100.000. Para a fissuração ocasional pode procurar-se uma probabilidade de 1/10.

## V 10

**Methode de calcul de hourdis de ponts en béton précontraint**

**Method of calculation of prestressed concrete bridge slabs**

**Berechnungsmethode von Brückenträgern aus  
vorgespanntem Beton**

**Método de cálculo de lages para pontes de betão preeforçado**

Y. GUYON  
Paris

Cette méthode de calcul dérive des principes faisant l'objet de la communication V. c. 2. de la Publication Préliminaire, et des considérations suivantes :

1. – La plupart des règlements interdisent la prise en compte de la résistance à la traction. Ceci peut être justifié pour une poutre (défaut local), mais non pour une dalle, une fissure ne pouvant s'ouvrir sans mettre en jeu la résistance à la traction des bandes adjacentes.

C'est donc la résistance moyenne, et non la résistance minimum qui compte.

De ce fait, la probabilité d'une fissure sous une contrainte égale à environ 1/3 de la résistance moyenne à la traction ne dépasse pas l'ordre de grandeur tolérable.

2. – Au cas où cette fissure se produirait, elle resterait très fine et le câble ne peut être en danger si elle n'atteint ou ne dépasse pas le niveau de celui-ci.
3. – Si ces fissures se produisaient au centre, il en résulterait une modification du fonctionnement, avec augmentation des moments sur appuis.

L'expérience montre que sous une augmentation de charges, l'épaisseur de la fissure n'augmente pas au centre; elle ne devient visible que lorsque l'appui se trouve à son tour sur le point de se fissurer par suite de cette augmentation de moment.

4. – Dès que cette double fissuration, non dangereuse, se produirait (au centre et sur appui), un nouveau système porteur serait mis en jeu. Ce sont les bielles de compression dans le sens de la portée, issues de la charge et prenant appui sur les bords, que mentionne la communication précitée.
5. – La charge à laquelle la dalle peut résister sans fissuration préjudiciable (et souvent sans fissuration visible, tout au moins à l'oeil nu) grâce à la résistance de ce nouveau système porteur est notablement supérieure à celle correspondant à la fin de la phase 3. (Dans nos essais elle a atteint le double, sous une charge concentrée au milieu).
6. – Il reste encore une réserve de résistance très importante entre la fin de la phase 5 et la rupture (coefficient de l'ordre de 3 dans nos essais).

Nous dimensionnons nos dalles de façon à nous placer au début de la phase 4, dans le cas où les probabilités joueraient d'une façon défavorable dans la phase 1 et en conséquence dans les phases 2 et 3;

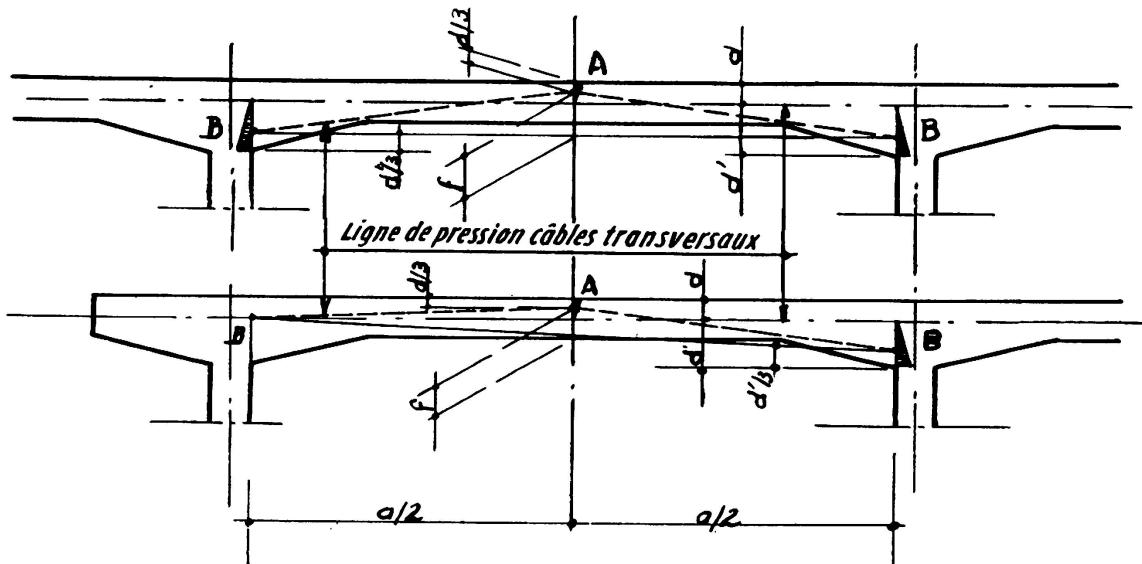


FIG. 1

c'est-à-dire que nous supposons que les bielles 4 commencent à fonctionner.

Nous admettons conventionnellement que la résistance à la traction est nulle et que, dans cette hypothèse la fissure atteint le niveau du câble.

Nous admettons d'autre part que le système de bielles, soustendu par la précontrainte, équilibre les moments qui se produiraient dans la dalle *articulée* de mêmes portées que la dalle.

La fig. 1 représente les axes de bielles admis: (a) dans le cas d'une dalle courante (points de passage sur appuis au niveau du 1/3 inférieur du diagramme triangulaire de contrainte atteignant le câble); (b) dans

le cas d'une dalle de rive (point de passage du câble). Ces schémas donnent la flèche  $f$  de la ligne de pression;  $d$  et  $d'$  étant les distances du câble aux parois: supérieure au centre, inférieure à l'appui,  $f = \frac{2}{3} (d + d')$  dans le cas a;  $f = \frac{2}{3} d + \frac{1}{3} d'$  dans le cas b.

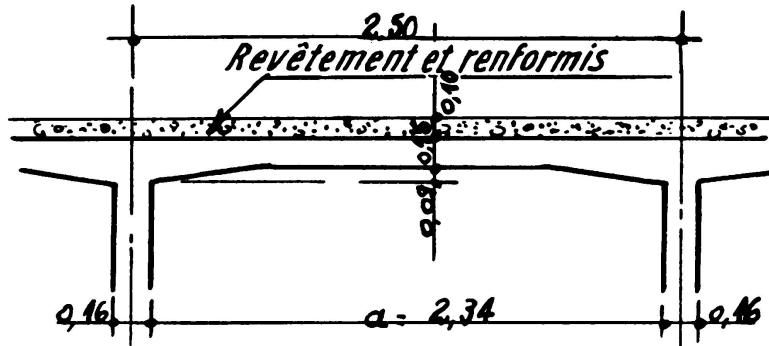
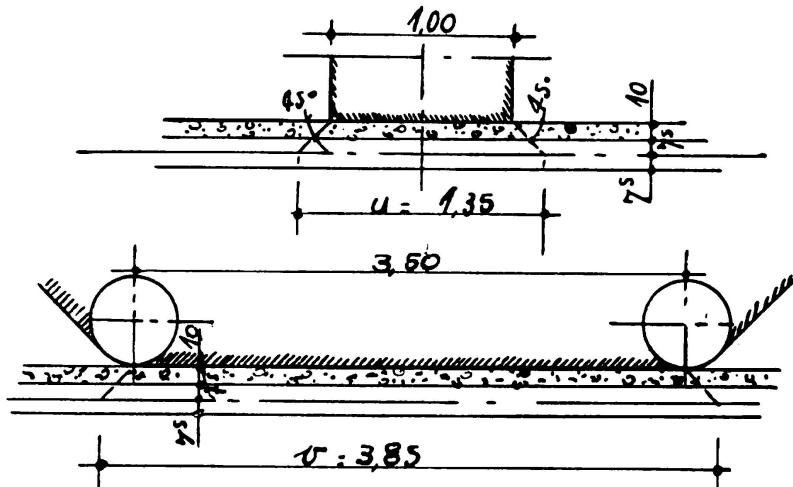


FIG. 2

Connaissant par les abaques usuels le moment  $M$  par unité de longueur, l'effort  $F$  de précontrainte nécessaire par unité de longueur est  $F = \frac{M}{f}$ . D'autre part pour que la contrainte admissible  $R$  du béton ne soit pas dépassée il faut que  $\frac{F}{d} < \frac{R}{2}$ .

**EXEMPLE.** — Panneau courant de pont suivant fig. 2. —

Entr'axe poutres 2,50 m; entr'axe entretoises 9,60 m; Charges permanentes par  $m^2$  (hourdis et renformis) : 0,580 t/m $^2$ . Surcharges  $S$  sui-



$$u = 1,00 + (2 \times 0,10 + 0,15) = 1,35$$

$$v = 3,50 + (2 \times 0,10 + 0,15) = 3,85$$

FIG. 3

vant fig. 3:  $S = 40$  t. majorations pour effet dynamique comprises, appliquée sur un rectangle (chenille) de  $1,00 \times 3,50$  m.

$$\begin{aligned} \text{Flèche } f \text{ (pour une dalle courante)} : f &= \frac{2}{3} (0,075 + 0,075 + 0,09) \\ &= 0,16 \text{ m.} \end{aligned}$$

Moments: Portées nettes:  $a = 2,34$  m.  $b = 9,36$  m.  $\frac{a}{b} = 0,25$

Côtés  $u$  et  $v$  du rectangle chargé (sur le feuillet moyen)  $u = 1,35$  m.  $v = 3,85$  m.

Calcul par les abaques PIGEAUD:  $M_1$  et  $M_2$  désignant les moments par unité de largeur dans le sens de la portée et dans le sens du grand axe (coefficients de POISSON négligé).

*Sous charges permanentes* ( $a \times b = 21,90 \text{ m}^2$ ).

$$P = 21,9 \times 0,580 = 12,7 \text{ t}; M_1 = 12,7 \times 0,030 = 0,381 \text{ t } M_2 = 0.$$

*Sous surcharges* ( $S = 40$  t.).

$$M_1 = 40 \times 0,090 = 3,6 \text{ t } M_2 = 40 \times 0,012 = 0,48 \text{ t}$$

$$\text{Total: } M_1 = 0,381 + 3,6 = 3,981 \text{ t } M_2 = 0,48 \text{ t}$$

Du fait de la flexion longitudinale du tablier, le houardis est soumis à une compression longitudinale telle que la décompression dûe au moment  $M_2$  n'est généralement pas dangereuse. Nous vérifierons uniquement la résistance sous le moment  $M_1$ .

Effort de précontrainte  $F$  nécessaire:  $\frac{M}{f} = \frac{3,981}{0,16} = 24,9 \text{ t/m. lin.}$

Contrainte  $n$  du béton ( $d = 7,5$  cm)  $n = \frac{24,900 \times 2}{100 \times 7,5} = 66,4 \text{ k/cm}^2$ .

Dans le cas où la charge peut se trouver sur un panneau de rive,  $f = \frac{2}{3} \times 0,075 + \frac{1}{3} \times 0,065 = 0,105$ .

$$F = 37,9 \text{ t/m. lin. et } n = 100 \text{ k/cm}^2$$

#### REMARQUE

Nous vérifions ainsi que, même si le fonctionnement supposé, qui admet la fissuration, se produisait, il resterait une large sécurité vis à vis de la fissuration préjudiciable.

**R É S U M É**

Méthode de calcul de hourdis tenant compte de la possibilité d'un deuxième fonctionnement élastique.

**S U M M A R Y**

Method of calculation of a slab taking into account the possibility of a second elastic behaviour.

**ZUSAMMENFASSUNG**

Berechnungsmethode von Brückenträgern unter Berücksichtigung der Möglichkeit eines weiteren elastischen Verhaltens.

**R E S U M O**

Método para o cálculo de lages entrando em conta com a possibilidade de existência de um segundo comportamento elástico.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**