

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 3 (1948)

**Artikel:** Contribution à la détermination de la courbe de dispersion des résultats  
d'essais sur éprouvettes d'acier doux

**Autor:** Cassé, M.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-4044>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 22.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Va3

### **Contribution à la détermination de la courbe de dispersion des résultats d'essais sur éprouvettes d'acier doux**

### **Beitrag zur Bestimmung der Streuungskurve der Versuchsergebnisse von Probestücken aus Flusstahl**

### **A contribution to the determining of the curve of dispersion of trial results on test pieces of mild steel**

M. CASSÉ

Ingénieur à la Division des Ouvrages d'Art de la S. N. C. F., Paris

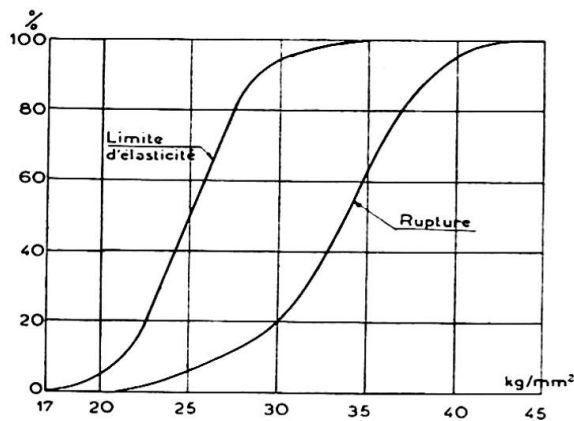
Le rapport présenté au Congrès par M. Robert Lévi montre que la ruine d'une construction, considérée comme liée à la probabilité que la contrainte effective  $P$  dépasse la contrainte-limite  $R$ , dépend, en fait, de la probabilité, pour  $P$  et  $R$ , d'atteindre une valeur  $C$  qui peut être déterminée quand on connaît les lois de dispersion de  $P$  et de  $R$  dans une zone très limitée comprenant  $C$ . Le présent rapport a pour objet d'indiquer les recherches faites en France en vue de déterminer, pour l'acier de construction de ponts et charpentes, l'allure de la dispersion de  $R$  dans la zone en cause. Nous donnerons, au cours du Congrès, les résultats des essais entrepris et les premières conséquences qu'on en paraît pouvoir tirer.

#### **Aspect général de la dispersion des résultats d'essais**

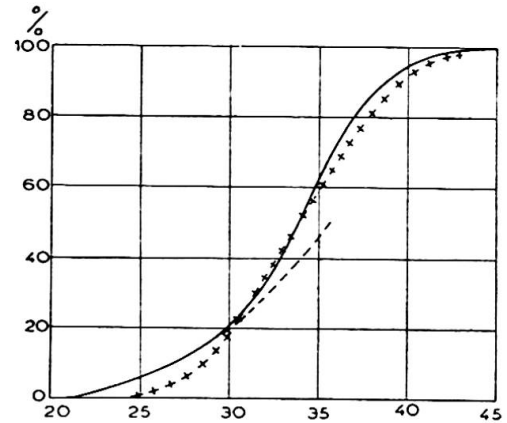
Si l'on effectue un grand nombre d'essais de traction sur des éprouvettes recueillies sur divers ouvrages et qu'on les représente en portant en abscisses les résistances  $X$  obtenues et en ordonnées la proportion des essais ayant donné des résistances inférieures à  $X$ , on obtient des résultats tels que ceux indiqués sur la figure 1. Elles correspondent ici aux mesures effectuées par les Chemins de fer français sur des éprouvettes de vieux fer découpé dans des ouvrages en service <sup>(1)</sup>. Deux constatations apparaissent immédiatement :

---

<sup>(1)</sup> R. VALLETTE, *Etude sur les vieux tabliers en fer du Réseau de l'Etat français* (Mémoires de l'A. I. P. C., vol. IV, p. 573).



**Fig. 1.** Dispersion des résultats d'essais de traction sur éprouvettes de fers puddlés prélevées sur de nombreux ouvrages anciens.



**Fig. 2.** Ajustements d'après des lois de Laplace-Gauss des courbes de dispersion de la figure 1.

1° Les courbes ne sont pas symétriques par rapport au point qui correspond à la moyenne des observations;

2° Les courbes ne présentent pas la même allure pour les limites de rupture et pour les limites élastiques.

Il en résulte :

a) Que les courbes ne peuvent être considérées, dans toute leur étendue, comme satisfaisant à une loi de Laplace-Gauss;

b) Qu'il est important de choisir le plus judicieusement possible le critère de ruine pour l'évaluation correcte de la sécurité.

Pour l'expression des résultats sous forme générale, il est commode de substituer à la loi réelle de dispersion une loi de Laplace-Gauss qui lui soit équivalente dans la zone où elle peut affecter la probabilité de ruine.

Si l'on fait l'ajustement pour les valeurs courantes (même point moyen et même probabilité de l'écart 0,5 <sup>(2)</sup> par exemple), les essais visés ci-dessus se représentent, pour la rupture, par la courbe en traits croisés de la figure 2. On voit que cette courbe ne convient plus du tout pour des essais donnant des résultats inférieurs de 4 kg/mm<sup>2</sup> à la moyenne; cependant ceux-ci se sont rencontrés une fois sur cinq. Une loi de Laplace-Gauss ayant les mêmes probabilités d'écarts 0,9 et 1,2 donne, au contraire, la courbe en traits pointillés qui concorde assez bien avec la courbe des essais dans la zone des faibles résistances. Il est clair que la première loi n'est d'aucune utilité pour l'appréciation des conditions de ruine résultant de valeurs anormalement faibles des résistances du métal.

La seconde, définie par 10 % seulement des essais, représente convenablement les résultats compris entre 1 et 1,4 écarts-unités; mais au delà, on aurait des différences notables que l'échelle adoptée pour la figure ne décèle pas et auxquelles le trop petit nombre de mesures effectuées enlève d'ailleurs une bonne part de leur signification.

<sup>(2)</sup> Il est rappelé qu'avec une loi de dispersion de Laplace-Gauss  $p_x = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2} dx$ , l'unité d'écart vaut  $\frac{1}{h}$ ; il y a une probabilité 0,8427 pour l'écart de se trouver entre +1 et -1 écart-unité, une probabilité 0,07865 d'obtenir des écarts en moins dépassant, en valeur absolue, l'écart-unité, une probabilité  $10^{-5}$  d'obtenir des écarts en moins dépassant 3 écarts-unités.

Or, les résultats que nous mentionnerons plus loin montrent que, pour une probabilité de ruine de  $10^{-5}$ , c'est la dispersion des résistances dans la zone de 1,5 à 2 écarts-unités qui est déterminante : la proportion des essais qui y correspond est d'environ 1,5 %. La courbe en traits pointillés n'est donc pas tout à fait celle qui convient pour notre objet. Pour déterminer celle-ci, il faudrait disposer, pour ces fréquences faibles, de résultats en nombre suffisant pour assurer son tracé. Pour escompter 150 résultats utilisables, c'est  $150 : 0,015 = 10\ 000$  essais qui sont nécessaires.

#### Résultats pratiques auxquels conduiront les essais sur la dispersion des résistances

Les essais à entreprendre pour déterminer la dispersion des résistances de l'acier doux prennent donc très vite une grande importance. Mais ils sont susceptibles de conduire à des résultats pratiques du plus grand intérêt. Pour en donner une idée, nous comparerons trois matériaux pour lesquels nous avons rassemblé des renseignements sur la dispersion des résistances à la rupture.

1° Vieux fers visés ci-dessus (fig. 2);

2° Aciers que la S. N. C. F. a été dans l'obligation d'employer pour sa reconstruction (fig. 3);

3° Aciers reçus normalement par la S. N. C. F. (fig. 3).

En ajustant ces courbes suivant une loi de Laplace-Gauss équivalente dans la zone des résistances faibles, on peut prendre pour caractéristique <sup>(3)</sup> :

*Fer puddlé :*

résistance moyenne 37,4 kg/mm<sup>2</sup>, avec un écart-unité de 11,4 kg/mm<sup>2</sup>

*Acier non réceptionné :*

résistance moyenne 46,2 kg/mm<sup>2</sup>, avec un écart-unité de 7,7 kg/mm<sup>2</sup>.

*Acier réceptionné :*

résistance moyenne 43,2 kg/mm<sup>2</sup>, avec un écart-unité de 0,8 kg/mm<sup>2</sup>.

Rappelons une représentation graphique de la probabilité composée. Si un événement dépend de deux variables aléatoires  $x$  et  $y$  indépendantes, satisfaisant respectivement à des lois de dispersion :

$$p_x = \frac{h_1}{\sqrt{\pi}} e^{-h_1^2 x^2} dx \quad \text{et} \quad p_y = \frac{h_2}{\sqrt{\pi}} e^{-h_2^2 y^2} dy ,$$

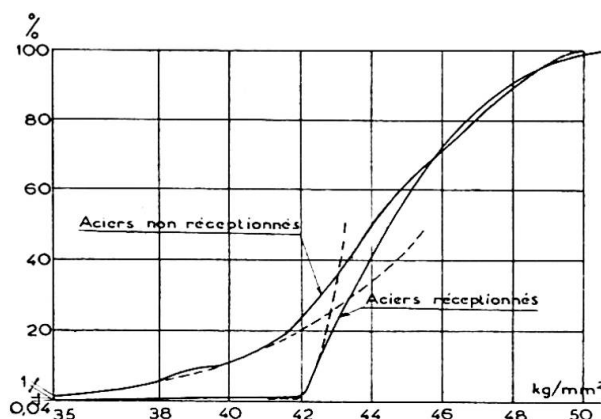
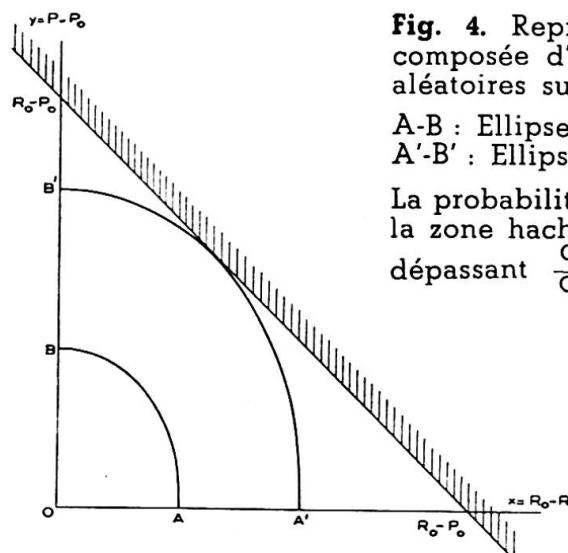


Fig. 3. Dispersion des résultats d'essais de traction sur aciers réceptionnés et non réceptionnés en forge et ajustements pour les faibles résistances sur une loi de Laplace-Gauss.

<sup>(3)</sup> Ces chiffres correspondent, non à l'ajustement des écarts, mais à celui des logarithmes des écarts, ce qui paraît plus satisfaisant puisque interviennent toujours des variations relatives. Il en est de même dans le reste de la note, mais les chiffres correspondants sont donnés en kg/mm<sup>2</sup>, de manière à rendre la lecture plus concrète.



**Fig. 4.** Représentation graphique de la probabilité composée d'un événement dépendant de 2 variables aléatoires suivant la loi de Laplace-Gauss.

A-B : Ellipse unitaire.

A'-B' : Ellipse homothétique.

La probabilité pour l'événement  $x, y$  de se trouver dans la zone hachurée est égale à la probabilité d'un écart dépassant  $\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB}$  dans une loi de Laplace-Gauss.

on peut tracer sur les axes rectangulaires  $Ox$  et  $Oy$  (fig. 4), une ellipse  $AB$ ,  $h_1^2 x^2 + h_2^2 y^2 = 1$  ayant pour demi-axes les écarts-unités des deux lois de dispersion. Les ellipses homothétiques centrées sur l'origine jouissent de la propriété suivante : la probabilité pour les variables  $x$  et  $y$  de se trouver simultanément au delà d'une tangente est la même pour toutes les tangentes à une même ellipse; cette probabilité est celle d'un écart égal au rapport d'homothétie.

Or, si l'on prend pour origine le point  $P_0 R_0$  (défini par les valeurs moyennes  $P_0$  et  $R_0$  de  $P$  et de  $R$ ) pour variables aléatoires  $R_0 - R$  et  $P - P_0$ , la probabilité de ruine est justement la probabilité que le point représentatif de  $P$  et de  $R$  se trouve au delà de la droite  $R = P$  qui coupe les axes aux points d'abscisses  $R_0 - P_0$ .

L'ellipse de la famille ci-dessus tangente à la droite  $R = P$  donne la probabilité de ruine, laquelle est égale à la probabilité, dans une répartition de Laplace-Gauss, que l'écart dépasse

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB}.$$

Cette propriété étant rappelée, traçons, pour les trois matériaux visés ci-dessus, les ellipses correspondant à la probabilité  $10^{-5}$  en supposant que, dans les trois cas, la contrainte effective  $P$  soit évaluée avec une même précision relative <sup>(4)</sup>. Les tangentes inclinées à  $45^\circ$  donnent les droites au delà desquelles la probabilité de ruine devient inférieure à  $10^{-5}$ .

La figure 5 donne le tracé <sup>(5)</sup>. Les points d'intersection des trois droites avec les axes fournissent les valeurs  $\frac{R_0}{P_0}$  et, par suite, la valeur  $P_0$  à ne pas dépasser.

On obtient :

Fer puddlé	$P_0 = 10 \text{ kg/mm}^2$ ;
Acier non réceptionné	$P_0 = 18 \text{ kg/mm}^2$ ;
Acier réceptionné	$P_0 = 21 \text{ kg/mm}^2$ .

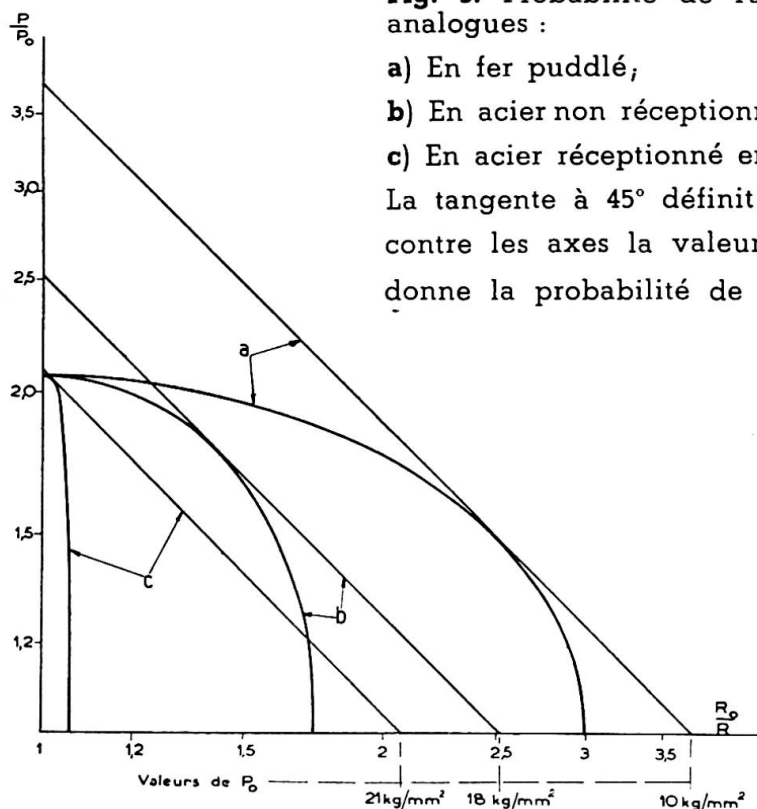
<sup>(4)</sup> Cette hypothèse est sans doute inexacte; elle n'est présentée ici que pour permettre une comparaison facile des sécurités offertes par les trois matériaux.

<sup>(5)</sup> Le tracé correspond, comme il est dit plus haut, aux valeurs des logarithmes, non des nombres, les chiffres exprimés en  $\text{kg/mm}^2$  suivent ainsi une échelle logarithmique.

**Fig. 5.** Probabilité de ruine pour des constructions analogues :

- a) En fer puddlé,
- b) En acier non réceptionné.
- c) En acier réceptionné en forge.

La tangente à 45° définit par les points où elle rencontre les axes la valeur  $\frac{R_0}{P_0}$  (où  $P_0$  est connu) qui donne la probabilité de ruine  $10^{-5}$ .



Bien que la résistance moyenne soit à peu près la même ( $44 \approx 44,5 \text{ kg/mm}^2$ ) pour l'acier réceptionné que pour l'acier non réceptionné, le premier permet d'adopter, avec la même sécurité, une contrainte supérieure de  $3 \text{ kg/mm}^2$ .

Ces chiffres sont évidemment à discuter, notamment du fait qu'on s'est basé sur les résistances-ruptures qui ne sont pas les plus significatives pour définir la ruine de nos constructions et qu'on n'a pas disposé de résultats d'essais en nombre suffisant pour permettre de tracer des courbes de dispersion sûres en ce qui concerne les résistances anormalement faibles. Ces chiffres suffisent cependant à montrer l'intérêt de recherches statistiques plus poussées sur les matériaux; vu les économies de poids que permet l'emploi de taux de travail plus élevés et les majorations de prix qui correspondent aux matériaux de meilleure qualité, il devient possible de choisir objectivement, pour une même sécurité réelle, le matériau le plus avantageux pour une construction donnée.

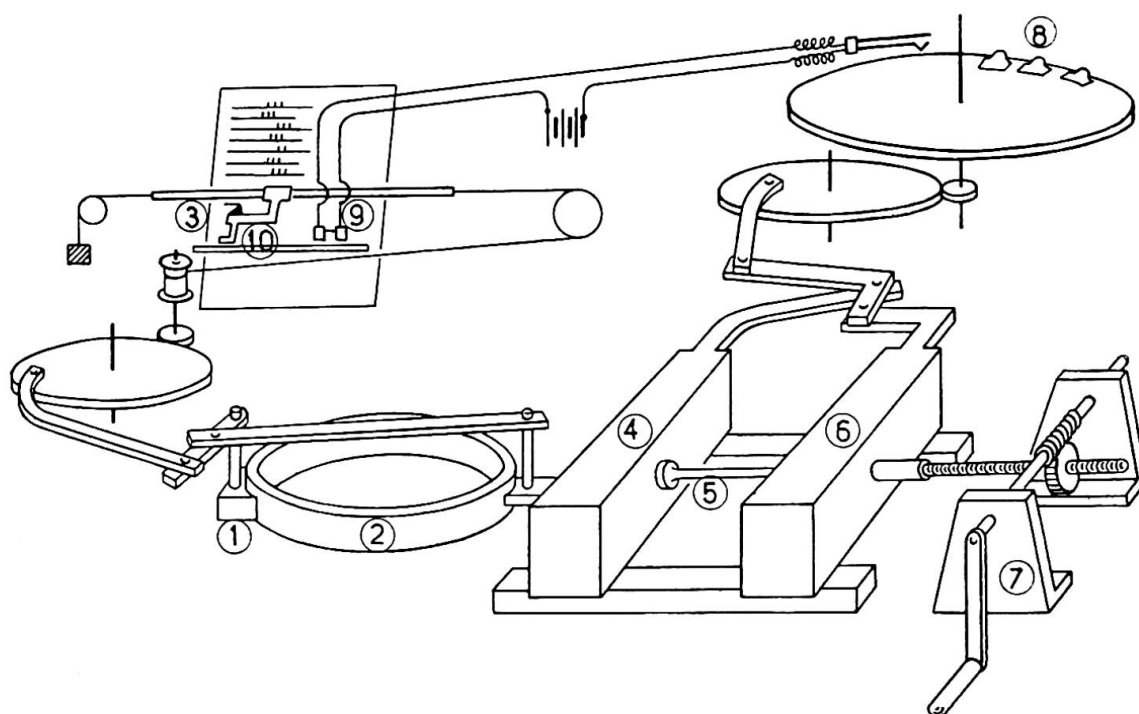
Il apparaît néanmoins que si l'on emploie un acier réceptionné à faible dispersion, celle-ci étant largement moindre que celle à craindre sur l'évaluation de  $P$ , le taux-limite est presque exclusivement déterminé par cette dernière dispersion. On n'aurait donc pas besoin d'exiger, pour la réception, des écarts-limites exagérément réduits.

Nous remarquerons, accessoirement, qu'avec les matériaux assez différents considérés dans cette étude, la zone qui comprend la plus grande part des risques de ruine et qui correspond au point de contact des tangentes, présente des divergences sensibles par rapport aux résistances moyennes. On a, en effet :

$$\text{Fer : } R = \frac{R_0}{2,5} \text{ et } P = 1,3 P_0, \text{ soit } R = P = 15 \text{ kg/mm}^2.$$

Acier non réceptionné :

$$R = \frac{R_0}{1,4} \text{ et } P = 1,9 P_0, \text{ soit } R = P = 35 \text{ kg/mm}^2.$$



**Fig. 6.** Schéma de la machine d'essais :

1. Point fixe. — 2. Anneau dynamométrique. — 3. Style inscripteur. — 4. Tête dite fixe. — 5. Eprouvette à essayer. — 6. Tête mobile. — 7. Commande de la tête mobile. — 8. Contacts placés d'après des allongements fixés et provoquant l'inscription des charges correspondantes. — 9. Electro-aimant commandant la tige 10. — 10. Tige commandant le soulèvement du style.

Acier réceptionné :

$$R = \frac{R_0}{1,05} \text{ et } P = 2 P_0, \quad \text{soit } R = P = 42 \text{ kg/mm}^2.$$

C'est aux abords de ces zones, qui correspondent respectivement à 2,5, 1,8 et 1,4 écarts-unités, que la détermination des courbes de dispersion rupture présente le plus d'intérêt pour l'appréciation de la sécurité.

Essais en vue de reconnaître la courbe de dispersion des aciers doux

Ces considérations ont conduit la S. N. C. F. et la Chambre syndicale des Constructeurs métalliques de France à entreprendre des essais systématiques pour reconnaître la courbe de dispersion de résistance de l'acier doux de construction.

En première étape, on a prévu une série de 10 000 éprouvettes provenant d'aciers utilisés par divers constructeurs pour les constructions qui nous intéressent. A titre de renseignement sur la dispersion des résistances dans un acier de même coulée, une série de 500 éprouvettes a été tirée de la même tôle. L'essai et la fabrication des éprouvettes posent quelques problèmes qui ont été résolus. La machine d'essais, en particulier, est une petite machine de traction munie d'un anneau dynamomètre, dont les déformations se transmettent à un style inscripteur. Ce style est mis en mouvement par un électro-aimant commandé par des contacts électriques disposés sur un disque dont la rotation est liée aux déformations de l'éprouvette. Le schéma de la machine est donné dans la figure 6. L'essai d'une



éprouvette ne demande que deux ou trois minutes et les résultats sont enregistrés. Pour permettre de tracer diverses courbes de dispersion et d'établir des corrélations suivant les divers critères de rupture choisis, on enregistre, pour chaque éprouvette : la limite d'élasticité à 2/1 000, la contrainte qui correspond à un allongement permanent de 1/100 et de 2/100, la contrainte de rupture. Un certain nombre de graphiques de traction complets sont en outre relevés.

Nous donnerons, au cours du Congrès, les résultats obtenus dans ces essais et les premières conclusions qui s'en dégagent.

### Résumé

Pour utiliser pratiquement les études sur la sécurité faisant appel à des considérations statistiques, il est nécessaire de connaître les courbes de dispersion de résistance des métaux, en particulier pour l'acier doux de construction des ponts et charpentes.

On pourrait le faire au moyen d'un nombre d'essais modéré si les courbes de dispersion suivaient la loi de Laplace-Gauss. Mais la réflexion et l'examen des résultats d'essais antérieurs montrent qu'il est loin d'en être ainsi. Les valeurs de résistances anormalement basses ne sont pas rares et elles sont fortement influencées par le mode de réception. Aussi, ne peut-on assimiler les courbes à une même courbe de Laplace-Gauss que dans des limites restreintes. Comme ce sont les valeurs anormalement faibles qui interviennent dans la question de la sécurité, il faut obtenir les courbes de dispersion effectives pour ces faibles valeurs, ce qui nécessite un très grand nombre d'essais.

Les dépenses auxquelles ils donnèrent lieu sont cependant justifiées par les résultats pratiques qu'on peut en attendre. En se basant sur les relevés de résultats antérieurs, on peut déjà déterminer, pour diverses qualités d'acier, les contraintes qui conduisent à la même sécurité; ces taux sont sensiblement différents suivant qu'il s'agit de fer ou d'acier, d'acier réceptionné ou non. Les recherches statistiques sur la ruine des éprouvettes de métal permettent ainsi de préciser l'intérêt économique, d'adopter tel ou tel matériau et de choisir judicieusement le critère de ruine.

Aussi, a-t-on entrepris, en France, des essais sur une première série de 10 000 éprouvettes. On a mis au point une machine permettant d'essayer 200 éprouvettes par jour et d'enregistrer, sur un même graphique, les contraintes correspondant à des allongements permanents de  $\frac{2}{1\ 000}$ ,  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{2}{100}$ , et à la rupture.

Les résultats de ces essais seront communiqués au cours du Congrès.

### Zusammenfassung

Zur praktischen Beurteilung der auf statistischer Basis beruhenden Sicherheit ist es notwendig, die Streuungskurven der Stahlfestigkeiten zu kennen, im besondern diejenigen des Flusstahles.

Man könnte dies mit einer beschränkten Anzahl von Versuchen er-



reichen, wenn die Streuungskurven dem Laplace-Gauss'schen Gesetz gehorchen würde. Sowohl bei näherer Ueberlegung wie aus der Sichtung vorliegender Versuchsergebnisse, zeigt sich jedoch, dass dies bei weitem nicht der Fall ist. Werte von ungewöhnlich kleinen Festigkeiten sind nicht selten und sind stark beeinflusst von der Art der amtlichen Abnahme. Deshalb ist es möglich, die erhaltenen Kurven nur in einem sehr beschränkten Bereiche einer bestimmten Laplace-Gauss'schen Kurve gleichzusetzen. Da gerade die ungewöhnlich kleinen Festigkeitswerte in der Frage der Sicherheit auftreten, ist es notwendig, Streuungskurven zu erhalten, welche diesen kleinen Werten gebührend Rechnung tragen, was zahlreiche Versuche bedingt.

Die dadurch hervorgerufenen Kosten sind jedoch durch die zu erwartenden praktischen Ergebnisse gerechtfertigt. Auf der Grundlage von früheren Versuchen ist es jetzt schon möglich für verschiedene Stahlsorten, diejenigen Spannungen zu bestimmen, welche zu derselben Sicherheit führen; diese Spannungswerte sind wesentlich verschieden, je nachdem es sich um Eisen oder Stahl, amtlich abgenommenen oder nicht abgenommenen Stahl handelt. Die statistischen Untersuchungen über die Zerstörung der Metallprobestücke erlauben daher die Frage von der wirtschaftlichen Seite aus anzupacken und den entsprechenden Baustoff zu wählen. Auch ist es möglich ein sachgemässes Kriterium für die Zerstörung zu finden.

In Frankreich wurden deshalb Versuche mit 10 000 Probestücken vorgenommen. Es wurde dafür eine Versuchseinrichtung aufgebaut, die im Stande ist, 200 Probestücke im Tag zu untersuchen und zugleich die Spannungen zu registrieren, die dauernden Dehnungen von  $2/1\,000$ ,  $1/100$  und  $2/100$  entsprechen. Die Ergebnisse dieser Versuche werden am Kongress mitgeteilt.

### Summary

For a practical examination of statically based safety, it is necessary to know the dispersal curves of the solidity of steel, and of ingot steel in particular.

That could be done with a limited number of tests if the dispersal curves conformed to the Laplace-Gauss laws. But after due reflection and examination of test results available, it appears that this is by no means the case. Values of exceptionally low solidity are not unusual and are much influenced by the nature of official reception. It is therefore only possible to co-ordinate the established curves to a limited extent with a given Laplace-Gauss curve. As the unusually low solidity values arise precisely in the question of safety, it is necessary to obtain dispersal curves which take due account of these low values, and this requires many tests.

The resultant expense is, however, justified by the practical results anticipated. On the basis of former tests it is already possible to determine, for various kinds of steel, those stresses conducive to the identical safety. These values of stress vary fundamentally, according to whether it is a matter of officially receptioned or non-receptioned iron or steel. Statistical research as to the destruction of metallic test pieces consequently enables the question to be approached from an economic standpoint and a selection to be made of the appropriate constructional material. It is also possible to find a relevant criterion for the destruction.

On that account, tests were made in France on 10 000 test pieces. For that purpose a testing apparatus was created which could cope with the examination of 200 test-pieces a day, whilst recording concurrently the stresses corresponding to constant ductility of  $2/1\ 000$ ,  $1/100$  and  $2/100$ . The results of these tests will be placed before the Congress.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide