

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 3 (1948)

Rubrik: V: Analysis of safety and effect of dynamic forces

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 05.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

V

**Analyse de la notion de sécurité
et sollicitations dynamiques des constructions**

**Begriff der Sicherheit
und dynamische Beanspruchung von Bauwerken**

**Analysis of safety
and effect of dynamic forces**

Rapporteur général – Generalberichterstatter – General Reporting Member

PROF. F. CAMPUS
Université de Liège

Va

La sécurité des constructions

Die Sicherheit der Bauwerke

Safety of structures

Analyse de la notion de sécurité (Mise hors service par déformation, fissuration, rupture, usure de l'ensemble ou de certains éléments de l'ouvrage) — Introduction de considérations statistiques dans les essais de matériaux, les essais sur modèles, les calculs de résistance — Comparaison avec les ouvrages exécutés — Application aux constructions métalliques — Application aux constructions en maçonnerie, en béton et en béton armé.

Begriff der Sicherheit (Formänderungen, Rissbildungen, Bruch, Abnutzung) — Statische Untersuchungen in der Materialprüfung, bei Modellversuchen und für die Bemessung — Überprüfung durch ausgeführte Bauwerke — Anwendung auf Massivbauten.

Analysis of safety (deformation, cracks, rupture, wear) — Statistical considerations in the testing of materials, in tests with models and for determining dimensions — Checking results from structures already built — Application in steel structures — Application in structures in concrete or masonry.

Vb

Sollicitations dynamiques des constructions

Dynamische Beanspruchung von Bauwerken

Effect of dynamic forces on structures

V

Analyse de la notion de sécurité et sollicitations dynamiques des constructions

Complément au Rapport général ⁽¹⁾

Begriff der Sicherheit und dynamische Beanspruchung von Bauwerken

Ergänzung zum Generalreferat ⁽¹⁾

Analysis of safety and effect of dynamic forces

Supplement to General Report ⁽¹⁾

F. CAMPUS

Professeur à l'Université de Liège

1. Analyse de la notion de sécurité

Grâce aux bons soins du Secrétariat de l'Association et du Comité d'organisation du Congrès, les rapports sont parvenus aux congressistes il y a presque deux mois. Ceux d'entre eux qui en ont eu le désir et le loisir ont pu prendre connaissance du rapport général et des rapports concernant l'analyse de la notion de sécurité. Je n'en exposerai donc pas ici un résumé; ce serait d'ailleurs très difficile eu égard au caractère encyclopédique de la question.

Ainsi que je l'ai écrit, ma tâche de rapporteur général a été singulièrement facilitée par le caractère fondamental et la qualité des rapports particuliers; j'en remercie et j'en félicite sincèrement leurs auteurs. Particulièrement les rapporteurs français, dont le travail d'équipe est exemplaire et mérite d'être imité sur le plan international. Plutôt que de faire l'analyse ou la paraphrase de ces rapports, ce qui eût été presque les trahir, j'ai préféré suggérer que l'étude de ces rapports devait précéder celle du rapport général et j'ai consacré celui-ci à une large revue de la question, fondée non seulement sur les contributions préliminaires au Congrès, mais aussi sur celles faites aux Congrès précédents, depuis Vienne

⁽¹⁾ Voir *Publication Préliminaire*, p. 555. — Siehe *Vorbericht*, S. 555. — See *Preliminary Publication*, p. 555.

en 1928, et sur les publications faites dans les volumes des *Mémoires* de l'Association.

En raison de la nature même de la question, on ne décèle pas dans cette revue de faits nouveaux très saillants. Le plus particulier semble être une attention plus importante accordée entre les Congrès de Vienne et de Berlin à la réserve de sécurité résultant de la ductilité de la matière dans le cas de sollicitations non homogènes ou hyperstatiques; cependant les fondements de cette question étaient connus depuis des dizaines d'années. On remarque plutôt un lent travail s'effectuant partout et qui semble tendre vers une uniformisation universelle des notions et des concepts, prélude à une éventuelle unification des prescriptions. Dans ce domaine, même les plus sceptiques quant à l'utilité réelle de la collaboration technique internationale devront reconnaître une certaine efficacité à son action. L'Association internationale des Ponts et Charpentes a contribué, avec d'autres groupements internationaux de caractère purement intellectuel, à une évolution qui aura préparé le terrain et facilité la tâche des organismes tels que l'I. S. O., qui disposent de pouvoirs pré-exécutifs. Vis-à-vis d'un tel organisme, notre groupement se distingue par un caractère exclusivement scientifique, académique en quelque sorte. Cependant, c'est dans nos travaux que devront nécessairement être puisés les principes d'une éventuelle codification internationale de la sécurité des Ponts et Charpentes. Nous pouvons donc efficacement contribuer à sa préparation en confrontant les idées diverses, dans le souci d'en dégager celles qui peuvent être unanimement admises plutôt que de faire triompher des idées personnelles.

Il y a quelques jours, lors de la séance du Comité permanent, la question de la collaboration de l'A. I. P. C. à l'U. N. E. S. C. O. a été évoquée. Je me permets de suggérer qu'une liaison avec l'I. S. O. paraît plus directement appropriée aux buts de l'A. I. P. C.

J'ai rappelé dans le rapport général une opinion exprimée à Vienne en 1928 selon laquelle la notion du coefficient de sécurité n'avait pas de sens réel. Ce n'est pas pour compenser ce point de vue par un autre paradoxe, mais pour exprimer une conviction sérieuse que j'exprimerai ici ce qui est, en somme, la conclusion implicite de mon rapport général, que l'analyse de la notion de sécurité conduit à considérer celle-ci comme la synthèse de toutes les activités du constructeur. En effet, cette notion dépend sans exception possible :

- 1° De la conception et de l'économie;
- 2° De la nature des sollicitations;
- 3° De la nature et de la qualité des matériaux;
- 4° Du calcul et du dessin;
- 5° De l'exécution;
- 6° De l'entretien et de l'exploitation.

Tous ces points correspondent à des responsabilités différentes. L'idéal pour la sécurité est de les réunir toutes, sauf partiellement celles du dernier point, où c'est moins nécessaire, bien que ce soit toujours favorable. Mais la complication des organisations administratives conduit souvent à la séparation de ces responsabilités, sans que les chefs puissent effectivement, comme il le faudrait, assurer une supervision suffisante. Il peut résulter de là une réelle insécurité et, pour la réduire, il serait utile, dans

bien des cas, de créer une instance de contrôle constituant un service de la sécurité.

Je ne m'étendrai guère sur la conception et l'économie; j'en ai souligné l'importance essentielle dans le rapport général. Les deux points de vue de sécurité et d'économie ne peuvent être assurés que par une conception intelligente. La sollicitation homogène, notamment en compression, doit retenir spécialement l'attention : les arcs et les voûtes satisfont particulièrement aux conditions de sécurité et d'économie.

La nature des sollicitations est plus ou moins aléatoire, sauf éventuellement pour certains cas de pressions hydrostatiques ou autres, où elle peut avoir des valeurs constantes ou maxima bien connues ou limitées. On fait remarquer à juste titre que les sollicitations aléatoires relèvent de l'observation statistique et cette observation est nécessaire partout où elle est possible. Le vœu de M. R. Lévi concernant les observations statistiques sur les caractères et les effets du vent trouvera sans doute l'adhésion unanime du Congrès comme il reçoit mon accord entier, car il correspond à une opinion que j'ai formulée dès le début des travaux de la Commission sur les effets du vent en Belgique.

Les contributions au thème III du Congrès relatives au pont de Menai mettent en évidence l'importance de ces effets.

La sécurité est influencée considérablement par le choix des matériaux, mais celui-ci peut recevoir d'importantes limitations, en raison de circonstances indépendantes. Il faut nécessairement pouvoir construire en sécurité avec les matériaux dont on dispose. Quant à la qualité des matériaux, quels qu'ils soient, elle est variable ou aléatoire. Les essayeurs de matériaux ont depuis longtemps adopté les méthodes statistiques. Les utilisateurs et les rédacteurs des cahiers des charges et des prescriptions semblent seulement s'orienter maintenant vers une compréhension satisfaisante de la notion statistique de la qualité des matériaux, grâce à l'action d'ingénieurs qui, tels M. Prot, ont pu établir une liaison entre l'essai et l'utilisation des matériaux. Je ne doute pas que l'exploitation des notions de statistique et de probabilité sera très utile pour rendre plus saine et plus précise la notion de sécurité dans la mesure où elle dépend de la qualité des matériaux. Pour ma part, j'ai toujours déploré que les prescriptions de qualité soient souvent dépourvues d'indications de tolérances ou de dispersion.

Les observations faites sur des ouvrages datant de quelques dizaines d'années montrent qu'ils n'ont pas toujours été établis avec un souci suffisant de durabilité ou de protection des matériaux contre les dégradations. Cela est en rapports étroits avec la sécurité, bien que pas souvent exprimable en chiffres. Les contributions au thème III concernant le pont de Menai signalent l'importance des moyens de préservation.

Pour ce qui est du calcul, je crois que leur incidence sur la sécurité est souvent appréciée d'une manière illusoire. Dans son rapport à ce Congrès sur les échecs dans la construction soudée, M. l'Inspecteur général De Cuyper écrit en introduction : « Les échecs ne sont pas dus à des erreurs de calcul. » A vrai dire, il faut comprendre cela comme suit, c'est qu'il n'y a pas eu d'erreurs dans ce qu'on a calculé selon la conception classique et assez conventionnelle des calculs, mais les échecs sont précisément provenus de ce que l'on n'a pas calculé ou de ce dont les calculs n'ont pas tenu compte. Dans un cas d'accident d'une construction rivée, qui avait été calculée avec toutes les garanties voulues, c'est un gousset qui s'est

rompu et qui n'avait pas été calculé. Un grand pont suspendu, qui avait certes été calculé selon les règles de l'art, s'est catastrophiquement rompu lors des essais, par suite de l'insuffisance des étriers d'attache des suspentes à la poutre de rigidité. Mon éminent collègue M. Stüssi, rapporteur général de la question I, remarque avec pertinence, en tête de l'introduction à son rapport général, que rarement les échecs résultent d'une erreur de conception d'ensemble (y compris évidemment le calcul), mais bien des dispositions erronées ou de dimensions insuffisantes d'éléments de détail. Je partage entièrement cette opinion, surtout en ce qui concerne les constructions métalliques. En fait, la même possibilité existe pour le béton armé et davantage encore pour le béton précontraint, mais les éléments de détail sont moins nombreux ou moins apparents et il est aussi arrivé plus souvent, pour le béton armé, que l'on ait eu affaire à de mauvais calculateurs, en raison de circonstances diverses inhérentes à l'évolution du matériau.

La formation et les goûts de l'ingénieur et une éventuelle facilité de l'outil mathématique illusionnent certains sur l'importance primordiale des calculs sur la sécurité. Au delà d'un certain point, cela devient plutôt une vanité qu'une réalité. Il importe beaucoup moins d'avoir effectué de savants calculs pour certaines parties de la construction, qualifiées arbitrairement de principales, que de n'avoir oublié la vérification, au besoin élémentaire, d'aucun élément, aussi insignifiant soit-il, susceptible d'entraîner la rupture. Je ne voudrais pas paraître un contempteur du calcul raisonnable. J'admets que l'absence d'échecs par rupture dans les éléments principaux est une conséquence de calculs suffisants, mais je désire seulement mettre en garde contre le raffinement ou l'arbitraire dans ces calculs, surtout lorsqu'il est combiné avec le dédain du calcul des détails : assemblages, goussets, nœuds, appuis, articulations, contre-ventements et tous dispositifs destinés à éviter les déformations et l'instabilité (raideurs, étrésillons, résistance au flambement, au voilement, à la torsion, etc.). Ce dédain ne provient d'ailleurs souvent que de l'impuissance des méthodes classiques pour calculer certains détails. On dispose actuellement de méthodes expérimentales en nombre suffisant pour les étudier; la plus sûre sera généralement l'essai de rupture à vraie grandeur ou sur un modèle de dimension suffisante. On n'hésitera pas éventuellement à appliquer à ces éléments délicats un coefficient de sécurité élevé; il n'y a pas de vrai mérite à agir autrement.

L'évocation de l'expérience attire l'attention sur la nécessité de tenir le calcul étroitement approprié aux réalités. Sous ce rapport on peut désigner comme arbitraire une prescription belge, que l'on espère provisoire, de considérer l'action simultanée et confondue en tout point d'un tablier de pont, d'un train d'épreuve routier et de la surcharge de foule. Cette superposition doit tenir lieu d'un train d'épreuve renforcé, mais elle a les grands inconvénients de correspondre à une absurdité et non à une réalité, de donner au calcul un caractère conventionnel plutôt que réel et de rendre impossible toute notion de probabilité concernant la sollicitation. De plus, et c'est plus grave, elle engendre une non uniformité de sécurité, car si la superposition de la charge de foule aux charges concentrées du train d'épreuve routier exerce un effet sensible sur la sollicitation des maîtresses-poutres de grande portée, elle est par contre sans conséquences appréciables sur la mise en charge des éléments de petite portée du tablier, qui ne seront donc pas, par cette manière d'opérer, renforcés pour résister aux surcharges concentrées majorées.

L'exécution est un point tout à fait aléatoire au point de vue de la sécurité et que l'on ne voit guère le moyen de traduire en probabilités. L'exécution d'un ouvrage important, conçu et projeté éventuellement par un seul homme entièrement qualifié, requiert l'intervention d'une multitude de gens. De telle sorte que la sécurité dépend de l'état moral, social et économique. Disons plus généralement encore qu'elle dépend des circonstances du lieu. Je trouve très instructif de proposer tous les ans à mes étudiants la comparaison du wharf de Kotonou construit en 1892 à la côte atlantique du Dahomey, comme un ouvrage colonial assez ordinaire, et du wharf de Lomé, construit en 1904 à la côte atlantique du Togo, qui a été détruit en 1911 par une tempête. Ce dernier ouvrage, du type cantilever, était selon toute apparence d'une conception beaucoup plus scientifique que l'autre, sans doute bien calculé et nanti d'un coefficient de sécurité certain; malheureusement il n'a guère duré tandis que l'autre existe toujours, en raison d'une meilleure adaptation à sa situation.

Encore s'agit-il là de circonstances naturelles. Mais des conditions entièrement arbitraires peuvent mettre en danger la sécurité. Je songe aux adjudications publiques et à la règle du choix du plus bas soumissionnaire. Lorsque, et cela arrive, il n'y a pas de garantie de compétence ou de conscience professionnelle ou même simplement de capacité financière, la sécurité d'un ouvrage conçu dans toutes les règles de l'art et avec un coefficient de sécurité normal, peut être entièrement compromise, sans possibilité de prévision.

En ce qui concerne l'exploitation et l'entretien, l'incidence sur la sécurité réside dans l'observation du programme mis à la base du projet, c'est-à-dire dans le fait que l'ouvrage est utilisé d'une manière normale ou abusive et entretenu, conservé selon les règles de l'art ou abandonné à toutes les influences destructrices. Ces questions sont malheureusement très réelles. Je citerai le cas d'une passerelle provisoire pour piétons construite pendant la guerre dans cette province et qui fut utilisée pour de petits véhicules. L'ouvrage tint, bien qu'il fût privé de tout entretien, mais on conçoit qu'il aurait pu s'y engager un véhicule assez lourd pour qu'il ne tint plus. Des panneaux et des bornes, aux deux extrémités de la passerelle, indiquaient naturellement sa destination et interdisaient le passage de tout véhicule sauf les brouettes et les bicyclettes.

*
* *

Tous ces éléments complexes, dont certains peuvent paraître triviaux, font partie de la notion de sécurité. N'ai-je dès lors pas raison de la qualifier de véritable synthèse de toutes les activités du constructeur. C'est à ce point que je ne crois pas qu'il soit possible d'en faire comprendre tous les aspects au jeune ingénieur pendant ses études et que je pense que, au point de vue de la sécurité, il doit rester en tutelle pendant quelques années au début de sa carrière, jusqu'à ce qu'il ait acquis une expérience suffisante.

En raison de toutes ces complications fondamentales et inévitables, je ne suis pas enclin à attacher trop d'importance à la notion d'unité de conception des facteurs de sécurité. Cela me paraît relever d'un esprit systématique et théorique qui a certes de la valeur en soi, mais qui n'a que peu de rapports efficaces avec l'ensemble de la question. Je souhaiterais plutôt que la primauté de l'expérience soit avant tout reconnue en matière de sécurité et que les prescriptions soient avant tout adéquates le plus

possible aux réalités, dussent-elles pour cela différer les unes des autres. Et toutes les meilleures prescriptions du monde ne seront utiles aux constructeurs que s'ils sont efficacement garantis contre les défauts systématiques de matière et d'exécution et contre les usages abusifs de l'ouvrage. C'est pourquoi des prescriptions universelles peuvent présenter quelques difficultés, car elles ne trouveront pas en tous pays les mêmes conditions d'application.

2. Sollicitations dynamiques des constructions

Je n'ajouterai guère à mon rapport général. Les remarquables rapports particuliers, notamment suédois, constituent de méritoires contributions à la question au sens des vœux du Congrès de Paris mais ne permettent pas de formuler de nouvelles conclusions; elles confirment les principales lignes des vœux du Congrès de Paris, que je me permets de rappeler à l'attention du Congrès.

Résumé

Par une extension de l'analyse de la notion de sécurité, exposée dans la *Publication Préliminaire*, il est établi que la sécurité dépend sans exception possible de toutes les opérations et interventions humaines depuis la conception d'un ouvrage jusqu'à la fin éventuelle de son existence. La notion de sécurité constitue donc une véritable synthèse de toutes les activités du constructeur. Il est essentiel pour la sécurité effective d'en avoir une opinion aussi universelle; la limitation de la notion de sécurité à certains de ses éléments seulement peut être dangereuse.

Zusammenfassung

Durch eine Erweiterung des Sicherheitsbegriffs, wie sie im *Vorbericht* dargestellt wurde, wird festgestellt, dass die Sicherheit ausnahmslos von allen den menschlichen Handlungen und Eingriffen, die seit der Zeit des Entwurfs eines Bauwerks bis zum möglichen Ende seines Bestehens vorkommen, abhängt. Der Sicherheitsbegriff stellt daher eine wirkliche Zusammenfassung der gesamten Tätigkeit des Konstrukteurs dar. Es ist notwendig, über die wirkliche Sicherheit eine sehr umfassende Ansicht zu haben; die Begrenzung dieses Begriffes auf nur einige wenige seiner Elemente kann gefährlich sein.

Summary

By an extension of the analysis of the safety notion, exposed in the *Preliminary Publication*, it is established that the safety depends without any exception on all human operations and interventions from the design of a structure to the possible end of its existence. The safety notion constitutes an actual synthesis of all activities of the builder. It is essential for the effective safety to consider the problem in this universal point of view; limiting the safety notion to some of its elements only may be dangerous.

Val

Notions de probabilité dans l'étude de la sécurité des constructions ⁽¹⁾

Wahrscheinlichkeitsbegriffe in der Sicherheit der Bauwerke ⁽¹⁾

Notions of probability in the study of structures' safety ⁽¹⁾

FERNANDO VASCO COSTA

Laboratório de Engenharia Civil, Lisbonne

Introduction

On calcule généralement toutes les constructions comme s'il était possible de leur assurer une sécurité absolue. Cependant chaque élément d'une construction présente toujours une probabilité de ruine, si petite soit-elle, et apporte une contribution à la probabilité de ruine de cette construction. De même dans les cas où la probabilité de ruine d'une construction isolée peut paraître négligeable, elle ne le sera plus dès que l'on considère l'ensemble des constructions d'un même type, bâties dans une région ou dans un même pays. L'impossibilité d'assurer une sécurité absolue aux constructions entraîne une modification du dimensionnement de leurs éléments.

Il ne s'agit point d'une question académique; bien au contraire, la nouvelle conception entraînera des conséquences très importantes. Quelques exemples suffiront à montrer l'influence décisive sur la façon de projeter les ouvrages, du seul fait d'admettre que ces ouvrages ne sont pas absolument sûrs, mais qu'ils présentent toujours une probabilité de ruine, quoique très petite.

Premier exemple : Considérons deux charges égales suspendues chacune par six câbles de la manière représentée figure 1. D'après ce qui est reconnu actuellement, la sécurité est égale pour les deux types de suspensions. Cela serait bien vrai, si la résistance des câbles avait une valeur bien déterminée, bien connue, et s'ils offraient une sécurité absolue pour des charges inférieures à cette résistance. Si les câbles sont également tendus, la suspension *b* est, en effet, la plus sûre. Pour le comprendre, il suffit de raisonner sur ce qui arrive quand un des câbles casse. Pour la suspension *a* la charge tombe

⁽¹⁾ Ce mémoire constitue un résumé du rapport présenté au Congrès National du Génie civil qui s'est tenu au Portugal au mois de juin 1948.

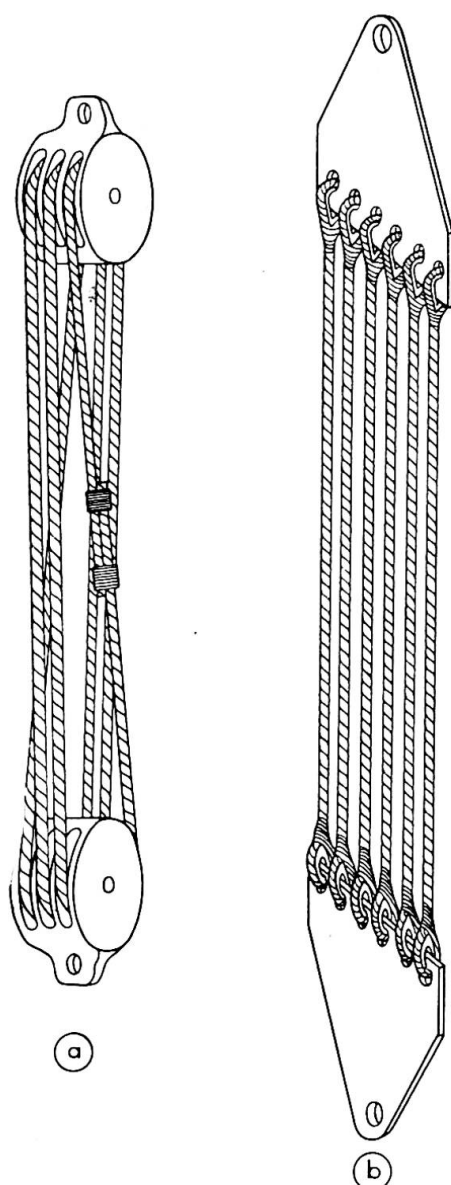
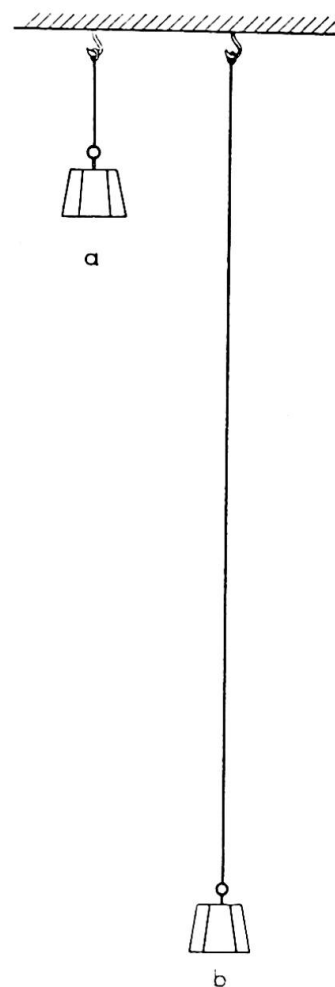


Fig. 1 (à gauche). Suspensions à câble sans fin (a) et à câbles parallèles indépendants (b).

Fig. 2 (à droite). Suspensions à câbles de différentes longueurs.



tout de suite. Pour la suspension *b* il se peut que la charge continue à être suspendue par d'autres câbles.

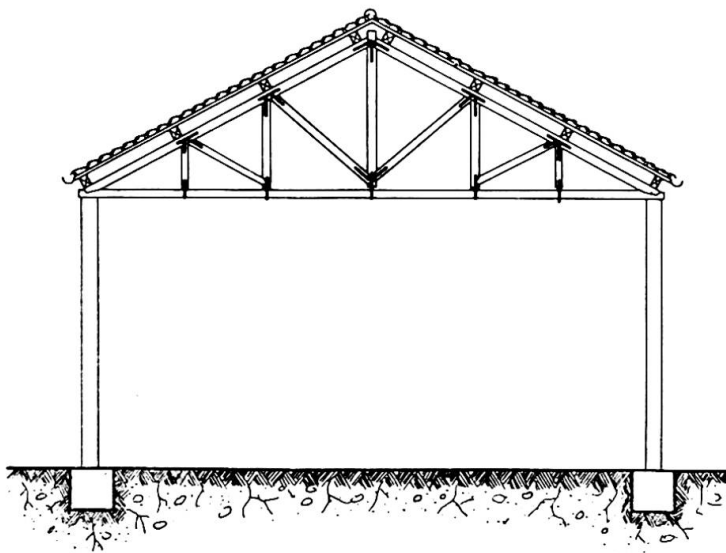
Nous avons tous déjà observé des cas analogues; par exemple, une roue de bicyclette roule quelques dizaines de kilomètres quoiqu'elle ait plusieurs rayons cassés et les autres surchargés. Il est étonnant qu'on ne soit pas accoutumé de raisonner sur des faits pareils.

En utilisant le calcul des probabilités et en renonçant à une sécurité absolue, il est possible de comparer la sécurité des suspensions *a* et *b*.

Deuxième exemple : C'est encore parce qu'on croit que le coefficient de sécurité nous protège d'une façon absolue contre les accidents, que l'on projette à présent les câbles et en général toutes les pièces tendues, en tenant uniquement compte de leur section transversale.

Considérons les deux suspensions de la figure 2 et admettons le poids des câbles négligeable vis-à-vis du poids des charges.

Fig. 3. Schéma d'une toiture de hangar comportant des colonnes, des fermes, des pannes, des chevrons et des tuiles.



Si la longueur du câble b est dix fois celle du câble a , il est à peu près dix fois plus probable que la rupture ait lieu à b plutôt qu'à a .

Troisième exemple : Une construction est considérée comme économique quand elle a le même coefficient de sécurité pour tous ses éléments.

Quelque séduisante que puisse être cette affirmation, elle ne correspond pas à la réalité. Elle n'y correspondrait que dans le cas où la sécurité serait absolue. Comme il n'existe pas de telle sécurité, il vaut mieux dire : une construction est bien projetée à un prix donné quand elle casse ou est mise hors service de la façon la moins nuisible. Suivant ce point de vue, il faut varier le coefficient de sécurité d'accord avec les conséquences de la rupture. Envisageons le cas de la toiture de la figure 3, comportant des chevrons supportant les tuiles, des pannes supportant les chevrons, des fermes supportant les pannes et des colonnes supportant les fermes.

Si l'on veut réduire la probabilité des accidents graves aux dépens de celle des accidents moins graves, on doit, en admettant que la charge due au vent a une valeur bien connue, augmenter le coefficient de sécurité quand on va des tuiles aux lattes, des lattes aux chevrons, des chevrons aux pannes, des pannes aux fermes et des fermes aux colonnes.

De cette façon, et sans que l'on emploie partout le même coefficient de sécurité, on réussira à obtenir des constructions qui se révèlent plus économiques en service.

Quatrième exemple : Pour deux ponts de même portée et destinés à supporter des charges égales les règlements actuels imposent des coefficients de sécurité égaux. Ils ne tiennent pas compte que le premier relie deux grandes villes et que l'autre se trouve dans une région solitaire presque sans circulation (fig. 4). Si le facteur de sécurité protégeait d'une manière efficace les deux ponts contre des accidents possibles, cette attitude pourrait être justifiée, mais comme on ne peut pas projeter avec une sécurité absolue, il est raisonnable de proportionner le coefficient de sécurité à l'importance du pont et de construire le pont a plus résistant que le pont b .

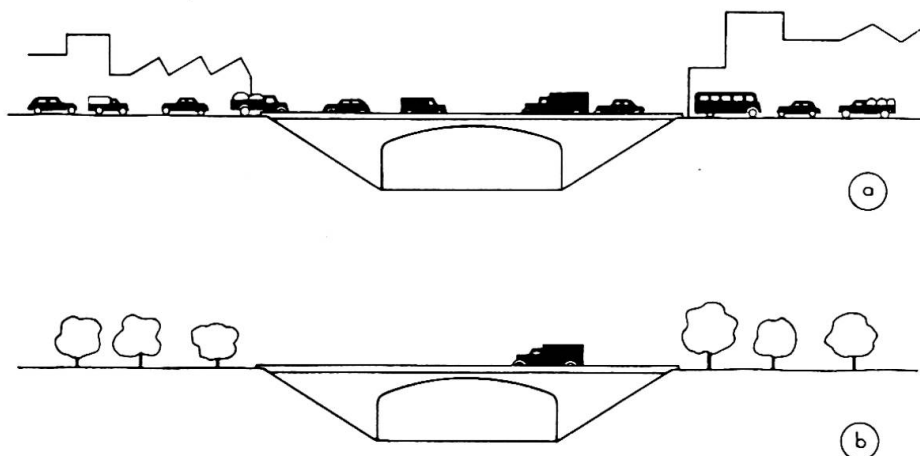


Fig. 4. Justification d'un coefficient de sécurité différent pour deux ponts égaux.

Influence de la longueur des éléments sur leur sécurité

On évalue d'habitude la sécurité des câbles, tirants, chaînes, etc., en fonction de leur section, et pas de leur longueur. Cela serait très correct pour des matériaux cassant toujours à des valeurs bien déterminées; une fois cette valeur atteinte, l'élément casserait quelle que fût sa longueur. Mais les matériaux qu'on utilise ont des propriétés changeant d'un point à l'autre. Les différents anneaux d'une chaîne, quoique de bonne fabrication, ont des résistances diverses. Quelques-uns cassent pour des valeurs des charges moindres que la moyenne; d'autres résistent beaucoup plus. La probabilité pour qu'on ait des anneaux de faible résistance sera d'autant plus grande que la chaîne sera plus longue. Par conséquent, les éléments les plus longs se comportent comme s'ils étaient les plus faibles.

L'influence de la longueur sur la résistance des éléments de la construction a été déjà étudiée par plusieurs auteurs ⁽²⁾. Notre but est d'établir un principe qui permettra une utilisation facile de ce que l'on connaît déjà à ce sujet.

Soit p la probabilité de rupture d'un anneau d'une chaîne soumise à une certaine charge. Cette probabilité est mesurée par le rapport entre le nombre des anneaux qui sont cassés jusqu'à ce que cette charge a été atteinte, et le nombre total des anneaux identiques essayés. La probabilité pour qu'un anneau résiste sera $(1 - p)$. Comme une chaîne ne supportera une charge que si tous ses anneaux résistent, la probabilité pour qu'une chaîne à n anneaux résiste sera donc :

$$Q = (1 - p)^n .$$

En développant cette expression, on aura

$$Q = 1 - np + \frac{n(n-1)}{2} p^2 - \dots$$

⁽²⁾ W. WEIBULL, *A Statistical Theory of the Strength of Materials* (Proc. R. Swed. Inst. Eng. Res., no. 151, 1939).

J. TUCKER, Jr. *Statistical Theory of the Effect of Dimensions and of Method of Loading upon the Modulus of Rupture of Beams* (Proc. Am. Soc. Test. Mat., vol. 41, p. 1072, 1941).

J. TUCKER, Jr., *The Effect of Dimensions of Specimens upon the Precision of Strength Data* (Proc. Am. Soc. Test. Mat., vol. 45, pl. 952, 1945).

La valeur de p pour des charges de service appliquées à des chaînes, des câbles, des tirants, des colonnes, etc., étant très petite, en général inférieure à 10^{-4} , il est raisonnable de négliger les puissances p^n pour lesquelles on a $n > 1$; on peut donc écrire

$$Q = 1 - np.$$

En représentant par P la probabilité pour que la pièce ne résiste pas, et rappelant que

$$P = 1 - Q,$$

on obtient

$$P = np.$$

Cette équation, valable pour de petites valeurs du produit np , nous permet d'établir le principe suivant : dans les conditions de service, la probabilité de rupture des éléments soumis à la traction ou à la compression est proportionnelle à leur longueur.

L'application de ce principe, si facile à retenir et à utiliser, entraîne la révision des procédés habituels de calcul.

Pour qu'on ait la même sécurité dans deux éléments soumis à la même sollicitation, mais ayant des longueurs différentes, il faudra qu'on donne la plus grande section à ceux qui seront les plus longs.

S'il y a deux sortes d'anneaux dans une chaîne et si les statistiquement plus forts en sont très nombreux, il se peut que la rupture soit plus probable aux anneaux plus forts qu'à ceux qui sont plus faibles, ce qui n'est pas d'accord avec la maxime « une chaîne casse toujours à ses plus faibles anneaux ».

Dans ce paragraphe l'influence des assemblages n'a pas été prise en considération. Cette influence, sans doute importante, doit encore être étudiée.

Influence de la section des éléments sur leur sécurité

L'interprétation des essais de résistance étant extrêmement difficile, l'influence de la section sur cette résistance n'est pas encore éclaircie.

L'auteur croit que la résistance à la rupture pour des matériaux ductiles doit croître avec la section et que pour les matériaux fragiles elle doit décroître avec la section.

Dans les matériaux idéalement fragiles, en effet, la rupture se propage à l'instant même sur toute la section. La probabilité de rupture à une certaine contrainte de travail devra donc être proportionnelle à la section. Cela, bien entendu, en négligeant les effets de surface.

Pour les matériaux ductiles, par contre, on peut espérer que l'accroissement de la section entraînera celui de la résistance, comme si la section était formée de plusieurs éléments juxtaposés, indépendants les uns des autres, l'ensemble étant soumis à une même charge. Chacun de ces éléments étant suffisamment petit, la rupture de quelques-uns d'entre eux n'entraînera pas la rupture de tous les autres ⁽³⁾.

(3) A ce sujet voir J. TUCKER, Jr., travaux cités dans la note 2, p. 644 et aussi Marcel PROT, *Contribution à la détermination de la courbe de dispersion d'essais sur éprouvettes de mortier*, III^e Congrès, Association Internationale des Ponts et Charpentes, Liège, 1948. Publication préliminaire, p. 613.

Probabilité de rupture des matériaux

On peut définir le coefficient de sécurité comme le quotient entre la contrainte de rupture (ou la limite d'élasticité) et la contrainte de travail. Ce coefficient ne nous renseigne pas sur le comportement du matériau soumis à la contrainte de travail. Il est illusoire de croire qu'il offrira une sécurité absolue.

Ce qui nous intéresse le plus c'est justement de connaître, au point de vue statistique, le comportement du matériau soumis à la contrainte de travail, vu que c'est précisément à cette contrainte que l'on cherche toujours à employer les matériaux.

Si l'on essaie un grand nombre d'éprouvettes et si l'on détermine la fréquence avec laquelle elles se cassent à chaque sollicitation, on pourra élaborer des graphiques ou des tableaux qui nous donneront la probabilité de rupture pour chaque valeur de la sollicitation.

Est-ce une éprouvette parmi 100 ou une parmi 100 000 qui, dans les essais, n'a pas résisté à la contrainte de travail? C'est précisément cela qu'on cherche à connaître et qui nous permettra de nous faire une idée des conditions de sécurité.

Les probabilités de rupture seront d'autant plus serrées que le nombre des essais effectués pour la détermination de la fréquence sera plus grand.

Le tableau I est un exemple comme on peut représenter la probabilité de rupture d'un certain béton.

D'autres tableaux de ce genre élaborés pour différents matériaux nous permettront de comparer non seulement les résistances moyennes mais aussi le comportement de ces matériaux soumis à des contraintes de travail réduites ⁽⁴⁾.

Une statistique de trois ans d'essais d'écrasement de cubes de béton a permis à M. L'Hermite de déduire que la probabilité pour qu'un cube de béton ne résiste pas à la contrainte de travail de 50 à 60 kg/cm² est comprise entre 1/100 et 1/1 000.

D'autres auteurs ont aussi étudié la distribution des résultats des essais sur les matériaux. La poursuite de ces essais est extrêmement importante.

Influence de la probabilité de rupture des éléments sur la sécurité d'une structure

De l'impossibilité d'assurer la sécurité absolue il résulte que tous les éléments d'une construction, même ceux que nous supposons les plus forts, contribuent à réduire la sécurité de la construction à laquelle ils appartiennent.

La probabilité de rupture d'une construction isostatique, P, composée de n éléments ayant la probabilité de rupture $p_1, p_2, p_3 \dots p_n$ est égale à la somme de ces probabilités :

$$P = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n. \quad (1)$$

Etant donnée la petitesse de p_i , la contribution pour P de la probabilité de l'occurrence simultanée de deux ou plusieurs ruptures est négligeable.

⁽⁴⁾ Voir PROT, ouvrage cité dans la note 3, p. 578, C IV.4.2.

Contraintes	Probabilités de rupture
70 kg/cm ²	10 ⁻¹⁰
77 »	10 ⁻⁹
92 »	10 ⁻⁸
108 »	10 ⁻⁷
125 »	10 ⁻⁶
144 »	1 × 10 ⁻⁵
149 »	2 × 10 ⁻⁵
158 »	5 × 10 ⁻⁵
164 »	1 × 10 ⁻⁴
171 »	2 × 10 ⁻⁴
180 »	5 × 10 ⁻⁴
188 »	1 × 10 ⁻³
196 »	2 × 10 ⁻³
208 »	5 × 10 ⁻³
217 »	1 × 10 ⁻²
229 »	2 × 10 ⁻²
239 »	5 × 10 ⁻²
257 »	1 × 10 ⁻¹
274 »	2 × 10 ⁻¹
305 »	5 × 10 ⁻¹

TABLEAU I

Probabilité de rupture d'un béton à différentes contraintes

Il n'est pas aussi facile de déterminer la probabilité de rupture dans les constructions qui peuvent se soutenir après la rupture d'un de ces éléments. En supposant que l'élément 1 est rompu, la probabilité de rupture

$$P' = p_2' + p_3' + \dots p_n' . \quad (2)$$

Naturellement chacune des probabilités de rupture de l'équation (2) sera plus grande que celles de l'équation (1). Cela signifie que les conditions de sécurité ont été réduites, mais cela n'entraîne pas forcément la rupture de la construction. Si la rupture de la construction a lieu dans le 1^{er} et dans le 2^e état, on aura la rupture totale de la structure. Donc la probabilité de rupture de la structure hyperstatique, en tenant compte de la surabondance de l'élément 1, est

$$P \times P' .$$

Pour l'ensemble des éléments on aura

$$\Sigma P \times P' .$$

La différence

$$d = P - \Sigma P \times P'$$

nous indique la diminution de la probabilité de rupture provenant de l'hyperstaticité de la structure.

Au premier abord on pourrait avoir l'impression qu'une structure bien projetée devrait avoir la même probabilité de rupture dans tous ses éléments. En général, il ne sera pas convenable de projeter les structures selon ce critérium.

Si tous les éléments avaient la même importance, il serait convenable de choisir les probabilités de rupture de façon que la somme qui détermine la probabilité P de la rupture de la construction (équation 1) soit minimum.

Pour une quantité donnée de matériaux, ce minimum est obtenu dans les constructions isostatiques en choisissant les dimensions des éléments telles que la probabilité de rupture par unité de longueur soit égale dans tous les éléments.

Si les éléments de la construction ont des importances différentes, le problème devient plus complexe, puisqu'il sera convenable de renforcer les éléments dont la rupture peut entraîner des dommages plus grands.

Probabilité des sollicitations

On fait d'habitude les calculs de résistance comme si l'on était sûr de ce que toutes les sollicitations pourraient agir ensemble sur la construction.

En vérité, il y a des charges qui agiront certainement sur la construction, par exemple le poids propre, le vent, etc. Il y a, cependant, d'autres charges pour lesquelles il n'y a pas de certitudes qu'elles agiront sur la construction, par exemple des sollicitations dues à des tremblements de terre, à certaines combinaisons de plusieurs charges, etc. On doit tenir compte de l'incertitude de pareilles charges par une majoration des contraintes de travail.

Il y a aussi des sollicitations qui peuvent avoir différentes valeurs. La connaissance qu'on a de quelques sollicitations à valeurs variables est suffisante pour permettre de tracer des courbes de fréquence des diverses grandeurs. D'une façon générale, la fréquence est autant plus basse que la sollicitation est plus forte. Pour projeter des constructions nous sommes spécialement intéressés à connaître les fréquences des sollicitations les plus fortes, qui sont, évidemment, les moins probables.

Pour étudier la probabilité pour qu'une sollicitation agisse il faut se rapporter à une certaine période de temps. Nous avons choisi le jour. Une période plus courte nous permettrait des constructions plus légères. C'est à l'expérience de montrer quelle est la période la plus convenable.

Supposons qu'on ait vérifié que dans un certain pays une certaine intensité de vent agit une fois par 14 années, c'est-à-dire une fois tous les 5 000 jours. Si nous voulons édifier une construction qui aura une durée de deux années, la probabilité que ce vent agisse sur cette construction sera, à peu près :

$$P = np = \frac{2 \times 365}{5.000} = \frac{1}{7} .$$

Si, dans la même région, la fréquence journalière d'une certaine intensité de tremblement de terre est 1/20 000, la probabilité qu'on ait le vent et le tremblement de terre à un même jour est, à peu près :

$$\frac{1}{5.000} \times \frac{1}{20.000} = \frac{1}{10.000.000} .$$

Cette valeur est bien inférieure à la probabilité de chaque sollicitation isolée. Parce que c'est justement la superposition de plusieurs charges qui

détermine les dimensions de nos constructions, il en ressort l'importance d'étudier la décroissance de la probabilité de cette superposition.

Pour tirer parti de cette circonstance, il faudra attribuer des probabilités d'action aux charges encore mal connues. Cela doit être fait par excès. Faute de cette connaissance, on lui attribuerait la probabilité 1. C'est ce qu'on fait actuellement pour toutes les charges.

Manière de fixer des limites à la probabilité de ruine

On s'est habitué à fixer assez arbitrairement des coefficients de sécurité.

Si la notion de la probabilité de ruine est substituée à celle du coefficient de sécurité il sera plus facile de fixer des limites à la première qu'à la dernière de ces deux notions. En effet, la notion de probabilité de ruine est plus simple que celle du coefficient de sécurité, ayant l'avantage de permettre une connaissance plus parfaite des conditions de sécurité en service.

Actuellement la notion du coefficient de sécurité, bien qu'insuffisante et même trompeuse, offre l'avantage d'avoir été utilisée depuis bien longtemps. Ainsi tout le monde a fini par saisir subjectivement sa signification, ce qui diminue considérablement ses désavantages.

Nous donnerons, dans ce qui suit, au mot « ruine » une signification plus générale que d'habitude, y compris les cas où la construction est mise hors service quoique sans rupture.

Les conséquences de la ruine des constructions peuvent varier entre des limites très larges. L'écrasement d'un petit talus peut entraîner des catastrophes (c'est le cas, p. ex., d'une digue de protection contre les crues) ou seulement de petits dommages (comme, p. ex. l'interruption du trafic dans la moitié d'une route à profil mixte). Tout cela dépend du rôle joué par l'ouvrage dont il s'agit.

C'est justement l'importance des conséquences que la ruine de la structure peut entraîner qui doit nous guider dans la fixation des limites de la probabilité de ruine.

Il faut penser non seulement au prix de la reconstruction, mais aussi aux conséquences qui résultent de l'interruption de l'utilisation.

Le problème doit être envisagé en comparant le prix exigé pour rendre la construction plus forte avec les dépenses correspondantes à la ruine, comme s'il s'agissait d'un problème d'assurance.

Il devient un peu plus délicat quant il s'agit de la sécurité de la vie humaine.

Quoique le trafic automobile et aérien, tout comme l'emploi du gaz d'éclairage et de l'électricité représentent des risques pour la vie humaine, personne ne songe à leur suppression.

Pour résoudre ce problème, on aura à déterminer le risque que l'on considère couramment comme négligeable et auquel la valeur 10^{-6} a été attribué par quelques auteurs.

Bien que difficile, le problème du choix de limite de ruine est sûrement plus facile à résoudre que celui du choix d'un coefficient de sécurité.

Détermination des contraintes de travail en utilisant les notions exposées

Nous venons d'énumérer les critères pour le choix des limites à admettre pour la probabilité de ruine. Nous avons déjà discuté la probabilité pour qu'un matériau casse à une contrainte déterminée. Nous avons examiné le cas de charges dont l'action sur la construction n'est pas certaine, mais seulement probable. Examinons dans ce paragraphe l'utilisation des conceptions mentionnées ci-dessus pour le choix des contraintes de travail.

Pour que la rupture d'un élément d'une construction ait lieu, il faut et il suffit que soient vérifiées simultanément les deux conditions suivantes :

1. Que la pièce soit soumise à une sollicitation entraînant l'état de contrainte en cause;
2. Que le matériau ne résiste pas à cette contrainte.

Soit p_c la probabilité d'action de la sollicitation; p_m la probabilité que l'élément casse quand il est soumis à cette sollicitation, et m la longueur de l'élément quand on prend pour unité la longueur des éprouvettes qui ont servi à la détermination de p_m . Si l'on ne tient compte ni de l'influence des assemblages ni de la grandeur de la section, on pourra affirmer, d'après le principe des probabilités composées, que la probabilité de rupture de l'élément est :

$$P = m p_m p_c .$$

Il faut choisir, pour chaque type de sollicitation, une contrainte telle que la probabilité de rupture de l'élément ne dépasse pas la limite L qu'on a fixée pour cet élément. On devra donc avoir :

$$m p_m p_c < L .$$

Cela revient à dire qu'on doit choisir la contrainte de travail de telle façon que la probabilité de rupture du matériau ne dépasse pas

$$p_m = \frac{L}{m p_c} .$$

Nous pensons que c'est cette équation qui devra déterminer le choix des contraintes de travail.

Voyons un exemple à l'égard de son application.

Soit à déterminer la contrainte de travail d'un élément d'une structure dont la longueur est égale à 8 fois celle des éprouvettes qui ont servi à la détermination des probabilités représentées au tableau I, l'élément étant prévu pour une période de service de 5 années. Soit $L = 10^{-7}$ la limite tolérée pour la probabilité de ruine de la pièce considérée.

Pour le choix des contraintes de sécurité on doit envisager séparément les divers types de sollicitation.

1. *Poids propre.* — La probabilité que cette charge agisse est l'unité, c'est-à-dire la certitude. On aura à choisir, pour lui résister, une contrainte de travail correspondant à

$$p_m = \frac{L}{m} = \frac{10^{-7}}{8} = 10^{-8}$$

qui est, d'après le tableau I, 92 kg/cm². C'est cette valeur qu'on doit choisir

pour que la structure résiste, au degré de sécurité prétendu, à toute charge dont on ait la certitude qu'elle agisse sur ses éléments.

2. *Sollicitation due à une charge dont la probabilité est 1/4 000.* Supposons que la fréquence d'action de la surcharge est de 1 jour en 4 000 jours. La probabilité d'action de cette charge pendant 5 années sera, à peu près,

$$p_c = \frac{5 \times 365}{4.000} \approx \frac{1}{2} ;$$

on peut, par conséquent, considérer comme sûre l'action de cette charge.

Nous devons donc choisir la contrainte déterminée pour le poids propre, de 92 kg/cm².

3. *Sollicitation due à une charge de probabilité 1/20 000.* — La probabilité d'action sera

$$p_c = \frac{5 \times 365}{20.000} = \frac{1}{10} ;$$

la contrainte de travail à choisir est donnée par

$$p_m = \frac{10^{-7}}{8 \cdot 10^{-1}} = 10^{-7} ,$$

à laquelle correspond une contrainte de travail de 108 kg/cm² (tableau I).

4. *Sollicitation due à l'action simultanée de toutes les charges antérieures.* — La probabilité d'action simultanée de ces charges sera

$$p_v = \frac{5 \times 365}{4.000 \times 20.000} = 5 \times 10^{-6} .$$

Nous devons donc choisir une contrainte de travail correspondant à

$$p_m = \frac{10^{-7}}{8 \times 5 \times 10^{-6}} = 2 \times 10^{-2} ,$$

c'est-à-dire selon le tableau I, 229 kg/cm².

Ce résultat inattendu présente un intérêt considérable.

En tenant compte de la nature de la probabilité d'action des charges, on a réussi à majorer la contrainte de travail de 92 kg/cm² à 229 kg/cm², ayant toujours le même degré de sécurité.

D'après la méthode classique de calcul on aurait adopté la même contrainte de travail pour toutes les hypothèses de charge, même les plus invraisemblables.

Dans la méthode de calcul présentée, les hypothèses de charge ayant une probabilité d'action inférieure à la limite de la probabilité de ruine admise, sont nécessairement exclues.

Dans la méthode classique, ce sont toujours les sollicitations dues à l'action simultanée de plusieurs charges qui déterminent les dimensions des structures. On peut alors espérer que l'utilisation de la méthode exposée amènera des économies remarquables.

On ne pourra pas tout de suite faire l'usage de cette méthode. A cause des circonstances dont nous n'avons pas tenu compte (effets dynamiques,

phénomènes de fatigue, défauts d'assemblage, etc.), il est nécessaire de continuer à utiliser un coefficient de sécurité pour les résultats obtenus par la méthode exposée. La valeur de ce coefficient devra être abaissée au fur et à mesure que l'influence de ces circonstances sera mieux connue.

Résumé

On a jusqu'à présent calculé toutes les constructions comme s'il était possible de leur assurer une sécurité absolue. Néanmoins chaque élément d'une construction a une certaine probabilité de ruine, ce qui va apporter une contribution à la probabilité de ruine de cette construction. L'impossibilité d'assurer une sécurité absolue aux constructions entraîne une modification de sa conception, ce qui est mis en évidence par des exemples présentés.

En admettant que la probabilité de ruine d'une pièce en service doit être petite, on démontre que cette probabilité de ruine est pratiquement proportionnelle à sa longueur.

En ce qui concerne l'influence de la section de la pièce sur sa sécurité, on fait l'hypothèse que la résistance à la rupture pour des matériaux ductiles doit croître avec la section, et que pour les matériaux fragiles elle doit décroître, ce qui demande une confirmation expérimentale.

On montre la nécessité d'étudier la probabilité de ruine des matériaux aux différentes contraintes auxquelles ils peuvent être soumis.

Pour les sollicitations dont l'existence n'est pas sûre, il est recommandé d'étudier les fréquences avec lesquelles ces sollicitations prennent leurs différentes intensités. On montre comment on peut en déduire la probabilité de la simultanéité des différentes sollicitations. Cette étude a un intérêt tout spécial dans la pratique, parce qu'à présent on calcule toutes les structures pour des combinaisons de sollicitations fort peu vraisemblables.

Zusammenfassung

Bisher ist man bei der Berechnung von Bauwerken so vorgegangen, als ob man sie mit absoluter Sicherheit herstellen könnte. Jeder Teil einer Konstruktion besitzt jedoch eine gewisse Zerstörungswahrscheinlichkeit und trägt dadurch zur Zerstörungswahrscheinlichkeit der gesamten Konstruktion bei. Diese Unmöglichkeit den Bauwerken eine absolute Sicherheit zu verschaffen, führt zu einer neuen veränderten Auffassung, die an Beispielen aufgezeigt wird.

Es wird angenommen, dass in der Praxis die Zerstörungswahrscheinlichkeit eines Teiles gering ist, und gezeigt, dass diese Zerstörungswahrscheinlichkeit der Länge proportionell ist.

Was den Einfluss des Querschnittes des Teiles auf seine Sicherheit betrifft, so wird die Hypothese aufgestellt, dass die bildsamen Baustoffe wohl bei zunehmendem Querschnitt dem Bruch mehr und mehr Widerstand entgegensetzen und dass die Widerstandsfähigkeit der spröden Baustoffe mit zunehmenden Querschnitt abnimmt, was jedoch noch durch Versuche bestätigt werden muss.

Es wird darauf hingewiesen dass die Zerstörungswahrscheinlichkeit

der Baustoffe bei den verschiedenen Beanspruchungen, denen sie ausgesetzt sein können, untersucht werden muss.

Es ist empfehlenswert die Beanspruchungen, deren Auswirkung nicht sicher ist, auf die Häufigkeit hin zu untersuchen, mit der sie in ihren verschiedenen Intensitäten auftreten. Diese Untersuchung ist besonders wichtig für die Praxis, weil man ja gegenwärtig alle Bauwerke für Beanspruchungskombinationen berechnet, deren Auftreten sehr unwahrscheinlich ist.

Summary

Until now structures have always been calculated as if they could be built with absolute safety. Every element of a structure, however, has a certain probability of ruin which contributes to that of the whole structure and thus makes it impossible to provide the structure with absolute safety. This leads to a modification of the conception of safety which is shown by some examples.

Supposing that the probability of ruin of one element of a structure is practically very small, it is demonstrated that this probability increases proportionally with the length of the element.

As for the influence of the section of an element, the hypothesis is put forth that the resistance of ductile materials increases with the cross-section and that the resistance of brittle materials decreases when the cross-section increases, but this must still be confirmed by experiments.

The probability of ruin of the materials subjected to each possible working stress must be studied.

Even in those forces which are not certain to take place the frequency with which they occur in their different intensities should be studied. This study is most important in practice, since, at the present, all constructions are calculated for highly improbable force combinations.

Leere Seite
Blank page
Page vide

Va2

Notions de sécurité

(Contribution au Rapport Va de A. I. Moe)

Begriff der Sicherheit

(Beiträge zum Vortrag Va von A. I. Moe)

Notions of safety

(Contribution to Report Va by A. I. Moe)

Dr TECHN. IMRE KORÁNYI

Ord. Prof. der Baustatik und des Eisenbrückenbaues an der Technischen Hochschule
in Budapest, Ungarn

Die Vorträge über die Frage der Sicherheit deuten scharf differenziert auf viele Komponenten der Sicherheit. Sie machen jedoch den Eindruck, als ob dadurch nur unser Vertrauen in die bisherigen Schöpfungen und damit unser Sicherheitsgefühl erschüttert worden wäre. Man hat die zulässige Spannung, die bisher herrschte, entthront, ohne einen geeigneten Nachfolger gefunden zu haben. Ing. Prot zerlegt die Sicherheitskomponenten weitgehend und schematisiert die bei den einzelnen Komponenten auftretenden Unsicherheiten mit scharfer Analyse: es werden ungefähr 150 Punkte aufgezählt, welche geeignet sind, den Konstrukteur, der bisher mit Selbstvertrauen und Ruhe gearbeitet hat, vollständig einzuschüchtern. Prof. Campus spricht treffend in seinem Generalbericht von einem gewissen „Nihilismus“, welcher wissenschaftlich verteidigt werden kann. Aber damit ist dem Konstrukteur nicht geholfen.

Der Praktiker steht ratlos den Vorträgen gegenüber und freut sich, dass es Sicherheitsvorschriften gibt, die einzuhalten sind und kümmert sich weiter um die Frage nicht mehr. Schwerer ist die Aufgabe der Entwerfer und Kodifizierer solcher Vorschriften: sie stehen vor dem Scheidewege: entweder das Bestehende weiter zu entwickeln, oder einer neuen Richtung Bahn zu brechen.

Die Verhandlungen der bisherigen Kongresse, die gegenwärtigen Vorträge und der vollkommene Bericht von Prof. Campus deuten eine Sturm- und Drangperiode an, worin möglicherweise alle heute gültigen Vorschriften Verordnungen Platz machen müssen, die auf völlig neuer Grundlage aufgebaut sind. Vorläufig ist jedoch nur die Aufstellung von

Grundsätzen im Gange, es wird noch um das Wesen der Sicherheit gestritten.

Der Beitrag von Ing. A. I. Moe bringt konkrete, auch für den Praktiker brauchbare Vorschläge, welche den richtigen Weg andeuten, obwohl er die durch ihn richtig aufgestellten Grundsätze selbst vernachlässigt. Durch Benutzung seiner Hauptregel bin ich zu einer Formel gelangt, welche zur Bestimmung und Berechnung der reellen Sicherheit geeignet ist.

Zum angeblichen „Veralten“ des Begriffes der zulässigen Spannung sei im Allgemeinen folgendes bemerkt ⁽¹⁾: so veraltet auch die bisher angewendete Bestimmung der zulässigen Spannungen sei, der Begriff selbst kann in der Praxis nicht umgangen werden, es kommt nur darauf an, was in der Zukunft als „zulässige“ Spannung gelten soll?

Auch bei den statisch unbestimmten Trägern, wo sich eine ganz neue Auffassung, die Rücksicht auf die Plastizität, Bahn gebrochen hat, kulminiert die Berechnung letzten Endes doch in der Feststellung der Spannungen. Die Berechnung der zulässigen Spannungswerte und des Sicherheitsgrades mag anders verlaufen als bisher, die Spannungswerte werden nicht nach Elastizitätsgesetzen, sondern mit Hilfe der plastischen Deformationen ermittelt.

I

Die Formeln von Ing. Moe werden nun behandelt, um daraus neue Formeln zu entwickeln.

Die Formel auf Seite 630 des Vorberichtes, deren Grundgedanke von G. Kazinczy bereits auf dem Wiener Kongresse erklärt wurde ⁽²⁾, ist ein konkreter Vorschlag zur Dimensionierung auf Grund einer neuen Auffassung der Sicherheit. Das Wesentlichste dieser Hauptregel ist, dass die durch verschiedene Belastungen hervorgerufenen Spannungen mit Sicherheitskoeffizienten ≥ 1 zu multiplizieren sind; hierdurch werden Unsicherheiten von Belastungen berücksichtigt, denen — laut Vorschlag — verschiedene Werte, entsprechend den verschiedenen Belastungsfällen usw., zugeteilt werden können. Gleichzeitig wird die Bruchspannung (σ_B) mit dem Faktor $\mu_B < 1$ multipliziert, wodurch die durch den Baustoff verursachten Unsicherheiten berücksichtigt werden.

Es ist vollkommen richtig, dass die heutigen Berechnungsvorschriften, bei denen $\mu_B \cdot \sigma_B = \sigma_{zul}$, durch Anwendung von $\mu_q = \mu_p = 1$ von Variationsmöglichkeiten, die sich an die Sicherheitskoeffizienten der äusseren Kräfte anknüpfen, keinen Gebrauch machen und daher der Möglichkeit einer *vielseitigen Anpassung* verlustig werden.

Nach dem Gesagten überrascht mich sein „Vorschlag einer praktischen Form“ ⁽³⁾, worin er die Werte für μ_q , μ_p bei verschiedenen Belastungskombinationen unverändert, den Faktor μ_B dagegen, welcher zur Deckung der Unsicherheiten seitens des Baustoffes dient, mit verschiedenen Werten einstellt. Die Begründung hierzu lässt die richtig aufgestellten Grundsätze fallen und ist nicht durch Beweise unterstützt. Insbesondere können die zahlenmässigen Werte der μ -Faktoren nicht einmal als richtunggebend angenommen werden; auch der Generalbericht nannte

⁽¹⁾ D. EFSTRATIADIS, *Der Sicherheitsgrad als Bemessungsgrundlage im Stahlbau* (Abhandl., B. 1, S. 95). — F. CAMPUS, *Generalreferat* (Vorbericht, S. 557). — A. I. MOE, *Vorb.*, S. 627.

⁽²⁾ Beitrag von G. KAZINCZY: z. Ref. GEHLERS, *Ber. über die II. Internationale Tagung f. Brückenbau u. Hochbau.*, S. 251.

⁽³⁾ *Vorb.*, S. 639.

sie willkürlich ⁽⁴⁾. Diese Werte teilen auch die Mängel der heutigen Form des formellen Sicherheitsgrades ⁽⁵⁾, nämlich :

1. Ist der reelle Sicherheitsgrad in einigen Fällen „unvernünftig gross“, in anderen Fällen „gefährlich gering“ ;
2. Dieselben befriedigen nicht die von ihm selbst an den Sicherheitsgrad gestellten Forderungen, z.B. ⁽⁶⁾ :

Forderung 10 : „ Da die Sicherheit statischer Konstruktionen letzten Endes eine Sache der Erfahrung ist, müssen die neuen Formeln des formellen Sicherheitsgrades so ausfallen, dass alle Konstruktionen, die man nicht gerade auf Grund nachweisbarer Unzulänglichkeit zu ändern wünscht, im Grossen und Ganzen dieselbe Dimensionen erhalten, wie nach dem jetzigen Verfahren. “

Mit den angegebenen Sicherheitskoeffizienten habe ich Hauptträger von bestehenden Eisenbahn- und Strassenbrücken aus Stahl, ausgenützt bis 1,400 kg/cm² zulässiger Spannung, geprüft. Die Belastung bei ersteren wurde mit dem deutschen „ N “ Belastungszuge, bei letzteren mit 400 kg/m² angenommen und mit den ungarischen Stossziffern multipliziert. Die formelle Sicherheit ist laut Formel von Ing. Moe für Eisenbahnbrücken 0,74-0,8 und für Strassenbrücken 0,88-0,93, also stets kleiner als 1, was den Erfahrungen widerspricht und die Unrichtigkeit der Koeffizienten beweist.

Der Hauptfehler liegt in der Festsetzung des Faktors der Nutzlast mit 1,8. Es soll bewiesen werden, dass dies der eigentliche Sicherheitsgrad ist, welcher bei bestehenden Konstruktionen eben zu bestimmen ist. Bei der Dimensionierung soll derselbe vorgeschrieben werden, jedoch keinesfalls mit 1,8, da, wie ich es beweisen werde, die Sicherheit der Brücken viel niedriger ist.

Ing. Moe's Formel ist ferner nicht allgemein genug. Es gibt einige „Sonderbedingungen“, welche nur durch weitere Faktoren umgangen oder ersetzt werden können.

Meine Formel, welche alle Umstände berücksichtigen soll, ist zur Berechnung verschiedenster Konstruktionen und für alle möglichen Beanspruchungen geeignet : Dieselbe ist für zwei Belastungsfälle ermittelt worden, uzw. :

1. Für Hauptkräfte und
2. Für Haupt- und Zusatzkräfte.

Weitere Kombinationen wie Temperatureinflüsse, Verschiebungen von Stützpunkten usw. sollen nicht betrachtet werden, da diese nur für statisch unbestimmte Träger von Belang sind. Auch die noch nicht vollkommen abgeklärte Frage der Sicherheit solcher Träger unter Berücksichtigung der Plastizität soll unberücksichtigt bleiben. Nach Klärung dieser Frage wird die Formel jedoch auch für diesen Fall gelten.

Nun folgen meine Formeln :

Für Hauptkräfte :

$$\mu_g S_g + \sum \mu_q S_q + n (S_{pi} + \psi \cdot S_{pm}) \leq f \left(\mu_c \cdot \mu_B \cdot \frac{\alpha \cdot \beta}{\gamma} \cdot \sigma_B \right) \quad (I)$$

⁽⁴⁾ Vorb., S. 564 : « La détermination des coefficients n'en paraît pas moins arbitraire. »

⁽⁵⁾ Vorb., S. 632.

⁽⁶⁾ Vorb., S. 632.

und für Haupt- und Zusatzkräfte :

$$\mu_g \cdot S_g + \Sigma \mu_q S_q + n_1 [c_p (S_{pi} + \psi \cdot S_{pm}) + c_f \cdot \mu_f \cdot S_f] + c_s (\mu_v \cdot S_v + \mu_n \cdot S_n + \dots) \leq f \left(\mu_c \cdot \mu_B \cdot \frac{\alpha \cdot \beta}{\gamma} \cdot \sigma_B \right). \quad (II)$$

(Erklärung der Zeichen auf Tafel I.)

TAFEL I. — Hauptregel der reellen Sicherheit gegen Bruch

I. — Für Hauptkräfte

$$\mu_g \cdot S_g + \Sigma \mu_q S_q + n (S_{pi} + \psi S_{pm}) = f \left(\mu_c \cdot \mu_B \cdot \frac{\alpha \beta}{\gamma} \cdot \sigma_B \right)$$

Reelle Sicherheit =

$$n = \frac{f \left(\mu_c \cdot \mu_B \cdot \frac{\alpha \beta}{\gamma} \cdot \sigma_B \right) - \mu_g \cdot S_g - \Sigma \mu_q \cdot S_q}{S_{pi} + \psi \cdot S_{pm}} = \frac{S_R - S_G}{S_p}$$

II. — Für Haupt- und Zusatzkräfte

$$\mu_g \cdot S_g + \Sigma \mu_q \cdot S_q + n_1 [c_p (S_{pi} + \psi S_{pm}) + c_f \cdot \mu_f \cdot S_f] + c_s (\mu_v \cdot S_v + \mu_n \cdot S_n + \dots) = f \left(\mu_c \cdot \mu_B \cdot \frac{\alpha \beta}{\gamma} \cdot \sigma_B \right)$$

$$n_1 = \frac{f \left(\mu_c \cdot \mu_B \cdot \frac{\alpha \beta}{\gamma} \cdot \sigma_B \right) - \mu_g \cdot S'_g - \Sigma \mu_q \cdot S_q - c_s (\mu_v \cdot S_v + \mu_n \cdot S_n + \dots)}{c_p (S_{pi} + \psi S_{pm})} = \frac{S_R - S_G - S_S}{c_p \cdot S_p}$$

Erklärung : μ : Sicherheitskoeffizient für
 c : Gleichzeitigkeitskoeffizient für
 S : Beanspruchung aus

$\left\{ \begin{array}{l} g : \text{Eigengewicht;} \\ q : \text{Ständige ruhende Last;} \\ p : \text{Nutzlast } \left\{ \begin{array}{l} i : \text{ruhende;} \\ m : \text{bewegliche;} \end{array} \right. \\ f : \text{Bremskräfte;} \\ v : \text{Winddruck;} \\ n : \text{Schneelast;} \\ s : \text{Zusätzliche Kräfte.} \end{array} \right.$

ψ : Stosszahl.

f : Beanspruchung als Funktion der Spannung.

$\left. \begin{array}{l} \mu_g \\ \mu_q \end{array} \right\} \text{ haben zwei Werte : } \left. \begin{array}{l} \mu_{g'} \\ \mu_{q'} \end{array} \right\} > 1 \quad \left. \begin{array}{l} \mu_{g''} \\ \mu_{q''} \end{array} \right\} < 1.$

$\left. \begin{array}{l} \mu_f \\ \mu_v \\ \mu_n \end{array} \right\} \geq 1 \quad \left. \begin{array}{l} c_p \\ c_f \\ c_s \end{array} \right\} \leq 1.$

μ_c Koeffizient für Deckung der unsicheren Berechnung.

μ_B : Koeffizient für Deckung der Unsicherheiten seitens des Materials.

σ_B : Bruchspannung.

$\left. \begin{array}{l} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{array} \right\}$ Reduktionskoeffizienten nach der Art und Weise der Beanspruchung und des Bruches.

II

Die linke Seite dieser Gleichungen stellt die Beanspruchungen infolge der verschiedenen Belastungskombinationen, die rechte Seite eine Beanspruchung, welche die formelle Bruchspannung hervorruft, dar. Wenn die Spannung der Beanspruchung proportional ist, bedeutet die Funktion f eine einfache Proportionalität, bzw. wird die Beanspruchung S durch die Spannung ersetzt. Bezüglich aller Koeffizienten soll bemerkt werden, dass deren *exakter Wert erst nachher bestimmt werden soll. Es können hierbei alle wertvollen Vorschläge der Herren Prot, Lévi, Cassé und Dutheil berücksichtigt werden.*

Ich verwende dreierlei Koeffizienten, usw.:

1. Sicherheitskoeffizienten μ , welche die Unsicherheiten seitens der Belastungen, des Baustoffes, der Berechnung und der Ausführung ausdrücken;
2. Gleichzeitigkeitsziffern c und
3. Reduktionsfaktoren α , β und γ .

Zuerst sollen Sicherheitskoeffizienten μ betrachtet werden.

Die Belastungsfaktoren μ_g , μ_q und der Ausdruck der Unsicherheit des Baustoffes μ_b sind von derselben Art und Bezeichnung wie diejenigen von Ing. Moe. Der Koeffizient μ_c , welcher die Unsicherheiten der Berechnung und der Ausführung ausdrückt, fehlt bei ihm gänzlich.

1. Die ruhende Last zerfällt bei mir in drei Teile :

- a) Das Eigengewicht g des Trägers, untrennbar von demselben;
- b) Das Gewicht der übrigen, den Träger belastenden Bauteile usw.:

Die ständige ruhende Last g , deren Material verschiedenartig sein kann — daher Zeichen Σ —, kann nachträglich noch abgeändert werden; Rohrleitungen, deren Gewicht in Rechnung gezogen wurde, können erst später gelegt werden, andere können schwerer ausfallen; Baustoffe wie Holz, Kies, Beton sind hygroskopisch, ihre Gewichtsberechnung kann mit verschiedener Genauigkeit erfolgen u.s.w. Zusammenfassend: die Grösse der ständigen, ruhenden Last ist unsicherer als diejenige des Eigengewichtes;

- c) Die ruhende Nutzlast p , ohne oder mit unbedeutendem dynamischen Effekt, jedoch in veränderlicher Lage, wodurch $\min S_{pi}$ und $\max S_{pi}$ hervorgerufen werden kann.

Das Eigengewicht und die ständige ruhende Last können von den berechneten Werten wegen Unsicherheit der spezifischen Gewichte und der Dimensionen nicht nur aufwärts, sondern auch abwärts abweichen, worauf auch Ing. Moe hingedeutet hat; deshalb kann bei allen Beanspruchungen, deren Einflusslinie wechselndes Vorzeichen hat, auch ein niedrigeres Gewicht als das berechnete in Betracht kommen. μ_g und μ_q besitzen also je zwei Werte: deren ersterer (μ') grösser, der zweite (μ'') kleiner als 1,0 ist. Von beiden ist derjenige anzuwenden, welcher mit der Nutzlast kombiniert die grössere Beanspruchung ergibt, da die Wahrscheinlichkeit für beide besteht. Im allgemeinen ist μ für jedes Material einzeln festzustellen; dasselbe einheitlich mit 1,2 einzusetzen, erscheint etwas übertrieben.

2. Eine bewegliche Nutzlast kann auch ortsfest beweglich sein, z.B. eine Maschine; Hauptsache ist, dass eine dynamische Wirkung entsteht. Letztere wird mangels einer befriedigenden Vollkommenheit der Trägerdynamik mit der Stossziffer ψ berücksichtigt.
3. Der ruhenden und der beweglichen Nutzlast ist kein Sicherheitskoeffizient μ zugeteilt worden; diese Beanspruchungen sollen mit Faktor n vervielfältigt werden, der vorübergehend noch unbekannt ist.
4. Die Nutzlast ist eigentlich eine vorgeschriebene Belastungsgrenze, auch nach Herrn Prot: „sollicitation limitée“⁽⁷⁾. Es ist nicht angezeigt, hier mit Unsicherheit zu rechnen, da das Ueberschreiten der vorgeschriebenen Nutzlast schon eine Teilfrage der Sicherheit ist. Der Wert des Nutzlastfaktors n , welcher die Formel in eine Gleichung überführt, ist der *gesuchte Sicherheitsgrad selbst*, welcher eben deshalb mit einem anderen Buchstaben n bezeichnet wird und andeuten soll, *welches Vielfache* der Nutzlast den Bruch bzw. den unerwünschten Zustand herbeiführen würde.

n ist die gesuchte reelle Sicherheit (sécurité réelle). Dies steht im Gegensatz zur allgemeinen Auffassung, worauf ich später noch zurückkomme. Zuerst soll die rechte Seite der Formel kurz behandelt werden, welche die Beanspruchung darstellt, die der formellen Bruchspannung entspricht. Die Koeffizienten sind:

1. Der Faktor μ_c deckt alle Unsicherheiten aus Berechnung und Ausführung für den Fall, dass dieselben die Gesamtkonstruktion betreffen. Auch Ing. Moe erwähnt dieselben, verbirgt sie aber in Faktor μ_B des Baustoffes: μ_B wird bei ihm mit anderen Zahlenwerten angegeben: a) für normale Ausführung und Berechnung, bzw. besonders sorgfältige Ausführung und besonders genaue Berechnung; b) für Brücken- und Hochbau. Nach meiner Ansicht sind dieselben gesondert zu behandeln, da sie vom Baustoff unabhängig, von der Genauigkeit der Berechnung und vom Kräftespiel der Träger jedoch abhängig sind. $\mu_c < 1,0$, nähert sich aber umsomehr der Einheit, je mehr das berechnete Kräftespiel der Konstruktion dem tatsächlichen näher kommt. μ_c hat somit verschiedene Werte für vollwandige Träger und für Fachwerkträger des gleichen Baustoffes.

Wenn die aus der Berechnung infolge Lockerung der Genauigkeit entstandenen Unsicherheiten sich in ungleichem Masse auf die durch die verschiedenen Belastungen hervorgerufenen Beanspruchungen, oder nur auf eine Gruppe derselben beziehen, ist dies bei den Belastungsfaktoren zu berücksichtigen. Dies ist der Fall bei Brücken, wo Einflüsse der Hauptkräfte im allgemeinen strenger ermittelt werden, als diejenigen der Zusatzkräfte.

2. Der Faktor μ_B drückt Unsicherheiten von Qualität und Querschnittsabmessungen des Baustoffes aus und ist von den Belastungskombinationen und der Genauigkeit der Berechnung unabhängig.

⁽⁷⁾ Vorb., S. 577.

3. Die Bruchspannung habe ich mit dem Reduktionsfaktor $\frac{\alpha \cdot \beta}{\gamma}$ multipliziert, deren drei Glieder Sonderbedingungen darstellen.

α) Glied α drückt die Art der Beanspruchung aus; $\alpha = 1,0$ wenn die Bruchspannung σ_B und die untersuchte Beanspruchung gleichartig sind. Sonst bedeutet α das Verhältnis der beiden ungleichartigen Bruchspannungen. Wichtig ist α besonders bei Eisenkonstruktionen, wenn jene Beanspruchungen untersucht werden, bei welchen die untersuchte Spannung (Bruch) als Funktion der Fließgrenze ausgedrückt wird. In diesem Falle wird stets σ_F statt σ_B benützt; jedoch wird der Wert α entsprechend der Beanspruchungsart geändert. Ein ähnliches Verfahren wird in den Berechnungsgrundlagen für geschweisste Stahlkonstruktionen der DRB angewendet, worin die zugelassenen Werte im α -fachen der zugelassenen Zugspannung nach Art und Stelle für verschiedene Spannungen angegeben sind und wo α ziemlich veränderlich ist. Dieselbe Methode wird für genietete Konstruktionen angewendet: hier ist $\alpha = 1,0$ für Zug, Biegung (ohne Rücksicht auf Plastizität) und für Druck (ohne Knickung); für Lochleibungsdruck wird in den verschiedenen Verordnungen $\alpha = 1,7-2,5$, für Abscheren der Niete $\alpha = 0,7-0,8$ angegeben.

Wenn bei Biegung auch die Plastizität berücksichtigt werden soll, ist $\alpha > 1,0$ und im Wesentlichen gleich dem Wert ψ von Ing. Dutheil⁽⁸⁾. Für Knickung ist die Bruchspannung gleich der kritischen Spannung: $\sigma_B = \sigma_{kr}$ und selbstverständlich $\alpha = 1,0$.

Bezüglich Nietverbindungen ist folgendes zu bemerken:

Auf Grund der Formel:

$$\tau_{zul} = 0,63 \sigma_{zul},$$

gerechnet aus der gezogenen Formänderungsarbeit von Huber und:

$$\tau_{zul} = 0,5 \sigma_{zul}$$

nach Mohr und Guest⁽⁹⁾ lässt sich behaupten, dass die zugelassenen Abscherspannungen in den verschiedenen Verordnungen zu hoch gestellt sind, umsomehr, wenn man bedenkt, dass weder die Kraftverteilung unter den Nieten, noch die Verteilung der Beanspruchung an den Nietquerschnitten gleichmässig ist, obwohl bei der Dimensionierung die Gleichmässigkeit vorausgesetzt wird. Ferner werden Biegung und Zug der Nieten vernachlässigt. All dies hat zur Folge, dass die reelle Sicherheit an den Nietverbindungen weit kleiner ist, als in den verbundenen Teilen. Auch die Erfahrung unterstützt diese Folgerung: Nietverbindungen lockern sich auch unter Lasten, die im Träger selbst gar keine merkbare bleibende Formänderungen hervorrufen. Ausweitungen der Nietlöcher sind ferner Beweise für einen hohen Lochleibungsdruck. Besonders bei Eisenbahnbrücken sind Nietwechsel *an der Tagesordnung*. Der kleinere Sicherheitsgrad ist einigermaßen gerechtfertigt, da die Möglichkeit der Instandsetzung durch Auswechslung der Niete gesichert ist. Um aber häufigen und kostspieligen Nietwechseln vorzubeugen, wäre es angezeigt, die Sicherheit der Nietverbindungen auf die Höhe derjenigen des gebogenen Trägers zu setzen.

⁽⁸⁾ Vorb., S. 618.

⁽⁹⁾ Föppl, *Drang und Zwang*. Bd. I, S. 42 usw.

Dann wäre für Lochleibungsdruck :

$$\alpha = 1,8-2,0$$

und für Abscheren :

$$\alpha = 0,5-0,65 .$$

Manche Verordnungen nähern sich bereits diesem Standpunkte. Die tschechoslowakische z.B. bestimmt für Abscheren

$$\alpha = 0,7$$

und für Lochleibungsdruck

$$\alpha = 1,7 .$$

Durch die geschilderte Festsetzung der Werte von α wird die Möglichkeit der Nietwechsel der plastischen Reserve der gebogenen Träger gleichgestellt.

β) Durch den Faktor β wird die bei verschiedenartigen Brüchen erscheinende Gefahr berücksichtigt. Der gewünschte Sicherheitsgrad soll gegen Gefahren verschiedener Art, sogar gegen verschiedene Arten des Bruches nicht gleich sein. Katastrophenartige Brüche (z.B. Knickung) fordern höhere Sicherheit als Brüche mit plastischer Reserve. Durch Einsetzen von β wird der Vergleich verschiedenartiger Brüche ermöglicht. Ist $\beta = 1,0$, so ist die durch die Formel ausgedrückte Festigkeit reell, sonst ist dieselbe formell.

Der höchste Sicherheitsgrad wird natürlich für Knickung vorgeschrieben, zumindest im elastischen Bereiche, nämlich $n = 2,5-3,5$. Es erscheint unlogisch, wenn derselbe im plastischen Bereiche bis auf 1,7 herabgesetzt wird. Die plastische Knickung geht rascher vor sich, als die elastische ⁽¹⁰⁾ und ist gegen noch so kleine, jedoch unvermeidliche Exzentrizitäten äusserst empfindlich. Es wäre logisch, den Sicherheitsgrad gegen Knickung unabhängig von der Schlankheit durchwegs gleich zu halten, worauf schon Herr Gehler hinwies ⁽¹¹⁾.

Allen Beanspruchungen, bei welchen der Verfall sich vom Fliessbeginn anrechnet, steht bis zum effektiven Bruch eine bedeutende plastische Reserve zur Verfügung. Hier ist also die Festsetzung einer niedrigeren Sicherheit (allgemein 1,7) angezeigt. Solche sind: Zug, Biegung, reiner Druck ($\lambda < 40$, ev. 60) Schub usw.

Auch die Beulung des Stegbleches bei gebogenen Trägern führt nicht zur Katastrophe, hier ist somit die gegen Knickung erwünschte hohe Sicherheit nicht angezeigt, obwohl das Ausbeulen auch ein Stabilitätsproblem ist; dem Ausbeulen können aber grosse Deformation und Ueberspannung der Gurtните folgen. Die Tragfähigkeit des ausgebeulten Bleches wird durch den Diagonalzug und den Druckwiderstand der Versteifungen ersetzt, solange keine Verformung des Trägers infolge Fliessens eintritt. Die deutsche Vorschrift begnügt sich deshalb mit einer niedrigeren formellen Sicherheit, im Werte von 1,4-1,5. Es wäre auch hier die beim Fliessen geforderte Sicherheit erwünscht.

⁽¹⁰⁾ BLEICH, *Theorie und Berechnung der eisernen Brücken*, Abb. 92 und 99.

⁽¹¹⁾ GEHLER, *Sicherheitsgrad und Beanspruchung*. Bericht über die II. Internationale Tagung für Brückenbau u. Hochbau, S. 232.

β soll als Einheit für den Bruch mit plastischer Reserve angenommen und die übrigen darauf reduziert werden. Sind z.B. die gewünschten Sicherheiten gegen Knickung, Fließen bzw. Ausbeulen der Reihe nach:

$$n_k = 2,5, \quad n_F = 1,7 \quad \text{bzw.} \quad n_B = 1,5$$

dann ist β :

$$\beta_k = \frac{n_F}{n_k} = 0,7; \quad \beta_F = 1,0 \quad \text{bzw.}; \quad \beta_B = \frac{n_F}{n_B} = 1,13$$

γ) γ drückt die Verhältnisse bei sich oft wiederholenden Beanspruchungen aus. Es bezeichnet das Verhältnis der Bruchspannung zur Dauerfestigkeit.

Im Falle sich wiederholender Beanspruchungen führt die Ermüdung zum Trennungsbruch, d.h. zum Bruch ohne plastische Reserve, der ebenfalls zur Katastrophe führen kann. Für diesen Fall wäre dieselbe Sicherheit erwünscht, wie gegen Knickung. Indem aber in letzterem Falle ein einziges Auftreten der Bruchbeanspruchung zu vermeiden ist, muss die Dauerfestigkeit bei der Ermüdung 1-2 millionenmal und zwar immer mit den dazu gehörenden Grenzwerten erreicht werden. Es muss auch der Wahrscheinlichkeitsgrad einer Belastung solcher Art in Erwägung gezogen werden, der ausserordentlich klein ist. Dagegen muss man berücksichtigen dass die Dauerfestigkeit durch die Wirkung eventueller Kerben, Materialfehler u. dgl. stark herabgesetzt wird. Die Ergebnisse von Ursprungsfestigkeitsproblem weisen hohe Streuung auf. Während das Material mit zu niedriger Fließgrenze bei der Uebernahme erkannt und zurückgewiesen werden kann, ist die Verhinderung der Verwendung von Materialien mit kleiner Ursprungs- oder Schwingungsfestigkeit, ja sogar die Erkennung dieser Mängel, nicht möglich. Versuche zur Klärung von Ermüdungserscheinungen wurden in viel geringerer Zahl durchgeführt, als statische Festigkeitsproben. Alle diese Umstände fordern vorsichtige Ueberlegung.

Die allgemeine Formel von γ ist

$$\gamma = 1,0 - \varphi \frac{\min \sigma}{\max \sigma}.$$

In den meisten Vorschriften ist für Flusstahl $\varphi = 0,3$, für hochwertige Stähle $\varphi = 0,4$, insofern $\min \sigma : \max \sigma$ negativ ist, und $\gamma > 1,0$. Ist $\min \sigma : \max \sigma$ positiv, so ist für Flusstahl $\gamma = 1,0$.

Hier muss eine Abänderung in der Berechnung von $\min \sigma : \max \sigma$ erfolgen.

Nach meiner Auffassung ist bei Bestimmung von γ die Beanspruchung hervorgerufen durch Eigengewicht g und ständige ruhende Last q , mit dem Faktor μ_g , bzw. μ_q zu multiplizieren usw. mit deren kleinerem Werte $\mu'' < 1,0$, da hier die Einflusslinie wechselndes Vorzeichen hat. Dagegen dürfen die durch die Nutzlast verursachten $\min S_p$ und $\max S_p$ -Werte nicht durch Sicherheitskoeffizienten vergrößert werden, da die sich häufig wiederholende Ueberschreitung der Nutzlast mit ermüdender Wirkung höchst unwahrscheinlich ist.

Bei Knickung infolge zentrischen Druckes gibt es zwei Möglichkeiten. Wenn die kritische Bruchfestigkeit $\sigma_B = \sigma_{kr} < \sigma_D$, worin σ_D die Dauer-

festigkeit ist, so muss die Ermüdung nicht in Betracht gezogen werden: $\gamma = 1,0$, da die Knickung schon bei der ersten Erreichung des σ_{kr} erfolgt. Ist dagegen $\sigma_{kr} > \sigma_D$, dann muss auch die Ermüdung usw. als reiner Druck berücksichtigt werden.

Anders ist es mit exzentrisch gedrückten Stäben. Bei statischer, einmaliger Belastung — sei die Exzentrizität bekannt oder angenommen — ist die Bestimmung der Bruchlast ein Festigkeitsproblem, das mit Rücksicht auf die allmähliche Ausbreitung des Fliessens (Ježek), oder durch Voraussetzung eines idealplastischen Materials mit einer Sicherheit gegen Fliessen, wie bei Biegung, gelöst werden kann. Bei sich oft wiederholender Belastung darf vorausgesetzt werden, dass nach jeder Beanspruchung eine kleine unelastische Deformation zurückbleibt: diese addieren sich; ihre Wiederholung führt also zur Vergrösserung der Exzentrizität bis zu einem Grade, wo die Faserspannungen nach Ueberschreitung einer gewissen Grenze den Bruch herbeiführen. Bei oft wiederholtem exzentrischem Druck muss also die Sicherheit gegen Ermüdung, nach meiner Ueberzeugung — die aber versuchsmässig noch nicht unterstützt ist —, in der Annahme einer grösseren Exzentrizität gesucht werden. Wie gross diese Erhöhung sei, kann nur auf Grund entsprechender Versuche ermittelt werden.

III

Es sei nun Gleichung (II) der Haupt- und Zusatzkräfte betrachtet. In Gleichungen (I) und (II) sind die rechten Seiten gleich, da die Bruchbeanspruchung von den verschiedenen Belastungskombinationen unabhängig ist. Auch darin unterscheidet sich meine Formel von derjenigen von Ing. Moe. (Siehe Tafel I.)

Die linke Seite erhält ausser den maximalen Beanspruchungen durch Hauptkräfte, diejenigen verursacht durch Zusatzkräfte. Die Grösse der letzteren ist weniger bekannt (Herr Prot nennt sie: sollicitations indéterminées) und ihre Wirkung wird auch mit geringerer Sorgfalt ermittelt. Deshalb müssen ihre Beanspruchungen durch den Faktor $\mu > 1,0$ vergrössert werden.

Die Wahrscheinlichkeit der Gleichzeitigkeit von gefährlichster Lage und gefährlichster Grösse sämtlicher Belastungen ist ausserordentlich klein; die ermittelten Maximalspannungen sind der Wahrscheinlichkeit gemäss mit Gleichzeitigkeitsziffern $c \leq 1,0$ zu multiplizieren. Bei Eigengewicht und bei ständiger Last ist natürlich: $c = 1$. Gleichzeitigkeitsziffern für Nutzlast und Zusatzkräfte sind von den verschiedenen Belastungskombinationen abhängig: z.B. bei Brücken im Falle eines Winddruckes von 250 kg/m^2 ist für die Nutzlast $c_p = 0$, da dies nur bei unbelasteter Brücke berücksichtigt werden muss, dagegen für Windkräfte gleichzeitig: $c_v = 1,0$.

Auch die Wirkung der Bremskräfte ist mit dem Sicherheitsgrad n zu multiplizieren, weil auch diese mit der Vergrösserung der Nutzlasten wachsen.

Erwähnt sei noch, dass bei Windverbänden welche nur mit dem Eigengewicht g und Windkräften v belastet sind, letztere als Nutzlasten aufzufassen sind und die Formel demgemäss lautet:

$$\mu_g \cdot S_g + n \cdot \mu_v \cdot S_v \leq f \left(\mu_c \cdot \mu_B \cdot \frac{\alpha \cdot \beta}{\gamma} \cdot \sigma_B \right). \quad (\text{III})$$

Da der Zweck des Windverbandes nicht nur in der Aufnahme der Windkräfte, sondern auch in der Versteifung der Konstruktion liegt, ist Faktor n bei der Dimensionierung der Windverbände mit einem hohen Wert einzusetzen. Dieses Prinzip wird in den gegenwärtigen Vorschriften meistens durch Herabsetzung der zulässigen Spannungen verwirklicht.

IV

Nun folgt der wichtigste Teil meines Beitrages: die Bestimmung des Sicherheitsbegriffes. Ich kann der allgemeinen Auffassung nicht zustimmen, wonach laut Abfassung von Ing. Prot:

$$\alpha = \frac{R}{P};$$

d.h. *die Sicherheit ist das Verhältnis der Bruchspannung zur Maximalspannung, hervorgerufen durch die Gesamtlast.*

Ing. Dutheil geht weiter, indem er auf das Verhältnis der Beanspruchungen übergeht; im Nenner benützt er aber noch die von der *Gesamtlast* verursachten Beanspruchungen. Diese Definitionen sind scheinbar auch von der Erinnerung an den Begriff der „veralteten“ zulässigen Spannungen beeinflusst.

Wenn die reelle Sicherheit grösser als Eins ist, bedeutet dies, dass der Bruch bei einer durch den Sicherheitsgrad vergrösserten Belastung erfolgt. Ist es logisch, das Gewicht der Konstruktion, vorzugsweise das Eigengewicht des untersuchten Trägers, zu erhöhen? Letzteres ist ja untrennbar vom Träger und lässt sich ohne Vergrösserung seines Querschnittes, wodurch die Spannung sich erniedrigen würde, nicht erhöhen.

Ich multipliziere deshalb nur die Nutzlast mit dem Sicherheitsgrad, und so gelangen wir zu *einem neuen Begriff* der Sicherheit, den ich deshalb mit einem anderen Buchstaben n bezeichnet habe. Für Hauptkräfte ist:

$$n = \frac{S_R - S_G}{S_P},$$

wo S_R die Bruchbeanspruchung, S_G die ständige Beanspruchung und S_P die Beanspruchung aus der Nutzlast ist.

Die aus meinen Formeln errechneten Werte des Sicherheitsgrades n sind aus Tafel I ersichtlich.

Vergleichen wir zwei Brücken, deren Hauptträger unter Ausnützung der zulässigen Spannungen bemessen sind. Die erste habe ein grosses Eigengewicht und eine grosse ständige Last (z.B. eine Aufschüttung), die zweite sei von leichter Bauart. Sicherheit α (nach Herrn Prot) sei für beide gleich. Belasten wir beide mit der berechneten Nutzlast; dadurch entstehen die zulässigen Spannungen in beiden Konstruktionen. Wird nun die Nutzlast auf das α -fache der berechneten erhöht, so wird die Sicherheit der sehr leichten Konstruktion dadurch erschöpft, der Bruch tritt ein; die schwere Konstruktion kann dagegen weit höher belastet werden. Die reelle Sicherheit beider Brücken ist also ungleich, und bei der schweren Brücke nicht gleich α . Infolge Bemessung nach dem allgemeinen Sicherheitsbegriff ist die reelle Sicherheit der Brücken mit verschiedenen Oeffnungen nicht

gleich. Und was von noch grösserem Belange ist: *Es sind bisher verschiedene Träger derselben Brücke mit ungleicher Sicherheit also auf Kosten der Wirtschaftlichkeit dimensioniert worden.*

Es ist dringend notwendig, diesem Uebelstande abzuhelpfen.

Auch Herr Dutheil lässt ahnen — obwohl in Verbindung mit Zusatzkräften —, dass etwas mit der bisherigen Auffassung der Sicherheit nicht stimmt: „de même, pour un ouvrage dans lequel les charges permanentes sont prépondérantes, on peut se contenter d'un coefficient de sécurité plus faible...“, d.h. eine grosse ständige Last vergrössert die Sicherheit der Konstruktionen, was wir instinktiv fühlen, aber in der bisherigen Auffassung der Sicherheit nicht zur Geltung kommt.

Ich bemerke, dass auch Dr. G. v. Kazinczy eine der meinigen ähnliche Auffassung der Sicherheit auf dem Wiener Kongress veröffentlichte.

Dieser aus den Auffassungen der Sicherheit stammende Unterschied ist sehr wichtig für verstärkte, sowie vorgespannte Konstruktionen (vorgespannter Eisenbeton), wo die sicherheitserhöhende Wirkung des Eigengewichtes vom Ausmass der Vorspannung abhängt.

Uebrigens werden die zwischen den beiden Auffassungen n und α bestehenden Unterschiede allmählich verschwinden, wenn die Bestimmung der Faktoren im Laufe der Entwicklung immer genauer erfolgt und dadurch die gewünschte reelle Sicherheit sich immer mehr der Einheit nähert.

Im äussersten Falle, wenn scheinbar keine Nutzlast vorhanden ist, könnte die Formel nicht benutzt werden. Jedes Bauwerk hat aber einen Zweck, und dadurch wird unbedingt schon eine Nutzlast bedingt. Wenn die Konstruktion nur Wind- oder Schneelast zu tragen hat, sind diese als Nutzlast aufzufassen und mit n zu multiplizieren.

V

Zum Schluss seien Ergebnisse meiner Berechnungen laut Formel 1 über die Sicherheit in den Zuggurten der Hauptträger unserer Brücken, die mit den erwähnten Belastungen bis zur zulässigen Spannung ausgenützt sind, vorgeführt (Siehe Tafel II). Die verschiedenen Faktoren sind auf Grund wahrscheinlicher Toleranzen angenommen, sind also vorläufige Annäherungswerte ohne Anspruch auf Exaktheit.

Mit diesen Werten ist der Sicherheitsgrad der Hauptträger der Eisenbahnbrücken mit $l = 30-100$ m Oeffnung: 1,34-1,44 und wächst etwas mit der Spannweite infolge Einwirkung des Konstruktionsgewichtes. Der Sicherheitsgrad von Strassenbrücken derselben Oeffnungsgrenzen ist aus diesem Grunde bedeutend höher: 1,5-1,7. Meines Erachtens dürfte man bei der Dimensionierung von Strassenbrücken ohne weiteres den Sicherheitsgrad der Eisenbahnbrücken anwenden, umso mehr, da ja die Sicherheit der Fahrbahnträger nur ungefähr 1,25-1,3 und diejenige der Verbindungen nur 1,0-1,05 beträgt, somit die höhere Sicherheit der Hauptträger nicht ausgenützt werden kann.

Nach Festsetzung der erwünschten Sicherheiten können aus den vorgeführten Regeln leicht Bemessungsformeln abgeleitet werden. Sie mögen vielmehr zu der Umgestaltung der Vorschriften in dem Sinne Anlass bieten, dass der Sicherheitsgrad in allen Teilen der Konstruktion gleichgestellt werde, was eine unerlässliche Bedingung der Wirtschaftlichkeit ist.

Die Wissenschaft hat die Aufgabe, die Faktoren möglichst genau zu

TAFEL II. — Die reelle Sicherheit der Hauptträger bestehender Stahlbrücken
(Angenommen dass die Träger bis 14 kg/mm² ausgenützt dimensioniert sind)

$$\begin{aligned} \mu_g \cdot \mu_q & \left\{ \begin{array}{l} \text{für Stahlkonstruktionen} = 1,10; \\ \text{für andere ständige Lasten} = 1,20. \end{array} \right. \\ \mu_c & \left\{ \begin{array}{l} \text{für vollwandige Träger} = 0,95; \\ \text{für Fachwerkträger} = 0,90. \end{array} \right. \\ \psi & \left\{ \begin{array}{l} \text{für Eisenbahnbrücken} = 1,24 + \frac{9}{l+16}; \\ \text{für Strassenbrücken} = 1,20 + \frac{10}{l+30}. \end{array} \right. \\ \alpha = \beta = \gamma & = 1,0; \\ \sigma_B = \sigma_F & = 24 \text{ kg/mm}^2. \end{aligned}$$

$$\mu_B \text{ für Flusstahl} = 0,85$$

(Toleranz : 3 % in Massen; 2 % für Kerbung; 10 % für σ_F).

$$S_R = \mu_c \cdot \mu_B \cdot \sigma_F \left\{ \begin{array}{l} \text{Beim Vollwandträger } S_R = 19,38 \text{ kg/mm}^2; \\ \text{Beim Fachwerkträger } S_R = 18,36 \text{ kg/mm}^2. \end{array} \right.$$

I. Eisenbahnbrücken

A. Vollwandige Hauptträger

l	$f(\sigma_B) = S_R$	S_G	S_P	$n = \frac{S_R - S_G}{S_P}$
10	1938	120	1.294	1,40
20		173	1.246	1,41
30		237	1.187	1,43
40		302	1.129	1,44

B. Fachwerk-Hauptträger

l	$f(\sigma_B) = S_R$	S_G	S_P	$n = \frac{S_R - S_G}{S_P}$
30	1836	196	1.225	1,34
40		244	1.182	1,35
60		356	1.080	1,37
80		449	996	1,39
100		517	934	1,41

II. Strassenbrücken

l	$f(\sigma_B) = S_R$	S_G	S_P	$n = \frac{S_R - S_G}{S_P}$
30	1836	956	589	1,49
40		974	556	1,55
60		1.030	504	1,60
80		1.070	464	1,64
100		1.116	424	1,70

ermitteln, um die Sicherheit der Einheit näher zu bringen. So wird die von Prof. Campus betonte dreifache Einheit : Zweckmässigkeit, Sicherheit und Wirtschaftlichkeit erreicht werden können, wobei kein Gegensatz bestehen bleiben darf.

Zum Schluss möchte ich nochmals die Wichtigkeit der Sicherheitsfrage betonen. Viele Verordnungen sind, eben infolge Veraltung des Begriffes der zulässigen Spannung, veraltet. In vielen Ländern sind sie in Umarbeitung begriffen. Die Arbeit der damit Betrauten wäre sehr erleichtert gewesen, wenn es dem Kongresse gelungen wäre, in der Frage der Sicherheit eine entschlossene Stellungnahme zu fassen.

Résumé

L'auteur donne son opinion concernant la notion de sécurité. Il montre que la formule de M. Moe peut être utilisée comme formule de base. Il est toutefois nécessaire d'y modifier quelques facteurs, pour obtenir des valeurs pratiques pour le coefficient de sécurité.

L'auteur n'est pas d'accord avec la définition générale de la sécurité :

$$\sigma = \frac{F_R}{F_E}$$

avec

σ : Sécurité;
 F_R : Tension de rupture;
 F_E : Tension réelle maximum.

Il propose de définir la sécurité par :

$$n = \frac{S_R - S_G}{S_P}$$

avec

S_R : Sollicitation entraînant la rupture;
 S_G : Sollicitation permanente;
 S_P : Sollicitation due à la surcharge.

Pour la détermination des coefficients dans cette formule, l'auteur propose trois groupes. Les propositions des autres auteurs, traitant le même sujet, peuvent convenir dans ce but.

Zusammenfassung

Der Verfasser nimmt Stellung zu den am Kongress vorgetragenen Referaten über den Begriff der Sicherheit.

Er zeigt, dass die Formel von Herrn Moe als Grundlage benutzt werden kann. Es müssen darin aber einige Faktoren geändert werden, damit sich praktisch mögliche Werte für die Sicherheit ergeben.

Der Verfasser ist jedoch nicht einverstanden mit der allgemeinen Definition der Sicherheit, wonach

$$\sigma = \frac{F_R}{F_E} .$$

σ = Sicherheit;
 F_R = Bruchbeanspruchung;
 F_E = Maximalbeanspruchung;

Er schlägt vor, die Sicherheit n durch

$$n = \frac{S_R - S_G}{S_P}$$

zu definieren :

S_R = Beanspruchung, die den Bruch herbeiführt;
 S_G = Ständige Beanspruchung;
 S_P = Beanspruchung durch die Nutzlast.

Für die Bestimmung der Koeffizienten in der Formel unterscheidet der Verfasser drei Gruppen. Die Vorschläge der andern Referenten, die das gleiche Thema behandeln, können dabei benützt werden.

Summary

The author states his opinion concerning the notion of safety. He shows that M. Moe's formula can be used as a basic formula. It is nevertheless necessary to modify a few factors in it, in order to obtain practical values for the coefficient of safety.

He does not agree with the general definition of safety :

$$\sigma = \frac{F_R}{F_E}$$

with :

σ : Safety;
 F_R : Rupture tension;
 F_E : Real maximum tension.

He proposes to define safety by :

$$n = \frac{S_R - S_G}{S_P}$$

with :

S_R : Stress causing rupture;
 S_G : Permanent stress;
 S_P : Stress due to overload.

For the determining of coefficients in this formula he proposes 3 groups. The proposals of other authors, dealing with the same subject, are suitable for this purpose.

Leere Seite
Blank page
Page vide

Va3

Etude expérimentale de la rupture dans les pièces fléchies en béton armé

Experimentelle Untersuchungen über den Bruch von auf Biegung beanspruchten Eisenbetonelementen

Experimental investigation on failure in reinforced concrete units under bending

R. CHAMBAUD

Conseiller scientifique de l'Institut technique du Bâtiment et des Travaux publics, Paris

En collaboration avec

P. LEBELLE

Directeur de l'Institut technique du Bâtiment
et des Travaux publics, Paris

R. PASCAL

Ingénieur civil
des Ponts et Chaussées, Paris

**Sous le patronage de l'Institut technique du Bâtiment et des Travaux publics
et de la Chambre syndicale des Constructeurs en Ciment armé de France**

Introduction

La nature et les conditions des essais entrepris aux Laboratoires du Bâtiment et des Travaux publics à Paris ont été définies dans la *Publication préliminaire*, de même que les buts à atteindre.

Rappelons que les essais ont porté sur des poutres à section rectangulaire armées en traction seulement et soumises à la flexion circulaire (c'est-à-dire à la flexion sous moment constant dans la zone centrale) jusqu'à rupture.

La charge de rupture a été mesurée avec précision et les circonstances de la déformation et de la fissuration ont été observées avec soin au moyen d'appareils perfectionnés. Notamment on a mesuré l'importance et la répartition des déformations élastiques et plastiques au moyen de strain-gages externes et de cellules à résistance noyées à l'intérieur du béton. On a mesuré également les modules d'élasticité des bétons par une méthode vibratoire nouvelle ainsi que les résistances des bétons sur cubes témoins, les limites d'élasticité (ou d'écoulement) des aciers ainsi que l'étendue de leurs paliers de ductilité, leur résistance à la rupture et leur limite d'allongement.

Le nombre important des essais a permis d'obtenir des résultats statistiques, dont l'interprétation nous a conduits à une théorie de la déformation élasto-plastique permettant de prévoir le moment limite de rupture d'une poutre à section rectangulaire quand on connaît les caractéristiques des matériaux employés et le pourcentage des armatures tendues.

On en a déduit une méthode simple de calcul à coefficient de sécurité constant, que nous appelons la méthode élasto-plastique et qui s'oppose à la méthode classique ou purement élastique.

La conclusion est qu'on peut, avec une sécurité normale, utiliser la résistance à la flexion des sections rectangulaires dans des limites beaucoup plus étendues qu'on ne le fait habituellement d'après la théorie classique, notamment par l'emploi de hauts pourcentages d'acier tendu, et que l'économie possible sur les armatures comprimées est considérable, ces armatures s'avérant inutiles dans la grande majorité des cas, pour des pourcentages d'acier tendu pouvant atteindre 4 et 6 % et parfois davantage, suivant les caractéristiques des matériaux employés, acier et béton.

La place limitée dont nous disposons ne nous permet pas de donner le détail de nos expériences ni les tableaux complets de nos résultats numériques. Ils seront exposés dans un autre recueil et nous nous contenterons de résumer ici les points les plus importants de notre étude.

Notations

b	largeur de la poutre ;
h_1	hauteur utile ;
ω'	section d'acier tendu ;
$\varpi' = \frac{\omega'}{bh_1}$	pourcentage d'acier tendu ;
ϖ'_{cr}	pourcentage critique ;
n	contrainte maximum de rupture du béton dans les pièces fléchies ;
n_0	résistance en compression sur cubes, au jour de l'essai ;
n'_e	limite d'écoulement de l'acier ;
M	moment de flexion ;
$\zeta = \varpi' \frac{n'_e}{n_0}$	pourcentage réduit ;
$\mu = \frac{M}{bh_1^2 n_0}$	moment réduit ;
$K = \frac{M}{bh_1^2}$	moment unitaire ;
σ	coefficient de sécurité.

Définition des essais

Le nombre des poutres essayées est de 82, leur section totale 100×135 mm ou 125×150 mm, leur portée théorique 2,90 m ou 3,70 m, la partie centrale, soumise à un moment constant, a 0,70 m de longueur.

Les ciments employés sont de deux sortes : un superciment à haute résistance initiale, classe 315/400 et un ciment artificiel Portland, classe 250/315.

Les aciers sont des aciers doux, mi-doux, mi-durs et durs et présentent tous un palier de ductilité très marqué (l'allongement avant le début de la période de raffermissement par écrouissage n'était jamais inférieur à 7,6 ‰ pour les aciers les plus durs; il n'a pas été mesuré avec précision pour les aciers doux mais on peut admettre, d'après des mesures sur des aciers analogues, qu'il était d'au moins 20 ‰).

Les diamètres d'armatures utilisés sont de 8, 12, 16 et 18 mm.

Les dosages en ciment varient de 275 à 525 kg/mc, les pourcentages d'acier tendu de 0,95 à 6,28 %.

Les résistances du béton à la compression, mesurées sur cubes de 14,1 cm de côté au jour de l'essai, varient de 128 à 595 kg/cm² si l'on considère les cubes individuellement, ou de 140 à 466 kg/cm² si l'on considère les moyennes par séries de cubes se rapportant à une même poutre.

Les limites d'écoulement des aciers pris individuellement varient de 24,8 à 76,1 kg/mm², leurs moyennes correspondant aux aciers d'une même poutre de 25,4 à 67,2 kg/mm². Les résistances de rupture varient de 36,5 à 106,2 kg/mm² et les allongements maxima avant rupture mesurés entre repères d'écartement réglementaire de 38,8 à 8,1 %.

On a préparé en même temps qu'était coulée la poutre, une série d'éprouvettes destinées à renseigner sur les qualités physiques et mécaniques du béton et conservées dans les mêmes conditions que la poutre.

L'essai de compression sur cubes a été fait au moyen d'une presse Amsler de 500 tonnes. Le cube a été placé entre les plateaux de la presse avec interposition de deux feuilles de carton de 2 à 4 mm d'épaisseur.

Le module d'élasticité a été déterminé par une méthode vibratoire qui donne le module d'élasticité instantané initial, c'est-à-dire celui qui correspond à la tangente à la courbe contrainte/déformation à l'origine. C'est le seul qui soit intéressant et corresponde à une caractéristique réelle du béton, car tous les autres sont plus ou moins influencés par le fluage, même pour des chargements et déchargements quasi instantanés, c'est-à-dire effectués dans des périodes de temps comprises entre quelques minutes et une demi-heure ou une heure, comme l'ont très nettement montré nos mesures de flèches et de déformation effectuées au cours des essais principaux.

On a prélevé sur chacune des barres longitudinales des poutres un échantillon pour déterminer les caractéristiques de l'acier, ce qui représente en tout 328 échantillons.

Pour un certain nombre de barres en acier dur on a fait une détermination précise des allongements élastiques et plastiques au moyen d'un extensomètre système Mercier permettant de mesurer des allongements de 5 microns sur une base de 100 mm. On en a déduit les diagrammes contraintes/allongements.

Pour chaque poutre, la flèche au milieu a été mesurée par un fleximètre enregistreur. Dans un certain nombre de cas cet appareil a permis de mesurer la déformation plastique et le fluage jusqu'à rupture, ce qui nous a donné des renseignements très intéressants sur les grandes déformations susceptibles d'intervenir dans le phénomène de rupture par flexion.

Un des objectifs principaux de nos essais était de mesurer l'importance des raccourcissements que le béton comprimé est susceptible de supporter

avant rupture par flexion, les renseignements donnés à cet égard par les expérimentateurs qui nous ont précédés étant fort contradictoires. Nous avons donc munis un certain nombre de poutres d'extensomètres précis permettant de faire les mesures en divers points situés dans le voisinage de la section probable de rupture. Ces extensomètres étaient constitués par des strain-gages à résistance, à bases de 20 et 180 mm, collés sur la face supérieure et sur les faces latérales des poutres.

Les poutres ont été chargées et rompues au moyen d'une machine à levier procédant par quanta de charges successifs. La durée d'application de chaque quantum de charge partielle était de l'ordre de 10 à 20 minutes. Pour un certain nombre de poutres, on a procédé à un déchargement complet après application d'une charge correspondant à la moitié ou aux trois quarts de la charge probable de rupture, suivi d'un rechargement poursuivi jusqu'à rupture. Ceci afin de contrôler l'importance des déformations plastiques irréversibles et du fluage. Cette opération a parfois été répétée deux fois au cours d'un essai de poutre. La durée totale d'un essai de flexion a été en général comprise entre 1 heure et 2 heures. Dans un cas extrême elle a atteint près de 4 h 1/2.

L'appréciation du phénomène de rupture ne donne pas lieu à ambiguïté, il est très facile à saisir : sous l'application de chaque quantum de charge il se produit une déformation instantanée, puis pendant les 10 à 20 minutes que dure l'application du quantum, un fluage faible au début de l'essai, puis de plus en plus important, à mesure que la charge augmente. Insensible sous le 1/10 de la charge totale ce fluage peut atteindre 20 à 25 % de la flèche instantanée à moitié charge de rupture et 80 % sous les 9/10 de la charge de rupture, avec une lente tendance à la stabilisation. Après application du dernier quantum au contraire, ce fluage se poursuit en s'accroissant et l'affaissement se produit assez brutalement au bout d'un temps qui varie en général entre quelques minutes et une trentaine de minutes. Dans un cas par exemple, nous avons eu la chance de pouvoir suivre ce fluage pendant 28 minutes et même, après ce temps, la rupture étant sur le point de se produire, nous avons pu, en supprimant rapidement la charge, observer un relèvement élastique égal à 35 % de la flèche maximum observée.

Dispersion des mesures d'écrasement sur cubes et analyse statistique des résultats

Comme nous l'avons dit, on a pris soin de mesurer séparément pour chaque poutre les caractéristiques mécaniques des matériaux, aciers et bétons.

La valeur de la résistance sur cubes admise pour chaque poutre était la moyenne des résultats d'écrasement de 8 à 10 cubes en général.

Les essais sur cubes (plus de 600 cubes essayés) ont permis de constater une dispersion assez importante pour les cubes de même gâchée ou de même composition. Cela nous a conduits à entreprendre sur ces résultats une étude statistique dont nous avons exposé de vive voix devant le Congrès les principes et les conclusions. Nous ne pouvons malheureusement nous étendre ici sur cette question.

Nous en avons tiré des renseignements intéressants montrant que les résultats statistiques obtenus sont dignes de confiance malgré les écarts individuels.

La résistance sur cubes étant ainsi connue avec une approximation suffisante, nous avons pu en déduire la résistance vraie du béton de la poutre travaillant en flexion dans les conditions de l'expérience, résistance qui *a priori* n'a pas plus de raisons d'être égale à la résistance de compression sur prismes qu'à la résistance de compression sur cubes, les conditions de travail étant essentiellement différentes. En fait elle se rapproche davantage de cette dernière contrairement à l'opinion de certains auteurs qui préfèrent s'en rapporter à la résistance sur prismes. Nous dirons plus loin un mot de la méthode d'ajustement qui nous a permis de fixer la résistance vraie.

Etude des déformations

On s'est attaché surtout à mesurer les raccourcissements éprouvés, en fonction de la charge et du temps, par les fibres supérieures du béton au voisinage de la section de rupture, la connaissance précise de ces déformations étant essentielle pour notre théorie.

Nous résumons ci-dessous les conséquences que nous avons cru pouvoir tirer de nos mesures.

1° Pour toutes charges, la déformation comprend une déformation élastique instantanée réversible et une déformation fonction du temps (fluage) qui n'est que très partiellement réversible par suppression de la charge. Ce phénomène s'observe même pour des charges ne représentant pas plus de 20 à 30 % de la charge limite et même pour des durées de chargement courtes, de l'ordre de 10 à 25 minutes. L'importance relative du fluage croît avec le rapport entre la charge appliquée et la charge limite de rupture. Au voisinage de la rupture, dans une expérience dont la durée est de 1 à 4 heures environ, le fluage total dépasse généralement la déformation élastique totale.

2° Les diagrammes de retour après déchargement dans un temps très court (une ou deux minutes) permettent de définir un coefficient d'élasticité instantané E_z , α étant la fraction de la charge rapportée à la charge de rupture. E_z correspond à la partie sensiblement rectiligne du diagramme de retour charges/déformations et représente le coefficient d'élasticité instantané moyen quand le taux de charge passe de α à 0. Ce coefficient diminue quand la charge appliquée augmente. On a approximativement pour tous les bétons considérés

$$\begin{aligned} E_{0,3} &= 0,90 E_0, & E_{0,8} &= 0,57 E_0, \\ E_{0,5} &= 0,80 E_0, & E_{0,9} &= 0,42 E_0, \\ E_{0,7} &= 0,67 E_0, \end{aligned}$$

ces résultats étant donnés simplement à titre d'ordres de grandeur.

3° Les sections transversales de la poutre restent sensiblement planes pendant la déformation jusqu'au voisinage de la rupture, résultat prévisible *a priori* par simple raison de symétrie, puisqu'il s'agit de flexion circulaire.

4° Pour tous les bétons et toutes les conditions d'armatures la fibre supérieure du béton subit avant rupture un raccourcissement important, mais ce phénomène est difficile à saisir parce qu'il est local et assez analogue, toutes proportions gardées, au phénomène de striction dans les

essais de traction simple des barres d'acier doux. Comme la position de la section de rupture n'est pas exactement connue à l'avance, le phénomène peut passer inaperçu si le strain-gage destiné à le mesurer n'est pas situé à l'endroit optimum. En plaçant trois strain-gages collés sur la face supérieure de la poutre, l'un au milieu, les autres de part et d'autre à une distance de 10 à 15 cm, nous avons eu la chance de l'observer plusieurs fois, mais il n'est pas rare de voir, quelques instants avant la rupture, le strain-gage placé dans la zone restreinte affectée par la rupture accuser un raccourcissement deux fois plus important que ses voisins. Il faut naturellement, pour avoir les meilleurs résultats, opérer avec des strain-gages à base courte (20 mm dans notre cas). Nous croyons que la difficulté d'observer ces déformations purement locales est la raison pour laquelle les auteurs qui ont étudié cette question, ont indiqué des chiffres si différents les uns des autres (raccourcissements limites de 1 à 2 ‰ pour les uns et jusqu'à 7 et 8 ‰ pour les autres).

5° Le raccourcissement maximum de la fibre supérieure du béton avant rupture ne paraît pas sensiblement différent d'un béton à l'autre. Les bétons moins résistants ont un coefficient d'élasticité plus faible et sont plus plastiques, mais ils se rompent sous une charge unitaire plus faible de sorte qu'il se produit une espèce de compensation. L'ensemble de tous nos essais, attentivement dépouillés et interprétés nous a conduits à proposer comme valeur la plus plausible du raccourcissement maximum du béton avant rupture par flexion une quantité uniformément égale à 3,6/1 000 pour des bétons dont les résistances varient entre 150 et 500 kg/cm². C'est la valeur qui sert de base à notre théorie élasto-plastique.

Bases d'une théorie élasto-plastique de la flexion

Nous partons des bases suivantes que nous considérons comme suffisamment bien établies par nos expériences ou par des faits antérieurement connus.

1° Au cours de la flexion les sections droites de la poutre se déforment en restant planes.

2° Le module d'élasticité des aciers est constant jusqu'à la limite d'écoulement. Nous ne l'avons pas mesuré spécialement pour les aciers au carbone de nuances très diverses que nous avons utilisés car on sait qu'il est presque rigoureusement indépendant de la dureté de l'acier. Nous avons admis pour l'acier la valeur

$$E_a = 21\,000 \text{ kg/mm}^2.$$

3° Après dépassement de la limite d'écoulement, l'acier continue de s'allonger à tension constante, en utilisant le palier de ductilité.

4° Le coefficient d'élasticité initial instantané du béton est lié à sa résistance sur cubes n_0 par la formule

$$E_0 = k/\sqrt{n_0}$$

et nous pouvons admettre

$$k = 19\,000 \text{ (kg}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{cm}^{-1}) .$$

5° Dans la section de rupture par flexion, la fibre la plus comprimée

du béton éprouve un raccourcissement maximum qui atteint au moment de la rupture la valeur

$$\varepsilon_1 = 3,6/1\,000.$$

6° Au cours de la flexion, les différentes fibres comprimées du béton se déforment suivant un diagramme dont la courbe a pour tangente à l'origine le coefficient angulaire E_0 . La courbe progresse en s'écartant de cette tangente et atteint l'ordonnée maximum n correspondant à la contrainte de rupture du béton par flexion en un point A où elle présente une tangente horizontale. L'abscisse du point A est approximativement égale à $2\,n/E_0$. A partir de ce point la déformation se poursuit à tension légèrement décroissante jusqu'à un raccourcissement limite ε_1 après quoi se produit la rupture. Nous avons été conduits à assimiler la courbe entre l'origine et le sommet A à une demi-période de sinusoïde en axes obliques, et au delà du sommet à une parabole cubique. Nous n'avons pu donner ici les définitions analytiques complètes. Elles paraîtront dans un autre recueil.

7° La contrainte maximum n du béton au moment de la rupture est inconnue. Le phénomène de flexion est essentiellement différent du phénomène d'écrasement par compression tel qu'il se produit dans les expériences de rupture de cubes ou de prismes.

Il est cependant vraisemblable que la contrainte de rupture par flexion n est proportionnelle à la contrainte de rupture par compression dans les essais sur cubes et que seul est inconnu le coefficient de proportionnalité; nous admettons donc que l'on peut écrire

$$n = (1 + \lambda)n_0,$$

λ étant un coefficient assez voisin de zéro, mais pour le moment inconnu. Le meilleur moyen de le déterminer sera de le laisser figurer avec une valeur arbitraire dans les formules et de le déterminer après coup par une méthode d'ajustement, en comparant les résultats de nos formules avec les grandeurs effectivement observées dans nos expériences. La meilleure valeur de λ sera celle qui donne le meilleur accord entre l'ensemble des grandeurs observées et l'ensemble des grandeurs calculées. Nous avons ainsi été conduits à attribuer à λ la valeur $\lambda = 0$.

8° On néglige enfin la résistance offerte par le béton tendu. Il est clair qu'au moment de la rupture elle n'intervient que très peu, la fissuration étant généralement déjà accentuée avant rupture. Peut-être aurait-elle une influence dans les cas de poutres très faiblement armées, mais cette influence est pratiquement nulle dans les cas que nous avons considérés, et elle devrait de toutes façons par prudence être négligée.

Ces bases étant admises, le problème de la rupture élasto-plastique des poutres rectangulaires sans armatures comprimées soumises à la flexion simple est complètement défini et sa solution n'est plus qu'une question de calcul algébrique.

Formules de la flexion élasto-plastique

Les quantités connues sont :

- n_0 résistance sur cubes ;
- n_c' limite d'écoulement de l'acier ;
- ϖ' pourcentage de l'acier tendu.

On pose

$$\mu = \frac{M}{bh_1^2 n_0}, \quad \zeta = \varpi' \frac{n_e'}{n_0}.$$

Nous ne pouvons développer ici les calculs faits sur les bases précédentes et donnerons seulement les résultats.

PREMIER RÉSULTAT. — Il existe un pourcentage critique ϖ'_{cr} fonction de n_e' et n_0 dont nous avons fourni l'expression.

Pour $\varpi' < \varpi'_{cr}$, l'acier travaille à sa limite d'écoulement au moment de la rupture.

Pour $\varpi' > \varpi'_{cr}$, la rupture survient avant que le taux de travail de l'acier n'ait atteint sa limite d'écoulement. Il en résulte qu'il n'y a jamais intérêt pratiquement à dépasser le pourcentage critique, aucune armature n'étant prévue en compression.

Voici quelques valeurs du pourcentage critique ϖ'_{cr} en % :

$n_e' \backslash n_0$	100	200	300	400	500
2 000	3,54	6,82	9,84	—	—
3 000	2,14	4,11	5,93	7,69	9,35
4 000	1,47	2,82	4,09	5,27	6,40
5 000	1,08	2,08	3,01	3,88	4,72
6 000	0,83	1,60	2,31	2,99	3,65

Dans ce tableau les contraintes n_0 et n_e' sont données en kg/cm²

SECOND RÉSULTAT. — Le moment de rupture est donné par la formule

$$\mu = \zeta \varphi (1 - \beta \zeta \varphi).$$

Dans cette formule β est un coefficient fonction de n_0 et voisin de 1/2 dont voici quelques valeurs :

$n_0 =$	100	200	300	400	500
$\beta =$	0,5030	0,5065	0,5103	0,5146	0,5190

φ est un coefficient égal à 1 quand $\varpi' < \varpi'_{cr}$.

Quand $\varpi' > \varpi'_{cr}$, φ est une fonction de n_0 , n_e' , ϖ' dont nous ne donnerons pas ici l'expression assez compliquée, parce qu'elle n'a pas d'intérêt pratique et nous a seulement servi à vérifier l'accord entre l'expérience et la théorie dans le domaine des pourcentages d'acier dépassant le pourcentage critique.

La théorie fait également connaître la position de la fibre neutre à la rupture et le taux de travail limite de l'acier pour $\varpi' > \varpi'_{cr}$. Nous ne pouvons nous étendre ici sur ces résultats secondaires.

Nous avons également traduit nos résultats en abaques qui figurent dans une autre publication.

Comparaison des résultats expérimentaux et théoriques.
Justification de la théorie

Pour les 82 poutres essayées on a déterminé d'une part le moment de rupture d'après la charge de rupture observée et d'autre part d'après la théorie ci-dessus. On a ainsi pu comparer le moment réduit observé, μ_{obs} et le moment réduit calculé, μ_{calc} , et déterminer le rapport $\rho = \frac{\mu_{\text{obs}}}{\mu_{\text{calc}}}$, théoriquement égal à l'unité. Un de ces rapports présentait une valeur anormale (1,23) que nous avons écartée comme probablement entachée d'une ou plusieurs erreurs accidentelles. Nous avons calculé la moyenne arithmétique de 81 rapports restants. Elle est égale à l'unité, à 2/1 000 près, ce qui justifie *a posteriori* la valeur $\lambda = 0$ admise dans la formule $n = n_0(1 + \lambda)$.

D'autre part, en classant les résultats de ρ par fréquence des écarts, nous constatons qu'on obtient le tableau suivant où τ_i représente la valeur absolue de l'écart par rapport à la moyenne, et f la fréquence observée :

Ecart				Fréquences
0	<	$\tau_i \leq$	2,5 %	$f = 25$
2,5 %	<	$\tau_i \leq$	5 %	$f = 21$
5 %	<	$\tau_i \leq$	7,5 %	$f = 15$
7,5 %	<	$\tau_i \leq$	10 %	$f = 10$
10 %	<	$\tau_i \leq$	12,5 %	$f = 5$
12,5 %	<	$\tau_i \leq$	15 %	$f = 3$
15 %	<	$\tau_i \leq$	17,5 %	$f = 1$
17,5 %	<	$\tau_i \leq$	20 %	$f = 1$
Total des résultats : $N = \Sigma f = 81$.				

L'écart quadratique moyen est égal à 6,43 %. Il ne dépasse pas sensiblement celui qui résulte de la dispersion existant dans les mesures d'écrasement du béton, et cela prouve que la méthode élasto-plastique de détermination du moment de rupture par flexion est digne de confiance et repose sur des bases comportant une grande part de vérité.

La courbe expérimentale des fréquences définie par les données ci-dessus est très voisine de la courbe normale de Gauss, ce qui confirme que la loi de Gauss est applicable avec une bonne approximation dans les conditions de nos expériences.

REMARQUE. — Nous ferons à cette occasion une remarque sur une question de notations.

Les orateurs qui nous ont précédé en séance du Congrès ont pris comme valeur de la probabilité élémentaire normale l'expression

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} dx$$

tandis que nous avons admis de notre côté l'expression

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

plus généralement utilisée par les probabilistes modernes.

Ces deux expressions sont évidemment équivalentes puisqu'il s'agit d'un simple changement de variable, mais la seconde a un avantage, c'est que dans ce système l'unité d'abscisse représente l'écart quadratique moyen, tandis que dans le premier elle ne représente rien de physique. On peut en effet dresser le tableau comparatif suivant :

	1 ^{er} Système	2 ^e Système
Ecart moyen	$\frac{1}{\sqrt{\pi}} = 0,5642$	$\sqrt{\frac{2}{\pi}} = 0,7979$
Ecart médian	0,4769	0,6745
Ecart quadratique moyen . .	$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0,7071$	1,0000

On voit que l'écart quadratique moyen se lit immédiatement sur les diagrammes du second système tandis qu'aucun des trois écarts utilisables n'est dans ce cas si l'on emploie le premier système.

Application à la détermination du coefficient de sécurité réel en flexion

Une première application très importante de nos résultats d'expériences et de la théorie élastoplastique par laquelle nous les avons interprétés, consiste à déterminer le coefficient de sécurité que fournissent les calculs effectués suivant la méthode classique.

Pour cette dernière nous prenons comme référence le nouveau règlement français du M. R. U., 1945 ⁽¹⁾, avec le coefficient d'équivalence $m = 15$.

Cette méthode est basée sur l'hypothèse des déformations purement élastiques. On prend comme taux de travail du béton comprimé les 28/100 de la résistance sur cubes, mesurée à 90 jours et comme taux de travail de l'acier tendu les 60/100 de la limite élastique quand cette limite est égale ou inférieure à 24 kg/mm². Quand elle a une valeur supérieure on admet une contrainte égale en kg/mm² à

$$R_a' = 14,4 + 0,4 (n_e' - 24)$$

avec certaines limitations relatives au danger de fissuration.

A l'égard du béton, le coefficient de sécurité théorique est donc

$$\sigma = \frac{1}{0,28} = 3,57$$

⁽¹⁾ Règles d'utilisation du béton armé applicables aux travaux dépendant du Ministère de la Reconstruction et de l'Urbanisme et aux travaux privés. *Institut technique du Bâtiment et des Travaux Publics*, Paris.

A l'égard de l'acier, il varie de

$$\sigma = \frac{24}{14,4} = 1,667, \text{ pour } n_e' = 24 \text{ kg/mm}^2$$

à

$$\sigma = \frac{60}{28,8} = 2,083, \text{ pour } n_e' = 60 \text{ kg/mm}^2$$

Cela ne nous renseigne en aucune façon sur le coefficient de sécurité réel de l'ensemble, mais nos formules permettent de la calculer très simplement.

Pour un béton armé caractérisé par les valeurs

$$n_0 = 300 \text{ kg/cm}^2, \quad n_e' = 3\,000 \text{ kg/cm}^2, \quad \varpi' = 1,09 \%$$

on trouve

$$\sigma_{\text{réel}} = 1,99.$$

C'est un cas qui correspond à de bons ouvrages normaux.

Pour un béton armé caractérisé par les valeurs

$$n_0 = 500, \quad n_e' = 3\,000, \quad \varpi' = 2,35 \%$$

on trouve

$$\sigma_{\text{réel}} = 2,01.$$

D'autres exemples donnent des résultats analogues, et en résumé on peut admettre qu'en règle générale, le coefficient de sécurité offert par les calculs classiques est *voisin de 2* quand les contraintes maxima admissibles du béton et de l'acier sont réalisées.

Critique de la théorie classique et recherche d'une méthode rationnelle

Dans la méthode classique, dès que le pourcentage d'acier tendu dépasse 1 ou 2 % environ suivant les cas, des aciers comprimés deviennent nécessaires. Mais on ne peut songer à élever indéfiniment le moment résistant en augmentant l'acier comprimé, la dépense deviendrait vite prohibitive et l'on peut admettre comme limite pratique le moment résistant qui correspond à un pourcentage d'acier comprimé *égal au pourcentage d'acier tendu*. Aller au delà ne serait pas de bonne construction et nuirait au serrage convenable du béton.

Dans ces conditions avec un béton armé tel que $n_0 = 300$, $n_e' = 3\,000$, (en kg/cm^2) la limite maximum du pourcentage total d'acier utilisable sera approximativement de

$$\left. \begin{array}{l} \varpi' = 3 \text{ \% en traction} \\ \varpi = 3 \text{ \% en compression} \end{array} \right\} \text{Total : } 6 \%$$

et le moment maximum admissible correspondra dans la théorie classique à

$$K_{\text{adm}} = 445 \text{ (en tonnes et m}^2\text{)}$$

avec un coefficient de sécurité voisin de 2.

D'après notre théorie, on aurait avec le pourcentage critique $\varpi' = 5,93 \%$

$$\left. \begin{array}{l} \varpi' = 5,93 \text{ \%} \\ \varpi = 0 \end{array} \right\} \text{Total : } 5,93 \%$$

et le moment de rupture serait $K = 1\,239$ d'où avec $\sigma = 2$

$$K_{adm} = \frac{1\,239}{2} = 619,5.$$

Cela montre qu'en mettant en traction les aciers prévus en compression on augmenterait la résistance de la poutre d'une quantité supérieure à

$$\frac{619,5 - 445}{445} = 39 \%$$

ou, si l'on veut, pour un moment appliqué donné, on augmenterait de 39 % le coefficient de sécurité en plaçant en traction les aciers que la théorie classique prévoit en compression. Et à sécurité égale, l'économie d'acier possible est de 30 %.

Autre exemple :

Avec un béton armé présentant les mêmes caractéristiques. Si nous mettons $\varpi' = 2 \%$ en traction nous devons d'après la théorie classique mettre $\varpi = 1,51 \%$ en compression et nous aurons $K_{adm} = 294$ avec une sécurité voisine de 2. Tandis que si nous mettons $\varpi' = 3,51 \%$ en traction et $\varpi = 0$ en compression, la théorie élastoplastique montre que pour le même moment appliqué on a

$$\sigma = 2,95 \text{ au lieu de } 2$$

soit une majoration de 47,5 % environ de la sécurité; et si nous mettons

$$\begin{cases} \varpi' = 2,25 \% \text{ en traction} \\ \varpi = 0 \text{ en compression} \end{cases}$$

la théorie élastoplastique montre qu'on aura le même moment admissible avec $\sigma = 2$, soit une économie de 36 % dans les armatures.

Des comparaisons analogues pourraient facilement être faites avec des bétons de caractéristiques quelconques, et en résumé nous pouvons formuler les conclusions générales suivantes.

Conclusions

1° Les calculs effectués par la méthode classique appliquée aux pièces rectangulaires fléchies donnent un coefficient de sécurité voisin de 2 quand l'acier travaille au taux maximum admissible et le béton à un taux égal ou inférieur au taux maximum admissible. Cette conclusion est approximativement vraie en cas d'existence d'aciers comprimés, tout au moins lorsque leur importance ne dépasse pas celle de l'acier tendu, condition qu'il faut considérer comme une limite pratique imposée par des raisons d'économie et de bonne construction.

2° Pour les faibles pourcentages d'acier tendu, jusqu'au pourcentage critique classique (1,09 % dans notre exemple pour $n_0 = 300$, $n_c' = 3\,000$) toujours très inférieur au pourcentage critique réel (5,93 % dans notre exemple) rien d'essentiel n'est changé par l'application de la théorie élastoplastique.

3° La théorie classique nécessite l'emploi d'aciers comprimés dès qu'un

certain pourcentage d'acier tendu, généralement faible, est dépassé. Au contraire, la présente théorie montre l'inutilité des aciers comprimés jusqu'à un pourcentage d'acier tendu beaucoup plus important qui est fonction de la résistance du béton et de la limite élastique de l'acier. Autrement dit jusqu'au pourcentage critique réel d'acier tendu (5,93 % dans notre exemple) aucun acier n'est nécessaire en compression pour réaliser un coefficient de sécurité égal à 2. Cette valeur du coefficient de sécurité est celle que nous considérons comme normale et que nous prendrons pour base dans la méthode de calcul élastoplastique que nous proposons : il n'y a qu'une chance sur 10 000 pour que la marge qu'elle laisse disponible soit absorbée, si l'on admet dans les conditions de chantier un écart quadratique moyen égal à 14 % par rapport aux conditions de calcul. Cette chance tombe à 1/100 000 si l'écart quadratique moyen est seulement de 12 %.

4° Non seulement, dans les limites indiquées, les aciers comprimés sont inutiles, mais ils seraient toujours mieux utilisés en traction. Dans le domaine des hauts pourcentages totaux (3 à 6 % dans notre exemple) on majorerait le coefficient de sécurité (de 47,5 % à 39 % dans notre exemple) rien qu'en plaçant en traction les aciers qu'on avait prévus en haut. En règle générale, les aciers comprimés dans les poutres fléchies sont indéfendables.

5° Dans le domaine des hauts pourcentages d'acier une économie importante (de 36 à 30 % dans notre exemple) est possible sur l'acier total, et cet acier doit être placé en traction.

6° En restant dans les limites du pourcentage critique réel pour l'acier tendu (5,93 % dans notre exemple) on peut prévoir, quand c'est nécessaire, un moment admissible notablement supérieur à celui qui résulte de la théorie classique avec égalité d'acier en traction et en compression, ($K_{adm} = 619,5$ au lieu de 445 dans notre exemple, soit une majoration possible de 39 %). L'emploi de ces hauts pourcentages n'est pas économique, mais il peut rendre des services dans le cas où l'on se trouve en présence de poutres fortement chargées dont la hauteur est limitée (accès du Métropolitain, planchers de cinéma, entrepôts et magasins, passages supérieurs, etc.).

Voici un tableau tiré de nos formules qui montre des limites possibles avec un coefficient de sécurité égal à 2. En pratique, une limitation, dont nous n'avons pas fait état, pourra intervenir du fait du risque de fissuration ou déformation excessive.

a) Pour un béton $n_0 = 200 \text{ kg/cm}^2$ (unités en t et m pour les moments) on peut appliquer :

$M = 446 bh_1^2$	avec	6,82 %	d'acier à limite élastique	$= 20 \text{ kg/mm}^2$
424 bh_1^2	»	4,11 %	»	30 kg
402 bh_1^2	»	2,82 %	»	40 kg

b) Pour un béton $n_0 = 400 \text{ kg/cm}^2$ on peut appliquer :

$M = 808 bh_1^2$	avec	7,69 %	d'acier à limite élastique	$= 30 \text{ kg/mm}^2$
766 bh_1^2	»	5,26 %	»	40 kg
730 bh_1^2	»	3,88 %	»	50 kg
688 bh_1^2	»	2,99 %	»	60 kg

La marge disponible est considérable et, en principe, englobe tous les cas de la pratique, ce qui montre qu'il ne sera pratiquement jamais nécessaire d'employer des aciers comprimés.

Méthode de calcul proposée pour les sections rectangulaires en flexion simple

La méthode de calcul que nous proposons en application de la théorie élastoplastique résulte des considérations qui précèdent. Elle est extrêmement simple et peut se définir comme suit :

1° On ne considérera que le domaine dans lequel le pourcentage d'acier tendu est inférieur au pourcentage critique réel ($\varpi' < \varpi'_{cr}$). En effet, on a vu ci-dessus que le champ d'application correspondant est suffisamment étendu pour répondre pratiquement à tous les besoins. D'autre part, nos formules montrent que le moment réduit μ considéré comme fonction de ζ , c'est-à-dire, à un facteur près, du pourcentage n'augmente plus que faiblement au delà de ϖ'_{cr} , c'est-à-dire que le rendement de l'acier tendu dépassant ϖ'_{cr} , est négligeable, la rupture étant conditionnée par le béton. En conséquence, nous n'aurons pas à faire usage des formules concernant le domaine $\varpi' > \varpi'_{cr}$. On considérera donc comme pourcentage limite des aciers tendus le pourcentage critique correspondant aux données particulières qui caractérisent l'acier et le béton employés.

2° Pour un pourcentage ϖ' donné et un coefficient de sécurité σ , le moment admissible limite sera donné par la formule

$$M_{adm} = \frac{\mu}{\sigma} n_0 b h_1^2 = \frac{\zeta(1 - \beta\zeta)}{\sigma} n_0 b h_1^2$$

avec

$$\zeta = \varpi' \frac{n_e'}{n_0}.$$

On prendra en général $\sigma = 2$. Le pourcentage d'acier satisfaisant à $\varpi' < \varpi'_{cr}$ on sait qu'aucun acier comprimé n'est nécessaire.

Une condition supplémentaire de non-fissuration et de rigidité suffisante pourra intervenir éventuellement en cas d'acier à haute limite d'élasticité.

3° Si le moment de flexion appliqué M est donné, les formules ci-dessus donnent par inversion le pourcentage nécessaire, lequel résulte d'une simple équation du second degré dont on peut d'ailleurs éviter la résolution en préparant des tableaux numériques à l'avance ou des abaques dont la construction ne présente aucune difficulté.

4° Bien que nous n'ayons pas développé ici le calcul des déformations et celui des taux de travail effectifs des matériaux pour des efforts appliqués inférieurs à la limite de rupture, la théorie élastoplastique ci-dessus exposée contient tous les éléments d'un pareil calcul qui trouvera place dans un travail ultérieur, en même temps qu'une méthode de calcul des flèches et déformations.

De même, nous n'avons pu entrer ici dans le détail des observations que nous avons faites sur la progression des fissures au cours de l'essai de flexion jusqu'à rupture. Nous dirons seulement que nous n'avons pas

observé de fissuration dangereuse sous une charge égale à la moitié de la charge de rupture, même pour des poutres armées d'aciers durs. L'appareil employé permettait d'observer les fissures à partir d'une ouverture de 2 à 3/100 de millimètre. Elles apparaissaient en général sous le 1/3 de la charge de rupture, ne dépassaient pas dans les cas les plus défavorables 4 à 5/100 sous 1/2 charge de rupture et n'atteignaient 10/100 que sous une charge de l'ordre de 85 % de la charge de rupture.

Les nombreux et importants essais qui ont été nécessaires pour cette étude et qui ont duré plus de 4 mois ont été exécutés aux Laboratoires du Bâtiment et des Travaux publics, à Paris, avec une compétence et un soin tout à fait remarquables par M. Chefdeville, ingénieur chef de la Section des recherches, et ses collaborateurs, auxquels nous sommes heureux d'exprimer ici nos remerciements et nos amicales félicitations.

Remarque finale

La résistance sur cubes que nous avons appelée n_c et qui sert de base aux formules, dépend dans une large mesure des conditions d'essais. Il importe donc de préciser que nous avons utilisé ici des cubes de 14,1 cm de côté pour des bétons à agrégats de 10 mm de grosseur maximum, que ces cubes ont été préparés dans des moules métalliques rigides, serrés par vibration de surface, essayés sur une presse Amsler avec interposition de carton et comprimés parallèlement aux lits de coulage, sous une vitesse de chargement de l'ordre de 20 kg/cm²/seconde.

Une nouvelle méthode d'écrasement, plus perfectionnée, mise récemment au point par nos Laboratoires, remplace actuellement le carton par un dressage précis des faces avec un mortier spécial (soufre + argile + noir de fumée) et obtient des résultats plus élevés d'environ 20 % avec l'avantage d'une dispersion bien moindre. Si n_c est la résistance ainsi mesurée, nos formules s'appliquent sous réserve de prendre $n_c = \theta n_c$, θ étant un coefficient de correction dont les statistiques en cours nous donneront bientôt la valeur exacte.

Résumé

Les auteurs ont étudié expérimentalement la rupture dans les pièces fléchies en béton armé. Leurs essais ont porté sur 82 poutres à section rectangulaire et ont été conduits avec un soin extrême, qui n'avait sans doute pas encore été apporté jusqu'ici dans ce genre d'expériences. Ils ont pu en tirer la conclusion nette que la théorie classique sous-estime considérablement la résistance du béton comprimé dans le domaine des forts pourcentages d'acier tendu et que l'emploi d'aciers comprimés n'est pratiquement jamais justifié. Ils proposent une théorie élastoplastique de calcul des pièces fléchies, à coefficient de sécurité constant dont ils montrent le bon accord avec leurs expériences et qui conduit à des économies très importantes pour les pièces fortement armées.

Zusammenfassung

Die Verfasser haben experimentell den Bruch von auf Biegung beanspruchten Eisenbetonelementen untersucht. Ihre Versuche bezogen sich auf 82 Rechteckbalken und wurden mit einer Sorgfalt durchgeführt, wie sie bis heute bei dieser Art von Experimenten zweifellos noch nie angewandt worden ist. Die Verfasser haben den eindeutigen Schluss ziehen können, dass die klassische Theorie die Druckfestigkeit des Betons im Bereich der

starken Armierungsgehalte beträchtlich unterschätzt und dass die Anordnung einer Druckarmierung praktisch nie gerechtfertigt ist. Sie schlagen für Bieungsbeanspruchung eine elasto-plastische Berechnungsweise mit konstantem Sicherheitskoeffizienten vor und zeigen, dass sie mit ihren Versuchen übereinstimmt und zu wichtigen Einsparungen bei stark armierten Balken führt.

Summary

The authors carried out an experimental study of failure in reinforced concrete parts under bending. Their tests included 82 beams of rectangular section and were carried out with the greatest care, such as had no doubt not been the case hitherto in this kind of experiments. They were able to reach the decisive conclusion that the classical theory considerably underestimates the resistance of compressed concrete in the realm of high percentages of stressed steel and that the use of compressed steel is practically never justified.

They propound an elastoplastic theory for calculating concrete units under bending, with a constant safety factor. That theory which proved to agree with the experiments carried out by the authors leads to a very important economy in strongly reinforced parts.

Vb

Vibrations amorties des portiques (Généralisation de la méthode de déformation)

Gedämpfte Schwingungen von Rahmenträgern (Verallgemeinerung der Deformationsmethode)

Damped oscillation of frame girders (Generalisation of the deformation method)

V. KOLOUSEK

Dr Ing., Conseiller au Ministère des Communications, Prague

Dans son mémoire *Vibrations amorties de portiques* paru dans la *Publication Préliminaire du Congrès* l'auteur s'est servi, pour le calcul des vibrations amorties des constructions hyperstatiques, de la méthode de déformation. Cette méthode part de la supposition que dans chaque nœud de la structure les conditions d'équilibre pour les moments et pour les forces doivent être remplies.

Si nous envisageons un nœud quelconque g dans lequel se rencontre un nombre n de poutres (fig. 1) les équations suivantes doivent être satisfaites :

$$\begin{aligned}\sum_{h=1}^n M_{g,h} - M_g^e &= 0 ; \\ \sum_{h=1}^n X_{g,h} - X_g^e &= 0 ; \\ \sum_{h=1}^n Y_{g,h} - Y_g^e &= 0 .\end{aligned}$$

Dans ces équations $M_{g,h}$ est le moment qui agit à l'extrémité g de la poutre $g-h$; $X_{g,h}$ et $Y_{g,h}$ sont les composantes horizontale et verticale de la force à la même extrémité de la même poutre ; M_g^e , X_g^e et Y_g^e sont le moment et les forces extérieures.

Ces équations sont absolument générales et on peut les utiliser soit pour l'étude d'une construction statique ou soumise à vibration, soit pour

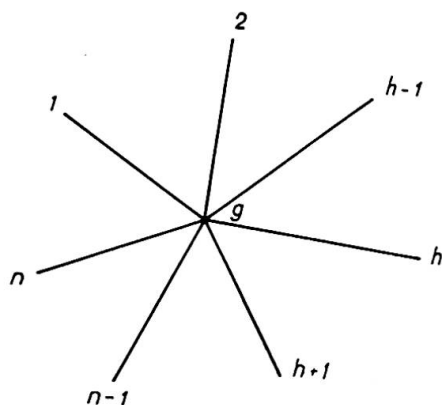


Fig. 1.

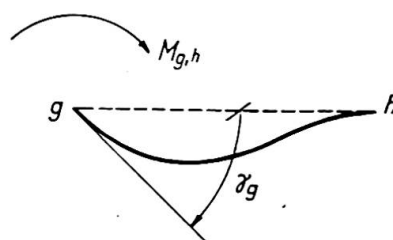


Fig. 2.

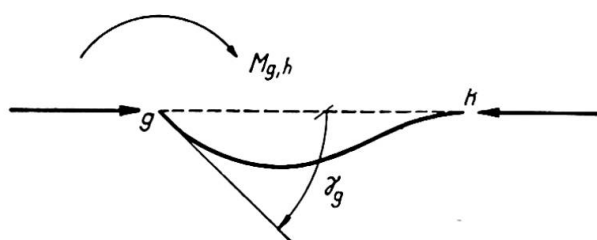


Fig. 3.

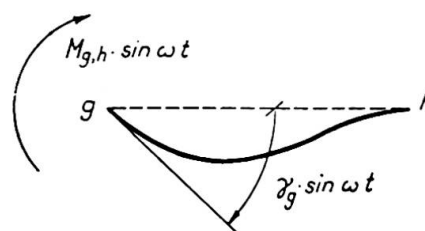


Fig. 4.

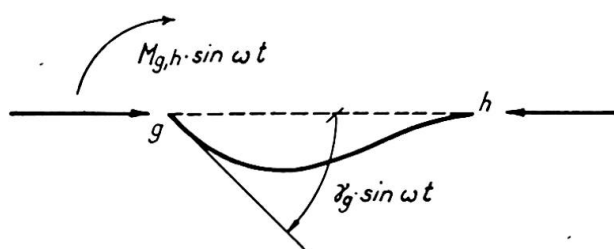


Fig. 5.

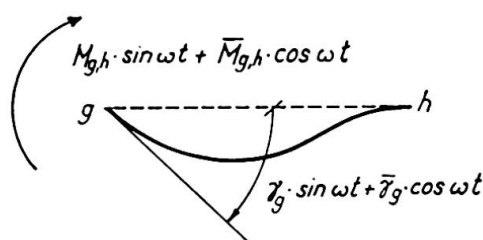


Fig. 6.

une construction se trouvant dans l'équilibre instable à la limite du flambage.

Les relations entre les moments et les forces d'une part et les rotations et les déplacements d'autre part sont linéaires. Si nous exprimons alors les forces aux extrémités au moyen de déformations préalablement inconnues et si nous les portons dans les équations d'équilibre, nous obtenons un système d'équations linéaires qui nous donne les déformations cherchées.

Cependant il est clair que les expressions exprimant les moments et les forces aux extrémités diffèrent selon la nature du problème posé qui peut relever de la statique, de la dynamique ou du flambage.

Considérons, par exemple, le moment d'encastrement $M_{g,h}$ engendré par la rotation γ_g de l'extrémité g d'une poutre avec la section constante, les autres déformations — c'est-à-dire le déplacement du point g et le déplacement et la rotation du point h — étant nulles, et recherchons comment varie l'expression pour ce moment dans le cas de la déformation

statique sans ou avec une force axiale, ou dans le cas de la vibration non amortie et ensuite de la vibration amortie.

Pour la déformation statique (fig. 2) on a

$$M_{g,h} = 4 \frac{EI}{l} \gamma_g.$$

Si la poutre est en même temps sollicitée par une force axiale (fig. 3) l'expression précédente prend la forme

$$M_{g,h} = \Gamma(\alpha) \frac{EI}{l} \gamma_g$$

$\Gamma(\alpha)$ étant la fonction représentative de la grandeur de la force axiale ⁽¹⁾.

S'il s'agit de la vibration harmonique non amortie (fig. 4) la relation s'écrit de la façon suivante

$$M_{g,h} \cdot \sin \omega t = F(\lambda) \frac{EI}{l} \gamma_g \cdot \sin \omega t$$

où $F(\lambda)$ signifie une fonction qui dépend de la fréquence ω de la vibration ⁽²⁾.

Prenons le cas précédent, mais envisageons en plus une force axiale (fig. 5). Pour ce cas nous aurons

$$M_{g,h} \cdot \sin \omega t = F(a, b) \frac{EI}{l} \gamma_g \cdot \sin \omega t$$

où $F(a, b)$ est une fonction qui dépend de la grandeur de la force axiale et en même temps de la fréquence de la vibration ⁽³⁾.

Si la vibration est amortie (fig. 6), les nœuds de la structure vibrent différemment avec un décalage de phases. Il est alors nécessaire d'exprimer le moment d'encastrement par deux membres harmoniquement variables

$$M_{g,h} \cdot \sin \omega t + \bar{M}_{g,h} \cdot \cos \omega t$$

dont les amplitudes sont données par une expression complexe

$$M_{g,h} + i\bar{M}_{g,h} = F(\Lambda + i\bar{\Lambda}) \frac{EI}{l} (\gamma_g + i\bar{\gamma}_g).$$

Dans le mémoire de l'auteur paru dans la *Publication Préliminaire* les formules pour la fonction $F(\Lambda + i\bar{\Lambda})$ ont été déduites en partant de l'équation de la vibration amortie

$$\mu dx \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} + b dx \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 v(x, t)}{\partial x^4} dx = 0.$$

Dans l'application numérique de cet article on traite le cas de la vibration amortie d'un portique étagé qui est sollicité par une force harmoniquement variable. Les trois équations aux coefficients complexes ont

(1) CHWALLA-JOKISCH, *Stahlbau*, 1941, p. 33.

(2) KOLOUSEK, 8^e volume des *Mémoires de l'A. I. P. C.*, p. 121.

(3) KOLOUSEK, 8^e volume des *Mémoires de l'A. I. P. C.*, p. 134.

donné les trois déformations inconnues qui ont aussi la forme complexe.

Ces équations sont semblables aux équations dérivées pour la vibration non amortie, ou bien pour la solution statique; mais les coefficients dans cet exemple sont complexes.

Résumé

Les considérations reprises dans ce mémoire nous montrent le caractère général de la méthode de déformation; celle-ci est très facile et convient pour l'étude des problèmes de la statique usuelle du flambage et également pour l'étude des problèmes relevant de la dynamique.

Zusammenfassung

Die vorstehenden Betrachtungen zeigen, dass die beschriebene Deformationsmethode allgemein angewendet werden kann; sie eignet sich besonders gut für die Untersuchung von Problemen der gewöhnlichen Statik und der Knickung, sowie ausserdem auch zur Lösung von dynamischen Problemen.

Summary

Considerations set up in this paper show the general character of the deformation method which is very easy and suits to the study of problems of the usual statics of buckling as well as to the solution of dynamic problems.

V1

Résultats d'essais sur la dispersion des résistances de l'acier doux de construction (Résumé succinct)

Untersuchungen über die Streuungskurve der Zugfestigkeit von weichem Baustahl (Übersicht)

Results of tests on the dispersion of strengths of structural mild steel (Abstract)

M. CASSE

Ingénieur à la Division des Ouvrages d'Art de la S. N. C. F., Paris

Des essais ont été entrepris par la Société nationale des Chemins de fer français, aidée par les Constructeurs métalliques de France, en vue d'étudier la dispersion des caractéristiques de résistance de l'acier doux de construction. De ces essais, pour lesquels on a utilisé des échantillons de provenances aussi variées que possible, il se dégage certains résultats particulièrement remarquables.

Le premier est que, du point de vue de l'étude de la sécurité, les valeurs des résistances assez voisines de la moyenne ne présentent pas d'intérêt. La figure 1 présente, pour la limite élastique et pour la rupture, la courbe des fréquences cumulées des résistances effectives inférieures à une valeur donnée. Les lignes pointillées sont celles que l'on obtiendrait en extrapolant les résultats médians; elles conduiraient à des conclusions fantaisistes si on les utilisait dans la zone où l'expérience montre que se limitent les possibilités de ruine, c'est-à-dire au-dessous de la fréquence 1/1 000. Dans cette zone (3^e graphique de la fig. 1), c'est la ligne en traits pleins qu'il faut connaître; cela exige un nombre très grand de mesures.

Aussi, quand nous avons limité à 10 000, pour des raisons pratiques, le nombre des éprouvettes de notre série d'essais, nous nous demandions si ce nombre n'était pas encore dérisoire pour le but poursuivi. Les résultats obtenus nous ont pleinement rassuré; ils permettent de formuler dès maintenant des conclusions précises.

Reprenons les courbes des fréquences cumulées en choisissant, pour

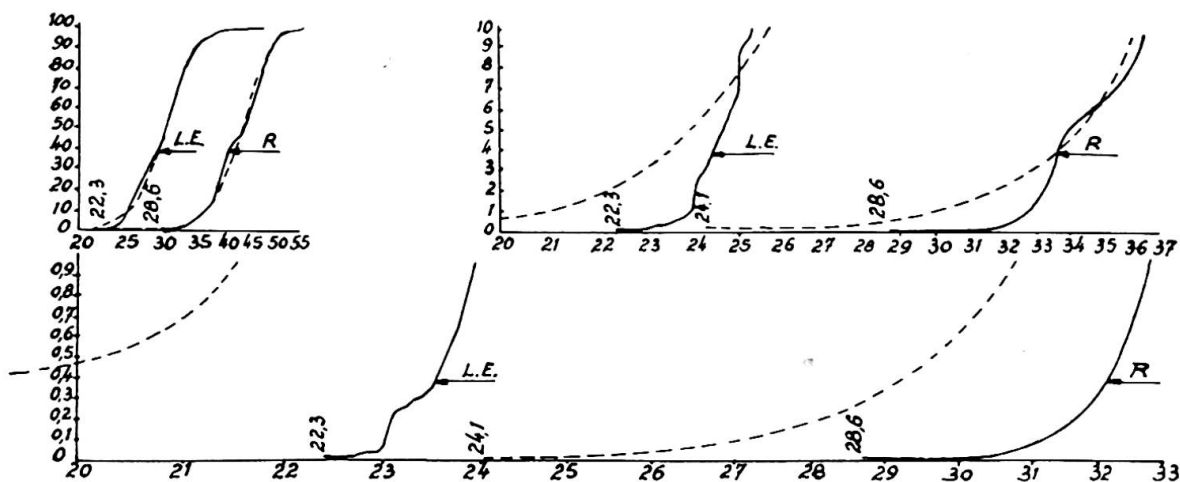


Fig. 1. Fréquence en % des résistances et limites élastiques inférieures à une valeur donnée (abscisse en kg/mm^2).

les probabilités, une échelle mieux adaptée à l'examen des cas rares; avec M. Robert Lévi, prenons pour échelle fonctionnelle des probabilités cumulées, celle pour laquelle y correspond une échelle linéaire des écarts dans une répartition normale de Laplace-Gauss. Les courbes des fréquences cumulées prennent, en fonction des résistances, une forme caractéristique (fig. 2); elles tournent leur concavité du côté des résistances croissantes et semblent comporter une asymptote verticale. Le tracé de la courbe est bien assuré puisque, entre les écarts 2 et 2,6 (fréquences $2 \cdot 10^{-3}$ à 10^{-4}), 23 résultats le fixent sans ambiguïté. L'allure des courbes est si nette que l'extrapolation vers les probabilités 10^{-4} et 10^{-5} (écarts 2,6 et 3) ne soulève pas d'objection sérieuse et que même la valeur-limite de la résistance peut être évaluée. Les essais montrent ainsi :

1° Que la dispersion dans les valeurs très basses des résistances est bien moindre que celle à laquelle conduiraient les valeurs moyennes des observations extrapolées d'après une loi de dispersion de Laplace-Gauss;

2° Que, malgré leur nombre encore faible, nos résultats sont valables dans la zone où existent réellement des possibilités de ruine;

3° Qu'enfin, on peut, pour le moment, tabler, dans l'étude de la sécurité, sur une limite absolue de résistance de l'acier doux. Cette résistance-limite (environ 22 kg/mm^2 pour la limite élastique, $28,5 \text{ kg/mm}^2$ pour la rupture) est largement inférieure à celle que l'on considère d'ordinaire, sa valeur ne peut être déterminée pour chaque sorte d'acier que par des essais très étendus.

La figure 3 reproduit les résultats de la figure 2 en utilisant, pour les résistances, une échelle logarithmique; le graphique de gauche présente les courbes des fréquences cumulées des résistances correspondant à des allongements permanents de $2/1000$, $1/100$, $2/100$, et à la rupture.

Le troisième point sur lequel nous voudrions attirer l'attention est le suivant : l'importance de la dispersion des résistances mise en évidence par nos essais ne provient pas principalement de ce qu'ils ont été effectués sur des aciers de fabrication et de provenance variées. L'acier ordinaire est fortement hétérogène et présente des résistances très variables d'un point à un autre d'une section d'une même barre.

Fig. 2 (ci-contre). Fréquence des résistances et limites élastiques inférieures à une valeur donnée et écarts par rapport à la moyenne dans une courbe de Laplace-Gauss (l'échelle des fréquences correspond à une échelle linéaire pour les écarts).

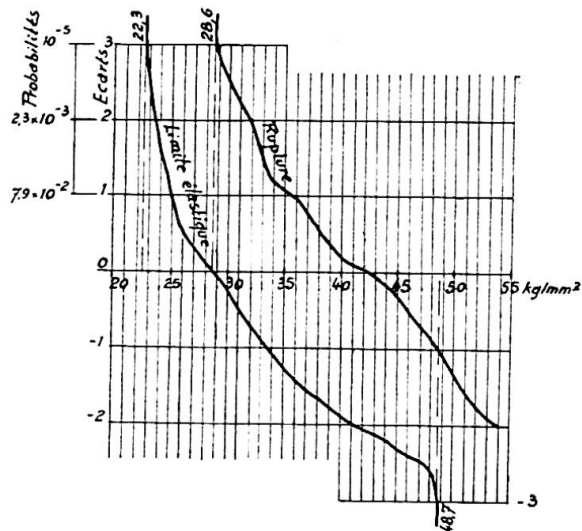
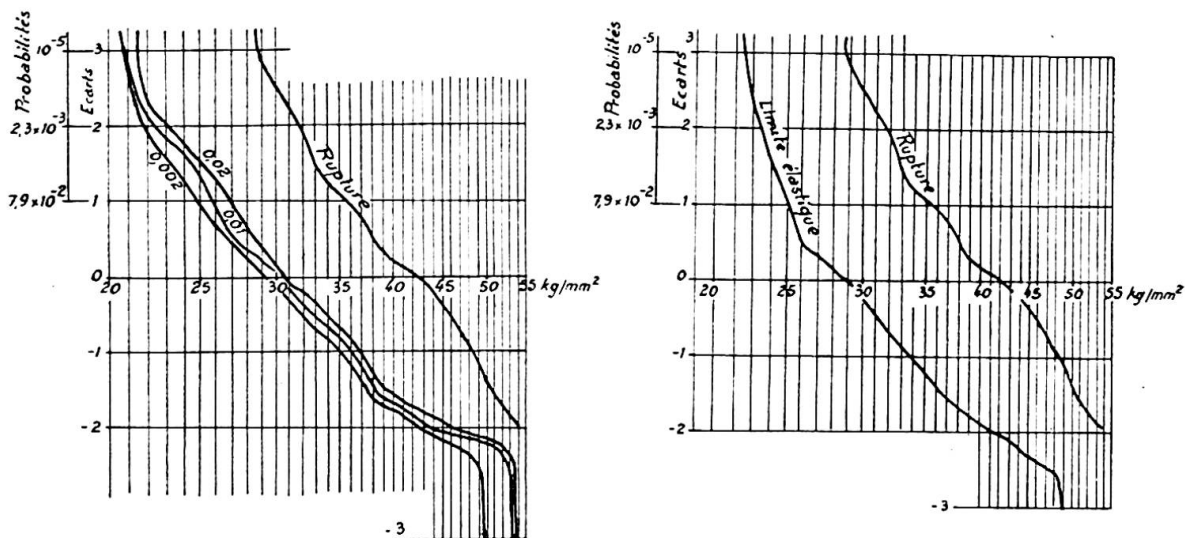


Fig. 3 (ci-dessous). Courbes de la figure 2 rapportées à une échelle logarithmique pour les contraintes.



Dans un lot de tôles destinées à la reconstruction des ponts, nous en avons choisi quelques-unes sur les tranches desquelles nous avons effectué des macrographies. Nous avons retenu la meilleure, qui était saine, et nous en avons tiré 500 éprouvettes pour notre machine. On a retrouvé la dispersion des résultats constatée sur les aciers divers; les limites élastiques se situent entre 25,3 et 34,5 kg/mm², les limites de rupture entre 35,6 et 46,3 kg/mm². La dispersion ne provient pas d'erreurs expérimentales, les essais ont été soigneusement suivis, des graphiques de traction nombreux ont été relevés, qui montrent un comportement variable des diverses éprouvettes au palier et à la rupture. On constate que la position des éprouvettes influe largement sur les résistances. Dans la figure 4, les plages blanches correspondent à des résistances inférieures à 40 kg/mm², les plages noires à des résistances supérieures à 45 kg/mm².

Quelques essais de traction sur des barres d'un lot d'acier de provenance et de qualité mal connues sont donc tout à fait illusoires pour caractériser le lot. La prudence commande de ne compter que sur les résistances-limites obtenues statistiquement pour des aciers de même fabrication. Les

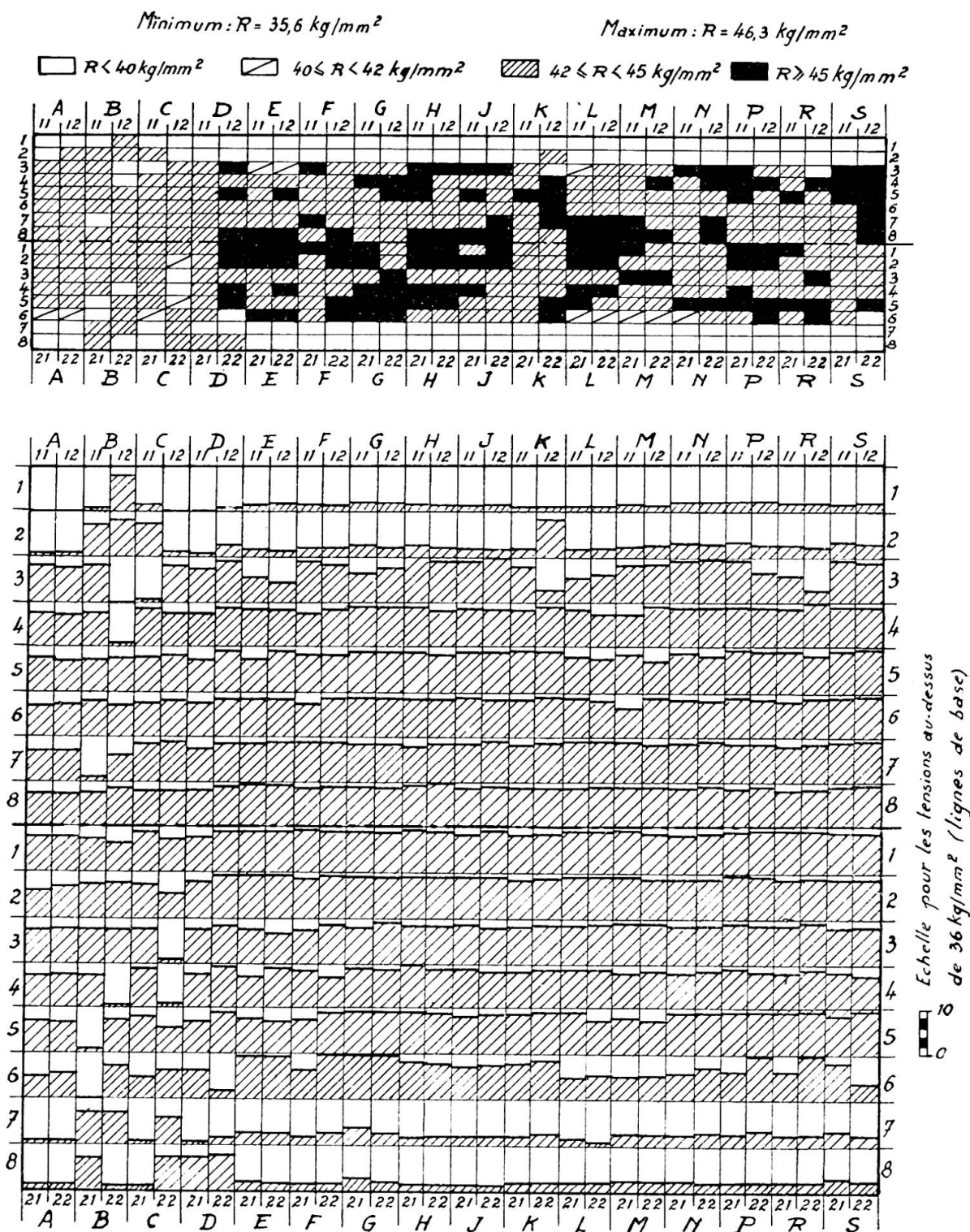


Fig. 4. Répartition des résistances à la rupture dans une même tôle.

constructions sont à dimensionner en conséquence, même si les résultats d'essais par sondages donnent des chiffres élevés, dont le groupement paraît garantir la précision.

En ce qui concerne les aciers dont la fabrication est suivie et sanctionnée par une recette, nous avons donné, dans la *Publication Préliminaire*, une courbe qui présente une allure très particulière. Il n'y a pas

analogie entre la résistance-limite à escompter pour l'acier réceptionné et celle des aciers quelconques. Toutefois, la courbe susvisée a été tracée d'après les résultats d'essais de réception effectués durant plusieurs années par des contrôleurs différents et dans diverses usines. Elle ne résulte pas d'observations systématiques des résistances anormalement basses; il serait très désirable d'effectuer des essais analogues aux nôtres pour la déterminer de façon sûre.

Des essais de même nature devraient également être entrepris sur l'acier à haute résistance pour le comparer à l'acier ordinaire et se rendre compte si, ce qui est douteux, le rapport des résistances-limites est égal à celui des résistances moyennes, comme on l'admet implicitement.

Résumé

L'auteur donne les conclusions des essais annoncés dans son mémoire *Contribution à la détermination de la courbe de dispersion des résultats d'essais sur éprouvettes d'acier doux* paru dans la *Publication Préliminaire* (page 603). Les résistances minima de l'acier doux sont bien inférieures aux valeurs considérées habituellement : on a pu les apprécier en raison de l'allure particulière de la courbe de dispersion dans la zone des faibles résistances. Il n'est pas indiqué d'adopter des valeurs plus élevées à la suite d'essais effectués sur un échantillon, car les dispersions des résultats pour les divers points d'une même tôle sont du même ordre que celles obtenues sur des éprouvettes quelconques.

Zusammenfassung

Es werden einige Schlussfolgerungen zum *Beitrag zur Bestimmung der Streuungskurve der Versuchsergebnisse von Probestücken aus Flusstahl im Vorbericht* (Seite 603) mitgeteilt. Die kleinsten Zugfestigkeitswerte von weichem Baustahl sind viel kleiner als die gewöhnlich angenommenen. Sie können durch die Form der Streuungskurve in dem kleinen Wertgebiet abgeschätzt werden. Grössere Werte als diejenigen von einem Probestück gemessenen sind nicht anzunehmen, da die Streuungskurve der Versuchsergebnisse von Probestücken einer selben Stahlplatte oder von verschiedenen Quellen dieselben sind.

Summary

The Author adds some conclusions to his paper *Contribution to the determining of the curve of dispersion of trial results on test pieces of mild steel* published in the *Preliminary Publication* (page 603). Minima stresses of mild steel are notably lower than those usually considered; it has been possible to estimate them owing to special outline of the dispersion curve in the zone of small resistances. It is not suitable to adopt greater values further to tests carried out on a sample because dispersion of results for various points of a same plate is of the same magnitude than that obtained on samples, taken from any part of the plate.

Leere Seite
Blank page
Page vide

V2

L'auscultation dynamique des ponts à la S. N. C. F. (Résumé succinct)

Dynamische Untersuchungen der Eisenbahnbrücken der S. N. C. F. (Übersicht)

Dynamic investigations on railway bridges of the S. N. C. F. (Abstract)

M. CASSÉ

Ingénieur à la Division des Ouvrages d'Art de la S. N. C. F., Paris

Mon excuse, pour présenter au Congrès une communication sur les effets dynamiques qui vous paraîtra sans doute un peu simple, réside dans le fait que les expérimentateurs qui s'occupent de ces questions publient peu leurs résultats, tandis que ceux qui en abordent l'étude théorique regrettent de manquer de documentation. Je voudrais montrer que des observations assez faciles permettent déjà de tirer des conclusions pratiques, quand les mesures sont effectuées avec une certaine continuité de vues.

Celles dont nous dirons quelques mots se rapportent surtout à des mesures de flèches effectuées à l'aide du fleximètre optique S. N. C. F.

En adoptant une vitesse de déroulement proportionnelle aux vitesses des surcharges, les graphiques de flèches obtenus sous un même convoi présentent la même longueur; ils seraient superposables si l'effet de la vitesse était nul. Mais leur ligne moyenne est festonnée d'ondulations dont le nombre est d'autant plus faible que la vitesse est plus grande. Les graphiques ne se déduisent pas les uns des autres par amplification des ordonnées : ce qu'on appelle coefficient de majoration dynamique n'exprime pas un phénomène concret; il représente simplement le rapport de l'amplitude maximum de l'oscillation à la flèche maximum statique.

Les lignes moyennes sont-elles indépendantes de la vitesse ? Les théories répondent « non » et permettent de calculer des majorations qui dépassent facilement 1/10 pour les petits ouvrages; les actions qu'elles invoquent paraissent indéniables, notamment celle qui résulte de la force centrifuge provoquée par la courbure du tablier sous charge. Cependant, nos observations ne les confirment pas. Dans un pont de 14 mètres, nous

avons surhaussé la voie au milieu de 6 fois la flèche statique, nous l'avons ensuite abaissée de 12 fois la flèche statique; l'effet de courbure s'est montré inappréciable sur nos graphiques, même à la vitesse de 120 kmh. Le maximum de majoration des ordonnées de la courbe moyenne que nous ayons relevé dans l'ensemble de nos essais, est de 3 %. Au point de vue pratique, il est donc inutile, sur un tablier, de poser la voie en dos d'âne, comme on le recommande quelquefois.

Quelle est l'importance des oscillations secondaires ? Les forces périodiques provenant du mouvement du mécanisme des locomotives paraissent seules susceptibles de provoquer des oscillations importantes. Nous avons effectivement reconnu que l'on obtenait, avec certaines machines présentant un hammerblow notable, des oscillations sensibles et régulières s'amplifiant à des vitesses critiques. Des machines quasi identiques mais sans hammerblow avoué déterminaient des effets analogues mais nettement moins élevés. Les oscillations maxima relevées ne nous donnent cependant qu'une majoration de 16 %, qui ne correspond encore qu'aux $\frac{2}{3}$ de celle que l'on peut calculer en tenant compte dans le détail des forces périodiques se déplaçant sur l'ouvrage et du coefficient d'amortissement effectivement observé.

Les oscillations verticales cumulatives nous paraissent ainsi demeurer modérées. C'est seulement dans des cas-limites qu'on peut avoir des raisons d'imposer des restrictions particulières à la circulation, sur les ponts, de machines dont le hammerblow est défavorable.

Les calculs de majoration dynamique ne peuvent être effectués correctement que si l'on y introduit l'amortissement réel. Quel est cet amortissement ? Les graphiques permettent de l'apprécier pour les oscillations libres : le décrément est généralement compris entre 1,04 et 1,12. Il varie pour un même ouvrage avec l'amplitude et la période des oscillations primaires et secondaires.

Nous n'avons pas observé de différence caractéristique entre l'amortissement relatif aux tabliers métalliques rivés, aux tabliers soudés et aux tabliers en béton armé.

Le ballast n'a aucun effet favorable, contrairement à une opinion assez répandue.

L'emploi de plaques de caoutchouc, tant sur les appuis que comme intermédiaire entre voie et tablier, provoque, au contraire un amortissement considérable qui étouffe les oscillations cumulatives; le tablier, qu'il soit en métal ou en béton armé, est pratiquement exempt de vibrations.

Nous ne donnerons pas d'autres observations générales; la mesure systématique de flèches confirme que les effets d'ensemble auxquels donnent lieu les charges dynamiques demeurent pratiquement très modérés. Les effets notables ne se rencontrent que localement et dans certaines pièces. C'est par des mesures locales (contraintes et peut-être accélérations) qu'il convient de les étudier. La S. N. C. F. élabore actuellement un programme de mesures dans ce sens.

D'autre part, nous voudrions signaler l'intérêt des mesures d'oscillations horizontales, peu étudiées jusqu'ici. Les amplitudes importantes que nous avons obtenues avec le rouligraphe S. N. C. F. conduisent à se soucier de l'effet de ces oscillations, non seulement sur les contraintes du matériau, mais aussi sur la tenue de la voie de roulement. Sous un train se déplaçant à 50 km/h sur un tablier de 60 mètres de portée, il a été

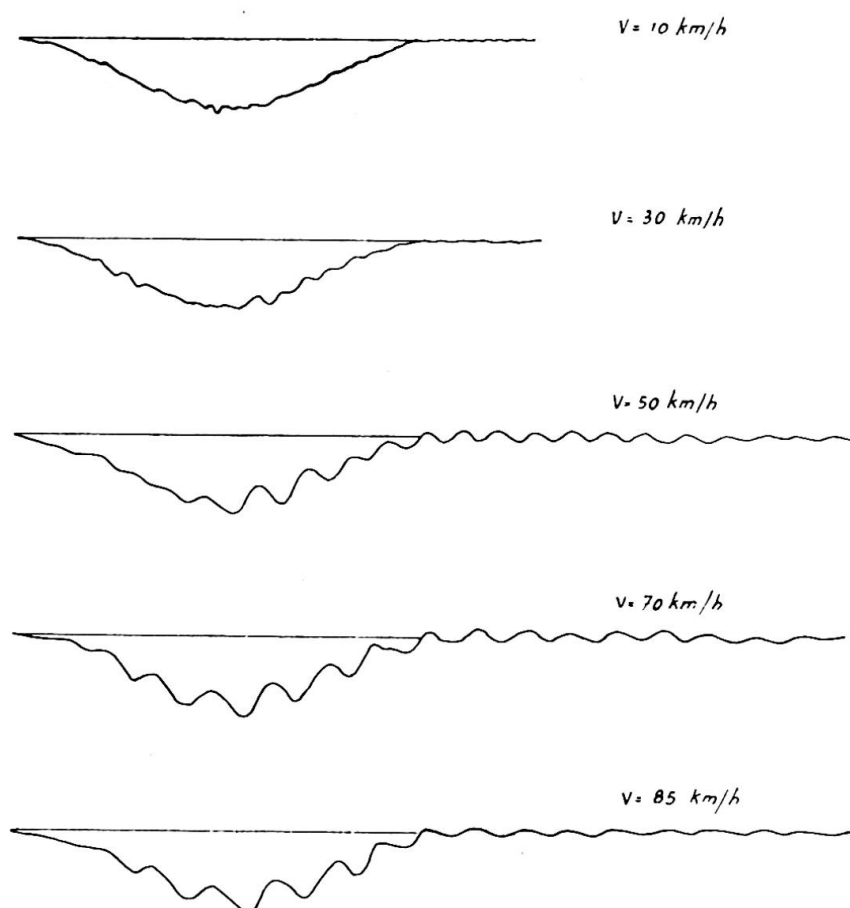


Fig. 1. Enregistrement des flèches pour des vitesses comprises entre 10 et 85 km/h.

relevé des déplacements transversaux de $\pm 12,5$ mm avec une période de 6/10 seconde. En gros, la voie se présente sur l'ouvrage comme un chemin présentant, tous les 8^m,30, des sinuosités de 25 millimètres d'amplitude totale. Un relèvement de la vitesse dans ces conditions demande réflexion. Des mesures analogues permettent de se rendre compte de la stabilité réelle de piles très hautes supportant des tabliers soumis à des oscillations horizontales transversales et longitudinales résultant des mouvements transversaux des véhicules et des freinages brusques. Nous nous proposons d'effectuer une étude systématique de ces déplacements transversaux.

Résumé

L'auteur donne les conclusions pratiques qui résultent d'essais effectués avec les appareils mentionnés dans son mémoire *L'auscultation dynamique des ponts à la S. N. C. F.* paru dans la *Publication Préliminaire* (page 651). L'augmentation de la vitesse des convois ne provoque pas de majoration importante des flèches des ponts. Elle peut cependant déterminer des effets locaux ou des mouvements transversaux gênants dans des ouvrages particuliers.

Zusammenfassung

Es werden einige praktische Schlussfolgerungen zum Beitrag *Dynamische Untersuchungen der Brücken der S. N. C. F.* des Vorberichtes

(Seite 651) mitgeteilt. Die Vergrößerung der Geschwindigkeit der Züge hat einen kleinen Einfluss auf die Durchbiegung der Brücken. Dennoch kann sie örtliche Wirkung oder Querbewegungen in bestimmten Fällen mit sich bringen.

Summary

The Author gives practical conclusions resulting from tests carried out with apparatus mentioned in his paper *Dynamic research of bridges of the S. N. C. F.*, published in the *Preliminary Publication* (p. 651). The increase of trains' speed does not provoke any important increase in bridge deflection, but may be able to determine local effects or transverse movements, which are inconvenient in special cases.

V3

Essais statistiques sur mortiers et bétons

Statistische Versuche über Mörtel und Beton

Statistic tests on mortar and concrete

Marcel PROT

Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées
Docteur ès Sciences
Docteur ès Lettres
Paris

1 - Introduction

1.1 — *But des essais*

Nous avons, dans notre rapport introductif sur la sécurité des constructions, indiqué quels paraissaient être les moyens de substituer un coefficient de sécurité rationnel au coefficient de sécurité empirique ordinairement adopté dans les techniques de construction des ouvrages de génie civil exposés à une ruine due à des sollicitations mécaniques excessives ⁽¹⁾.

Nous avons indiqué, notamment, quelles précautions il convenait de prendre pour prévoir la résistance d'un élément d'ouvrage à l'aide des résultats obtenus par des essais sur éprouvettes. Rappelons brièvement ces diverses précautions.

a) Une pièce ne se rompt pas sous l'action d'une contrainte, mais sous l'action d'un champ de contraintes défini en chaque point par trois contraintes principales et les résultats d'essais sur éprouvettes ne peuvent être utilisés pour estimer la résistance d'un élément d'ouvrage que si le champ de contraintes est du même type dans les deux cas.

b) La loi de probabilité de ruine d'un élément d'ouvrage ne peut pas se déduire directement de la loi de fréquence de rupture observée sur des éprouvettes qui n'ont pas les mêmes formes et les mêmes dimensions que l'élément considéré, même si toutes les conditions sont remplies pour une comparaison qualitative correcte, en raison, notamment, de l'effet de paroi.

c) Il va de soi, par ailleurs, que la déduction ne peut être valable que dans la mesure où l'élément d'ouvrage considéré, d'une part, et les éprouvettes, d'autre part, sont bien constitués du même matériau.

⁽¹⁾ Marcel PROT, *La sécurité des constructions. Rapport introductif* (Publication Préliminaire du troisième Congrès de l'Association Internationale des Ponts et Charpentes, Liège, 1948, p. 571).

Le but des essais dont les résultats sont exposés dans le présent rapport était d'appliquer ces vues théoriques générales au cas particulier des essais sur éprouvettes de ciment et d'étudier comment il était possible de déduire rationnellement de tels essais la probabilité de bonne tenue d'un ouvrage construit avec le même ciment.

1.2 — Programme des essais

1.21 — Sollicitation.

Le programme des essais ne comporte que des essais de compression. Il doit donc être entendu que les résultats obtenus ne pourraient être utilisés que pour l'estimation de la résistance d'un élément d'ouvrage travaillant à la compression simple de telle façon qu'en tous les points de cet élément le champ de contraintes soit défini par une contrainte principale de compression, les deux autres contraintes principales étant nulles.

Les essais étant des essais de compression statique, les résultats ne pourraient en être utilisés pour l'estimation de la résistance d'un élément d'ouvrage soumis à des compressions percussives ou à des compressions répétées susceptibles de provoquer des phénomènes de fatigue.

1.22 — Forme des éprouvettes.

Les essais ont été effectués exclusivement sur des éprouvettes parallépipédiques de section carrée et dont la hauteur a varié, suivant les types, de trois à six fois le côté de la section transversale. Les résultats de ces essais ne pourraient donc être utilisés pour prévoir la résistance d'un élément d'ouvrage qu'avec des réserves croissantes lorsque la forme de cet élément s'écarterait de la forme des éprouvettes; ce serait le cas pour une forme très massive se rapprochant d'un cube et dans laquelle les plans de rupture ne pourraient plus déboucher sur les faces latérales du prisme; ce serait également le cas pour une forme très élancée qui serait exposée à flamber.

1.23 — Dimensions des éprouvettes.

Les essais ont été effectués sur des éprouvettes de dimensions différentes dans le but de mettre en évidence l'influence de ces dimensions sur la valeur moyenne et sur la dispersion des résultats obtenus. Trois types d'éprouvettes parallépipédiques sensiblement homothétiques ont été utilisés, le rapport d'homothétie du deuxième au premier et du troisième au deuxième étant voisin de $\sqrt{5}$. Un autre type d'éprouvette a été utilisé présentant la même section droite mais une longueur deux fois plus grande que le deuxième type précédent.

1.24 — Nombre des éprouvettes.

Les essais ont été effectués en nombre suffisant pour donner une valeur précise de la valeur moyenne et de la dispersion des caractéristiques mesurées; le nombre des éprouvettes les plus petites, en particulier, a été voisin d'un millier (40 séries de 24 éprouvettes = 960 éprouvettes).

1.25 — Nature des matériaux.

Les essais ont été effectués, d'une part, sur un mortier (agrégat à 2 grains), d'autre part, sur un béton (agrégat à 3 grains); cette double étude avait pour objet d'indiquer dans quelle mesure on peut utiliser les

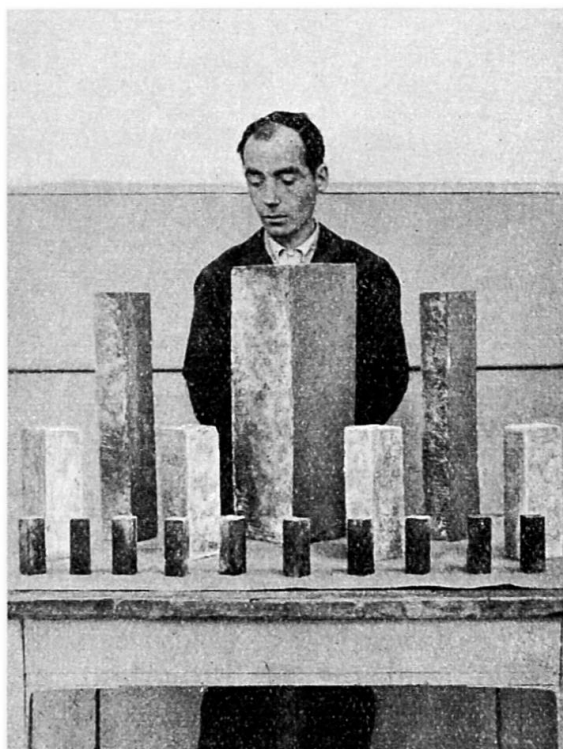


Fig. 1 et 2. Epreuves. Dimensions des 4 types utilisés.

Référence du type d'éprouvette	1	2	3	4
Arête de la section carrée en cm . . .	3,16	7,08	7,08	15,8
Section, en cm ²	10	50	50	250
Hauteur, en cm	9	22,3	45	50
Volume en cm ³	90	1.115	2.250	12.500

résultats d'essais sur mortier pour prévoir la résistance d'un béton, l'un et l'autre étant faits, bien entendu, avec le même ciment.

Des précautions toutes particulières ont été prises pour que les conditions de fabrication, de conservation et d'essai des éprouvettes soient aussi bien définies et aussi constantes que possible. Les résultats qui seront exposés plus loin montreront que le succès de ces précautions a été incomplet et l'expérimentation a particulièrement souligné l'importance de l'observation théorique rappelée plus haut en 1.1 c.

2 - Essais sur éprouvettes de mortier

2.1 — Description des éprouvettes

Les éprouvettes utilisées pour les essais de mortier ont toutes présenté la forme de parallélépipèdes rectangles; elles ont été de quatre types dont

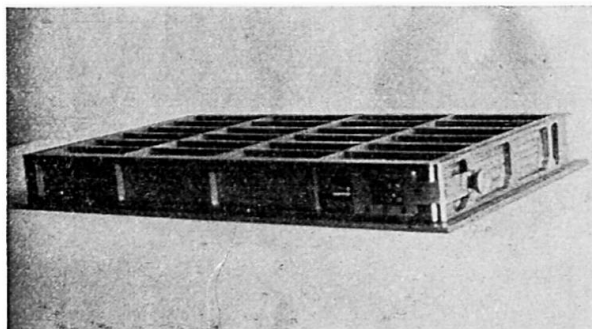


Fig. 3. Moule pour éprouvettes type n° 1, sans son couvercle.

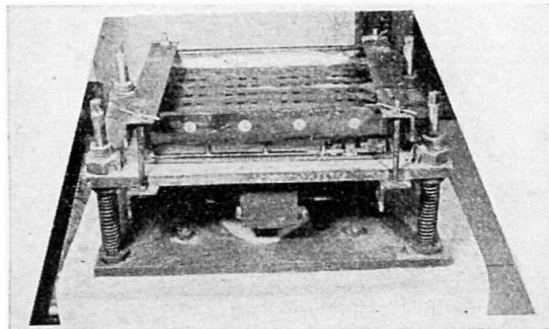


Fig. 4. Moule pour éprouvettes type n° 1, avec son couvercle, monté sur la table vibrante.

les dimensions sont résumées dans le tableau n° 2. La figure 1 montre la réalisation de ces différentes éprouvettes.

Les types 1, 2 et 4 sont sensiblement homothétiques. Le type 1 a déjà fait l'objet d'une très importante expérimentation ⁽²⁾; le type 3 a la même section que le type 2 mais sa hauteur est double. Les types 2 et 3 ont une section cinq fois plus grande que le type 1 et le type 4 a une section vingt-cinq fois plus grande que le type 1.

2.2 — Fabrication des éprouvettes

2.21 — Moules.

Les moules utilisés pour la fabrication des éprouvettes sont des moules métalliques dont on a assuré l'étanchéité pour éviter toute perte

⁽²⁾ Marcel PROT, *Recherches sur les essais de ciments. Etudes d'un nouveau type d'éprouvette susceptible de convenir à divers essais*. Circulaires F n° 35 (janvier 1947) et F n° 36 (avril 1947) de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, Paris.

Louis VIRONNAUD, *Essais mécaniques sur un nouveau type d'éprouvette en mortier de ciment* (*Annales des Ponts et Chaussées*, 118^e année, n° 2, mars-avril 1948).

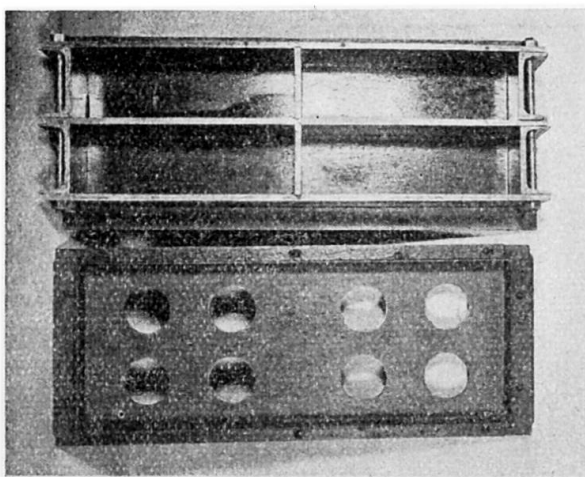


Fig. 5. Moule pour éprouvettes type n° 2, avec son couvercle.

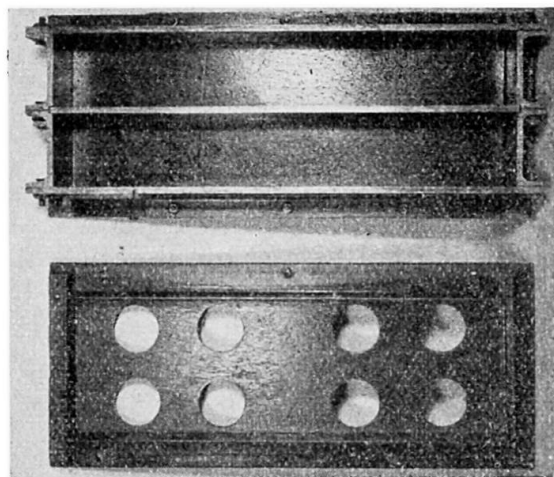


Fig. 6. Moule pour éprouvettes type n° 3, avec son couvercle.

de laitance au cours de la vibration et que l'on a fermés à l'aide d'un couvercle pour éviter toute perte d'eau par évaporation.

2.211 — Moule pour éprouvette type n° 1.

Le moule utilisé pour la fabrication du type d'éprouvette n° 1 permet la fabrication simultanée de 24 éprouvettes correspondant à une gâchée d'environ 5,5 kg de mortier. Les photographies de la figure 3 et de la figure 4 représentent ce moule, qui a déjà servi à la fabrication de plusieurs milliers d'éprouvettes, ainsi que son montage sur la table vibrante. L'étanchéité est assurée par un mastic spécial.

2.212 — Moule pour éprouvette type n° 2.

Le moule utilisé pour la fabrication des éprouvettes du type n° 2 est représenté par la photographie de la figure 5; il permet la fabrication simultanée de 4 éprouvettes correspondant à une gâchée d'environ 12 kg de mortier. Les tôles de ce moule ont 7 mm d'épaisseur.

2.213 — Moule pour éprouvette type n° 3.

Le moule utilisé pour la fabrication des éprouvettes du type n° 3 est représenté par la photographie de la figure 6; il est identique au précédent à ceci près qu'il ne comporte pas de cloisons transversales; il permet de faire deux éprouvettes avec une gâchée de 12 kg environ.

2.214 — Moule pour éprouvette type n° 4.

Le moule utilisé pour la fabrication des éprouvettes du type n° 4 permet de fabriquer une éprouvette avec une gâchée d'environ 30 kg. Ce moule, comme les précédents, est rendu étanche par masticage.

2.22 — Matériaux.

2.221 — Ciment.

Le ciment utilisé était du Portland artificiel Lafarge de la classe 250/315. La quantité de ciment nécessaire à l'ensemble des essais a été prélevée sur une même fourniture et mise dans des récipients métalliques soudés aussitôt après remplissage.

2.222 — Sable.

Le sable utilisé était du sable de Seine lavé et tamisé sur tamis vibrants inclinés.

Le sable fin passe à travers des trous de 0,5 mm et est retenu par des trous de 0,4 mm.

Le sable gros passe à travers des trous de 3 mm et est retenu par des trous de 2 mm.

2.223 — Eau.

L'eau utilisée était celle de la distribution urbaine.

2.23 — Composition du mortier.

La composition du mortier est, en poids :

- 1 de ciment,
- 1 de sable fin,
- 2 de sable gros.

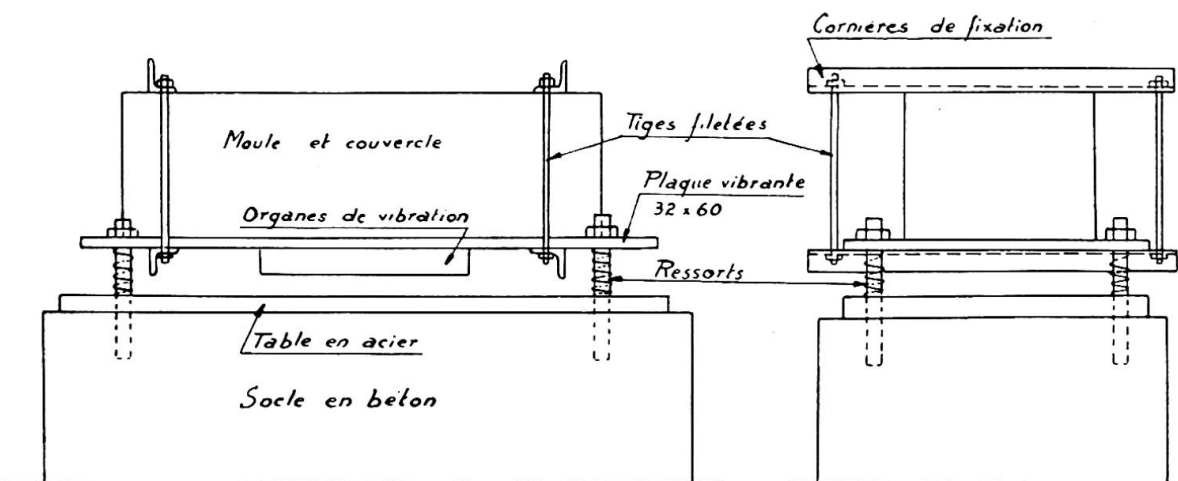


Fig. 7. Fixation des moules sur la table vibrante.

La quantité d'eau est déterminée de telle façon que le rapport en poids

$$\frac{\text{ciment}}{\text{eau}} = \frac{C}{E} = 2,315.$$

2.24 — Fabrication du mortier.

Les éléments du mortier sont mélangés dans une salle du sous-sol du laboratoire dont la température, constante à 1 degré près, est de 19 degrés.

Le gâchage se fait à la truelle, sur une table en acier inoxydable, pour les éprouvettes du type n° 1; il se fait à la pelle, sur une aire métallique pour les autres éprouvettes. La durée du gâchage est de 5 minutes.

Le malaxage a été effectué, dans des conditions aussi identiques que possible, par le même opérateur pendant toute la durée des essais.

2.25 — Remplissage des moules.

Le mortier est placé et tassé dans les moules par vibration à l'aide d'une table vibrante animée de vibrations verticales produites par des masses excentrées.

La fréquence des vibrations, assez bien définie, était d'environ 4 300 cycles/minute; l'amplitude des vibrations a été beaucoup plus mal définie et assez différente d'un type d'éprouvette à un autre, la charge de la table ayant varié, selon les cas, dans des proportions notables.

Le croquis de la figure 7 et la photographie de la figure 4 montrent le dispositif de fixation des moules sur la table vibrante.

La fixation du moule étant assurée et le mortier étant gâché, la table vibrante est mise en mouvement. L'opérateur dépose alors le mortier à la truelle sur le couvercle du moule; sous l'influence des vibrations, le mortier pénètre dans le moule par les trous du couvercle. On perçoit aisément la fin du remplissage; le mortier ne pénètre plus et un peu de laitance se forme à la surface des trous.

La durée de vibration a été fixée à :

- 6 minutes pour les 24 éprouvettes du type n° 1 (volume total 2 160 cm³);
- 2 minutes pour les 4 éprouvettes du type n° 2 (volume total 4 800 cm³);
- 2 minutes pour les 2 éprouvettes du type n° 3 (volume total 4 800 cm³);
- 4 minutes pour l'éprouvette du type n° 4 (volume total 12 900 cm³).

La vibration ainsi pratiquée n'assure cependant pas un remplissage absolument parfait, le couvercle à trous est enlevé, une finition est effectuée à la truelle et un couvercle plein est alors placé sur le moule qui se trouve, de la sorte, complètement clos.

2.3 — Conservation des éprouvettes

Les éprouvettes restent dans le moule clos pendant 22 heures puis elles sont démoulées et restent à l'air, dans le sous-sol du laboratoire, pendant environ 2 heures, après quoi, c'est-à-dire à 24 heures d'âge, elles sont soigneusement immergées dans des bacs remplis d'eau de la distribution urbaine. L'eau de conservation des éprouvettes est renouvelée chaque semaine.

Les éprouvettes sont sorties de l'eau le quatorzième jour, pendant environ une heure, pour être mesurées et pesées.

Les essais ont lieu à 28 jours après la fabrication. Les petites éprouvettes (type n° 1) sont transportées dans une cuvette pleine d'eau du sous-sol jusqu'à la salle des presses et rompues dès leur sortie de l'eau; les autres éprouvettes, plus volumineuses et plus lourdes, ne sont pas transportées dans l'eau, elles s'égouttent et se séchent ainsi quelque peu pendant une durée qui peut atteindre une heure.

2.4 — Mesures et essais sur les éprouvettes n° 1

Toutes les éprouvettes sont mesurées et pesées à 14 jours et rompues par compression à 28 jours.

2.41 — Techniques de mesure et d'essai.

2.411 — Mesures géométriques

La mesure des trois dimensions de chaque éprouvette se fait à l'aide d'un marbre et d'un comparateur au 1/100 mm selon le dispositif représenté par la figure 8. Dix mesures sont faites pour chacune des petites dimensions et cinq mesures sont faites pour la grande selon les points d'un quadrillage régulier; la moyenne de ces groupes de mesures définit la dimension correspondante. Chaque lecture étant faite à 1/100 mm près, les petites dimensions sont définies avec une approximation voisine de 1/3 000 et la grande dimension est définie avec une approximation voisine de 1/9 000. Les écarts observés sont très supérieurs à ces approximations

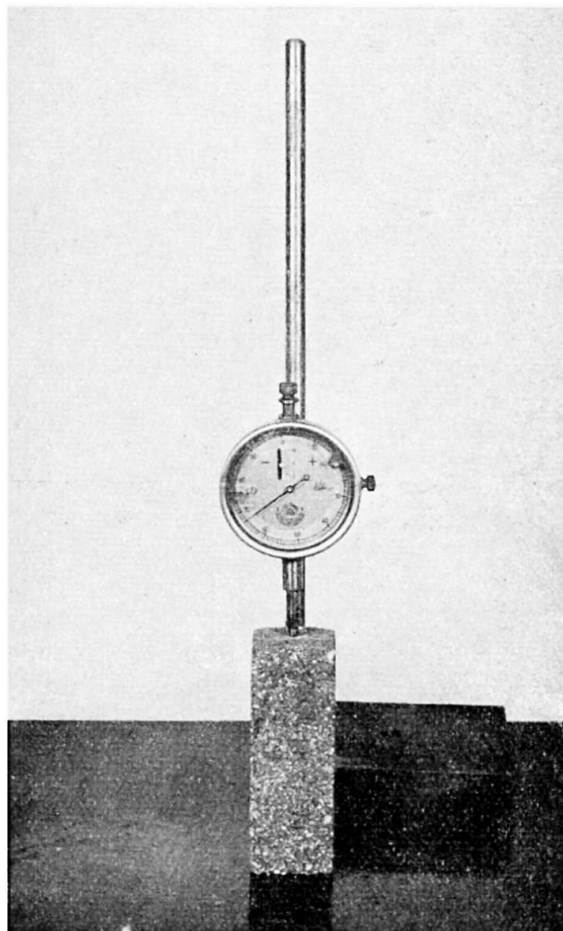


Fig. 8. Dispositif pour la mesure des dimensions des éprouvettes.

et résultent des imperfections du moule, imperfections dues à la construction ou à l'usure.

2.412 — Pesées.

Les éprouvettes sont pesées au moment où l'on mesure leurs dimensions, après un égouttage de 30 minutes; la précision des pesées est de 0,1 g. Le poids de chaque éprouvette est donc connu avec une approximation voisine de $1/2\ 000$. La densité, calculée par le rapport P/V est

Numéro de la série	Densité (Moyenne)	Ecart moyen		Ecart maximum	
		Absolu	Relatif (en ‰)	Absolu	Relatif (en ‰)
1	2,325	0,0072	0,31	0,021	0,90
2	2,317	0,0070	0,30	0,014	0,60
3	2,321	0,0063	0,27	0,015	0,64
4	2,316	0,0068	0,29	0,018	0,77
5	2,328	0,0065	0,28	0,017	0,73
6	2,331	0,0056	0,21	0,016	0,68
7	2,329	0,0042	0,18	0,013	0,48
8	2,329	0,0040	0,17	0,010	0,42
9	2,322	0,0064	0,28	0,016	0,69
10	2,333	0,0093*	0,39*	0,029*	1,25*
11	2,334	0,0015	0,19	0,019	0,81
12	2,328	0,0069	0,30	0,020	0,85
13	2,330	0,0085	0,36	0,020	0,86
14	2,321	0,0051	0,22	0,014	0,61
15	2,328	0,0053	0,23	0,015	0,64
16	2,320	0,0060	0,26	0,019	0,82
17	2,325	0,0065	0,28	0,015	0,65
18	2,329	0,0051	0,22	0,012	0,52
19	2,322	0,0080	0,34	0,021	0,94
20	2,325	0,0036	0,16	0,021	0,90
21	2,324	0,0045	0,19	0,013	0,56
22	2,342*	0,0038	0,17	0,012	0,51
23	2,319	0,0055	0,24	0,015	0,65
24	2,324	0,0033*	0,14*	0,009*	0,39*
25	2,325	0,0066	0,26	0,019	0,82
26	2,316	0,0048	0,21	0,012	0,52
27	2,330	0,0046	0,20	0,011	0,47
28	2,332	0,0069	0,30	0,021	0,90
29	2,331	0,0063	0,27	0,017	0,73
30	2,305*	0,0073	0,32	0,019	0,82
31	2,328	0,0053	0,23	0,013	0,56
32	2,322	0,0082	0,35	0,017	0,73
33	2,333	0,0052	0,22	0,013	0,56
34	2,328	0,0061	0,26	0,012	0,52
35	2,326	0,0060	0,26	0,014	0,60
36	2,332	0,0063	0,27	0,019	0,71
37	2,318	0,0049	0,21	0,012	0,52
38	2,336	0,0055	0,24	0,011	0,47
39	2,318	0,0055	0,24	0,018	0,84
40	2,314	0,0075	0,32	0,014	0,61
Moyennes :	2,325	0,0058	0,25	0,016	0,68

* Valeurs extrêmes (maximum et minimum).

FIG. 9. DENSITÉS. Tableau des résultats sur 40 séries d'éprouvettes type n° 1.

affectée, du fait des techniques de mesures et de pesées, d'une incertitude relative de l'ordre de 1,5/1 000.

2.413 — Essais de compression.

Les éprouvettes sont soumises à l'essai de compression à l'aide d'une presse Amsler de 20 tonnes dont les plateaux ne comportent pas de rotule. La compression s'exerce dans le sens de la plus grande dimension de l'éprouvette; des cartons de 1,8 mm d'épaisseur sont interposés entre les faces terminales de l'éprouvette et les plateaux de la presse. La vitesse de croissance de la pression est toujours la même. La précision de la mesure de la contrainte de rupture est d'environ 0,5/100.

La photographie de la figure 13 qui représente une série de 24 éprouvettes rompues montre que les ruptures sont toutes correctes.

Sur les 960 éprouvettes fabriquées (40 séries de 24), 7 éprouvettes seulement ont été détériorées au cours des démoulages et des diverses manipulations, ce qui a ramené à 953 le nombre des résultats effectivement enregistrés.

2.42 — Résultats.

2.421 — Densités.

L'ensemble des résultats obtenus par mesures de dimensions et pesées sur les 953 éprouvettes du type n° 1 ont permis de calculer les densités résumées dans le tableau n° 9 et par la courbe de la figure 10. Ces résultats sont, par ailleurs, reportés dans les tableaux récapitulatifs n° 29 et 30 qui permettent de comparer les résultats obtenus sur les éprouvettes du type n° 1 avec les résultats obtenus sur les autres types d'éprouvettes.

Le tableau n° 9 donne, pour chaque série de 24 éprouvettes :

- La moyenne arithmétique des 24 densités;
- L'écart moyen et l'écart maximum, en valeur absolue et en valeur relative, que présentent les différentes densités d'une série par rapport à la moyenne de la série.

La dernière ligne du tableau n° 9 donne, en outre, la moyenne arithmétique des densités moyennes des 40 séries et la moyenne arithmétique des différents écarts de chaque série.

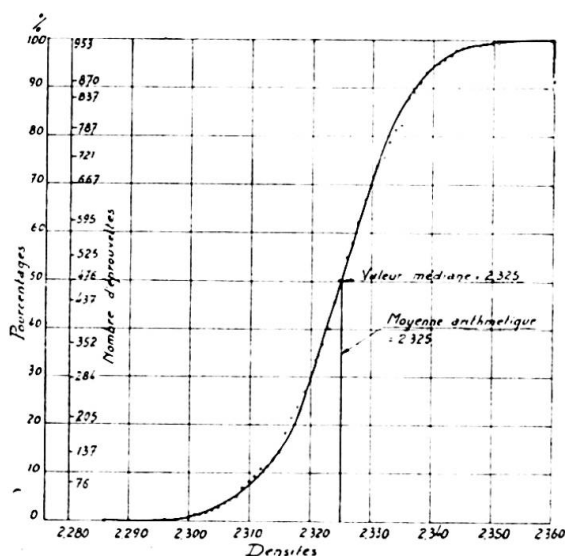


Fig. 10. Eprouvettes type n° 1 - Mortier. Courbe des fréquences cumulées des densités.

Numéro de la série	Contrainte de rupture (moyenne)	Ecart moyen		Ecart maximum			
		Absolu	Relatif (en %)	Positif		Négatif	
				Absolu	Relatif (en %)	Absolu	Relatif (en %)
	k/cm ²	k/cm ²		k/cm ²		k/cm ²	
1	420	25	6,0	56	13,3	59	14
2	430	42	9,8	72	16,7	135	30,7
3	419	31	7,4	72	17,3	83	19,8
4	419	21	5,0	66	15,7	102	24,3
5	430	24	5,6	54	12,1	75	17,4
6	456	32	7,0	53	11,6	80	17,6
7	457	27	5,9	58	12,7	123	26,9
8	425	25	5,8	51	12,0	81	19,1
9	428	27	6,3	57	13,4	84	19,6
10	450	26	5,8	41	9,1	85	18,9
11	434	27	6,2	58	13,4	74	17,1
12	463*	28	6,0	52	11,2	107	23,1
13	419	25	6,0	42	10,0	72	17,2
14	425	24	5,6	43	10,1	71	16,7
15	436	21	4,8	50	11,5—	—50	11,5
16	409	9*	2,0*	51	12,5—	—36*	8,8*
17	430	32	7,4	57	13,3	64	14,9
18	430	27	6,3	73	17,0—	—60	14,0
19	417	29	7,0	74	17,7—	—61	14,6
20	423	36	8,5	70	16,5	118	27,9
21	437	26	5,9	51	11,8	60	13,7
22	427	30	7,0	47	11,0	77	18,0
23	409	27	6,6	74	18,1	78	19,0
24	392*	26	6,6	46	11,7	90	23,0
25	444	41	9,2	64	14,4	79	17,8
26	411	23	5,6	56	13,6	115	28,0
27	440	27	6,1	44	10,0	73	16,6
28	459	32	7,0	73	15,9—	—66	14,4
29	457	22	4,8	40	8,8*	47	10,3
30	444	22	5,0	59	13,3	103	23,2
31	432	24	5,6	87*	20,1*	90	20,8
32	422	21	5,0	50	11,8	72	17,1
33	442	23	5,2	54	12,2—	—47	10,6
34	450	35	7,8	60	13,3	94	20,9
35	410	24	5,9	64	15,6—	—55	13,4
36	424	20	4,7	39*	9,2	51	12,0
37	400	47*	11,8*	80	20,0	167*	41,8*
38	455	34	7,5	65	14,3	115	25,3
39	416	28	6,7	63	15,1	67	16,1
40	423	28	6,6	40	9,5	73	17,3
Moyennes :	430	27	6,4	58	13,2	81	19,5

* Valeurs extrêmes.

—— L'écart positif est plus grand que l'écart négatif.

FIG. 11. CONTRAINTES DE RUPTURE.

Tableau des résultats des essais de compression sur 40 séries d'éprouvettes du type n° 1.

Dans le tableau n° 30 on a désigné par écart positif l'écart correspondant à une éprouvette dont le poids est supérieur à la moyenne et par écart négatif l'écart correspondant à une éprouvette dont le poids est inférieur à la moyenne.

La figure 10 représente la courbe des fréquences cumulées des diverses densités observées; on a porté, en abscisses les valeurs de la densité et en ordonnées le nombre d'éprouvettes dont la densité est inférieure à la valeur de l'abscisse correspondante; les deux échelles sont linéaires. Cette courbe présente une très bonne régularité.

2.422 — Contraintes de rupture.

Le tableau n° 11 et la courbe de la figure 12 résument les résultats des essais de compression effectués sur les 40 séries d'éprouvettes du type n° 1.

La contrainte de rupture est déterminée, pour chaque éprouvette, en divisant la force indiquée par la machine par la section réelle de l'éprouvette telle qu'elle résulte des mesures effectuées sur cette éprouvette.

Le tableau n° 11 indique, pour chaque série de 24 éprouvettes, la moyenne arithmétique et, en valeur absolue et en valeur relative, l'écart moyen, l'écart maximum positif et l'écart maximum négatif. La dernière ligne du tableau indique les moyennes pour l'ensemble des 40 séries.

La courbe de répartition de la figure 12 fait apparaître une très remarquable régularité mais aussi — il importe de le noter — une dyssymétrie marquée qui ressort également du tableau n° 11.

Le tableau n° 11 montre que, sur les 40 séries, 7 séries seulement accusent un écart maximum positif supérieur (de très peu d'ailleurs) à l'écart maximum négatif. Pour l'ensemble des éprouvettes essayées, l'écart maximum négatif, qui atteint 46 %, est le double de l'écart maximum positif qui n'atteint, lui, que 23 %; le rapport entre la valeur maximum et la valeur minimum de la contrainte de rupture est voisin de 2.

2.5 — Mesures et essais sur les éprouvettes n° 2

Toutes les éprouvettes du type n° 2 ont été, comme les éprouvettes du type n° 1, mesurées et pesées à 14 jours d'âge et essayées à la compression

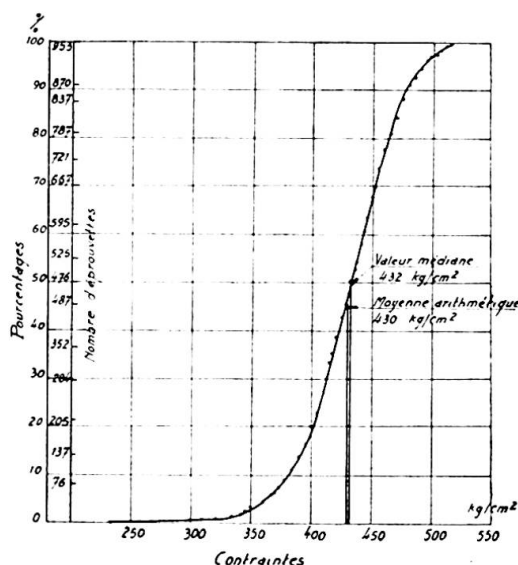


Fig. 12. Eprouvettes type n° 1 - Mortier. Fréquences annulées des contraintes de rupture par compression.

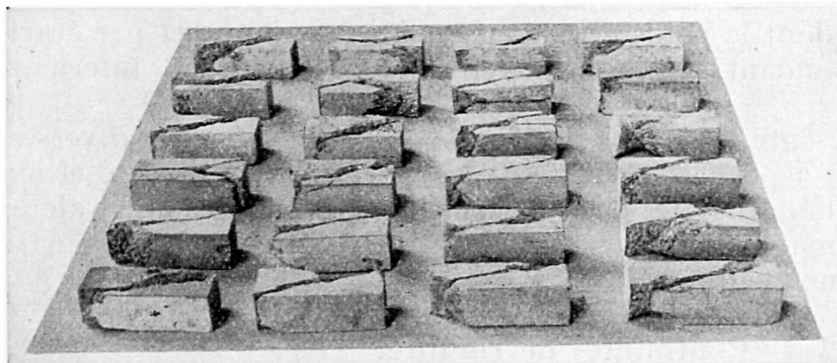


Fig. 13.

à 28 jours. Les essais ont porté sur 40 séries de 4 éprouvettes, soit sur 160 éprouvettes au total.

2.51 — Techniques de mesure et d'essai.

2.511 — Mesures géométriques.

La mesure des trois dimensions de chaque éprouvette est faite à l'aide d'un pied à coulisse permettant des lectures au $1/10$ mm ; cinq mesures sont faites pour chaque dimension ; la précision des mesures est à peu près de $1,4/1000$ pour les petites dimensions et de $0,5/1000$ pour la grande dimension ; le volume est donc connu à $0,33$ % près.

Le moule n'a pas été réalisé avec une très bonne précision et l'on relève entre les dimensions réelles et les dimensions nominales des écarts notables, sans grande importance pratique d'ailleurs puisqu'on a dans tous les cas tenu compte des dimensions réelles des éprouvettes.

Les écarts des mesures géométriques par rapport à la moyenne varient de $0,3$ % à $0,7$ % en moyenne et atteignent au maximum 2 %.

Le tableau n° 29 résume les mesures faites.

2.512 — Pesées.

Les éprouvettes sont pesées après avoir été mesurées, soit après un égouttage d'environ 30 minutes, sur une balance permettant des lectures à 1 g près, soit pour un poids voisin de $2,700$ kg une précision $0,4/1000$.

2.513 — Essais de compression.

Les éprouvettes sont soumises à l'essai de compression à l'aide d'une presse Amsler de 500 tonnes à la sensibilité de 50 tonnes : un des plateaux de la presse porte une rotule. La compression est exercée dans le sens de la plus grande dimension de l'éprouvette ; des cartons de $1,8$ mm d'épaisseur sont interposés entre les faces terminales de l'éprouvette et les plateaux de la presse ; la vitesse de croissance de la pression est toujours la même. La contrainte de rupture est connue à 50 kg près, soit $1,5$ % près environ.

2.52 — Résultats.

2.521 — Densités.

La courbe de répartition présente une régularité beaucoup moins bonne que la courbe de la figure 10 ; c'est un résultat auquel il fallait s'attendre, l'expérimentation ne portant ici que sur 160 éprouvettes alors que

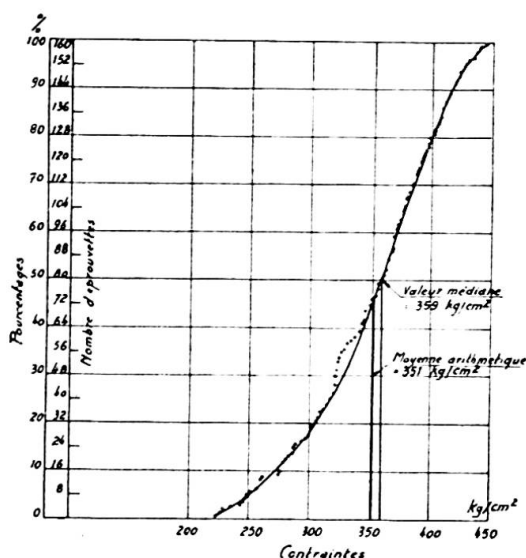


Fig. 14. Epreuves n° 2 - Mortier. Contraintes de rupture par compression.

la courbe de la figure 10 représentait une expérimentation portant sur 953 éprouvettes.

2.522 — Contraintes de rupture.

La courbe de la figure 14 résume les résultats des essais de compression effectués sur les éprouvettes de mortier du type n° 2.

2.6 — Mesures et essais sur les éprouvettes n° 3

Les essais ont porté sur 80 éprouvettes de mortier du type n° 3.

2.61 — Techniques de mesure et d'essai.

Les techniques utilisées pour les mesures, les pesées et les essais des éprouvettes n° 3 ont été, en tous points, semblables à celles utilisées pour les éprouvettes n° 2, elles n'appellent pas de commentaires particuliers.

Ces éprouvettes étant plus élancées que les précédentes, les plans de fissuration provoqués par la compression débouchent nettement sur les faces latérales, les faces terminales restant intactes; il arrive cependant parfois qu'une sorte de pyramide se forme sur l'une des bases et pénètre dans l'éprouvette en la faisant éclater.

2.62 — Résultats.

La répartition des densités des éprouvettes n° 3 est représentée par la courbe de la figure 15.

Les contraintes de rupture données par l'essai de ces mêmes éprouvettes à la compression sont indiquées par la courbe de la figure 16.

2.7 — Mesures et essais sur les éprouvettes n° 4

Les essais ont porté sur 80 éprouvettes de mortier du type n° 4.

2.71 — Techniques de mesure et d'essai.

Les techniques utilisées pour les mesures, les pesées et les essais des éprouvettes n° 4 ont été identiques à celles qui ont été utilisées pour les éprouvettes n° 2 et les éprouvettes n° 3.

Le poids d'une éprouvette s'élevant à près de 30 kg, la précision des

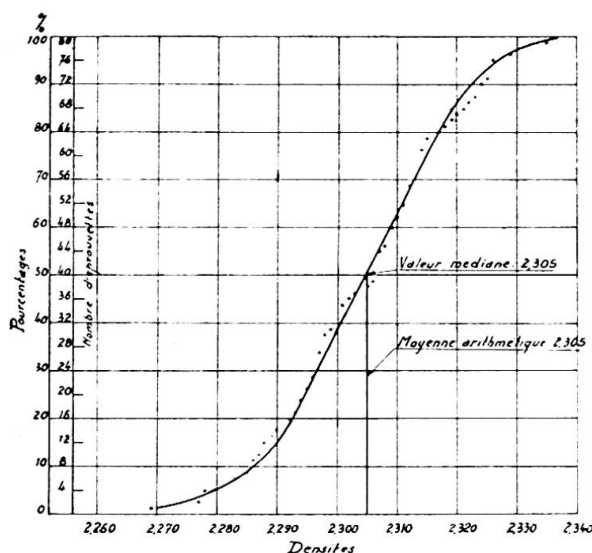


Fig. 15. Eprouvetttes n° 3 - Mortier.
Densités.

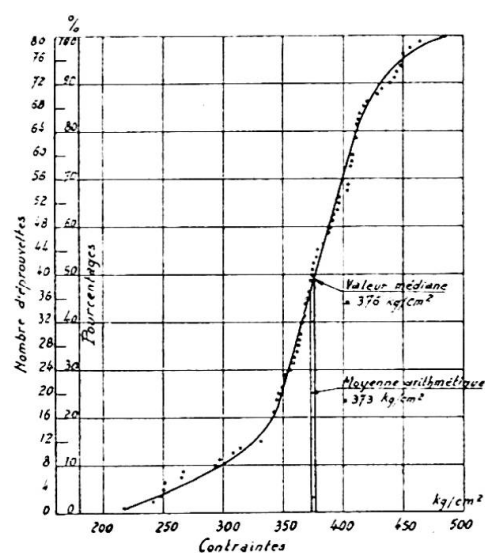


Fig. 16. Eprouvetttes n° 3 - Mortier.
Contraintes de rupture par compression.

pesées n'est toutefois plus que de 50 g, ce qui correspond à une précision relative de 1,7/1 000. L'incertitude des mesures reste toutefois, comme dans les cas précédents, très inférieure à l'incertitude qui provient de la nature du matériau et il n'y a pas lieu d'en tenir compte.

2.72 — Résultats.

Les courbes des figures 17 et 18 représentent la répartition des densités et des contraintes de rupture des éprouvetttes n° 4.

3 — Essais sur éprouvetttes de béton

3.1 — Description des éprouvetttes

Les éprouvetttes de béton essayées ont été des types n° 2, n° 3 et n° 4; seul le type n° 1 a été abandonné, ses dimensions étant trop petites auprès des dimensions des gros grains de l'agrégat; la description détaillée de ces éprouvetttes a été donnée à propos des essais sur mortier.

3.2 — Fabrication des éprouvetttes

3.21 — Moules.

Les moules sont ceux qui ont servi à la fabrication des éprouvetttes de mortier, sans modifications importantes.

3.22 — Composition du béton.

La composition du béton est la suivante, en poids :

- 2 parties de ciment Lafarge 250/315 ;
- 1 partie de sable fin (0,4 mm-0,5 mm) ;
- 2 parties de sable gros (2 mm-3 mm) ;
- 6 parties de gravier (12,5 mm-20 mm),

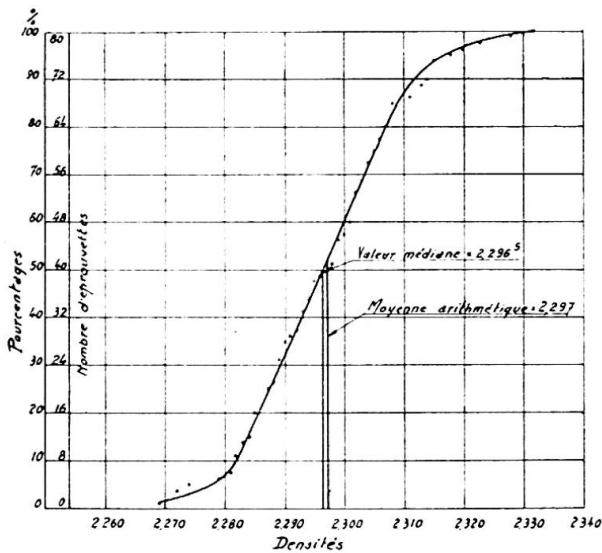


Fig. 17. Eprouvettes n° 4 - Mortier. Densités.

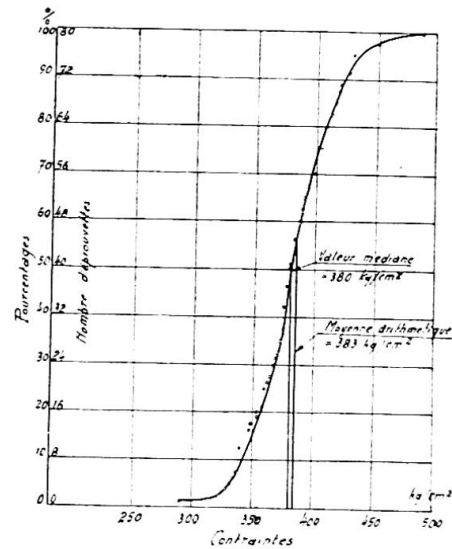


Fig. 18. Eprouvettes n° 4 - Mortier. Contraintes de rupture par compression.

les dimensions indiquées pour les grains étant le diamètre des trous des passoirs correspondantes.

Cette composition correspond donc à la composition du mortier avec un élément plus gros.

La quantité d'eau était définie par le rapport $\frac{C}{E} = 2,43$, un peu supérieure à celle du mortier (2,315).

3.23 — Fabrication des épreuves.

Le malaxage du béton dure 5 minutes; il a été effectué à la pelle, toujours par le même ouvrier, dans une salle dont la température est restée égale à $19^\circ \pm 1^\circ$.

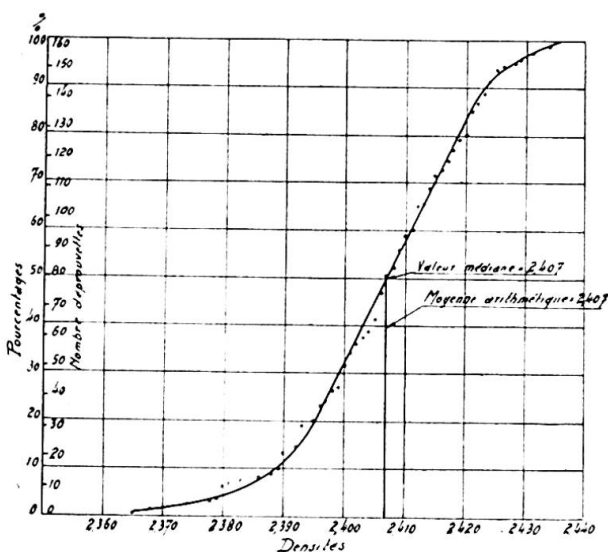


Fig. 19. Eprouvettes n° 2 - Béton. Densités.

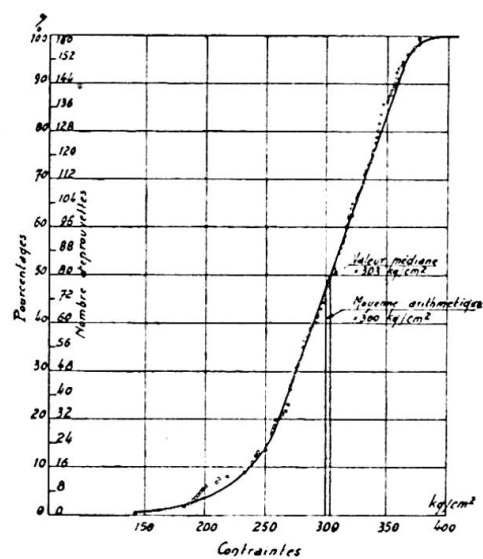


Fig. 20. Eprouvettes n° 2 - Béton. Contraintes de rupture par compression.

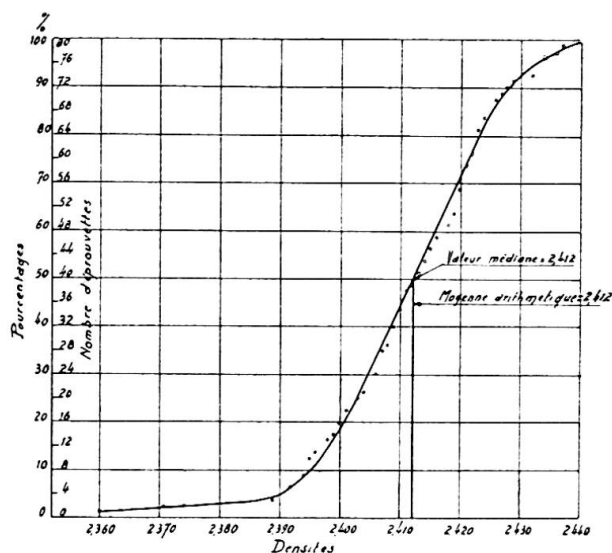


Fig. 21. Epreuves n° 3 - Béton. Densités.

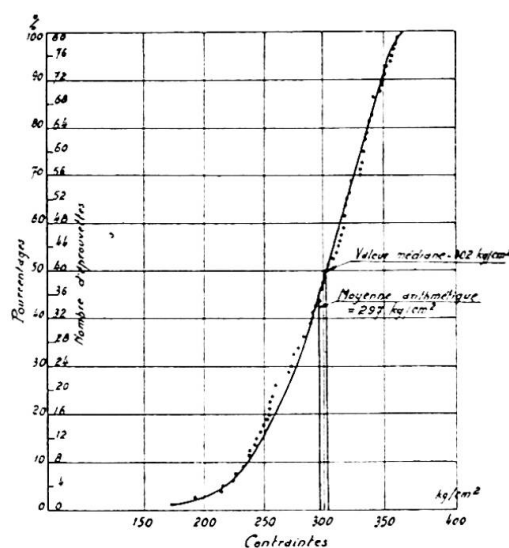


Fig. 22. Epreuves n° 3 - Béton. Contraintes de rupture par compression.

La mise en place dans les moules a été effectuée par vibration à l'aide des dispositifs déjà utilisés pour la fabrication des éprouvettes de mortier; les durées de vibration ont été de :

- 4 minutes pour les éprouvettes du type n° 2 (volume total 4 800 cm³);
- 4 minutes pour les éprouvettes du type n° 3 (volume total 4 800 cm³);
- 8 minutes pour les éprouvettes du type n° 4 (volume total 12 900 cm³),

la finition s'est montrée un peu plus délicate en raison de la présence d'éléments plus gros.

3.3 — Mesures et essais sur les éprouvettes de béton

3.31 — Techniques de mesure et d'essai.

Les techniques utilisées pour les mesures et les essais des éprouvettes de béton sont les mêmes que celles utilisées pour les éprouvettes de mortier et elles ne donnent lieu à aucune observation particulière.

3.32 — Résultats.

Les résultats obtenus sont présentés, sous la forme déjà utilisée pour

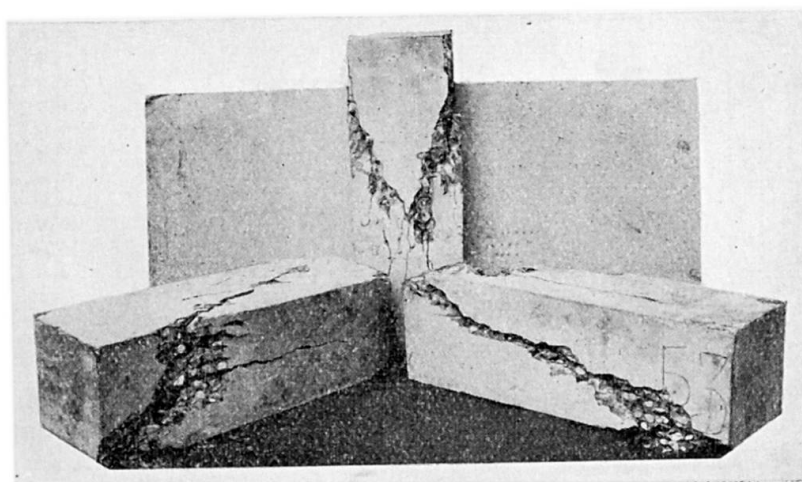


Fig. 23. Epreuves n° 4, de béton, rompues par compression.

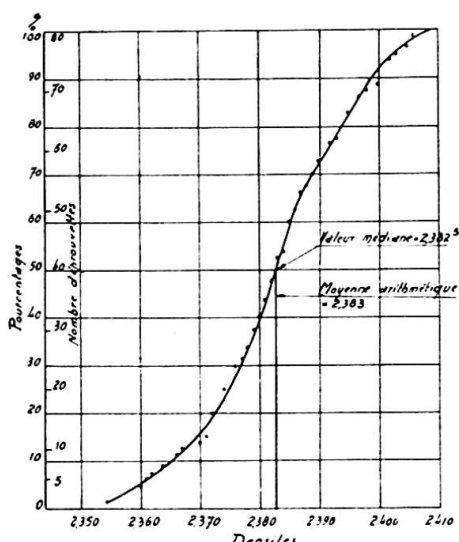
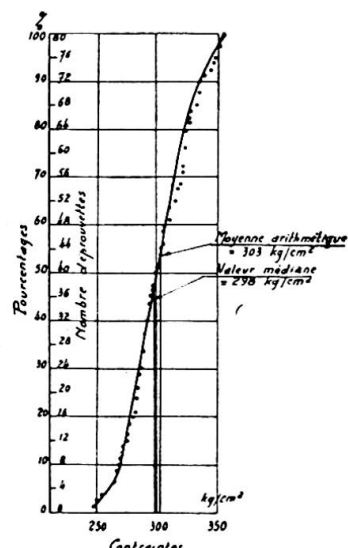


Fig. 24 (à gauche).
Echantillons n° 4 - Béton.
Densités.

Fig. 25 (à droite).
Echantillons n° 4 - Béton.
Contraintes de rupture par compression.



la présentation des résultats obtenus sur les échantillons de mortier, par les tableaux et figures ci-après :

Echantillons type n° 2 — Béton

Fig. 19. — Courbe de répartition des densités.

Fig. 20. — Courbe de répartition des contraintes de rupture par compression.

Echantillons type n° 3 — Béton

Fig. 21. — Courbe de répartition des densités.

Fig. 22. — Courbe de répartition des contraintes de rupture par compression.

Echantillons type n° 4 — Béton

Fig. 23. — Photographie d'échantillons rompus par compression.

Fig. 24. — Courbe de répartition des densités.

Fig. 25. — Courbe de répartition des contraintes de rupture par compression.

4 — Examen des résultats

L'ensemble des résultats obtenus donne lieu aux observations suivantes.

4.1 — Nombre des échantillons essayés

Les essais ont porté, rappelons-le pour le mortier, sur 953 échantillons du type n° 1, sur 160 échantillons du type n° 2, sur 80 échantillons du type n° 3 et sur 80 échantillons du type n° 4; pour le béton, sur 160 échantillons du type n° 2, sur 80 échantillons du type

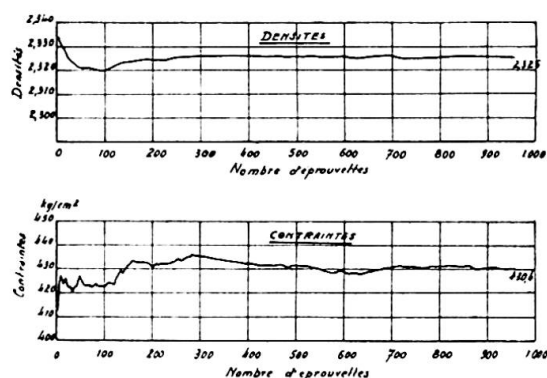


Fig. 26. Evolution des moyennes arithmétiques au cours de l'expérimentation.

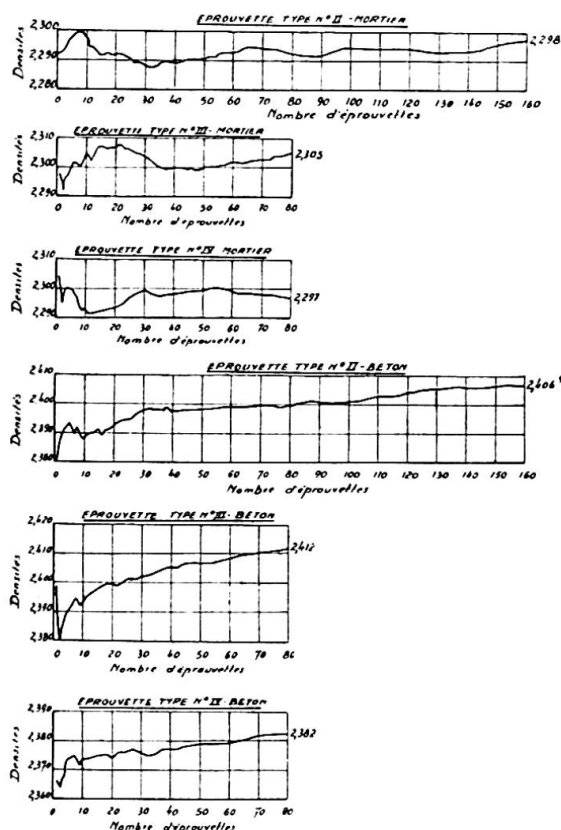


Fig. 27. Evolution des moyennes (densités) au cours de l'expérimentation.

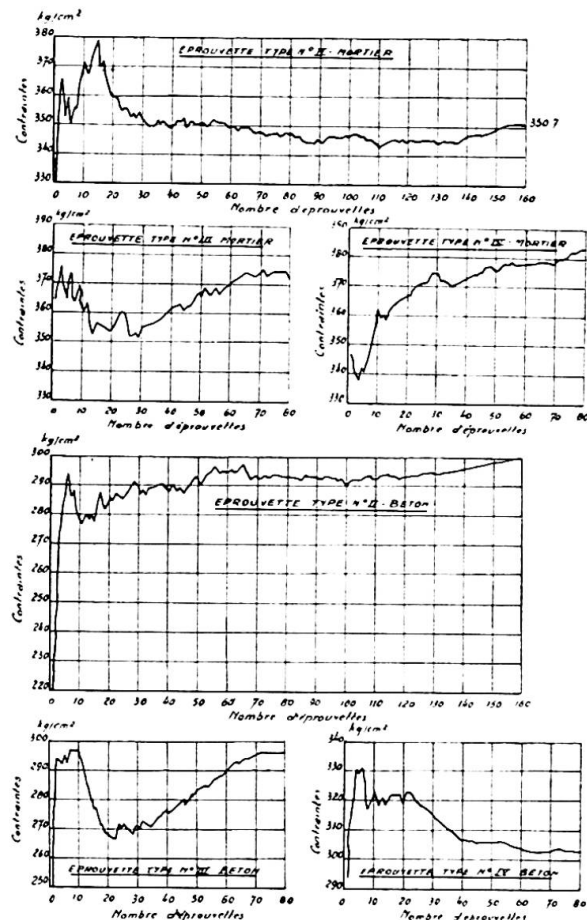


Fig. 28. Evolution des moyennes (contraintes de rupture par compression) au cours de l'expérimentation.

n° 3 et sur 80 éprouvettes du type n° 4. Le simple aspect des courbes de répartition montre, comme on pouvait s'y attendre, une régularité d'autant meilleure, en général, que la série est plus nombreuse. On peut se demander, toutefois, quel intérêt il y a à choisir un nombre plutôt qu'un autre, si 900 éprouvettes sont utiles ou nécessaires ou si l'on peut se contenter d'opérer sur 160 éprouvettes, sur 80 ou même sur un nombre d'éprouvettes inférieur.

Nous avons, pour répondre à cette question, établi les courbes des figures 26, 27 et 28 qui représentent l'évolution de la moyenne arithmétique des diverses caractéristiques mesurées au fur et à mesure du développement de l'expérimentation. La première courbe de la figure 26, par exemple, représente, en ordonnée, la valeur de la densité moyenne de l'ensemble des éprouvettes, rangées dans leur ordre de fabrication, depuis l'origine de la série jusqu'à l'éprouvette dont le numéro est porté en abscisse.

Les courbes des figures 27 et 28 ont toutes été faites avec la même échelle pour les abscisses (1 mm pour 1 éprouvette) pour faciliter les comparaisons; on a dû, par contre, adopter une échelle plus réduite (1 mm pour 5 éprouvettes) pour les éprouvettes n° 1 beaucoup plus nombreuses (fig. 26).

Sur toutes ces courbes on voit apparaître une sorte de stabilisation plus ou moins parfaite lorsque le nombre d'éprouvettes essayées croît, mais le degré de cette stabilisation est très variable selon les cas et selon le nombre des éprouvettes. La première courbe de la figure 26, relative aux densités des éprouvettes n° 1 par exemple, montre un début de stabilisation à partir de 150 éprouvettes et une stabilisation remarquable à partir de 250 éprouvettes. La deuxième courbe de la figure 26, relative aux contraintes de rupture par compression des éprouvettes n° 1 montre, par contre, qu'il faut environ 400 éprouvettes pour obtenir une stabilisation à environ 1 % près; 150 éprouvettes donnent des oscillations dont l'amplitude est de l'ordre de 3 %. Les courbes des figures 27 et 28 montrent que la stabilisation n'a pas été pratiquement atteinte; les courbes affectent, assez souvent, une allure croissante qui semble indiquer une adaptation de l'opérateur et une amélioration de la technique de fabrication; les courbes d'allure descendante, par contre, font penser soit à une fatigue de l'opérateur soit à une détérioration des moules.

Cette expérimentation fixe au moins, pensons-nous, des ordres de grandeur certains, lorsqu'il s'agit d'éprouvettes de mortier ou de béton faites à la main; c'est 350 ou 400 éprouvettes qu'il faut essayer, en opérant avec beaucoup de soin, si l'on veut obtenir une moyenne définie à environ 1 % près. Quant aux essais tels qu'ils sont ordinairement pratiqués sur 5 ou 6 éprouvettes et qui donnent la moyenne de 5 ou 6 valeurs prises, au hasard, dans une série de valeurs qui varient fréquemment, pour les contraintes, du simple au double, on voit quel est le peu de précision qu'ils offrent et le peu de confiance qu'il faut leur accorder. Le très grand intérêt d'une fabrication d'éprouvettes entièrement automatique serait de réduire vraisemblablement d'une façon importante le nombre des éprouvettes nécessaires pour obtenir la même précision.

4.2 — Comparaison des résultats

Les résultats indiqués successivement pour les différentes séries d'éprouvettes essayées ont été rapprochés, pour faciliter les comparaisons dans les deux tableaux n° 29 et n° 30 que nous allons successivement examiner.

4.21 — Dimensions et poids.

Le tableau n° 29 indique la valeur moyenne et les écarts (maximum et moyen, absolu et relatif) des dimensions et du poids des différents types d'éprouvettes en mortier et en béton : a et b désignent les dimensions de la section carrée; h est la grande dimension, ou la hauteur; a représente la profondeur du moule, c'est-à-dire la distance entre le fond et le couvercle; b représente la distance entre les parois verticales du moule. On voit que la cote a , nominalement égale à la cote b , est, en fait, toujours supérieure à b et qu'elle présente des écarts, moyens et maximums toujours supérieurs à ceux de b ; cela tient au fait qu'il est nécessaire d'enlever le premier couvercle perforé pour procéder à une finition et à un arasement des éprouvettes avant de mettre en place le couvercle plein; il est alors inévitable que quelques éléments fins du mortier restent entre la partie inférieure du moule et le couvercle plein.

Encore qu'il ne soit pas aussi précis que nous l'aurions désiré, le moule des éprouvettes n° 1 apparaît comme sensiblement plus précis que les autres; ce moule a été, en effet, construit par un atelier spécialisé et tous

Types d'éprouvettes	C O T E a					C O T E b				
	Moyenne mm	Écart moyen		Écart maximum		Moyenne mm	Écart moyen		Écart maximum	
		Absolu	Relatif %	Absolu	Relatif %		Absolu	Relatif %	Absolu	Relatif %
MORTIER										
I	32,20	0,12	0,4	1,03	3,0	31,74	0,03	0,1	0,58	2,0
II	73,80	0,48	0,7	1,60	2,0	71,40	0,24	0,3	1,20	1,7
III	73,80	0,43	0,6	2,00	2,7	71,30	0,21	0,3	0,85	1,2
IV	161,45	0,68	0,4	2,15	1,3	159,10	0,40	0,3	2,30	1,4
BÉTON										
II	73,70	0,75	1,0	2,60	3,5	71,70	0,40	0,5	1,40	2,0
III	73,70	0,46	0,6	1,90	2,6	71,70	0,40	0,5	1,30	1,7
IV	160,80	0,80	0,5	3,70	2,3	159,00	0,36	0,2	0,70	0,4

les éléments en ont été fraisés tandis que les autres moules ont été construits par le laboratoire à l'aide de plats ou de profilés bruts de laminage.

En ce qui concerne les poids, on note, aussi bien pour le mortier que pour le béton, que les écarts absolus croissent de l'éprouvette n° 2 à l'éprouvette n° 3 et à l'éprouvette n° 4 mais que les écarts relatifs diminuent.

4.22 — Densités.

Le tableau fait apparaître une densité un peu plus forte pour les éprouvettes du type n° 1 et un peu plus faible pour les éprouvettes n° 4, mais il n'y a pas lieu d'insister beaucoup sur ce fait, l'écart des valeurs moyennes entre elles restant inférieur à 1 %.

L'écart moyen quadratique, de même que l'écart moyen arithmétique, décroît de l'éprouvette n° 2 à l'éprouvette n° 3 et à l'éprouvette n° 4; il en est de même pour les écarts maximums sauf pour un cas (écart maximum négatif de l'éprouvette de béton n° 3).

L'éprouvette du type n° 1 accuse des écarts faibles comparativement aux autres types d'éprouvettes en mortier alors qu'elle devrait, théoriquement, si les conditions de fabrication de tous les types d'éprouvettes avaient été identiques, présenter une dispersion plus grande. Nous pensons que l'opérateur, qui avait une longue pratique de ce type d'éprouvette, s'est trouvé incité — tout à fait inconsciemment d'ailleurs — à en soigner la fabrication. Il convient de noter, par ailleurs, que le moulage simultané de 24 éprouvettes qui se trouvent avoir ainsi la même histoire est un élément de régularité qui disparaît lorsque les éprouvettes ne sont plus moulées que par 4, par 2 ou individuellement.

C O T E <i>h</i>					P O I D S				
Moyenne mm	Écart moyen		Écart max.		Moyenne kg	Écart moyen		Écart max.	
	Absolu	Relatif %	Absolu	Relatif %		Absolu	Relatif %	Absolu	Rel. %
90,25	0,40	0,4	0,57	0,6	0,2146	0,001	0,5	0,006	3,0
223,60	0,78	0,35	2,10	0,9	2,708	0,04	1,3	0,14	5,6
454,90	0,40	0,1	1,20	0,3	5,511	0,05	1,0	0,18	3,3
501,40	0,30	0,1	1,00	0,2	29,6	0,17	0,5	0,50	2,0
223,70	0,79	0,3	2,50	1,1	2,844	0,03	1,0	0,12	4,2
454,60	0,60	0,1	2,10	0,5	5,790	0,04	0,7	0,19	3,4
501,40	0,33	0,1	0,90	0,2	30,5	0,14	0,5	0,60	2,0

FIG. 29. *Tableau des mesures des dimensions et des poids des différents types d'éprouvettes et de leurs écarts.*

4.23 — Contraintes.

Si nous considérons les valeurs médianes des éprouvettes de béton, nous observons, de l'éprouvette n° 2 à l'éprouvette n° 3 et à l'éprouvette n° 4, une décroissance faible mais tout de même assez nette. Ce résultat ne s'observe pas, notons-le tout de suite, si l'on considère les moyennes arithmétiques.

Le résultat est plus marqué si l'on considère les écarts; l'écart moyen relatif diminue assez peu, de 13 % à 12 %, de l'éprouvette n° 2 à l'éprouvette n° 3, mais il diminue notablement, de 12 % à 7 % de l'éprouvette n° 3 à l'éprouvette n° 4. Les écarts maximums font apparaître une variation non exactement semblable mais analogue.

Les variations de l'écart moyen observées sur les éprouvettes de mortier sont extrêmement voisines des variations observées sur les éprouvettes de béton et l'on peut en déduire, semble-t-il, que les différences de section influent davantage que les différences de hauteur sur la résistance à la compression.

Par contre les variations de résistance moyenne des éprouvettes en mortier sont nettement aberrantes, qu'il s'agisse des moyennes arithmétiques ou des valeurs médianes; les éprouvettes n° 1 donnent une résistance anormalement élevée alors que les éprouvettes n° 2 donnent une résistance anormalement basse. Quant aux éprouvettes n° 3 et n° 4, elles donnent des résistances moyennes peu différentes mais qui ne sont pas dans l'ordre auquel on devrait s'attendre.

Les éprouvettes n° 1 de mortier présentent, par ailleurs, un écart moyen relatif très faible (7 %) et des écarts maximums qui sont également faibles, relativement du moins.

Ces diverses anomalies résultent évidemment des techniques opéra-

Type d'éprouvettes	Dimensions $S \times h$	Nombre d'éprouvettes	Nature	Valeurs de la densité		
				Moyenne arithmétique	Valeur médiane	
					Dans le tableau	Sur la courbe
	cm ² cm					
1	10 × 9	953	Mortier	2,325	2,325	2,325
2	50 × 2,23	160	Mortier	2,298	2,2974	2,298
3	50 × 45	80	Mortier	2,305	2,3062	2,305
4	250 × 50	80	Mortier	2,297	2,297	2,2965
2	50 × 223	160	Béton	2,407	2,407	2,407
3	50 × 223	80	Béton	2,412	2,4125	2,412
4	250 × 50	80	Béton	2,383	2,3825	2,3825

toires qui n'ont pas été identiques dans tous les cas et, surtout, du matériel de moulage qui était différent d'un type d'éprouvette à l'autre. Il y a là un fait expérimental regrettable mais que nous devons constater.

C'est ainsi que les moyennes élevées et les faibles écarts obtenus avec l'éprouvette n° 1 résultent certainement :

- D'un moule plus précis;
- D'une technique opératoire particulièrement soignée;
- D'un groupement des éprouvettes par série de 24.

Les moyennes basses des éprouvettes de mortier type n° 2 sont particulièrement décevantes; elles sont dues, vraisemblablement, à une imperfection du moule qui comportait de petites cloisons intermédiaires dont l'enlèvement a permis de faire les éprouvettes n° 3; or ces cloisons étaient, primitivement, d'un dimensionnement insuffisant et elles étaient maintenues en place d'une façon imparfaite; il a pu en résulter un défaut de perpendicularité de l'une des faces terminales sur l'axe de l'éprouvette et un tel défaut peut aisément entraîner une chute de résistance à la compression de l'ordre de 15 %. Une amélioration du moule réalisée après la fabrication des éprouvettes de mortier paraît avoir été efficace car les éprouvettes de béton du type n° 2 ne présentent pas la même anomalie.

On aurait dû, sans doute, sans cette imperfection du moule, trouver une valeur moyenne d'environ 400 kg/cm² au lieu de 350 ou 360; l'erreur est donc systématique et considérable.

Il est intéressant de noter que, pour le béton, les éprouvettes n° 2 présentent un écart maximum négatif supérieur à trois fois l'écart moyen quadratique, tandis que les éprouvettes n° 4 présentent un écart maximum négatif à peine supérieur à deux fois l'écart moyen quadratique.

Ecart						
Ecart quadra- tique	Ecart moyen		Ecart maximum			
	Absolu	Relatif	Positif		Négatif	
			Absolu	Relatif	Absolu	Relatif
		%		%		%
0,010	0,008	0,3	0,037	1,6	0,039	1,7
0,020	0,016	0,7	0,046	2	0,037	1,6
0,015	0,012	0,5	0,032	1,4	0,036	1,6
0,013	0,010	0,4	0,035	1,5	0,028	1,2
0,014	0,012	0,5	0,042	1,7	0,029	1,2
0,014	0,011	0,4	0,029	1,2	0,052	2,2
0,012	0,010	0,4	0,026	1,1	0,029	1,2

FIG. 30. DENSITÉS.

*Tableau récapitulatif
des moyennes des
résultats et des écarts.*

4.3 — Ajustement des courbes de répartition

On est naturellement conduit à se demander si les courbes de répartition des résultats obtenus, pour les densités et pour les contraintes, peuvent être ajustés d'une façon satisfaisante par une fonction analytique et, notamment, par une fonction de Laplace-Gauss.

Un tel ajustement est possible — les courbes de fréquences cumulées qui ont été données le montrent à l'évidence — d'une façon extrêmement satisfaisante dès que l'on opère sur 300 ou 400 éprouvettes ou plus, si l'on considère la partie centrale de la courbe et même l'extrémité de la courbe correspondant aux valeurs supérieures à la moyenne. Par contre l'ajustement devient généralement mauvais pour la partie basse des courbes, celle qui correspond aux valeurs très inférieures à la moyenne et qui sont justement celles qui sont susceptibles de compromettre la sécurité d'un ouvrage; presque toutes les courbes de répartition présentent, en effet, quelques résultats anormalement faibles, en nombre assez petit mais tout de même supérieur à ce que devrait donner une répartition normale.

Nous pensons donc qu'il convient de n'aborder qu'avec beaucoup de prudence les spéculations mathématiques auxquelles on peut être tenté de se livrer en supposant que les résultats se répartissent suivant une loi de Laplace-Gauss; les résultats de tels calculs appellent d'évidentes réserves.

Il faut cependant bien les entreprendre, ces calculs, si l'on veut extrapoler quelque peu les résultats de l'expérimentation faite au laboratoire et si l'on veut estimer, au moins d'une manière approchée, quelle est la caractéristique de probabilité 10^{-6} par exemple, en ne faisant que quelques dizaines ou, au plus, quelques centaines d'essais. Un résultat approxima-

FIG. 31. *Tableau des écarts moyens positif et négatif des contraintes de rupture.*

Type d'éprouvette	Contrainte moyenne en k/cm²	Nombre total d'éprouvettes	Ecart moyen total		Ecart moyen positif			Ecart moyen négatif		
			Absolu en k/cm²	Relatif en %	Nombre d'éprouvettes	Absolu en k/cm²	Relatif en %	Nombre d'éprouvettes	Absolu en k/cm²	Relatif en %
Mortier										
N° I	430	953	31	7	497	29,6	6,9	447	34,1	7,9
II	351	160	43	12	86	41,4	11,8	74	48,1	13,7
III	373	80	41	11	42	38,6	10,4	37	43,4	11,6
IV	383	80	25	6,5	37	27,1	7	41	24,3	6,3
Béton										
N° II	300	160	40	13	86	36	12	72	44,1	14,8
III	297	80	37	12	43	35,1	11,8	36	40,8	12,1
IV	303	80	22	7	36	23,4	7,7	43	20,7	6,8

tif vaut évidemment moins qu'un résultat précis, mais il vaut encore mieux que pas de résultat du tout.

5 - Utilisation des résultats

5.1 — Détermination des caractéristiques d'une pièce de grandes dimensions

Quoique notre expérimentation ne soit pas aussi concluante que nous l'aurions souhaité, elle montre cependant que les caractéristiques mécaniques d'une pièce de grandes dimensions ne doivent pas être identiques à celles qui sont relevées sur des éprouvettes de petites dimensions et qu'elles doivent être obtenues par extrapolation des valeurs obtenues sur des types d'éprouvettes de dimensions croissantes, tant en ce qui concerne les valeurs moyennes que les écarts. Nos résultats ne permettent guère une extrapolation de ce genre en raison des diverses imperfections que nous avons signalées mais ils indiquent du moins dans quelles conditions devrait être, désormais, entreprise une expérimentation satisfaisante. Cette expérimentation devrait notamment s'attacher à obtenir des conditions de fabrication étroitement semblables pour les différents types d'éprouvettes, malgré des différences de dimensions qui devraient être cependant assez importantes.

Alors que les éprouvettes de béton ont donné des résistances à la compression de l'ordre de 300 kg/cm^2 il est possible qu'une pièce de grandes dimensions ne présente plus qu'une résistance moyenne de l'ordre de 280 kg/cm^2 , mais avec un écart moyen qui s'abaisserait peut-être à 5 %.

Nous ne pouvons, au terme de cette première expérimentation, donner qu'une indication.

5.2 — Détermination d'une limite de sécurité

Admettant que nous ayons déterminé, pour l'élément d'ouvrage de grandes dimensions que nous avons à considérer, une résistance définie par une valeur moyenne et un écart moyen probables, comment pouvons-nous déterminer la contrainte limite de sécurité à ne pas dépasser ?

La méthode théorique consisterait :

- 1° A fixer le risque de ruine accepté, 10^{-5} ou 10^{-6} par exemple;
- 2° A calculer la contrainte qui correspond à un tel risque, en admettant que les valeurs possibles de la résistance considérée s'ajustent par une loi de Laplace-Gauss.

On serait de la sorte conduit à admettre comme limite de sécurité la valeur moyenne diminuée environ, de 4 ou 5 fois l'écart moyen.

On peut discuter le choix d'un risque de 10^{-5} ou 10^{-6} ; on peut, d'autre part, formuler à l'égard de la méthode de calcul sus-indiquée des réserves sur lesquelles nous avons déjà attiré l'attention.

On peut dès lors tout aussi bien, pensons-nous, admettre intuitivement que la limite de sécurité peut se définir par la valeur moyenne diminuée d'un certain nombre de fois l'écart moyen (écart arithmétique ou quadratique), ce qui paraît assez raisonnable, et discuter simplement sur ce nombre.

Le choix paraît devoir se circonscrire entre 4, 5 ou 6 fois un écart qui paraît devoir être lui-même de l'ordre de 4 %, 5 % ou 6 % pour les pièces de grandes dimensions; en sorte que pour une résistance moyenne de 280 kg/cm² on serait conduit à adopter une limite de sécurité qui pourrait varier de 180 kg/cm² à 235 kg/cm², chiffres très supérieurs aux limites ordinairement admises.

Par contre, pour des pièces de faibles dimensions, pour des voiles minces par exemple, dont l'épaisseur s'abaisse parfois à quelques centimètres, la prise en compte d'un écart moyen de 15 % ne laisserait plus, avec une valeur moyenne de 300 kg/cm² qu'une limite de sécurité de :

- 120 kg (valeur moyenne diminuée de 4 fois l'écart moyen);
- 75 kg (valeur moyenne diminuée de 5 fois l'écart moyen);
- 30 kg (valeur moyenne diminuée de 6 fois l'écart moyen),

chiffres qui deviennent ainsi notablement inférieurs aux limites ordinairement admises.

Une variante consisterait à considérer non pas l'écart moyen de l'ensemble des valeurs observées mais l'écart moyen calculé seulement sur les valeurs inférieures à la moyenne arithmétique ou à la médiane, ce qui conduirait à une limite de sécurité plus sévère mais, en somme, très défendable. On pourrait même, allant plus loin dans cette voie, considérer l'écart moyen des n valeurs les plus basses ($n = 10$ % ou 20 %) sauf à diminuer corrélativement le coefficient multiplicateur de cet écart.

Quelle que soit la méthode adoptée, l'application de ces vues théoriques mettrait en évidence et concrétiserait, en quelque sorte, l'intérêt qu'il y a à réaliser un matériau homogène présentant une faible dispersion.

6 - Conclusions

De l'ensemble de l'expérimentation qui vient d'être exposée on peut, pensons-nous, dégager les conclusions suivantes; certaines de ces conclusions ont déjà été formulées plusieurs fois, peut-être n'est-il pas inutile de les formuler une fois de plus.

6.1 — Les résultats d'essais sur éprouvettes de mortier et sur éprouvettes de béton dépendent d'une façon importante — fâcheusement importante — des techniques de fabrication des dites éprouvettes. Il en résulte :

6.12 — Que les essais destinés au contrôle de la qualité des ciments doivent être faits selon des techniques extrêmement précises, toujours identiques à elle-mêmes et qu'il serait très désirable de rendre entièrement automatiques;

6.13 — Que les essais destinés au contrôle de la qualité d'un béton doivent être effectués à l'aide de prélèvements faits à l'improviste dans les gâchées du chantier.

6.2 — Les essais doivent être plus nombreux qu'on ne l'estime ordinairement si l'on veut obtenir des résultats ayant quelque précision. Lorsqu'on effectue, par exemple, des essais de résistance à la compression de mortier ou de bétons il importe de se rappeler qu'on obtient normalement des résultats qui varient du simple au double, même en prenant les plus grandes précautions pour opérer dans des conditions aussi identiques que possibles.

6.21 — Une expérimentation soignée doit s'attacher à déterminer non seulement une valeur moyenne mais à caractériser la dispersion des résultats obtenus, par le calcul de l'écart moyen et des écarts maximums positif et négatif.

6.22 — La régularité de la qualité d'un béton (faible dispersion de sa résistance) est une qualité aussi importante que sa valeur moyenne.

6.3 — Les caractéristiques observées sur un type d'éprouvette dépendent de ses dimensions; en règle générale, la valeur moyenne de la résistance à la compression, par exemple, diminue lorsque les dimensions de l'éprouvette augmentent, toutes choses restant égales par ailleurs; la dispersion diminue également, d'une façon appréciable, lorsque les dimensions du type d'éprouvette utilisé augmentent.

6.31 — A moins de faire des essais sur pièce en vraie grandeur, ce n'est donc que par extrapolation qu'on peut estimer la résistance d'une pièce de grandes dimensions à l'aide des résultats obtenus sur des éprouvettes de dimensions sensiblement moindres.

6.4 — Ayant ainsi déterminé, par interpolation ou par extrapolation, pour la pièce à construire, une valeur moyenne probable et un écart moyen probable de la résistance, on peut alors déterminer une limite de sécurité égale à cette valeur moyenne diminuée d'un certain nombre de fois l'écart moyen.

Cette manière de procéder paraît plus rationnelle et plus précise que celle qui consiste à adopter un coefficient de sécurité global purement empirique.

L'expérimentation dont les résultats viennent d'être exposés a été conduite, sous notre direction, au Laboratoire des Ponts et Chaussées, par M. Vironnaud, Ingénieur des Travaux publics de l'Etat, Chef de Section, et ses collaborateurs à qui nous sommes heureux d'adresser tous nos remerciements pour le travail extrêmement important qu'ils ont exécuté dans un temps relativement court.

Nous adressons enfin tous nos remerciements à la Chambre syndicale des Constructeurs en Béton et en Béton armé dont la subvention nous a aidé à résoudre quelques difficultés matérielles et à mener nos recherches à bonne fin.

Résumé

Nous avons indiqué dans notre *Rapport introductif sur la Sécurité des Constructions* ⁽³⁾ que la détermination rationnelle d'un coefficient de sécurité exigeait que l'on tienne compte :

D'une part, de la dispersion des résultats d'essais des matériaux;

D'autre part, de la dimension des éprouvettes sur lesquelles les essais ont été effectués.

Les expériences dont les résultats sont exposés dans le présent rapport illustrent ces deux observations et montrent l'intérêt qu'il y a :

1° A procéder à des essais suffisamment nombreux;

2° A procéder à des essais sur des éprouvettes de dimensions différentes.

La conclusion pratique de ces expériences est que les coefficients de sécurité traditionnels sont probablement inutilement élevés pour les pièces de grandes dimensions tandis qu'il se pourrait bien qu'ils soient parfois insuffisants pour les pièces de faible épaisseur.

Zusammenfassung

Wir haben in unserem *Einführungsbericht über die Sicherheit der Bauwerke* ⁽⁴⁾ gezeigt, dass bei der rationellen Bestimmung eines Sicherheitskoeffizienten auf folgende Punkte besondere Rücksicht genommen werden muss :

Einerseits auf die Streuung der Versuchsergebnisse bei der Materialprüfung;

Andererseits auf die Abmessungen der Probekörper, an welchen die Versuche durchgeführt werden.

Die Versuche, deren Ergebnisse in diesem Beitrag beschrieben werden, beleuchten diese beiden Beobachtungen und zeigen, wie wichtig es ist, dass

1. Eine genügend grosse Anzahl von Versuchen vorgenommen wird;

2. Versuche an Probekörpern mit verschiedenen Abmessungen durchgeführt werden.

Es kann aus diesen Untersuchungen der Schluss gezogen werden, dass

⁽³⁾ Publication Préliminaire, V a 1, p. 571.

⁽⁴⁾ Vorbericht, V a 1, S. 571.

die üblichen Sicherheitskoeffizienten möglicherweise, für Bauteile mit grossen Abmessungen unnötig erhöht wurden, während umgekehrt die Möglichkeit besteht, dass sie oft ungenügend für solche von geringer Stärke sind.

Summary

As stated in our *Introductory Report on Safety of Structures* ⁽⁵⁾ for the rational determination of a safety factor it must be taken into account :

On the one hand the dispersion of results of testing materials;

On the other hand the size of the specimens.

Investigations, whose results are given in this report confirm these observations and prove that it is of interest :

1. To make enough tests;

2. To make tests on specimens of various size.

The practical conclusion of these investigations is that the traditional safety factors are probably uselessly high for great size pieces, while they may be insufficient for thin pieces.

⁽⁵⁾ *Preliminary Publication*, V a 1, p. 571.

V-4

Notes sur le coefficient de sécurité

Bemerkungen zum Sicherheitskoeffizient

Notes on safety factor

PROF. E. TORROJA

Directeur du Laboratoire central de Ensayo de Materiales de Construcción,
Madrid

Ce mémoire a pour but d'indiquer brièvement les idées fondamentales qui servent de base pour une étude sur la détermination du coefficient de sécurité et qu'on développe à l'Institut technique de la Construction à Madrid; les premiers résultats seront publiés prochainement.

Comme M. le professeur Campus l'a dit dans son exposé, le nombre de variables à envisager est si grand et la nature de ces variables est tellement hétérogène que le procédé à envisager pour arriver à des résultats concrets par des moyens simples, logiques ou mathématiques est difficile à concevoir.

Actuellement, ce problème n'est résolu que partiellement, et je me propose de donner ci-après quelques idées sans entrer dans tous ses détails et variantes.

Lorsqu'il se présente, dans la vie, un danger, on accepte un risque proportionnel à l'intérêt qu'on compte recueillir.

Il semble logique et juste d'accepter la même considération pour une construction, qui a un coût, une probabilité d'écroulement et un bénéfice à rapporter. On doit faire l'étude économique en se basant sur le coût total de la construction, augmenté du produit de la probabilité d'écroulement par le coût de la reconstruction. Il faudra ajouter à ce dernier les frais d'indemnisation causés par l'écroulement, les pertes de revenus pendant la période de reconstruction, etc. Si ce coût total est rentable ou justifié, pour des raisons non économiques, l'œuvre à réaliser, on doit construire; dans le cas contraire, il faut y renoncer. En tout cas, du point de vue économique, raisons esthétiques, etc., non considérées, on doit choisir le projet et surtout le coefficient de sécurité C , de façon que le coût total soit minimum, c'est-à-dire

$$P + p(P' + D) = f(C) = \text{minimum}$$

P étant le coût de la construction;

P' le coût probable de la reconstruction;

p la probabilité d'écroulement;

D le montant de l'indemnisation que peut occasionner l'écroulement.

On doit inclure dans ce montant les pertes humaines avec une valeur humanitaire et pas seulement économique.

La valeur de D peut en général être fixée approximativement d'avance. Les valeurs de P et P' , considérées généralement égales, varient en fonction de C , selon le type de construction ou élément dont il s'agit; mais on peut établir sa loi de variation approchée dans chaque cas. On peut prendre la probabilité p égale au produit des probabilités correspondantes aux différentes causes d'écroulement :

Surcharges différentes de celles prévues;
Tensions réelles, différentes de celles données par une théorie ou d'une méthode de calcul approchée;
Opérations de calcul erronées;
Exécution imparfaite;
Défauts des matériaux.

Si, pour chacun d'eux, on pouvait admettre la loi de Gauss, le problème serait relativement simple; tout reviendrait à établir les coefficients respectifs.

Malheureusement, on ne peut pas l'admettre pour tout, et le problème se complique; mais, en acceptant certaines simplifications, on obtient des résultats satisfaisants, c'est-à-dire des valeurs approchées des coefficients de sécurité différentes selon les cas, et qui peuvent servir de base pour établir une étude plus poussée.

Sans doute, le manque de statistiques d'une part, et la complexité du problème d'autre part, rendent la résolution exacte impossible; la solution exposée et même celle plus complète, qu'on prépare, n'ont d'autre but que celui d'ouvrir un chemin possible et, en tout cas, de constituer un premier jalon pour la discussion.

Mais, le principe étant admissible, on peut espérer que le résultat obtenu sera meilleur, si imparfait qu'il soit, que la solution actuelle qui consiste à fixer le coefficient de sécurité suivant les circonstances. Ce coefficient dépendra dans la plupart des cas, plus de l'humeur de l'ingénieur que des conditions objectives de la construction.

Résumé

Toute construction a un coût qui dépend du coefficient de sécurité C adopté et une probabilité d'écroulement p qui dépend également de ce coefficient C . En cas d'écroulement, il faudra envisager les frais de reconstruction P' augmentés des dommages et intérêts D . L'auteur propose de choisir le coefficient de sécurité rendant minimum la somme :

$$P + p(P' + D) .$$

Zusammenfassung

Jedes Bauwerk besitzt eine Kostensumme, welche vom angenommenen Sicherheitskoeffizient C und eine Einsturzwahrscheinlichkeit p , die auch vom erwähnten Koeffizient abhängt.

Im Falle eines Einsturzes muss mit den Wiederaufbaukosten P' und den Unkosten D infolge der verursachten Schäden gerechnet werden. Der Verfasser schlägt vor, als Sicherheitskoeffizient denjenigen anzunehmen, der in jedem Falle die kleinste Summe

$$P + p(P' + D)$$

ergibt.

Summary

The cost of a construction depends on the safety factor C adopted; the collapse probability p depends also on this factor.

In case of collapse on a structure, one must consider the reconstruction cost P' and the damages D . The author proposes to select the safety factor as to make a minimum the sum :

$$P + p(P' + D) .$$

Imprimerie G. THONE, Liège (Belgique)