

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 3 (1948)

Artikel: Recherches théoriques et expérimentales concernant la vibration du
béton

Autor: L'Hermite, R.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-4009>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 13.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

IIa3

Recherches théoriques et expérimentales concernant la vibration du béton

Theoretische und experimentelle Untersuchungen der Vibration des Betons

Theoretical and experimental investigation of vibration of concrete

R. L'HERMITE

Directeur des Laboratoires du Bâtiment et des Travaux Publics, Paris

Le béton frais, tel qu'il sort de la bétonnière, mélange d'eau, de ciment et d'agréats inertes est une matière incohérente dont il faut chercher à définir les propriétés mécaniques. Celles-ci ont été englobées sous le nom générique de « plasticité de mise en œuvre » ou « Workability » et les mesures destinées à les définir sont jusqu'à présent très peu précises et assez contestables. Ce sont l'essai au cône d'Abrams ou à la table à secousse. Nous avons pensé, pour sortir de l'empirisme de ces notions qu'il fallait, autant que possible, parler le langage du physicien et rapporter les mesures aux unités universelles de temps, déplacement et masse. Ceci nous a conduit à des essais de frottement interne et de viscosité sur le béton inerte puis sur le béton en vibration. Ces deux notions fondamentales éclairent d'un jour nouveau le problème de la vibration et permettent d'en comprendre le mécanisme.

Le cisaillement du béton frais

L'essai de cisaillement du béton frais est effectué dans un appareil semblable à ceux que l'on utilise dans la mécanique des sols (fig. 1). Une couronne cylindrique de béton de 30 cm de diamètre intérieur, de 20 cm d'épaisseur et de 20 cm de hauteur est enfermée dans une boîte de dimensions correspondantes, coupée en deux parties indépendantes par un plan horizontal perpendiculaire à l'axe du cylindre.

Elle reçoit une charge P par un piston en forme de couronne coulissant dans la partie supérieure de la boîte. Lorsque l'on fait tourner l'une par rapport à l'autre les deux moitiés superposées de la boîte, sous l'action

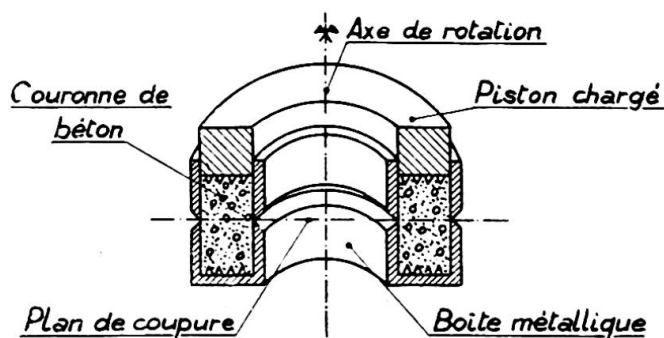


Fig. 1. Boîte de cisaillement par torsion pour le béton frais.

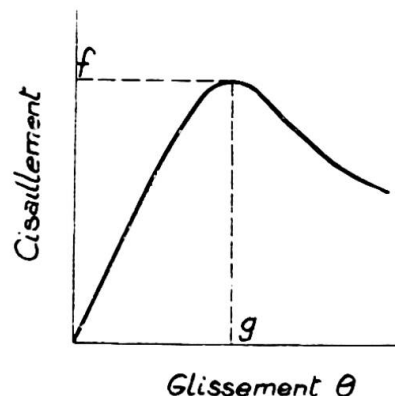


Fig. 2.

d'un couple de torsion M un glissement se produit dans le plan de coupe sous l'influence d'une pression p et d'un cisaillement τ . Si l'on provoque la rotation des deux parties à une vitesse angulaire $v_1 = \frac{d\theta}{dt}$, on mesure l'angle de rotation en fonction de θ et l'on obtient une courbe de déformation qui possède un maximum puis décroît (fig. 2). Les coordonnées de ce maximum sont intéressantes à connaître : f donne le cisaillement de rupture à partir duquel l'édifice constitué par le squelette s'écroule, g donne la déformation correspondante.

Si, dans une série d'expériences à vitesse de rotation identique nous faisons varier la pression p , nous trouvons une suite de valeurs de la résistance au cisaillement et l'on voit que la fonction $f(p)$ est sensiblement confondue avec une droite (fig. 3). L'angle φ_1 que la droite fait avec l'axe des abscisses est l'angle de frottement interne; elle coupe l'axe des ordonnées pour une valeur f_0 telle que $\frac{f_0}{\tan \varphi_1}$ est la cohésion.

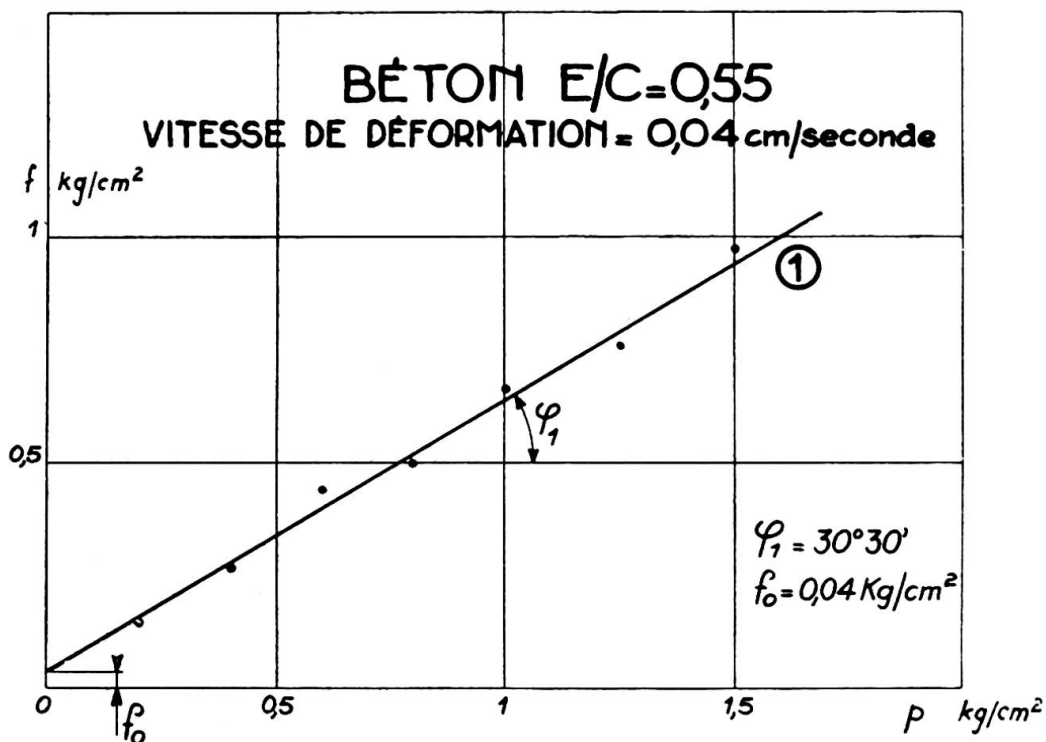


Fig. 3.

Opérons maintenant le cisaillement avec une seconde vitesse $v_2 > v_1$, nous trouvons alors un angle de Coulomb $\varphi_2 > \varphi_1$. On constate que l'angle de frottement augmente avec la vitesse et tend, pour une vitesse infiniment petite vers une valeur non nulle. Il existe donc un frottement indépendant de la vitesse, c'est le frottement vrai et un frottement qui est une fonction croissante de la vitesse; c'est le frottement visqueux. En définitive, en appelant K les coefficients de frottement, on peut écrire que :

$$f = f_0 + [K_0 + K_1(v)] p$$

où K_0 est le frottement vrai, K_1 le frottement visqueux. Généralement, f_0 et $K_1 p$ sont très faibles et l'on peut écrire plus simplement

$$f = Kp$$

avec $K = \operatorname{tg} \varphi$.

La vibration

Quoi de plus étonnant en apparence que la vibration du béton? Le fait de placer cette matière terreuse sur une table agitée de mouvements périodiques à la cadence de quelques dizaines par seconde produit un changement presque instantané de son aspect. La matière semble entrer en fusion et même en effervescence avec évacuation de l'air inclus, elle coule comme un liquide épais. A l'intérieur du mélange, les grains sont agités d'une manière désordonnée rappelant un mouvement Brownien. Ils se heurtent, et chacun des chocs occasionne une impulsion dont les résultantes correspondent à une force. Il en résulte une énergie d'agitation et une pression hydrostatique négative ou pression d'expansion qui tend à écarter les grains et à dilater le mélange. On trouve une analogie avec l'agitation thermique des molécules d'un gaz maintenu en espace clos.

Le volume total des grains en mouvement désordonné ne peut dépasser le volume des vides ε , déduction faite du liquide déplacé. La masse ne peut être supérieure à $\frac{\varepsilon D}{1-\varepsilon}$ où D est la densité. Mais cette masse est animée d'une vitesse moyenne v qui dépend de la fréquence et de la granulométrie. La pression d'agitation est dans ces conditions :

$$\varpi = \frac{\alpha n}{3} \cdot v \cdot \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \cdot D.$$

La constante α inférieure à l'unité tient compte de l'énergie absorbée pendant le choc.

Le terme $\frac{n}{3}$ indique que chaque impulsion a lieu $\frac{n}{3}$ fois par unité de temps dans chaque direction de l'espace puisque ϖ est hydrostatique.

Si l'on appelle $d = \frac{D}{1-\varepsilon}$ la densité de la partie solide, on peut encore écrire : $\varpi = \alpha \frac{n}{3} v \cdot \varepsilon \cdot d$.

Supposons pour l'instant que nous connaissions ϖ . L'équilibre intérieur qui avant vibration était défini par $f < Kp$ devient

$$f < K(p - \varpi).$$

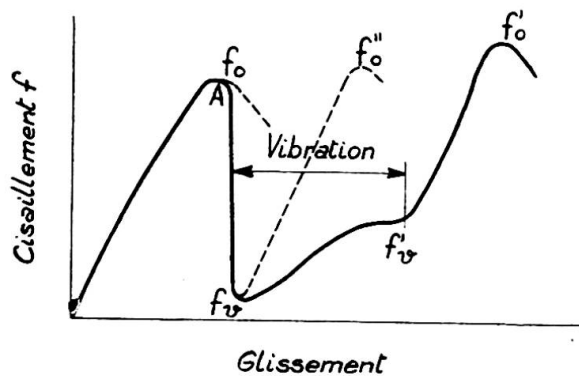


Fig. 4.

La valeur du cisaillement qui rompt l'équilibre est :

$$f = K(p - \varpi)$$

ce qui correspond à un coefficient de frottement apparent de :

$$K_v = K \left(1 - \frac{\varpi}{p} \right)$$

pour $\frac{\varpi}{p} > 1$, le coefficient K_v est

nul, la matière n'a plus de frottement interne et possède les pro-

priétés d'un liquide. Le mélange a subi une fusion pâteuse sous l'influence de l'agitation des agrégats. Nous dirons qu'elle se trouve dans l'état de liquidité.

Sur le piston de l'appareil représenté par la figure 1, plaçons un vibreur et sans mettre ce dernier en action, opérons un cisaillement jusqu'au maximum de la courbe en A (fig. 4). A cet instant, faisons agir le vibreur. La résistance au cisaillement tombe instantanément à une valeur beaucoup plus faible f_v , puis le tassement du mélange se poursuivant et sa compacité augmentant, sa résistance au cisaillement augmente à nouveau jusqu'à f'_v . Arrêtons à nouveau le vibreur, la résistance augmente rapidement jusqu'à une nouvelle valeur $f'_0 > f_0$. Nous obtenons de cette manière trois courbes $f(p)$ ainsi que l'on peut le constater sur la figure 5 tirée d'expériences dues à mon excellent collaborateur et ami M. Tournon. La première courbe (1) avant vibration, la seconde (V) pendant la vibration, correspondant au minimum $f(v)$, la troisième (2) après vibration.

Ces courbes forment en réalité les branches des courbes intrinsèques au sens de Mohr-Caquot, pour la matière dans une série d'états déterminés. Le fait que la partie asymptotique de la courbe (V) soit sensiblement parallèle à la droite (2) montre que les courbes intrinsèques pendant et sans vibration au même instant sont déduites l'une de l'autre par une translation qui correspond à la valeur de la pression d'expansion ϖ . Dans le cas de la figure 5, cette pression d'expansion est de 0,95 kg/cm² environ. Il subsiste cependant un frottement interne faible mais non nul entre 0 et A et un raccordement remplace le point anguleux théorique que l'on devrait trouver en A. Cette continuité est en réalité une résultante statistique de la dispersion des liaisons au sujet de laquelle nous reviendrons plus loin.

Considérons maintenant un grain de masse m au sein du mélange. Son mouvement x est défini par rapport au mouvement général des parties motrices par l'équation :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + a \frac{dx}{dt} + bx = bx_0 \sin \omega_0 t$$

$x_0 \sin \omega_0 t$ représente la vibration d'ensemble, en phase avec le vibreur, d'amplitude x_0 et de fréquence $n_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$

$a \frac{dx}{dt}$ est la force de frottement et

bx est la force élastique qui s'oppose au déplacement. Nous pouvons

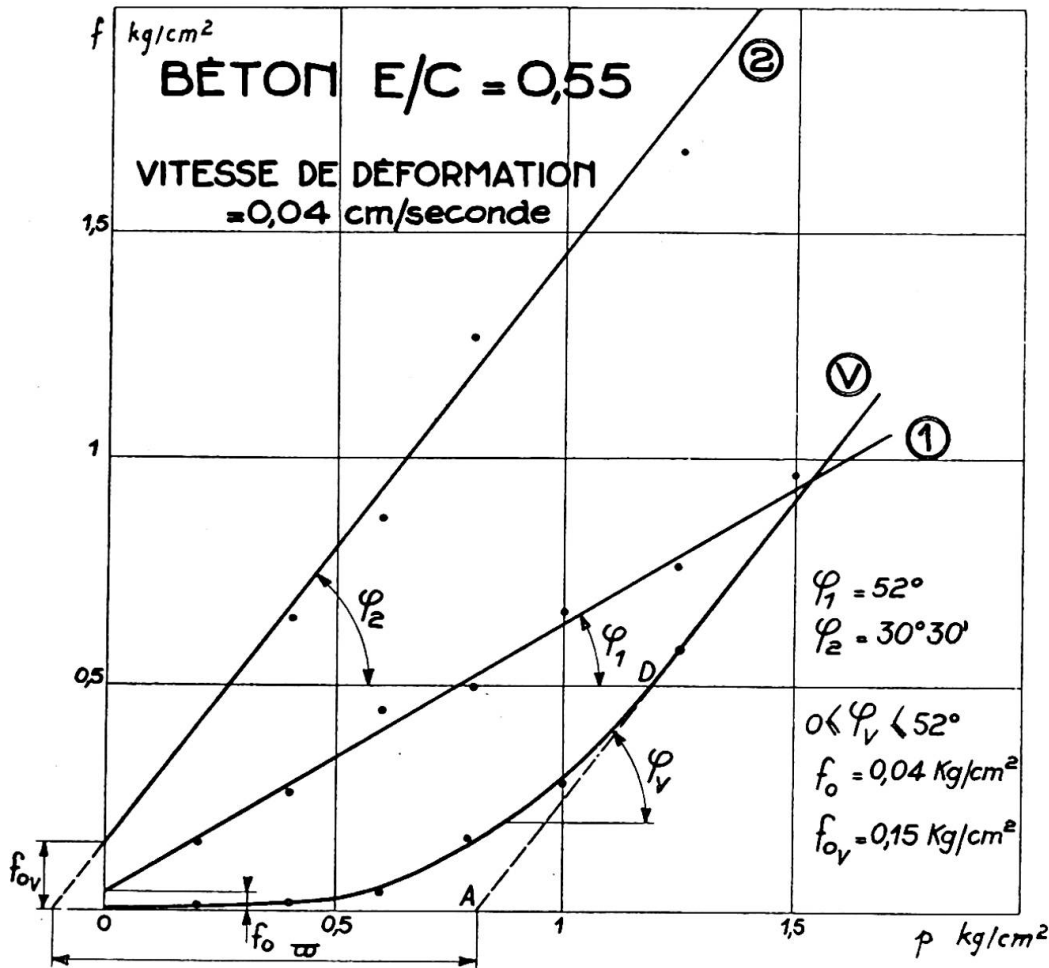


Fig. 5.

tenter d'exprimer les grandeurs m , a et b en fonction du rayon moyen r et nous trouvons que m est proportionnel au cube du rayon tandis que a et b sont proportionnels au carré du rayon. On peut ainsi établir un spectre des vitesses maxima de projection en fonction du rayon moyen.

Ce spectre se divise grossièrement en trois bandes :

En dessous d'un rayon r_1 les particules vibrent en phase avec le vibreur avec une amplitude sensiblement égale et ne produisent pas d'agitation;

Au-dessus d'un rayon r_2 , les particules ne vibrent pas;

Entre r_1 et r_2 , les particules vibrent en opposition avec le restant de l'agrégat et possèdent une amplitude plus grande que celle du vibreur, ce sont elles qui produisent l'agitation et la pression d'expansion.

Si l'on considère que cette bande passante est assez étroite pour qu'elle corresponde à un rayon moyen calculé comme étant celui de la fréquence propre, on trouve que la pression d'agitation est :

$$\varpi = Q(n)\varepsilon x_0$$

où $Q(n)$ est une fonction croissante de la fréquence dont la forme dépend de la granulométrie.

L'énergie totale de vibration est $W = 2\pi^2 dn^2 x_0^2$ si A_0^2 est l'amplitude moyenne de la bande passante, l'énergie dépensée en agitation est :

$Wa = 2\pi^2 dn^2 \sigma^2 A_0^2 \varepsilon$ et peut être rapportée à l'énergie totale par la relation :

$$\frac{Wa}{W} = \frac{S(n) \varepsilon}{1 - \varepsilon}$$

où $S(n)$ est une fonction décroissante de la fréquence et σ un coefficient de quadrature.

On trouve encore que l'énergie perdue par frottement est :

$$W_f = \nu \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} W$$

le rapport $\frac{W_f}{W} = \Omega$ est l'amortissement, énergie relative perdue par unité de volume et par unité de temps. La pression d'expansion est reliée à l'énergie W par la relation :

$$\omega = R \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \sqrt{W}$$

R étant une constante indépendante de la fréquence; on voit que la pression d'expansion est directement proportionnelle à la racine carrée de l'énergie fournie.

Il faut remarquer que les énergies ainsi définies sont utilisées seulement dans la partie de l'agrégat comprenant les grains de rayon inférieur à r_2 . C'est seulement dans cette partie que peut avoir lieu la fluidification. Lorsque l'on vibre à haute fréquence un mortier à gros agrégats, on voit la structure qu'ils forment initialement s'écrouler comme si la gangue qui les entoure était entrée brusquement en fusion. Le rendement de l'opération peut alors être sensiblement amélioré puisque l'on répartit l'énergie fournie sur une partie réduite de la masse totale. Il s'agit cependant de choisir une fréquence de vibration en fonction de la granulométrie de telle façon que le rayon limite r_2 en dessous duquel va se produire la fluidification soit effectivement un mortier continu entourant des grains plus gros capables de se mettre en place par glissement sous l'influence de la gravité. C'est pourquoi une opération de ce genre réussit spécialement bien dans un béton à granulométrie discontinue.

D'une manière générale, pour assurer cette continuité de la partie fluidifiée on a intérêt à élargir la bande $r_1 r_2$, c'est-à-dire à employer simultanément plusieurs fréquences de vibration. Les appareils actuels provoquent effectivement des harmoniques qui concourent dans ce sens mais d'une manière difficile à contrôler. Les vibreurs pneumatiques à chocs, par exemple, donnent toute une série de fréquences simultanées. Mais nous pensons qu'il y aurait lieu de chercher à construire des appareils fournissant deux ou trois fréquences fondamentales à énergies comparables : 4 000, 8 000 et 12 000 périodes par minute, par exemple; le rendement en serait certainement considérablement accru.

Serrage et désaération du béton vibré

La première conséquence de la vibration est, ainsi que nous venons de le voir, de diminuer son frottement interne apparent sous l'influence de l'agitation d'une certaine classe de grains. Mais ce mouvement a également pour effet de faire passer ces grains d'une position initiale à une autre position plus stable. C'est cette modification de position relative qui est

la cause du serrage, c'est-à-dire de la diminution du volume des vides. La vitesse de serrage est donc proportionnelle au nombre de grains capable d'être projetés dont le volume total est égal à ε . Les particules sont animées d'une énergie totale Wa tandis qu'elles ont à rompre, pour opérer le serrage, la résistance au glissement du squelette. Cette rupture nécessite une énergie moyenne qui nous est donnée par l'essai statique de cisaillement, elle est proportionnelle au coefficient de frottement statique interne $K : U = K\xi$ où ξ est une constante caractéristique. Mais cette énergie est une résultante d'effets localisés aux points d'impact où les travaux de rupture sont essentiellement variables. Si nous admettons, en première approximation que tous les grains en agitation ont une masse voisine, on peut, en employant le calcul des probabilités, estimer que le nombre de grains capable de produire la rupture des liaisons de frottement est égal à $e^{-\left[\frac{U}{Wa}\right]^2}$. La vitesse de serrage est proportionnelle à ce nombre, mais elle est encore proportionnelle à la force extérieure qui entre en jeu aussitôt la rupture de la liaison, c'est-à-dire à p , et au volume des vides où le serrage peut se produire. De sorte que la vitesse de tassement devient :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -Qp\varepsilon e^{-\left[\frac{U}{Wa}\right]^2}.$$

Or ε diminue pendant le serrage, U augmente puisque K croît. Il en résulte que la vitesse de serrage diminue très rapidement et tend vers une valeur très faible avant que ε s'annule. Il reste un vide résiduel que la vibration ne peut réduire sans être prohibitive.

Nous avons raisonné, en outre, sans nous occuper de l'évacuation de l'air qui remplit les vides. Soit ε cette quantité d'air à l'origine sous pression p , elle devient pour un vide ε : $p_a = p \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}$. Supposons maintenant que l'air étant arrivé à cette pression nous lui permettrons de circuler par perméabilité et de sortir du mélange. Un calcul simple montre que le volume d'air a sous pression p qui traverse un cube élémentaire taillé dans la masse est pendant l'unité de temps :

$$\frac{da}{dt} = \varphi \Delta^2 p_a$$

où Δ^2 est l'opérateur laplacien et φ une constante de perméabilité.

Si ε est constant en première approximation dans la région considérée :

$$\varepsilon \frac{dp_a}{dt} = p_a \frac{da}{dt}.$$

En appelant la surpression $p_a' = p_a - p$, on a finalement :

$$\frac{dp_a'}{dt} = \varphi \frac{\varepsilon}{p + p_a'} \Delta^2 p_a'.$$

Lorsque p_a' est petit devant p , la variation de surpression dans le mélange répond à la loi de Fourier :

$$\frac{dp_a'}{dt} = \varphi \frac{\varepsilon}{p} \Delta^2 p_a'.$$

Pour une couche plane, le temps nécessaire à obtenir une diminution de surpression, donc une évacuation d'air donnée est proportionnelle au

carré de la distance du point considéré à la surface libre. Enfin, l'on peut dire que, dans un moule, le temps de désaération est sensiblement proportionnel au carré du rapport volume sur surface libre :

$$T = \left(\frac{V}{S} \right)^2.$$

Viscosité du béton vibré et ségrégation

Nous avons vu que le béton vibré pouvait être, au delà d'une certaine limite assimilé à un liquide dont la principale propriété réside dans la viscosité. D'une façon générale, lorsque nous cherchons à déformer une masse de béton frais, elle tend à revenir vers son état d'équilibre en changeant de configuration. Ce changement d'état doit nécessiter une certaine énergie moyenne d'agitation telle que le nombre de ruptures de liaisons de frottement soit, comme précédemment égal à $e^{-\left[\frac{U}{Wa}\right]^2}$. Nous trouvons, comme coefficient de viscosité son inverse :

$$\eta = Je^{\left[\frac{U}{Wa}\right]^2}.$$

On voit que le coefficient de viscosité augmente avec la pression et le coefficient de frottement interne K . Il décroît avec l'énergie d'agitation, c'est-à-dire avec le volume des vides et l'amplitude.

En reportant cette valeur dans l'expression de la vitesse de serrage, on trouve que :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\theta \frac{p\varepsilon}{\eta}$$

où θ est une constante qui dépend de la nature du béton et de la forme du moule. La vitesse de serrage est donc inversement proportionnelle à la viscosité du béton à l'instant donné.

Pour mesurer le coefficient de viscosité du béton, nous avons employé un appareil basé sur le principe du viscosimètre à bille (fig. 6). Un réservoir R , rempli de béton est placé sur une table vibrante T . Au sein de ce réservoir, on plonge une sphère S en acier. Cette sphère est équilibrée par

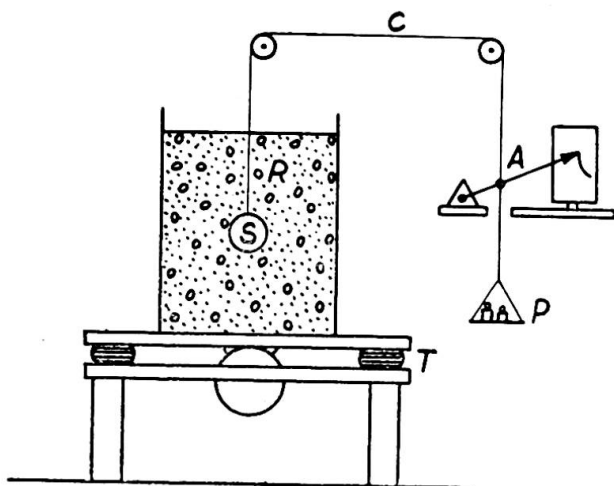


Fig. 6. Dispositif de mesure de la viscosité du béton frais.

un contrepoids P posé sur deux poulies. Le mouvement de la bille dans le sens vertical est enregistré grâce à une aiguille A. La force ascensionnelle de la bille par rapport au milieu est :

$$F = \Pi \left(1 - \frac{D}{\varrho} \right) - P$$

où Π est le poids de la sphère et ϱ sa densité, D est la densité du béton.

On place alors la sphère dans le béton et l'on met en marche le vibreur. Au bout d'un très court parcours, sa vitesse permet de mesurer la viscosité grâce à la formule de Stokes.

Les expériences faites au Laboratoire par M. Tournon ont montré que pour une vitesse faible de la bille inférieure à 0,4 cm/sec, pour des diamètres variant entre 5 et 10 cm, pour des forces ascensionnelles différentes, le coefficient de viscosité calculé est sensiblement constant. Pour le béton qui a fait l'objet des mesures de cisaillement reportées sur la figure 5, il est compris entre 60 et 70 gr/cm sec.

Il s'agissait d'un récipient contenant 250 kg de béton posé sur une table vibrant à 3 000 t/min sous une amplitude de 1 mm.

L'expérience faite en faisant varier la quantité d'eau de gâchage $\frac{E}{C}$ dans le dit béton a montré que, pendant la vibration, la viscosité était reliée à $\frac{E}{C}$ par une fonction linéaire empirique :

$$\log \frac{\eta}{\eta_0} = - \mu \frac{E}{C}$$

où η_0 et μ sont deux constantes dépendant de la granulométrie et des paramètres de la vibration.

Le mouvement de la sphère que nous venons d'étudier représente à une certaine échelle le déplacement d'un caillou à travers la masse sous l'influence de son propre poids. Cette vitesse de descente est proportionnelle au carré de son rayon moyen et inversement proportionnelle à la viscosité. Or, un tel déplacement des grains à vitesse différente suivant leur grosseur, dans la direction de la gravité, conduit au phénomène bien connu de ségrégation. L'inverse $\sigma = \frac{1}{\eta}$ du coefficient de viscosité peut donc être pris comme indice de ségrégation.

Si nous reprenons la formule empirique qui précède, nous voyons que l'indice de ségrégation est relié à la quantité d'eau par la relation :

$$\sigma = \eta_0 e^{\frac{E}{C}}.$$

Il augmente beaucoup plus vite que le rapport $\frac{E}{C}$.

Les expériences faites au laboratoire sur la ségrégation méritent d'être signalées. Un récipient rempli de béton est soumis à l'action de la vibration et l'on détermine après un certain temps d'une action de ce genre les poids spécifiques d'un certain nombre de tranches découpées sur la hauteur. La figure 7 donne un exemple obtenu par Tournon sur un béton $\frac{E}{C} = 0,675$ après 12 minutes de vibration. Mais cette série de mesures assez

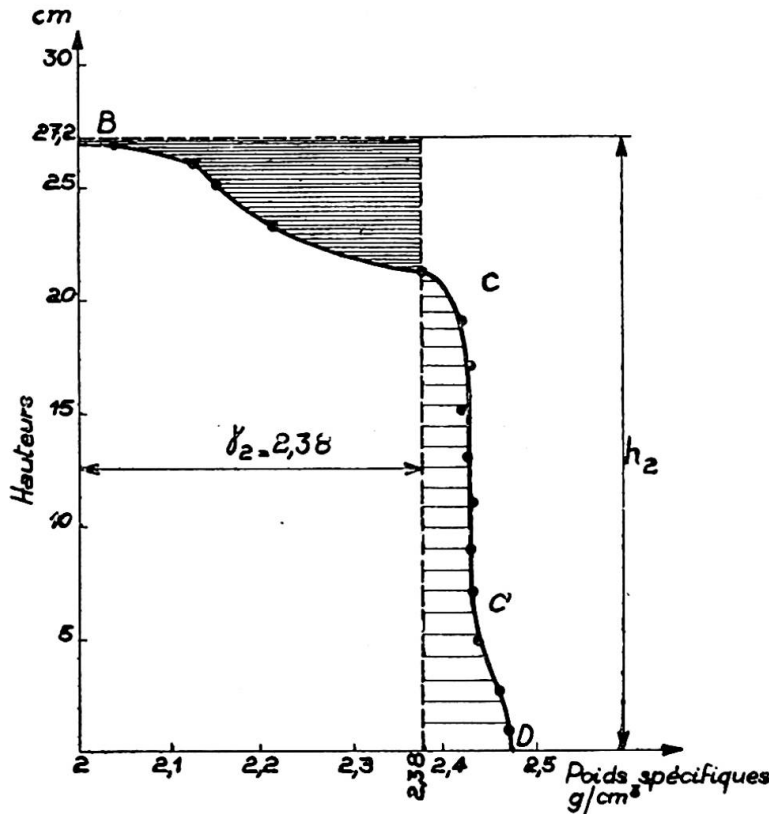


Fig. 7.

compliquées peuvent être remplacées par une mesure plus simple de la variation de hauteur du centre de gravité du contenu. Si HG_1 est la hauteur du centre de gravité avant vibration, HG_2 sa hauteur après vibration, si H est la hauteur du béton dans le récipient, l'indice de ségrégation peut être donné par le rapport : $\frac{HG_1 - HG_2}{H}$.

Dans le paragraphe consacré au frottement interne, nous avons considéré que celui-ci était nul en dessous d'une certaine valeur de la pression correspondant à $p = -\pi$. En réalité l'expérience montre que K croît d'abord lentement puis rapidement ainsi que le montre la figure 5. Cette continuité, en contradiction avec la discontinuité théorique est une résultante statistique de la dispersion des liaisons analogues à celle que nous avons mise en évidence pour la viscosité et le serrage. En effet, π est une pression négative qui ne peut agir que dans les points où les liaisons locales correspondent à une pression de contact supérieure à p . Le nombre de ces points est proportionnel à $e^{-\left[\frac{U}{\pi a}\right]^2}$. De sorte que les liaisons ne subsistent qu'aux points $1 - e^{-\left[\frac{U}{\pi a}\right]^2}$ et le coefficient de frottement interne apparent peut s'écrire en fonction de la viscosité :

$$K' = K \left[1 - \frac{\pi}{p} \left(1 - \frac{J}{\eta} \right) \right].$$

Cette relation entre les deux coefficients de viscosité nous permet de tirer une relation entre η et $\frac{\pi}{p}$ lorsque K' est connu. Pour l'état de liquidité parfait on en déduit une expression simplifiée de la vitesse de serrage :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -Q \cdot \varepsilon \cdot p \left(1 - \frac{p}{w}\right).$$

Propagation de la vibration

Considérons un point à l'intérieur de la masse de béton où l'énergie totale en action par unité de volume est W . L'énergie dissipée est Wf . Nous pouvons écrire que l'énergie qui traverse le volume subit une perte Wf et Gradient $W = -Wf$ que nous pouvons écrire encore :

$$\text{Grad } W = -\frac{\mu \varepsilon n W}{1 - \varepsilon}.$$

Si nous considérons l'instant initial avec ε constant :

$$W = W_0 [e^{-\Omega z_1} + e^{-\Omega z_2} + e^{-\Omega z_3}]$$

où $\Omega = \frac{Wf}{W}$ coefficient d'amortissement. L'énergie W diminue d'autant plus rapidement à partir du point W_0 que Ω est plus élevé, c'est-à-dire que :

A condition de vibration égale, que la pression d'expansion est plus grande;

A fréquence égale, que le volume des vides est plus grand;

A volume des vides égaux, que la fréquence est plus élevée.

Ceci explique que, pendant le serrage, les surfaces d'énergie constante s'éloignent de la source.

Dans une couche plan l'expression de la propagation de la vibration est $W = W_0 e^{-\Omega z}$ et si d est l'épaisseur de la couche, l'énergie totale absorbée est :

$$W_F = W_0 [1 - e^{-\Omega d}]$$

La vibration circulaire dans un milieu à deux dimensions où l'énergie est apportée par une aiguille vibrante donne :

$$W = W_0 \frac{r_0}{r} e^{-\Omega(r, -r)}$$

où r_0 est le rayon de l'aiguille.

Quand l'énergie est apportée par une enveloppe cylindrique entourant un cylindre indéfini de béton au rayon r_1 , l'expression est :

$$W = W_0 \frac{r_1}{r} e^{-\Omega(r, -r)}$$

L'énergie de la vibration augmente indéfiniment vers le centre où l'énergie ainsi concentrée provoque un mouvement de convection qui risque d'introduire de l'air dans le mélange et de conduire rapidement à la ségrégation.

Disons pour terminer que les expériences ont montré que le coefficient d'amortissement Ω est dans le cas d'un béton de chantier de gravillon de Seine à 350 kg de ciment compris entre 0,04 et 0,10 à la fréquence de 6 000 périodes par minute. Pour un béton de pierres cassées il peut atteindre 0,15 à la même fréquence.

Résumé

La principale caractéristique d'un béton frais réside dans son coefficient de frottement interne K . Ce dernier peut être mesuré grâce à un appareillage simple.

La fluidification du béton sous l'action de la vibration est due à une pression d'expansion provoquée par le mouvement et le choc des grains dans les vides du mélange. On peut la mesurer par un essai de cisaillement. Le coefficient de frottement interne apparent K' diminue pendant la vibration sous l'action de la pression d'expansion et croît au cours du serrage. La pression d'expansion est proportionnelle au volume des vides et à l'amplitude de la vibration moyenne. C'est une fonction croissante de la fréquence dont la forme dépend de la granulométrie.

Le rapport entre l'énergie dissipée par la vibration et l'énergie fournie est le coefficient d'amortissement. Il croît avec le pourcentage des vides et augmente avec la fréquence. L'énergie d'agitation est condensée dans une certaine partie de la granulométrie dont les limites dépendent de la fréquence. Lorsque cette partie est comprise entièrement dans le mortier entourant les gros agrégats, ceux-ci n'entrent pas en agitation et le rendement de la vibration est augmenté dans les parties correspondantes du mélange.

La vitesse de serrage du béton croît avec la pression et le volume des vides. Elle est inversement proportionnelle à la viscosité. La viscosité est, avec le frottement interne, une caractéristique primordiale du béton qui peut être mesurée facilement sur un appareil approprié. C'est la viscosité qui commande la ségrégation.

La désaération du béton accompagne le serrage et l'air inclus s'oppose à ce dernier. En vibration homogène, le temps de désaération est proportionnel au rapport entre le carré du volume et le carré de la surface libre.

La propagation de l'énergie vibratoire depuis la source se fait avec un amortissement tel que :

$$\frac{1}{W} \text{ Grad}^t W = - \Omega$$

où $\Omega = \frac{W_F}{W}$ est le coefficient d'amortissement.

L'énergie vibratoire diminue à partir de la source d'autant plus vite que :

- La pression d'expansion est plus élevée;
- La fréquence est plus élevée;
- Le volume des vides est plus grand;
- La vitesse de serrage est plus rapide.

L'augmentation de la fréquence donne un serrage plus énergique mais un rayon d'action plus limité à moins que les gros grains de l'agrégat exclus de l'agitation provoquent une augmentation du rendement dans la partie restante du mélange.

Zusammenfassung

Die Hauptcharakteristik eines jungen Betons besteht in seinem Innenreibungskoeffizienten K , der dank einer einfachen Messvorrichtung bestimmt werden kann. Das Fließen des Betons bei Vibration wird mittels

eines expansiven Druckes durch die Bewegung und den Zusammenstoss der Körner in den Hohlräumen der Mischung hervorgerufen. Man kann es durch einen Schubversuch messen. Der scheinbare innere Reibungskoeffizient K' nimmt während der Vibration ab und während des Verdichtens zu. Der Expansivdruck ist proportional dem Hohlraumvolumen und der Amplitude der mittleren Vibration und nimmt mit der Frequenz zu.

Das Verhältnis zwischen der durch die Vibration aufgebrauchten Energie und der eingeführten Energie ist der Dämpfungskoeffizient. Dieser nimmt mit dem Prozentsatz der Hohlräume und mit der Frequenz zu. Die Rüttelenergie ist in einem bestimmten Teil der Granulometrie konzentriert, dessen Grenzen von der Frequenz abhängen. Wenn dieser Teil vollständig im Mörtel enthalten ist, der die groben Körner umgibt, so werden letztere nicht in Bewegung geraten und der Wirkungsgrad der Vibration wird in dem entsprechenden Teil der Mischung verbessert.

Die Verdichtungsgeschwindigkeit des Betons nimmt mit dem Druck und dem Hohlraumvolumen zu. Sie ist umgekehrt proportional der Zähflüssigkeit. Sie ist zusammen mit der inneren Reibung eine hervorstechende Charakteristik des Betons und kann leicht mittelst einer geeigneten Vorrichtung gemessen werden. Die Zähflüssigkeit bewirkt die Absonderung.

Die Entlüftung des Betons begleitet die Verdichtung, wobei die eingeschlossene Luft der letzteren entgegenwirkt. Bei homogener Vibration ist die Entlüftungszeit proportional dem Verhältnis zwischen dem Quadrat des Volumens und dem Quadrat der freien Oberfläche.

Die Ausbreitung der Vibrationsenergie von der Quelle aus geschieht mit folgender Dämpfung :

$$\frac{1}{W} \cdot \text{Grad } W = -\Omega$$

wo $\Omega = \frac{W_F}{W}$ der Dämpfungskoeffizient ist.

Die Abnahme der Vibrationsenergie, von der Quelle aus, ist umso grösser als :

- Der Expansionsdruck hoch ist;
- Die Frequenz hoch ist;
- Das Hohlraumvolumen gross ist;
- Die Verdichtungsgeschwindigkeit grösser ist.

Die Zunahme der Frequenz bewirkt eine intensivere Verdichtung, aber einen begrenzteren Wirkungsradius, es sei denn, dass die grossen Körner, die von der Erschütterung ausgeschlossen sind, zu einer Vergrösserung des Wirkungsgrades im übrigen Teil der Mischung beitragen.

Summary

The chief characteristic of concrete lies in its internal friction coefficient K , which can be ascertained thanks to a simple measuring apparatus. The running of concrete during vibration is caused by an expansion pressure through the setting in motion and the shock of the grains in the hollows of the mixture. It can be measured by a shearing test. The apparent internal coefficient of friction K' lessens during vibration and increases during setting. The expansion pressure is proportional to the volume of the hollows and to the amplitude of the intermediate vibration and increases with frequency.

The proportion between the energy used up by vibration and the energy introduced is the damping coefficient. This increases with the percentage of hollows and frequency. The shaking energy is concentrated in a determined part of the grading, the limits of which depend on the frequency. If this part is entirely contained in the mortar which contains the coarse grains, the latter are not set in motion and the extent of efficiency of the vibration is improved in the corresponding part of the mixture.

The rapidity of condensation of the concrete increases with the pressure and volume of hollows. It is inversely proportional to viscosity. It is in conjunction with internal friction an outstanding characteristic of concrete and can be easily measured by an appropriate apparatus. Viscosity causes isolation.

Exclusion of air from concrete goes hand in hand with setting, for any air imprisoned counteracts it. When vibration is homogeneous the duration of exclusion of air is proportional to the relation between the square of the volumes and the square of the exposed upper surface.

Propagation of vibration-energy from its source occurs with the following damping :

$$\frac{1}{W} \cdot \text{Grad } W = -\Omega$$

in which $\Omega = \frac{W_F}{W}$ is the damping coefficient.

The diminution of the vibration energy, from the source, is all the greater when :

- Expansion pressure is high;
- Frequency is high;
- Volume of hollows is large;
- Rapidity of condensation is greater.

An increase in frequency causes a more intensive condensation but a restricted effective radius, unless the large grains excluded from vibration produce an increase of efficiency in the remaining part of the mixture.