

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 5 (1956)

**Rubrik:** II. Slabs and various curved structures

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 11.08.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## II

### **Placas, lajes e paredes delgadas Voiles minces, dalles, parois minces Slabs and various curved structures Flächentragwerke**

#### IIa

Cálculo geral (nos campos elástico e plástico); métodos experimentais  
Calcul général (élastique et plastique); méthodes expérimentales  
General calculations (in elastic and plastic fields); experimental methods  
Allgemeine Berechnung (im elastischen und plastischen Bereich);  
experimentelle Methoden

#### IIb

Adaptação dos métodos de cálculo às construções metálicas  
Adaptation des méthodes de calcul aux constructions métalliques  
Application of the methods of calculation to steel structures  
Anwendung der Berechnungsmethoden auf Stahltragwerke

#### IIc

Adaptação dos métodos de cálculo às construções de betão armado  
Adaptation des méthodes de calcul aux constructions en béton armé  
Application of the methods of calculation to reinforced concrete structures  
Anwendung der Berechnungsmethoden auf Tragwerke in Eisenbeton

## I. *Métodos analíticos*

O cálculo pelos métodos rigorosos da análise matemática conserva o seu valor intrínseco, apesar da evolução dos outros métodos de investigação da ação das forças. No decorrer destes últimos anos esse método de cálculo permitiu realizar os seguintes progressos:

- Emprego de funções que se adaptam cada vez melhor às condições aos limites (lajes encastradas elásticamente, encurvadura de paredes delgadas, funções ortogonais particulares).
- Introduções de processos de cálculo por iteração na resolução de sistemas de equações diferenciais (parede delgada cilíndrica).

## **2. Métodos da estática aplicada e cálculo numérico**

Realizaram-se progressos graças ao emprego de «analogias estáticas», nas quais um elemento é assimilado a outro, o mais semelhante possível estaticamente, mas mais acessível ao cálculo (parede de barragem em arco substituída por uma grelha formada de arcos e vigas, paredes delgadas cilíndricas assimiladas a uma viga, etc. e, inversamente, por exemplo, a laje e o sistema quadriculado de vigas de um tabuleiro de ponte substituídos por uma laje ortotrópica).

A equivalência estática pode ser total ou parcial e, neste último caso, conduzir a uma investigação complementar. Trata-se de um método particularmente bem adaptado à forma de raciocínio habitual do engenheiro que, em cada caso prático, deverá verificar a sua legitimidade.

A prática do cálculo numérico, cuja parte essencial é a característica descontínua dos resultados, provém principalmente do «cálculo por diferenças finitas». O facto, talvez mais significativo da evolução, é que, para muitos problemas, o cálculo «corrente» das diferenças não basta para a obtenção da exactidão que se pretende. Deve então recorrer-se a processos com um grau de aproximação mais elevado (extensão das expressões das diferenças finitas pela série de Taylor, cargas «nodais», etc.).

## **3. Métodos experimentais (medições em modelos)**

O desenvolvimento é especialmente espetacular no domínio, onde os progressos essenciais incidem nos pontos seguintes:

- Novos materiais para modelos, com características físicas e mecânicas particulares (módulo de elasticidade mais baixo, etc.).
- Novos processos técnicos diversos, não só de verificação do estado de tensão, mas ainda de determinação prévia das formas e das dimensões mais apropriadas das estruturas.
- Adaptação mais frequente da técnica das medições em modelos à resolução de problemas de ligações especialmente difíceis de resolver (lajes oblíquas contínuas, encastramento elástico das barragens, movimento dos terrenos de fundação, etc.).

São de prever novos progressos rápidos de grande interesse.

## **4. Conclusão final**

É interessante verificar que, para vários problemas particularmente difíceis de resolver, encontramos solução pelo emprego sucessivo de vários métodos essencialmente diferentes, pela combinação apropriada, em cada caso, de processos analíticos rigorosos, dos da estática aplicada e do cálculo numérico, bem como das medições em modelos reduzidos.

Esta maneira de proceder apresenta a grande vantagem de assegurar, com elevado grau de aproximação, que os resultados obtidos são correctos, e a comparação dos resultados por processos diferentes torna-se não só extremamente instrutiva, como também fundamental.

Este caminho é, com razão, cada vez mais utilizado.

---

### **1. Méthodes analytiques**

Le calcul par les méthodes rigoureuses de l'analyse mathématique garde, en dépit de l'évolution des autres méthodes d'investigation du jeu des forces, une valeur intrinsèque. Les progrès suivants peuvent être mis à son actif dans l'évolution de ces dernières années :

Emploi de fonctions s'adaptant de mieux en mieux aux conditions aux limites (dalles encastrées élastiquement, voilement des parois minces, fonctions orthogonales particulières).

Introduction de procédés de calcul par itération dans la résolution de systèmes d'équations différentielles (voiles minces cylindriques).

Emploi des imaginaires dans certains problèmes particuliers de connexion (p. ex. dalles, voiles minces, etc.).

### **2. Méthodes de la statique appliquée et calcul numérique**

Des progrès ont été réalisés par l'emploi des «analogies statiques», où l'on assimile un élément à un autre, statiquement aussi semblable que possible, mais mieux accessible au calcul (coque de barrage arqué remplacée par un treillis formé d'arcs et de poutres, les voiles cylindriques assimilés à une poutre, etc. et, inversement, p. ex. la dalle et le quadrillage de poutres d'un tablier de pont remplacés par une dalle orthotrope).

L'équivalence statique peut être totale ou partielle et, dans ce dernier cas, donner lieu à une investigation complémentaire. Il s'agit là d'une méthode particulièrement adaptée à la façon habituelle de penser de l'ingénieur, qui, dans chaque cas pratique, devra se rendre compte de sa légitimité.

La pratique du calcul numérique, dont l'essentiel est le caractère discontinu des résultats, découle principalement du «calcul aux différences finies». Le fait, peut-être le plus significatif, de l'évolution est que, pour de très nombreux problèmes, le calcul aux différences «ordinaire» ne suffit pas à assurer l'exactitude exigée. On doit dès lors avoir recours à des procédés d'un degré supérieur d'approximation (extension des expressions des différences finies par la série de Taylor, charges «nodales», etc.).

### **3. Méthodes expérimentales (mesures sur modèles)**

Le développement est particulièrement spectaculaire dans ce domaine, où les progrès essentiels portent sur les points suivants :

Nouveaux matériaux pour modèles, ayant des caractéristiques physiques et mécaniques remarquables (très faible module d'élasticité, etc.).

Nouveaux procédés techniques divers, non seulement pour vérifier l'état de contrainte, mais aussi pour déterminer à l'avance les formes et les dimensions les plus appropriées des structures.

Adaptation accrue de la technique des mesures sur modèles à la résolution de problèmes de connexion particulièrement ardus (dalles obliques continues, enca斯特rement élastique des barrages, affaissement des terrains de fondation, etc.).

On peut s'attendre à de nouveaux progrès rapides et intéressants.

#### **4. Conclusion finale**

Il est remarquable de constater que plusieurs problèmes particulièrement ardus ont été résolus par l'emploi successif de plusieurs méthodes essentiellement différentes, par combinaison appropriée dans chaque cas des procédés analytiques rigoureux, de ceux de la statique appliquée et du calcul numérique ainsi que de la mesure sur modèles réduits.

Cette façon de procéder a le grand avantage d'assurer avec un très haut degré d'approximation les résultats acquis, et la comparaison par différents procédés est non seulement extrêmement instructive, mais aussi essentielle.

Cette voie est, à just titre, suivie de plus en plus fréquemment.

#### **1. Analytical methods**

In spite of other methods for the investigation of the action of forces, calculation by the strict methods of mathematical analysis still retains an intrinsic value. The following advances may be placed to its credit in the developments which have taken place during the last few years.

The use of functions that are increasingly better adapted to limit conditions (slabs with elastically-fixed ends, buckling of thin walls, special orthogonal functions).

The introduction of methods of calculation by iteration for the solution of systems of differential equations (thin cylindrical shells).

The use of imaginary quantities in certain special connexion-problems (for example slabs, thin plates, etc.).

#### **2. Methods of applied statics and numerical calculation**

Progress has been achieved by the use of «static analogies» whereby one member is compared with another, which resembles it statically as closely as possible, but which is more readily accessible to calculation (wall of an arch dam replaced by a lattice consisting of arches and beams, cylindrical shells assimilated to a beam, etc. and conversely, for example, the slab joined to the lattices of the deck of a bridge replaced by an orthotropic slab).

The static equivalence may be either total or partial, and in the latter case, it necessitates a complementary investigation. This method is particularly well adapted to the usual manner of thinking of the engineer who, in each practical instance, must satisfy himself that it is justified.

The carrying out of the numerical calculation characterised by the discontinuous nature of the results, is derived mainly from the «calculation by finite differences». Perhaps the most significant feature of the development is the fact that, for a large number of problems, the calculation with «ordinary» differences does not provide the degree of accuracy required. Recourse must then be had to processes giving a close degree of approximation (extension of expressions of finite differences by Taylor's series, «nodal» loads, etc.).

### **3. Experimental methods (measurements on models)**

The development is particularly striking in this field where the chief progress relates to the following points:

New materials for models which have outstanding physical and mechanical properties (very low modulus of elasticity, etc.).

Various new technical processes not only for verifying the state of stress, but also for determining beforehand the most suitable shapes and dimensions for the structures.

Increased adaptation of the method of measurement on models to the solution of particularly difficult connection problems (continuous skew slabs, non-rigid encastrement of dams, setting of foundation soils, etc.).

Further rapid and interesting progress may be anticipated.

### **4. Final conclusion.**

It is noteworthy that a number of particularly difficult problems have been solved through the successive use of several fundamentally different methods, by a suitable combination, in each case, of strict mathematical analysis, of methods of applied statics and numerical calculation as well as of measurement on small-scale models.

This method of procedure has the great advantage of ensuring that the results obtained are correct to a very close degree of approximation and comparison of the results from different processes is not only extremely instructive, but is actually essential.

This procedure is quite rightly being followed to an ever increasing extent.

#### **1. Analytische Methoden.**

Trotz der Entwicklung anderer Methoden zur Erforschung des Kräftespiels behalten die strengen Berechnungsmethoden der mathematischen Analysis ihre wesentliche Bedeutung. Folgende Fortschritte können in der Entwicklung der letzten Jahre verzeichnet werden:

Verwendung von Funktionen, die sich besser den Randbedingungen anpassen (elastisch eingespannte Platten, Ausbeulen dünner Wände, besondere orthogonale Funktionen).

Einführung von Iterationsmethoden für die Lösung von Differentialgleichungssystemen (Zylinderschalen).

Verwendung von komplexen Größen bei gewissen Verbundproblemen (z. B. Platten, Schalen, usw.).

## **2. Baustatische Methoden und numerische Berechnung.**

Fortschritte wurden erzielt durch die Verwendung der «statischen Analogien», wobei ein Tragelement durch ein anders ersetzt wird, das ihm statisch so ähnlich wie möglich, jedoch der rechnerischen Behandlung besser zugänglich ist (Schale einer Bogenstaumauer ersetzt durch einen Bogen-Balken-Rost; Zylinderschalen werden ersetzt durch einen Balken, usw.; umgekehrt z. B. Ersatz von Platte und Trägerrost einer Brücke durch eine orthotrope Platte).

Die statische Gleichwertigkeit kann vollständig oder teilweise sein und, im letzteren Falle, Anlass zu einer zusätzlichen Untersuchung geben. Es handelt sich dabei um eine Methode, die der gewohnten Denkweise des Ingenieurs ganz besonders angepasst ist, der sich in jedem einzelnen Falle über die Zulässigkeit der Methode Rechenschaft geben muss.

Die Praxis der numerischen Berechnung, deren wesentliches Kennzeichen der diskontinuierliche Charakter der Ergebnisse ist, leitet sich hauptsächlich von der «Differenzenrechnung» ab. Das vielleicht auffälligste Merkmal der Entwicklung ist, dass bei zahlreichen Fällen die Berechnung mit der «gewöhnlichen» Differenzenrechnung der verlangten Genauigkeit nicht mehr genügt. Man muss dann Verfahren mit besserer Annäherung zu Hilfe nehmen (Ersatz der Ausdrücke der Differenzenrechnung durch eine Taylorreihe, «Knotenlasten», usw.).

## **3. Experimentelle Methoden (Modellmessungen)**

Die Entwicklung ist auf diesem Gebiet besonders auffällig, wo die wesentlichsten Fortschritte die folgenden Punkte umfassen:

Neue Modellbaustoffe mit bemerkenswerten physikalischen und mechanischen Eigenschaften (sehr kleiner Elastizitätsmodul).

Verschiedene neue technische Verfahren, nicht nur zur Kontrolle des Spannungszustandes, sondern auch um zum vornherein die geeignete Form und Abmessungen der Konstruktionen festzulegen.

Verbesserte Anpassung der Modellmesstechnik zur Lösung von besonders verwickelten Verbundproblemen (schiefe Durchlaufplatten, elastische Einspannung der Staumauern, Setzung von Fundationen, usw.).

Neue und rasche Fortschritte dürfen mit Interesse erwartet werden.

## **4. Schlussfolgerung.**

Es ist bemerkenswert festzustellen, dass mehrere, besonders schwierige Probleme durch den gleichzeitigen Einsatz mehrerer, vollständig

verschiedener Methoden gelöst wurden; die in jedem Falle geeignete Kombination von strengen analytischen Verfahren, von baustatischen Methoden, der numerischen Berechnung und der Modellmessung führt zu brauchbaren Lösungen.

Diese Art des Vorgehens hat den grossen Vorzug, einen hohen Annäherungsgrad der Ergebnisse zu sichern. Der Vergleich der Ergebnisse der verschiedenen Methoden ist nicht nur äusserst lehrreich, sondern auch notwendig.

Dieses Vorgehen wird deshalb mit Recht mehr und mehr angewendet.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**