Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 5 (1956)

Rubrik: Vc. Safety (calculation against cracking, rupture a.s.o.)

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.10.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Vc1

The safety of prestressed concrete as affected by creep and fatigue

Die Sicherheit beim vorgespannten Beton unter Berücksichtigung des Kriechens und der Materialermüdung

Efeito da fluência e da fadiga sobre a segurança das estruturas de betão preesforçado

Influence du fluage et de la fatigue des matériaux sur la sécurité du béton précontraint

PROF. DR.-ING. A. M. FREUDENTHAL
Columbia University
New York

The safety of prestressed concrete beams differs in certain important aspects from the safety of simply reinforced beams This difference warrants a short discussion of the factors involved in the analysis of safety and in the establishment of rational safety factors for the two types of structures.

The safety of any structure must be considered in terms of the dual aspect of unserviceability and of collapse [1]. A structure may be reasonably safe with respect to collapse in terms of the probable maximum loading conditions but unserviceable, as in the case of structures that deform excessively under service loads in spite of relatively low stresses; or it may be serviceable but unsafe as, for instance, in the case of structures with inadequate internal mechanisms for rapid energy absorption, which might be subject to rather infrequent, but still possible, dynamic loads of high intensity.

The ratio between the collapse load and the limiting service load represents a rational «overloading factor» which is characteristic of the structure, but unrelated to the intensity and variation of the applied loads. Neither of the critical loads can be specified as a definite figure, but only as a probability function of service-and of collapse-carrying-capacities, in terms of load capacities associated with various probabilities of being exceeded (probability of «survival») or of not being reached (probability of «failure»). Their ratio can therefore be specified only as a probability

function, indicating the various likelihoods of occurence of certain values of this ratio, and thus the probability of a specific ratio, i. e. of a specific value of the «overload factor». Any satement concerning this factor can therefore be made only in terms of the probability of a structure to have a factor of not less than a certain specified value. While the safety factor, which is related to a certain spectrum of applied loads, governs the design of a structure with respect to this load, the «overload factor» represents the critical ratio for the rating of an existing structure.

The discussion of the safety of simply reinforced concrete structures is complicated by the fact that, primarly, collapse may be due either to failure of the concrete or to failure of the reinforcement; structures in which failure occurs simultaneously in both materials, because of the relatively high percentage of reinforcement involved in the creation of such conditions, are the exceptions rather than the rule. Unserviceability, which is usually associated with excessive deformation and objectionable cracking in the tension zone of the concrete, can be related to a critical strain in the tension zone and thus to the stress-level, under service conditions, in the reinforcement; the concrete strength properties, with the exception of the rather uncontrollable tensile strength, are not involved in the consideration of unserviceability.

The use of prestress in a reinforcement of adequate yield point increases, for a given concrete section and percentage of reinforcement, the applied load that is likely to cause unserviceability (cracking load); it does not, to any significant degree, affect the ultimate failure (collapse) load of the structure except in the infrequent case when collapse is primarily due to concrete failure or where, as in continuous beams, some «plastic» redistribution of stresses in the simply reinforced structure may result in a partial redistribution of moments which, because of the imminent collapse of a «plastically yielding» prestressed section, may not be possible in the prestressed structure. This fact results in an automatic reduction of the ratio between the collapse-and the unserviceability-loads, and thus in the «overload factor» of the prestressed in relation to the simply reinforced structure. It is the possibility of this reduction which, under the assumption of an adequate collapse capacity, constitutes the principal incentive to the use of prestressed concrete.

It should be kept in mind, however, that although the reduced overloading capacity is not in itself objectionable, provided the remaining safety factor is adequate, and the probability of failure by collapse is sufficiently low with respect to the spectrum of possible loads, there are certain features characteristic of prestressed concrete which tend to reduce the safety of such structures in relation to that of simply reinforced concrete. Particularly under conditions of repeated loading these effects may increase the probability of collapse beyond an acceptable figure, and thus endanger the life of the structure. These critical features are the creep of the concrete at the relatively early age when the prestress is applied, and the fatigue resistance of the highly prestressed reinforcement. The significance of both effects increases with increasing level of prestress and thus with increasing quality of the reinforcing wire used.

Recent investigations have demonstrated the pronounced non-linearity, with respect to stress, of the creep rate of concrete under sustained

stresses exceeding about one quarter of the 28 day compressive strength f_c [2]; such non-linearity produces non-linear stress distributions, as well as stress-relaxation in the reinforcement which, during the early stages, is far more rapid than under conditions of linear creep. It appears that in order to produce, in the extreme fibers, the level of prestress estimated on the basis of elastic theory, as required to eliminate concrete tension and to balance excessive loss of prestress by relaxation, a higher prestress would have to be applied than would appear necessary on the strenght of linear (elastic and creep) theories if the theoretical stress were to exceed the limit of linearity of about $0.25f_c$. The principal advantage of prestressing, i. e. the raised limit of serviceability, may thus be partly lost when the prestress is too high. Moreover, the creep rate of concrete varies rather widely with the type of cement, content of aggregate, water-cement ratio and curing procedure; it also varies between nominally identical test specimens. Hence, the prediction of concrete creep and prestress-relaxation is subject to a rather large range of error, which must be compensated by an increase in the required safety factor with respect to the condition of unserviceability. This, however, can only be achieved either by a reduction of the permissible maximum service load at the price of the economy of the structure, or by a commensurate increase in the prestress, a fact which will provide a further incentive for the use of high prestress.

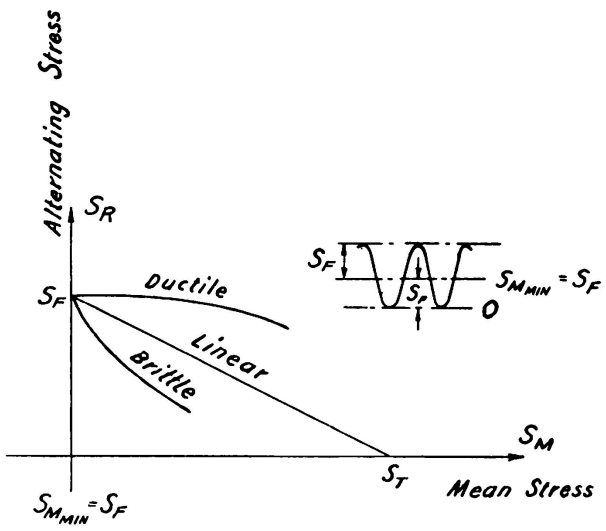

FIG. 1. Typical Fatigue Diagram showing the Relation between Amplitude of Reversed Stress S_R and Mean (Sustained) Stress S_M for Range of Stress Pulsation ($S_M > S_R$).

Considering, however, a typical fatigue diagram, as indicated in Fig. 1, it becomes evident that an increase in prestress seriously reduces the stress amplitude which can repeatedly be applied to the prestressing wire without causing fatigue fracture after a certain number of load applications. While very few fatigue test data for prestressing wires are available, particularly under the high mean stress representative of prestress, it may be assumed that, as is generally the case, the higher the static strength of a metal alloy, the higher its fatigue sensitivity. Considering, moreover, that the application of the prestress inevitably

induces severe stress-concentrations at the wire ends, such as screw-threads, sharp reentrant corners or tight grips with discontinous distribution of shear stresses, all of which seriously reduce the fatigue resistance of the wire, it appears likely that the collapse-capacity of a prestressed structure under repeated service loads might be decisively limited by the fatigue strength of the prestressing wire under the high mean stress induced by prestress and dead load and the stress-concentration effects of specific gripping arrangements applied.

The effective use of prestressed concrete for structures subject to dynamic loads will therefore largely depend on the results of investigations of the fatigue strength and notch-sensitivity of the prestressing wire under conditions of high mean-stress.

REFERENCES

1. A. M. FREUDENTHAL — *Proceedings, Am. Soc. Civil Engrs.*, vol. 80 (1954), No. 468.
2. A. M. FREUDENTHAL — *Preliminary Publication IABSE* (1956), Contribution to Question Ia.

SUMMARY

The concept of safety of prestressed concrete is discussed in terms of service and failure capacity, considering the effects of creep of concrete and of the fatigue sensitivity of the reinforcement at the high levels of prestress. The importance is discussed of the non-linearity with respect to stress of the creep-rate of concrete, as well as of the reduction, with increasing prestress, of the safe range of repeated load amplitudes.

ZUSAMMENFASSUNG

Der Verfasser behandelt das Sicherheitsproblem bei vorgespanntem Beton bezüglich Gebrauchs- und Bruchsicherheit. Dabei werden der Kriechvorgang und die Materialermüdung als Folge der hohen Vorspannungswerte berücksichtigt.

Als wesentliche Tatsache ist zu erwähnen, dass das Kriechmass des Betons nicht linear zum Druck verläuft und dass die Sicherheit für wiederholte Belastungsschwankungen mit erhöhter Vorspannung abnimmt.

RESUMO

O autor discute o conceito de segurança nas estruturas de betão preesforçado em relação às cargas de serviço e de rotura, considerando o efeito da fluência do betão e da sensibilidade à fadiga das armaduras, para prétensões elevadas. Discute também a importância da não-lineari-

dade da variação da fluência do betão em relação às tensões e da diminuição do limite de segurança da amplitude das cargas repetidas com o aumento da prétensão.

RÉSUMÉ

L'auteur discute la définition de la sécurité des structures en béton précontraint par rapport aux charges de service et de rupture, en tenant compte de l'effet du fluage du béton et de la sensibilité à la fatigue des armatures pour des valeurs élevées de la précontrainte. Il discute l'importance de la non-linéarité de la variation du fluage du béton par rapport aux contraintes ainsi que l'importance de la diminution de la limite de sécurité de l'amplitude des charges répétées avec l'augmentation de la précontrainte.

Leere Seite
Blank page
Page vide

Vc2

Etude des phénomènes de déformation élastique revêtant l'apparence plastique avant fissuration

Investigation of elastic deformation phenomena assuming plastic characteristics before crack formation

Untersuchung über das Problem der elastischen Formänderung, welche scheinbar als plastische Verformung vor der Rissbildung auftritt

Estudo dos fenómenos de deformação elástica de aparência plástica antes da fissuração

Y. GUYON
Paris

L'étude ci-dessous est surtout relative à des constructions hyperstatiques en béton précontraint, mais certaines de ses conclusions paraissent applicables aux constructions en béton armé.

Les essais sur de tels systèmes en béton précontraint ont démontré, avec certaines restrictions sur lesquelles nous ne nous étendons pas, que la rupture ne pouvait se produire sans une redistribution complète des moments, si celle-ci est nécessaire. Ils permettent ainsi un dimensionnement par des calculs à la rupture.

Ce dimensionnement est-il toujours acceptable pour la phase d'utilisation? Jusqu'ici l'appréciation de la possibilité d'utilisation est basée sur la sécurité à la fissuration.

Ce critérium peut être trop rigoureux, car une fissure n'est pas obligatoirement dangereuse, surtout en béton précontraint où elle se referme après disparition de la charge. On ne pourrait rien objecter d'ailleurs à ce que les sections critiques, où une telle fissure risque de se produire exceptionnellement et temporairement, soient calculées en béton armé, et qu'elles soient munies des armatures non tendues éventuellement nécessaires.

Mais c'est là un autre sujet.

Acceptons provisoirement le critérium de la fissuration. Quelle est l'étendue de la phase de non fissuration? Là encore il y a discussion.

Pour la plupart des ingénieurs, elle coïncide, à très peu près, avec l'étendue de la phase élastique. On ne bénéficierait alors nullement, si on accepte le critérium ci-dessus, d'une surabondance de sécurité à la rupture, dûe à des redistributions.

Or, nous avons observé dans certains de nos essais des charges de fissuration notablement supérieures à cette limite, c'est-à-dire à la charge pour laquelle la contrainte de traction, calculée par les théories élastiques, est égale à la résistance à la traction mesurée sur prismes. Si ces suppléments de charge admissible sont confirmés et si on en voit les raisons, peut-on en bénéficier et comment?

*

Nous avions attribué ces grandes résistances apparentes à des phénomènes plastiques en traction.

Les discussions susvisées nous ont amené à faire de nouveaux essais subventionnés par la CHAMBRE SYNDICALE DES CONSTRUCTEURS EN CIMENT ARME DE FRANCE, pour déterminer la loi moment-courbure, sur six poutres *isostatiques* (de façon à connaître avec précision le moment); section rectangulaire 12 × 25, armées d'un rond de 6 mm à chaque angle; précontrainte au 1/3 inférieur par un câble d'environ 20 t.; portée 4 m.; deux charges égales P à 1 m. de chaque appui; la courbure était mesurée dans la partie centrale par un curvimètre de 1 m. de longueur, à trois plots dont un mobile et relié à un comparateur.

Sur la Fig. 1: diagramme moment-courbure pour une des poutres. Sur la Fig. 2: diagrammes pour les 6 poutres, mais seulement jusqu'à la fissuration.

Dans la loi $\frac{d\alpha}{ds} = f(M)$ que nous cherchons à connaître, il faut prendre pour état origine l'état sous moment nul. La charge correspondante est celle qui engendre un moment opposé au moment de précontrainte. Sa détermination implique la connaissance de l'effort de précontrainte, toutes relaxations déduites. Nous avons déterminé cette valeur *actuelle* de l'effort de précontrainte aussi exactement que possible et indiqué sur la Fig. 2 l'état origine et le moment de fissuration, déterminé également par une observation aussi précise que possible. Deux des poutres (5 et 6) ont été essayées à l'endroit (câble en bas) et à l'envers, dans le but d'étudier la différence de comportement des bétons en fonction de leur position par rapport au câble et de leur état de précontrainte.

La description de ces essais sortirait du cadre de cette note, et on pourra pour le détail se reporter aux comptes-rendus du 2ème Congrès de la Précontrainte (Amsterdam 1955).

La conclusion en est que, *sur les poutres essayées,* (restriction nécessaire, la loi $\frac{d\alpha}{ds}$ pouvant dépendre de nombreux paramètres), les phénomènes plastiques ont une importance faible avant fissuration. Ils sont même pratiquement inexistants pour la face la plus éloignée du câble (essai à l'envers des poutres 5 et 6). En conséquence, l'explication par la plasticité en traction des résultats obtenus doit être abandonnée, tout au moins comme terme principal.

Or parmi les essais que nous avions faits antérieurement, reprenons deux exemples (1).

Le premier exemple est celui d'une poutre continue à deux travées de 4 m. de portée, précontrainte par une câble parabolique à courbure négative suivant Fig. 3 (en pointillé, la courbe de pression de précontrainte, qui diffère du câble par suite des réactions parasites). Cet essai avait pour but d'étudier le comportement d'une poutre mal précontrainte sur appui et

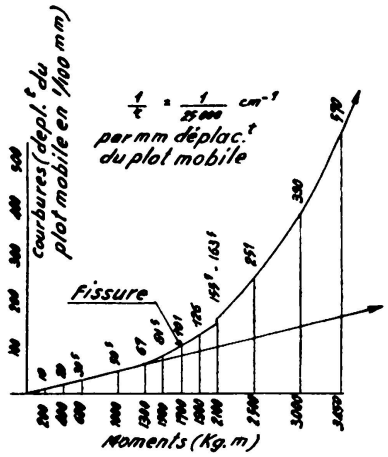

FIG. 1

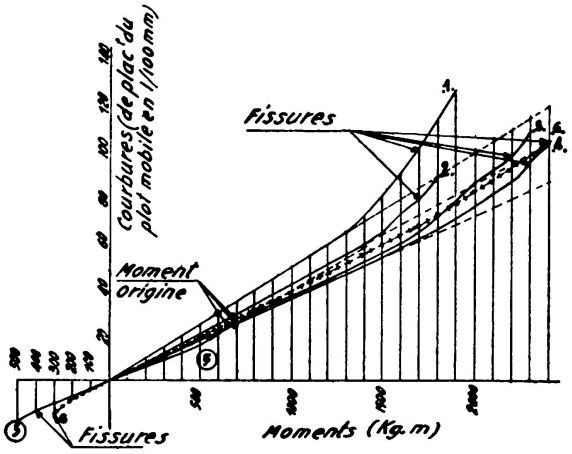

FIG. 2

bien en travée, et dans laquelle les câbles sont, géométriquement, au contraire, bien placés sur appui et mal en travée, ce qui peut se produire dans des cas pratiques de câblage.

Cette poutre était soumise à une charge P au milieu de chaque travée; moment sur appui: $-6\frac{Pl}{32}$, en travée $+5\frac{Pl}{32}$. Résistance à la traction sur prismes $(\frac{6\,M}{bh^2})$ 43 à 50 k/cm². Calculée élastiquement sur la base d'une résistance à la traction de 50 k/cm², la charge P de fissuration aurait dû être de 735 k. En admettant que la résistance à la traction ait pu atteindre, comme dans les essais Fig. 2, 70 k/cm² (ce relèvement de la résistance posant déjà un premier problème), la charge de fissuration aurait dû être 1080 k.

Elle a été observée à 2000 k. avec une ouverture de $\frac{2{,}5}{100}$ mm sur 3 cm. de hauteur

En admettant (car la charge précédente, (pour laquelle l'observation n'avait pas rélévé de fissure, était de 1700 k.) que la fissure a pu se produire à 1800 k., la différence de près de 100 % et la forme des diagrammes des jauges électriques reste à expliquer:

Les diagrammes en traction, et notamment celui de la jauge 42 sur appui ont des allures plastiques avant fissuration. Les diagrammes en

(1) Se reporter pour le détail: pour l'exemple de poutre, à la revue «Travaux» (Avril-Mai-Juin--Juillet 1954; pour l' exemple de dalle, à un compte-rendu publié dans les Annales de l'I. T. B. T. P. (Novembre 1955).

compression (jauge 45) restent au contraire sensiblement linéaires alors que d'après les calculs élastiques la contrainte de compression passerait de 146 k/cm² à 257 k/cm². Ceci semble montrer que le moment calculé n'a pas été atteint. Sur la base d'une charge de fissuration P = 2000 k. considérée comme charge d'utilisation, la sécurité à la rupture (P = 3800 k.) serait de 1,9.

Le deuxième exemple est celui de dalles de 1,25 m. × 3 m. et de 8 cm. d'épaisseur, faisant partie d'un ensemble de 6 (3 × 2) dalles semblables limitées par un quadrillage de quatre poutres et trois entretoises, précontraintes à 15 k/cm² dans le sens de leur portée (1,25 m.) et 24 k/cm² dans l'autre.

On a chargé sucessivement chacune de ces dalles par une charge P répartie sur un carré de 15 cm × 15 cm en son centre. Le calcul élastique est un peu incertain, mais des hypothèses vraisemblables, qui

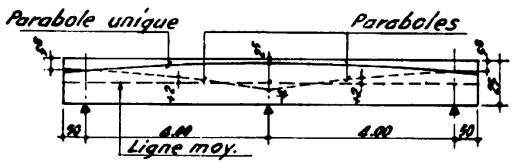

FIG. 3

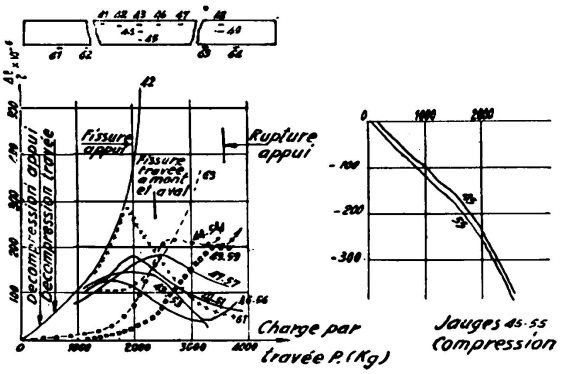

FIG. 4

s'accordent avec les mesures faites aux jauges au début du chargement, conduisent à attribuer au moment du centre une valeur de 0,18 P. La résistance à la traction ($\frac{6\,M}{bh^2}$) était de 38 k/cm².

D'après les calculs élastiques, la charge de fissuration aurait dû être de 3200 k. Elle a toujours dépassé 4000 (4100 – 4300 – 4300 – 4300 – 4800).

Le calcul pourrait être contesté, mais les diagrammes des jauges électriques au centre sur la face tendue (Fig. 5) ne laissent aucun doute sur l'existence d'une modification aux environs de 3000 k. et quelquefois avant.

Dans ces deux exemples, les diagrammes des allongements revêtent une apparence plastique.

Or nous avons rejeté l'hypothèse d'une plasticité effective en traction.

Les phénomènes plastiques en compression, qui pourraient intervenir dans certains cas (ce qui ne ferait qu'augmenter les possibilités d'adaptation) ne paraissent pas ici en cause: allure des diagrammes de compression pour la poutre, valeurs trop faibles des contraintes pour la dalle. Quant à l'acier, il est certainement très loin de sa phase plastique.

On est conduit à admettre que les phénomènes ont été pratiquement élastiques pour chacun des matériaux, mais que la définition du système

s'est modifiée d'une façon progressive, sans altération *apparente* de la zône en pré-fissuration.

Il faut pour cela qu'au système porteur initial puisse succéder un deuxième système porteur, conservant l'intégrité, *réelle ou apparente,* des zônes en question.

Nous soulignons le terme *apparent,* car il ne semble pas que de tels changements de définition puissent se produire sans rupture de contact,

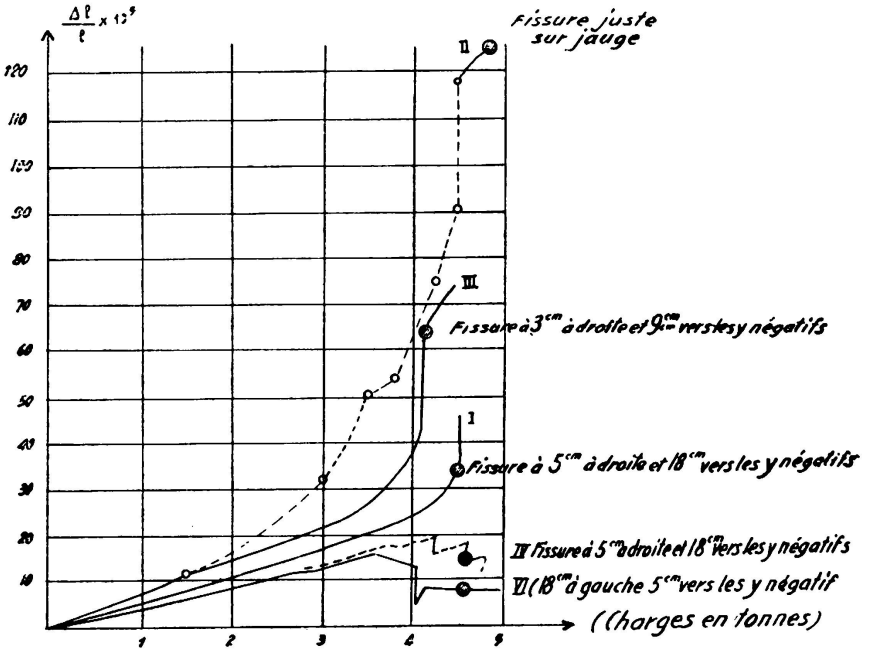

FIG. 5

donc sans fissures au sens strict du terme. Mais celles-ci peuvent sous les augmentations de charge:

1° – ou rester infinitésimales, et par conséquent non perceptibles ce qui pratiquement, sauf dans certains cas où l'étanchéité est en cause, équivaut à l'absence de fissuration.

2° – ou ne pas s'ouvrir, par suite de la naissance d'efforts normaux et de moments qui referment la fissure dès qu'elle tente de s'ouvrir, ou encore:

3° – s'ouvrir légèrement puis se stabiliser à cette ouverture ce qui signifie stabilisation en hauteur; nous avons constaté ce phénomène sur les dalles.

Les phénomènes de plasticité apparente, pour la poutre suivant Fig. 3 aussi bien que pour les essais Fig. 2, seraient ainsi principalement la conséquence d'une surtension élastique des câbles de précontrainte lors de l'ouverture de fissures naissantes, lesquelles resteraient imperceptibles sous des accroissements notables de charge si elles sont bien réparties par des aciers non tendus de petit diamètre. Dans ce cas il y aurait remplacement d'un premier système — béton précontraint — par un deuxième

système — béton armé — au premier stade de son fonctionnement. Pour les dalles, il y aurait substitution progressive d'un système de bielles porteuses au système élastique initial.

Il y a peut-être en plus une augmentation réelle et intrinsèque de la résistance à la traction du fait du durcissement sous compression; mais cela n'expliquerait (et pas toujours) qu'un retard à la fissuration et non des apparences de plasticité.

*

L'hypothèse de surtension des aciers pourrait expliquer la dissymétrie observée (Fig. 2) dans le comportement en traction de l'arête côté câble et de l'arête opposée au câble. Elle fournirait également partiellement une explication aux phénomènes observés sur la poutre suivant Fig. 3 et 4. Nous ne pouvons dans le cadre dont nous disposons développer ce sujet. Disons seulement que par rapport à la charge de fissuration calculée élastiquement sur la base d'une résistance R' à la traction de 50 k/cm² et qui serait de P = 735 k. les augmentation ΔP justifiables seraient les suivantes:

a) la résistance R' apparente (essais Fig. 2 pour des section soumises à un même effort de précontrainte que la poutre continue) passerait de 50 à 70 k/cm². D'où $\Delta P_1 = 345$ k.

b) l'allongement unitaire au niveau du câble (jauge 42) est d'environ 300×10^{-6} avant fissuration; d'où, si l'adhérence est assurée grâce à une bonne injection, une augmentation de l'effort normal (surtension du câble) de 1400 k. On montre facilement que les variations (positives ou négatives) de l'effort de précontrainte tout le long du câble forment un système d'efforts concordants; le supplément d'effort de 1400 k. conserve donc l'excentricité de + 10 cm. du câble. D'où $\Delta P_2 = 226$ k.

c) surtension également des aciers doux placés aux angles. D'où $\Delta P_3 = 73$ k.

d) la plasticité, quoique faible, n'est pas absolument nulle (essais 2), la courbure lors de la fissuration pouvant être d'environ 20 % plus forte que la courbure $\frac{M}{EI}$ calculée élastiquement. Or $M = -0{,}04 \times 21.600 - 6\frac{Pl}{32} + (1400 \times 0{,}10 + 378 \times 0{,}105)$. (précontrainte + charge + surtension) ; soit avec: $P = 735 + 345 + 226 + 73 = 1379$ kg., $M = -1726$ kgm. Cette augmentation de courbure sur une longueur de 1 m. environ de part et d'autre de l'appui (longueur soumise aux moments négatifs) est équivalente à une rotation ω d'appui, d'où possibilité de porter une charge supplémentaire ΔP_4 sans augmentation du moment sur appui. En estimant la valeur moyenne de l'augmentation de courbure au 1/3 de sa valeur maxima on trouve: $\Delta P_4 = 173$ k.

On justifie ainsi une charge de fissuration de 1550 k.

Pour arriver à la charge de fissuration réelle, évaluée ci-dessus à 1800 k. il faudrait admettre que la plasticité joue un peu plus que suivant l'estimation précédente, ce qui n'est pas impossible étant donné la position du câble, mais ce qui nécessiterait de nouveaux essais.

L'explication de la majoration *a)* n'est pas très claire et nous espérons pouvoir donner d'autres résultats d'essais au Congrès; les majorations *b) c) d)* sont vraisemblablement l'effet d'une fissuration non perceptible; l'allongement unitaire de 300×10^{-6} correspondrait, pour l'écartement (observé) de 10 cm. entre fissures à un seuil de visibilité de 3/100 mm. Nous estimons qu'une telle microfissuration équivaut à l'absence de fissuration. On peut, dans une certaine mesure, augmenter l'amplitude de ces phénomènes par des dispositions convenables des câbles en les plaçant le plus près possible des arêtes tendues, et en diminuant l'écartement des fissures grâce à des aciers non tendus à adhérence renforcée. On constatera d'ailleurs en général que la section ainsi armée, les câbles étant considérés eux-mêmes comme armatures, satisfait aux règles habituelles du béton armé en flexion composée; mais elle conserve en pratique les avantages du béton précontraint.

*

Les phénomènes sont beaucoup plus nets sur les dalles, parce que les systèmes porteurs successifs sont plus différenciés. Nous ne considèrerons que des dalles continues, ou encastrées sur des poutres capables de résister aux réactions des systèmes porteurs successifs. Ces conditions sont d'ailleurs usuelles, et n'impliquent pratiquement d'autre restriction qu'une vérification du dimensionnement des poutres de bord.

Longueur des côtés 2a et 2b ($b > a$); x et y coordonnées de sens parallèles à a et b; moments par unité de longueur m_x ou m_y (coupes perpendiculaires à a ou b), moment de torsion m_{xy}. Pour $\frac{b}{a} > 2{,}5$ les moments au voisinage du centre sont approximativement les mêmes que dans une dalle infiniment large; pour simplifier, nous supposerons qu'il s'agit d'une telle dalle infiniment large.

Elle peut être considérée comme une poutre infiniment large en ce sens que, sur une coupe parallèle au grand côté la résultante des moments m_x est égale au moment M_x que les charges engendreraient dans une poutre de même portée, avec mêmes conditions d'appui. Mais au lieu d'être uniforme comme dans une poutre étroite, la loi de répartition du moment m_x est variable, avec une grande concentration des moments au centre de la section et affaiblissement rapide quand on s'éloigne du centre. Pour simplifier le langage nous appellerons bande un élement étroit de sens x, compris entre les ordonnées y et $y + dy$ comptées à partir du petit axe. Nous considérerons en principe des charges réparties sur un rectangle concentrique à la dalle, de dimensions 2 u et 2 v dans les sens x et y. Nous supposerons d'autre part que les conditions d'appui

sont telles que le moment au centre est supérieur en valeur absolue au moment sur appui.

Faisons croître les charges. Si pour schématiser, d'une façon incorrecte mais qui ne prête pas à confusion, nous considérons que la portance est assurée par des bandes jointives, la bande centrale atteint la première sa limite de résistance à la fissuration, c'est-à-dire son allongement de rupture sur la face inférieure, tandis que les bandes latérales présentent des réserves de résistance, d'autant plus grandes qu'elles sont plus éloignées du petit axe. Nous sommes à la fin de la phase élastique.

Supposons que la bande centrale se fissure. Cette fissure ne peut s'ouvrir, du fait: d'une part de l'invariabilité de longueur de la face inférieure, maintenue par les dalles voisines ou par les poutres de bord (qui doivent par conséquent avoir une raideur suffisante dans le plan de la dalle) ; d'autre part de la liaison par adhérence avec les bandes contigües. Il naît donc immédiatement des tensions internes: poussées excentrées (donc effort normal et moment) sur la bande chargée elle-même; cisaillements excentrés équivalents à un effort de cisaillement centré et à un moment de torsion sur chacune des faces verticales limitant la bande centrale, et par réaction efforts et moments opposés sur la face limitant la bande latérale contigüe. Nous désignerons ces tensions internes — moments, efforts normaux, cisaillements — par $\mu\ \nu\ \tau$. Nous avons trouvé par le calcul que les moments μ_x qui prennent naissance sur la bande chargée sur les deux bords de la fissure et qui empêchent celle-ci de s'ouvrir sont transmis jusqu'aux appuis sans modification c'est-à-dire que l'on retrouvait sur toute section de cette bande, faite perpendiculaiiement à la portée, la même loi de μ_x qu'en bordure de fissure.

Les efforts qui s'exercent d'autre par sur les faces limitant les parties latérales adjacentes à la bande chargée engendrent dans les parties latérales un certain état d'équilibre: flexion et torsion (un moment de flexion μ_x étant créé par la variation $\frac{d\ \mu_{xy}}{d\ y}$ du moment de torsion quand on s'éloigne de la bande centrale) et effort normal ν_x créé par la variation $\frac{d\tau}{dy} . \nu_x$ est une traction au milieu de la portée puisqu'il s'oppose à l'ouverture de la fissure; les bandes latérales jouent ainsi le rôle d'armatures à très grande adhérence. L'état d'équilibre correspondant à toutes ces tensions internes se superpose à l'état élastique:

1° – sur la bande chargée le moment au centre n'augmente plus, ou n'augmente plus que lentement; le moment d'encastrement augmente pour fournir la réaction au moment μ_x négatif stabilisant l'ouverture de la fissure et à l'effort ν_x excentré.

2° – les bandes latérales contigües à la bande chargée, qui étaient très près de la limite sont soumises à des moments μ_x positifs et deviennent limite à leur tour; le phénomène se propage donc, avec les mêmes caractères que sur la bande centrale, le long du grand axe, c'est-à-dire: augmentation du monument m_x par suite de l'accroissement

des charges et de l'action des moments internes μ_x jusqu'à ce que m_x atteigne la valeur limite correspondant à la fissuration, puis stabilisation de la fissure par naissance de moments $-\mu'_x$ (négatifs) se transmettant à l'appui. D'où une tendance à l'égalisation des moments m_x le long du grand axe et le long des appuis, et d'autre part création d'une ligne (le grand axe) sur laquelle la fissure existe en puissance, mais est maintenue fermée par l'action des tensions internes.

On a dans ce stade un deuxième système porteur, qui fonctionne encore par flexion et élastiquement, mais qui se transforme sans cesse, et qui prend à son compte une fraction de plus en plus importante des accroissements de charge.

La fissure apparaîtra lorsque les déformations dûes aux transmissions seront suffisamment grandes pour que cette fissure devienne perceptible.

Il est difficile de préciser a priori la majoration de charge — par rapport à la fin de la période élastique — correspondante. Disons seule-

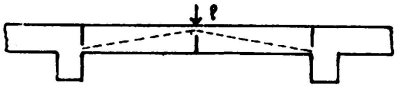

FIG. 6

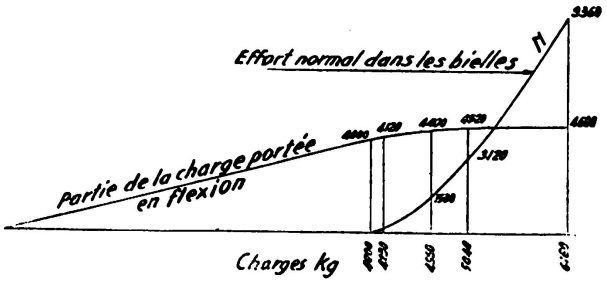

FIG. 7

ment que si l'on suppose que cette perception devient possible lorsque, sur la bande centrale, le moment sur appui a atteint à son tour la valeur de fissuration, on retrouve sensiblement les résultats observés.

Autrement dit, soient m_0 et m'_0 les moments au centre et sur appui correspondant à la fin de la période élastique, m_0 venant d'atteindre la valeur de fissuration; soit k le coefficient de majoration des charges tel que le moment $-m'$ atteigne à son tour la valeur de fissuration, donc $-m_0$. Le moment μ_x qui a stabilisé la fissure au centre est évidemment $-(km_0-m_0)$; le moment sur appui devient $-km'_0+\mu_x=-km'_0-(km_0-m_0)$; il est égal à $-m_0$. D'où $k=\dfrac{2\,m_0}{m_0+m'_0}$. On avait pour les dalles essayées en admettant un demi encastrement $m = 0{,}185\,P$; $m' = 0{,}085\,P$. On aurait alors $k = 1{,}37$ ce qui est approximativement le résultat observé.

Le deuxième système porteur a donc maintenu ainsi l'intégrité de la section en état de pré-fissuration. Il s'agit sans doute d'une intégrité apparente, donc d'une micro-fissuration, mais l'observation minutieuse, avec des oculaires permettant de déceler des fissures de qualques millièmes de millimètre, n'a rien révélé tant que la charge n'a pas atteint la valeur majorée ci-dessus.

La fissure s'est ensuite propagée le long du grand axe, ce qui est conforme aux hypothèses ci-dessus.

Mais elle s'est propagée sans aucune augmentation pratique de son ouverture au centre; elle restait parfaitement invisible à l'oeil nu, jusqu'à ce que sa longueur soit devenue de l'ordre de grandeur de la portée, ce qui a eu lieu sous une charge environ double de celle sous laquelle la première fissuration était apparue au centre (8 t.). Ensuite, a commencé la véritable fissuration, en étoile, avec ouverture progressive des fissures déjà ouvertes.

Ce phénomène de stabilisation en ouverture, donc en hauteur, de la fissure le long du grand axe nous paraît important, car cette fissure ne constitue aucun danger. Il est indifférent en ce qui concerne la conservation des aciers qu'une fissure ait 1 cm de longueur ou 1 m; seule l'ouverture importe, et une ouverture de quelques centièmes de millimètre, se refermant dès disparition de la charge ne peut être considérée comme dangereuse. C'est à celà que nous faisions allusion en disant au début que le critérium de la première fissuration peut être trop rigoureux.

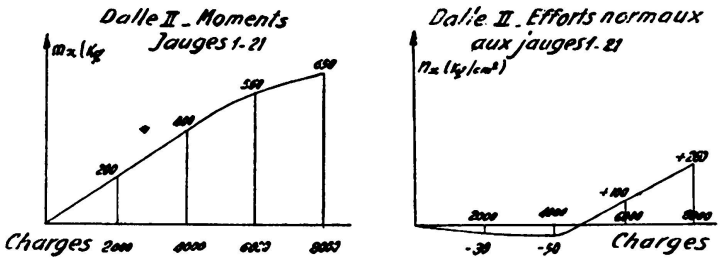

FIG. 8

Le phénomène de stabilisation de la fissure semble dû à l'apparition d'un troisième système porteur que mettent en évidence les diagrammes des déformations mesurées par les jauges électriques. Si l'on admet qu'on a atteint le stade de fissuration au centre et sur appui, toute déformation verticale dûe à un accroissement de charge met en compression deux bielles issues de la charge et descendant vers les appuis, par suite de la différence de niveau entre les articulations auxquelles ou peut assimiler les sections de béton non fissuré. Les bandes ainsi fissurées fonctionnent donc à la fois en flexion et en système de bielles. Mais au fur et à mesure que la fissure s'étend en hauteur et en largeur (propagation le long du grand axe) la raideur du système en flexion diminue, et celle du système bielles augmente parce que les largeurs de ces bielles sur appui augmentent, les fissures sur appui se propageant en largeur. Les accroissements infinitésimaux d P de charge se partagent à chaque instant entre les deux systèmes proportionnellement à leurs raideurs, la raideur étant définies par le rapport $\frac{\text{charge}}{\text{déformation verticale}}$. On peut en déduire les charges portées, à un stade quelconque du chargement, par l'un et l'autre système. Nous ne pouvons donner ici ce calcul.

Disons seulement qu'il permet d'évaluer le moment dans le système en flexion et l'effort normal N dans le système bielles, en fonction de la charge. Les lois ainsi calculées sont représentées sur la Fig. 7. Ce sont des lois à apparence plastique, quoique les phénomènes soient restés constamment élastiques, la plasticité apparente étant dûe à la substitution progressive du système bielles au système flexion. Elles sont conformes, si on ne considère que l'allure générale, aux lois observées à l'aide des

strain-gauges, mais il n'y a pas concordance entre les valeurs calculées et observées, les valuers calculées étant trop fortes pour les efforts N et trop faibles pour les moments. On retrouve une concordance satisfaisante si on admet que les bielles ne descendent pas seulement vers les appuis, mais forment un cône sensiblement de révolution, ce qui modifie l'idée qu'on se faisait du troisième système porteur.

Les efforts N sont des efforts *qui s'ajoutent à la précontrainte* et comme l'effort total de précontrainte sur une section transversale est constant (l'effet des surtensions d'acier étant ici faible) il faut pour que l'effort normal augmente dans certaines zônes, qu'il diminue dans d'autres. Autrement dit les bielles poussent sur les poutres de bord, sur une certaine largeur, et ces poutres de bord, grâce à leur rigidité mettent en tension (c'est-à-dire décompriment) des zônes latérales plus éloignées. Il y a donc redistribution à la fois des moments et de la précontrainte. Ces redistributions sont mises en évidence par les jauges électriques; les moments sont mesurés par la différence et les efforts normaux par la somme des indications des jauges supérieure et inférieure. La Fig. 8 représente à titre d'exemple les moments m_x et les efforts normaux n_x mesurés à 10 cm. du centre sur le petit axe pour une des dalles. On trouvera des renssignements plus détaillés dans le compte-rendu d'essai publié dans les Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics.

La fig. 6 fait comprendre pourquoi les fissures n'augmentent pas d'épaisseur pendant la substitution du troisième système porteur au deuxième, la partie de la fissure centrale au-dessus du niveau de l'articulation d'appui se refermant lorsque l'articulation centrale baisse. A noter que, contrairement à ce qu'on aurait pu penser on n'a noté aucune fissure à l'appui sur la face supérieure pendant ce stade.

Nous avons ci-dessus fait des hypothèses qui, quoique s'accordant dans l'ensemble avec les résultats observés, nécessiteraient des vérifications.

Nous avons essayé d'en faire une. Nous avons pris une des poutres des essais suivant Fig. 1 et 2 (la poutre 5 que nous n'vions fissurée qu'à l'envers) et l'avons butée aux extrémités sur deux fers U eux-mêmes reliées par un tirant constitué par un U de 200 de part et d'autre des poutres. Nous avons posé cette poutre sur les mêmes appuis que les autres poutres préalablement essayées et déterminé la loi moment-courbure de la même façon. Le tirant peut être considéré comme figurant les parties latérales de la dalle et les U butant les extremités de la poutre comme les poutres de bord de cette dalle. Nous avons obtenu le diagramme suivant Fig. 9 qui comporte: une première pahes élastique, une phase de raccordement, puis une deuxième phase élastique complètement différente

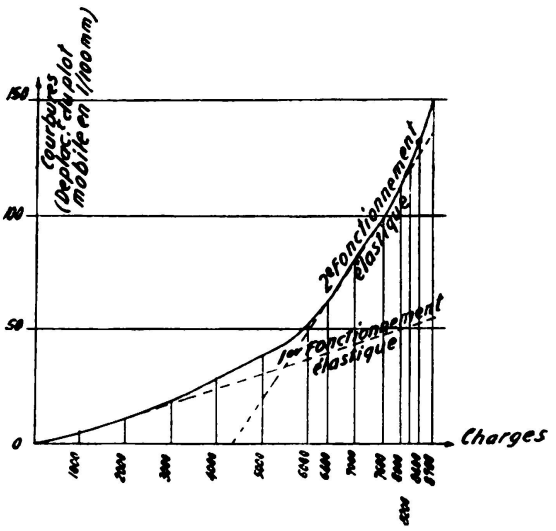

FIG. 9

de la première. La fissure (3/100 mm) n'a été perçue qu'à la fin de cette deuxième phase élastique.

On conçoit que de tels phénomènes puissent être utilisés pour augmenter la résistance à la fissuration dans de nombreux systèmes de construction; par exemple dans des ossatures à cadre, à condition de créer les appuis nécessaires (planchers par exemple) aux réactions des systèmes porteurs sucessifs.

RÉSUMÉ

L'hypothèse de plasticité en traction doit être rejetée pour expliquer les valeurs élevées des résistances à la fissuration obtenues dans certains essais de constructions hyperstatiques en béton précontraint et des explications élastiques doivent être recherchées. Elles paraissent consister dans la succession de systèmes porteurs différents, maintenant l'intégrité réelle ou apparente des zônes en pré-fissuration. Ces phénomènes peuvent être observés dans certains cas pour des poutres et plus nettement pour des dalles; il faut essayer d'organiser les constructions de manière à en bénéficier au maximum; et en particulier pour les dalles les pièces de bords doivent être dimensionnées pour résister aux réactions des systèmes porteurs successifs possibles.

SUMMARY

The assumption of plastic strains must be rejected in order to explain the high values of tensile stresses obtained in certain tests conducted on prestressed concrete statically indeterminate structures. The explanation must lie in the presence of elastic strains. It seems that a succession of different carrying systems takes place, which maintains a real or apparent integrity of the zones subjected to an early cracking. These phenomena may be observed in certain cases for beams and more clearly for slabs; structures must be designed in such a way as to benefit to a maximum of these phenomena; in the particular case of slabs, edge beams must be designed to resist the reactions of the various possible carrying systems.

ZUSAMMENFASSUNG

Die Annahme einer plastischen Formänderung im Bereich der Zugspannungen muss zur Erklärung der hohen Rissfestigkeitswerte, welche bei Versuchen an statisch unbestimmten Vorspannkonstruktionen ermittelt wurden, abgelehnt und eine Erklärung im elastischen Bereich gesucht werden. Das Zusammenwirken verschiedener Tragsysteme scheint tatsächlich oder scheinbar den Zusammenhang der betr. Zonen vor dem Auftreten der Risse zu bewirken. Diese Vorgänge lassen sich in bestimmten Fällen bei Balkenträgern, ausgesprochen jedoch bei Platten, beobachten. Bei der Berechnung von Tragwerken sollte man diesem Umstand

gebührend Rechnung tragen, um möglichst viel dabei herauszuholen. Insbesondere müssen die Randträger bei Platten so bemessen werden, dass sie die Kräfte der zusammenwirkenden Tragsysteme aufnehmen können.

RESUMO

Deve rejeitar-se a hipótese da plasticidade do betão em tracção para explicar os valores elevados da resistência à fissuração obtidos em certos ensaios de estruturas hiperstáticas de betão preesforçado, sendo de encarar então explicações baseadas na elasticidade. Estas parecem dever ser constituídas pela sucessão de sistemas portantes diferentes que mantêm a integridade real ou aparente das zonas em pré-fissuração. Estes fenómenos, em certos casos, aparecem mais em vigas do que em lajes; uma estrutura deve ser feita de modo a beneficiar ao máximo destes fenómenos devendo, em especial, as vigas de bordadura das lajes serem dimensionadas para poderem resistir às reacções dos sistemas portantes sucessivos possíveis.

Leere Seite
Blank page
Page vide