

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 3 (1948)

**Artikel:** L'effet du frettage en nappes transversales des constructions en béton armé

**Autor:** Olszak, Waclaw

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-4014>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 19.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## IIc

### **L'effet du frettage en nappes transversales des constructions en béton armé**

### **Eisenbetondruckglieder mit schichtenweiser Querarmierung**

### **The effect of transverse grate reinforcement in compressed concrete elements**

PROF. DR ING. WACLAW OLSZAK

Académie des Mines et Ecole Polytechnique de Cracovie

#### I. Généralités

C'est un fait connu depuis longtemps que les cubes et prismes en béton munis des grilles transversales accusent une augmentation de leur résistance à la compression en comparaison avec des éléments analogues sans armature. Ce phénomène a été déjà étudié, en 1903, par l'ingénieur hollandais Sanders. Les essais ont porté sur plusieurs séries de cubes en béton, armés non pas de barres longitudinales ou des étries, mais des grilles horizontales dont l'action consistait à s'opposer aux gonflements latéraux du béton. Nous nous trouvons donc en face d'une idée qui nous rappelle celle du frettage du béton par des hélices en fil d'acier, d'une réalisation pratique, cependant, différente.

Les essais de M. Sanders ont démontré (<sup>1</sup>) que l'écrasement des cubes était accompagné d'une formation des pyramides apparaissant toujours entre deux grilles consécutives comme nous le voyons sur la figure 1. La rupture se produit comme si l'on chargeait des prismes en béton dont les hauteurs réduites correspondent à la distance des nappes voisines.

Ces nappes consistent en deux couches de brins posés à angles droits l'une par rapport à l'autre. Les brins, entraînés par la dilatation transversale du béton, seront tendus (en ancrages) et, par leur moindre déformabilité élastique, mettront le béton en compression latérale. Les nappes agissent à la manière de mâchoires des machines d'essai qui opposent une entrave

(<sup>1</sup>) E. PROBST, *Cours de béton armé*, Springer, 1923, Vol. I, p. 293.

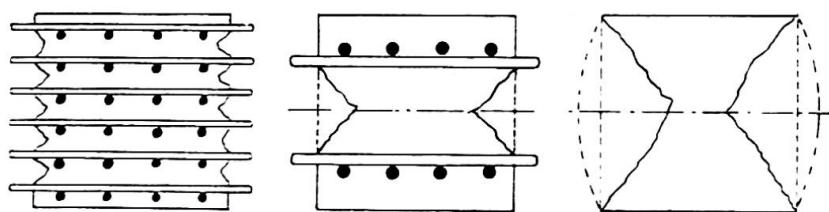


Fig. 1.

sérieuse aux dilatations latérales du corps comprimé et conduisent, par frettage local, aux phénomènes de formation des pyramides (pour les cubes et prismes) et cônes (pour les colonnes circulaires) de compression.

Plus petite est la distance des nappes en comparaison avec l'épaisseur du prisme chargé, plus élevée est, en même temps, la résistance à l'écrasement de l'élément essayé.

Ces effets ont été étudiés, en 1936, par le Professeur Bukowski (2) de Varsovie qui a chargé de petits cylindres en mortier de ciment de 80 mm de diamètre et de 80 mm de hauteur, armés des nappes en treillis d'acier (métal déployé) (fig. 2), jusqu'à la rupture. Nous reproduisons, sur la figure 3, un diagramme typique de ces essais effectués en huit différentes séries et en plusieurs dizaines d'exemplaires. La rupture de ces cylindres a été causée ou par l'écrasement du mortier ou par la rupture des aciers de grilles. M. Bukowski n'a pas eu l'intention de représenter les résultats obtenus d'une façon synthétique. Ces résultats cependant offrent, dans leur apparence générale, une confirmation des solutions trouvées dans notre présente étude théorique.

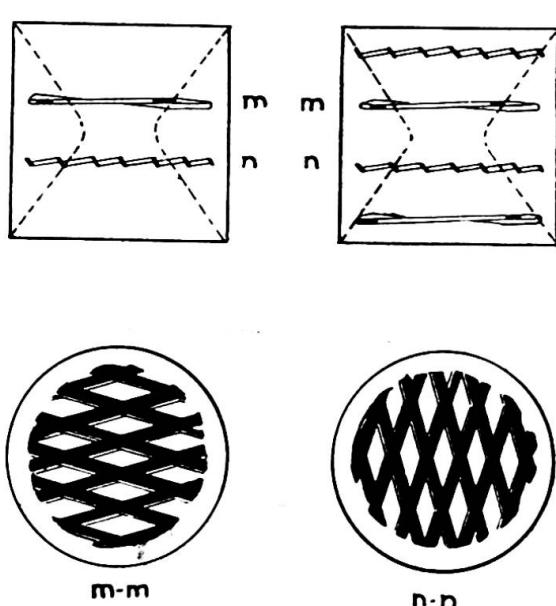


Fig. 2 (ci-dessus).

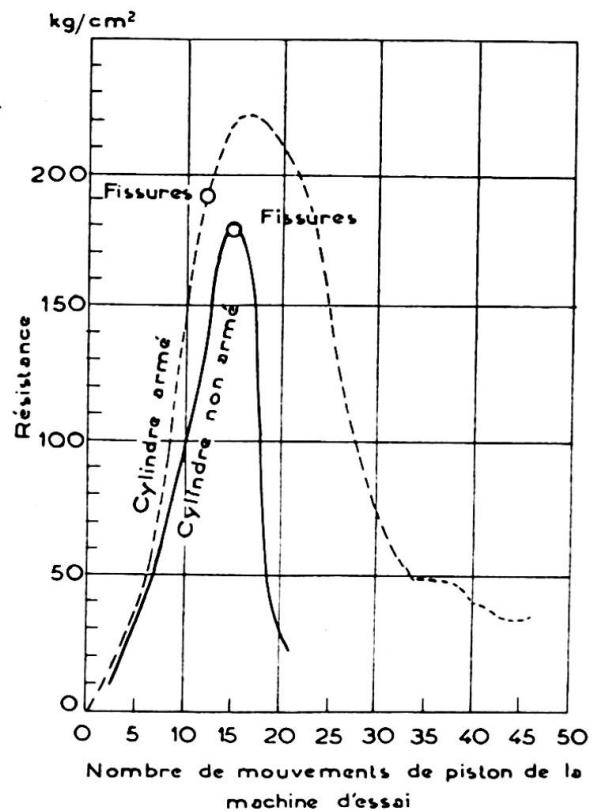


Fig. 3 (à droite).

(2) B. BUKOWSKI, *Renforcement du béton contre l'action des forces concentrées et des efforts dynamiques à l'aide des grilles en acier* (Przeglad Techniczny, Varsovie, 1936, № 21).

Dernièrement des recherches intéressantes ont été effectuées à Gand par M. Riessauw<sup>(3)</sup> et nous aurons l'occasion d'y revenir pour confronter les résultats théoriques de notre calcul avec ceux des études expérimentales de Varsovie et de Gand.

Le problème du frettage par couches d'acier transversales n'a pas été, jusqu'à présent, à notre connaissance, abordé théoriquement. La présente étude n'a pas pour but d'épuiser ce problème. Elle ne veut que dégrossir les interdépendances de base qui sont en jeu et expliquer l'influence des facteurs variables, dans leur caractère général. Pour éviter des complications du calcul nous sommes amenés à idéaliser le problème (fig. 4). Nous introduisons un modèle simplifié qui consiste à étudier un prisme en béton dont le frettage en nappes sera remplacé par un frettage transversal continu.

Cette hypothèse se rapprochera d'autant plus de la réalité, que la liaison des grilles avec le béton sera plus intime, ce qu'on obtiendra, en général, pour le même volume d'armature, en augmentant la densité des nappes (en sens vertical et horizontal) et en choisissant un diamètre réduit pour les brins de grilles.

Le prisme lui-même sera considéré comme étant un corps orthogonalement anisotrope ("orthotrope") pour lequel nous introduisons les directions principales 1, 2 et 3 de l'élasticité.

Pour une section à double symétrie et les grilles disposées de façon identique dans les deux sens nous arrivons à l'identification des directions 1 et 2. Le modèle sera alors caractérisé par une "orthotropie transversale"<sup>(4)</sup> avec les notations suivantes :

	Direction 1 et 2	Direction 3
<i>Béton.</i>		
Module d'élasticité . . . . .	$E_1 = E_2 = E_t$	$E_3$
Coefficient de Poisson . . . . .	$m_1 = m_2 = m_t$	$m_3$
<i>Acier.</i>	$E_a$	
Module d'élasticité . . . . .		
<i>Etat de tension.</i>		
Béton (tensions principales) . . .	$\sigma_1 = \sigma_2 = t$	$\sigma_3$
Acier . . . . .	$\sigma_a$	
<i>Etat de déformation.</i>		
Béton . . . . .	$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_t$	$\epsilon_3$
Acier . . . . .	$\epsilon_a$	
<i>Rapport</i> . . . . .	$n_t = \frac{E_a}{E_t}$	
<i>Pourcentage d'armature</i> . . . . .	$100\lambda_1 = 100\lambda_2 = 100\lambda$	

<sup>(3)</sup> F. RIESSAUW, *Etude expérimentale du frettage en nappes de prismes en béton armé* (*Annales des Travaux Publics de Belgique*, 1945, 2<sup>e</sup> fasc.). Qu'une remarque nous soit permise : M. Riessauw cite plusieurs travaux de M. Thullie en le rangeant parmi les auteurs allemands. M. Thullie était, cependant, un ingénieur et savant polonais (né en 1853, mort en 1939) et professeur à l'Ecole Polytechnique de Lwów pendant plus d'une cinquantaine d'années. A ses recherches personnelles, dans le domaine du béton armé, revient une importance décisive au développement de cette technique alors nouvelle.

<sup>(4)</sup> A. E. H. LOVE, qui a étudié une sphère à comportement élastique différent dans le sens radial et les directions perpendiculaires, appelle ce cas "isotropie orthogonale". Cf. son *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, 4<sup>e</sup> éd., New-York, 1944.

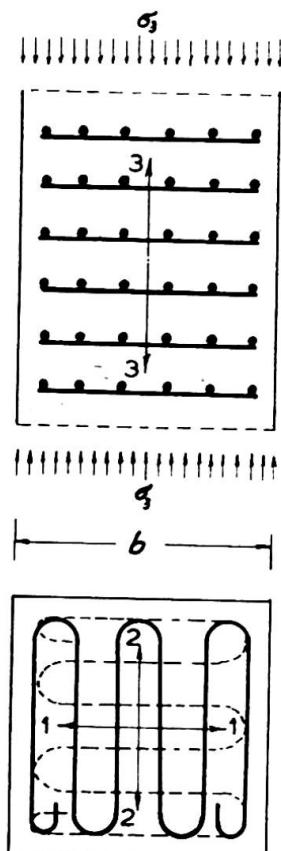
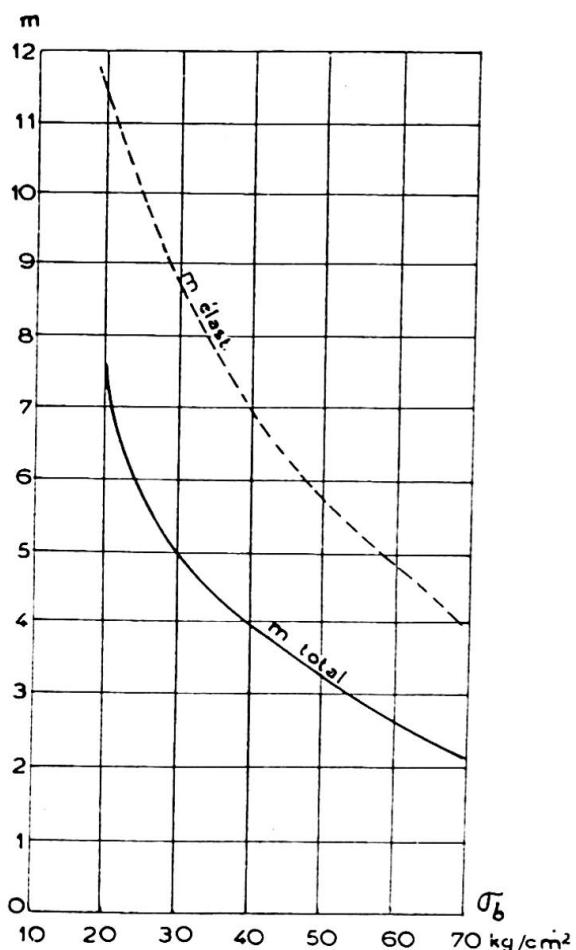


Fig. 4 et 5.



Pour simplifier le calcul nous nous proposons d'étudier l'effet du frettage en nappes sur la résistance de colonnes sans armature longitudinale. Même dans ce cas le choix d'un modèle orthotrope s'impose parce que dans les états de tension intenses, au voisinage de la charge de rupture par exemple, les caractéristiques élastiques du béton dans les deux directions,  $t$  et  $3$ , diffèrent de plus en plus puisque le module d'élasticité du béton est, lui-même, variable avec l'état de tension. Pour des compressions très élevées en direction longitudinale,  $E_3$  peut tomber jusqu'au tiers de sa valeur. Dans le sens transversal  $t$  la variation sera moins accentuée. Dans cette direction l'étreinte latérale peut également atteindre des valeurs considérables, mais elle reste nettement inférieure à la compression primaire  $\sigma_3$ .

La variation du module d'élasticité du béton en fonction de la tension a été soigneusement étudiée par M. Hirokiyo Yoshida (<sup>5</sup>) qui a également trouvé une interdépendance intéressante entre le coefficient de Poisson et l'état de tension. On trouve, à ce sujet, des indications utiles également chez M. Freudenthal (<sup>6</sup>). La figure 5 nous montre l'allure approximative de la variation de la valeur du coefficient  $m$ ; celle de  $E$  est connue par de nombreux essais.

Ce ne sont, évidemment, que des indications générales car les « constantes »  $E$  et  $m$  varient, également, en fonction de la qualité, de l'âge, de

(<sup>5</sup>) Hirokiyo YOSHIDA, *Le comportement élastique du béton, notamment ses déformations transversales*, J. Springer, 1930.

(<sup>6</sup>) A. FREUDENTHAL, *Les piliers armés pour des charges élevées*, Ernst & Sohn, 1939.

la mise en œuvre du béton et, notamment, des durées de chargement, de l'état hygrométrique et de la température<sup>(7)</sup>.

Si l'on voulait, dans cet ordre d'idée, tenir également compte de l'armature d'acier longitudinal on ne trouverait pas de difficultés. Il ne faudrait qu'introduire, au lieu de  $E_3$ , du béton, un module moyen longitudinal de l'ensemble béton-acier

$$E_t = E_3 [1 + (n_3 - 1) \lambda_3]$$

qui se placerait facilement dans cette étude du modèle transversalement orthotrope, avec les notions  $n_3$  et  $\lambda_3$  respectivement analogues aux symboles définis plus haut.

## II. Méthode du calcul

D'abord nous établissons les relations entre les dilatations unitaires et les composantes de l'état de tension.

Pour une colonne prismatique en béton en état triple de tension on aura :

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial x} = + \frac{1}{E_1} \sigma_1 - \frac{1}{m_2} \frac{1}{E_2} \sigma_2 - \frac{1}{m_3} \frac{1}{E_3} \sigma_3, \\ \varepsilon_2 &= \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{1}{m_1} \frac{1}{E_1} \sigma_1 + \frac{1}{E_2} \sigma_2 - \frac{1}{m_3} \frac{1}{E_3} \sigma_3, \\ \varepsilon_3 &= \frac{\partial w}{\partial z} = - \frac{1}{m_1} \frac{1}{E_1} \sigma_1 - \frac{1}{m_2} \frac{1}{E_2} \sigma_2 + \frac{1}{E_3} \sigma_3. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

En tenant compte des notations du tableau I, il vient

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_t = + \frac{1}{E_t} \frac{m_t - 1}{m_t} t - \frac{1}{m_3} \frac{1}{E_3} \sigma_3, \quad (2a)$$

$$\varepsilon_3 = - \frac{2}{m_t} \frac{1}{E_t} t + \frac{1}{E_3} \sigma_3. \quad (2b)$$

Notons tout de suite que la valeur de  $\sigma_3$  est la compression uniforme unitaire longitudinale qui est donnée par

$$\sigma_3 = \frac{P}{\Omega_3} \quad (3)$$

où P signifie la valeur de la charge agissant sur la colonne et  $\Omega_3$  la section transversale du prisme<sup>(8)</sup>.

Pour une colonne circulaire on pourrait procéder d'une manière analogue en établissant les expressions pour les dilatations dans les trois directions :

<sup>(7)</sup> Cf. également E. FREYSSINET, *Une révolution dans les techniques du béton*, 2<sup>e</sup> éd., L. Eyrolles, Paris, 1939, notamment son interprétation de nombreuses déterminations du coefficient  $1/m$  effectuées par la Commission du Béton Armé (1906).

<sup>(8)</sup> L'habitude de choisir le signe positif pour une compression est devenue courante dans la pratique du calcul de béton armé. Elle est en opposition avec les conventions usuelles dans les autres domaines du calcul de stabilité des constructions (extension et allongement +, compression et raccourcissement -). Toutefois, nous pensons devoir la suivre pour ne pas aggraver les confusions possibles.

Radiale

$$\epsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} ,$$

Circonférentielle.

$$\epsilon_\phi = \frac{u}{r} ,$$

Longitudinale

$$\epsilon_3 = \frac{\partial w}{\partial x}$$

L'état de tension étant homogène, les dilatations le sont également. Pour l'acier nous posons <sup>(9)</sup> :

$$\epsilon_a = \frac{1}{E_a} \sigma_a . \quad (4)$$

Pour les deux inconnues du problème,  $t$  et  $\sigma_a$ , nous disposons de deux équations

$$T_a + T_b = 0 , \quad (5)$$

$$\epsilon_a = \epsilon_t , \quad (6)$$

dont la première définit la condition d'équilibre dans une coupe verticale, tandis que la deuxième provient de l'hypothèse de déformation commune du béton et de l'acier.

L'équation (5) donne

$$\Omega_a \sigma_a + (\Omega_b - \Omega_a) t = 0 ,$$

d'où il vient

$$\sigma_a = -t \frac{\Omega_b - \Omega_a}{\Omega_a} ,$$

c'est-à-dire

$$\sigma_a = -\frac{1-\lambda}{\lambda} t . \quad (7)$$

De l'expression (6), en tenant compte des relations (2a) et (4), et en profitant du résultat (7), nous tirons

$$t = + \frac{n_t \lambda}{m_t (1 - \lambda) + n_t \lambda (m_t - 1)} \cdot \sigma_3 . \quad (8)$$

En plus, on trouve

$$\sigma_a = - \frac{n_t (1 - \lambda)}{m_t (1 - \lambda) + n_t \lambda (m_t - 1)} \cdot \sigma_3 . \quad (9)$$

<sup>(9)</sup> En réalité, les brins d'acier sont, en outre, aplatis par la compression longitudinale du béton. De ce fait ils se dilatent dans les plans perpendiculaires à l'axe du prisme, ce qui influe sur les valeurs de leur déformation élastique totale et leur tension. Cette influence est cependant négligeable vis-à-vis respectivement de  $\epsilon_a$  et  $\sigma_a$ . De même pour la compression latérale normale au brin.

Remarquons cependant que pour les évaluations numériques nous admettrons, d'accord avec les usages du calcul de béton armé,

$$1 - \lambda \approx 1 . \quad (10)$$

Une remarque mérite encore une explication. Au cours du calcul intermédiaire nous avons profité de la relation

$$m_t E_t = m_a E_a \quad (11)$$

qui a été déduite de la considération du potentiel élastique pour une structure transversalement orthotrope <sup>(10)</sup>.

### III. Les cas limites

Les résultats obtenus, ne profitant que des simplifications de base dont il était question plus haut, représentent dans ces conditions des solutions exactes du point de vue de la théorie de l'élasticité.

Ils doivent donc être applicables aux différents cas limites possibles et les embrasser également d'une manière précise. Nous vérifions sans difficulté leur exactitude en tirant les résultats corrects suivants :

- 1) Pour  $E_a = \infty$  (nappes indéformables), donc  $n_t = \infty$ , on trouve

$$t = \frac{1}{m_t - 1} \sigma_3 ,$$

$$\sigma_a = - \frac{1 - \lambda}{\lambda (m_t - 1)} \sigma_3 .$$

- 2) Pour  $E_a = 0$  (nappes plastiques), donc  $n_t = 0$ , on trouve

$$t = 0 ,$$

$$\sigma_a = 0 .$$

- 3) Pour  $m_t = \infty$  (le béton sans déformations latérales), on trouve

$$t = 0 ,$$

$$\sigma_a = 0 .$$

- 4) Pour  $m_t = 2$  (le béton se comporte en liquide),  $n_t = \infty$ , on trouve

$$t = \sigma_3 ,$$

$$\sigma_a = - \frac{1 - \lambda}{\lambda} \sigma_3 .$$

- 5) Pour  $\lambda = 0$  (armature disparaît), on trouve

$$t = 0 ,$$

$$\sigma_a \rightarrow \frac{n_t}{m_t} .$$

- 6) Le cas  $\lambda \rightarrow 1$  est hors de discussion, à cause de la disposition simplificatrice (4).

---

<sup>(10)</sup> Justification sera donnée ailleurs. Cf. à ce sujet également M. T. HUBER, *Problèmes de stabilité des dalles orthotropes*, Académie des Sciences Techniques de Pologne, Varsovie, 1929. (Edition en langue allemande.)

#### IV. L'état de tension et de déformation

Les expressions établies définissent complètement le champ de tension et de déformation dans le modèle étudié.

Dans les premières phases, l'intervention de l'armature des nappes dans l'ensemble du travail statique de la colonne n'est pratiquement que très insignifiante et l'étude des formules acquises n'est guère intéressante dans le domaine des compressions petites et moyennes. Seulement, après avoir subi l'influence d'une certaine intensité de  $\sigma_3$ , par exemple de l'ordre de la valeur correspondant à la résistance à la compression sur prisme  $R_{pr}$ , le béton devient de plus en plus déformable et le frettage commence à jouer un rôle plus actif. L'étreinte provenant de l'activation des nappes est fonction de la dilatation et de la déformabilité transversales du béton qui vont en augmentant, toutes deux, avec l'intensité de la compression longitudinale.

C'est une des multiples analogies qui existent entre le comportement des colonnes armées de nappes transversales et celles frettées de spires hélicoïdales en acier.

Pour trouver la charge limite de rupture il nous faudra, en outre, introduire un critère convenable de résistance comme nous le verrons tantôt.

Un résultat qui pourrait encore nous intéresser c'est l'ordre de grandeur des déformations subies par le prisme renforcé par les nappes.

Pour être clair nous mettons en rapport les dilatations du prisme à l'état naturel et après frettage. Sans frettage, la dilatation longitudinale est

$$\varepsilon_3^0 = \frac{1}{E_3} \sigma_3 . \quad (12)$$

L'étreinte frettante générée par la compression la réduit à la valeur  $\varepsilon_3$  de (2b). Leur rapport vaut

$$\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_3^0} = 1 - \frac{2}{m_3} \frac{n_t \lambda}{m_t (1 - \lambda) + n_t \lambda (m_t - 1)} \quad (13a)$$

ou bien

$$\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_3^0} = 1 - \frac{2}{m_3} \frac{t}{\sigma_3} \quad (13b)$$

Le gonflement perpendiculaire à l'axe diminue de

$$\varepsilon_t^0 = - \frac{1}{m_3} \frac{1}{E_3} \sigma_3 \quad (14)$$

à la valeur représentée par l'expression (2a), le rapport étant

$$\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_t^0} = 1 - \frac{n_t \lambda (m_t - 1)}{m_t (1 - \lambda) + n_t \lambda (m_t - 1)} \quad (15a)$$

ou bien

$$\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_t^0} = 1 - (m_t - 1) \frac{t}{\sigma_3} . \quad (15b)$$

Nous voyons que tous ces coefficients de réduction dépendent du rapport  $\frac{t}{\sigma_3}$  et l'on cherchera à rendre ce rapport le plus grand possible. Un progrès considérable à ce point de vue consistera à réaliser les nappes avec précontrainte initiale ce qui, ici, doit conduire à des effets extrêmement intéressants. Par contrainte initiale de frettage le rapport  $t/\sigma_3$ , peut être sérieusement augmenté ce qui conduit, par conséquence, à une charge de rupture, également fonction de l'étreinte latérale, considérablement accrue, d'ailleurs en analogie avec les conclusions établies pour les cylindres frettés en hélices d'acier précontraintes (11).

Pour l'évaluation numérique des tensions et des déformations, pour des compressions élevées, il faut tenir compte de la chute des valeurs du module d'élasticité E et du coefficient de Poisson m selon les indications précédentes. Si nous en faisons usage pour le résultat (13b) nous trouverons, pour les phases initiales, une réduction de  $\varepsilon_3$  de 2 ou 3 % en comparaison avec  $\varepsilon_3^0$ ; pour les étreintes latérales plus élevées, de l'ordre respectivement de 10 et de 20 % vis-à-vis de  $\sigma_3$ , et avec, par exemple,  $m_3 = 4$  et  $m_t = 3$ , nous arrivons aux rapports suivants :  $\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_3^0} = 0,95$  et  $0,90$ .

Ces chiffres sont comparables aux résultats expérimentaux connus. La réduction des dilatations est cependant beaucoup plus accentuée dans le sens transversal comme l'indique la relation (15b). Elle peut être de l'ordre  $\varepsilon_t/\varepsilon_t^0 = 0,90$  pour la phase initiale et s'atténuer même jusqu'à 2/3 environ et même moins.

## V. La charge limite de rupture

La rupture du prisme peut être causée par un des trois phénomènes (12) :

(Ia) Le noyau de béton s'écrase avant que les brins n'aient pu atteindre leur limite élastique  $Q_a$  apparente; ou bien

(Ib) Ce sont les brins de nappes qui vont atteindre leur limite élastique apparente. Lorsque en un point, un brin, après avoir dépassé cette traction limite, commence à desserrer peu à peu son étreinte, le noyau, lui, rompt, mais cette rupture est un phénomène secondaire.

Les recherches de MM. Baes et Vandeperre ont cependant montré (13) que, pour les colonnes frettées de spires, le noyau peut être chargé jusqu'à la rupture conventionnelle des frettes  $R_a$  parce que les frettes sont utiles jusqu'à leur résistance maxima, c'est-à-dire celle à partir de laquelle la striction du fil d'acier s'amorce. Ce principe, opposé aux idées de Considère,

(11) A. GUERRIN, *Les conduites pour fluides sous pression en béton fretté précontraint* (*Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics*, 20 février 1943, F. 12).

W. OLSZAK, *Pre-stressed Spiral Reinforcement* (*VII<sup>e</sup> Congrès International de Mécanique Appliquée*, Londres, 1948).

(12) Ce schéma est analogue à celui qui nous est familier de l'étude des colonnes frettées de spires en hélices (p. c. des considérations de M. Freudenthal, n. 6). Nous le choisissons pour pouvoir suivre la différence de comportement entre les colonnes frettées par spires et celles armées de nappes, mais également pour pouvoir saisir les analogies multiples qui s'offrent à cet égard. — Nous avons étudié le problème des colonnes frettées par spires hélicoïdales à l'aide d'un modèle anisotrope et trouvé, en 1938, les solutions. La guerre a empêché leur publication. Elles paraîtront prochainement. (Cf. les conférences de l'auteur, en 1946, à l'Université de Liège et à la Société Royale belge des Ingénieurs et des Industriels à Bruxelles.)

(13) L. BAES, *Le calcul des prismes en béton fretté* (*Standards*, 1934, n° 4). L. VANDEPERRE, *Résistance à l'écrasement et au flambement des piliers en béton fretté* (*La Technique des Travaux*, 1927, nos 9 et 10).

a été posé déjà par A. Mesnager. Les essais de M. Bukowski semblent indiquer qu'un principe analogue s'applique également pour le frettage en nappes. Pour celui-ci, nous en savons cependant trop peu pour le moment. C'est pourquoi nous croyons devoir préférer pour le frettage en nappes, par précaution, comme tension limite des grilles d'acier, celle où la déformation plastique de l'acier entre en jeu. Alors l'acier subit des allongements considérables conduisant à une fissuration accentuée du manteau et à son détachement complet. La charge de rupture ne sera probablement pas encore, à ce moment, atteinte. C'est là, pour mettre plus de lumière dans cette question, que doivent s'exercer nos recherches systématiques dans ce domaine, conçue de façon à pouvoir jouer sur toutes les variables du problème (qualité, pourcentage, distribution d'acier, qualité et caractéristiques  $E$  et  $m$  du béton, etc.). Elles doivent également permettre d'étudier les variantes de l'écrasement du prisme par rupture de l'acier et, en même temps, celles qui doivent fatallement conduire à l'écrasement si

(Ic) L'adhérence entre le béton et l'acier a été détruite.

On peut, pour chaque cas possible, dégager un coefficient  $\alpha$  de majoration, donc  $\alpha_{(Ia)}$ ,  $\alpha_{(Ib)}$  et  $\alpha_{(Ic)}$  qui indique la valeur de la charge limite  $P_{lim}$  en comparaison avec celle de la colonne non frettée  $P_0$ . Il résulte de ce qui a été dit, qu'un coefficient  $\alpha_{(II)}$  correspond à la condition de ne pas dépasser, somme toute, la limite  $Q_a$ . Pour le trouver, il suffit d'introduire dans la relation (9) la limite  $Q_a$  de l'acier employé. Il s'ensuit pour  $\sigma_3$  la valeur limite  $\sigma_{lim(II)}$ , d'où la charge limite

$$P_{lim(II)} = P_0 \frac{\sigma_{3lim(II)}}{R_{pr}} = \alpha_{(II)} P_0 \quad (16)$$

avec

$$\alpha_{(II)} = \frac{Q_a}{R_{pr}} \left[ \lambda (m_t - 1) + \frac{m_t}{n_t} \right] \quad (17a)$$

ou bien

$$\alpha_{(II)} = \frac{1}{2} \frac{Q_a}{R_{pr}} \left[ \mu_n (m_t - 1) + 2 \frac{m_t}{n_t} \right] \quad (17b)$$

si nous nous servons du rapport

$$\mu_n = \frac{\mathcal{V}_a}{\mathcal{V}_n} \quad (18)$$

dans lequel  $\mathcal{V}_a/\mathcal{V}_n$  est le volume du métal des armatures transversales ( $\lambda_1 = \lambda_2$ ) divisé par le volume correspondant du béton.

$$\mu_n = 2 \lambda . \quad (19)$$

Nous avons profité, pour avoir des expressions plus maniables, de la simplification (10).

Un coup d'œil sur l'expression (17) nous montre que le coefficient de majoration  $\alpha_{(II)}$  va en augmentant suivant une loi linéaire avec la qualité de l'acier  $Q_a$  des nappes et avec le pourcentage  $\lambda$  d'armature transversale (fig. 6). Par contre, la qualité du béton  $R_{pr}$  joue en sens inverse : le coefficient  $\alpha_{(II)}$  est beaucoup plus élevé, toutes choses égales d'ailleurs, pour les bétons de qualité moyenne et médiocres que pour les bétons résistants. Les prismes de faible résistance à la compression sont susceptibles

de profiter de l'étreinte frettante d'une manière particulièrement remarquable.

Pour trouver, à son tour, le coefficient d'efficacité  $\alpha_{(1a)}$  il faut partir des conditions de la rupture du noyau de béton. Ce noyau se trouve en état triple de compression. Nous trouverons la contrainte de compression limite suivant l'axe en partant d'une courbe enveloppe des états limites de rupture. Nous choisissons la loi expérimentale proposée par MM. Baes et Vandeperre selon laquelle la relation entre la tension de rupture  $\sigma_3$  par compression longitudinale du noyau fretté et l'étreinte transversale  $t$  créée par la frette au moment de l'écrasement peut être représentée par une fonction linéaire

$$\frac{\sigma_3}{R_{pr}} = 1 + 3,33 \frac{t}{R_{pr}} \quad (20)$$

valable dès que l'étreinte satisfait à la relation

$$\frac{t}{R_{pr}} \geq 0,2.$$

En introduisant pour  $t$  la valeur trouvée auparavant (8) et avec la notion simplificatrice (10) on aura

$$\alpha_{(1a)} = \frac{m_t + n_t \lambda (m_t - 1)}{m_t + n_t \lambda (m_t - 4,33)} \quad (21a)$$

ou bien

$$\alpha_{(1a)} = \frac{2 m_t + n_t \mu_n (m_t - 1)}{2 m_t + n_t \mu_n (m_t - 4,33)} \quad (21b)$$

De cette fonction, seule sa branche positive nous intéressera. Elle possède les valeurs caractéristiques suivantes : pour  $\lambda = 0\%$ , le coefficient vaut  $\alpha_{(1a)} = 1$  (prisme non fretté); tandis que pour

$$\lambda = - \frac{m_t}{n_t (m_t - 4,33)}$$

la courbe représentative (fig. 6) tend vers une asymptote verticale.

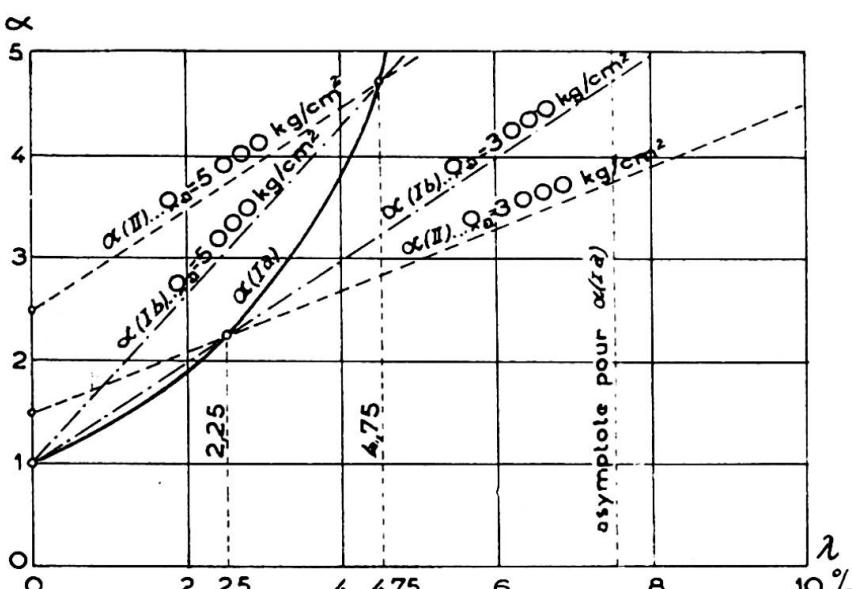


Fig. 6.

Enfin, on recherche la fonction  $\alpha_{(Ib)}$  en confrontant les expressions (7) et (20) d'où il vient

$$\alpha_{(Ib)} = 1 + 3,33 \frac{Q_a}{R_{pr}} \lambda, \quad (22a)$$

ou bien

$$\alpha_{(Ib)} = 1 + 1,67 \frac{Q_a}{R_{pr}} \mu_n. \quad (22b)$$

A titre d'exemple, le graphique 6 a été dressé pour  $R_{pr} = 200 \text{ kg/cm}^2$  et pour deux sortes d'acières :  $Q_a = 3\,000$  et  $5\,000 \text{ kg/cm}^2$ .

En outre nous avons adopté les valeurs :  $m_t = 3$ ,  $n_t = 30$  qui constituent une base de calcul démonstratif peut-être exagérée conduisant cependant à une figuration parlante.

En abscisse, sont repérées à une échelle linéaire les valeurs de  $\lambda$ , en ordonnée, on a porté l'efficacité du frettage qui se traduit par le coefficient de majoration  $\alpha$ . La charge limite est définie par

$$P_{lim} = \alpha P_0$$

où, pour l'évaluation pratique, il faut substituer la moindre des valeurs  $\alpha_{(Ia)}$  (pourcentage d'acier faible et moyen) et  $\alpha_{(II)}$  (pourcentage plus élevé). Nous supposons toujours qu'il n'y a pas de danger de flambement.

La signification du graphique est claire. La discussion nous amènerait trop loin. On constate, sans difficulté, que l'effet du frettage s'accentue, évidemment, avec le pourcentage d'armature. En outre il est d'autant plus grand que la qualité de l'armature est meilleure et que le béton est plus faible. L'efficacité de l'armature utilisée en forme des nappes transversales est, en général, plus grande que celle de l'armature longitudinale de même volume. L'acier des nappes travaille donc, toutes choses égales d'ailleurs, d'une manière plus économique que celui de l'armature comprimée.

Les flettes faibles constituent cependant une exception qui, de ce point de vue, ne sont pas recommandables pour l'emploi pratique.

## VI. L'adhérence

Il faudrait examiner la coopération de l'ensemble béton-acier du point de vue de l'adhérence. Celle-ci jouera, ici, un rôle primordial. On utilisera de préférence des brins de petit diamètre, ceux-ci ayant encore l'autre avantage, de distribuer l'action du frettage, pour le même volume de métal, d'une façon plus continue dans le corps du béton. Il nous semble que le treillis d'acier et des dispositifs semblables devront se comporter d'une manière tout à fait remarquable ce qui a été déjà partiellement prouvé par les essais de M. Bukowski.

Toutefois, une tentative de mettre l'importance de l'adhérence en équations et d'évaluer pour l'état limite le coefficient  $\alpha_{(Ic)}$  ne conduira pas au succès, le problème étant de nature trop complexe. En effet, outre l'adhérence proprement dite, ce sont les parties de brins repliées en zigzag près des arêtes qui, formant raccordements, entrent en action et mettent les tronçons de barres droits, directement, en tension, au cours du gonflement latéral du béton. Leur intime coopération statique avec le noyau de béton est ainsi assurée.

Les brins de la deuxième couche travaillent dans le même sens surtout s'ils forment un ensemble soudé avec la grille perpendiculaire ou avec l'armature longitudinale. L'un et l'autre détail augmente la stricte liaison interne d'une manière remarquable.

Toutefois, la question pourrait devenir précaire si, faute de prendre des précautions, on se contentait des nappes formées de brins droits non pliés et sans liaison perpendiculaire qui n'entreraient en action que par pure adhérence pour l'augmentation de laquelle, toutefois, la compression du béton longitudinale serait de quelque valeur. Une certaine portion de ces brins, près des arêtes, serait dans un cas pareil hors d'action statique et il en faudrait tenir compte pour l'évaluation du noyau.

## VII. La solution théorique, les résultats expérimentaux et les règlements officiels

Pour vérifier la solution théorique nous avons porté, sur le graphique 7, les résultats des essais de M. Riessauw et, en même temps, tracé les fonctions  $\alpha_{(Ia)}$ ,  $\alpha_{(Ib)}$  et  $\alpha_{(II)}$ . On voit qu'elles s'insèrent dans les courbes expérimentales dans leur allure générale mais on remarque également où résident les différences. Le graphique est construit pour  $R_{pr} = 0,8 \times 488 = 390 \text{ kg/cm}^2$  et, faute d'autres indications expérimentales, avec les suppositions suivantes :  $Q_a = 2500 \text{ kg/cm}^2$ ,  $m_t = 3$ ,  $n_t = 18$ , en assimilant, pour le moment et non pas tout à fait d'accord avec notre proposition (cl. VIII/2),  $\mu_b = V_a/V_b$  de Gand à notre  $2\lambda$ .

On pourrait aisément, par l'introduction d'un terme de correction, éliminer les déviations de la réalité et apporter aux formules une retouche de sorte à les faire épouser, avec bonne concordance, les courbes expérimentales.

Nous ne le faisons pas pour ne pas déformer la forme des expressions trouvées, basée sur des considérations théoriques. D'ailleurs, la base expérimentale en est, pour le moment, trop étroite, les essais étant trop peu nombreux et ne portant pas sur toutes les variables.

Jusqu'à un temps peu reculé, il n'y avait qu'une seule formule permettant d'évaluer l'augmentation de résistance d'un prisme en béton armé, résultant d'un frettage en nappes d'acier. C'était la formule de la Chambre Syndicale des Constructeurs en Ciment Armé de France, dont l'origine semble être inconnue<sup>(3)</sup>. Elle était d'ailleurs, pendant un certain temps, reprise dans les « Instructions relatives aux ouvrages en béton

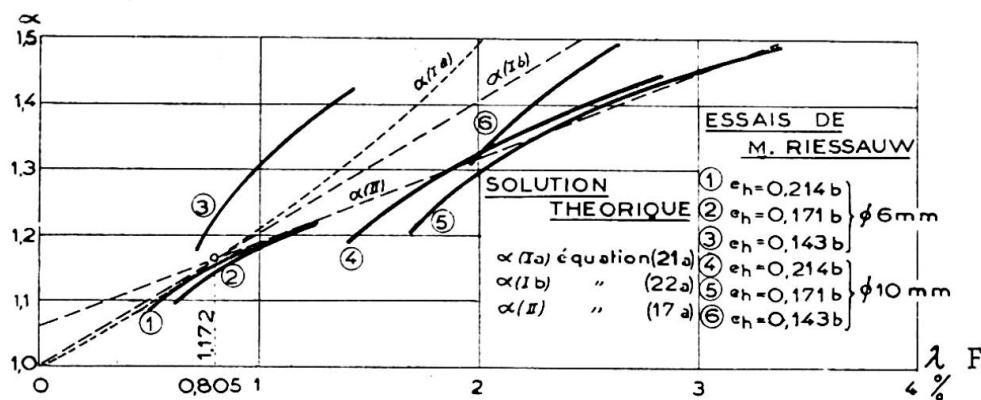


Fig. 7.

armé » de l'Association Belge de Standardisation. La formule donne comme charge de rupture

$$P_r = (\Omega'_b + n\Omega_{al}') \left[ R_c + 3,60 \mu_n \left( 1 - 2 \frac{e}{b} \right) Q_a \right] \quad (24)$$

dans laquelle, en dehors de symboles déjà expliqués,

$\Omega'_b$  est la section transversale du prisme,

$\Omega'_{al}$  la section transversale de son armature longitudinale,

$e$  la distance de deux brins voisins dans une même couche,

$R_c$  la tension d'écrasement du béton non armé mesuré sur cube à 28 jours,

$b$  la plus petite dimension transversale du prisme.

Cette formule est trop optimiste en ce qui concerne l'appréciation de l'effet du frettage. C'est pourquoi, dans la 4<sup>e</sup> édition de l'A. B. S. (1944), elle fut abandonnée et remplacée par des formules émanant de l'étude de Gand. Ces essais n'ont cependant qu'une base purement expérimentale comparativement étroite.

Selon une proposition suisse (<sup>14</sup>) la contrainte  $\sigma_s$  admissible au centre de gravité pour un poteau avec frettage en nappes devra satisfaire aux deux conditions :

$$\sigma_s \leqslant 0,56 R_c \quad (25a)$$

$$\sigma_s \leqslant \frac{R_c}{3,75} + \gamma \cdot \mu_b \left( 1 - 2 \frac{l}{b} \right) Q_a, \quad (25b)$$

où  $\mu_b$  est le rapport  $\mathcal{V}_a/\mathcal{V}_b$  ( $\mathcal{V}_b$  volume de béton),  $\gamma$  le coefficient d'efficacité de frettage,  $b \geqslant 20$  cm.

$$\text{Pour } \frac{l}{i} < 50 : \gamma = 1; \quad \text{pour } 50 < \frac{l}{i} < 150 : \gamma = \frac{150 - \frac{l}{i}}{100}.$$

On autorise une tension à l'arête  $\sigma_r = 1,25 \sigma_b$ .

En posant  $R_{pr} \approx 0,8 R_c$  et en tenant compte du coefficient de sécurité contenu implicitement dans cette formule on trouve des valeurs plus modestes que celles émanant de la formule française.

En dehors cela, nous ne connaissons pas d'autres règlements officiels traitant le problème du frettage en nappes transversales.

### VIII. Remarques diverses

1. Il ne faut pas perdre de vue, que les solutions de notre étude ne peuvent nous donner que des indications approximatives :

a) Nous avons supposé que l'armature transversale est incorporée au béton d'une manière continue ce qui conduit à l'étude d'une étreinte latérale quasi-uniforme. En effet, nous ne calculons qu'avec une étreinte moyenne, tandis que les nappes ne sont pas, en sens longitudinal, jointives et ne peuvent conduire qu'à un frettage sensiblement moins efficace que l'étreinte transversale réalisée par une pression hydraulique uniforme. Cette

(<sup>14</sup>) A. SARRASIN, *Béton armé*, F. Rouge et Cie, Lausanne, 1945.

divergence est partiellement neutralisée par l'établissement de la courbe enveloppe des états limites de rupture qui a été assimilée à celle de MM. Baes et Vandeperre. Ces chercheurs ont, en effet, effectué leurs essais sur des colonnes en béton fretté au moyen de spires et n'ont pu, par conséquent, obtenir que des résultats inférieurs à ceux qui sont valables pour prismes soumis à une étreinte latérale hydraulique vraiment uniforme (recherches de V. Kármán, Roš-Eichinger, Caquot-Brice, etc.).

Toutefois le problème n'est pas épousé et si l'on voulait s'approcher du cas réel et considérer les nappes concentrées, comme en réalité, dans des plans équidistants on aurait à introduire la variabilité de l'état de tension et de déformation suivant l'axe longitudinal en fonction de  $z$ . Pour une colonne circulaire à nappes par exemple en treillis, disposées pour avoir dans chaque couche  $\lambda_1 = \lambda_2$ , on pourrait, pour avoir une meilleure approximation, aborder le calcul comme pour un problème de révolution de la théorie de l'élasticité.

En plus, pour les nappes à maille large, on s'éloigne de la continuité de structure interne encore dans les plans transversaux. Les difficultés du calcul exact deviennent insurmontables.

b) Pour l'intégration des équations différentielles nous avons supposé les modules de Young  $E$  et les coefficient de Poisson  $m$  constants tandis qu'en réalité ces caractéristiques varient avec l'état de tension :  $E = E(\sigma)$  et  $m = m(\sigma)$ . Nous ne le respectons que dans les résultats finaux comme d'ailleurs quelques autres chercheurs<sup>(6)</sup>.

L'introduction de la variabilité de  $E$  et  $m$  rendrait l'intégration des équations différentielles difficile et conduirait aux opérations de calcul complexes. Cette voie, surtout si l'on voulait tenir simultanément compte de conditions  $a$  et  $b$ , semble peu viable pour l'application pratique, tandis que nos solutions ont le mérite d'être simples et, quoique approximatives, démontrent l'essentiel de la dépendance des résultats en fonction des facteurs variables.

2. Nous sommes, contrairement à la proposition de M. Riessauw, d'avis (et les essais à survie le montreront probablement) que le coefficient de majoration  $\alpha$  doit être pris en fonction du rapport  $\mathcal{V}_a/\mathcal{V}_n$  ( $\mathcal{V}_n$  = volume du noyau fretté) et non pas reporté à  $\mathcal{V}_a/\mathcal{V}_b$  ( $\mathcal{V}_b$  volume de béton total, manteau compris), car c'est le noyau ( $\mathcal{V}_n$ ) seul qui profite du bénéfice de l'étreinte latérale générée par le frettage d'une façon d'ailleurs analogue à celle qui est courante pour le calcul des piliers armés des spires d'acier.

3. D'autre part rien ne nous empêche d'étudier d'une manière semblable l'étreinte triple d'un noyau rectangulaire ( $a \neq b$ ) renforcé par un frettage non pas forcément symétrique ( $\lambda_1 \neq \lambda_2$ ). On aurait alors à considérer trois directions d'un modèle orthotrope principales avec un nombre adéquat de modules d'élasticité  $E$  et des coefficients de Poisson  $m$ , liés, entre eux, par deux relations du type (11). On embrasse de cette façon, comme cas limite, un renforcement transversal unidirectionnel (avec  $\lambda_1 = 0$  ou bien  $\lambda_2 = 0$ ). Ce serait également la transition aux parois armées perpendiculairement à l'orientation des charges agissant dans leur plan.

4. L'évaluation de l'influence favorable des nappes sur l'effet de l'armature longitudinale est laissée, dans cette étude, de côté. En effet, les barres longitudinales, étreintes elles-mêmes par le béton, accusent une augmentation appréciable de leur limite d'élasticité.

5. L'introduction du moment fléchissant ne présente pas des difficultés.

6. Il serait bien intéressant de pouvoir comparer, pour la même quantité d'acier, l'effet du frettage par nappes et celui causé par frettes hélicoïdales. Théoriquement, il y a analogie complète et il n'en découle pas de difficultés. Puisque cependant la base des essais n'est, jusqu'à présent, que très étroite, nous préférions, pour le moment, nous en abstenir.

### IX. Applications pratiques

1. L'emploi des armatures transversales présente des aspects pratiques multiples. L'augmentation de la résistance « longitudinale » en vue d'utilisation des éléments comprimés, n'en est qu'une.

2. M. Sarrasin le recommande <sup>(14)</sup> pour renforcer les extrémités des piliers pour absorber, à très peu de frais, les contraintes supplémentaires provenant des moments fléchissants.

3. Un autre aspect très intéressant réside dans le fait suivant : De nombreux essais, effectués sur des matières réputées raides et fragiles, confirment que celles-ci, sous une étreinte latérale suffisante, s'apparentent dans leur comportement aux matières plus ou moins ductiles et tenaces. L'étude des essais de Varsovie <sup>(2)</sup>, confirme ce fait d'une manière éclatante. En outre, le module d'élasticité, dans un cas pareil, accuse des valeurs plus élevées ; la matière prend le caractère, jusqu'à un certain moment, d'une matière élastique. Ces faits jouent un rôle primordial et extrêmement favorable dans les constructions en béton précontraint, surtout quand il s'agit d'une étreinte à deux dimensions ou triple.

4. Mais il y a encore une autre circonstance favorable. Une étreinte latérale augmente, en général, la dureté du corps fretté <sup>(15)</sup>. Pour le béton, il en résulte une augmentation de la résistance à la pénétration d'autres corps, par exemple des bombes. C'est pourquoi l'emploi du béton en état de double et triple étreinte est d'un intérêt tout à fait remarquable au point de vue des constructions antiaériennes. Pour ce but on a eu amplement recours à lui pendant la dernière guerre.

Pour la construction des abris de défense passive ce fait présente un triple avantage : Du fait du E plus élevé et de l'élasticité accrue, l'absorption de l'énergie cinétique de la bombe est plus efficace. Il ne reste qu'une portion réduite de cette énergie pour le travail de pénétration. Mais celle-ci rencontre, en outre, une entrave supplémentaire à cause de l'augmentation de la dureté du béton, aidée par la résistance de l'armature, elle-même, à l'enfoncement. De ce fait l'enfoncement primaire sera sensiblement réduit ce qui permet d'abord à la structure de conserver une résistance moins affaiblie. Deuxièmement et par conséquent, l'explosion de la bombe ne se produira que dans des circonstances plus favorables. Même si la bombe est munie d'un détonateur à retard elle n'éclatera pas en plein corps (avec un bourrage élevé), mais, retenu par cette triple entrave, plutôt dans un espace plus large et, de ce fait, ne causera que des destructions réduites.

C'est pourquoi le béton transversalement armé se prête d'une manière particulièrement intéressante, à la réalisation de couches de dureté.

A cet égard, les principes de construction des abris antiaériens diffèrent

<sup>(15)</sup> Cf. p. e. P. STEPHAN, *Le calcul de résistance au delà de la limite d'écoulement* (*Der Bauingenieur*, 1937, nos 7-8).

en maints points de nos procédés traditionnels basés sur des considérations de sollicitations statiques (<sup>16</sup>).

5. Les revêtements des routes sont également exposés, quoique d'une manière toute différente, aux sollicitations dynamiques des véhicules se déplaçant à grande vitesse. Les barres de répartition d'acier horizontales contribuent, d'une manière d'ailleurs connue, non seulement à la participation de grandes portions de la dalle dans l'effort contre les charges concentrées, mais elles constituent également un renforcement local efficace, contre les chocs et efforts locaux.

6. L'armature « transversale » devient de plus en plus courante dans le domaine des constructions précontraintes dans lesquelles il faut introduire, aux abouts des poutres, des forces énormes d'ancre concentrées ou plus ou moins réparties. De ce fait l'emploi de nappes est recommandé par différents auteurs (<sup>17</sup>).

7. On emploie les nappes transversales fréquemment dans des articulations...

8. Enfin, il sera peut-être intéressant de remarquer que la méthode de calcul exposée se prête, avec quelque modification, à l'application dans un autre cas spécial de notre pratique d'ingénieur. Il s'agit de la rupture de ponceaux observée quelquefois si le remblai de chaussée ou de voie ferrée est comparativement haut. Ses mouvements causés par les tassements naturels sous poids propre et sous l'influence de la circulation, provoquent une tendance au « gonflement » latéral qui entraîne, de son côté, le tuyau du ponceau qui, par conséquent, peut être exposé à une traction considérable. Ce fait, dans des circonstances défavorables, peut engendrer fatalement une rupture complète. En tout cas, une fissuration transversale et l'ouverture des joints en cas de tuyauterie sont des phénomènes bien connus dans des ouvrages d'art semblables.

Pour parer à de pareils dommages on est amené à employer une armature longitudinale au jugé. Le calcul démontré permet l'évaluation de l'ordre de grandeur des forces actuelles dans des situations pareilles et la réalisation d'une protection judicieuse.

### Résumé

1. Le frettage en nappes d'acier se révèle un moyen de renforcement du béton très efficace et économique. Il augmente la valeur de la compression longitudinale que l'on peut appliquer au prisme. Il conduit à une majoration :

- a) De la charge de fissuration;
- b) De la charge de rupture du prisme.

Il réduit en même temps les dilatations longitudinale et transversale de la colonne.

(<sup>16</sup>) W. OLSZAK, *Les abris de défense passive en béton armé* (Przeglad Techniczny, Varsovie, 1936, nos 10 et 21).

W. OLSZAK, *Les hourdis antiaériens. Principes de base* (Inżynieria i Budownictwo, Varsovie, 1938, no 4).

(<sup>17</sup>) F. GUYON, *Théorie des poutres et dalles en béton précontraint*, (Comité d'Organisation du Bâtiment et des Travaux Publics, 1944, série J. 1).

2. L'effet du frettage croît avec l'étreinte latérale engendrée par l'en-trave opposée par les nappes aux gonflements latéraux du béton. Celle-ci augmente avec le pourcentage  $\mu_n$  d'armature transversale et avec la qualité de l'acier employé  $Q_a$ . Par contre, la qualité du béton  $R_{pr}$  joue en sens inverse; les bétons moyens et médiocres profitent de l'étreinte latérale d'une manière plus accentuée que les bétons résistants.

3. Un frettage trop faible ne donne presque pas d'effet.

4. Une liaison parfaite des nappes d'acier avec le béton peut assurer une augmentation de la charge jusqu'à la rupture des grilles.

5. On emploiera de préférence des fils de grille à faible diamètre. Les mailles ne doivent cependant pas être trop serrées, pour ne pas nuire à la mise en œuvre et à la compacité du béton. (« Effet de paroi » d'après Caquot et Faury.)

6. L'efficacité du frettage en nappes surpassé, pour le même volume d'armature, celle du renforcement par barres d'acier longitudinales.

7. La solution théorique obtenue ne peut servir que de première approximation. Toutefois, les prévisions établies démontrent le caractère général du phénomène et ne s'opposent pas, dans leur allure générale, aux résultats d'essais. La base expérimentale est cependant, pour le moment, très fragmentaire. Le programme de recherches doit être conçu de manière à donner la possibilité de jouer sur toutes les variables du problème (qualité et pourcentage d'acier, qualité et déformabilité du béton, distribution des nappes, etc.).

8. Le champ d'application pratique et efficace du frettage en nappes transversales est très varié (éléments comprimés, constructions anti-aériennes, revêtements des routes, constructions précontraintes, etc.).

### Zusammenfassung

1. Die Verwendung von schichtenweiser Querarmierung (Querrostern) erweist sich als ein sehr wirksames und wirtschaftliches Mittel zur Verstärkung von Betonkonstruktionen. Die dem Betonprisma zugewiesene Längsbelastung kann dadurch beträchtlich vergrössert werden, denn man steigert auf diese Art sowohl :

- a) Seine Risslast;
- b) Als auch seine Bruchlast.

Gleichzeitig wird die Längsverkürzung und die Querdehnung des Prismas reduziert.

2. Die Wirksamkeit einer derartigen « Umschnürung » wächst mit der Querdruckspannung, die infolge der Hinderung der Betonquerdehnung durch die Stahlroste entsteht. Diese nimmt zu mit dem Prozentsatz  $\mu_n$  der Querbewehrung, als auch mit der Qualität  $Q_a$  der verwendeten Stahlsorte. Dagegen wirkt sich eine Verbesserung der Betonqualität  $R_{pr}$  im entgegengesetzten Sinne aus, indem Betonsorten von mittlerer oder minderer Güte bedeutendere Festigkeitszunahmen aufweisen als hochwertige Betonarten.

3. Eine schwache Querbewehrung erweist sich als fast wirkungslos.

4. Wenn der Verbund zwischen Armierung und Beton einwandfrei

ist, kann eine Steigerung der Belastung u. U. bis zum Zerreissen der Querarmierung führen.

5. Die Roste sollten aus Draht von geringem Durchmesser hergestellt werden. Das Netz soll trotzdem nicht zu dicht sein, damit die Herstellung und die Kompaktheit des Betons nicht ungünstig beeinflusst werden (« Wandeffekt » nach Caquot und Faury).

6. Die Wirksamkeit der Querroste ist, bei gleichem Stahlvolumen, grösser als jene der Längsbewehrung.

7. Die erhaltenen theoretischen Ergebnisse können als erster Anhaltspunkt zur Abschätzung der Vorgänge dienen. In dieser Hinsicht werden sie in ihren Grundzügen durch bereits vorliegende Versuchsresultate bestätigt. Indessen ist jedoch z.Zt. die experimentelle Basis in dieser Hinsicht noch sehr spärlich. Das Versuchsprogramm muss so aufgestellt werden, dass die Bedeutung aller in Frage kommenden Faktoren (Stahlmenge und -qualität, Betongüte und -verformbarkeit, Verteilung der Roste usw.) richtig erfasst werden kann.

8. Die praktische Verwendung von schichtenweiser Querarmierung im modernen Betonbau ist sehr mannigfach (Druckglieder, Luftschatzbauten, Strassenbeläge, vorgespannte Konstruktionen usw.).

### Summary

1. The use of transverse steel grates has proved itself a very efficacious and economical means of reinforcing compressed concrete elements. The longitudinal load of the concrete column can, in this way, considerably be increased because by doing so we increase both :

- a) Its fissuring load;
- b) Its ultimate load.

At the same time the longitudinal contraction and the lateral expansion of the column is reduced.

2. The efficacy of this kind of « binding » increases with the lateral pressure generated through diminishing the lateral expansion of the concrete due to the steel grates. This efficacy increases with the percentage  $\mu_n$  of the transverse grates as well as with the yield-point  $Q_a$  of the grate steel used. On the contrary, an improvement of the quality of the concrete  $R_{pr}$  acts in the opposite sense, as medium or minor qualities of concrete show a comparatively greater gain of load capacity than high quality concretes.

3. Too weak a « binding » has proved itself ineffective.

4. If the cooperation of the grates with the concrete is perfect the increase of the crushing load may even lead to the rupture of the transverse grates.

5. The grates should be made of small-diameter wire. However, the net work must not be too thick, in order no to influence unfavourably the confection and the compactness of the concrete (« Wall-effect » by Caquot and Faury).

6. The efficacy of the transverse grate reinforcement is, for the same volume of steel, greater than that of longitudinal bars.

7. The obtained theoretical results can serve as a first approximation. Their general attitude is confirmed by experimental results of research work already done. The experimental basis in this respect is, however, for the time being, somewhat scanty. The programme of research work must so be established that the influence of all the factors concerned (percentage of steel and its quality, quality and the deformability of the concrete, distribution of the grates, etc.) can be correctly stated.

8. The practical use of transverse grate reinforcement in modern concrete engineering is very varied (compressed elements, anti-aircraft shelters, road surfacing, pre-stressed structures, etc.).