

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 3 (1948)

Rubrik: Va: Safety of structures

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Val

Notions de probabilité dans l'étude de la sécurité des constructions ⁽¹⁾

Wahrscheinlichkeitsbegriffe in der Sicherheit der Bauwerke ⁽¹⁾

Notions of probability in the study of structures' safety ⁽¹⁾

FERNANDO VASCO COSTA

Laboratório de Engenharia Civil, Lisbonne

Introduction

On calcule généralement toutes les constructions comme s'il était possible de leur assurer une sécurité absolue. Cependant chaque élément d'une construction présente toujours une probabilité de ruine, si petite soit-elle, et apporte une contribution à la probabilité de ruine de cette construction. De même dans les cas où la probabilité de ruine d'une construction isolée peut paraître négligeable, elle ne le sera plus dès que l'on considère l'ensemble des constructions d'un même type, bâties dans une région ou dans un même pays. L'impossibilité d'assurer une sécurité absolue aux constructions entraîne une modification du dimensionnement de leurs éléments.

Il ne s'agit point d'une question académique; bien au contraire, la nouvelle conception entraînera des conséquences très importantes. Quelques exemples suffiront à montrer l'influence décisive sur la façon de projeter les ouvrages, du seul fait d'admettre que ces ouvrages ne sont pas absolument sûrs, mais qu'ils présentent toujours une probabilité de ruine, quoique très petite.

Premier exemple : Considérons deux charges égales suspendues chacune par six câbles de la manière représentée figure 1. D'après ce qui est reconnu actuellement, la sécurité est égale pour les deux types de suspensions. Cela serait bien vrai, si la résistance des câbles avait une valeur bien déterminée, bien connue, et s'ils offraient une sécurité absolue pour des charges inférieures à cette résistance. Si les câbles sont également tendus, la suspension *b* est, en effet, la plus sûre. Pour le comprendre, il suffit de raisonner sur ce qui arrive quand un des câbles casse. Pour la suspension *a* la charge tombe

⁽¹⁾ Ce mémoire constitue un résumé du rapport présenté au Congrès National du Génie civil qui s'est tenu au Portugal au mois de juin 1948.

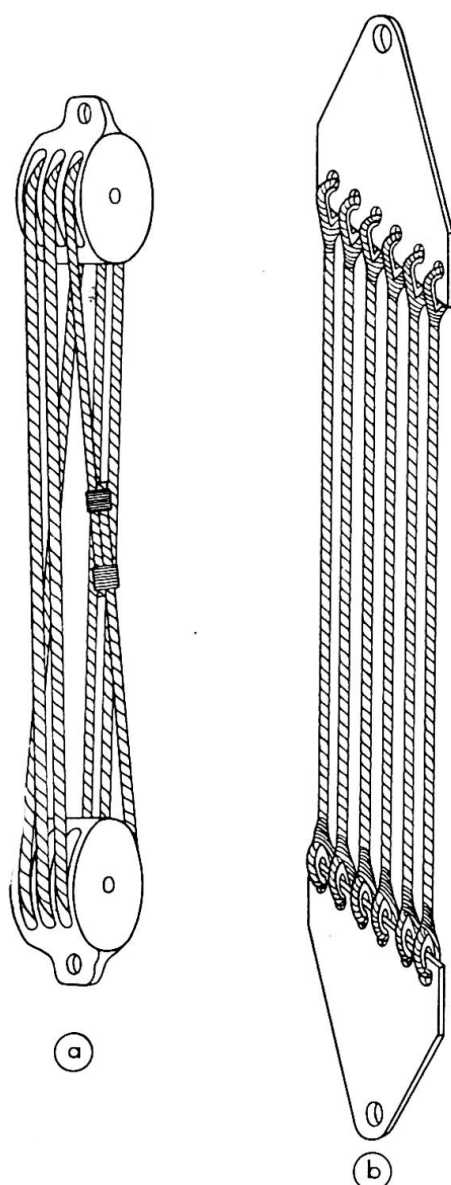
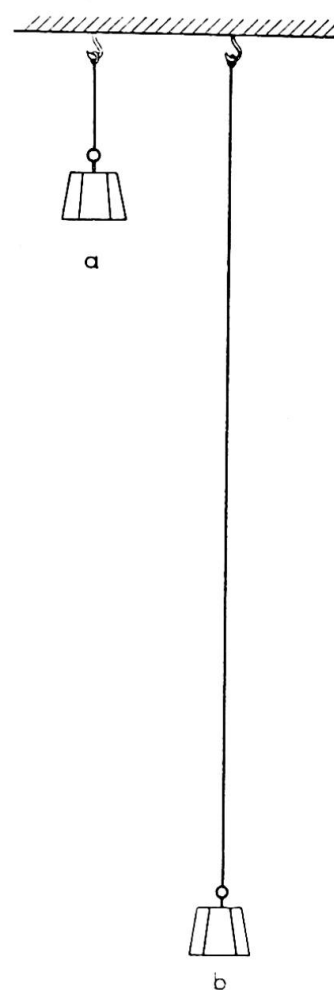


Fig. 1 (à gauche). Suspensions à câble sans fin (a) et à câbles parallèles indépendants (b).

Fig. 2 (à droite). Suspensions à câbles de différentes longueurs.



tout de suite. Pour la suspension *b* il se peut que la charge continue à être suspendue par d'autres câbles.

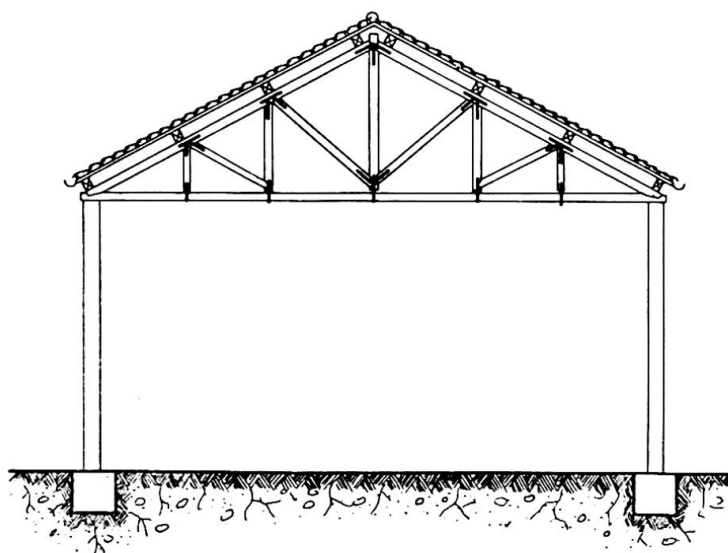
Nous avons tous déjà observé des cas analogues; par exemple, une roue de bicyclette roule quelques dizaines de kilomètres quoiqu'elle ait plusieurs rayons cassés et les autres surchargés. Il est étonnant qu'on ne soit pas accoutumé de raisonner sur des faits pareils.

En utilisant le calcul des probabilités et en renonçant à une sécurité absolue, il est possible de comparer la sécurité des suspensions *a* et *b*.

Deuxième exemple : C'est encore parce qu'on croit que le coefficient de sécurité nous protège d'une façon absolue contre les accidents, que l'on projette à présent les câbles et en général toutes les pièces tendues, en tenant uniquement compte de leur section transversale.

Considérons les deux suspensions de la figure 2 et admettons le poids des câbles négligeable vis-à-vis du poids des charges.

Fig. 3. Schéma d'une toiture de hangar comportant des colonnes, des fermes, des pannes, des chevrons et des tuiles.



Si la longueur du câble b est dix fois celle du câble a , il est à peu près dix fois plus probable que la rupture ait lieu à b plutôt qu'à a .

Troisième exemple : Une construction est considérée comme économique quand elle a le même coefficient de sécurité pour tous ses éléments.

Quelque séduisante que puisse être cette affirmation, elle ne correspond pas à la réalité. Elle n'y correspondrait que dans le cas où la sécurité serait absolue. Comme il n'existe pas de telle sécurité, il vaut mieux dire : une construction est bien projetée à un prix donné quand elle casse ou est mise hors service de la façon la moins nuisible. Suivant ce point de vue, il faut varier le coefficient de sécurité d'accord avec les conséquences de la rupture. Envisageons le cas de la toiture de la figure 3, comportant des chevrons supportant les tuiles, des pannes supportant les chevrons, des fermes supportant les pannes et des colonnes supportant les fermes.

Si l'on veut réduire la probabilité des accidents graves aux dépens de celle des accidents moins graves, on doit, en admettant que la charge due au vent a une valeur bien connue, augmenter le coefficient de sécurité quand on va des tuiles aux lattes, des lattes aux chevrons, des chevrons aux pannes, des pannes aux fermes et des fermes aux colonnes.

De cette façon, et sans que l'on emploie partout le même coefficient de sécurité, on réussira à obtenir des constructions qui se révèlent plus économiques en service.

Quatrième exemple : Pour deux ponts de même portée et destinés à supporter des charges égales les règlements actuels imposent des coefficients de sécurité égaux. Ils ne tiennent pas compte que le premier relie deux grandes villes et que l'autre se trouve dans une région solitaire presque sans circulation (fig. 4). Si le facteur de sécurité protégeait d'une manière efficace les deux ponts contre des accidents possibles, cette attitude pourrait être justifiée, mais comme on ne peut pas projeter avec une sécurité absolue, il est raisonnable de proportionner le coefficient de sécurité à l'importance du pont et de construire le pont a plus résistant que le pont b .

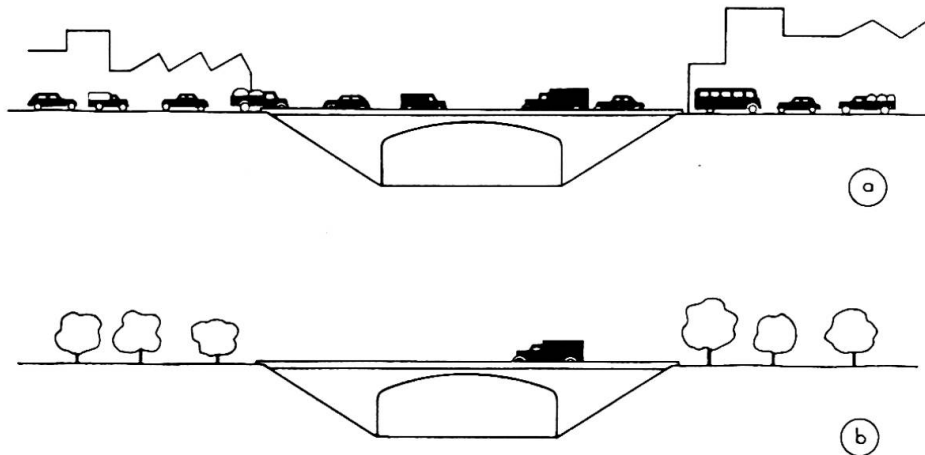


Fig. 4. Justification d'un coefficient de sécurité différent pour deux ponts égaux.

Influence de la longueur des éléments sur leur sécurité

On évalue d'habitude la sécurité des câbles, tirants, chaînes, etc., en fonction de leur section, et pas de leur longueur. Cela serait très correct pour des matériaux cassant toujours à des valeurs bien déterminées; une fois cette valeur atteinte, l'élément casserait quelle que fût sa longueur. Mais les matériaux qu'on utilise ont des propriétés changeant d'un point à l'autre. Les différents anneaux d'une chaîne, quoique de bonne fabrication, ont des résistances diverses. Quelques-uns cassent pour des valeurs des charges moindres que la moyenne; d'autres résistent beaucoup plus. La probabilité pour qu'on ait des anneaux de faible résistance sera d'autant plus grande que la chaîne sera plus longue. Par conséquent, les éléments les plus longs se comportent comme s'ils étaient les plus faibles.

L'influence de la longueur sur la résistance des éléments de la construction a été déjà étudiée par plusieurs auteurs ⁽²⁾. Notre but est d'établir un principe qui permettra une utilisation facile de ce que l'on connaît déjà à ce sujet.

Soit p la probabilité de rupture d'un anneau d'une chaîne soumise à une certaine charge. Cette probabilité est mesurée par le rapport entre le nombre des anneaux qui sont cassés jusqu'à ce que cette charge a été atteinte, et le nombre total des anneaux identiques essayés. La probabilité pour qu'un anneau résiste sera $(1 - p)$. Comme une chaîne ne supportera une charge que si tous ses anneaux résistent, la probabilité pour qu'une chaîne à n anneaux résiste sera donc :

$$Q = (1 - p)^n.$$

En développant cette expression, on aura

$$Q = 1 - np + \frac{n(n-1)}{2} p^2 - \dots$$

⁽²⁾ W. WEIBULL, *A Statistical Theory of the Strength of Materials* (Proc. R. Swed. Inst. Eng. Res., no. 151, 1939).

J. TUCKER, Jr. *Statistical Theory of the Effect of Dimensions and of Method of Loading upon the Modulus of Rupture of Beams* (Proc. Am. Soc. Test. Mat., vol. 41, p. 1072, 1941).

J. TUCKER, Jr., *The Effect of Dimensions of Specimens upon the Precision of Strength Data* (Proc. Am. Soc. Test. Mat., vol. 45, pl. 952, 1945).

La valeur de p pour des charges de service appliquées à des chaînes, des câbles, des tirants, des colonnes, etc., étant très petite, en général inférieure à 10^{-4} , il est raisonnable de négliger les puissances p^n pour lesquelles on a $n > 1$; on peut donc écrire

$$Q = 1 - np.$$

En représentant par P la probabilité pour que la pièce ne résiste pas, et rappelant que

$$P = 1 - Q,$$

on obtient

$$P = np.$$

Cette équation, valable pour de petites valeurs du produit np , nous permet d'établir le principe suivant : dans les conditions de service, la probabilité de rupture des éléments soumis à la traction ou à la compression est proportionnelle à leur longueur.

L'application de ce principe, si facile à retenir et à utiliser, entraîne la révision des procédés habituels de calcul.

Pour qu'on ait la même sécurité dans deux éléments soumis à la même sollicitation, mais ayant des longueurs différentes, il faudra qu'on donne la plus grande section à ceux qui seront les plus longs.

S'il y a deux sortes d'anneaux dans une chaîne et si les statistiquement plus forts en sont très nombreux, il se peut que la rupture soit plus probable aux anneaux plus forts qu'à ceux qui sont plus faibles, ce qui n'est pas d'accord avec la maxime « une chaîne casse toujours à ses plus faibles anneaux ».

Dans ce paragraphe l'influence des assemblages n'a pas été prise en considération. Cette influence, sans doute importante, doit encore être étudiée.

Influence de la section des éléments sur leur sécurité

L'interprétation des essais de résistance étant extrêmement difficile, l'influence de la section sur cette résistance n'est pas encore éclaircie.

L'auteur croit que la résistance à la rupture pour des matériaux ductiles doit croître avec la section et que pour les matériaux fragiles elle doit décroître avec la section.

Dans les matériaux idéalement fragiles, en effet, la rupture se propage à l'instant même sur toute la section. La probabilité de rupture à une certaine contrainte de travail devra donc être proportionnelle à la section. Cela, bien entendu, en négligeant les effets de surface.

Pour les matériaux ductiles, par contre, on peut espérer que l'accroissement de la section entraînera celui de la résistance, comme si la section était formée de plusieurs éléments juxtaposés, indépendants les uns des autres, l'ensemble étant soumis à une même charge. Chacun de ces éléments étant suffisamment petit, la rupture de quelques-uns d'entre eux n'entraînera pas la rupture de tous les autres ⁽³⁾.

(3) A ce sujet voir J. TUCKER, Jr., travaux cités dans la note 2, p. 644 et aussi Marcel PROT, *Contribution à la détermination de la courbe de dispersion d'essais sur éprouvettes de mortier*, III^e Congrès, Association Internationale des Ponts et Charpentes, Liège, 1948. Publication préliminaire, p. 613.

Probabilité de rupture des matériaux

On peut définir le coefficient de sécurité comme le quotient entre la contrainte de rupture (ou la limite d'élasticité) et la contrainte de travail. Ce coefficient ne nous renseigne pas sur le comportement du matériau soumis à la contrainte de travail. Il est illusoire de croire qu'il offrira une sécurité absolue.

Ce qui nous intéresse le plus c'est justement de connaître, au point de vue statistique, le comportement du matériau soumis à la contrainte de travail, vu que c'est précisément à cette contrainte que l'on cherche toujours à employer les matériaux.

Si l'on essaie un grand nombre d'éprouvettes et si l'on détermine la fréquence avec laquelle elles se cassent à chaque sollicitation, on pourra élaborer des graphiques ou des tableaux qui nous donneront la probabilité de rupture pour chaque valeur de la sollicitation.

Est-ce une éprouvette parmi 100 ou une parmi 100 000 qui, dans les essais, n'a pas résisté à la contrainte de travail? C'est précisément cela qu'on cherche à connaître et qui nous permettra de nous faire une idée des conditions de sécurité.

Les probabilités de rupture seront d'autant plus serrées que le nombre des essais effectués pour la détermination de la fréquence sera plus grand.

Le tableau I est un exemple comme on peut représenter la probabilité de rupture d'un certain béton.

D'autres tableaux de ce genre élaborés pour différents matériaux nous permettront de comparer non seulement les résistances moyennes mais aussi le comportement de ces matériaux soumis à des contraintes de travail réduites ⁽⁴⁾.

Une statistique de trois ans d'essais d'écrasement de cubes de béton a permis à M. L'Hermite de déduire que la probabilité pour qu'un cube de béton ne résiste pas à la contrainte de travail de 50 à 60 kg/cm² est comprise entre 1/100 et 1/1 000.

D'autres auteurs ont aussi étudié la distribution des résultats des essais sur les matériaux. La poursuite de ces essais est extrêmement importante.

Influence de la probabilité de rupture des éléments sur la sécurité d'une structure

De l'impossibilité d'assurer la sécurité absolue il résulte que tous les éléments d'une construction, même ceux que nous supposons les plus forts, contribuent à réduire la sécurité de la construction à laquelle ils appartiennent.

La probabilité de rupture d'une construction isostatique, P, composée de n éléments ayant la probabilité de rupture $p_1, p_2, p_3 \dots p_n$ est égale à la somme de ces probabilités :

$$P = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n. \quad (1)$$

Etant donnée la petitesse de p_i , la contribution pour P de la probabilité de l'occurrence simultanée de deux ou plusieurs ruptures est négligeable.

⁽⁴⁾ Voir PROT, ouvrage cité dans la note 3, p. 578, C IV.4.2.

Contraintes	Probabilités de rupture
70 kg/cm ²	10 ⁻¹⁰
77 »	10 ⁻⁹
92 »	10 ⁻⁸
108 »	10 ⁻⁷
125 »	10 ⁻⁶
144 »	1 × 10 ⁻⁵
149 »	2 × 10 ⁻⁵
158 »	5 × 10 ⁻⁵
164 »	1 × 10 ⁻⁴
171 »	2 × 10 ⁻⁴
180 »	5 × 10 ⁻⁴
188 »	1 × 10 ⁻³
196 »	2 × 10 ⁻³
208 »	5 × 10 ⁻³
217 »	1 × 10 ⁻²
229 »	2 × 10 ⁻²
239 »	5 × 10 ⁻²
257 »	1 × 10 ⁻¹
274 »	2 × 10 ⁻¹
305 »	5 × 10 ⁻¹

TABLEAU I

Probabilité de rupture d'un béton à différentes contraintes

Il n'est pas aussi facile de déterminer la probabilité de rupture dans les constructions qui peuvent se soutenir après la rupture d'un de ces éléments. En supposant que l'élément 1 est rompu, la probabilité de rupture

$$P' = p_2' + p_3' + \dots p_n' . \quad (2)$$

Naturellement chacune des probabilités de rupture de l'équation (2) sera plus grande que celles de l'équation (1). Cela signifie que les conditions de sécurité ont été réduites, mais cela n'entraîne pas forcément la rupture de la construction. Si la rupture de la construction a lieu dans le 1^{er} et dans le 2^e état, on aura la rupture totale de la structure. Donc la probabilité de rupture de la structure hyperstatique, en tenant compte de la surabondance de l'élément 1, est

$$P \times P' .$$

Pour l'ensemble des éléments on aura

$$\Sigma P \times P' .$$

La différence

$$d = P - \Sigma P \times P'$$

nous indique la diminution de la probabilité de rupture provenant de l'hyperstaticité de la structure.

Au premier abord on pourrait avoir l'impression qu'une structure bien projetée devrait avoir la même probabilité de rupture dans tous ses éléments. En général, il ne sera pas convenable de projeter les structures selon ce critérium.

Si tous les éléments avaient la même importance, il serait convenable de choisir les probabilités de rupture de façon que la somme qui détermine la probabilité P de la rupture de la construction (équation 1) soit minimum.

Pour une quantité donnée de matériaux, ce minimum est obtenu dans les constructions isostatiques en choisissant les dimensions des éléments telles que la probabilité de rupture par unité de longueur soit égale dans tous les éléments.

Si les éléments de la construction ont des importances différentes, le problème devient plus complexe, puisqu'il sera convenable de renforcer les éléments dont la rupture peut entraîner des dommages plus grands.

Probabilité des sollicitations

On fait d'habitude les calculs de résistance comme si l'on était sûr de ce que toutes les sollicitations pourraient agir ensemble sur la construction.

En vérité, il y a des charges qui agiront certainement sur la construction, par exemple le poids propre, le vent, etc. Il y a, cependant, d'autres charges pour lesquelles il n'y a pas de certitudes qu'elles agiront sur la construction, par exemple des sollicitations dues à des tremblements de terre, à certaines combinaisons de plusieurs charges, etc. On doit tenir compte de l'incertitude de pareilles charges par une majoration des contraintes de travail.

Il y a aussi des sollicitations qui peuvent avoir différentes valeurs. La connaissance qu'on a de quelques sollicitations à valeurs variables est suffisante pour permettre de tracer des courbes de fréquence des diverses grandeurs. D'une façon générale, la fréquence est autant plus basse que la sollicitation est plus forte. Pour projeter des constructions nous sommes spécialement intéressés à connaître les fréquences des sollicitations les plus fortes, qui sont, évidemment, les moins probables.

Pour étudier la probabilité pour qu'une sollicitation agisse il faut se rapporter à une certaine période de temps. Nous avons choisi le jour. Une période plus courte nous permettrait des constructions plus légères. C'est à l'expérience de montrer quelle est la période la plus convenable.

Supposons qu'on ait vérifié que dans un certain pays une certaine intensité de vent agit une fois par 14 années, c'est-à-dire une fois tous les 5 000 jours. Si nous voulons édifier une construction qui aura une durée de deux années, la probabilité que ce vent agisse sur cette construction sera, à peu près :

$$P = np = \frac{2 \times 365}{5.000} = \frac{1}{7} .$$

Si, dans la même région, la fréquence journalière d'une certaine intensité de tremblement de terre est 1/20 000, la probabilité qu'on ait le vent et le tremblement de terre à un même jour est, à peu près :

$$\frac{1}{5.000} \times \frac{1}{20.000} = \frac{1}{10.000.000} .$$

Cette valeur est bien inférieure à la probabilité de chaque sollicitation isolée. Parce que c'est justement la superposition de plusieurs charges qui

détermine les dimensions de nos constructions, il en ressort l'importance d'étudier la décroissance de la probabilité de cette superposition.

Pour tirer parti de cette circonstance, il faudra attribuer des probabilités d'action aux charges encore mal connues. Cela doit être fait par excès. Faute de cette connaissance, on lui attribuerait la probabilité 1. C'est ce qu'on fait actuellement pour toutes les charges.

Manière de fixer des limites à la probabilité de ruine

On s'est habitué à fixer assez arbitrairement des coefficients de sécurité.

Si la notion de la probabilité de ruine est substituée à celle du coefficient de sécurité il sera plus facile de fixer des limites à la première qu'à la dernière de ces deux notions. En effet, la notion de probabilité de ruine est plus simple que celle du coefficient de sécurité, ayant l'avantage de permettre une connaissance plus parfaite des conditions de sécurité en service.

Actuellement la notion du coefficient de sécurité, bien qu'insuffisante et même trompeuse, offre l'avantage d'avoir été utilisée depuis bien longtemps. Ainsi tout le monde a fini par saisir subjectivement sa signification, ce qui diminue considérablement ses désavantages.

Nous donnerons, dans ce qui suit, au mot « ruine » une signification plus générale que d'habitude, y compris les cas où la construction est mise hors service quoique sans rupture.

Les conséquences de la ruine des constructions peuvent varier entre des limites très larges. L'écroulement d'un petit talus peut entraîner des catastrophes (c'est le cas, p. ex., d'une digue de protection contre les crues) ou seulement de petits dommages (comme, p. ex. l'interruption du trafic dans la moitié d'une route à profil mixte). Tout cela dépend du rôle joué par l'ouvrage dont il s'agit.

C'est justement l'importance des conséquences que la ruine de la structure peut entraîner qui doit nous guider dans la fixation des limites de la probabilité de ruine.

Il faut penser non seulement au prix de la reconstruction, mais aussi aux conséquences qui résultent de l'interruption de l'utilisation.

Le problème doit être envisagé en comparant le prix exigé pour rendre la construction plus forte avec les dépenses correspondantes à la ruine, comme s'il s'agissait d'un problème d'assurance.

Il devient un peu plus délicat quant il s'agit de la sécurité de la vie humaine.

Quoique le trafic automobile et aérien, tout comme l'emploi du gaz d'éclairage et de l'électricité représentent des risques pour la vie humaine, personne ne songe à leur suppression.

Pour résoudre ce problème, on aura à déterminer le risque que l'on considère couramment comme négligeable et auquel la valeur 10^{-6} a été attribué par quelques auteurs.

Bien que difficile, le problème du choix de limite de ruine est sûrement plus facile à résoudre que celui du choix d'un coefficient de sécurité.

Détermination des contraintes de travail en utilisant les notions exposées

Nous venons d'énumérer les critères pour le choix des limites à admettre pour la probabilité de ruine. Nous avons déjà discuté la probabilité pour qu'un matériau casse à une contrainte déterminée. Nous avons examiné le cas de charges dont l'action sur la construction n'est pas certaine, mais seulement probable. Examinons dans ce paragraphe l'utilisation des conceptions mentionnées ci-dessus pour le choix des contraintes de travail.

Pour que la rupture d'un élément d'une construction ait lieu, il faut et il suffit que soient vérifiées simultanément les deux conditions suivantes :

1. Que la pièce soit soumise à une sollicitation entraînant l'état de contrainte en cause;

2. Que le matériau ne résiste pas à cette contrainte.

Soit p_c la probabilité d'action de la sollicitation; p_m la probabilité que l'élément casse quand il est soumis à cette sollicitation, et m la longueur de l'élément quand on prend pour unité la longueur des éprouvettes qui ont servi à la détermination de p_m . Si l'on ne tient compte ni de l'influence des assemblages ni de la grandeur de la section, on pourra affirmer, d'après le principe des probabilités composées, que la probabilité de rupture de l'élément est :

$$P = m p_m p_c .$$

Il faut choisir, pour chaque type de sollicitation, une contrainte telle que la probabilité de rupture de l'élément ne dépasse pas la limite L qu'on a fixée pour cet élément. On devra donc avoir :

$$m p_m p_c < L .$$

Cela revient à dire qu'on doit choisir la contrainte de travail de telle façon que la probabilité de rupture du matériau ne dépasse pas

$$p_m = \frac{L}{m p_c} .$$

Nous pensons que c'est cette équation qui devra déterminer le choix des contraintes de travail.

Voyons un exemple à l'égard de son application.

Soit à déterminer la contrainte de travail d'un élément d'une structure dont la longueur est égale à 8 fois celle des éprouvettes qui ont servi à la détermination des probabilités représentées au tableau I, l'élément étant prévu pour une période de service de 5 années. Soit $L = 10^{-7}$ la limite tolérée pour la probabilité de ruine de la pièce considérée.

Pour le choix des contraintes de sécurité on doit envisager séparément les divers types de sollicitation.

1. *Poids propre.* — La probabilité que cette charge agisse est l'unité, c'est-à-dire la certitude. On aura à choisir, pour lui résister, une contrainte de travail correspondant à

$$p_m = \frac{L}{m} = \frac{10^{-7}}{8} = 10^{-8}$$

qui est, d'après le tableau I, 92 kg/cm². C'est cette valeur qu'on doit choisir

pour que la structure résiste, au degré de sécurité prétendu, à toute charge dont on ait la certitude qu'elle agisse sur ses éléments.

2. *Sollicitation due à une charge dont la probabilité est 1/4 000.* Supposons que la fréquence d'action de la surcharge est de 1 jour en 4 000 jours. La probabilité d'action de cette charge pendant 5 années sera, à peu près,

$$p_c = \frac{5 \times 365}{4.000} \approx \frac{1}{2} ;$$

on peut, par conséquent, considérer comme sûre l'action de cette charge.

Nous devons donc choisir la contrainte déterminée pour le poids propre, de 92 kg/cm².

3. *Sollicitation due à une charge de probabilité 1/20 000.* — La probabilité d'action sera

$$p_c = \frac{5 \times 365}{20.000} = \frac{1}{10} ;$$

la contrainte de travail à choisir est donnée par

$$p_m = \frac{10^{-7}}{8 \cdot 10^{-1}} = 10^{-7} ,$$

à laquelle correspond une contrainte de travail de 108 kg/cm² (tableau I).

4. *Sollicitation due à l'action simultanée de toutes les charges antérieures.* — La probabilité d'action simultanée de ces charges sera

$$p_v = \frac{5 \times 365}{4.000 \times 20.000} = 5 \times 10^{-6} .$$

Nous devons donc choisir une contrainte de travail correspondant à

$$p_m = \frac{10^{-7}}{8 \times 5 \times 10^{-6}} = 2 \times 10^{-2} ,$$

c'est-à-dire selon le tableau I, 229 kg/cm².

Ce résultat inattendu présente un intérêt considérable.

En tenant compte de la nature de la probabilité d'action des charges, on a réussi à majorer la contrainte de travail de 92 kg/cm² à 229 kg/cm², ayant toujours le même degré de sécurité.

D'après la méthode classique de calcul on aurait adopté la même contrainte de travail pour toutes les hypothèses de charge, même les plus invraisemblables.

Dans la méthode de calcul présentée, les hypothèses de charge ayant une probabilité d'action inférieure à la limite de la probabilité de ruine admise, sont nécessairement exclues.

Dans la méthode classique, ce sont toujours les sollicitations dues à l'action simultanée de plusieurs charges qui déterminent les dimensions des structures. On peut alors espérer que l'utilisation de la méthode exposée amènera des économies remarquables.

On ne pourra pas tout de suite faire l'usage de cette méthode. A cause des circonstances dont nous n'avons pas tenu compte (effets dynamiques,

phénomènes de fatigue, défauts d'assemblage, etc.), il est nécessaire de continuer à utiliser un coefficient de sécurité pour les résultats obtenus par la méthode exposée. La valeur de ce coefficient devra être abaissée au fur et à mesure que l'influence de ces circonstances sera mieux connue.

Résumé

On a jusqu'à présent calculé toutes les constructions comme s'il était possible de leur assurer une sécurité absolue. Néanmoins chaque élément d'une construction a une certaine probabilité de ruine, ce qui va apporter une contribution à la probabilité de ruine de cette construction. L'impossibilité d'assurer une sécurité absolue aux constructions entraîne une modification de sa conception, ce qui est mis en évidence par des exemples présentés.

En admettant que la probabilité de ruine d'une pièce en service doit être petite, on démontre que cette probabilité de ruine est pratiquement proportionnelle à sa longueur.

En ce qui concerne l'influence de la section de la pièce sur sa sécurité, on fait l'hypothèse que la résistance à la rupture pour des matériaux ductiles doit croître avec la section, et que pour les matériaux fragiles elle doit décroître, ce qui demande une confirmation expérimentale.

On montre la nécessité d'étudier la probabilité de ruine des matériaux aux différentes contraintes auxquelles ils peuvent être soumis.

Pour les sollicitations dont l'existence n'est pas sûre, il est recommandé d'étudier les fréquences avec lesquelles ces sollicitations prennent leurs différentes intensités. On montre comment on peut en déduire la probabilité de la simultanéité des différentes sollicitations. Cette étude a un intérêt tout spécial dans la pratique, parce qu'à présent on calcule toutes les structures pour des combinaisons de sollicitations fort peu vraisemblables.

Zusammenfassung

Bisher ist man bei der Berechnung von Bauwerken so vorgegangen, als ob man sie mit absoluter Sicherheit herstellen könnte. Jeder Teil einer Konstruktion besitzt jedoch eine gewisse Zerstörungswahrscheinlichkeit und trägt dadurch zur Zerstörungswahrscheinlichkeit der gesamten Konstruktion bei. Diese Unmöglichkeit den Bauwerken eine absolute Sicherheit zu verschaffen, führt zu einer neuen veränderten Auffassung, die an Beispielen aufgezeigt wird.

Es wird angenommen, dass in der Praxis die Zerstörungswahrscheinlichkeit eines Teiles gering ist, und gezeigt, dass diese Zerstörungswahrscheinlichkeit der Länge proportionell ist.

Was den Einfluss des Querschnittes des Teiles auf seine Sicherheit betrifft, so wird die Hypothese aufgestellt, dass die bildsamen Baustoffe wohl bei zunehmendem Querschnitt dem Bruch mehr und mehr Widerstand entgegensetzen und dass die Widerstandsfähigkeit der spröden Baustoffe mit zunehmenden Querschnitt abnimmt, was jedoch noch durch Versuche bestätigt werden muss.

Es wird darauf hingewiesen dass die Zerstörungswahrscheinlichkeit

der Baustoffe bei den verschiedenen Beanspruchungen, denen sie ausgesetzt sein können, untersucht werden muss.

Es ist empfehlenswert die Beanspruchungen, deren Auswirkung nicht sicher ist, auf die Häufigkeit hin zu untersuchen, mit der sie in ihren verschiedenen Intensitäten auftreten. Diese Untersuchung ist besonders wichtig für die Praxis, weil man ja gegenwärtig alle Bauwerke für Beanspruchungskombinationen berechnet, deren Auftreten sehr unwahrscheinlich ist.

Summary

Until now structures have always been calculated as if they could be built with absolute safety. Every element of a structure, however, has a certain probability of ruin which contributes to that of the whole structure and thus makes it impossible to provide the structure with absolute safety. This leads to a modification of the conception of safety which is shown by some examples.

Supposing that the probability of ruin of one element of a structure is practically very small, it is demonstrated that this probability increases proportionally with the length of the element.

As for the influence of the section of an element, the hypothesis is put forth that the resistance of ductile materials increases with the cross-section and that the resistance of brittle materials decreases when the cross-section increases, but this must still be confirmed by experiments.

The probability of ruin of the materials subjected to each possible working stress must be studied.

Even in those forces which are not certain to take place the frequency with which they occur in their different intensities should be studied. This study is most important in practice, since, at the present, all constructions are calculated for highly improbable force combinations.

Leere Seite
Blank page
Page vide

Va2

Notions de sécurité

(Contribution au Rapport Va de A. I. Moe)

Begriff der Sicherheit

(Beitrage zum Vortrag Va von A. I. Moe)

Notions of safety

(Contribution to Report Va by A. I. Moe)

Dr TECHN. IMRE KORÁNYI

Ord. Prof. der Baustatik und des Eisenbrückenbaues an der Technischen Hochschule
in Budapest, Ungarn

Die Vorträge über die Frage der Sicherheit deuten scharf differenziert auf viele Komponenten der Sicherheit. Sie machen jedoch den Eindruck, als ob dadurch nur unser Vertrauen in die bisherigen Schöpfungen und damit unser Sicherheitsgefühl erschüttert worden wäre. Man hat die zulässige Spannung, die bisher herrschte, entthront, ohne einen geeigneten Nachfolger gefunden zu haben. Ing. Prot zerlegt die Sicherheitskomponenten weitgehend und schematisiert die bei den einzelnen Komponenten auftretenden Unsicherheiten mit scharfer Analyse: es werden ungefähr 150 Punkte aufgezählt, welche geeignet sind, den Konstrukteur, der bisher mit Selbstvertrauen und Ruhe gearbeitet hat, vollständig einzuschüchtern. Prof. Campus spricht treffend in seinem Generalbericht von einem gewissen „Nihilismus“, welcher wissenschaftlich verteidigt werden kann. Aber damit ist dem Konstrukteur nicht geholfen.

Der Praktiker steht ratlos den Vorträgen gegenüber und freut sich, dass es Sicherheitsvorschriften gibt, die einzuhalten sind und kümmert sich weiter um die Frage nicht mehr. Schwerer ist die Aufgabe der Entwerfer und Kodifizierer solcher Vorschriften: sie stehen vor dem Scheidewege: entweder das Bestehende weiter zu entwickeln, oder einer neuen Richtung Bahn zu brechen.

Die Verhandlungen der bisherigen Kongresse, die gegenwärtigen Vorträge und der vollkommene Bericht von Prof. Campus deuten eine Sturm- und Drangperiode an, worin möglicherweise alle heute gültigen Vorschriften Verordnungen Platz machen müssen, die auf völlig neuer Grundlage aufgebaut sind. Vorläufig ist jedoch nur die Aufstellung von

Grundsätzen im Gange, es wird noch um das Wesen der Sicherheit gestritten.

Der Beitrag von Ing. A. I. Moe bringt konkrete, auch für den Praktiker brauchbare Vorschläge, welche den richtigen Weg andeuten, obwohl er die durch ihn richtig aufgestellten Grundsätze selbst vernachlässigt. Durch Benutzung seiner Hauptregel bin ich zu einer Formel gelangt, welche zur Bestimmung und Berechnung der reellen Sicherheit geeignet ist.

Zum angeblichen „Veralten“ des Begriffes der zulässigen Spannung sei im Allgemeinen folgendes bemerkt ⁽¹⁾: so veraltet auch die bisher angewendete Bestimmung der zulässigen Spannungen sei, der Begriff selbst kann in der Praxis nicht umgangen werden, es kommt nur darauf an, was in der Zukunft als „zulässige“ Spannung gelten soll?

Auch bei den statisch unbestimmten Trägern, wo sich eine ganz neue Auffassung, die Rücksicht auf die Plastizität, Bahn gebrochen hat, kulminiert die Berechnung letzten Endes doch in der Feststellung der Spannungen. Die Berechnung der zulässigen Spannungswerte und des Sicherheitsgrades mag anders verlaufen als bisher, die Spannungswerte werden nicht nach Elastizitätsgesetzen, sondern mit Hilfe der plastischen Deformationen ermittelt.

I

Die Formeln von Ing. Moe werden nun behandelt, um daraus neue Formeln zu entwickeln.

Die Formel auf Seite 630 des Vorberichtes, deren Grundgedanke von G. Kazinczy bereits auf dem Wiener Kongresse erklärt wurde ⁽²⁾, ist ein konkreter Vorschlag zur Dimensionierung auf Grund einer neuen Auffassung der Sicherheit. Das Wesentlichste dieser Hauptregel ist, dass die durch verschiedene Belastungen hervorgerufenen Spannungen mit Sicherheitskoeffizienten ≥ 1 zu multiplizieren sind; hierdurch werden Unsicherheiten von Belastungen berücksichtigt, denen — laut Vorschlag — verschiedene Werte, entsprechend den verschiedenen Belastungsfällen usw., zugeteilt werden können. Gleichzeitig wird die Bruchspannung (σ_B) mit dem Faktor $\mu_B < 1$ multipliziert, wodurch die durch den Baustoff verursachten Unsicherheiten berücksichtigt werden.

Es ist vollkommen richtig, dass die heutigen Berechnungsvorschriften, bei denen $\mu_B \cdot \sigma_B = \sigma_{zul}$, durch Anwendung von $\mu_q = \mu_p = 1$ von Variationsmöglichkeiten, die sich an die Sicherheitskoeffizienten der äusseren Kräfte anknüpfen, keinen Gebrauch machen und daher der Möglichkeit einer *vielseitigen Anpassung* verlustig werden.

Nach dem Gesagten überrascht mich sein „Vorschlag einer praktischen Form“ ⁽³⁾, worin er die Werte für μ_q , μ_p bei verschiedenen Belastungskombinationen unverändert, den Faktor μ_B dagegen, welcher zur Deckung der Unsicherheiten seitens des Baustoffes dient, mit verschiedenen Werten einstellt. Die Begründung hierzu lässt die richtig aufgestellten Grundsätze fallen und ist nicht durch Beweise unterstützt. Insbesondere können die zahlenmässigen Werte der μ -Faktoren nicht einmal als richtunggebend angenommen werden; auch der Generalbericht nannte

⁽¹⁾ D. EFSTRATIADIS, *Der Sicherheitsgrad als Bemessungsgrundlage im Stahlbau* (Abhandl., B. 1, S. 95). — F. CAMPUS, *Generalreferat* (Vorbericht, S. 557). — A. I. MOE, *Vorb.*, S. 627.

⁽²⁾ Beitrag von G. KAZINCZY: z. Ref. GEHLERS, *Ber. über die II. Internationale Tagung f. Brückenbau u. Hochbau.*, S. 251.

⁽³⁾ *Vorb.*, S. 639.

sie willkürlich ⁽⁴⁾. Diese Werte teilen auch die Mängel der heutigen Form des formellen Sicherheitsgrades ⁽⁵⁾, nämlich :

1. Ist der reelle Sicherheitsgrad in einigen Fällen „unvernünftig gross“, in anderen Fällen „gefährlich gering“ ;
2. Dieselben befriedigen nicht die von ihm selbst an den Sicherheitsgrad gestellten Forderungen, z.B. ⁽⁶⁾ :

Forderung 10 : „ Da die Sicherheit statischer Konstruktionen letzten Endes eine Sache der Erfahrung ist, müssen die neuen Formeln des formellen Sicherheitsgrades so ausfallen, dass alle Konstruktionen, die man nicht gerade auf Grund nachweisbarer Unzulänglichkeit zu ändern wünscht, im Grossen und Ganzen dieselbe Dimensionen erhalten, wie nach dem jetzigen Verfahren. “

Mit den angegebenen Sicherheitskoeffizienten habe ich Hauptträger von bestehenden Eisenbahn- und Strassenbrücken aus Stahl, ausgenützt bis 1,400 kg/cm² zulässiger Spannung, geprüft. Die Belastung bei ersteren wurde mit dem deutschen „ N “ Belastungszuge, bei letzteren mit 400 kg/m² angenommen und mit den ungarischen Stossziffern multipliziert. Die formelle Sicherheit ist laut Formel von Ing. Moe für Eisenbahnbrücken 0,74-0,8 und für Strassenbrücken 0,88-0,93, also stets kleiner als 1, was den Erfahrungen widerspricht und die Unrichtigkeit der Koeffizienten beweist.

Der Hauptfehler liegt in der Festsetzung des Faktors der Nutzlast mit 1,8. Es soll bewiesen werden, dass dies der eigentliche Sicherheitsgrad ist, welcher bei bestehenden Konstruktionen eben zu bestimmen ist. Bei der Dimensionierung soll derselbe vorgeschrieben werden, jedoch keinesfalls mit 1,8, da, wie ich es beweisen werde, die Sicherheit der Brücken viel niedriger ist.

Ing. Moe's Formel ist ferner nicht allgemein genug. Es gibt einige „Sonderbedingungen“, welche nur durch weitere Faktoren umgangen oder ersetzt werden können.

Meine Formel, welche alle Umstände berücksichtigen soll, ist zur Berechnung verschiedenster Konstruktionen und für alle möglichen Beanspruchungen geeignet : Dieselbe ist für zwei Belastungsfälle ermittelt worden, uzw. :

1. Für Hauptkräfte und
2. Für Haupt- und Zusatzkräfte.

Weitere Kombinationen wie Temperatureinflüsse, Verschiebungen von Stützpunkten usw. sollen nicht betrachtet werden, da diese nur für statisch unbestimmte Träger von Belang sind. Auch die noch nicht vollkommen abgeklärte Frage der Sicherheit solcher Träger unter Berücksichtigung der Plastizität soll unberücksichtigt bleiben. Nach Klärung dieser Frage wird die Formel jedoch auch für diesen Fall gelten.

Nun folgen meine Formeln :

Für Hauptkräfte :

$$\mu_g S_g + \sum \mu_q S_q + n (S_{pi} + \psi \cdot S_{pm}) \leq f \left(\mu_c \cdot \mu_B \cdot \frac{\alpha \cdot \beta}{\gamma} \cdot \sigma_B \right) \quad (I)$$

⁽⁴⁾ Vorb., S. 564 : « La détermination des coefficients n'en paraît pas moins arbitraire. »

⁽⁵⁾ Vorb., S. 632.

⁽⁶⁾ Vorb., S. 632.

und für Haupt- und Zusatzkräfte :

$$\mu_g \cdot S_g + \Sigma \mu_q S_q + n_1 [c_p (S_{pi} + \psi \cdot S_{pm}) + c_f \cdot \mu_f \cdot S_f] \\ + c_s (\mu_v \cdot S_v + \mu_n \cdot S_n + \dots) \leq f \left(\mu_c \cdot \mu_B \cdot \frac{\alpha \cdot \beta}{\gamma} \cdot \sigma_B \right). \quad (II)$$

(Erklärung der Zeichen auf Tafel I.)

TAFEL I. — Hauptregel der reellen Sicherheit gegen Bruch

I. — Für Hauptkräfte

$$\mu_g \cdot S_g + \Sigma \mu_q S_q + n (S_{pi} + \psi S_{pm}) = f \left(\mu_c \cdot \mu_B \cdot \frac{\alpha \beta}{\gamma} \cdot \sigma_B \right)$$

Reelle Sicherheit =

$$n = \frac{f \left(\mu_c \cdot \mu_B \cdot \frac{\alpha \beta}{\gamma} \cdot \sigma_B \right) - \mu_g \cdot S_g - \Sigma \mu_q \cdot S_q}{S_{pi} + \psi \cdot S_{pm}} = \frac{S_R - S_G}{S_p}$$

II. — Für Haupt- und Zusatzkräfte

$$\mu_g \cdot S_g + \Sigma \mu_q \cdot S_q + n_1 [c_p (S_{pi} + \psi S_{pm}) + c_f \cdot \mu_f \cdot S_f] \\ + c_s (\mu_v \cdot S_v + \mu_n \cdot S_n + \dots) = f \left(\mu_c \cdot \mu_B \cdot \frac{\alpha \beta}{\gamma} \cdot \sigma_B \right)$$

$$n_1 = \frac{f \left(\mu_c \cdot \mu_B \cdot \frac{\alpha \beta}{\gamma} \cdot \sigma_B \right) - \mu_g \cdot S'_g - \Sigma \mu_q \cdot S_q - c_s (\mu_v \cdot S_v + \mu_n \cdot S_n + \dots)}{c_p (S_{pi} + \psi S_{pm})} \\ = \frac{S_R - S_G - S_S}{c_p \cdot S_p}$$

Erklärung : μ : Sicherheitskoeffizient für
 c : Gleichzeitigkeitskoeffizient für
 S : Beanspruchung aus

$\left\{ \begin{array}{l} g : \text{Eigengewicht;} \\ q : \text{Ständige ruhende Last;} \\ p : \text{Nutzlast } \left\{ \begin{array}{l} i : \text{ruhende;} \\ m : \text{bewegliche;} \end{array} \right. \\ f : \text{Bremskräfte;} \\ v : \text{Winddruck;} \\ n : \text{Schneelast;} \\ s : \text{Zusätzliche Kräfte.} \end{array} \right.$

ψ : Stosszahl.

f : Beanspruchung als Funktion der Spannung.

$\left. \begin{array}{l} \mu_g \\ \mu_q \end{array} \right\}$ haben zwei Werte : $\left. \begin{array}{l} \mu_{g'} \\ \mu_{q'} \end{array} \right\} > 1 \quad \left. \begin{array}{l} \mu_{g''} \\ \mu_{q''} \end{array} \right\} < 1.$

$\left. \begin{array}{l} \mu_f \\ \mu_v \\ \mu_n \end{array} \right\} \geq 1 \quad \left. \begin{array}{l} c_p \\ c_f \\ c_s \end{array} \right\} \leq 1.$

μ_c Koeffizient für Deckung der unsicheren Berechnung.

μ_B : Koeffizient für Deckung der Unsicherheiten seitens des Materials.

σ_B : Bruchspannung.

$\left. \begin{array}{l} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{array} \right\}$ Reduktionskoeffizienten nach der Art und Weise der Beanspruchung und des Bruches.

II

Die linke Seite dieser Gleichungen stellt die Beanspruchungen infolge der verschiedenen Belastungskombinationen, die rechte Seite eine Beanspruchung, welche die formelle Bruchspannung hervorruft, dar. Wenn die Spannung der Beanspruchung proportional ist, bedeutet die Funktion f eine einfache Proportionalität, bzw. wird die Beanspruchung S durch die Spannung ersetzt. Bezüglich aller Koeffizienten soll bemerkt werden, dass deren *exakter Wert erst nachher bestimmt werden soll. Es können hierbei alle wertvollen Vorschläge der Herren Prot, Lévi, Cassé und Dutheil berücksichtigt werden.*

Ich verwende dreierlei Koeffizienten, usw.:

1. Sicherheitskoeffizienten μ , welche die Unsicherheiten seitens der Belastungen, des Baustoffes, der Berechnung und der Ausführung ausdrücken;
2. Gleichzeitigkeitsziffern c und
3. Reduktionsfaktoren α , β und γ .

Zuerst sollen Sicherheitskoeffizienten μ betrachtet werden.

Die Belastungsfaktoren μ_g , μ_q und der Ausdruck der Unsicherheit des Baustoffes μ_b sind von derselben Art und Bezeichnung wie diejenigen von Ing. Moe. Der Koeffizient μ_c , welcher die Unsicherheiten der Berechnung und der Ausführung ausdrückt, fehlt bei ihm gänzlich.

1. Die ruhende Last zerfällt bei mir in drei Teile :

- a) Das Eigengewicht g des Trägers, untrennbar von demselben;
- b) Das Gewicht der übrigen, den Träger belastenden Bauteile usw.:

Die ständige ruhende Last g , deren Material verschiedenartig sein kann — daher Zeichen Σ —, kann nachträglich noch abgeändert werden; Rohrleitungen, deren Gewicht in Rechnung gezogen wurde, können erst später gelegt werden, andere können schwerer ausfallen; Baustoffe wie Holz, Kies, Beton sind hygroskopisch, ihre Gewichtsberechnung kann mit verschiedener Genauigkeit erfolgen u.s.w. Zusammenfassend: die Grösse der ständigen, ruhenden Last ist unsicherer als diejenige des Eigengewichtes;

- c) Die ruhende Nutzlast p , ohne oder mit unbedeutendem dynamischen Effekt, jedoch in veränderlicher Lage, wodurch $\min S_{pi}$ und $\max S_{pi}$ hervorgerufen werden kann.

Das Eigengewicht und die ständige ruhende Last können von den berechneten Werten wegen Unsicherheit der spezifischen Gewichte und der Dimensionen nicht nur aufwärts, sondern auch abwärts abweichen, worauf auch Ing. Moe hingedeutet hat; deshalb kann bei allen Beanspruchungen, deren Einflusslinie wechselndes Vorzeichen hat, auch ein niedrigeres Gewicht als das berechnete in Betracht kommen. μ_g und μ_q besitzen also je zwei Werte: deren ersterer (μ') grösser, der zweite (μ'') kleiner als 1,0 ist. Von beiden ist derjenige anzuwenden, welcher mit der Nutzlast kombiniert die grössere Beanspruchung ergibt, da die Wahrscheinlichkeit für beide besteht. Im allgemeinen ist μ für jedes Material einzeln festzustellen; dasselbe einheitlich mit 1,2 einzusetzen, erscheint etwas übertrieben.

2. Eine bewegliche Nutzlast kann auch ortsfest beweglich sein, z.B. eine Maschine; Hauptsache ist, dass eine dynamische Wirkung entsteht. Letztere wird mangels einer befriedigenden Vollkommenheit der Trägerdynamik mit der Stossziffer ψ berücksichtigt.
3. Der ruhenden und der beweglichen Nutzlast ist kein Sicherheitskoeffizient μ zugeteilt worden; diese Beanspruchungen sollen mit Faktor n vervielfältigt werden, der vorübergehend noch unbekannt ist.
4. Die Nutzlast ist eigentlich eine vorgeschriebene Belastungsgrenze, auch nach Herrn Prot : „sollicitation limitée“ ⁽⁷⁾. Es ist nicht angezeigt, hier mit Unsicherheit zu rechnen, da das Ueberschreiten der vorgeschriebenen Nutzlast schon eine Teilfrage der Sicherheit ist. Der Wert des Nutzlastfaktors n , welcher die Formel in eine Gleichung überführt, ist der *gesuchte Sicherheitsgrad selbst*, welcher eben deshalb mit einem anderen Buchstaben n bezeichnet wird und andeuten soll, *welches Vielfache* der Nutzlast den Bruch bzw. den unerwünschten Zustand herbeiführen würde.

n ist die gesuchte reelle Sicherheit (sécurité réelle). Dies steht im Gegensatz zur allgemeinen Auffassung, worauf ich später noch zurückkomme. Zuerst soll die rechte Seite der Formel kurz behandelt werden, welche die Beanspruchung darstellt, die der formellen Bruchspannung entspricht. Die Koeffizienten sind :

1. Der Faktor μ_c deckt alle Unsicherheiten aus Berechnung und Ausführung für den Fall, dass dieselben die Gesamtkonstruktion betreffen. Auch Ing. Moe erwähnt dieselben, verbirgt sie aber in Faktor μ_B des Baustoffes : μ_B wird bei ihm mit anderen Zahlenwerten angegeben : a) für normale Ausführung und Berechnung, bzw. besonders sorgfältige Ausführung und besonders genaue Berechnung; b) für Brücken- und Hochbau. Nach meiner Ansicht sind dieselben gesondert zu behandeln, da sie vom Baustoff unabhängig, von der Genauigkeit der Berechnung und vom Kräftespiel der Träger jedoch abhängig sind. $\mu_c < 1,0$, nähert sich aber umsomehr der Einheit, je mehr das berechnete Kräftespiel der Konstruktion dem tatsächlichen näher kommt. μ_c hat somit verschiedene Werte für vollwandige Träger und für Fachwerkträger des gleichen Baustoffes.

Wenn die aus der Berechnung infolge Lockerung der Genauigkeit entstandenen Unsicherheiten sich in ungleichem Masse auf die durch die verschiedenen Belastungen hervorgerufenen Beanspruchungen, oder nur auf eine Gruppe derselben beziehen, ist dies bei den Belastungsfaktoren zu berücksichtigen. Dies ist der Fall bei Brücken, wo Einflüsse der Hauptkräfte im allgemeinen strenger ermittelt werden, als diejenigen der Zusatzkräfte.

2. Der Faktor μ_B drückt Unsicherheiten von Qualität und Querschnitts-abmessungen des Baustoffes aus und ist von den Belastungskombinationen und der Genauigkeit der Berechnung unabhängig.

⁽⁷⁾ Vorb., S. 577.

3. Die Bruchspannung habe ich mit dem Reduktionsfaktor $\frac{\alpha \cdot \beta}{\gamma}$ multipliziert, deren drei Glieder Sonderbedingungen darstellen.

α) Glied α drückt die Art der Beanspruchung aus; $\alpha = 1,0$ wenn die Bruchspannung σ_B und die untersuchte Beanspruchung gleichartig sind. Sonst bedeutet α das Verhältnis der beiden ungleichartigen Bruchspannungen. Wichtig ist α besonders bei Eisenkonstruktionen, wenn jene Beanspruchungen untersucht werden, bei welchen die untersuchte Spannung (Bruch) als Funktion der Fließgrenze ausgedrückt wird. In diesem Falle wird stets σ_F statt σ_B benützt; jedoch wird der Wert α entsprechend der Beanspruchungsart geändert. Ein ähnliches Verfahren wird in den Berechnungsgrundlagen für geschweisste Stahlkonstruktionen der DRB angewendet, worin die zugelassenen Werte im α -fachen der zugelassenen Zugspannung nach Art und Stelle für verschiedene Spannungen angegeben sind und wo α ziemlich veränderlich ist. Dieselbe Methode wird für genietete Konstruktionen angewendet: hier ist $\alpha = 1,0$ für Zug, Biegung (ohne Rücksicht auf Plastizität) und für Druck (ohne Knickung); für Lochleibungsdruck wird in den verschiedenen Verordnungen $\alpha = 1,7-2,5$, für Abscheren der Niete $\alpha = 0,7-0,8$ angegeben.

Wenn bei Biegung auch die Plastizität berücksichtigt werden soll, ist $\alpha > 1,0$ und im Wesentlichen gleich dem Wert ψ von Ing. Dutheil⁽⁸⁾. Für Knickung ist die Bruchspannung gleich der kritischen Spannung: $\sigma_B = \sigma_{kr}$ und selbstverständlich $\alpha = 1,0$.

Bezüglich Nietverbindungen ist folgendes zu bemerken:

Auf Grund der Formel:

$$\tau_{zul} = 0,63 \sigma_{zul},$$

gerechnet aus der gezogenen Formänderungsarbeit von Huber und:

$$\tau_{zul} = 0,5 \sigma_{zul}$$

nach Mohr und Guest⁽⁹⁾ lässt sich behaupten, dass die zugelassenen Abscherspannungen in den verschiedenen Verordnungen zu hoch gestellt sind, umsomehr, wenn man bedenkt, dass weder die Kraftverteilung unter den Nieten, noch die Verteilung der Beanspruchung an den Nietquerschnitten gleichmässig ist, obwohl bei der Dimensionierung die Gleichmässigkeit vorausgesetzt wird. Ferner werden Biegung und Zug der Nieten vernachlässigt. All dies hat zur Folge, dass die reelle Sicherheit an den Nietverbindungen weit kleiner ist, als in den verbundenen Teilen. Auch die Erfahrung unterstützt diese Folgerung: Nietverbindungen lockern sich auch unter Lasten, die im Träger selbst gar keine merkbare bleibende Formänderungen hervorrufen. Ausweitungen der Nietlöcher sind ferner Beweise für einen hohen Lochleibungsdruck. Besonders bei Eisenbahnbrücken sind Nietwechsel *an der Tagesordnung*. Der kleinere Sicherheitsgrad ist einigermaßen gerechtfertigt, da die Möglichkeit der Instandsetzung durch Auswechslung der Niete gesichert ist. Um aber häufigen und kostspieligen Nietwechseln vorzubeugen, wäre es angezeigt, die Sicherheit der Nietverbindungen auf die Höhe derjenigen des gebogenen Trägers zu setzen.

⁽⁸⁾ Vorb., S. 618.

⁽⁹⁾ Föppl, *Drang und Zwang*. Bd. I, S. 42 usw.

Dann wäre für Lochleibungsdruck :

$$\alpha = 1,8-2,0$$

und für Abscheren :

$$\alpha = 0,5-0,65 .$$

Manche Verordnungen nähern sich bereits diesem Standpunkte. Die tschechoslowakische z.B. bestimmt für Abscheren

$$\alpha = 0,7$$

und für Lochleibungsdruck

$$\alpha = 1,7 .$$

Durch die geschilderte Festsetzung der Werte von α wird die Möglichkeit der Nietwechsel der plastischen Reserve der gebogenen Träger gleichgestellt.

β) Durch den Faktor β wird die bei verschiedenartigen Brüchen erscheinende Gefahr berücksichtigt. Der gewünschte Sicherheitsgrad soll gegen Gefahren verschiedener Art, sogar gegen verschiedene Arten des Bruches nicht gleich sein. Katastrophenartige Brüche (z.B. Knickung) fordern höhere Sicherheit als Brüche mit plastischer Reserve. Durch Einsetzen von β wird der Vergleich verschiedenartiger Brüche ermöglicht. Ist $\beta = 1,0$, so ist die durch die Formel ausgedrückte Festigkeit reell, sonst ist dieselbe formell.

Der höchste Sicherheitsgrad wird natürlich für Knickung vorgeschrieben, zumindest im elastischen Bereiche, nämlich $n = 2,5-3,5$. Es erscheint unlogisch, wenn derselbe im plastischen Bereiche bis auf 1,7 herabgesetzt wird. Die plastische Knickung geht rascher vor sich, als die elastische ⁽¹⁰⁾ und ist gegen noch so kleine, jedoch unvermeidliche Exzentrizitäten äusserst empfindlich. Es wäre logisch, den Sicherheitsgrad gegen Knickung unabhängig von der Schlankheit durchwegs gleich zu halten, worauf schon Herr Gehler hinwies ⁽¹¹⁾.

Allen Beanspruchungen, bei welchen der Verfall sich vom Fliessbeginn anrechnet, steht bis zum effektiven Bruch eine bedeutende plastische Reserve zur Verfügung. Hier ist also die Festsetzung einer niedrigeren Sicherheit (allgemein 1,7) angezeigt. Solche sind: Zug, Biegung, reiner Druck ($\lambda < 40$, ev. 60) Schub usw.

Auch die Beulung des Stegbleches bei gebogenen Trägern führt nicht zur Katastrophe, hier ist somit die gegen Knickung erwünschte hohe Sicherheit nicht angezeigt, obwohl das Ausbeulen auch ein Stabilitätsproblem ist; dem Ausbeulen können aber grosse Deformation und Ueberspannung der Gurtните folgen. Die Tragfähigkeit des ausgebeulten Bleches wird durch den Diagonalzug und den Druckwiderstand der Versteifungen ersetzt, solange keine Verformung des Trägers infolge Fliessens eintritt. Die deutsche Vorschrift begnügt sich deshalb mit einer niedrigeren formellen Sicherheit, im Werte von 1,4-1,5. Es wäre auch hier die beim Fliessen geforderte Sicherheit erwünscht.

⁽¹⁰⁾ BLEICH, *Theorie und Berechnung der eisernen Brücken*, Abb. 92 und 99.

⁽¹¹⁾ GEHLER, *Sicherheitsgrad und Beanspruchung*. Bericht über die II. Internationale Tagung für Brückenbau u. Hochbau, S. 232.

β soll als Einheit für den Bruch mit plastischer Reserve angenommen und die übrigen darauf reduziert werden. Sind z.B. die gewünschten Sicherheiten gegen Knickung, Fließen bzw. Ausbeulen der Reihe nach :

$$n_k = 2,5, \quad n_F = 1,7 \quad \text{bzw.} \quad n_B = 1,5$$

dann ist β :

$$\beta_k = \frac{n_F}{n_k} = 0,7; \quad \beta_F = 1,0 \quad \text{bzw.}; \quad \beta_B = \frac{n_F}{n_B} = 1,13$$

γ) γ drückt die Verhältnisse bei sich oft wiederholenden Beanspruchungen aus. Es bezeichnet das Verhältnis der Bruchspannung zur Dauerfestigkeit.

Im Falle sich wiederholender Beanspruchungen führt die Ermüdung zum Trennungsbruch, d.h. zum Bruch ohne plastische Reserve, der ebenfalls zur Katastrophe führen kann. Für diesen Fall wäre dieselbe Sicherheit erwünscht, wie gegen Knickung. Indem aber in letzterem Falle ein einziges Auftreten der Bruchbeanspruchung zu vermeiden ist, muss die Dauerfestigkeit bei der Ermüdung 1-2 millionenmal und zwar immer mit den dazu gehörenden Grenzwerten erreicht werden. Es muss auch der Wahrscheinlichkeitsgrad einer Belastung solcher Art in Erwägung gezogen werden, der ausserordentlich klein ist. Dagegen muss man berücksichtigen dass die Dauerfestigkeit durch die Wirkung eventueller Kerben, Materialfehler u. dgl. stark herabgesetzt wird. Die Ergebnisse von Ursprungsfestigkeitsproblem weisen hohe Streuung auf. Während das Material mit zu niedriger Fließgrenze bei der Uebernahme erkannt und zurückgewiesen werden kann, ist die Verhinderung der Verwendung von Materialien mit kleiner Ursprungs- oder Schwingungsfestigkeit, ja sogar die Erkennung dieser Mängel, nicht möglich. Versuche zur Klärung von Ermüdungserscheinungen wurden in viel geringerer Zahl durchgeführt, als statische Festigkeitsproben. Alle diese Umstände fordern vorsichtige Ueberlegung.

Die allgemeine Formel von γ ist

$$\gamma = 1,0 - \varphi \frac{\min \sigma}{\max \sigma}.$$

In den meisten Vorschriften ist für Flusstahl $\varphi = 0,3$, für hochwertige Stähle $\varphi = 0,4$, insofern $\min \sigma : \max \sigma$ negativ ist, und $\gamma > 1,0$. Ist $\min \sigma : \max \sigma$ positiv, so ist für Flusstahl $\gamma = 1,0$.

Hier muss eine Abänderung in der Berechnung von $\min \sigma : \max \sigma$ erfolgen.

Nach meiner Auffassung ist bei Bestimmung von γ die Beanspruchung hervorgerufen durch Eigengewicht g und ständige ruhende Last q , mit dem Faktor μ_g , bzw. μ_q zu multiplizieren usw. mit deren kleinerem Werte $\mu'' < 1,0$, da hier die Einflusslinie wechselndes Vorzeichen hat. Dagegen dürfen die durch die Nutzlast verursachten $\min S_p$ und $\max S_p$ -Werte nicht durch Sicherheitskoeffizienten vergrößert werden, da die sich häufig wiederholende Ueberschreitung der Nutzlast mit ermüdender Wirkung höchst unwahrscheinlich ist.

Bei Knickung infolge zentrischen Druckes gibt es zwei Möglichkeiten. Wenn die kritische Bruchfestigkeit $\sigma_B = \sigma_{kr} < \sigma_D$, worin σ_D die Dauer-

festigkeit ist, so muss die Ermüdung nicht in Betracht gezogen werden : $\gamma = 1,0$, da die Knickung schon bei der ersten Erreichung des σ_{kr} erfolgt. Ist dagegen $\sigma_{kr} > \sigma_D$, dann muss auch die Ermüdung usw. als reiner Druck berücksichtigt werden.

Anders ist es mit exzentrisch gedrückten Stäben. Bei statischer, einmaliger Belastung — sei die Exzentrizität bekannt oder angenommen — ist die Bestimmung der Bruchlast ein Festigkeitsproblem, das mit Rücksicht auf die allmähliche Ausbreitung des Fliessens (Ježek), oder durch Voraussetzung eines idealplastischen Materials mit einer Sicherheit gegen Fliessen, wie bei Biegung, gelöst werden kann. Bei sich oft wiederholender Belastung darf vorausgesetzt werden, dass nach jeder Beanspruchung eine kleine unelastische Deformation zurückbleibt : diese addieren sich; ihre Wiederholung führt also zur Vergrösserung der Exzentrizität bis zu einem Grade, wo die Faserspannungen nach Ueberschreitung einer gewissen Grenze den Bruch herbeiführen. Bei oft wiederholtem exzentrischem Druck muss also die Sicherheit gegen Ermüdung, nach meiner Ueberzeugung — die aber versuchsmässig noch nicht unterstützt ist —, in der Annahme einer grösseren Exzentrizität gesucht werden. Wie gross diese Erhöhung sei, kann nur auf Grund entsprechender Versuche ermittelt werden.

III

Es sei nun Gleichung (II) der Haupt- und Zusatzkräfte betrachtet. In Gleichungen (I) und (II) sind die rechten Seiten gleich, da die Bruchbeanspruchung von den verschiedenen Belastungskombinationen unabhängig ist. Auch darin unterscheidet sich meine Formel von derjenigen von Ing. Moe. (Siehe Tafel I.)

Die linke Seite erhält ausser den maximalen Beanspruchungen durch Hauptkräfte, diejenigen verursacht durch Zusatzkräfte. Die Grösse der letzteren ist weniger bekannt (Herr Prot nennt sie : sollicitations indéterminées) und ihre Wirkung wird auch mit geringerer Sorgfalt ermittelt. Deshalb müssen ihre Beanspruchungen durch den Faktor $\mu > 1,0$ vergrössert werden.

Die Wahrscheinlichkeit der Gleichzeitigkeit von gefährlichster Lage und gefährlichster Grösse sämtlicher Belastungen ist ausserordentlich klein; die ermittelten Maximalspannungen sind der Wahrscheinlichkeit gemäss mit Gleichzeitigkeitsziffern $c \leq 1,0$ zu multiplizieren. Bei Eigengewicht und bei ständiger Last ist natürlich : $c = 1$. Gleichzeitigkeitsziffern für Nutzlast und Zusatzkräfte sind von den verschiedenen Belastungskombinationen abhängig : z.B. bei Brücken im Falle eines Winddruckes von 250 kg/m^2 ist für die Nutzlast $c_p = 0$, da dies nur bei unbelasteter Brücke berücksichtigt werden muss, dagegen für Windkräfte gleichzeitig : $c_v = 1,0$.

Auch die Wirkung der Bremskräfte ist mit dem Sicherheitsgrad n zu multiplizieren, weil auch diese mit der Vergrösserung der Nutzlasten wachsen.

Erwähnt sei noch, dass bei Windverbänden welche nur mit dem Eigengewicht g und Windkräften v belastet sind, letztere als Nutzlasten aufzufassen sind und die Formel demgemäss lautet :

$$\mu_g \cdot S_g + n \cdot \mu_v \cdot S_v \leq f \left(\mu_c \cdot \mu_B \cdot \frac{\alpha \cdot \beta}{\gamma} \cdot \sigma_B \right). \quad (\text{III})$$

Da der Zweck des Windverbandes nicht nur in der Aufnahme der Windkräfte, sondern auch in der Versteifung der Konstruktion liegt, ist Faktor n bei der Dimensionierung der Windverbände mit einem hohen Wert einzusetzen. Dieses Prinzip wird in den gegenwärtigen Vorschriften meistens durch Herabsetzung der zulässigen Spannungen verwirklicht.

IV

Nun folgt der wichtigste Teil meines Beitrages: die Bestimmung des Sicherheitsbegriffes. Ich kann der allgemeinen Auffassung nicht zustimmen, wonach laut Abfassung von Ing. Prot:

$$\alpha = \frac{R}{P};$$

d.h. *die Sicherheit ist das Verhältnis der Bruchspannung zur Maximalspannung, hervorgerufen durch die Gesamtlast.*

Ing. Dutheil geht weiter, indem er auf das Verhältnis der Beanspruchungen übergeht; im Nenner benützt er aber noch die von der *Gesamtlast* verursachten Beanspruchungen. Diese Definitionen sind scheinbar auch von der Erinnerung an den Begriff der „veralteten“ zulässigen Spannungen beeinflusst.

Wenn die reelle Sicherheit grösser als Eins ist, bedeutet dies, dass der Bruch bei einer durch den Sicherheitsgrad vergrösserten Belastung erfolgt. Ist es logisch, das Gewicht der Konstruktion, vorzugsweise das Eigengewicht des untersuchten Trägers, zu erhöhen? Letzteres ist ja untrennbar vom Träger und lässt sich ohne Vergrösserung seines Querschnittes, wodurch die Spannung sich erniedrigen würde, nicht erhöhen.

Ich multipliziere deshalb nur die Nutzlast mit dem Sicherheitsgrad, und so gelangen wir zu *einem neuen Begriff* der Sicherheit, den ich deshalb mit einem anderen Buchstaben n bezeichnet habe. Für Hauptkräfte ist:

$$n = \frac{S_R - S_G}{S_P},$$

wo S_R die Bruchbeanspruchung, S_G die ständige Beanspruchung und S_P die Beanspruchung aus der Nutzlast ist.

Die aus meinen Formeln errechneten Werte des Sicherheitsgrades n sind aus Tafel I ersichtlich.

Vergleichen wir zwei Brücken, deren Hauptträger unter Ausnützung der zulässigen Spannungen bemessen sind. Die erste habe ein grosses Eigengewicht und eine grosse ständige Last (z.B. eine Aufschüttung), die zweite sei von leichter Bauart. Sicherheit α (nach Herrn Prot) sei für beide gleich. Belasten wir beide mit der berechneten Nutzlast; dadurch entstehen die zulässigen Spannungen in beiden Konstruktionen. Wird nun die Nutzlast auf das α -fache der berechneten erhöht, so wird die Sicherheit der sehr leichten Konstruktion dadurch erschöpft, der Bruch tritt ein; die schwere Konstruktion kann dagegen weit höher belastet werden. Die reelle Sicherheit beider Brücken ist also ungleich, und bei der schweren Brücke nicht gleich α . Infolge Bemessung nach dem allgemeinen Sicherheitsbegriff ist die reelle Sicherheit der Brücken mit verschiedenen Oeffnungen nicht

gleich. Und was von noch grösserem Belange ist: *Es sind bisher verschiedene Träger derselben Brücke mit ungleicher Sicherheit also auf Kosten der Wirtschaftlichkeit dimensioniert worden.*

Es ist dringend notwendig, diesem Uebelstande abzuhelpfen.

Auch Herr Dutheil lässt ahnen — obwohl in Verbindung mit Zusatzkräften —, dass etwas mit der bisherigen Auffassung der Sicherheit nicht stimmt: „de même, pour un ouvrage dans lequel les charges permanentes sont prépondérantes, on peut se contenter d'un coefficient de sécurité plus faible...“, d.h. eine grosse ständige Last vergrössert die Sicherheit der Konstruktionen, was wir instinktiv fühlen, aber in der bisherigen Auffassung der Sicherheit nicht zur Geltung kommt.

Ich bemerke, dass auch Dr. G. v. Kazinczy eine der meinigen ähnliche Auffassung der Sicherheit auf dem Wiener Kongress veröffentlichte.

Dieser aus den Auffassungen der Sicherheit stammende Unterschied ist sehr wichtig für verstärkte, sowie vorgespannte Konstruktionen (vorgespannter Eisenbeton), wo die sicherheitserhöhende Wirkung des Eigengewichtes vom Ausmass der Vorspannung abhängt.

Uebrigens werden die zwischen den beiden Auffassungen n und α bestehenden Unterschiede allmählich verschwinden, wenn die Bestimmung der Faktoren im Laufe der Entwicklung immer genauer erfolgt und dadurch die gewünschte reelle Sicherheit sich immer mehr der Einheit nähert.

Im äussersten Falle, wenn scheinbar keine Nutzlast vorhanden ist, könnte die Formel nicht benutzt werden. Jedes Bauwerk hat aber einen Zweck, und dadurch wird unbedingt schon eine Nutzlast bedingt. Wenn die Konstruktion nur Wind- oder Schneelast zu tragen hat, sind diese als Nutzlast aufzufassen und mit n zu multiplizieren.

V

Zum Schluss seien Ergebnisse meiner Berechnungen laut Formel 1 über die Sicherheit in den Zuggurten der Hauptträger unserer Brücken, die mit den erwähnten Belastungen bis zur zulässigen Spannung ausgenützt sind, vorgeführt (Siehe Tafel II). Die verschiedenen Faktoren sind auf Grund wahrscheinlicher Toleranzen angenommen, sind also vorläufige Annäherungswerte ohne Anspruch auf Exaktheit.

Mit diesen Werten ist der Sicherheitsgrad der Hauptträger der Eisenbahnbrücken mit $l = 30-100$ m Oeffnung: 1,34-1,44 und wächst etwas mit der Spannweite infolge Einwirkung des Konstruktionsgewichtes. Der Sicherheitsgrad von Strassenbrücken derselben Oeffnungsgrenzen ist aus diesem Grunde bedeutend höher: 1,5-1,7. Meines Erachtens dürfte man bei der Dimensionierung von Strassenbrücken ohne weiteres den Sicherheitsgrad der Eisenbahnbrücken anwenden, umso mehr, da ja die Sicherheit der Fahrbahnträger nur ungefähr 1,25-1,3 und diejenige der Verbindungen nur 1,0-1,05 beträgt, somit die höhere Sicherheit der Hauptträger nicht ausgenützt werden kann.

Nach Festsetzung der erwünschten Sicherheiten können aus den vorgeführten Regeln leicht Bemessungsformeln abgeleitet werden. Sie mögen vielmehr zu der Umgestaltung der Vorschriften in dem Sinne Anlass bieten, dass der Sicherheitsgrad in allen Teilen der Konstruktion gleichgestellt werde, was eine unerlässliche Bedingung der Wirtschaftlichkeit ist.

Die Wissenschaft hat die Aufgabe, die Faktoren möglichst genau zu

TAFEL II. — Die reelle Sicherheit der Hauptträger bestehender Stahlbrücken
(Angenommen dass die Träger bis 14 kg/mm² ausgenützt dimensioniert sind)

$$\begin{aligned} \mu_g \cdot \mu_q & \left\{ \begin{array}{l} \text{für Stahlkonstruktionen} = 1,10; \\ \text{für andere ständige Lasten} = 1,20. \end{array} \right. \\ \mu_c & \left\{ \begin{array}{l} \text{für vollwandige Träger} = 0,95; \\ \text{für Fachwerkträger} = 0,90. \end{array} \right. \\ \psi & \left\{ \begin{array}{l} \text{für Eisenbahnbrücken} = 1,24 + \frac{9}{l+16}; \\ \text{für Strassenbrücken} = 1,20 + \frac{10}{l+30}. \end{array} \right. \\ \alpha = \beta = \gamma & = 1,0; \\ \sigma_B = \sigma_F & = 24 \text{ kg/mm}^2. \end{aligned}$$

$$\mu_B \text{ für Flusstahl} = 0,85$$

(Toleranz : 3 % in Massen; 2 % für Kerbung; 10 % für σ_F).

$$S_R = \mu_c \cdot \mu_B \cdot \sigma_F \left\{ \begin{array}{l} \text{Beim Vollwandträger } S_R = 19,38 \text{ kg/mm}^2; \\ \text{Beim Fachwerkträger } S_R = 18,36 \text{ kg/mm}^2. \end{array} \right.$$

I. Eisenbahnbrücken

A. Vollwandige Hauptträger

l	$f(\sigma_B) = S_R$	S_G	S_P	$n = \frac{S_R - S_G}{S_P}$
10	1938	120	1.294	1,40
20		173	1.246	1,41
30		237	1.187	1,43
40		302	1.129	1,44

B. Fachwerk-Hauptträger

l	$f(\sigma_B) = S_R$	S_G	S_P	$n = \frac{S_R - S_G}{S_P}$
30	1836	196	1.225	1,34
40		244	1.182	1,35
60		356	1.080	1,37
80		449	996	1,39
100		517	934	1,41

II. Strassenbrücken

l	$f(\sigma_B) = S_R$	S_G	S_P	$n = \frac{S_R - S_G}{S_P}$
30	1836	956	589	1,49
40		974	556	1,55
60		1.030	504	1,60
80		1.070	464	1,64
100		1.116	424	1,70

ermitteln, um die Sicherheit der Einheit näher zu bringen. So wird die von Prof. Campus betonte dreifache Einheit : Zweckmässigkeit, Sicherheit und Wirtschaftlichkeit erreicht werden können, wobei kein Gegensatz bestehen bleiben darf.

Zum Schluss möchte ich nochmals die Wichtigkeit der Sicherheitsfrage betonen. Viele Verordnungen sind, eben infolge Veraltung des Begriffes der zulässigen Spannung, veraltet. In vielen Ländern sind sie in Umarbeitung begriffen. Die Arbeit der damit Betrauten wäre sehr erleichtert gewesen, wenn es dem Kongresse gelungen wäre, in der Frage der Sicherheit eine entschlossene Stellungnahme zu fassen.

Résumé

L'auteur donne son opinion concernant la notion de sécurité. Il montre que la formule de M. Moe peut être utilisée comme formule de base. Il est toutefois nécessaire d'y modifier quelques facteurs, pour obtenir des valeurs pratiques pour le coefficient de sécurité.

L'auteur n'est pas d'accord avec la définition générale de la sécurité :

$$\sigma = \frac{F_R}{F_E}$$

avec

σ : Sécurité;
 F_R : Tension de rupture;
 F_E : Tension réelle maximum.

Il propose de définir la sécurité par :

$$n = \frac{S_R - S_G}{S_P}$$

avec

S_R : Sollicitation entraînant la rupture;
 S_G : Sollicitation permanente;
 S_P : Sollicitation due à la surcharge.

Pour la détermination des coefficients dans cette formule, l'auteur propose trois groupes. Les propositions des autres auteurs, traitant le même sujet, peuvent convenir dans ce but.

Zusammenfassung

Der Verfasser nimmt Stellung zu den am Kongress vorgetragenen Referaten über den Begriff der Sicherheit.

Er zeigt, dass die Formel von Herrn Moe als Grundlage benutzt werden kann. Es müssen darin aber einige Faktoren geändert werden, damit sich praktisch mögliche Werte für die Sicherheit ergeben.

Der Verfasser ist jedoch nicht einverstanden mit der allgemeinen Definition der Sicherheit, wonach

$$\sigma = \frac{F_R}{F_E} .$$

σ = Sicherheit;
 F_R = Bruchbeanspruchung;
 F_E = Maximalbeanspruchung;

Er schlägt vor, die Sicherheit n durch

$$n = \frac{S_R - S_G}{S_P}$$

zu definieren :

S_R = Beanspruchung, die den Bruch herbeiführt;
 S_G = Ständige Beanspruchung;
 S_P = Beanspruchung durch die Nutzlast.

Für die Bestimmung der Koeffizienten in der Formel unterscheidet der Verfasser drei Gruppen. Die Vorschläge der andern Referenten, die das gleiche Thema behandeln, können dabei benützt werden.

Summary

The author states his opinion concerning the notion of safety. He shows that M. Moe's formula can be used as a basic formula. It is nevertheless necessary to modify a few factors in it, in order to obtain practical values for the coefficient of safety.

He does not agree with the general definition of safety :

$$\sigma = \frac{F_R}{F_E}$$

with :

σ : Safety;
 F_R : Rupture tension;
 F_E : Real maximum tension.

He proposes to define safety by :

$$n = \frac{S_R - S_G}{S_P}$$

with :

S_R : Stress causing rupture;
 S_G : Permanent stress;
 S_P : Stress due to overload.

For the determining of coefficients in this formula he proposes 3 groups. The proposals of other authors, dealing with the same subject, are suitable for this purpose.

Leere Seite
Blank page
Page vide

Va3

**Etude expérimentale de la rupture
dans les pièces fléchies en béton armé**

**Experimentelle Untersuchungen über den Bruch
von auf Biegung beanspruchten Eisenbetonelementen**

**Experimental investigation on failure
in reinforced concrete units under bending**

R. CHAMBAUD

Conseiller scientifique de l'Institut technique du Bâtiment et des Travaux publics, Paris

En collaboration avec

P. LEBELLE

Directeur de l'Institut technique du Bâtiment
et des Travaux publics, Paris

R. PASCAL

Ingénieur civil
des Ponts et Chaussées, Paris

Sous le patronage de l'Institut technique du Bâtiment et des Travaux publics
et de la Chambre syndicale des Constructeurs en Ciment armé de France

Introduction

La nature et les conditions des essais entrepris aux Laboratoires du Bâtiment et des Travaux publics à Paris ont été définies dans la *Publication préliminaire*, de même que les buts à atteindre.

Rappelons que les essais ont porté sur des poutres à section rectangulaire armées en traction seulement et soumises à la flexion circulaire (c'est-à-dire à la flexion sous moment constant dans la zone centrale) jusqu'à rupture.

La charge de rupture a été mesurée avec précision et les circonstances de la déformation et de la fissuration ont été observées avec soin au moyen d'appareils perfectionnés. Notamment on a mesuré l'importance et la répartition des déformations élastiques et plastiques au moyen de strain-gages externes et de cellules à résistance noyées à l'intérieur du béton. On a mesuré également les modules d'élasticité des bétons par une méthode vibratoire nouvelle ainsi que les résistances des bétons sur cubes témoins, les limites d'élasticité (ou d'écoulement) des aciers ainsi que l'étendue de leurs paliers de ductilité, leur résistance à la rupture et leur limite d'allongement.

Le nombre important des essais a permis d'obtenir des résultats statistiques, dont l'interprétation nous a conduits à une théorie de la déformation élasto-plastique permettant de prévoir le moment limite de rupture d'une poutre à section rectangulaire quand on connaît les caractéristiques des matériaux employés et le pourcentage des armatures tendues.

On en a déduit une méthode simple de calcul à coefficient de sécurité constant, que nous appelons la méthode élasto-plastique et qui s'oppose à la méthode classique ou purement élastique.

La conclusion est qu'on peut, avec une sécurité normale, utiliser la résistance à la flexion des sections rectangulaires dans des limites beaucoup plus étendues qu'on ne le fait habituellement d'après la théorie classique, notamment par l'emploi de hauts pourcentages d'acier tendu, et que l'économie possible sur les armatures comprimées est considérable, ces armatures s'avérant inutiles dans la grande majorité des cas, pour des pourcentages d'acier tendu pouvant atteindre 4 et 6 % et parfois davantage, suivant les caractéristiques des matériaux employés, acier et béton.

La place limitée dont nous disposons ne nous permet pas de donner le détail de nos expériences ni les tableaux complets de nos résultats numériques. Ils seront exposés dans un autre recueil et nous nous contenterons de résumer ici les points les plus importants de notre étude.

Notations

b	largeur de la poutre ;
h_1	hauteur utile ;
ω'	section d'acier tendu ;
$\varpi' = \frac{\omega'}{bh_1}$	pourcentage d'acier tendu ;
ϖ'_{cr}	pourcentage critique ;
n	contrainte maximum de rupture du béton dans les pièces fléchies ;
n_0	résistance en compression sur cubes, au jour de l'essai ;
n'_e	limite d'écoulement de l'acier ;
M	moment de flexion ;
$\zeta = \varpi' \frac{n'_e}{n_0}$	pourcentage réduit ;
$\mu = \frac{M}{bh_1^2 n_0}$	moment réduit ;
$K = \frac{M}{bh_1^2}$	moment unitaire ;
σ	coefficient de sécurité.

Définition des essais

Le nombre des poutres essayées est de 82, leur section totale 100×135 mm ou 125×150 mm, leur portée théorique 2,90 m ou 3,70 m, la partie centrale, soumise à un moment constant, a 0,70 m de longueur.

Les ciments employés sont de deux sortes : un superciment à haute résistance initiale, classe 315/400 et un ciment artificiel Portland, classe 250/315.

Les aciers sont des aciers doux, mi-doux, mi-durs et durs et présentent tous un palier de ductilité très marqué (l'allongement avant le début de la période de raffermissement par écrouissage n'était jamais inférieur à 7,6 ‰ pour les aciers les plus durs; il n'a pas été mesuré avec précision pour les aciers doux mais on peut admettre, d'après des mesures sur des aciers analogues, qu'il était d'au moins 20 ‰).

Les diamètres d'armatures utilisés sont de 8, 12, 16 et 18 mm.

Les dosages en ciment varient de 275 à 525 kg/mc, les pourcentages d'acier tendu de 0,95 à 6,28 %.

Les résistances du béton à la compression, mesurées sur cubes de 14,1 cm de côté au jour de l'essai, varient de 128 à 595 kg/cm² si l'on considère les cubes individuellement, ou de 140 à 466 kg/cm² si l'on considère les moyennes par séries de cubes se rapportant à une même poutre.

Les limites d'écoulement des aciers pris individuellement varient de 24,8 à 76,1 kg/mm², leurs moyennes correspondant aux aciers d'une même poutre de 25,4 à 67,2 kg/mm². Les résistances de rupture varient de 36,5 à 106,2 kg/mm² et les allongements maxima avant rupture mesurés entre repères d'écartement réglementaire de 38,8 à 8,1 %.

On a préparé en même temps qu'était coulée la poutre, une série d'éprouvettes destinées à renseigner sur les qualités physiques et mécaniques du béton et conservées dans les mêmes conditions que la poutre.

L'essai de compression sur cubes a été fait au moyen d'une presse Amsler de 500 tonnes. Le cube a été placé entre les plateaux de la presse avec interposition de deux feuilles de carton de 2 à 4 mm d'épaisseur.

Le module d'élasticité a été déterminé par une méthode vibratoire qui donne le module d'élasticité instantané initial, c'est-à-dire celui qui correspond à la tangente à la courbe contrainte/déformation à l'origine. C'est le seul qui soit intéressant et corresponde à une caractéristique réelle du béton, car tous les autres sont plus ou moins influencés par le fluage, même pour des chargements et déchargements quasi instantanés, c'est-à-dire effectués dans des périodes de temps comprises entre quelques minutes et une demi-heure ou une heure, comme l'ont très nettement montré nos mesures de flèches et de déformation effectuées au cours des essais principaux.

On a prélevé sur chacune des barres longitudinales des poutres un échantillon pour déterminer les caractéristiques de l'acier, ce qui représente en tout 328 échantillons.

Pour un certain nombre de barres en acier dur on a fait une détermination précise des allongements élastiques et plastiques au moyen d'un extensomètre système Mercier permettant de mesurer des allongements de 5 microns sur une base de 100 mm. On en a déduit les diagrammes contraintes/allongements.

Pour chaque poutre, la flèche au milieu a été mesurée par un fleximètre enregistreur. Dans un certain nombre de cas cet appareil a permis de mesurer la déformation plastique et le fluage jusqu'à rupture, ce qui nous a donné des renseignements très intéressants sur les grandes déformations susceptibles d'intervenir dans le phénomène de rupture par flexion.

Un des objectifs principaux de nos essais était de mesurer l'importance des raccourcissements que le béton comprimé est susceptible de supporter

avant rupture par flexion, les renseignements donnés à cet égard par les expérimentateurs qui nous ont précédés étant fort contradictoires. Nous avons donc munis un certain nombre de poutres d'extensomètres précis permettant de faire les mesures en divers points situés dans le voisinage de la section probable de rupture. Ces extensomètres étaient constitués par des strain-gages à résistance, à bases de 20 et 180 mm, collés sur la face supérieure et sur les faces latérales des poutres.

Les poutres ont été chargées et rompues au moyen d'une machine à levier procédant par quanta de charges successifs. La durée d'application de chaque quantum de charge partielle était de l'ordre de 10 à 20 minutes. Pour un certain nombre de poutres, on a procédé à un déchargement complet après application d'une charge correspondant à la moitié ou aux trois quarts de la charge probable de rupture, suivi d'un rechargement poursuivi jusqu'à rupture. Ceci afin de contrôler l'importance des déformations plastiques irréversibles et du fluage. Cette opération a parfois été répétée deux fois au cours d'un essai de poutre. La durée totale d'un essai de flexion a été en général comprise entre 1 heure et 2 heures. Dans un cas extrême elle a atteint près de 4 h 1/2.

L'appréciation du phénomène de rupture ne donne pas lieu à ambiguïté, il est très facile à saisir : sous l'application de chaque quantum de charge il se produit une déformation instantanée, puis pendant les 10 à 20 minutes que dure l'application du quantum, un fluage faible au début de l'essai, puis de plus en plus important, à mesure que la charge augmente. Insensible sous le 1/10 de la charge totale ce fluage peut atteindre 20 à 25 % de la flèche instantanée à moitié charge de rupture et 80 % sous les 9/10 de la charge de rupture, avec une lente tendance à la stabilisation. Après application du dernier quantum au contraire, ce fluage se poursuit en s'accroissant et l'affaissement se produit assez brutalement au bout d'un temps qui varie en général entre quelques minutes et une trentaine de minutes. Dans un cas par exemple, nous avons eu la chance de pouvoir suivre ce fluage pendant 28 minutes et même, après ce temps, la rupture étant sur le point de se produire, nous avons pu, en supprimant rapidement la charge, observer un relèvement élastique égal à 35 % de la flèche maximum observée.

Dispersion des mesures d'écrasement sur cubes et analyse statistique des résultats

Comme nous l'avons dit, on a pris soin de mesurer séparément pour chaque poutre les caractéristiques mécaniques des matériaux, aciers et bétons.

La valeur de la résistance sur cubes admise pour chaque poutre était la moyenne des résultats d'écrasement de 8 à 10 cubes en général.

Les essais sur cubes (plus de 600 cubes essayés) ont permis de constater une dispersion assez importante pour les cubes de même gâchée ou de même composition. Cela nous a conduits à entreprendre sur ces résultats une étude statistique dont nous avons exposé de vive voix devant le Congrès les principes et les conclusions. Nous ne pouvons malheureusement nous étendre ici sur cette question.

Nous en avons tiré des renseignements intéressants montrant que les résultats statistiques obtenus sont dignes de confiance malgré les écarts individuels.

La résistance sur cubes étant ainsi connue avec une approximation suffisante, nous avons pu en déduire la résistance vraie du béton de la poutre travaillant en flexion dans les conditions de l'expérience, résistance qui *a priori* n'a pas plus de raisons d'être égale à la résistance de compression sur prismes qu'à la résistance de compression sur cubes, les conditions de travail étant essentiellement différentes. En fait elle se rapproche davantage de cette dernière contrairement à l'opinion de certains auteurs qui préfèrent s'en rapporter à la résistance sur prismes. Nous dirons plus loin un mot de la méthode d'ajustement qui nous a permis de fixer la résistance vraie.

Etude des déformations

On s'est attaché surtout à mesurer les raccourcissements éprouvés, en fonction de la charge et du temps, par les fibres supérieures du béton au voisinage de la section de rupture, la connaissance précise de ces déformations étant essentielle pour notre théorie.

Nous résumons ci-dessous les conséquences que nous avons cru pouvoir tirer de nos mesures.

1° Pour toutes charges, la déformation comprend une déformation élastique instantanée réversible et une déformation fonction du temps (fluage) qui n'est que très partiellement réversible par suppression de la charge. Ce phénomène s'observe même pour des charges ne représentant pas plus de 20 à 30 % de la charge limite et même pour des durées de chargement courtes, de l'ordre de 10 à 25 minutes. L'importance relative du fluage croît avec le rapport entre la charge appliquée et la charge limite de rupture. Au voisinage de la rupture, dans une expérience dont la durée est de 1 à 4 heures environ, le fluage total dépasse généralement la déformation élastique totale.

2° Les diagrammes de retour après déchargement dans un temps très court (une ou deux minutes) permettent de définir un coefficient d'élasticité instantané E_0 , α étant la fraction de la charge rapportée à la charge de rupture. E_0 correspond à la partie sensiblement rectiligne du diagramme de retour charges/déformations et représente le coefficient d'élasticité instantané moyen quand le taux de charge passe de α à 0. Ce coefficient diminue quand la charge appliquée augmente. On a approximativement pour tous les bétons considérés

$$\begin{aligned} E_{0,3} &= 0,90 E_0, & E_{0,8} &= 0,57 E_0, \\ E_{0,5} &= 0,80 E_0, & E_{0,9} &= 0,42 E_0, \\ E_{0,7} &= 0,67 E_0, \end{aligned}$$

ces résultats étant donnés simplement à titre d'ordres de grandeur.

3° Les sections transversales de la poutre restent sensiblement planes pendant la déformation jusqu'au voisinage de la rupture, résultat prévisible *a priori* par simple raison de symétrie, puisqu'il s'agit de flexion circulaire.

4° Pour tous les bétons et toutes les conditions d'armatures la fibre supérieure du béton subit avant rupture un raccourcissement important, mais ce phénomène est difficile à saisir parce qu'il est local et assez analogue, toutes proportions gardées, au phénomène de striction dans les

essais de traction simple des barres d'acier doux. Comme la position de la section de rupture n'est pas exactement connue à l'avance, le phénomène peut passer inaperçu si le strain-gage destiné à le mesurer n'est pas situé à l'endroit optimum. En plaçant trois strain-gages collés sur la face supérieure de la poutre, l'un au milieu, les autres de part et d'autre à une distance de 10 à 15 cm, nous avons eu la chance de l'observer plusieurs fois, mais il n'est pas rare de voir, quelques instants avant la rupture, le strain-gage placé dans la zone restreinte affectée par la rupture accuser un raccourcissement deux fois plus important que ses voisins. Il faut naturellement, pour avoir les meilleurs résultats, opérer avec des strain-gages à base courte (20 mm dans notre cas). Nous croyons que la difficulté d'observer ces déformations purement locales est la raison pour laquelle les auteurs qui ont étudié cette question, ont indiqué des chiffres si différents les uns des autres (raccourcissements limites de 1 à 2 ‰ pour les uns et jusqu'à 7 et 8 ‰ pour les autres).

5° Le raccourcissement maximum de la fibre supérieure du béton avant rupture ne paraît pas sensiblement différent d'un béton à l'autre. Les bétons moins résistants ont un coefficient d'élasticité plus faible et sont plus plastiques, mais ils se rompent sous une charge unitaire plus faible de sorte qu'il se produit une espèce de compensation. L'ensemble de tous nos essais, attentivement dépouillés et interprétés nous a conduits à proposer comme valeur la plus plausible du raccourcissement maximum du béton avant rupture par flexion une quantité uniformément égale à 3,6/1 000 pour des bétons dont les résistances varient entre 150 et 500 kg/cm². C'est la valeur qui sert de base à notre théorie élasto-plastique.

Bases d'une théorie élasto-plastique de la flexion

Nous partons des bases suivantes que nous considérons comme suffisamment bien établies par nos expériences ou par des faits antérieurement connus.

1° Au cours de la flexion les sections droites de la poutre se déforment en restant planes.

2° Le module d'élasticité des aciers est constant jusqu'à la limite d'écoulement. Nous ne l'avons pas mesuré spécialement pour les aciers au carbone de nuances très diverses que nous avons utilisés car on sait qu'il est presque rigoureusement indépendant de la dureté de l'acier. Nous avons admis pour l'acier la valeur

$$E_a = 21\,000 \text{ kg/mm}^2.$$

3° Après dépassement de la limite d'écoulement, l'acier continue de s'allonger à tension constante, en utilisant le palier de ductilité.

4° Le coefficient d'élasticité initial instantané du béton est lié à sa résistance sur cubes n_0 par la formule

$$E_0 = k/\sqrt{n_0}$$

et nous pouvons admettre

$$k = 19\,000 \text{ (kg}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{cm}^{-1}) .$$

5° Dans la section de rupture par flexion, la fibre la plus comprimée

du béton éprouve un raccourcissement maximum qui atteint au moment de la rupture la valeur

$$\varepsilon_1 = 3,6/1\,000.$$

6° Au cours de la flexion, les différentes fibres comprimées du béton se déforment suivant un diagramme dont la courbe a pour tangente à l'origine le coefficient angulaire E_0 . La courbe progresse en s'écartant de cette tangente et atteint l'ordonnée maximum n correspondant à la contrainte de rupture du béton par flexion en un point A où elle présente une tangente horizontale. L'abscisse du point A est approximativement égale à $2\,n/E_0$. A partir de ce point la déformation se poursuit à tension légèrement décroissante jusqu'à un raccourcissement limite ε_1 après quoi se produit la rupture. Nous avons été conduits à assimiler la courbe entre l'origine et le sommet A à une demi-période de sinussoïde en axes obliques, et au delà du sommet à une parabole cubique. Nous n'avons pu donner ici les définitions analytiques complètes. Elles paraîtront dans un autre recueil.

7° La contrainte maximum n du béton au moment de la rupture est inconnue. Le phénomène de flexion est essentiellement différent du phénomène d'écrasement par compression tel qu'il se produit dans les expériences de rupture de cubes ou de prismes.

Il est cependant vraisemblable que la contrainte de rupture par flexion n est proportionnelle à la contrainte de rupture par compression dans les essais sur cubes et que seul est inconnu le coefficient de proportionnalité; nous admettons donc que l'on peut écrire

$$n = (1 + \lambda)n_0,$$

λ étant un coefficient assez voisin de zéro, mais pour le moment inconnu. Le meilleur moyen de le déterminer sera de le laisser figurer avec une valeur arbitraire dans les formules et de le déterminer après coup par une méthode d'ajustement, en comparant les résultats de nos formules avec les grandeurs effectivement observées dans nos expériences. La meilleure valeur de λ sera celle qui donne le meilleur accord entre l'ensemble des grandeurs observées et l'ensemble des grandeurs calculées. Nous avons ainsi été conduits à attribuer à λ la valeur $\lambda = 0$.

8° On néglige enfin la résistance offerte par le béton tendu. Il est clair qu'au moment de la rupture elle n'intervient que très peu, la fissuration étant généralement déjà accentuée avant rupture. Peut-être aurait-elle une influence dans les cas de poutres très faiblement armées, mais cette influence est pratiquement nulle dans les cas que nous avons considérés, et elle devrait de toutes façons par prudence être négligée.

Ces bases étant admises, le problème de la rupture élasto-plastique des poutres rectangulaires sans armatures comprimées soumises à la flexion simple est complètement défini et sa solution n'est plus qu'une question de calcul algébrique.

Formules de la flexion élasto-plastique

Les quantités connues sont :

- n_0 résistance sur cubes ;
- n_c' limite d'écoulement de l'acier ;
- ϖ' pourcentage de l'acier tendu.

On pose

$$\mu = \frac{M}{bh_1^2 n_0}, \quad \zeta = \varpi' \frac{n_e'}{n_0}.$$

Nous ne pouvons développer ici les calculs faits sur les bases précédentes et donnerons seulement les résultats.

PREMIER RÉSULTAT. — Il existe un pourcentage critique ϖ'_{cr} fonction de n_e' et n_0 dont nous avons fourni l'expression.

Pour $\varpi' < \varpi'_{cr}$, l'acier travaille à sa limite d'écoulement au moment de la rupture.

Pour $\varpi' > \varpi'_{cr}$, la rupture survient avant que le taux de travail de l'acier n'ait atteint sa limite d'écoulement. Il en résulte qu'il n'y a jamais intérêt pratiquement à dépasser le pourcentage critique, aucune armature n'étant prévue en compression.

Voici quelques valeurs du pourcentage critique ϖ'_{cr} en % :

$n_e' \backslash n_0$	100	200	300	400	500
2 000	3,54	6,82	9,84	—	—
3 000	2,14	4,11	5,93	7,69	9,35
4 000	1,47	2,82	4,09	5,27	6,40
5 000	1,08	2,08	3,01	3,88	4,72
6 000	0,83	1,60	2,31	2,99	3,65

Dans ce tableau les contraintes n_0 et n_e' sont données en kg/cm²

SECOND RÉSULTAT. — Le moment de rupture est donné par la formule

$$\mu = \zeta \varphi (1 - \beta \zeta \varphi).$$

Dans cette formule β est un coefficient fonction de n_0 et voisin de 1/2 dont voici quelques valeurs :

$n_0 =$	100	200	300	400	500
$\beta =$	0,5030	0,5065	0,5103	0,5146	0,5190

φ est un coefficient égal à 1 quand $\varpi' < \varpi'_{cr}$.

Quand $\varpi' > \varpi'_{cr}$, φ est une fonction de n_0 , n_e' , ϖ' dont nous ne donnerons pas ici l'expression assez compliquée, parce qu'elle n'a pas d'intérêt pratique et nous a seulement servi à vérifier l'accord entre l'expérience et la théorie dans le domaine des pourcentages d'acier dépassant le pourcentage critique.

La théorie fait également connaître la position de la fibre neutre à la rupture et le taux de travail limite de l'acier pour $\varpi' > \varpi'_{cr}$. Nous ne pouvons nous étendre ici sur ces résultats secondaires.

Nous avons également traduit nos résultats en abaques qui figurent dans une autre publication.

Comparaison des résultats expérimentaux et théoriques.
Justification de la théorie

Pour les 82 poutres essayées on a déterminé d'une part le moment de rupture d'après la charge de rupture observée et d'autre part d'après la théorie ci-dessus. On a ainsi pu comparer le moment réduit observé, μ_{obs} et le moment réduit calculé, μ_{calc} , et déterminer le rapport $\rho = \frac{\mu_{\text{obs}}}{\mu_{\text{calc}}}$, théoriquement égal à l'unité. Un de ces rapports présentait une valeur anormale (1,23) que nous avons écartée comme probablement entachée d'une ou plusieurs erreurs accidentelles. Nous avons calculé la moyenne arithmétique de 81 rapports restants. Elle est égale à l'unité, à 2/1 000 près, ce qui justifie *a posteriori* la valeur $\lambda = 0$ admise dans la formule $n = n_0(1 + \lambda)$.

D'autre part, en classant les résultats de ρ par fréquence des écarts, nous constatons qu'on obtient le tableau suivant où τ_i représente la valeur absolue de l'écart par rapport à la moyenne, et f la fréquence observée :

Ecart				Fréquences	
0	<	τ_i	\leq	2,5 %	$f = 25$
2,5 %	<	τ_i	\leq	5 %	$f = 21$
5 %	<	τ_i	\leq	7,5 %	$f = 15$
7,5 %	<	τ_i	\leq	10 %	$f = 10$
10 %	<	τ_i	\leq	12,5 %	$f = 5$
12,5 %	<	τ_i	\leq	15 %	$f = 3$
15 %	<	τ_i	\leq	17,5 %	$f = 1$
17,5 %	<	τ_i	\leq	20 %	$f = 1$
Total des résultats : $N = \Sigma f = 81$.					

L'écart quadratique moyen est égal à 6,43 %. Il ne dépasse pas sensiblement celui qui résulte de la dispersion existant dans les mesures d'écrasement du béton, et cela prouve que la méthode élasto-plastique de détermination du moment de rupture par flexion est digne de confiance et repose sur des bases comportant une grande part de vérité.

La courbe expérimentale des fréquences définie par les données ci-dessus est très voisine de la courbe normale de Gauss, ce qui confirme que la loi de Gauss est applicable avec une bonne approximation dans les conditions de nos expériences.

REMARQUE. — Nous ferons à cette occasion une remarque sur une question de notations.

Les orateurs qui nous ont précédé en séance du Congrès ont pris comme valeur de la probabilité élémentaire normale l'expression

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} dx$$

tandis que nous avons admis de notre côté l'expression

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

plus généralement utilisée par les probabilistes modernes.

Ces deux expressions sont évidemment équivalentes puisqu'il s'agit d'un simple changement de variable, mais la seconde a un avantage, c'est que dans ce système l'unité d'abscisse représente l'écart quadratique moyen, tandis que dans le premier elle ne représente rien de physique. On peut en effet dresser le tableau comparatif suivant :

	1 ^{er} Système	2 ^e Système
Ecart moyen	$\frac{1}{\sqrt{\pi}} = 0,5642$	$\sqrt{\frac{2}{\pi}} = 0,7979$
Ecart médian	0,4769	0,6745
Ecart quadratique moyen . .	$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0,7071$	1,0000

On voit que l'écart quadratique moyen se lit immédiatement sur les diagrammes du second système tandis qu'aucun des trois écarts utilisables n'est dans ce cas si l'on emploie le premier système.

Application à la détermination du coefficient de sécurité réel en flexion

Une première application très importante de nos résultats d'expériences et de la théorie élastoplastique par laquelle nous les avons interprétés, consiste à déterminer le coefficient de sécurité que fournissent les calculs effectués suivant la méthode classique.

Pour cette dernière nous prenons comme référence le nouveau règlement français du M. R. U., 1945 ⁽¹⁾, avec le coefficient d'équivalence $m = 15$.

Cette méthode est basée sur l'hypothèse des déformations purement élastiques. On prend comme taux de travail du béton comprimé les 28/100 de la résistance sur cubes, mesurée à 90 jours et comme taux de travail de l'acier tendu les 60/100 de la limite élastique quand cette limite est égale ou inférieure à 24 kg/mm². Quand elle a une valeur supérieure on admet une contrainte égale en kg/mm² à

$$R_a' = 14,4 + 0,4 (n_e' - 24)$$

avec certaines limitations relatives au danger de fissuration.

A l'égard du béton, le coefficient de sécurité théorique est donc

$$\sigma = \frac{1}{0,28} = 3,57$$

⁽¹⁾ Règles d'utilisation du béton armé applicables aux travaux dépendant du Ministère de la Reconstruction et de l'Urbanisme et aux travaux privés. *Institut technique du Bâtiment et des Travaux Publics*, Paris.

A l'égard de l'acier, il varie de

$$\sigma = \frac{24}{14,4} = 1,667, \text{ pour } n_e' = 24 \text{ kg/mm}^2$$

à

$$\sigma = \frac{60}{28,8} = 2,083, \text{ pour } n_e' = 60 \text{ kg/mm}^2$$

Cela ne nous renseigne en aucune façon sur le coefficient de sécurité réel de l'ensemble, mais nos formules permettent de la calculer très simplement.

Pour un béton armé caractérisé par les valeurs

$$n_0 = 300 \text{ kg/cm}^2, \quad n_e' = 3\,000 \text{ kg/cm}^2, \quad \varpi' = 1,09 \%$$

on trouve

$$\sigma_{\text{réel}} = 1,99.$$

C'est un cas qui correspond à de bons ouvrages normaux.

Pour un béton armé caractérisé par les valeurs

$$n_0 = 500, \quad n_e' = 3\,000, \quad \varpi' = 2,35 \%$$

on trouve

$$\sigma_{\text{réel}} = 2,01.$$

D'autres exemples donnent des résultats analogues, et en résumé on peut admettre qu'en règle générale, le coefficient de sécurité offert par les calculs classiques est *voisin de 2* quand les contraintes maxima admissibles du béton et de l'acier sont réalisées.

Critique de la théorie classique et recherche d'une méthode rationnelle

Dans la méthode classique, dès que le pourcentage d'acier tendu dépasse 1 ou 2 % environ suivant les cas, des aciers comprimés deviennent nécessaires. Mais on ne peut songer à élever indéfiniment le moment résistant en augmentant l'acier comprimé, la dépense deviendrait vite prohibitive et l'on peut admettre comme limite pratique le moment résistant qui correspond à un pourcentage d'acier comprimé *égal au pourcentage d'acier tendu*. Aller au delà ne serait pas de bonne construction et nuirait au serrage convenable du béton.

Dans ces conditions avec un béton armé tel que $n_0 = 300$, $n_e' = 3\,000$, (en kg/cm^2) la limite maximum du pourcentage total d'acier utilisable sera approximativement de

$$\left. \begin{array}{l} \varpi' = 3 \% \text{ en traction} \\ \varpi = 3 \% \text{ en compression} \end{array} \right\} \text{Total : } 6 \%$$

et le moment maximum admissible correspondra dans la théorie classique à

$$K_{\text{adm}} = 445 \text{ (en tonnes et m}^2\text{)}$$

avec un coefficient de sécurité voisin de 2.

D'après notre théorie, on aurait avec le pourcentage critique $\varpi' = 5,93 \%$

$$\left. \begin{array}{l} \varpi' = 5,93 \% \\ \varpi = 0 \end{array} \right\} \text{Total : } 5,93 \%$$

et le moment de rupture serait $K = 1\,239$ d'où avec $\sigma = 2$

$$K_{adm} = \frac{1\,239}{2} = 619,5.$$

Cela montre qu'en mettant en traction les aciers prévus en compression on augmenterait la résistance de la poutre d'une quantité supérieure à

$$\frac{619,5 - 445}{445} = 39 \%$$

ou, si l'on veut, pour un moment appliqué donné, on augmenterait de 39 % le coefficient de sécurité en plaçant en traction les aciers que la théorie classique prévoit en compression. Et à sécurité égale, l'économie d'acier possible est de 30 %.

Autre exemple :

Avec un béton armé présentant les mêmes caractéristiques. Si nous mettons $\varpi' = 2 \%$ en traction nous devons d'après la théorie classique mettre $\varpi = 1,51 \%$ en compression et nous aurons $K_{adm} = 294$ avec une sécurité voisine de 2. Tandis que si nous mettons $\varpi' = 3,51 \%$ en traction et $\varpi = 0$ en compression, la théorie élastoplastique montre que pour le même moment appliqué on a

$$\sigma = 2,95 \text{ au lieu de } 2$$

soit une majoration de 47,5 % environ de la sécurité; et si nous mettons

$$\begin{cases} \varpi' = 2,25 \% \text{ en traction} \\ \varpi = 0 \text{ en compression} \end{cases}$$

la théorie élastoplastique montre qu'on aura le même moment admissible avec $\sigma = 2$, soit une économie de 36 % dans les armatures.

Des comparaisons analogues pourraient facilement être faites avec des bétons de caractéristiques quelconques, et en résumé nous pouvons formuler les conclusions générales suivantes.

Conclusions

1° Les calculs effectués par la méthode classique appliquée aux pièces rectangulaires fléchies donnent un coefficient de sécurité voisin de 2 quand l'acier travaille au taux maximum admissible et le béton à un taux égal ou inférieur au taux maximum admissible. Cette conclusion est approximativement vraie en cas d'existence d'aciers comprimés, tout au moins lorsque leur importance ne dépasse pas celle de l'acier tendu, condition qu'il faut considérer comme une limite pratique imposée par des raisons d'économie et de bonne construction.

2° Pour les faibles pourcentages d'acier tendu, jusqu'au pourcentage critique classique (1,09 % dans notre exemple pour $n_0 = 300$, $n_c' = 3\,000$) toujours très inférieur au pourcentage critique réel (5,93 % dans notre exemple) rien d'essentiel n'est changé par l'application de la théorie élastoplastique.

3° La théorie classique nécessite l'emploi d'aciers comprimés dès qu'un

certain pourcentage d'acier tendu, généralement faible, est dépassé. Au contraire, la présente théorie montre l'inutilité des aciers comprimés jusqu'à un pourcentage d'acier tendu beaucoup plus important qui est fonction de la résistance du béton et de la limite élastique de l'acier. Autrement dit jusqu'au pourcentage critique réel d'acier tendu (5,93 % dans notre exemple) aucun acier n'est nécessaire en compression pour réaliser un coefficient de sécurité égal à 2. Cette valeur du coefficient de sécurité est celle que nous considérons comme normale et que nous prendrons pour base dans la méthode de calcul élastoplastique que nous proposons : il n'y a qu'une chance sur 10 000 pour que la marge qu'elle laisse disponible soit absorbée, si l'on admet dans les conditions de chantier un écart quadratique moyen égal à 14 % par rapport aux conditions de calcul. Cette chance tombe à 1/100 000 si l'écart quadratique moyen est seulement de 12 %.

4° Non seulement, dans les limites indiquées, les aciers comprimés sont inutiles, mais ils seraient toujours mieux utilisés en traction. Dans le domaine des hauts pourcentages totaux (3 à 6 % dans notre exemple) on majorerait le coefficient de sécurité (de 47,5 % à 39 % dans notre exemple) rien qu'en plaçant en traction les aciers qu'on avait prévus en haut. En règle générale, les aciers comprimés dans les poutres fléchies sont indéfendables.

5° Dans le domaine des hauts pourcentages d'acier une économie importante (de 36 à 30 % dans notre exemple) est possible sur l'acier total, et cet acier doit être placé en traction.

6° En restant dans les limites du pourcentage critique réel pour l'acier tendu (5,93 % dans notre exemple) on peut prévoir, quand c'est nécessaire, un moment admissible notablement supérieur à celui qui résulte de la théorie classique avec égalité d'acier en traction et en compression, ($K_{adm} = 619,5$ au lieu de 445 dans notre exemple, soit une majoration possible de 39 %). L'emploi de ces hauts pourcentages n'est pas économique, mais il peut rendre des services dans le cas où l'on se trouve en présence de poutres fortement chargées dont la hauteur est limitée (accès du Métropolitain, planchers de cinéma, entrepôts et magasins, passages supérieurs, etc.).

Voici un tableau tiré de nos formules qui montre des limites possibles avec un coefficient de sécurité égal à 2. En pratique, une limitation, dont nous n'avons pas fait état, pourra intervenir du fait du risque de fissuration ou déformation excessive.

a) Pour un béton $n_0 = 200 \text{ kg/cm}^2$ (unités en t et m pour les moments) on peut appliquer :

$M = 446 bh_1^2$	avec	6,82 %	d'acier à limite élastique	$= 20 \text{ kg/mm}^2$
424 bh_1^2	»	4,11 %	»	»
402 bh_1^2	»	2,82 %	»	»
				30 kg
				40 kg

b) Pour un béton $n_0 = 400 \text{ kg/cm}^2$ on peut appliquer :

$M = 808 bh_1^2$	avec	7,69 %	d'acier à limite élastique	$= 30 \text{ kg/mm}^2$
766 bh_1^2	»	5,26 %	»	»
730 bh_1^2	»	3,88 %	»	»
688 bh_1^2	»	2,99 %	»	»
				40 kg
				50 kg
				60 kg

La marge disponible est considérable et, en principe, englobe tous les cas de la pratique, ce qui montre qu'il ne sera pratiquement jamais nécessaire d'employer des aciers comprimés.

Méthode de calcul proposée pour les sections rectangulaires en flexion simple

La méthode de calcul que nous proposons en application de la théorie élastoplastique résulte des considérations qui précèdent. Elle est extrêmement simple et peut se définir comme suit :

1° On ne considérera que le domaine dans lequel le pourcentage d'acier tendu est inférieur au pourcentage critique réel ($\varpi' < \varpi'_{cr}$). En effet, on a vu ci-dessus que le champ d'application correspondant est suffisamment étendu pour répondre pratiquement à tous les besoins. D'autre part, nos formules montrent que le moment réduit μ considéré comme fonction de ζ , c'est-à-dire, à un facteur près, du pourcentage n'augmente plus que faiblement au delà de ϖ'_{cr} , c'est-à-dire que le rendement de l'acier tendu dépassant ϖ'_{cr} , est négligeable, la rupture étant conditionnée par le béton. En conséquence, nous n'aurons pas à faire usage des formules concernant le domaine $\varpi' > \varpi'_{cr}$. On considérera donc comme pourcentage limite des aciers tendus le pourcentage critique correspondant aux données particulières qui caractérisent l'acier et le béton employés.

2° Pour un pourcentage ϖ' donné et un coefficient de sécurité σ , le moment admissible limite sera donné par la formule

$$M_{adm} = \frac{\mu}{\sigma} n_0 b h_1^2 = \frac{\zeta(1 - \beta\zeta)}{\sigma} n_0 b h_1^2$$

avec

$$\zeta = \varpi' \frac{n'_e}{n_0} .$$

On prendra en général $\sigma = 2$. Le pourcentage d'acier satisfaisant à $\varpi' < \varpi'_{cr}$ on sait qu'aucun acier comprimé n'est nécessaire.

Une condition supplémentaire de non-fissuration et de rigidité suffisante pourra intervenir éventuellement en cas d'acier à haute limite d'élasticité.

3° Si le moment de flexion appliqué M est donné, les formules ci-dessus donnent par inversion le pourcentage nécessaire, lequel résulte d'une simple équation du second degré dont on peut d'ailleurs éviter la résolution en préparant des tableaux numériques à l'avance ou des abaques dont la construction ne présente aucune difficulté.

4° Bien que nous n'ayons pas développé ici le calcul des déformations et celui des taux de travail effectifs des matériaux pour des efforts appliqués inférieurs à la limite de rupture, la théorie élastoplastique ci-dessus exposée contient tous les éléments d'un pareil calcul qui trouvera place dans un travail ultérieur, en même temps qu'une méthode de calcul des flèches et déformations.

De même, nous n'avons pu entrer ici dans le détail des observations que nous avons faites sur la progression des fissures au cours de l'essai de flexion jusqu'à rupture. Nous dirons seulement que nous n'avons pas

observé de fissuration dangereuse sous une charge égale à la moitié de la charge de rupture, même pour des poutres armées d'aciers durs. L'appareil employé permettait d'observer les fissures à partir d'une ouverture de 2 à 3/100 de millimètre. Elles apparaissaient en général sous le 1/3 de la charge de rupture, ne dépassaient pas dans les cas les plus défavorables 4 à 5/100 sous 1/2 charge de rupture et n'atteignaient 10/100 que sous une charge de l'ordre de 85 % de la charge de rupture.

Les nombreux et importants essais qui ont été nécessaires pour cette étude et qui ont duré plus de 4 mois ont été exécutés aux Laboratoires du Bâtiment et des Travaux publics, à Paris, avec une compétence et un soin tout à fait remarquables par M. Chefdeville, ingénieur chef de la Section des recherches, et ses collaborateurs, auxquels nous sommes heureux d'exprimer ici nos remerciements et nos amicales félicitations.

Remarque finale

La résistance sur cubes que nous avons appelée n_c et qui sert de base aux formules, dépend dans une large mesure des conditions d'essais. Il importe donc de préciser que nous avons utilisé ici des cubes de 14,1 cm de côté pour des bétons à agrégats de 10 mm de grosseur maximum, que ces cubes ont été préparés dans des moules métalliques rigides, serrés par vibration de surface, essayés sur une presse Amsler avec interposition de carton et comprimés parallèlement aux lits de coulage, sous une vitesse de chargement de l'ordre de 20 kg/cm²/seconde.

Une nouvelle méthode d'écrasement, plus perfectionnée, mise récemment au point par nos Laboratoires, remplace actuellement le carton par un dressage précis des faces avec un mortier spécial (soufre + argile + noir de fumée) et obtient des résultats plus élevés d'environ 20 % avec l'avantage d'une dispersion bien moindre. Si n_c est la résistance ainsi mesurée, nos formules s'appliquent sous réserve de prendre $n_c = \theta n_c$, θ étant un coefficient de correction dont les statistiques en cours nous donneront bientôt la valeur exacte.

Résumé

Les auteurs ont étudié expérimentalement la rupture dans les pièces fléchies en béton armé. Leurs essais ont porté sur 82 poutres à section rectangulaire et ont été conduits avec un soin extrême, qui n'avait sans doute pas encore été apporté jusqu'ici dans ce genre d'expériences. Ils ont pu en tirer la conclusion nette que la théorie classique sous-estime considérablement la résistance du béton comprimé dans le domaine des forts pourcentages d'acier tendu et que l'emploi d'aciers comprimés n'est pratiquement jamais justifié. Ils proposent une théorie élastoplastique de calcul des pièces fléchies, à coefficient de sécurité constant dont ils montrent le bon accord avec leurs expériences et qui conduit à des économies très importantes pour les pièces fortement armées.

Zusammenfassung

Die Verfasser haben experimentell den Bruch von auf Biegung beanspruchten Eisenbetonelementen untersucht. Ihre Versuche bezogen sich auf 82 Rechteckbalken und wurden mit einer Sorgfalt durchgeführt, wie sie bis heute bei dieser Art von Experimenten zweifellos noch nie angewandt worden ist. Die Verfasser haben den eindeutigen Schluss ziehen können, dass die klassische Theorie die Druckfestigkeit des Betons im Bereich der

starken Armierungsgehalte beträchtlich unterschätzt und dass die Anordnung einer Druckarmierung praktisch nie gerechtfertigt ist. Sie schlagen für Biegungsbeanspruchung eine elasto-plastische Berechnungsweise mit konstantem Sicherheitskoeffizienten vor und zeigen, dass sie mit ihren Versuchen übereinstimmt und zu wichtigen Einsparungen bei stark armierten Balken führt.

Summary

The authors carried out an experimental study of failure in reinforced concrete parts under bending. Their tests included 82 beams of rectangular section and were carried out with the greatest care, such as had no doubt not been the case hitherto in this kind of experiments. They were able to reach the decisive conclusion that the classical theory considerably underestimates the resistance of compressed concrete in the realm of high percentages of stressed steel and that the use of compressed steel is practically never justified.

They propound an elastoplastic theory for calculating concrete units under bending, with a constant safety factor. That theory which proved to agree with the experiments carried out by the authors leads to a very important economy in strongly reinforced parts.