Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 5 (1956)

Artikel: Spannungsverteilung in orthotropen Scheiben

Autor: Beer, H. / Resinger, F.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-6091

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

II b 1

Spannungsverteilung in orthotropen Scheiben

Distribuição das tensões em paredes delgadas reforçadas ortogonalmente

Distribution des contraintes dans les parois minces orthotropes

Stress distribution in orthogonally stiffened thin slabs

PROF. DR. H. BEER DR. F. RESINGER

Graz

Die Verfasser behandeln das Problem der Krafteinleitung in rechtwinklig ausgesteifte, dünne Scheiben, wie sie z. B. im Stahlbau als hohe Stege oder sehr breite Gurtplatten von Flächentragwerken vorkommen. Die Forderung, ein Berechnungsverfahren zu entwickeln, welches es gestattet, auch eine Veränderung der Blechstärke und des Querschnittes der orthogonalen Aussteifungsrippen zu berücksichtigen, hat die Verfasser veranlasst, von einer elastizitätstheoretischen Betrachtung des Problems abzusehen und ein baustatisches Verfahren als Lösung zu wählen. Sie bauen hierbei auf einer Arbeit aus der Flugzeugstatik (1) auf, welche die orthogonal ausgesteifte Scheibe der Tragflügel von Flugzeugen behandelt. Während jedoch dort die Unbekanntengruppen als Kraftgrössen mit Hilfe von Elastizitätsgleichungen ermittelt wurden -wobei selbst bei Entkoppelung in einer Richtung noch eine, im allgemeinen grosse Zahl von Gleichungen aufzulösen ist- wenden die Verfasser ein Ausgleichsverfahren (2) mit ausgezeichneter Konvergenz zur Berechnung der unbekannten Kraftgrössen an. Letztere haben denselben Aufbau wie die Wölbkraftgruppen in Kastenträgern. Ferner erweitern die Verfasser den auf dem Schubfeldschema aufgebauten Berechnungsgang von Ebner und Köller auf die exaktere Erfassung der Blechmitwirkung zur Aufnahme von Normalkräften in Richtung beider Steifenscharen und berücksichtigen den Poissoneffekt.

---

(1) H. Ebner u. H. Köller, Luftfahrtforschung 1938, S. 527.
(2) F. Resinger, Dissertation T. H. Graz, 1956.

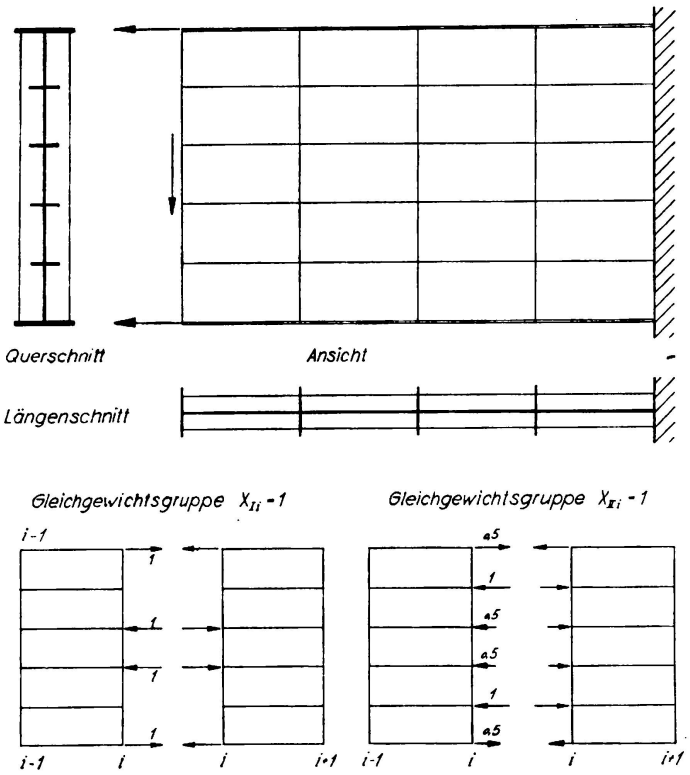

FIG. 1

In Fig. 1 ist ein einfaches Krafteinleitungsproblem dargestellt und die Whal des statisch bestimmten Grundsystems so getroffen, dass an jeder Querrippe eine Längsbewegung der Längsrippen mit Normalkraft aufnehmendem Blech möglich ist. Die Schubkraftaufnahme des Bleches soll dadurch nicht beeinträchtigt werden. Die unbekannten Kraftgruppen wählen wir so, dass sie ein örtliches Gleichgewichtssystem bilden und am gegebenen Tragwerk die Eigenschaft des raschen Abklingens besitzen. Ferner wird noch darauf zu achten sein, dass die gegenseitige Beeinflussung (Koppelung) der an einer Querrippe angebrachten Unbekanntengruppen möglichst gering ist. Wir erhalten somit ein System von «Wölbkraftgruppen» (Fig. 1) als Unbekannte.

Für die Belastung der Scheibe machen wir eine plausible Annahme der Krafteinleitung, die zwar an jeder Querrippe im Gleichgewicht ist, aber noch nicht die Formänderungsbedingungen erfüllt. Letzteres geschieht durch die statisch unbestimmte Rechnung, die -wenn die Annahme gut warnur den Charakter einer Korrektur hat (Fig. 2).

Wir berechnen zunächst die Kräfte in den einzelnen Scheibenfeldern am Grundsystem aus den Gleichgewichtsbedingungen, wobei wir für das Einzelfeld linear abklingende Längskraft und damit konstante Schubverteilung annehmen (Fig. 3).

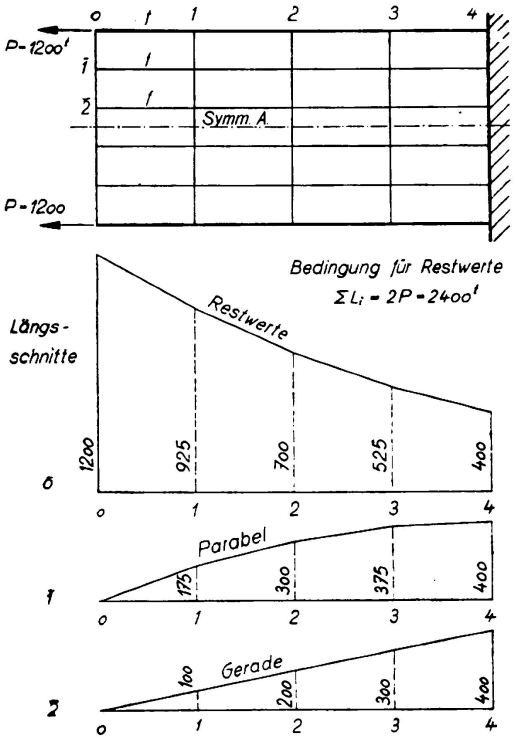

FIG. 2

Wir erhalten die Querkräfte:

$$Q_{il} = L_{il} - L_{i-1,l} \qquad Q_{in} = 0 \text{ (Symmetrie)}$$

$$Q_{im} = L_{il} + L_{im} - L_{i-1,l} + L_{i-1,m} = -L_{in} + L_{i-1,n}$$

und die Querrippenkräfte:

$$V_{il} = 0 \text{ (Rand)}, \quad V_{im} = (L_{i-1,l} - L_{il}) \frac{b}{a_i} - (L_{il} - L_{i+1,l}) \frac{b}{a_{i+1}},$$

$$V_{in} = (L_{i-1,l} - L_{il}) \frac{2b}{a_i} - (L_{il} - L_{i+1,l}) \frac{2b}{a_{i+1}} +$$

$$+ (L_{i+1,m} - L_{im}) \frac{b}{a_i} - (L_{im} - L_{i+1,m}) \frac{b}{a_{i+1}}.$$

Die Relativverwölbung für den Zustand $X_{li} = 1$. $\delta_{li,o}$ setzen wir zusammen aus dem Anteil der Längenänderung der Gurte $\delta_{li,L}$, der Schubverformung der Blechfelder $\delta_{li,Q}$, der Längenänderung der Querrippen $\delta_{li,V}$, und des Poissoneffektes $\delta_{li,P}$.

Es wird:

$$E\,\delta_{li,L} = \sum_{i-1}^{i+1} \int L^{(o)} L^{(l)} \frac{1}{f} dx. \qquad E\,\delta_{li,Q} = \frac{E}{G} \sum_{i-1}^{i+1} Q^{(o)} Q^{(l)} \frac{b}{a\,d}.$$

$$E\,\delta_{li,V} = \sum_{i-1}^{i+1} \int V^{(o)} V^{(l)} \frac{1}{f_V} dy.$$

$$E\,\delta_{li,P} = -\mu \sum_{i-1}^{i+1} \left\{ \int\int \sigma_y^{(o)} \sigma_x^{(l)} dx\, dy + \int\int \sigma_x^{(o)} \sigma_y^{(l)} dx\, dy \right\}.$$

Zur Vorbereitung des Ausgleiches berechnen wir mit Hilfe der Relativverwölbungen die Volleinspannwerte $\overline{X}_i = -\Delta\,\delta_{io} : \overline{\delta}_{ii}$ der unbekannten Wölbkraftgruppen und stellen sie im Schema der Fig. 4 zusammen. Hierbei lassen wir vorläufig den Anteil der Querrippen δ

und des Poissoneffektes δ_{ik} unberücksichtigt. Eine wesentliche Vereinfachung bietet hier die Möglichkeit, die Verwölbungen so aufzuteilen, dass in jedem Feld symmetrische, bzw. antimetrische Stützbedingungen

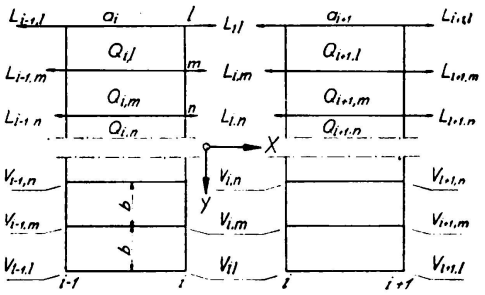

FIG. 3

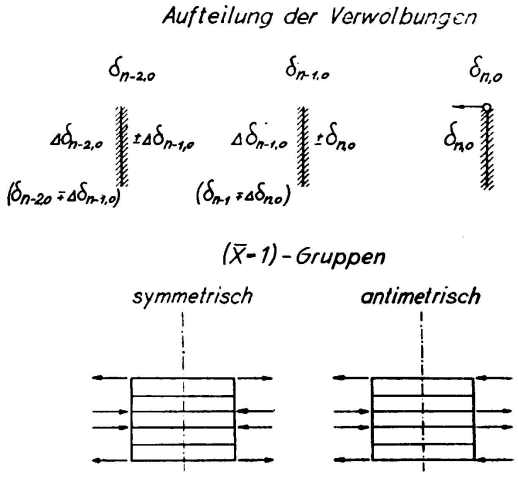

FIG. 4

und somit Einspannwerte entstehen. In Analogie zum Momentenausgleich nach Cross erhalten wir nun die Wölbsteifigkeitszahl μ_i und den Fortleitungsfaktor γ_i zu:

$$\mu_i = \frac{a_c}{\varkappa E f_c} \cdot \frac{1}{\delta_{ii}}, \gamma_i = \frac{\delta_{i-1,i}}{\delta_{ii}};$$

a_c, f_c sind Festwerte.

Für das vorliegende Beispiel (Fig. 5) ist für den Zustand X_I $\varkappa = 2$ und für X_{II} $\varkappa = \frac{8}{3}$. Es ergibt sich

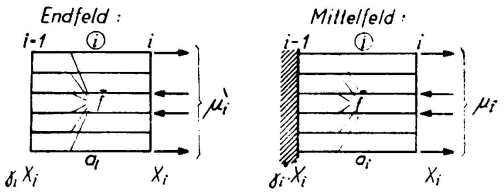

FIG. 5

sodann im Endfeld: $\grave{\mu}_i = \frac{a_c}{a_i} \frac{\bar{f}_i}{f_c} \frac{3}{2(2+\rho_i)}, \grave{\gamma}_i = 0$ und

im Mittelfeld: $\mu_i = \frac{a_c}{a_i} \frac{\bar{f}_i}{f_c} \frac{2+\rho_i}{2(1+2\rho_i)}, \gamma_i = \frac{1-\rho_i}{2+\rho_i}$.

ρ_i bedeutet in den Formeln den (verzerrten) Schubanteil. Entsprechend Fig. 5 ist mit $\lambda = \frac{E}{G}$:

$$\rho_{Ii} = \frac{6\lambda \bar{f}_i b}{a_i^2 d_i}, \qquad \rho_{IIi} = \frac{2\lambda \bar{f}_i b}{a_i^2 d_i} - \frac{\rho_{Ii}}{3}.$$

Um für den beabsichtigten Iterationsschritt mit einem einzigen Ausgleich auszukommen, berechnen wir die gebundenen Fortleitungsfaktoren $\bar{\gamma}_i$ und Steifigkeitszahlen $\bar{\mu}_i$ am kontinuierlichen System nach den Rekursionsformeln:

$$\bar{\gamma}_i = \frac{\gamma_i}{1 + \frac{\mu_i'}{\bar{\mu}_{i+1}}}, \qquad \bar{\mu}_i = \frac{\mu_i'}{1 - \bar{\gamma}_i \gamma_i} \qquad \text{und}$$

leiten nach dem Schema der Fig. 6 fort.

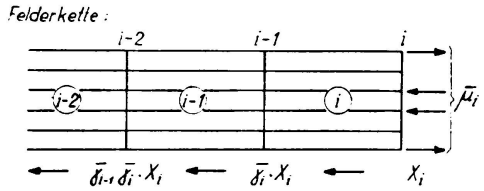

FIG. 6

Der erste Ausgleich erfüllt jedoch noch nicht die Formänderungsbedingungen, da die Eigenkraftgruppen X_{Ii} und X_{IIi} gekoppelt sind und die Nachgiebigkeit der Querrippen und der Poissoneffekt im Ausgleich selbst nicht berücksichtigt wurden. Daher müssen wir einen zweiten Rechnungsgang anfügen und zu diesem Zwecke die Relativverwölbungen für die mit Hilfe des ersten Ausgleiches erhaltenen Gesamtschnittkräfte am Grundsystem berechnen. Der Ausgleich wird sodann nochmals durchgeführt. Das Verfahren ist stark konvergent, so dass dieser zweite Rechnungsgang schon eine ausreichende Genauigkeit ergibt und ein eventuell durchgeführter dritter Rechnungsgang nur mehr der Kontrolle dient. Beim letzten Rechnungsgang wird zweckmässig -auf Grund der vorher erhaltenen Normalkraftverteilung- eine Korrektur der mitwirkenden Blechstreifen vorgenommen.

In Fig. 7 sind die Normalspannungen σ_x, welche infolge der Einleitung zweier symmetrischer Randkräfte in die orthotrope Scheibe entstehen, für eine Scheibenhälfte dargestellt. Man kann an diesem Spannungskörper auch die Einflüsse der elastisch nachgiebigen Querrippen und des Poissoneffektes erkennen.

Die Berechnung wurde hier an Hand des Beispiels mit sechs Längsrippen durchgeführt. Sind mehr solche Rippen vorhanden, so kann man -mit für die Praxis ausreichender Genauigkeit- ihren Querschnitt auf 6 ideelle Rippen aufteilen. Die Verfasser sehen als Vorteil des von ihnen entwickelten Verfahrens seine weitgehende Anpassungsfähigkeit

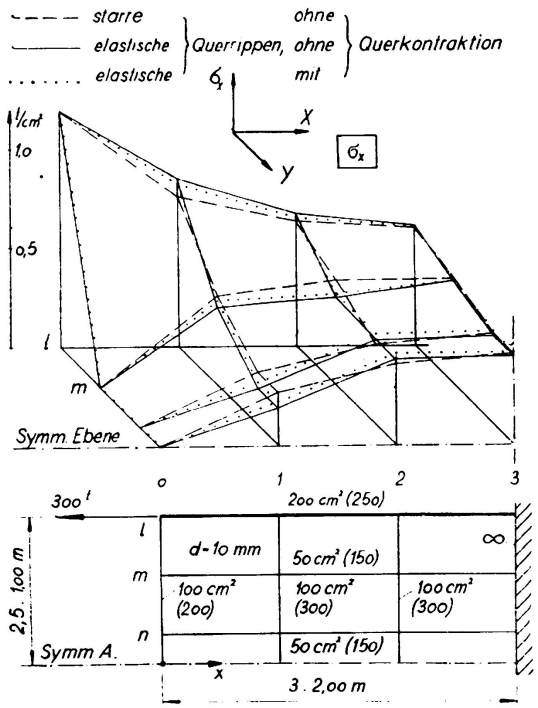

FIG. 7

an die Bedürfnisse der Praxis und seinen relativ geringen Rechenaufwand an. Vom Ingenieur werden bei der Anwendung nur die Kenntnisse der Baustatik vorausgesetzt.

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird die Krafteinleitung in ein rechtwinklig ausgesteiftes Stahlblech mit Hilfe einer baustatischen Lösungsmethode und unter Anwendung eines hierbei entwickelten Wölbkräfteausgleichsverfahrens beahndelt. Man kann hierbei auch veränderliche Blechdicken und verschiedene Steifenquerschnitte berücksichtigen.

RESUMO

Os autores resolvem o problema da distribuição das tensões em paredes metálicas delgadas reforçadas ortogonalmente, por meio de um método de cálculo estático utilizando um processo de compensação para os grupos de forças desconhecidas. Este método permite também considerar paredes de espessura variável e reforços de secções diferentes.

RÉSUMÉ

Les auteurs traitent le problème des contraintes dans une paroi mince métallique raidie orthogonalement, au moyen d'une methode de calcul statique, et en appliquant un procédé de compensation pour les groupes de forces inconnues. Cette methode permet de considérer aussi des parois d'épaisseur variable et des nervures de sections différentes.

SUMMARY

The authors deal with the problem of stress-distribution in orthogonally stiffened, thin steel-slabs by a method of static computation, using a process of compensation for the unknown groups of forces. With this method, slabs of variable thickness and stiffeners of different cross-sections can also be considered.

Leere Seite
Blank page
Page vide