Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 3 (1948)

Rubrik: III: Developments in long span steel bridges

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 23.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

III

Ponts métalliques à grande portée

Weitgespannte Stahlbrücken

Developments in long span steel bridges

Rapporteur général – Generalberichterstatter – General Reporting Member

Dr O. H. AMMANN
Consulting Engineer, New York

IIIa

Considérations techniques et économiques devant intervenir dans le choix du type de pont

Technische und wirtschaftliche Grundlagen der Systemwahl

Technical and economical considerations in the selection of type

Estimation à priori des poids — Influence de la rigidité latérale — Utilisation d'acier de qualité — Influence du sol de fondation — Montage.

Theoretisches Hauptträgergewicht — Einfluss der Seitensteifigkeit — Hochwertige Stähle — Einflüsse des Baugrundes — Fragen der Aufstellung.

Influence of the weight and cost of principal system — Influence of lateral rigidity — Steels other than ordinary mild steel — Influences of the foundation conditions — Questions of erection.

IIIb

Ponts suspendus

Hängebrücken

Suspension bridges

Contributions récentes à la statique des ponts suspendus — Influence des charges roulantes et effets du vent — Constitution des tabliers et des poutres de rigidité — Ouvrages remarquables.

Neuere Beiträge zur Statik der Hängebrücken — Dynamische und aerodynamische Einflüsse — Formgebung von Fahrbahn und Versteifungsträgern — Bemerkenswerte Ausführungsbeispiele.

Recent contributions to the theory of suspension bridges — Dynamic and aerodynamic influences — Design of floors and stiffening girders — Notable structures.

IIIc

Ponts en arc

Bogenbrücken

Long-span arch bridges

Contributions récentes à la statique des ponts en arc — Détail de construction — Ouvrages remarquables.

Neuere Beiträge zur Statik der Bogenbrücken — Bauliche Besonderheiten — Bemerkenswerte Ausführungsbeispiele.

Recent contributions to the theory of long-span arch bridges — Structural details — Notable structures.

III

Ponts métalliques à grande portée

Complément au Rapport général (1)

Weitgespannte Stahlbrücken

Ergänzung zum Generalreferat (1)

Developments in long-span steel bridges

Supplement to General Report (1)

Dr O. H. AMMANN
Consulting Engineer, New-York

The paper by C. D. Crosthwaite, *Analysis of the Long Span Suspension Bridge*, presents another useful modification and simplification of the theory applicable to this type of structure.

Mr. C. Scruton's paper *An Experimental Investigation of the Aerodynamic Stability of Suspension Bridges* is a creditable contribution towards a problem which is of great current interest to designers of long span suspension bridges. Experimental research of this kind, however, will yet require considerable expansion before an adequate solution for practical design can be established on that basis.

Mr. G. A. Maunsell in his paper *Preservation of the Menai Suspension Bridge* gives a valuable account of the history of that milestone in bridge construction and of its ingenious reconstruction after 112 years of useful service, preserving as far as possible its impressive character.

(1) Voir *Publication Préliminaire*, p. 409. — Siehe *Vorbericht*, S. 409. — See *Preliminary Publication*, p. 409.

Leere Seite
Blank page
Page vide

IIIa

Le poids théorique comme base du choix du type de pont

Das theoretische Gewicht als Grundlage der Systemwahl

Theoretical weight as the basis for selecting a type of bridge

PROF. Dr F. STUSSI
Eidg. Techn. Hochschule, Zürich

Allgemeines

Dr. O. H. Ammann hat in seinem Generalreferat mit Recht darauf hingewiesen, dass der Begriff der „grossen Spannweite" nicht allgemein und eindeutig definiert werden kann. Nun lässt sich aber zeigen, dass wir diesen Begriff wenigstens von dem wichtigen Gesichtspunkt der Wirtschaftlichkeit eines bestimmten Tragsystems aus doch zahlenmässig umschreiben und dabei gewisse Beurteilungsgrundlagen für die Systemwahl finden können.

Es ist allgemein bekannt, dass bei weitgespannten Brücken das Eigengewicht der Tragkonstruktion mit wachsender Spannweite einen immer grösser werdenden Anteil an der Gesamtbelastung darstellt. Diese Zusammenhänge können übersichtlich durch den Begriff des theoretischen Gewichtes erfasst werden.

Das theoretische Gewicht

Der Begriff des theoretischen Gewichtes soll zunächst am Beispiel eines einfachen Fachwerkbalkens (Abb. 1) abgeleitet werden. Das Gesamtgewicht G_H des Hauptträgers ergibt sich aus dem Volumen $F \cdot s$ und dem Raumgewicht γ der einzelnen Stäbe, wobei allerdings dieses theoretische Gewicht noch mit einem Konstruktions-Koeffizienten μ zu multiplizieren ist. Bezeichnen wir mit g_H das durchschnittliche Laufmetergewicht des Hauptträgers, mit S die Stabkraft in einem Stab und mit σ die zulässige Zugbeanspruchung, so können wir das Hauptträgergewicht in der Form

$$G_H = g_H \cdot l = \mu \cdot \gamma \cdot \Sigma F \cdot s = \frac{\mu \cdot \gamma}{\sigma} \cdot \Sigma S \cdot s$$

anschreiben. Die Stabkraft S zerlegen wir durch Einführung der Einheits-

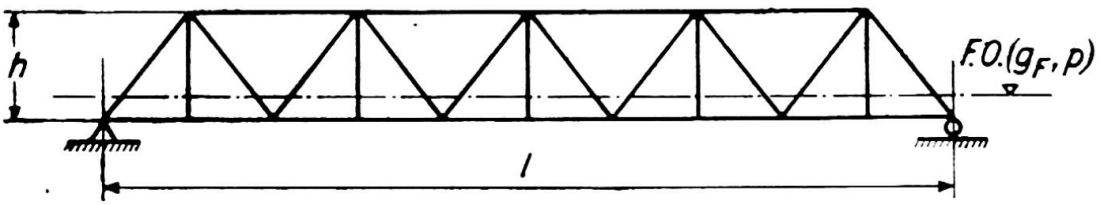


Abb. 1.

stabkräfte S_H, S_F und S_p in ihre Anteile aus Hauptträgereigengewicht g_H, Fahrbahngewicht g_F und Verkehrslast p:

$$S = g_H \cdot S_H + g_F \cdot S_F + p \cdot S_p .$$

Durch Einführung der Werte

$$\Sigma S_H \cdot s = \beta \cdot l^2, \qquad \varphi_F = \frac{\Sigma S_F \cdot s}{\Sigma S_H \cdot s}, \qquad \varphi_p = \frac{\Sigma S_p \cdot s}{\Sigma S_H \cdot s},$$

wobei der Zahlenfaktor β nur vom geometrischen Netz des Tragsystems, die Verhältniszahlen φ_F und φ_p auch von der Art der Lastverteilung und der Form der Einflusslinien abhängen, ergibt sich das Hauptträgergewicht in der Form

$$g_H \cdot l = \frac{\mu \cdot \beta \cdot \gamma}{\sigma} \cdot l^2 \cdot (g_H + \varphi_F \cdot g_F + \varphi_p \cdot p) .$$

Durch Einführung der Abkürzungen

$$\alpha = \mu \cdot \beta \quad \text{und} \quad l_{Gr} = \frac{\sigma}{\alpha \cdot \gamma}$$

und durch Ordnen erhalten wir die theoretische Gewichtsformel [1]

$$\boxed{g_H = (\varphi_F \cdot g_F + \varphi_p \cdot p) \cdot \frac{l}{l_{Gr} - l} .}$$

Wird die Spannweite l gleich der *Grenzspannweite* l_{Gr}, so wird auch bei beliebig kleiner Belastung das Hauptträgereigengewicht unendlich gross oder das Tragwerk vermag unter Einhaltung der zulässigen Beanspruchungen gerade sein eigenes Gewicht zu tragen.

---

[1] In der Diskussion wies Prof. Ir. A. Roggeveen (Holland) darauf hin, dass Prof. Ir. N. C. Kist, Delft, schon vor längerer Zeit eine ähnlich gebaute Gewichtsformel empfohlen hat:

$$Q = \left(P_v + 9 \frac{M}{l}\right) \cdot \frac{f \cdot l}{t - f \cdot l}$$

Dabei bedeuten:

Q das Hauptträgergewicht;
P_v das Fahrbahngewicht;
M das grösste Moment aus Verkehrslast;
t die zulässige Beanspruchung;
f einen aus dem Vergleich mit ausgeführten Brücken zu bestimmenden Zahlenwert: für einfache Fachwerkbalken ist $f \cong 2{,}3 \div 3{,}3$.

Den Konstruktionskoeffizienten μ können wir uns aus drei Anteilen zusammengesetzt denken : Einmal hat er zu berücksichtigen, dass die eingeführte zulässige Beanspruchung σ wegen der Lochschwächungen in Zugstäben und wegen der abgeminderten Knickspannungen in Druckstäben, sowie wegen der Unmöglichkeit, die Stabquerschnitte immer genau den Stabkräften anzupassen, nicht ausgenützt werden kann. Diesen ersten Anteil können wir auf etwa $\mu_1 = 1{,}25 \div 1{,}70$ einschätzen. Ein zweiter Anteil hat das Gewicht der Knotenbleche, Stosslaschen, Querschotten, Bindebleche u.ä. konstruktiver Zusatzteile zu erfassen; dieser Anteil dürfte mit etwa $\mu_2 = 1{,}20 \div 1{,}30$ zu berücksichtigen sein. Endlich ist es in der Regel zweckmässig, auch das Gewicht der Wind- und Querverbände dem Hauptträgergewicht zuzurechnen; diesen Anteil können wir etwa mit $\mu_3 = 1{,}10 \div 1{,}15$ in Rechnung setzen. Praktisch dürfte der Konstruktionskoeffizient μ insgesamt etwa zwischen 1,8 und 2,4 schwanken, wobei die Geschicklichkeit des Konstrukteurs sich in der Erzielung eines möglichst kleinen Wertes äussert.

Für einen einfachen Fachwerkbalken nach Abb. 1 mit Trägerhöhe $h = l/8$ ergibt sich der Zahlenwert β zu etwa $\beta = 1{,}90$, so dass wir im günstigsten Fall hier mit einem Systembeiwert α von

$$\alpha = \mu \cdot \beta = 1{,}80 \cdot 1{,}90 = 3{,}42$$

rechnen können. Es ist zweckmässig, die beiden Einflüsse μ und β in einem einzigen Systembeiwert α zu vereinigen, weil wir wohl durch Vergrösserung der Systemhöhe den Wert β verkleinern können, während sich aber gleichzeitig wegen der grösseren Schlankheit der Druckstreben der Wert μ vergrössern wird, so dass das Produkt $\alpha = \mu \cdot \beta$ durch eine Aenderung der Systemhöhe innerhalb vernünftiger Grenzen sich nicht wesentlich verändern wird. Aus der Gewichtsuntersuchung ausgeführter Beispiele ergibt sich die Feststellung, dass ein Systembeiwert $\alpha = 3{,}42$ für den einfachen Fachwerkbalken praktisch kaum unterschritten und überhaupt nur von einem guten Konstrukteur erreicht werden kann.

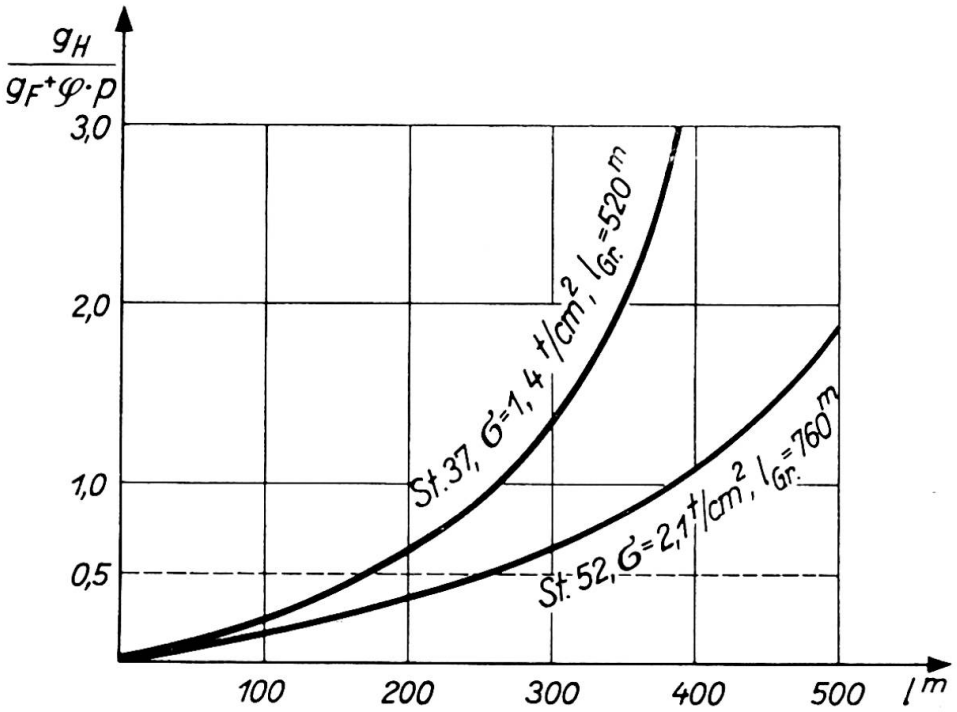


Abb. 2. Einfacher Fachwerkbalken.

Abb. 3.

Für den einfachen Fachwerkbalken und bei gleichmässiger Verteilung von Eigengewicht und Fahrbahngewicht ist

$$\varphi_F = 1{,}00\,, \qquad \varphi_p = \varphi = 1{,}05\,.$$

In Abb. 2 ist der Gewichtsverlauf sowohl für normalen Baustahl St. 37 ($\alpha = 3{,}42$) wie für hochwertigen Baustahl St. 52 ($\alpha = 3{,}50$) aufgetragen. Es zeigt sich, dass das Hauptträgergewicht sehr stark anzuwachsen beginnt, sobald die Spannweite l etwa ein Drittel der Grenzspannweite überschritten hat; es ergibt sich somit für den einfachen Balken eine *wirtschaftliche Anwendungsgrenze*, die bei normalem Baustahl etwa bei 170 m, bei hochwertigem Baustahl etwa bei 250 m liegt.

Der Aufbau der theoretischen Gewichtsformel zeigt uns, welche Faktoren für die Erzielung einer wirtschaftlichen Lösung bei einem bestimmten Tragsystem massgebend sind. Durch den Begriff der Grenzspannweite ist nicht nur die absolute Anwendungsgrenze eines Tragsystems, sondern auch die wirtschaftlich noch vertretbare Grösstspannweite, die mit etwa einem Drittel der Grenzspannweite festgelegt werden kann, bestimmt. Der Begriff der grossen Spannweite ist in technisch-wirtschaftlicher Beziehung von der Grenzspannweite aus zu orientieren; er ist deshalb abhängig von der Form des Tragsystems, von der Materialart und von der Geschicklichkeit des Konstrukteurs.

Systeme weitgespannter Brücken

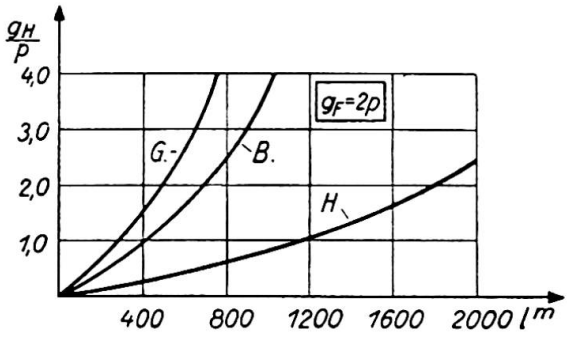
Für den Bau weitgespannter Brücken im engeren Sinne mit Spannweiten über etwa 300 m haben sich drei Tragsysteme durchgesetzt, nämlich der durchlaufende Fachwerkbalken mit Zwischengelenken (Gerberträger), der Zweigelenkfachwerkbogen und die verankerte Hängebrücke.

Für jedes Tragsystem lässt sich unter der Voraussetzung, dass das Superpositionsgesetz gültig ist, ein Systembeiwert α und damit für ein bestimmtes Material eine Grenzspannweite bestimmen. Bei der verankerten Hängebrücke ist das Superpositionsgesetz nicht gültig in Bezug auf das Kräftespiel im Versteifungsträger; es lassen sich hier die Werte α und l_{Gr} lediglich für das Haupttragorgan, das Kabel, ohne Berücksichtigung des Versteifungsträgers, angeben. Es ist dies deshalb vielleicht kein entscheidender Nachteil, weil ja mit wachsender Spannweite die Bedeutung des Versteifungsträgers mehr und mehr zurücktritt, so dass eine grundsätzliche Beurteilung des Systems bei grossen Spannweiten vom Kabel allein aus möglich wird.

In Abb. 3 sind diese drei Tragsysteme einander gegenüber gestellt; die Tabelle 1 enthält die charakteristischen Zahlenwerte, wobei für den Gerberträger eine der Wirklichkeit entsprechende stark ungleichmässige Eigengewichtsverteilung mit kleinstem Gewicht in Feldmitte und grösstem Gewicht über den Stützen eingeführt wurde.

In Abb. 4 ist unter der Annahme $g_F = 2\,p$ das Gewichtsverhältnis

Abb. 4.



g_H/p in Abhängigkeit der Spannweite l aufgetragen, wobei für Gerberträger und Bogen hochwertiger Baustahl ($\sigma = 2{,}1$ t/cm²) und für die Hängebrücke hochwertige Drahtkabel ($\sigma = 5{,}5$ t/cm²) angenommen wurden.

In den Abb. 5, 6 und 7 sind die bedeutendsten ausgeführten Brücken dieser drei Systeme zusammengestellt. Diese Zusammenstellungen bestätigen im grossen Ganzen die Verhältnisse der Abb. 4; wir dürfen wohl den Schluss ziehen, dass beim Gerberträger mit etwa 500 m Spannweite heute schon die wirtschaftliche Anwendungsgrenze des Systems praktisch erreicht ist, während beim Bogenträger noch eine kleine Vergrösserung über die heute erreichten Spannweiten hinaus möglich erscheint. Bei der verankerten Hängebrücke dagegen ist mit Paralleldrahtkabeln aus hochwertigem Stahldraht eine Steigerung der Spannweite bis 1 500 m und darüber wirtschaftlich möglich.

Schlussfolgerungen

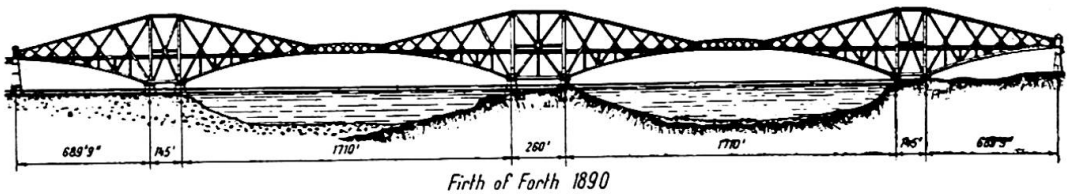
Für weitgespannte Brücken haben sich nur einfache und klare statische Systeme entscheidend durchsetzen können. Bei Spannweiten von mehr als 600 m dominiert eindeutig die verankerte Hängebrücke mit Kabeln aus hochwertigen Stahldrähten.

Die wirtschaftliche Anwendungsgrenze eines bestimmten Tragsystems kann aus der theoretischen Gewichtsformel und vom Begriff der Grenzspannweite aus übersichtlich beurteilt werden. Selbstverständlich sind im konkreten Einzelfall auch die Eigenschaften des Baugrundes, sowie die Fragen der räumlichen Tragwirkung (Winddruck, Brückenbreite) von massgebender Bedeutung.

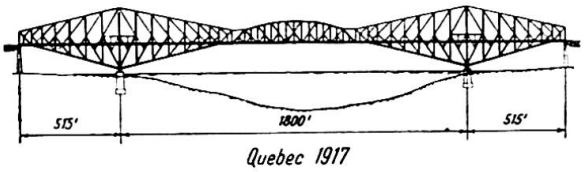
Das theoretische Gewicht ist ein wichtiges Hilfsmittel des Konstrukteurs zur Prüfung der Wirtschaftlichkeit eines Entwurfes. Es erlaubt eine technische Nachkalkulation auf übersichtlicher Grundlage und die Auswertung der eigenen Erfahrungen. Der Austausch solcher Erfahrungen auf einheitlicher Grundlage, d.h. durch die für das theoretische Gewicht charakteristischen Zahlenwerte durch die Stahlbauer der verschiedenen Länder ist im Interesse der ganzen Bauweise erwünscht.

	α	φ_F	φ_p
Gerberträger G	1,60	1,5	1,6
Bogenbrücke B	1,30	1,0	2,0
Hängebrücke H	1,55	1,0	1,0

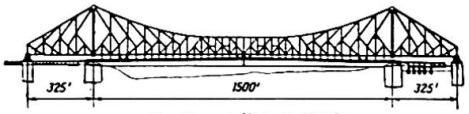
TABELLE I



Firth of Forth 1890

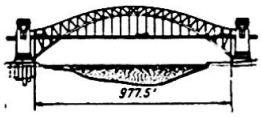


Quebec 1917

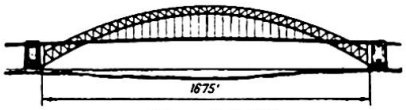


New Howrah (Calcutta) 1943

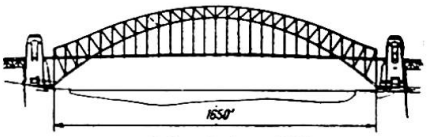
Abb. 5 (oben) und 6 (unten).



Hell Gate 1917



Kill van Kull 1931



Sydney Harbour 1932

Résumé

L'auteur donne des notions du poids théorique et des portées limites des maîtresses-poutres de ponts. Cette portée limite permet d'indiquer la limite d'emploi économique d'un type déterminé de pont, pour laquelle le poids des maîtresses-poutres n'est pas exagéré par rapport au poids de la charge supportée (tablier et surcharge).

En examinant les réalisations actuelles, nous constatons que cette limite est près d'être atteinte pour les poutres continues à treillis articulées, alors que pour les ponts triangulés en arc à deux rotules, il reste une certaine latitude au développement futur. Pour les ponts suspendus ancrés comportant des câbles en acier à haute limite élastique, la portée peut encore être sensiblement augmentée.

Zusammenfassung

Es werden die Begriffe des theoretischen Gewichtes und der Grenzspannweite für das Haupttragsystem von Brücken abgeleitet. Aus der Grenzspannweite eines bestimmten Systems kann direkt auf die wirtschaftliche Anwendungsgrenze geschlossen werden, bei der der Materialaufwand für die Haupttragkonstruktion gerade noch in einem wirtschaftlich tragbaren Verhältnis zur aufzunehmenden Belastung (Fahrbahngewicht und Verkehrslast) steht. Bei den bisherigen Ausführungen dürfte der durchlaufende Fachwerkträger mit Zwischengelenken diese Grenze annähernd erreicht haben, während beim Fachwerkzweigelenkbogen noch ein kleiner Spielraum für die weitere Entwicklung verbleibt und bei der verankerten

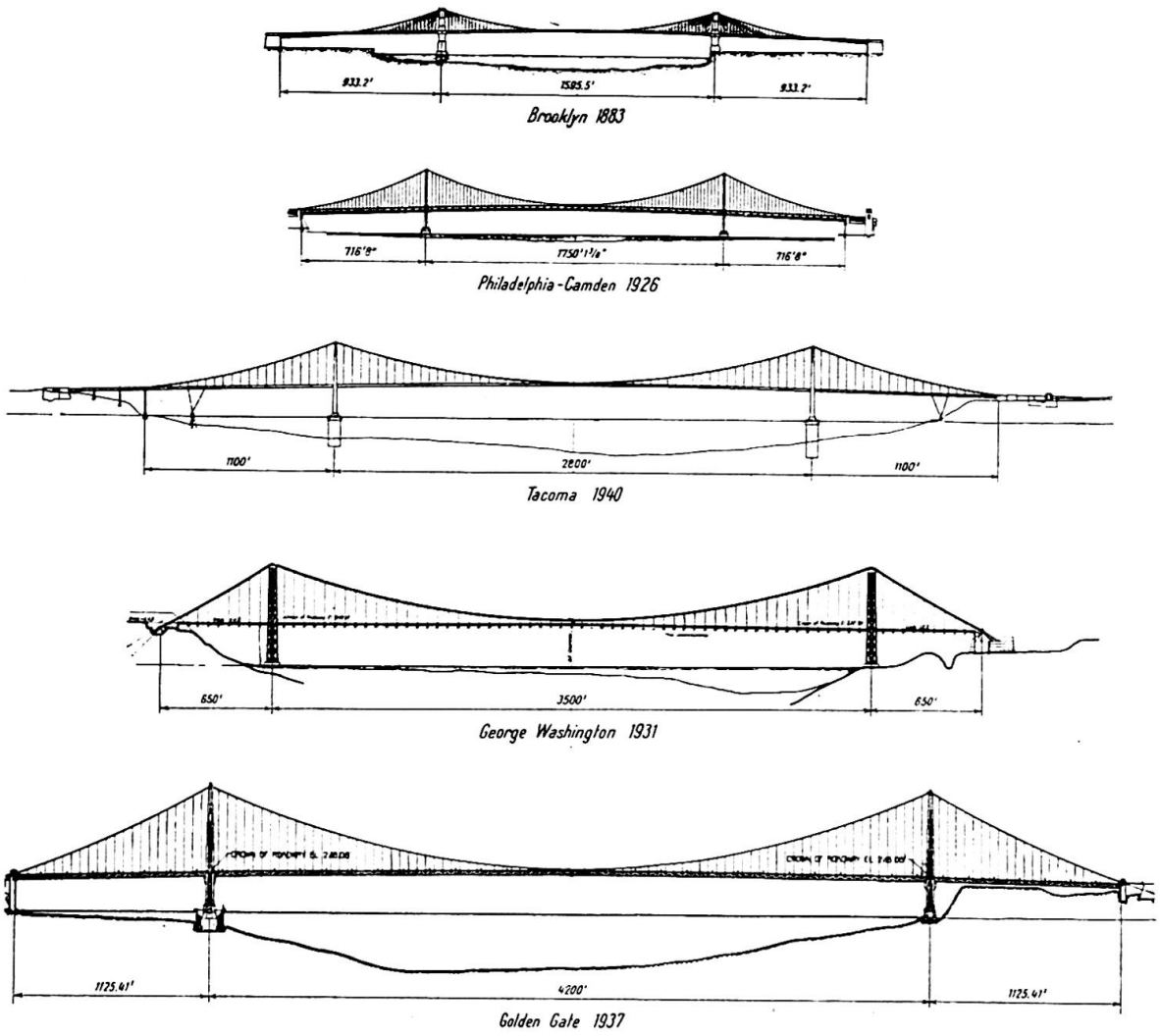


Abb. 7.

Hängebrücke, mit Tragkabeln aus hochwertigen Stahldrähten, die bisherigen Spannweiten mit wirtschaftlich vertretbarem Materialaufwand noch erheblich gesteigert werden können.

Summary

The author gives the notions of the theoretical weight and the extreme spans for the main girders of bridges. This extreme limit permits to indicate the limit of economic use of a given type of bridge in which the weight of the main beams is not exagerated as compared to the weight of the load borne by the latter (roadway and live load).

In examining present day structures we find that this limit is nearly reached in the cantilever system, whereas in two hinged arches the extreme span is not yet attained. For suspension bridges anchored with high grade steel cables the span can still be appreciably increased.

Leere Seite
Blank page
Page vide

IIIb1

Contribution au calcul des ponts suspendus ancrés

Zur Berechnung verankerter Hängebrücken

A contribution to the calculating of anchored suspension bridges

PROF. Dr F. STÜSSI
Eidg. Techn. Hochschule, Zürich

Gegenstand

Die Berechnung verankerter Hängebrücken verlangt im Normalfall die Lösung einer linearen inhomogenen Differentialgleichung zweiter Ordnung, in besonderen Fällen einer Gleichung vierter Ordnung. Zur Lösung dieser Gleichungen wird in der Literatur der Hängebrücken in der Regel die mathematische Analysis beigezogen. Ich stehe dagegen auf dem Standpunkt, dass baustatische Aufgaben mit baustatischen Methoden gelöst werden sollen, weil diese den Besonderheiten des Einzelfalles anpassbar und durch den Konstrukteur übersichtlich anwendbar sind. Ich bin überzeugt, dass gerade im Beispiel der verankerten Hängebrücke die Anwendung eines klassischen baustatischen Mittels, nämlich des Seilpolygons, anderen Lösungen in Bezug auf Uebersichtlichkeit, Anpassbarkeit an bauliche Besonderheiten und auf den notwendigen Zeitaufwand überlegen ist.

Ich versuche in der folgenden, knappen Skizze (1) zunächst die Grundgleichungen der normalen Formänderungstheorie der verankerten Hängebrücke in baustatischer Form abzuleiten, um anschliessend einige Verbesserungen dieser Theorie zu besprechen.

Die Seilpolygongleichung

Wenn wir in der Baustatik etwa die Momentenfläche eines Balkens infolge lotrechter Lasten (Abb. 1) bestimmen müssen, so werden wir diese Aufgabe kaum durch Integration der Differentialgleichung $M'' = -p$ zu

(1) Die folgende Darstellung nimmt in vereinfachter und verbesserter Form die Ueberlegungen einer früheren Arbeit wieder auf: s. F. Stüssi, *Zur Berechnung verankerter Hängebrücken* (*Abh. IVBH*, Band IV 1936). Eine eingehendere Darstellung dieser Methode soll demnächst in den *Mitteilungen aus dem Institut für Baustatik an der ETH, Zürich*, erscheinen.

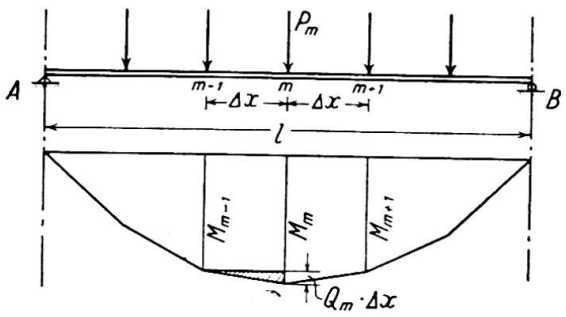


Abb. 1.

lösen versuchen, sondern wir verwenden dazu das Seilpolygon. Nach der elementaren Biegungslehre ist

$$M_m = M_{m-1} + Q_m \cdot \Delta x_m ,$$
$$M_{m+1} = M_m + Q_{m+1} \cdot \Delta x_{m+1} . \tag{1}$$

Eliminieren wir die Querkräfte Q mit Hilfe der Beziehung

$$Q_m - Q_{m+1} = P_m \tag{2}$$

so erhalten wir für konstante Feldweiten und nach Ordnen die Seilpolygongleichung der Balkenbiegung :

$$-M_{m-1} + 2\,M_m - M_{m+1} = P_m \cdot \Delta x . \tag{3a}$$

Wirkt statt der Einzellasten P eine verteilte Belastung p, so sind deren Knotenlasten $K(p)$ einzuführen; nehmen wir feldweise linearen Verlauf von p an, so erhalten wir diese aus der Trapezformel

$$K_m(p) = \frac{\Delta x}{6} \cdot \left(p_{m-1} + 4\,p_m + p_{m+1}\right) . \tag{4a}$$

Setzen wir dagegen den Verlauf von p über je ein Doppelfeld parabelförmig voraus, so ergibt sich die Knotenlast aus der Parabelformel

$$K_m(p) = \frac{\Delta x}{12} \cdot (p_{m-1} + 10\,p_m + p_{m+1}) . \tag{4b}$$

Eine analoge Seilpolygongleichung besteht entsprechend der Mohr'schen Deutung der Biegungslinie zwischen den Durchbiegungen η und den reduzierten Momenten $\frac{M}{EJ}$ eines Balkens

$$-\eta_{m-1} + 2\,\eta_m - \eta_{m+1} = K_m\left(\frac{M}{EJ}\right) \cdot \Delta x . \tag{3b}$$

Endlich gilt eine analoge Seilpolygongleichung auch zwischen den Durchhängen y und den Belastungen P eines durch den Horizontalzug H gespannten Seiles

$$-y_{m-1} + 2\,y_m - y_{m+1} = \frac{P_m}{H} \cdot \Delta x . \tag{3c}$$

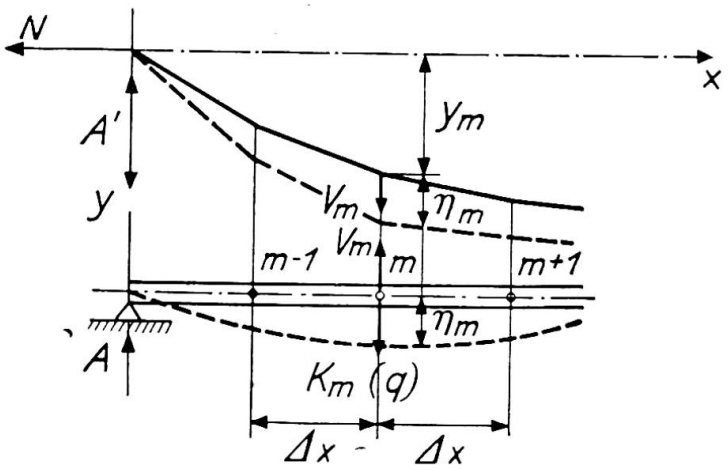


Abb. 2.

Die Normalgleichungen der Hängebrücke

Wir betrachten einen Zwischenknotenpunkt m und die links und rechts benachbarten Felder Δx einer verankerten Hängebrücke (Abb. 2). Dabei ist es belanglos, ob der Knotenpunkt m ein wirklicher Knotenpunkt des Systems ist, oder ob wir unter Voraussetzung dicht ausgeteilter Hängestangen angenommene Knotenpunkte einführen. Den gesamten Horizontalzug des Kabels bezeichnen wir mit N

$$N = H_g + H\,; \qquad q = g + p\,.$$

Es ist bemerkenswert und kennzeichnend für das Tragsystem der verankerten Hängebrücke, dass am Knotenpunkt m alle drei erwähnten Formen der Seilpolygongleichung gleichzeitig auftreten. Am Knotenpunkt m des Kabels können wir die Gleichung

$$V_m \cdot \Delta x = N \cdot (-\eta_{m-1} + 2\,\eta_m - \eta_{m+1}) + N \cdot (-y_{m-1} + 2\,y_m - y_{m+1}) \qquad (5)$$

anschreiben, während am Versteifungsträger einerseits die Beziehung zwischen Momenten und Belastungen

$$(K_m(q) - V_m) \cdot \Delta x = -M_{m-1} + 2\,M_m - M_{m+1} \qquad (6)$$

und andererseits die Beziehung zwischen Durchbiegungen und reduzierten Momenten

$$K_m \left(\frac{M}{EJ}\right) \cdot \Delta x = -\eta_{m-1} + 2\,\eta_m - \eta_{m+1} \qquad (7)$$

gilt.

Durch Addition der Gleichungen 5 und 6 eliminieren wir die Hängestangenkräfte V_m. Setzen wir im Sinne der üblichen oder normalen Formänderungstheorie gleiche Durchbiegungen von Kabel und Versteifungsträger voraus

$$\eta_K = \eta_V = \eta$$

so können wir die Durchbiegungen η eliminieren, indem wir von der Summe der Gleichungen 5 und 6 die mit N multiplizierte Gleichung 7 subtrahieren

$$K_m(q)\cdot\Delta x = -M_{m-1} + 2\,M_m - M_{m+1} + N\cdot\Delta x\cdot K_m\left(\frac{M}{EJ}\right) + N\,(-y_{m-1} + 2\,y_m - y_{m+1})\,.$$

Führen wir die Knotenlast der reduzierten Momentenfläche entsprechend der Parabelformel, Gleichung 4*b*, ein, so erhalten wir mit der Abkürzung

$$\gamma = \frac{N\cdot\Delta x^2}{12\,EJ}$$

nach Elimination des Eigengewichtes

$$K_m(g)\cdot\Delta x = H_g\cdot(-y_{m-1} + 2\,y_m - y_{m+1})$$

und nach Ordnen die Grundgleichung für die Momente aus Verkehrslast im Versteifungsträger der verankerten Hängebrücke

$$\boxed{\begin{aligned} &-M_{m-1}\cdot(1-\gamma) + M_m\cdot(2+10\,\gamma) - M_{m+1}\cdot(1-\gamma) \\ &\qquad = K_m(p)\cdot\Delta x - H\cdot(-y_{m-1} + 2\,y_m - y_{m+1})\,. \end{aligned}} \qquad (8)$$

Sobald wir den Gesamtkabelzug N, der in der Abkürzung γ enthalten ist, uns als gedachten Festwert vorstellen, ist diese Grundgleichung von den Belastungen linear abhängig und das Superpositionsgesetz erscheint damit wieder gültig. Wir können somit die Belastungen auf der rechten Seite der Gleichung 8 in ihre Teileinflüsse, d.h. in äussere Belastung und Ablenkungskräfte des Kabelzuges H bezw. H = 1 zerlegen; den Kabelzug H bestimmen wir in bekannter Weise aus einer Elastizitätsbedingung (worauf wir hier allerdings aus Raumgründen nicht näher eingehen können); damit können wir endlich die Momente im Versteifungsträger durch Superposition und anschliessend auch die Formänderungen bestimmen.

Das Endfeld

Im Endfeld, bezw. in dem dem Auflager A des Versteifungsträgers benachbarten Knotenpunkt 1 tritt eine Besonderheit deshalb auf, weil Kabel und Versteifungsträger normalerweise nicht die gleiche Spannweite

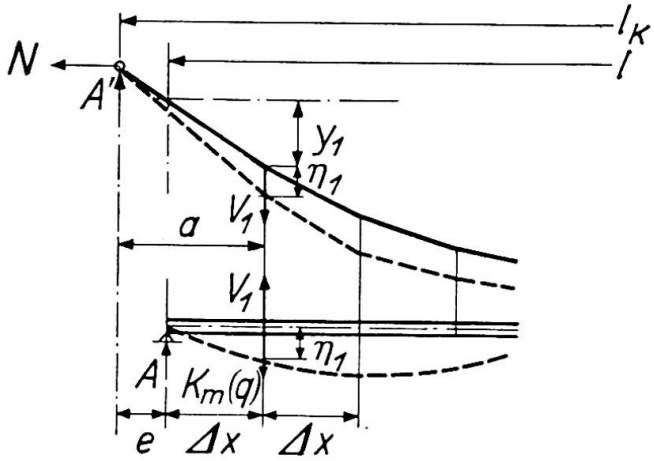


Abb. 3.

besitzen (Abb. 3). Für den Knotenpunkt 1 des Kabels lässt sich hier die Seilpolygongleichung

$$V_1 \cdot \Delta x = N \cdot (2\, y_1 - y_2) + N \cdot \left(\eta_1 \cdot \left[\frac{\Delta x}{a} + 1 \right] - \eta_2 \right)$$

anschreiben, die in Verbindung mit den Gleichungen 6 und 7 auf die Beziehung

$$M_1 \cdot (2 + 10\,\gamma) - M_2 \cdot (1 - \gamma) = K_1\,(q) \cdot \Delta x - N\,(2\, y_1 - y_2) + N \cdot \eta_1 \cdot \frac{e}{a}$$

führt. Das Störungsglied $N \cdot \eta_1 \cdot \frac{e}{a}$ lässt sich bei Aufteilung der Belastung in symmetrische und antimetrische Anteile leicht bestimmen und es ergibt sich :

Für symmetrische Lastanteile

$$N \cdot \eta_1 \cdot \frac{e}{a} = \frac{e}{\Delta x} \cdot \{ M_{01} - M_1 - N \cdot y_1 \} ;$$

$$M_1 \left(2 + 10\,\gamma + \frac{e}{\Delta x} \right) - M_2 \cdot (1 - \gamma) = K_1\,(p) \cdot \Delta x + M_{01} \cdot \frac{e}{\Delta x}$$
$$- H \cdot \left\{ y_1 \cdot \left(2 + \frac{e}{\Delta x} \right) - y_2 \right\} ;$$

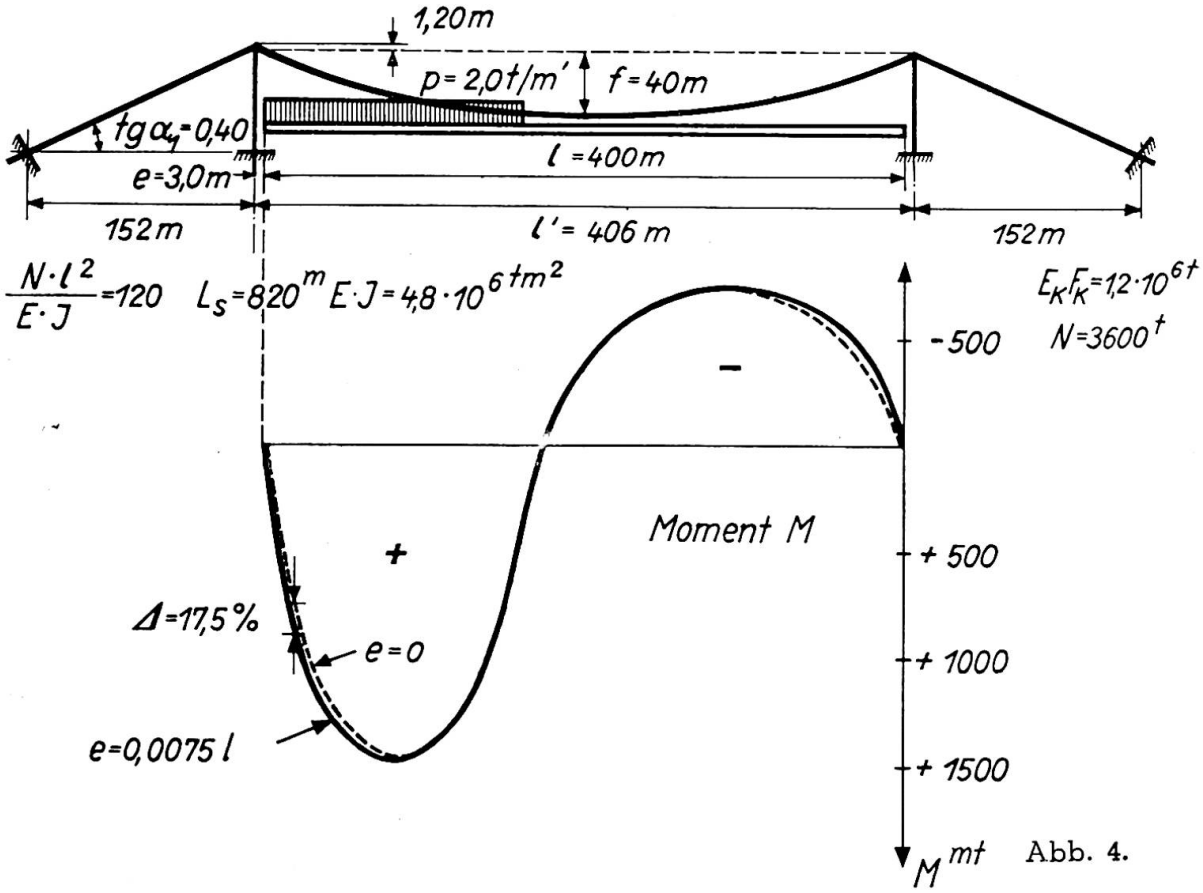


Abb. 4.

Und für antimetrische Lastanteile:

$$N \cdot \eta_1 \cdot \frac{e}{a} = \frac{e}{\Delta x} \cdot \frac{l}{l_k} \cdot \{ M_{01} - M_1 \} ;$$

$$M_1 \cdot \left(2 + 10\,\gamma + \frac{e}{\Delta x} \cdot \frac{l}{l_k}\right) - M_2 \cdot (1 - \gamma) = K_1\,(p) \cdot \Delta x + M_{01} \cdot \frac{e}{\Delta x} \cdot \frac{l}{l_k} .$$

Der Einfluss dieser Verschiedenheit der Spannweiten von Kabel und Versteifungsträger äussert sich auch bei normalen Ausführungsverhältnissen überraschend stark. Abb. 4 zeigt die Ergebnisse eines durchgerechneten Zahlenbeispieles. Wir erkennen, dass auch bei einer kleinen Exzentrizität e der Lager, die hier nur 0,75 % der Spannweite beträgt, die Momente in Auflagernähe merkbar grösser sind als nach der üblichen Normaltheorie, und wir können ohne weiteres folgern, dass dieser Einfluss auf die Querkräfte im Versteifungsträger in Auflagernähe nicht vernachlässigt werden darf. Bei dieser Auflager-Exzentrizität handelt es sich übrigens um einen ähnlichen Einfluss wie infolge der Verlängerung der Hängestangen, der ebenfalls in Auflagernähe eine merkbare Grösse erreichen kann. Dieser Einfluss einer Längenänderung der Hängestangen kann übrigens in einem zweiten Rechnungsgang einfach berücksichtigt werden, indem wir die bei der Elimination der Durchbiegungen aus den Gleichungen 5 und 7 nun übrig bleibenden Restglieder infolge

$$\Delta\eta = \eta_V - \eta_K$$

als zusätzliche Belastungen einführen.

Der Einfluss der Horizontalverschiebungen

Der Einfluss der Horizontalverschiebungen ξ der Kabelpunkte (Abb. 5) äussert sich darin, dass dadurch sowohl die Kabelkrümmungen oder die Ablenkungskräfte verändert werden, als auch darin, dass sich infolge der wagrechten Komponenten der Hängestangenkräfte der Kabelzug über die Spannweite ändert. Wir können diese beiden Einflüsse in einem zweiten Rechnungsgang durch Einführung einer Zusatzlast

$$\Delta p = N \cdot (y'^2 \cdot \eta')' + w \cdot y'$$

berücksichtigen, wobei der erste Anteil die Krümmungsänderung,

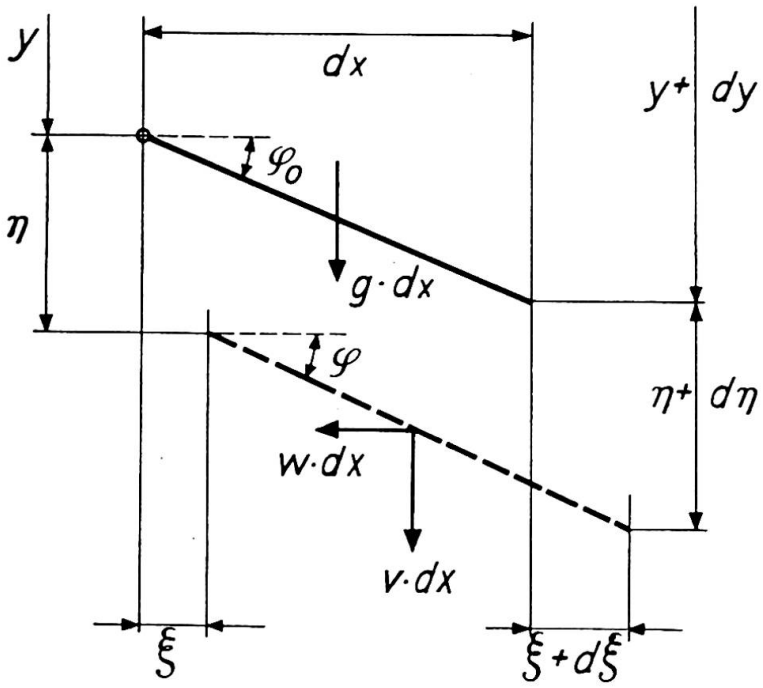


Abb. 5.

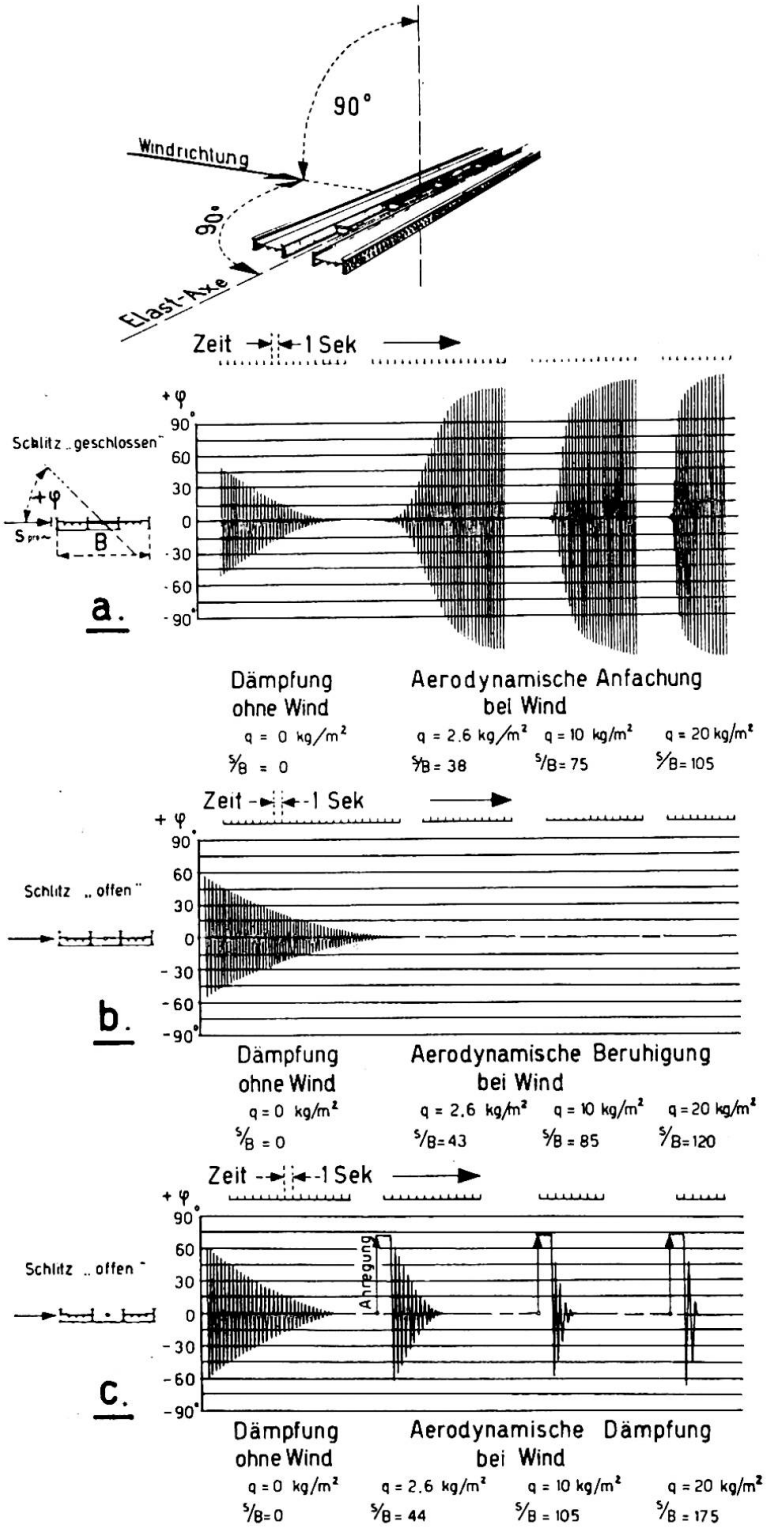


Abb. 6.

der zweite die Aenderung des Horizontalzuges erfasst. In der erweiterten Differentialgleichung von Rode,

$$(\mathrm{EJ}\,\eta'')'' - (\mathrm{H}_g + \mathrm{H})\,[(1 + y'^2)\cdot\eta']' = \mathrm{H}\cdot y'' + p\,,$$

auf die auch S. O. Asplund in seinem Beitrag zum Vorbericht ([1]) nachdrücklich hinweist, ist nur der erste Anteil enthalten. Da aber beide Anteile von gleicher Grössenordnung sind, ist grundsätzlich, wenn schon die Normalberechnung verfeinert werden soll, auch der Einfluss der Veränderlichkeit des Horizontalzuges zu berücksichtigen. Beide Anteile äussern sich im Sinne einer Verkleinerung der Momente und Durchbiegungen.

Zur Frage des Fahrbahnlängsschlitzes

In seinem Beitrag zum Vorbericht hat C. Scruton ([2]) eingehend über Untersuchungen und Modellversuche über den Einfluss von Fahrbahnlängsschlitzen auf die aerodynamische Stabilität von Hängebrücken berichtet und zahlreiche Literaturhinweise über bisherige Untersuchungen zu dieser Frage angegeben. Die eigentliche Quelle dieses neuen und besonderen Merkmales der geschlitzten Fahrbahn finden wir allerdings in diesen Literaturangaben nicht. Ich bin zufällig in der Lage, diese Quelle zu reproduzieren : In Abb. 6 ist eine Zusammenstellung von Versuchsergebnissen wiedergegeben, die Prof. Dr. J. Ackeret im Jahre 1941 am Aerodynamischen Institut der Eidg. Techn. Hochschule in Zürich zusammen mit seinem Mitarbeiter E. Egli durchgeführt hat und die den charakteristischen Einfluss eines Fahrbahnlängsschlitzes deutlich erkennen lassen. Prof. Ackeret hat diese Zusammenstellung der Abb. 6 am 21. November 1941 an Prof. Farquharson in Washington geschickt und der Empfang ist von diesem auch einige Zeit später bestätigt worden. Trotzdem war es mir bisher nicht möglich, diesen eigentlichen Ursprung des neuen Merkmals in der Literatur zu finden; umso eher fühlte ich mich aus kollegialen Gründen zu dieser Feststellung der Urheberschaft Ackeret-Egli berechtigt und verpflichtet.

Résumé

Se basant sur l'équation du polygone funiculaire, l'auteur esquisse une méthode de calcul de nature statique pour la construction des ponts suspendus ancrés. Une des caractéristiques de ce système portant est que les trois formes normales de l'équation d'équilibre apparaissent simultanément; l'élimination des forces dans les suspentes et des flèches donne une équation fondamentale simple ternaire permettant de calculer les moments dans les poutres raidisseuses. Pour une valeur donnée de l'effort horizontal total dans le câble, cette équation est linéaire; il s'en suit que la loi de superposition peut être appliquée et la méthode de calcul est la même que celle des systèmes hyperstatiques.

L'auteur envisage également sommairement quelques influences secondaires.

Pour terminer, il rappelle les essais « Ackeret-Egli » concernant l'influence d'une fente longitudinale dans le tablier sur la stabilité aérodynamique des ponts suspendus.

([1]) S. O. Asplund, *Influence functions for the angular deviation correction in suspension bridges.* Third Congress IABSE, Liège, 1948, *Preliminary Publication*, p. 415.

([2]) C. Scruton, *An experimental investigation of the aerodynamic stability of suspension bridges.* Third Congress IABSE, Liège, 1948, *Preliminary Publication*, p. 463.

Zusammenfassung

Ausgehend von der Seilpolygongleichung werden die Grundzüge einer baustatischen Berechnungsmethode für verankerte Hängebrücken skizziert. Es ist ein charakteristisches Merkmal dieses Tragsystems, dass gleichzeitig alle drei normalen Formen der Seilpolygongleichung vorkommen und dass aus ihnen durch Elimination der Hängestangenkräfte und der Durchbiegungen eine einfach gebaute, dreigliedrige Grundgleichung für die Momente im Versteifungsträger gewonnen werden kann. Für eine bestimmte Grösse des totalen horizontalen Kabelzuges ist diese Gleichung linear; damit wird das Superpositionsgesetz wieder gültig und das Berechnungsverfahren wird dadurch in formaler Beziehung der üblichen Berechnung statisch unbestimmter Systeme angeglichen. Einige Nebeneinflüsse werden kurz betrachtet. Endlich wird auf die Versuche Ackeret-Egli über den Einfluss eines Fahrbahnlängsschlitzes auf die aerodynamische Stabilität von Hängebrücken hingewiesen.

Summary

The author gives the diagram of a method of static calculation of anchored suspension bridges, based on the equation of the funicular polygon. A remarkable characteristic of this type of bridge is that the three regular formes of the equilibrium equation appear simultaneously. The elimination of the forces in the hangers and the deflections gives a simple basic equation having three elements enabling us to calculate moments in the stiffening girders. For a given value of the total horizontal stress in the cable, this equation is linear; it follows that the law of superposition can be applied and the method of calculation is the same as that of statically indetermined systems.

The author also deals summarily with a few secondary influences.

In conclusion, he refers to the « Ackeret-Egli » tests concerning the influence of a longitudinal slot in the roadway on the aerodynamic stability of suspension bridges.

Leere Seite
Blank page
Page vide

IIIb2

L'étude spatiale du câble de suspension

Das räumliche Seileck

Stereometrical study of suspension cables

PROF. Dr TECHN. H. BEER
Graz

Die Untersuchung der einzelnen Phasen der Montage von Hängebrücken erfordert die Behandlung des unversteiften Seiles, d.h. die Bestimmung der Seillage und der Horizontalzüge unter der jeweiligen Montagebelastung. Eine sehr anschauliche Darstellung des ebenen Seileckes gibt F. Stüssi ([1]), wobei er ausser den lotrechten auch noch horizontale Lasten in Brückenlängsrichtung berücksichtigt. Bei Hängebrücken mit schräger Hängerführung in Brückenquerrichtung — wie sie bei zentrisch belasteten Pylonenschäften zur Durchführung der vollen Breite der Verkehrswege erforderlich ist — sowie bei einer zusätzlichen Seilabspannung (Sturmseile) ist mit der Ausbildung eines räumlichen Seileckes zu rechnen. Auch bei Belastung durch den Winddruck quer zur Brücke während der Montage tritt ein räumliches Seileck auf. Die Anwendung der Abhandlung soll jedoch nicht nur auf den Hängebrückenbau beschränkt bleiben, sondern alle Tragkonstruktionen mit Seilen als Abspannung oder Zugglied umfassen.

Der Diskussionsbeitrag beschäftigt sich mit der Ermittlung der Seillage (Seileck) und der Horizontalzüge für beliebig im Raume gerichtete Lasten, wobei das Seil in irgendwelchen Punkten starr oder nachgiebig gestützt sein kann. Der Berechnung wird das in beliebigen Intervallen durch Einzellasten belastete Seil zugrunde gelegt und auch sein Eigengewicht in diesen Punkten wirkend gedacht.

Abbildung 1 zeigt ein solches — zwischen zwei nachgiebigen Punkten O und n gestütztes — räumliches Seileck, das z.B. einer Hängebrückenöffnung entspricht in der Grund- und Aufrissprojektion. Die „*Ausgangslage*" bezieht sich hierbei auf den Zustand vor der Belastung durch die Montagelasten, in dem das Seil durch die Lastkomponenten V_{m0}, L_{m0} und W_{m0} belastet ist, während in der „*Endlage*" die entsprechenden Werte —

([1]) *Abhandlungen der Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau*, Band 6.

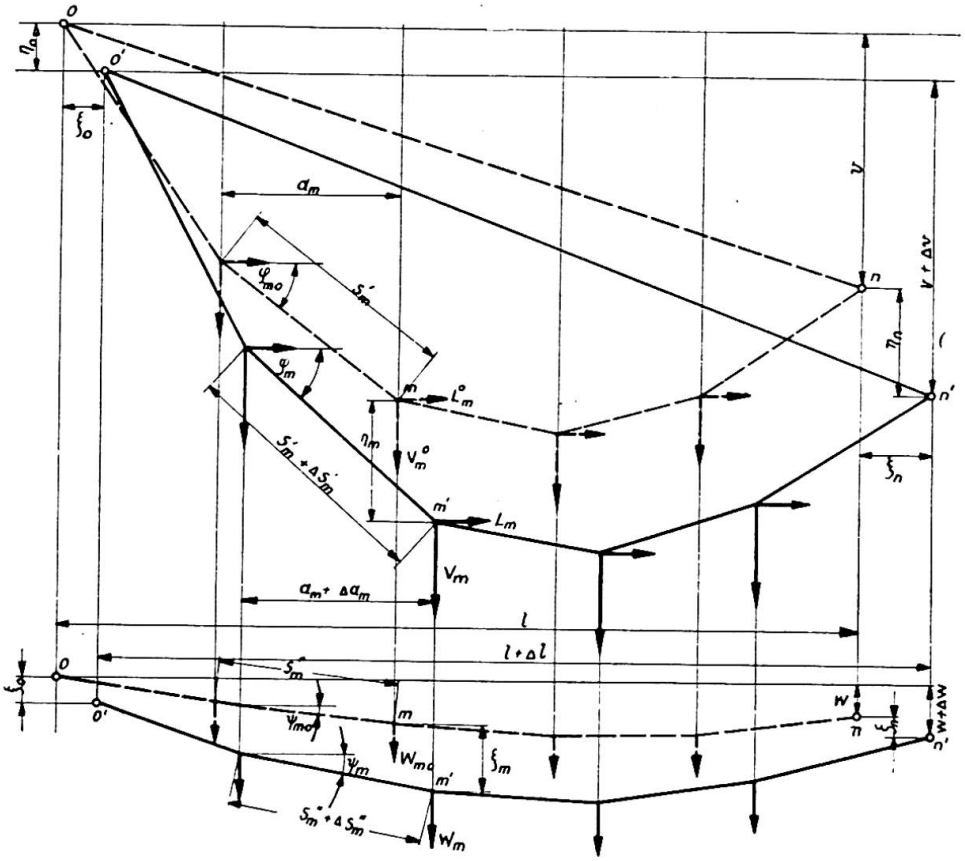


Abb. 1. Räumliches Seileck im Grund- und Aufriss.

um die Montagelasten und gegebenenfalls den Winddruck vermehrt — auf den Betrag V_m, L_m und W_m anwachsen. Der feldweise veränderliche Horizontalzug im Feld $m-1$ bis m soll in der Ausgangslage H_{m0} und in der Endlage H_m sein. Zur Ermittlung der Endlage dienen bei gegebenem H_m die beiden Gleichgewichtsbedingungen in jedem Knoten m und die Randbedingungen in der Y- und Z-Richtung. Der Horizontalzug für ein Endfeld ($H_1 = H$) wird aus der Bedingung bestimmt, dass die Summe aller Feldweitenänderungen gleich sein muss der Aenderung der Horizontaldistanz der Aufhängepunkte (Randbedingung in der X-Richtung). Da beide Grössen aber wieder von H abhängen, muss die Berechnung der Endlagen für mehrere angenommene Werte von H durchgeführt und das tatsächlich vorhandene H durch ein hierfür entwickeltes graphisches Verfahren ermittelt werden.

Ermittlung der Endlage

Für die Endlage gelten die folgenden Gleichgewichtsbedingungen für die Aufriss- und Grundrissebene:

$$H_m \operatorname{tg} \varphi_m - H_{m+1} \operatorname{tg} \varphi_{m+1} = V_m \tag{1}$$

$$H_m \operatorname{tg} \psi_m - H_{m+1} \operatorname{tg} \psi_{m+1} = W_m \,. \tag{2}$$

Führt man

$$\sum_{r=1}^{r=m-1} V_r = \mathcal{V}_m \,, \quad \sum_{r=1}^{r=m-1} L_r = \mathcal{L}_m \quad \text{und} \quad \sum_{r=1}^{r=m-1} W_r = \mathcal{W}_m$$

ein, so erhält man aus (1) und (2) die beiden Rekursionsformeln :

$$\operatorname{tg} \varphi_m = \frac{H}{H_m}\left(\operatorname{tg} \varphi_1 - \frac{\mathcal{V}_m}{H}\right) \tag{3}$$

$$\operatorname{tg} \psi_m = \frac{H}{H_m}\left(\operatorname{tg} \psi_1 - \frac{\mathcal{W}_m}{H}\right). \tag{4}$$

Hierbei ist $H_m = H - \mathcal{L}_m$. Zur Ermittlung der Anfangswinkel des Seilpolygons $\operatorname{tg} \varphi_1$ und $\operatorname{tg} \psi_1$ dienen die folgenden geometrischen Randbedingungen in Richtung der Y- und Z-Achse :

$$\sum_{m=1}^{m=n} (a_m + \Delta a_m) \operatorname{tg} \varphi_m = v + \Delta v \tag{5}$$

$$\sum_{m=1}^{m=n} (a_m + \Delta a_m) \operatorname{tg} \psi_m = w + \Delta w \tag{6}$$

Woraus in Verbindung mit (3) und (4) folgt :

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{1}{\sum_1^n \frac{H}{H_m}(a_m + \Delta a_m)} \cdot \left[\sum_1^n \frac{\mathcal{V}_m}{H_m}(a_m + \Delta a_m) + v + \Delta v\right] \tag{7}$$

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \frac{1}{\sum_1^n \frac{H}{H_m}(a_m + \Delta a_m)} \cdot \left[\sum_1^n \frac{\mathcal{W}_m}{H_m}(a_m + \Delta a_m) + w + \Delta w\right] \tag{8}$$

Δa_m bedeutet — wie schon aus Abbildung 1 hervorgeht — die Aenderung der Horizontaldistanz a_m beim Uebergang von der Ausgangslage in die Endlage. Nach Abbildung 2 ist :

$$a_m + \Delta a_m = (s_m + \Delta s_m) \cos \varphi_m \cdot \cos \overline{\psi}_m \tag{9}$$

Δs_m stellt die Seildehnung infolge des — bei diesem Uebergang erzeugten — Horizontalschubes H_{mp} dar. Ist auch noch eine Temperaturänderung von t° Celsius damit verbunden, so wird :

$$\Delta s_m = \frac{H_{mp} s_m}{E' F_m \cdot \cos \varphi_m \cdot \cos \overline{\psi}_m} + \varepsilon_t t \cdot s_m , \tag{10}$$

E' ist der Elastizitätsmodul des Seiles und F_m die Fläche des Seilstückes

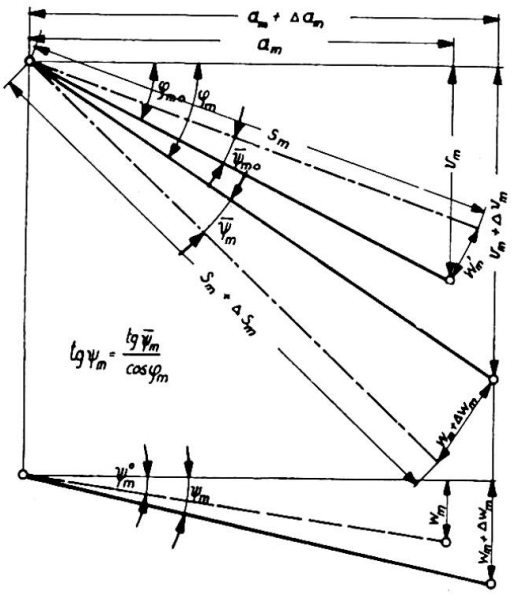


Abb. 2. Ermittlung von Δa_m

zwischen $m-1$ und m (für Kabelhängebrücken ist $F_m = F = \text{const.}$). Die Feldweitenänderung wird dann:

$$\Delta a_m = s_m \left[\frac{H_{mp}}{E' F_m} + \cos \varphi_m \cdot \cos \bar{\psi}_m - \cos \varphi_{m0} \cdot \cos \bar{\psi}_{m0} + \varepsilon_t \cdot t \cdot \cos \varphi_m \cdot \cos \bar{\psi}_m \right]. \tag{11}$$

Dieser Ausdruck für Δa_m wäre nun in die Gleichungen (7) und (8) einzusetzen und mit Hilfe von (3) und (4) die goniometrischen Gleichungen für $\operatorname{tg} \varphi_1$ und $\operatorname{tg} \psi_1$ aufzustellen. Ihre Auflösung würde jedoch sehr langwierig und nur graphisch oder durch Probieren durchzuführen sein. Man kann aber die ganze umständliche Rechnung vermeiden, wenn man von der Tatsache ausgeht, dass Δa_m wohl in allen praktisch vorkommenden Fällen wesentlich kleiner als a_m sein wird. Bei den Hängebrücken ist dies — selbst bei grossen lotrechten Verschiebungen, wie sie bei der Montage auftreten — stets der Fall. Aus dieser Tatsache ergibt sich folgender Iterationsweg zur Bestimmung der Werte φ_m und ψ_m. Man setzt zunächst $\Delta a_m^0 = 0$ und berechnet mit Hilfe von (7) und (8) die ersten Näherungswerte φ_1^{I} und ψ_1^{I} und mit (3) und (4) die entsprechenden Werte φ_m^{I} und ψ_m^{I}. Nunmehr ist es mit Hilfe von Gl. (11) möglich, die Näherungswerte Δa_m^{I} zu bestimmen. Man kann nun im zweiten Iterationsgang mit Hilfe dieser Werte Δa_m^{I} verbesserte Winkel φ_m^{II} und ψ_m^{II} bestimmen und erhält schliesslich neue Feldweitenänderungen Δa_m^{II}, die in der Regel schon ausreichend genau sein werden, um daraus die endgültigen Neigungswinkel zu berechnen.

Eine anschauliche bildliche Darstellung dieses Iterationsverfahrens und seiner Konvergenz zeigt Abbildung 3. Der Einfachheit halber wird ein Seil, das zunächst ohne Last und daher durch den Horizontalzug H_0 straff gespannt ist, mit nur einer Einzellast P belastet. Lässt man zunächst die Feldweitenänderung unberücksichtigt ($\Delta a = 0$), so würde — bei lotrechtem Lastweg und unverschiebbaren Lagern — das Seil die Lage 1-1 einnehmen. Diese Lage ist aber mit den geometrischen Bedingungen nicht verträglich, da die Länge der beiden Seilstrahlen ja gegeben ist (der Einfachheit halber wird ein dehnungsloses Seil vorausgesetzt, da die Berücksichtigung der Seildehnung an der Konvergenzbetrachtung nichts ändert). Das Auftragen der richtigen Seillängen bedingt eine Parallelverschiebung des Seilstrahles 1 nach 1′ während E in die neue Lage E^{I} kommt. Um die richtige Höhenlage von E herzustellen, ist nun eine lotrechte Verschiebung des Seilzuges notwendig. Trägt man nun wieder Seilstrahllängen ab, so wird 2

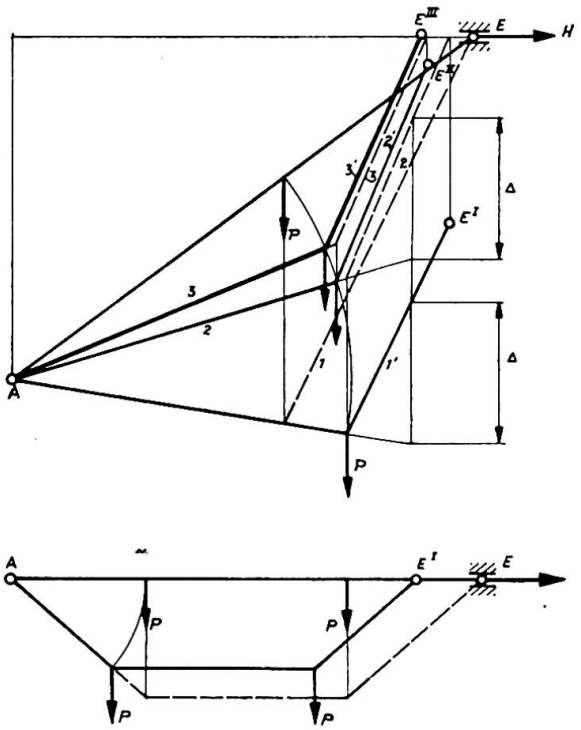


Abb. 3. Bildliche Darstellung des Iterationsverfahrens.

parallel nach 2′ verschoben, wodurch der Endpunkt nach E^{II} kommt. Das Verfahren wird nun solange fortgesetzt, bis E genügend genau in der richtigen Höhe liegt. Sind System und Belastung symmetrisch, so ist von vornherein eine Erfüllung der Höhenbedingung möglich. Der erste Iterationsgang gibt also bereits das endgültige Ergebnis.

Aus dieser figuralen Darstellung, die natürlich auch auf viele Lasten in beliebiger Richtung ergänzt werden könnte, erkennt man, dass umso weniger Iterationsschritte erforderlich sein werden, je mehr sich System und Belastung dem Symmetriefall nähern. Auch eine Verminderung der Steilheit der Geraden AE bedingt eine noch bessere Konvergenz des Verfahrens.

Die Konvergenz lässt sich allerdings auch noch auf folgende Art verbessern. Man sucht für $\Delta a_m{}^0$ genäherte Ausgangswerte für den ersten Rechnungsgang, wobei man trachtet in Gleichung (11) statt der Cosinuswerte der Neigungswinkel deren Tangenten einzuführen. Dies geschieht durch Vernachlässigung der Quadrate der Verschiebungswege — beim Uebergang von der Ausgangslage in die Endlage — gegenüber den Produkten aus Verschiebungsweg und entsprechender Koordinate. Es wird also z.B. Δa^2 gegenüber $a \cdot \Delta a$ vernachlässigt. Man erhält dann nach kurzer Zwischenrechnung :

$$\frac{\Delta a_m}{a_m} \approx \frac{\Delta s_m}{s_m} - \frac{a_m{}^2}{s_m{}^2}\left[\operatorname{tg}\varphi_{m0}\left(\operatorname{tg}\varphi_m - \operatorname{tg}\varphi_{m0}\right) + \operatorname{tg}\psi_{m0}\left(\operatorname{tg}\psi_m - \operatorname{tg}\psi_{m0}\right)\right]. \quad (12)$$

Setzt man noch

$$\frac{\Delta s_m}{s_m} \approx \frac{H_{mp}}{E'F_m \cos\varphi_{m0} \cos\bar{\psi}_{m0}} + \varepsilon_t \cdot t$$

und führt Gl. (12) in die Gl. (7) und (8) ein, so wird :

$$\sum_1^n a_m \left\{ 1 + \frac{\Delta s_m}{s_m} - \frac{a_m{}^2}{s_m{}^2}\left[\operatorname{tg}\varphi_{m0}\frac{H}{H_m}\left(\operatorname{tg}\varphi_1 - \frac{\mathfrak{V}_m}{H}\right) - \operatorname{tg}^2\varphi_{m0}\right.\right.$$
$$\left.\left. + \operatorname{tg}\psi_{m0}\frac{H}{H_m}\left(\operatorname{tg}\psi_1 - \frac{\mathfrak{W}_m}{H}\right) - \operatorname{tg}^2\psi_{m0}\right]\right\} \cdot \frac{H}{H_m}\left(\operatorname{tg}\varphi_1 - \frac{\mathfrak{V}_m}{H}\right) = v + \Delta v \quad (13)$$

$$\sum_1^n a_m \left\{ 1 + \frac{\Delta s_m}{s_m} - \frac{a_m{}^2}{s_m{}^2}\left[\operatorname{tg}\varphi_{m0}\frac{H}{H_m}\left(\operatorname{tg}\varphi_1 - \frac{\mathfrak{V}_m}{H}\right) - \operatorname{tg}^2\varphi_{m0}\right.\right.$$
$$\left.\left. + \operatorname{tg}\psi_{m0}\frac{H}{H_m}\left(\operatorname{tg}\psi_1 - \frac{\mathfrak{W}_m}{H}\right) - \operatorname{tg}^2\psi_{m0}\right]\right\} \cdot \frac{H}{H_m}\left(\operatorname{tg}\varphi_1 - \frac{\mathfrak{W}_m}{H}\right) = w + \Delta w. \quad (14)$$

Man erhält schliesslich zwei quadratische Gleichungen für $\operatorname{tg}\varphi_1$ und $\operatorname{tg}\psi_1$ von folgender Bauart :

$$A_\varphi \operatorname{tg}^2\varphi_1 + A_\psi \operatorname{tg}\varphi_1 \operatorname{tg}\psi_1 - B_\varphi \operatorname{tg}\varphi_1 - C_\varphi \operatorname{tg}\psi_1 + D_v = 0 \quad (15)$$

$$A_\psi \operatorname{tg}^2\psi_1 + A_\varphi \operatorname{tg}\varphi_1 \operatorname{tg}\psi_1 - B_\psi \operatorname{tg}\psi_1 - C_\psi \operatorname{tg}\varphi_1 + D_w = 0 \quad (16)$$

aus denen $\operatorname{tg}\varphi_1$ und $\operatorname{tg}\psi_1$ berechnet werden kann. Die hierbei erforderliche Auflösung einer Gleichung vierten Grades ist jedoch ziemlich langwierig, sodass man in der Regel die Rechnung mit $\Delta a^0 = 0$ beginnen wird und lieber einen Iterationsgang mehr durchführt.

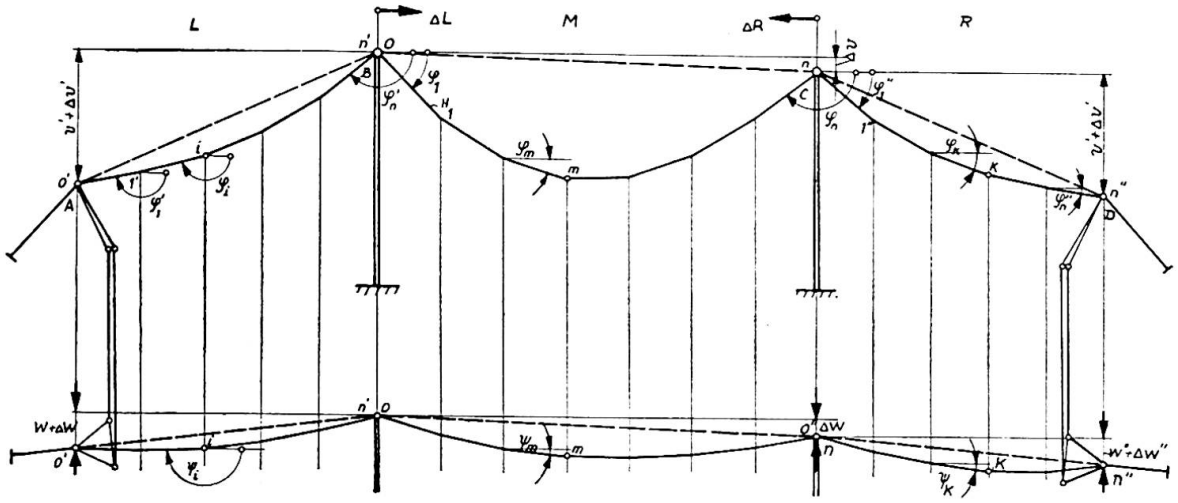


Abb. 4. Hängebrücke mit Aussenöffnung und räumlicher Seilführung.

Bestimmung des Horizontalzuges

Die graphische Bestimmung des Horizontalzuges wird für eine Hängebrücke mit 3 Oeffnungen und eingespannten Stahlpylonen gezeigt. Mit den Bezeichnungen von Abbildung 4 werden die Verschiebungen der Pylonenspitzen B und C in Richtung der X-Achse :

Linke Seitenöffnung

$$\Delta L = \sum_{i=1'}^{i=n'} \Delta a_i + \xi_A ; \tag{17}$$

Rechte Seitenöffnung

$$\Delta R = \sum_{k=1''}^{k=n''} \Delta a_k + \xi_D ; \tag{18}$$

Mittelöffnung

$$\Delta M = \sum_{m=1}^{m=n} \Delta a_m . \tag{19}$$

Da diese Verschiebungen für verschiedene angenommene Horizontalzüge berechnet wurden, können die Kurven

$$\Delta L + \Delta R = f(H) \quad \text{und} \quad \Delta M = \varphi(H)$$

aufgetragen werden. Die Auflösung der Gleichung $\Delta M = \Delta L + \Delta R$ d.h. die Ordinate des Schnittpunktes der beiden Kurven gibt sodann den tatsächlichen vorhandenen Horizontalzug. Bei eingespannten Pylonen muss hierbei beachtet werden, dass die Horizontalzüge links und rechts von den Pylonen um jene Kräfte ΔH_L und ΔH_R verschieden sind, welche die Pylonen bei ihrer Ausbiegung um die Masse ΔL und ΔR aufnehmen. Ist μ die Federkonstante der Pylone (die Ausbiegung, welche von der Kraft 1 t

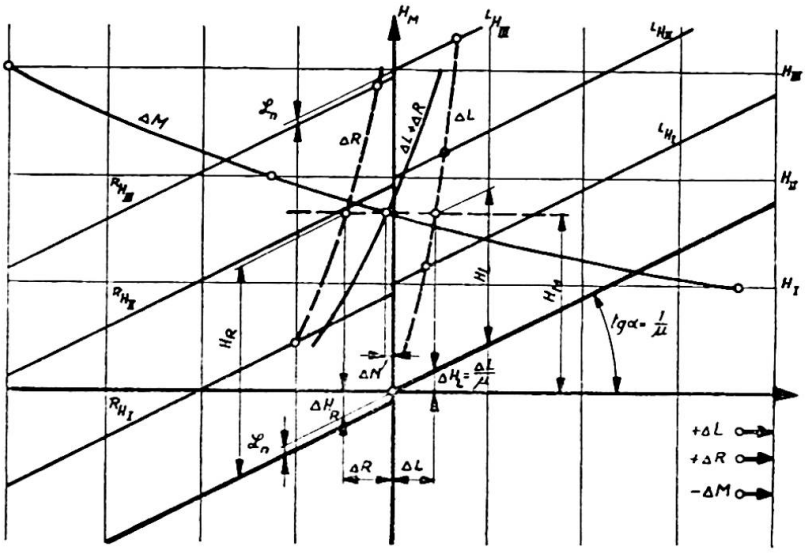


Abb. 5. Graphische Ermittlung des Horizontalzuges.

erzeugt wird), so ist in den Aussenöffnungen eine Drehung der Δ-Achse um den Winkel α erforderlich, wobei gilt: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\mu}$. Ferner muss die Δ-Achse für die rechte Aussenöffnung noch um den Betrag $\mathcal{L}_n = \sum_1^n L_m$ parallel verschoben werden, um zu berücksichtigen, dass positive Horizontallasten der Mittelöffnung den Horizontalzug an der linken Pylone um ihre Summe vermehren. In Abbildung 5 ist die Bestimmung des Horizontalzuges durchgeführt. Für drei angenommene Horizontalzüge am Beginn der Mittelöffnung H_I, H_{II} und H_{III} werden nach Abschnitt B die Werte ΔL, ΔR und ΔM berechnet und die Kurven ΔL, ΔR und ΔM gezeichnet. Hierbei ist zu beachten, dass die Kurvenpunkte für ΔL auf den um den Winkel α gedrehten Geraden ^LH_I, $^LH_{II}$ und $^LH_{III}$ liegen, während die entsprechenden Punkte für ΔR sich auf den um α gedrehten und um $\mathcal{L}_n$ parallel nach abwärts verschobenen Geraden ^RH_I, $^RH_{II}$ und $^RH_{III}$ befinden. Sodann wird die Summenkurve ΔL + ΔR gezeichnet und mit der Kurve ΔM zum Schnitt gebracht. In Abbildung 5 sind die dem Schnittpunkt entsprechenden Werte der Verschiebungen ΔL, ΔM und ΔR, sowie die zugehörigen Horizontalzüge H_L, H_M und H_R eingetragen. Das Wertetripel der angenommenen Horizontalzüge muss für den ersten Iterationsgang so gewählt werden, dass der — sich als Lösung ergebende — Horizontalzug dazwischen liegt. Da zunächst nur rohe Schätzungen des Horizontalzuges vorliegen, werden die Intervalle zwischen H_I, H_{II} und H_{III} entsprechend gross sein, wodurch natürlich die Lösung ungenau wird. Man wird sich daher für den zweiten Iterationsgang diese erste Lösung für H zu Nutze machen und die Wertetripel für H nunmehr dicht beieinander annehmen können, sodass man mit Hilfe des graphischen Verfahrens eine ausreichende Genauigkeit erzielen kann. Meist ist es sogar besser, die zweite Iteration nur mehr mit dieser ersten Lösung durchzuführen (vgl. d. Zahlenbeispiel).

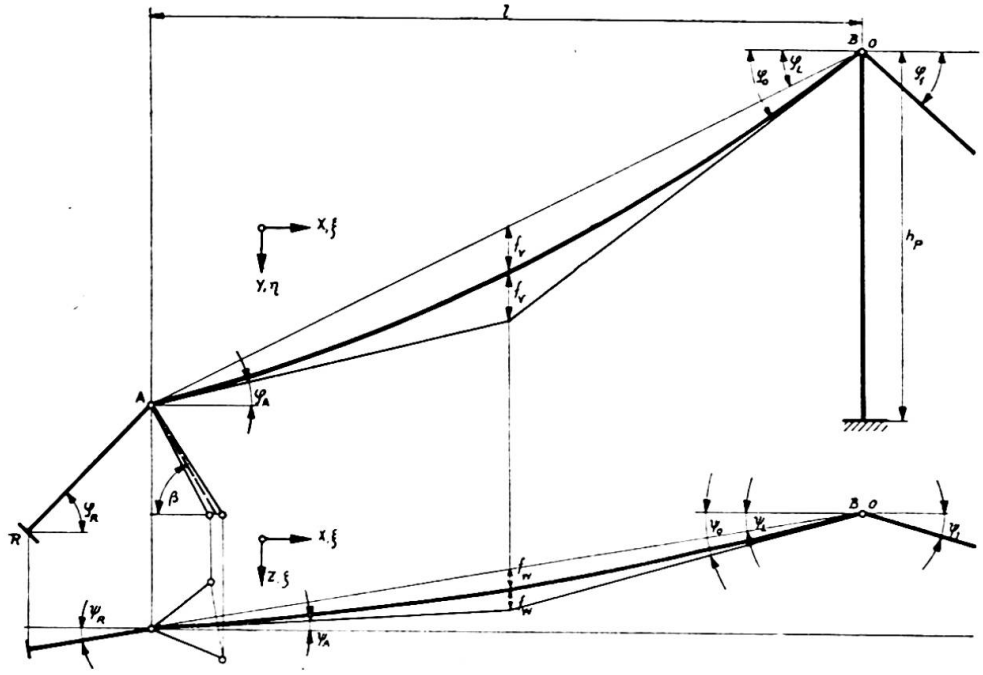


Abb. 6. Räumliche Seilführung der Aussenöffnung einer Hängebrücke bei Gleichlast.

Nachgiebigkeit der Verankerung und der Pylone

Um die Verhältnisse nicht unnötig zu komplizieren, wird nach Abbildung 6 angenommen, dass das Kabel im Punkt A über einen Pendelbock (Zweibock) umgelenkt wird, dessen Symmetrieachse in der lotrechten Ebene durch die Sehne des Kabelstückes AB liegt. Auch wird mit einer mittleren aber gleichen Verformung der beiden Stiele des Zweibockes gerechnet. Da die Verschiebungen des Punktes A in den praktisch in Frage kommenden Fällen nicht sehr ins Gewicht fallen, können auch abweichende Anordnungen der Pendelböcke mit ausreichender Genauigkeit durch das angenommene symmetrische System ersetzt werden. In Abbildung 7 ist die Kabelumlenkung durch einen Pendelbock und die Rückverankerung in Grund- und Aufriss dargestellt, wobei auch die Umlegung in die Grundrissebene eingezeichnet ist. Das Zweibein kann hierbei — unter Beachtung der vorstehend gemachten Voraussetzungen — durch einen Stab ersetzt werden, dessen Querschnittsfläche F_a so gewählt wird, dass er die selbe Zusammendrückung erleidet wie das Zweibein. Bezeichnet ${}^{A}H_p$ den Horizontalzug rechts von A infolge der Montagebelastung (in Abbildung 7 in der Umlegung in die Aufrissebene dargestellt), so folgt aus dem räumlichen Kräftepolygon die Kraft im Rückverankerungsseil :

$$S_p = {}^{A}H_p \cdot \frac{\cos \bar{\beta}}{\sin (\bar{\varphi}_R + \bar{\beta})} (\operatorname{tg} \varphi_A + \operatorname{tg} \beta) \tag{20}$$

und die Kraft im Pendel :

$$A_p = {}^{A}H_p \cdot \frac{\cos \bar{\varphi}_R}{\sin (\bar{\varphi}_R + \bar{\beta})} (\operatorname{tg} \varphi_R - \operatorname{tg} \varphi_A). \tag{21}$$

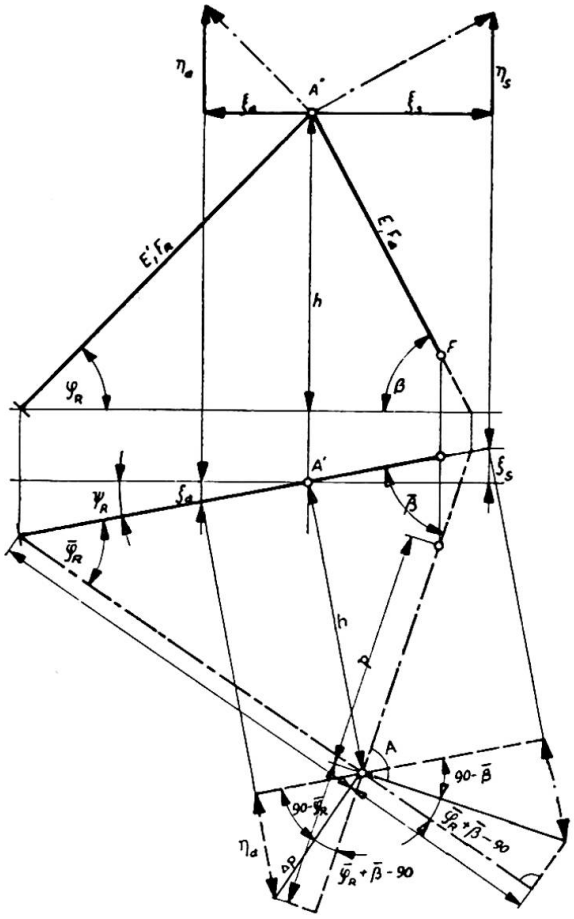


Abb. 7. Bestimmung der Verschiebungskomponenten für die Rückverankerung.

Man erhält sodann nach einiger Zwischenrechnung die drei Komponenten der Verschiebungen des Punktes A zu :

$$\xi_{Ap} = {}^{A}H_p \cdot \frac{\cos \psi_R}{\sin^2 (\bar{\varphi}_R + \bar{\beta})} \cdot \left[\frac{s \cdot \sin \bar{\beta} \cdot \cos \bar{\beta}}{E'F_R} (\operatorname{tg} \varphi_A + \operatorname{tg} \beta) + \frac{p \cdot \sin \bar{\varphi}_R \cdot \cos \bar{\varphi}_R}{E \cdot F_a} (\operatorname{tg} \varphi_R - \operatorname{tg} \varphi_A) \right] \tag{22}$$

$$\eta_{Ap} = - \frac{{}^{A}H_p}{\sin^2 (\bar{\varphi}_R + \bar{\beta})} \left[\frac{s \cdot \cos^2 \bar{\beta}}{E'F_R} (\operatorname{tg} \varphi_A + \operatorname{tg} \beta) - \frac{p \cdot \cos^2 \bar{\varphi}_R}{E \cdot F_A} (\operatorname{tg} \varphi_R - \operatorname{tg} \varphi_A) \right] \tag{23}$$

$$\zeta_{Ap} = - \xi_{Ap} \cdot \operatorname{tg} \psi_R \,. \tag{24}$$

Tritt ausserdem eine Temperaturänderung der Rückverankerung um t° C ein, so ergeben sich die folgenden zusätzlichen Verschiebungskomponenten :

$$\xi_{At} = \varepsilon_t \cdot t \cdot \frac{\cos \psi_R}{\sin (\bar{\varphi}_R + \bar{\beta})} (s \cdot \sin \bar{\beta} - p \cdot \sin \bar{\varphi}_R) \tag{25}$$

$$\eta_{At} = - \varepsilon_t \cdot t \cdot \frac{1}{\sin (\varphi_R + \bar{\beta})} (s \cdot \cos \bar{\beta} + p \cdot \cos \bar{\varphi}_R) \tag{26}$$

$$\zeta_{At} = - \xi_{At} \cdot \operatorname{tg} \psi_R \,. \tag{27}$$

E′ und E bedeuten hierbei die Elastizitätsmoduli von Kabel und Stützbock und F_R die Querschnittsfläche des Kabels.

Zur Ermittlung der Nachgiebigkeit der Pylonenspitzen B für den Fall, dass die Aussenöffnung nicht durch Montagelasten belastet ist, muss zunächst die Horizontalverschiebung Δl eines in A (Abb. 6) starr festgehaltenen Kabels ermittelt werden. Für ein Element ds, das die Längenänderung Δds mit den Verschiebungskomponenten $d\xi$, $d\eta$ und $d\zeta$ erfährt, besteht die einfache geometrische Beziehung :

$$2\,ds \cdot \Delta ds = 2\,dx \cdot d\xi + 2\,dy \cdot d\eta + 2\,dz \cdot d\zeta + d\xi^2 + d\eta^2 + d\zeta^2 . \qquad (28)$$

Daraus wäre $d\xi$ zu berechnen und über die ganze Seitenöffnung zu integrieren. Vernachlässigt man $d\xi^2$ gegen die anderen Grössen der rechten Gleichungsseite, was allerdings nur für nicht zu grosse Pfeiländerungen beim Uebergang von der Ausgangslage in die Endlage zulässig ist, und setzt :

$$\Delta ds = \varepsilon t ds + \frac{ds}{E'F \cos\varphi \cos\bar{\psi}}, \quad y' = \operatorname{tg}\varphi \quad \text{und} \quad z' = \operatorname{tg}\psi,$$

so wird nach einiger Umformung :

$$\Delta l = \int_0^l d\xi = \varepsilon t \int_0^l \frac{dx}{\cos^2\varphi \cdot \cos^2\bar{\psi}} + \frac{H_p}{E'F} \int_0^l \frac{dx}{\cos^3\varphi \cos^2\bar{\psi}} - \int_0^l \operatorname{tg}\varphi d\eta$$
$$- \int_0^l \operatorname{tg}\psi d\zeta - \frac{1}{2} \int_0^l (\eta'^2 + \zeta'^2)\, dx \qquad (29)$$

Nimmt man als Seilkurve eine Parabel an und entsprechen in der Ausgangslage den Lastkomponenten für den laufenden Meter v_0' und w_0', die Pfeilhöhen f_{v0} und f_{w0} ; während in der Endlage den Lasten v' und w' die Pfeilhöhen f_v und f_w (Abb. 6) zugeordnet sind, so wird für die Aufrissprojektion :

$$\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\varphi_l + \frac{4 f_{v0}}{l^2}(l - 2x); \quad d\eta = \frac{4\,\Delta f_v}{l^2}(l - 2x)\, dx ;$$

$$\Delta f_v = f_v - f_{v0} = \frac{l^2}{8}\left(\frac{v'}{H} - \frac{v_0'}{H_0}\right)$$

während für die Grundrissprojektion sinngemäss φ durch ψ und v durch w zu ersetzen ist. Man erhält dann nach einiger Zwischenrechnung den Näherungswert :

$$\Delta l \approx l\left[1 + \operatorname{tg}^2\varphi_l + \operatorname{tg}^2\psi_l + \frac{16}{3 \cdot l^2}(f_{v0}^2 + f_{w0}^2)\right] \cdot \left(\frac{H_p}{\cos\varphi_l \cdot \cos\bar{\psi}_l \cdot E'F} + \varepsilon t\right)$$
$$- \frac{16}{3 \cdot l}\left(\Delta f_v \cdot f_{v0} + \Delta f_w \cdot f_{w0} + \frac{1}{2}\Delta f_v^2 + \frac{1}{2}\Delta f_w^2\right). \qquad (30)$$

Die Verschiebungskomponenten des Punktes B in der X- und Y-Richtung werden dann :

$$\xi_B = \xi_A + \Delta l - (\eta_A - \eta_B)\operatorname{tg}\varphi_l - (\zeta_A - \zeta_B)\operatorname{tg}\psi_l , \qquad (31)$$

$$\eta_B = -\varepsilon_t \cdot t \cdot h_p + H_p \cdot \frac{h_p}{EF_p}\left(\operatorname{tg}\varphi_l + \frac{v' l}{2\,H} + \operatorname{tg}\varphi_l\right). \qquad (32)$$

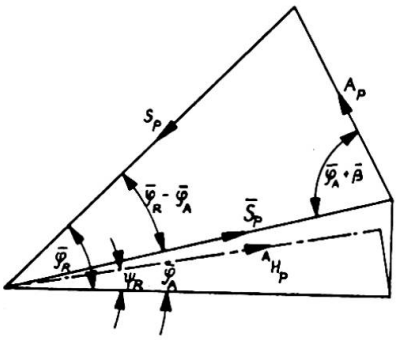


Abb. 8. Räumliches Krafteck zur Ermittlung des Horizontalzuges.

Zur Bestimmung der Verschiebungskomponente in der Z-Richtung müssen bestimmte Annahmen getroffen werden. Für den vorliegenden Fall wird zunächst eine symmetrische seitliche Verformung der beiden Kabel vorausgesetzt und mit gleichem Horizontalzug in den beiden Tragwänden gerechnet. Weichen die tatsächlichen Verhältnisse hiervon ab — wie z.B. bei schräger Hängerführung in Brückenquerrichtung — so muss diese Tatsache durch nachträgliche Einführung dieser Verschiedenheiten berücksichtigt werden, was zweckmässig beim zweiten Iterationsgang erfolgt. Mit

$$\zeta_B = H \cdot \nu_p \left(2 \operatorname{tg} \psi_1 - \frac{2\,\zeta_B}{l} + \frac{w'\,l}{H}\right) + \varepsilon_t \cdot t \cdot b_p$$

wird die gesuchte Verschiebungskomponente :

$$\zeta_B = \varepsilon_t \cdot t \cdot b_p + \frac{H \cdot \nu_p}{1 + 2 \cdot H \frac{\nu_p}{l}} \left(2 \cdot \operatorname{tg} \psi_1 + \frac{w'\,l}{H}\right) \tag{33}$$

ν_p bedeutet hierbei die Federkonstante gegen ein seitliches Verschieben der Pylone und b_p die halbe Pylonenbreite.

Für die drei angenommenen Horizontalzüge des ersten Iterationsganges wird von den Verschiebungskomponenten nur der Anteil $\xi_B = \xi_A + \Delta l$ berücksichtigt und erst für das daraus nach Abbildung 5 ermittelte H^* werden die drei Komponenten nach den Gleichungen (31) bis (33) in die weitere Rechnung eingeführt.

Ist die Pfeiländerung in der Aussenöffnung beim Uebergang von der Ausgangslage in die Endlage verhältnismässig gross, so wird die vorstehende Näherung unbrauchbar. Man kann dann die Horizontalverschiebung Δl aus der Seillänge in dieser Oeffnung bestimmen. Für die Ausgangslage ist diese Seillänge (Abb. 6):

$$L_0 \approx \ell_0 \left[1 + \frac{8}{3\,\ell_0^2} \left(f_{v0}'^2 + f_{w0}'^2\right)\right]$$

wenn für

$$\ell_0 = l_0 \left(1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_{l0} + \operatorname{tg}^2 \psi_{l0}\right)$$

gesetzt wird. Ebenso ist für die Endlage :

$$L = L_0 + \Delta L_t + \Delta L_p \approx \ell \left[1 + \frac{8}{3 \cdot \ell^2} \left(f_v'^2 + f_w'^2\right)\right] \tag{35}$$

daraus ist :

$$\ell \approx \frac{L}{2} + \sqrt{\frac{L^2}{4} - \frac{8}{3} \left(f_v'^2 + f_w'^2\right)}$$

und die horizontale Stützweite der Endlage :

$$l = \ell \sqrt{1 - \mathrm{tg}^2 \varphi_l - \mathrm{tg}^2 \psi_l} \, .$$

Man erhält schliesslich die gesuchte Verschiebung der Pylonenspitze aus :

$$\Delta l = l - l_0 \, .$$

Sind die Aussenöffnungen durch Montagelasten belastet oder ist der Durchhang und seine Aenderung so beträchtlich, dass beide Näherungen ungenaue Werte ergeben, so wird man — wie für die Mittelöffnung — das Iterationsverfahren auch für die Aussenöffnung anwenden.

Zahlenbeispiel

Dieses wurde für den Montagezustand (Versteifungsträgermontage) einer Hängebrücke mit den Abmessungen und Belastungen von Abbildung 9 durchgerechnet. Es wurde der für das Iterationsverfahren ungünstigere Fall eines unsymmetrischen Montagefortschrittes (Voreilen der Montage in der rechten Brückenhälfte) angenommen. Der Gang der Berechnung soll hier kurz geschildert werden.

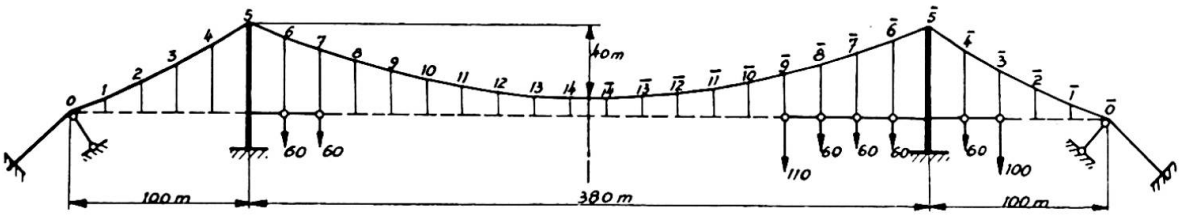


Abb. 9. Annahme des Zahlenbeispieles :
Die lotrechte Belastung der Ausgangslage beträgt 27 t je Knoten.

1. Für die drei Horizontalzüge 800 t, 900 t und 1 000 t wird unter Vernachlässigung der Kabeldehnung und der hier nur kleinen Querlasten der erste Iterationsschritt durchgerechnet, wobei die — durch Schrägstellung der Hängeseile verursachten — Längskräfte nur roh geschätzt wurden. Da die Konvergenz des Iterationsverfahrens in der Aussenöffnung schlechter ist, als in der Mittelöffnung, wird für erstere sogleich noch ein zweiter Rechnungsgang durchgeführt, während für die Mittelöffnung die Werte aus dem ersten Rechnungsgang beibehalten werden. Es genügt den zweiten Gang für nur zwei Horizontalzüge durchzuführen, da im vorliegenden Fall das zu erwartende H im wesentlichen durch die Mittelöffnung bestimmt wird. Für beide Rechnungsgänge kann der Einfluss der Kabeldehnung angenähert unter Vernachlässigung des Kabeldurchhanges ermittelt werden. Die Genauigkeit des Rechenschiebers ist völlig ausreichend. Die angegebene zeichnerische Ermittlung des Horizontalzuges für die einzelnen Oeffnungen wird anschliessend vorgenommen. Man erhält für die drei Oeffnungen :

$$H_L = 910 \text{ t} \, , \qquad H_M = 926 \text{ t} \, , \qquad H_R = 957 \text{ t} \, .$$

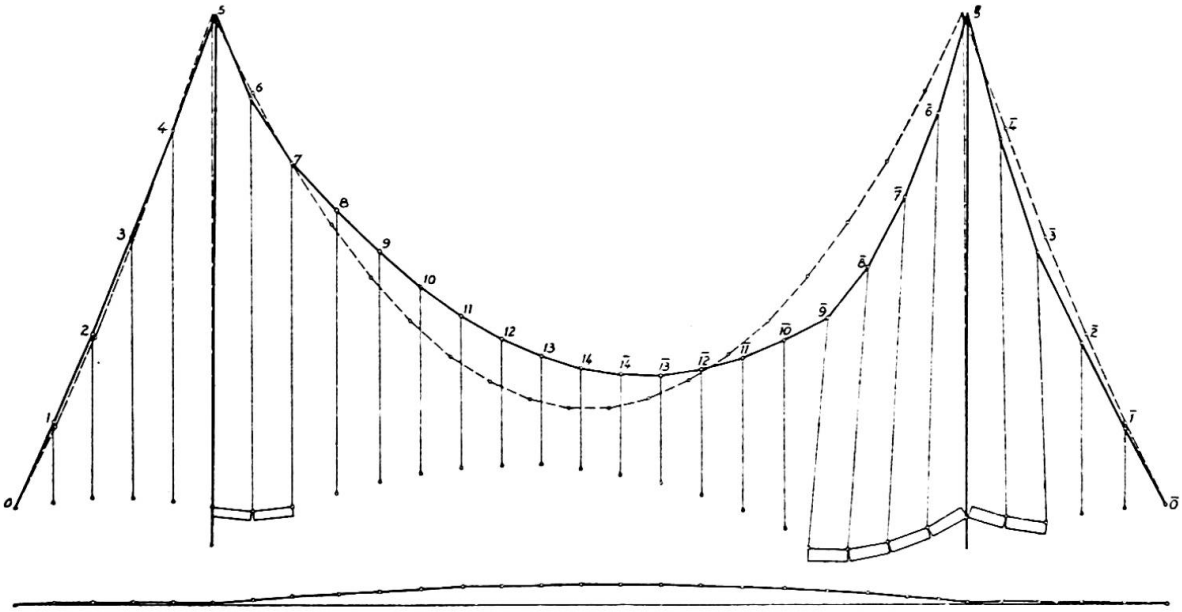


Abb. 10. Zahlenbeispiel : Räumliche Ausgangs- und Endlage des Kabels (Höhen und Verschiebungen sind fünffach verzerrt).

Die mit diesen Horizontalzügen ermittelten Verschiebungen der Ankerpunkte und die Verschiebungskomponenten η und ζ der Pylonenspitzen gehen nunmehr als feste Randbedingungen in den zweiten Iterationsgang ein.

2. Vor Beginn der zweiten Iteration werden — zur Bestimmung der Schräglage der Hänger und der daraus entstehenden Horizontallasten am Kabel — die Aenderungen der Feldweiten (Δa) bestimmt. Die diesbezüglichen Annahmen der ersten Iteration können so berichtigt werden. Der zweite Iterationsgang wird nun (auf 4 Stellen genau) durchgeführt, wobei alle Einflüsse erfasst werden. Im vorliegenden Fall ergab sich, dass — trotz der angenommenen starken Unsymmetrie des Montagefortschrittes — bereits die Genauigkeit dieses Rechnungsganges praktisch ausreicht. Es erwies sich als zweckmässig, diesen Iterationsgang nur mehr mit dem aus der ersten Iteration bestimmten Horizontalzug H* durchzurechnen und die nochmalige graphische Bestimmung des vorhandenen Horizontalzuges nach Abbildung 5 so vorzunehmen, dass man an Stelle der Kurven ΔM und $\Delta L + \Delta R$ nur mehr mit den Tangenten an der Stelle H* arbeitet, deren Neigung parallel zu den entsprechenden Tangenten and die beim ersten Iterationsschritt ermittelten Kurven angenommen wird.

In Abbildung 10 ist die räumliche Seillage (Ausgangs- und Endlage) für das behandelte Beispiel eingetragen. Man erkennt, dass die einzelnen Knotenpunkte beträchtliche Horizontalverschiebungen erleiden und dass insbesondere der Einfluss, der aus der Schräglage der Hänger entstehenden Horizontalkräfte nicht vernachlässigt werden darf.

Résumé

Ce mémoire traite du cas général du câble suspendu en deux ou plusieurs points élastiques sous l'effet de charges spatiales quelconques, avec application particulière concernant l'étude du montage des ponts

suspendus (câbles et efforts horizontaux). L'auteur développe une méthode par itération donnant une solution rapide pour tous les cas rencontrés en pratique. La position du câble se calcule en admettant des efforts horizontaux; ceux-ci seront alors déterminés graphiquement. Un exemple numérique indique le procédé à suivre pour l'application de cette méthode.

Zusammenfassung

Die Arbeit behandelt den allgemeinen Fall des an zwei oder mehreren nachgiebigen Punkten aufgehängten Seiles unter beliebiger Belastung im Raume und die spezielle Anwendung des entwickelten Berechnungsganges auf die Untersuchung der Montagezustände (Kabellagen und Horizontalzüge) von Hängebrücken. Es wird eine Iterationsverfahren entwickelt, das für alle praktisch vorkommenden Fälle sehr rasch zum Ziele führt. Die Bestimmung der Seillage erfolgt hierbei für angenommene Horizontalzüge. Der vorhandene Horizontalzug wird sodann durch ein graphisches Verfahren bestimmt. Ein Zahlenbeispiel zeigt den praktischen Gang der Rechnung und die Brauchbarkeit der Methode.

Summary

This paper deals with the general case of a cable suspended from two or more elastic points, under the effect of any kind of spatial loads, applying particularly to the study of erecting suspension bridges (cables and horizontal stresses). The author explains an iteration method which gives a rapid solution to all the cases encountered in actual practice. The position of the cable is calculated by assuming there are horizontal stresses; these are then determined graphically. A numerical example indicates the process to be followed in applying this method.

IIIb3

Corrections à l'équation de Melan

Korrektionen zu der Gleichung von Melan

Corrections to Melan's equation

S. O. ASPLUND
Orebro

I should like to say a few words on the corrections to Melan's equation in suspension bridge analysis.

Until this morning my opinion was that the deflection theory analysis of a suspension bridge is best carried through by using influence lines on the basis of Melan's fundamental equation and assuming inextensible cables. Melan's equation is founded upon several assumptions that do not quite agree with actual conditions. The corrections for these assumptions are generally small. It seems to me that they should not be treated all together but one by one, and be finally added.

That will make the whole procedure clearer. Corrections for different disturbances may be compared from case to case and often they may be estimated without much or any computations or they may be neglected.

Influence lines based on Melan's equation and inextensible cables will be the simplest and they have the great advantage of being applicable to all bridges with different cables.

In using such influence lines the first correction will be for the cable yield (by elastic extension, temperature and anchorage displacements). These corrections are generally small and their rational application has been clearly demonstrated in recent literature.

Similarly the span interaction terms in multiple span bridges can be carried to the same cable yield correction.

That makes possible a very rational treatment of multiple-span bridges by the immediate use of the influence lines of the one-span bridge.

The influence of and correction for stiff towers has been carefully investigated by a great many authors. They have found rather small corrections, in practical cases on the order of one per cent.

In the calculation of the horizontal pull Melan's theory assumes equal suspender forces. That introduces an error, as pointed out by Krivoshein. For a special bridge it has been calculated by myself not to exceed two per cent for the deflections and a fraction of one per cent for the moments.

The effect of the suspender elongation and of the tower shortening under live load is generally neglected.

Moissief (Johnson, Bryan, and Turneaure) finds a negligible gain in accuracy by considering this effect. Steinman estimates the correction to be a small decimal of one per cent. Mabilleau arrives at the conclusion that the elasticity of the suspenders and towers is of negligible influence upon the stresses. Klöppel and Lie in a particular case find a correction to moments of 0.15 %. However, in his paper in the *Preliminary Publication* Crosthwaite in a particular case finds that the shear increases by 4 % near the towers, which is notable. It may very well be so, and it will be interesting to verify this figure.

When a suspension bridge is loaded the inclination of its suspenders will change, which changes the horizontal force. Klöppel and Lie and Stüssi and Amstutz have investigated this disturbance both theoretically and numerically. It is generally small but depends greatly upon the length of the shortest hangers.

Of all other corrections to be applied I only want to mention the correction to Melan's equation due to the angular deviation of the cable elements. It can be separately evaluated as has been demonstrated in the *Preliminary Publication.*

To-day Professor Stüssi has laid forth a very interesting funicular polygon method for the suspension bridge analysis. When using his method it may be more expedient not to segregate each correction and I think one should not insist upon that because of the obvious advantage of his method of solving a statical problem by means of statical instead of by more mathematical methods.

Professor Stüssi's method deserves full consideration and application, but it would be regrettable if interest is lost in the development of the classical differential equation method which still may be or may become the most serviceable in many instances. It seems desirable not to cut off any line of development but to proceed on both.

Résumé

L'équation de Melan est basée sur des hypothèses qui constituent des approximations. Les termes correctifs sont en général faibles. On peut toutefois les évaluer un à un et les ajouter aux résultats obtenus par l'équation de Melan.

Zusammenfassung

Die Gleichung von Melan ist auf Annäherungen gegründet. Die Korrektionsfaktoren sind im allgemeinen sehr gering und können separat abgeschätzt werden um mit den ersten Ergebnissen der Gleichung von Melan zusammengerechnet werden zu können.

Summary

Melan's equation is founded upon several assumptions that do not quite agree with actual conditions. The corrections for these assumptions are generally small. It seems that they could be treated one by one, and be finally added.

IIIc1

Le montage de la travée centrale du pont sur le Mississippi près de Dubuque (Iowa)

Die Montage der Mittelöffnung der Mississippi-River-Bridge bei Dubuque (Iowa)

Erection of the main span of the Mississippi river bridge at Dubuque (Iowa)

ERNEST E. HOWARD
Kansas City

The Julien Dubuque highway traffic bridge across the Mississippi River from Dubuque, Iowa to east Dubuque, Illinois, has a total length of 7 082 ft. It provides for two lanes of vehicular traffic on a roadway 24 ft wide between curbs. It has one 6 ft over-all sidewalk and on the opposite side of the roadway a curb 2 ft wide, making a total of 32 ft between handrails. The structure is made up of steel girder spans and all-riveted truss spans supported on concrete piers. Roadway and sidewalk floor slabs are of reinforced concrete.

The principal feature of this bridge is a three-span continuous through truss structure having a total length of 1 539 ft, with a central tied arch span of 845 ft and two end spans each 347 ft. Trusses are 35 ft centers. This type of structure, well-known in Europe, is not common in America. This is said to be the longest continuous truss span in the world. The length and positioning of this span was fixed by navigation requirements, here unusually severe because of the docks immediately at the bridge site. It is the longest channel span of any bridge across the Mississippi River except only the Natchez and Baton Rouge bridges.

This type of span was selected after studies of various possible structures, because of its comparable economy, its pleasing appearance, and its inherent advantages for erection. The design provided for such erection by a program which needed a minimum amount of additional metal incorporated in the members of the structure to provide for erection stresses. The total steel in this 1 539 ft span is 4 225 tons (2 000 lbs). This total includes only 200 tons above the minimum required for the final service of the span.

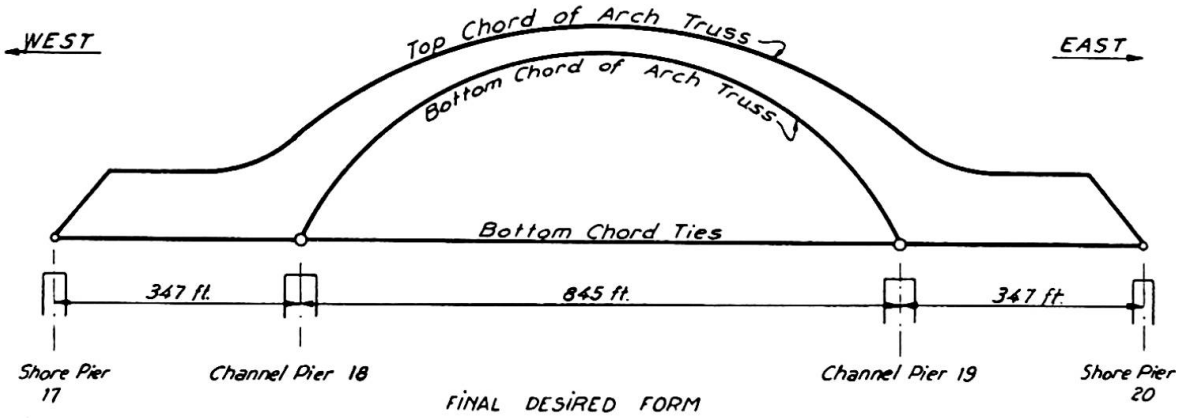


Diagram I. General form and various elements of the structure.

This was accomplished by carrying out the erection in several stages : (1) By cantilevering each half of the total span length as two 2-span structures, but omitting all vertical hangers of the central span and all metal suspended from them; (2) By connecting these two halves of the span to constitute a three-span structure, set in a way to have adequate capacity to support the omitted hangers and bottom chord ties and floorbeams; (3) By a shortening of the distance between shoes of the central span from the position chosen for operation (2) to provide for splicing its bottom chord ties and adjusting the span into its functioning as a tied arch : thereafter adding stringers and other floor metal.

To make compensation for the deflection or sag of the overhanging portions of the arch trusses in their cantilevered position of Stage 1, and to afford controlled positioning of the trusses for other erection stages, the details were arranged so that each entire half span could be rocked on its channel pier shoe by lifting or lowering its shore end. Provisions were also made for longitudinal shifting. To make the mid-arch connection after Stage 1, the shore ends of the end spans were lowered 3 ft 6 1/2 in below final normal position for connecting the bottom chords of the arch trusses, and raised to 3 ft 3 in below normal position for connecting the corresponding top chords. During erection Stage 2 these shore ends were set 1 ft 6 in below normal position. Thereafter, lowering to 2 ft 8 1/2 in below normal would bring the bottom chord tie together for splicing. Alternately it was contemplated that this final splicing of the bottom chord ties might be accomplished by applying pulling jacks to them; and the Contractor decided to make the connection in that way. The concluding operation was to jack up these end shoes to final elevation at which the trusses are designed to function permanently, and to add the rest of the floor steel and the concrete floor slabs. In final position the dead load reaction on each of the four end shoes, — which are in fact rocker columns — is 125 tons.

A general consideration of the functioning of the structure will make evident that a very considerable control of stress distribution was possible by raising or lowering the ends of the spans. To have added the hangars and the floor metal with the cantilevering operations under Stage 1 would have required extensive enlargement of many truss members, — solely for the erection condition. In its functioning as a three-span continuous

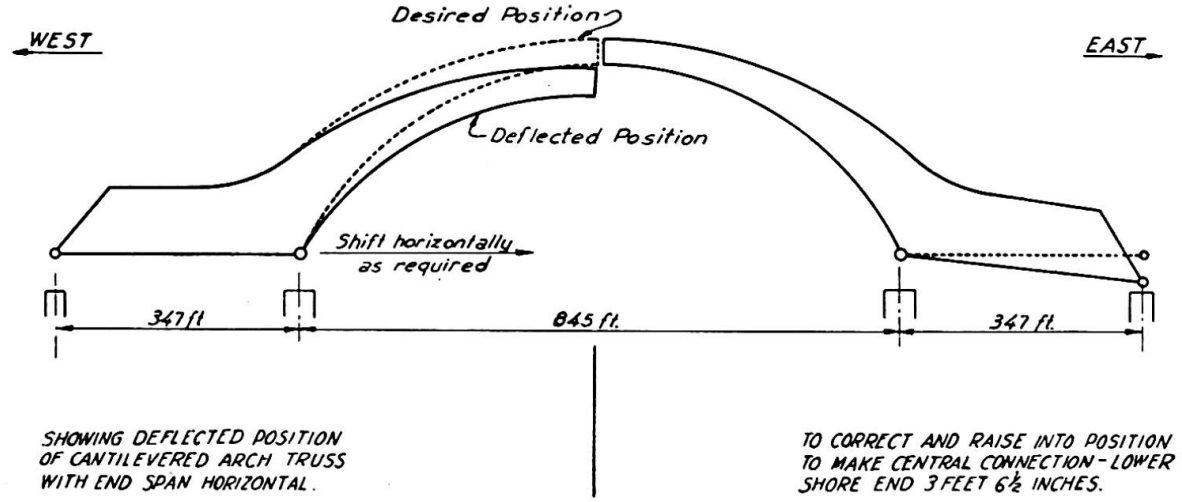


Diagram II. Method of compensating for deflection of cantilevered arch trusses.

truss, under the controlled conditions described for Stage 2, the structure was adequate to support the hangars, bottom chord ties, floorbeams and bracing. Installation of stringers, curbs, handrails and other floor metal was deferred until after the bottom chord ties had been finally spliced and connected so that the central span was functioning as a tied arch. In making these various adjustments of the span by lowering and lifting the ends, the reactions were measured as well as the deformations. The amounts of the reactions for the various deformations closely corresponded to the theoretical amounts as determined in the design calculations.

The general procedure of the erection operation can most readily be followed by the reviewing the accompanying diagrams and photographs. Diagram I illustrates the general form and identifies various elements of the structure herein referred to. Diagram II illustrates the method of compensating for deflection of cantilevered arch trusses so these parts could correctly be brought together to accomplish the riveted connection.

Photograph 1 is a general view showing adjacent parts of the bridge as well as the main span.

Photograph 2 shows the main span completed in final form ready for traffic. The scale of the structure may be noted from the automobile on the central span and of the man standing near the midspan hanger. This view is taken looking downstream. All other pictures are taken looking upstream.

Photograph 3 shows a fairly advanced state of erection. It will be noticed that the west end span, at the left end of the picture, extends in part across the shore. This span was supported during erection on two steel falsework bents, one of which remains in place in this picture. It was set up principally by the derrick standing on the top chord. After reaching the west channel pier erection of the arch truss continued by cantilevering, with the derrick moving forward on the top of the span.

The east one-half of the structure appearing to the right of the picture, to the extent here shown was erected by cantilevering in both directions, balanced upon the east channel pier. Temporary inclined steel struts set on a projection of the pier below water supported the first panel point east

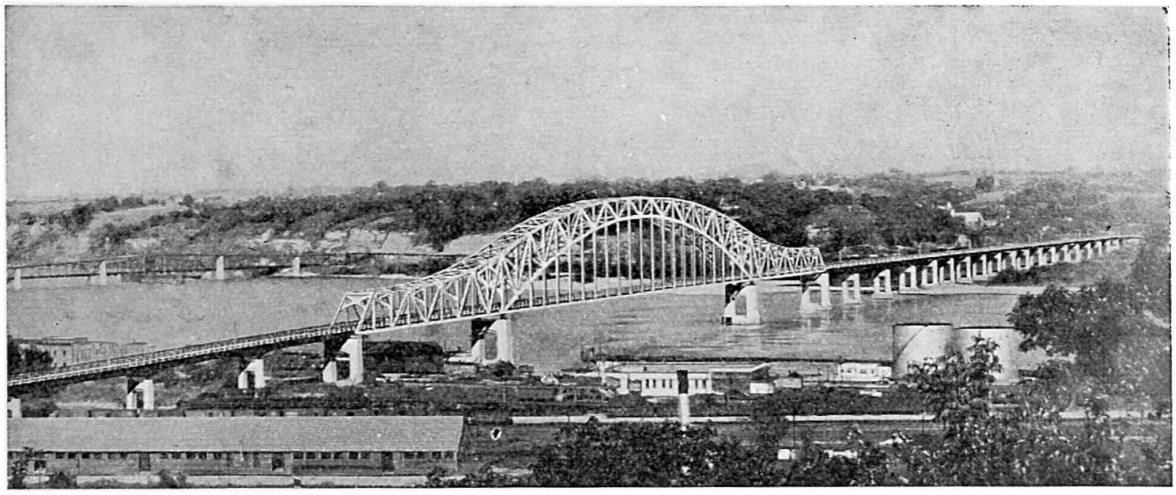


Fig. 1. General view of Mississippi river bridge.

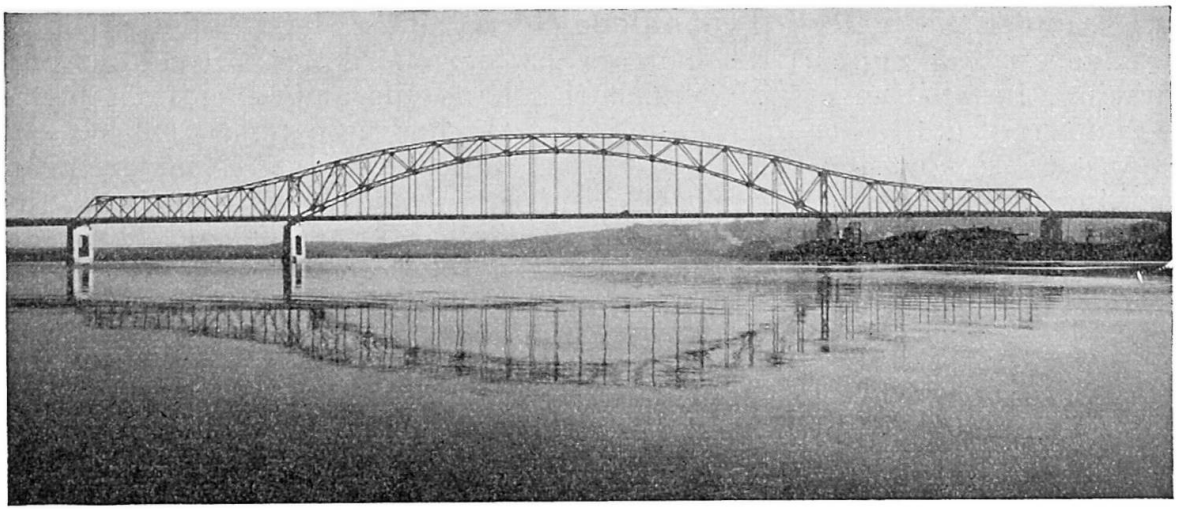


Fig. 2. Main span of Mississippi river bridge.

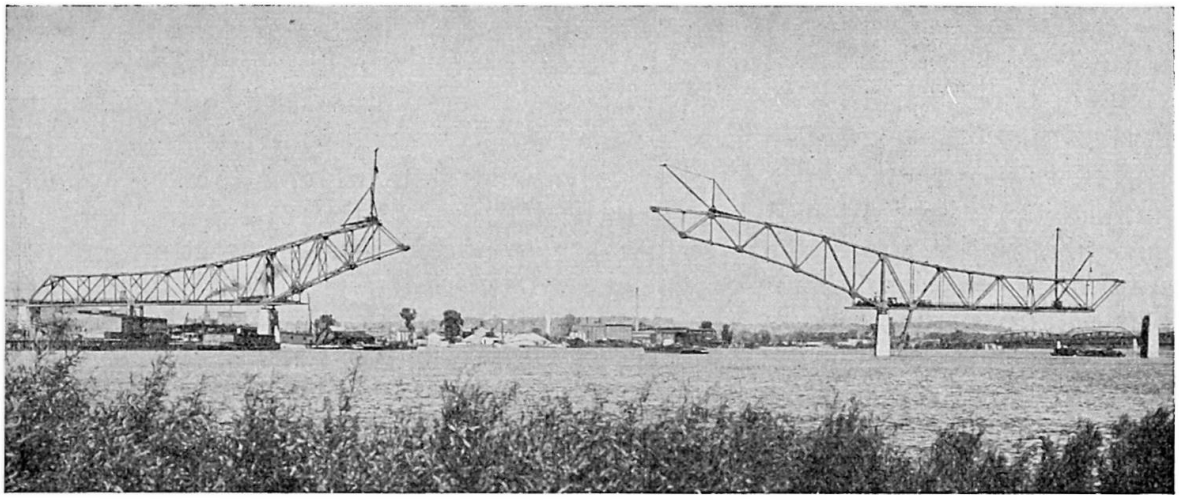


Fig. 3. Fairly advanced state of erection.

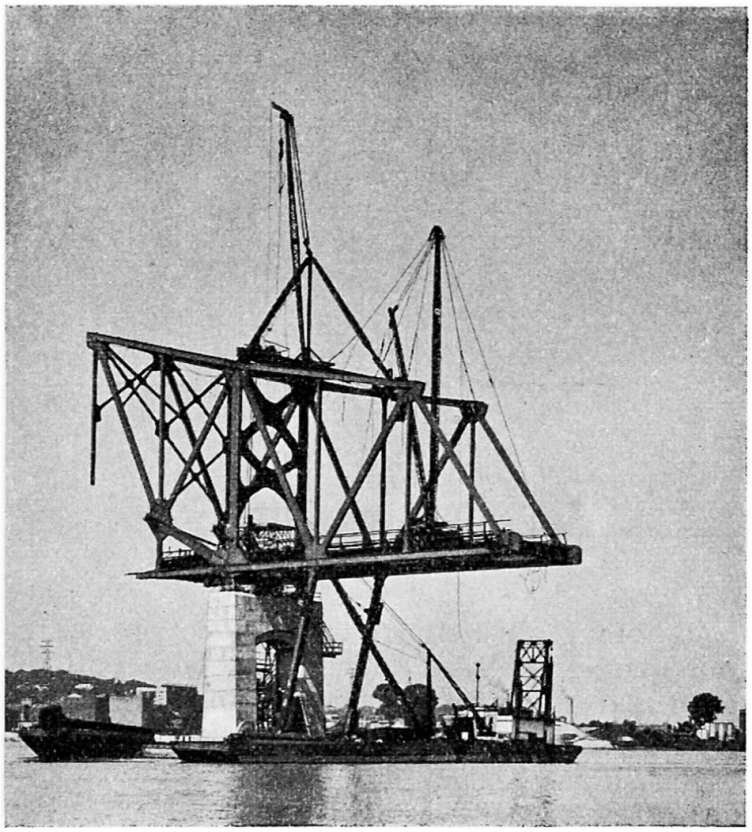


Fig. 4. Beginning of the cantilever erection.

of the pier. On this base erection proceeded in both directions from the pier, in suitable order to maintain balanced loads on the pier. This picture was made just before placing the end panel members which landed the span on the east shore pier. The span as shown extends 312 ft from the pier in each direction, making a total length of 624 ft of balanced structure. It may be remarked that this is no time to invite a wind storm.

This view also illustrates the means of steel delivery. As needed the steel members were brought on barges to positions immediately below the erection derriks and so lifted directly from the barges to their places in the structure, for all parts of the structure above water (fig. 4).

Photograph 5 shows a somewhat further advancement of erection. The end panel members are in place and anchored to the east shore pier, terminating some anxiety. The derricks erecting the arch trusses have moved forward, and more panels are added.

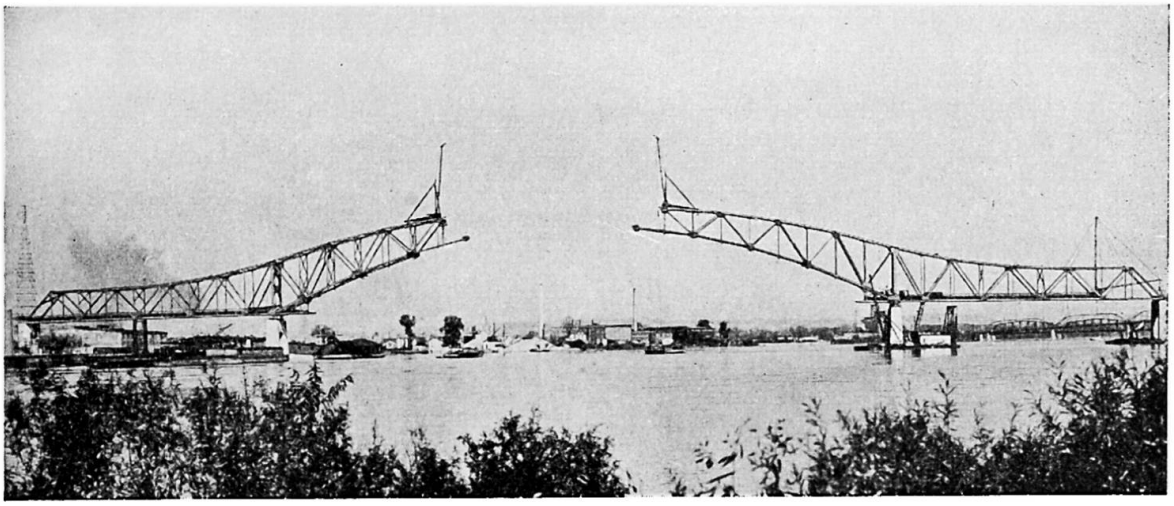


Fig. 5. Further advanced cantilever erection.

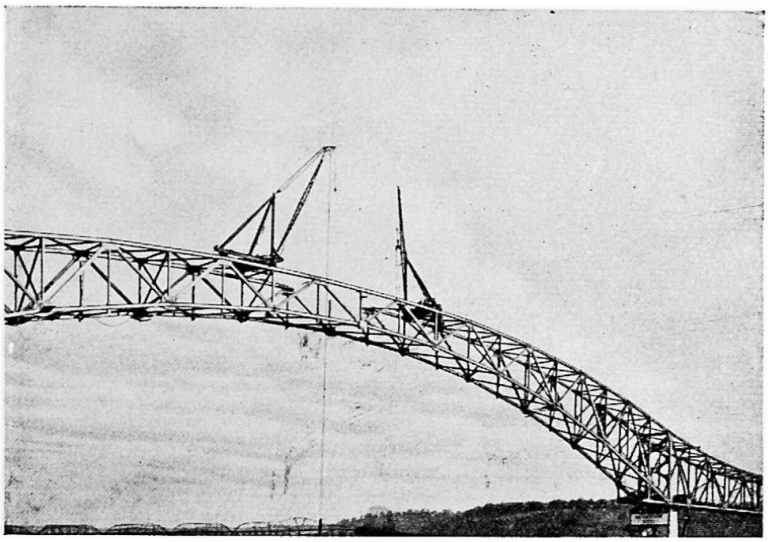


Fig. 6. Connection at the middle of the arch span.

Photograph 6 shows the connection being made at the middle of the arch span. It will be noticed that both bottom chords of the arch trusses are in place. The final portion of top chord of the near truss has been set in place and there remains only to place the final top chord of the far truss. Only minor final vertical and horizontal adjustments of the ends of the span were necessary to bring these parts together to make perfect joinings of the riveted connections, with rivet holes as provided in the fabrication. No reaming of holes or drilling of any special holes was necessary to make these connections.

Photograph 7 shows the structure after the arch trusses had been fully riveted and the span adjusted for erection Stage 2. The two derricks on top of the center span have begun to move back, putting in the hangers as they retreat to the channel piers. The floorbeams between each pair of hangers, and the sections of the bottom chord ties were also placed as the derricks moved back but none of these parts were in place when this picture was made.

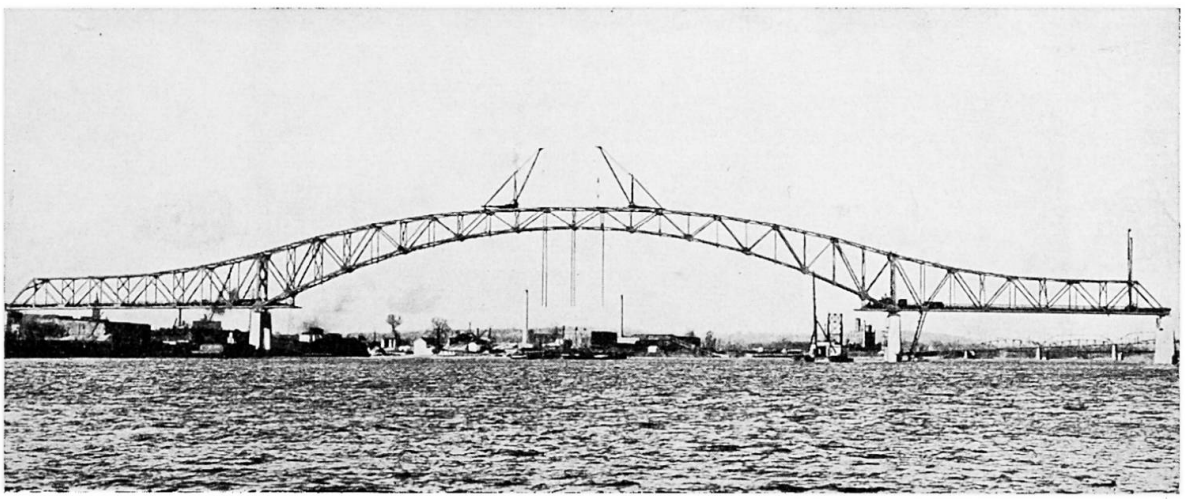


Fig. 7. Arch span fully connected.

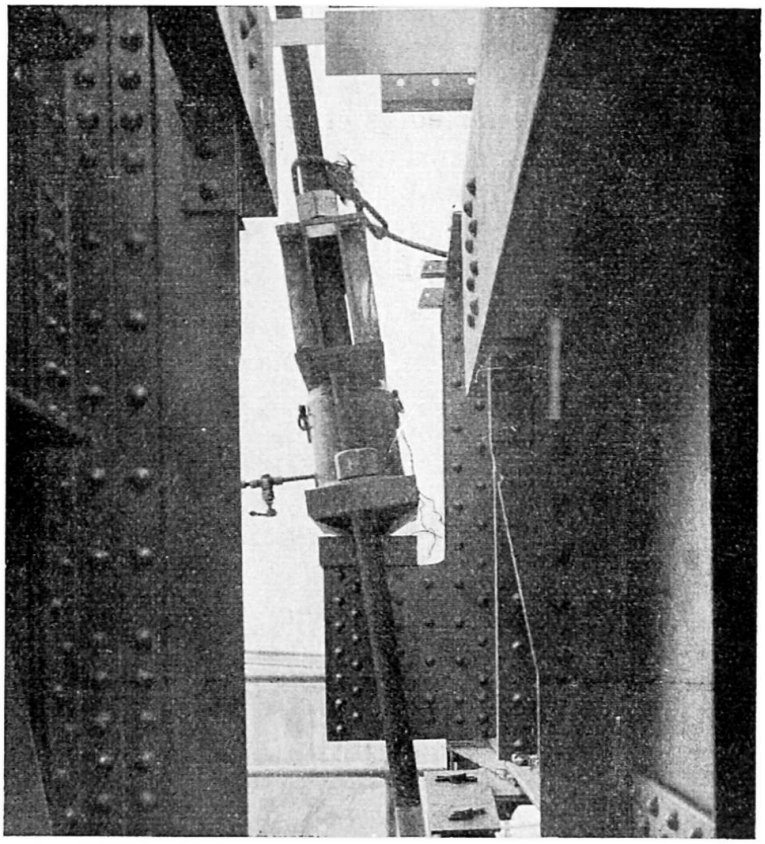


Fig. 8. Details provided for lowering and raising the ends of the spans (jack and tie-down bolts).

Photograph 8 shows the jack, the tie-down bolts and other details provided for lowering and raising the ends of the spans. It may be noted that these details will permit longitudinal shifting if and as necessary.

In conclusion it may be of interest to note that the main shoes are built with " knife edge " rocker supports rather than with usual rocker pins. Also all eight shoes are of roller or rocker types. A vertical pin set in one of the channel pier engages the span and provides longitudinal anchorage. This detail substantially eliminates torque in the piers.

A full description of the bridge including a complete discussion of the methods of design and summaries of design calculations has appeared in Proceedings and will be published in the next volume of Transactions of the American Society of Civil Engineers.

The bridge was planned, designed, and construction supervised by Howard, Needles, Tammen & Bergendoff, Consulting Engineers, the writer's firm. Contractor for Substructure was Robers Construction Co & La Crosse Dredging Corp. : for Superstructure, Bethlehem Steel Company. In September 1948 this bridge was awarded first prize by the American Institute of Steel Construction as the most beautiful of its year in its class of long span structures.

Résumé

La travée centrale du pont de Dubuque sur le Mississippi, le plus grand pont en treillis du monde, a une longueur de 1 539 pieds. Elle se compose d'un arc sous-tendu de 845 pieds et de deux travées d'extrémité de 347 pieds.

C'est une construction entièrement rivée. Le montage le plus économique put être réalisé sans échafaudage en construisant chaque moitié de la travée avec montage en cantilever. Les dispositifs prévus pour la levée et la descente des extrémités extérieures et le ripage latéral furent utilisés pour le raccordement des deux demi-arcs. Les autres éléments métalliques furent assemblés suivant un plan prédéterminé : le pont passa du type à poutres continues sur deux ouvertures à celui de poutres continues sur trois ouvertures, le tirant étant placé en dernier lieu.

Zusammenfassung

Die Mittelöffnung der Dubuquebrücke über den Mississippi, der längsten durchlaufenden Fachwerkbrücke der Welt, ist 1539 Fuss lang. Sie besteht aus einem Bogen mit Zugband von 845 Fuss Länge und zwei Endfeldern von je 347 Fuss Länge. Die ganze Konstruktion ist genietet. Die diesem Bauwerk eigenen Merkmale ergaben, dass die Montage ohne Gerüste wirtschaftlicher und vorteilhafter war. Jede Hälfte des Hauptfeldes wurde zuerst als durchlaufender Zweifeldträger im Freivorbau montiert. Die für das Heben und Senken der landseitigen Enden der Endfelder und für das horizontale Verschieben vorgesehenen Vorrichtungen erwiesen sich als zweckmässige Massnahmen, um den Bogen in seiner Mitte zu verbinden. Die restliche Stahlkonstruktion wurde montiert, wenn sich die Träger in vorausbestimmten, verschiedenen Bauzuständen befanden : indem sie zuerst als dreifeldriges durchlaufendes Fachwerk und später mit dem Mittelfeld als Bogen mit Zugband wirkten.

Summary

The main span of the Dubuque Bridge across the Mississippi River, said to be the longest continuous truss span in the world, is 1 539 ft long with a central tied arch span of 845 ft and two end spans each 347 ft, of all riveted construction. Its inherent characteristics made erection without falsework economical and advantageous. Each one-half of the total span was first erected as a two-span continuous truss by cantilevering methods. Adjustments provided for raising and lowering the shore ends of the end spans and providing longitudinal shifting afforded ready means for joining the arch at its center. The remaining steelwork was erected with the span in pre-determined different positions, functioning as a three-span continuous truss, and later with the central span functioning as a tied arch.

IIIc2

L'arc avec poutre raidisseuse

Der mit Versteifungsträger verbundene Bogen

The arch with connected stiffening girder

PROF. Dr ING. VIKTOR HAVIÁR
Ministerialrat der Brückenbauabteilung des ungarischen Verkehrsministeriums, Budapest

Als Hauptträger für Eisen- und Eisenbetonbrücken mit unterer Fahrbahn werden neuerdings oft verwendet :

I. Der schlanke, in seiner Ebene ungenügend biegungssteife Bogen (eventuell Stabzug), welcher mit einem Balken von entsprechend gewählter Biegungssteifheit nach Abb. 1 verbunden wird, und

II. Der in sich biegungssteif ausgebildete Bogen, auf welchem die gleichfalls biegungssteif gebaute Fahrbahntafel nach Abb. 2 aufgehängt wird.

Beide Tragsysteme sind in statischer Hinsicht identisch, der Unterschied ist nur, dass in erstem Falle der Versteifungsträger, im zweiten Falle der Bogen die bedeutend grössere Biegungssteifheit besitzt.

I. Der schlanke Bogen und der Versteifungsträger werden an beiden Enden unmittelbar mit steifer Verbindung, in dazwischen vertikal übereinander liegenden Punkten mittels Hängestangen verbunden. Der Anschluss dieser Hängestangen kann in der Berechnung, infolge ihrer Schlankheit gelenkig angenommen werden. Wenn die Zahl der Hängestangen n beträgt. so ist das Tragsystem $(n+3)$ fach statisch unbestimmt. Da n in der Praxis zwischen 10 und 20 variiert, so ist die Bestimmung der Innenkräfte dieser hochgradig statisch unbestimmten Konstruktion nach den üblichen Methoden der statisch unbestimmten Systeme sehr umständlich. Zwecks Vereinfachung der Rechenarbeit pflegt man in der Praxis den Bogen mit einem gelenkigen Stabzug zu vergleichen (Langerscher Balken Abb. 3) und so, mit der Annahme $J_B = 0$ eine einfach statisch unbestimmte Konstruktion zu berechnen. Wenn H die statisch überzählige horizontale Komponente der Stabzugkräfte ist, so ist das Moment des Ver-

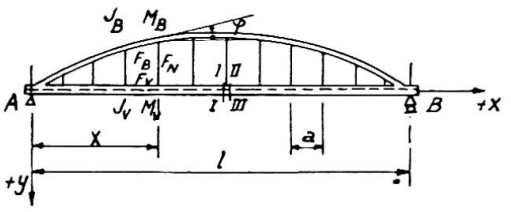


Abb. 1.

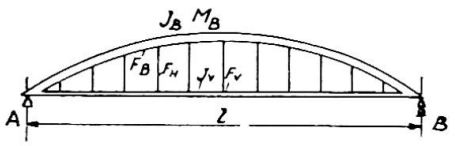


Abb. 2.

steifungsträgers $M = M_0 - Hy$, wo M_0 das Moment des einfachen Balkens ist. Die Innenkraft der Hängestangen beträgt nach Abb. 3

$$S_L = H(\operatorname{tg}\alpha_2 - \operatorname{tg}\alpha_1) = H\left[\frac{\Delta y_2}{\Delta x} - \frac{\Delta y_1}{\Delta x}\right] = Ha\frac{\Delta^2 y}{\Delta x^2}$$

wobei $a = \Delta x$ ist. Im Falle einer parabolischen Bogenachse mit

$$y = -\frac{4f}{l^2} \cdot x(l - x),$$

beträgt

$$\frac{\Delta^2 y}{\Delta x^2} = \frac{8f}{l^2}$$

und so ist

$$S_L = \frac{8f}{l^2} aH = \beta H,$$

wo $\beta = \frac{8f}{l^2} \cdot a =$ eine Konstante bedeutet. Infolge dessen ist die Einflusslinie der Hängestangenkraft ähnlich der H-Linie Abb. 3.

Die Ausgangsbedingung $J_B = 0$ befriedigende Gelenke werden aus wirtschaftlichen und ästetischen Gründen vermieden. Die Ausbildung eines gedrückten Gelenkstabzuges ist nämlich schwieriger und teuerer, die ästetische Erscheinung ungünstiger wie die eines Bogens.

Eine schärfere Annäherung der Annahme $J_B = 0$, durch die Verwendung einer minimalen Bogensteifheit, ist ästhetisch ebenfalls zu bemängeln : eine zu kleine Bogenstärke in verhältnissmässig grosser Höhe von der Fahrbahn gesehen wirkt ungünstig, da sie nicht das Gefühl der Sicherheit erweckt.

II. Der biegungsfeste Bogen (Abb. 2) nimmt die konzentrierte Belastung infolge der Uebertragung der Fahrbahntafel mehr oder weniger verteilt auf. Bei der Berechnung dieses Systems wird im allgemeinen der Biegungswiderstand der Fahrbahntafel vernachlässigt und durch die Einführung erdachter Gelenke (in Versteifungsträger d.h. in Fahrbahntafel [Abb. 4]), also mit der Annahme $J_V = 0$ als Zweigelenkbogen mit Zugband gelöst. Dadurch erhalten wir auf dem Versteifungsträger keine Momente, dagegen sind die Momente auf beliebige Bogenquerschnitte : $M_B = M_0 - Hy$, wo H die statisch überzählige Zugbandkraft ist.

Die die angenommene Lastverteilung caracterisierende Einflusslinie der Hängestangenkräfte gestaltet sich nach Abb. 4.

Die in der Praxis vorkommenden Trägersysteme I und II fallen zwischen die oben behandelten Grenzfälle $J_B = 0$ und $J_V = 0$.

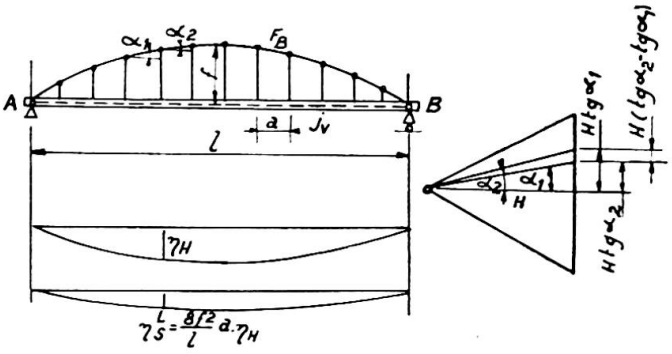


Abb. 3.

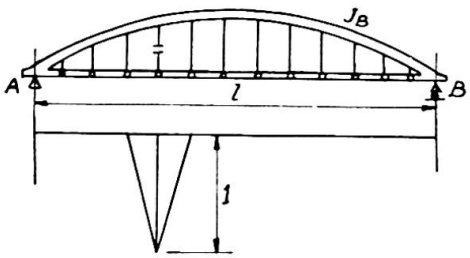


Abb. 4.

Nachstehend wird für die beiden Trägersysteme I und II eine einfache Berechnungsmethode angeführt, die für beliebige Verhältnisse der Bogen- und Versteifungsträgersteifigkeiten gültig ist.

Die Berechnungsmethode stützt sich auf eine Art der Momentenverteilung, welche auf verschiedenen Gebieten der Statik mit Erfolg verwendet wurde ([1]). Die Momente und Querkräfte des gegebenen Bogens resp. Versteifungsträgers werden mittels eines Bogens ermittelt, dessen Achse geometrisch mit der Bogenachse des zu lösenden Tragsystems identisch ist, dessen Biegungssteifheit aber grösser ist. Die Berechnungsmethode ermöglicht die Berücksichtigung der Wirkung der absoluten Kräfte und die Längenänderungen der Hängestangen.

Es werden dabei die in der Statik üblichen Annahmen bezüglich der relativen kleinen Formänderungen, des elastischen Bereiches und des grossen Bogen-Krümmungshalbmessers gemacht.

Grundlegende Zusammenhänge der Momente des Bogens und des Versteifungsträgers

Es werden die folgenden Bezeichnungen verwendet:
Im Abstande x von der linken Stütze bedeutet (Abb. 1):

δ_B die Senkung des Bogens, d.h. die lotrechte Komponente der Bogendeformation;

δ_V die Senkung der Versteifungsträgers;

λ im allgemeinen den Unterschied zwischen δ_V und δ_B, d.h. $\lambda = \delta_V - \delta_B$.

Der Umstand, dass λ in den Vertikalen der Hängestangen mit deren Längenänderung identisch ist, ermöglicht, dass wir Zusammenhänge zwischen den Momenten des Versteifungsträgers und des Bogens ableiten.

Für jede Vertikale gilt nämlich der Zusammenhang:

$$\delta_V = \delta_B + \lambda .$$

([1]) Hardy Cross, *Continuous Frames of Reinforced Concrete*, New York, 1932.
Dr. M. Ritter, *Der eingespannte Bogen mit Versteifungsträgern* (*I. V. B. H. Abhandlungen*, Bd. VI, S. 265-276).

Wenn die Hängestangen entsprechend dicht verteilt sind, was bei der üblichen Zahl $n = 10 \sim 20$ der Hängestangen der Fall ist, so gilt auch für die zweiten Differentialquotienten mit guter Annäherung:

$$\frac{d^2 \delta_v}{dx^2} = \frac{d^2 \delta_B}{dx^2} + \frac{d^2 \lambda}{dx^2} .$$

In den äquidistant gelegenen Stellen der Hängestangen — infolge der mit der dichten Teilung erwähnten Bemerkung — wird statt des letzten Gliedes ein Differenzenquotient geschrieben, d.h.

$$\frac{d^2 \delta_v}{dx^2} = \frac{d^2 \delta_B}{dx^2} + \frac{\Delta^2 \lambda}{\Delta x^2} .$$

Da

$$\frac{d^2 \delta_v}{dx^2} = \frac{M_v}{EJ_v} \quad \text{und} \quad \frac{d^2 \delta_B}{dx^2} = \frac{M_B}{EJ_B \cos \varphi}$$

ist, wo φ den Neigungswinkel der Tangente (Abb. 1) bedeutet, so ist

$$\frac{M_v}{EJ_v} = \frac{M_B}{EJ_B \cos \varphi} \quad \text{oder} \quad M_v = \frac{E \cdot J_v M_B}{EJ_B \cos \varphi} + EJ_v \frac{\Delta^2 \lambda}{\Delta x^2} .$$

Mit der Bezeichnung

$$k_v = \frac{EJ_v}{EJ_B \cos \varphi} \quad \text{und} \quad M_\lambda = EJ_v \frac{\Delta^2 \lambda}{\Delta x^2} ,$$

ist

$$M_v = k M_B + M_\lambda .$$

Die rechte Seite der Gleichung wird zweckmässig wie folgt mittels der leicht berechenbaren $(M_v + M_B)$ Summe der Momente ausgedrückt. Deswegen soll zu der rechten Seite $+ kM_v - kM_v$ addiert werden. Hiemit wird

$$M_v = k (M_v + M_B) - k \cdot M_v + M_\lambda$$

und so erhalten wir

$$M_v = \frac{k}{k+1} (M_v + M_B) + \frac{1}{k+1} M_\lambda \tag{1}$$

und ähnlich

$$M_B = \frac{1}{k+1} (M_v + M_B) - \frac{1}{k+1} M_\lambda . \tag{2}$$

Diese Grundgleichungen sind bei Verbindung von Bogen und Balken mit beliebig veränderlichen Trägheitsmomenten gültig, und geben den Zusammenhang zwischen den Querschnittsmomenten des Bogens und des Versteifungsträgers im selben Vertikalschnitt.

Vorläufig nehmen wir an, dass die Querschnittsflächen der Hängestangen sehr gross sind, d.h. dass die Längenänderungen derselben vernachlässigbar sind. Mit $\lambda = 0$ ist

$$M_\lambda = \frac{\Delta^2 \lambda}{\Delta x^2} \cdot EJ_v = 0$$

und die obigen Grundgleichungen gestalten sich:

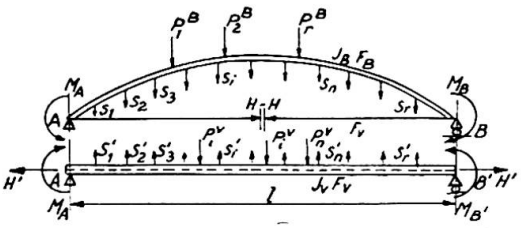


Abb. 5 a und b.

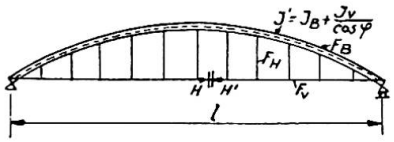


Abb. 6.

$$M_v = \frac{k}{k+1}(M_v + M_B) \tag{3}$$

und

$$M_B = \frac{1}{k+1}(M_v + M_B) \tag{4}$$

d.h. die Summe der auf eine Vertikale bezogene Bogen- und Balkenmomente verteilen sich zwischen Bogen und Balken im Verhältnisse

$$\frac{k}{k+1} \quad \text{und} \quad \frac{1}{k+1}.$$

Zwecks Berechnung der Grösse $(M_v + M_B)$ erzeugen wir die unbekannten Momente M_v und M_B auf den Trägern Abb. 5*a* resp. Abb. 5*b*. Der Träger Abb. 5*a* unterscheidet sich von dem zu lösenden dadurch, dass die Hängestangen durchgeschnitten und der Versteifungsträger (Zugband), gelenkig mit dem Bogen verbunden ist. Der Bogen ist mit den Hängestangenkräfte $S_1, \ldots, S_r$ und mit den auf den Bogen direkt wirkenden Kräfte $P_1^B, \ldots, P_r^B$ belastet. Der Träger Abb. 5*a* stellt bloss den Versteifungsträger als einfachen Balken dar, welcher mit den Hängestangenkräften $S_1', \ldots, S_n', \ldots, S_r'$ und mit den auf den Versteifungsträger direkt wirkenden $P_1^V, \ldots, P_n^V$ belastet ist.

Das Schnittmoment M_B im Versteifungsträger an der Stelle x beträgt:

$$M_v = M_{0v} + M_A' \frac{x}{l} + M_B' \frac{l-x}{l} + M_S' \tag{5}$$

und das entsprechende Schnittmoment im Bogen ist

$$M_B = M_{0B} + M_A \frac{x}{l} + M_B \frac{l-x}{l} + M_S - H \cdot y \tag{6}$$

M_{0v} und M_S' bedeuten die Momente, welche auf dem den Versteifungsträger ersetzenden einfachen Balken Abb. 5*b* infolge der Belastung P_v und S' entstehen, ferner bedeuten M_{0B} und M_S die Momente infolge der Belastung P_B, respektive S am einfachen Balken mit gekrümmter Bogenachse Abb. 5*a*, durch welchen der Bogenträger ersetzt wurde.

Durch Addition von 5 und 6 erhalten wir:

$$(M_v + M_B) = M_{0B} + M_{0v} - Hy = M_0 - Hy$$

M_0 ist das gesammte Moment eines einfachen Balkens von der Stützweite l infolge der Gesamtbelastung $P_B + P_v$.

Zur Bestimmung der Summe $(M_v + M_B)$ ist also nur die einzige statisch unbestimmte Grösse H zu berechnen.

Die Formänderungsgleichung des Bogenträgers kann folgenderweise aufgestellt werden :

$$\int_A^B \frac{M_B\,ds}{EJ_B}\,y + \int_A^B H\,\frac{ds}{EF_B}\cos\varphi = \int_A^B \frac{ds}{EF_v} \tag{7}$$

d.h. der Summe der horizontalen Verschiebung infolge der Momente und absoluten Kräfte im Punkte B ist der Verlängerung des Versteifungsträgers (als Zugbandes) gleich. Die Momente des Versteifungsträgers verursachen in dem in Abb. 1 angegebenem Falle keine horizontale Verschiebung. Mit $\frac{M_B}{EJ_B} = \frac{M_0 - Hy}{(k+1)\,EJ_B}$ wird

$$\int_A^B \frac{(M_0 - Hy)\,ds}{(k+1)\,EJ_B}\cdot y + H\int_A^B \frac{ds}{EF_B}\cos\varphi = H\int_A^B \frac{ds}{EF_v}\,. \tag{8}$$

Da $(k+1)\,J_B = J_B + \frac{J_v}{\cos\varphi}$ ist, so kann der Sinn der obigen Gleichung derart gedeutet werden, dass antstatt der ursprünglichen Biegungssteifigkeit, der Bogen mit der angegebenen Achse, aber mit den vergrösserten und im allgemeinen veränderlichen $J' = J_B + \frac{J_v}{\cos\varphi}$ Trägheitsmomenten zu berechnen ist (Abb. 6).

Nachher kann die statisch überzählige Zugbandkraft H nach der üblichen Methode einfach bestimmt werden, auch mit Rücksicht auf die absoluten Deformationen, und so können mittels $M_0 - Hy$ die gesuchten Versteifungsträger- und Bogenmomente M_v und M_B bestimmt werden.

Die Innenkräfte der steifen Hängestangen

Die Grösse der Querkraft am Querschnitte des Versteifungsträgers im Abstande x vom linken Auflager beträgt $R = \frac{dM_v}{dx}$.

Der Unterschied zwischen den zwei Querkräften, welche sich auf die unendlich nahe rechts und links vom obigen Querschnitte angenommen Querschnitte beziehen, bestimmt die konzentrierte Kraft P, welche über dem Querschnitt wirkt, und zwar

$$\left[\frac{dM_v}{dx}\right]^{\text{rechts}} - \left[\frac{dM_v}{dx}\right]^{\text{links}} = -P = Q\,.$$

Die Innenkraft S der steifen Hängestange kann somit mit Hilfe des Momentes M_v durch die Gleichgewichtsgleichung des Anschlusspunktes der Hängestange berechnet werden. Wenn in der Vertikale einer Hängestange die Belastung $P = 1^t$ wirkt, so ist Gleichgewichtsgleichung

$$\left[\frac{dM_v}{dx}\right]^{\text{rechts}} - \left[\frac{dM_v}{dx}\right]^{\text{links}} - S + P = 0\,.$$

Mit $M_v = \frac{k}{k+1}(M_0 - Hy)$ und mit der Annahme dass k in der

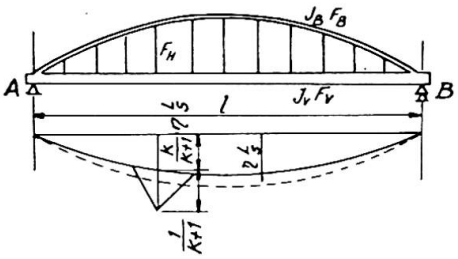


Abb. 7.

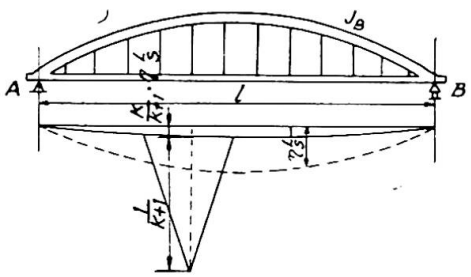


Abb. 8.

unmittelbaren Umgebung der betreffenden Hängestange konstant ist, folgt unter Berücksichtigung von

$$\frac{dM_v}{dx} = \frac{dM_0}{dx} - H\frac{dy}{dx} :$$

$$-S + P + \frac{k}{k+1}\left\{\left[\frac{dM_0}{dx}\right]^{\text{rechts}} - \left[\frac{dM_0}{dx}\right]^{\text{links}} - H\left(\left[\frac{dy}{dx}\right]^{\text{rechts}} - \left[\frac{dy}{dx}\right]^{\text{links}}\right)\right\} = 0 .$$

Da

$$\left[\frac{d}{dx}M_0\right]^{\text{rechts}} - \left[\frac{d}{dx}M_0\right]^{\text{links}} = Q = -P$$

und

$$H\left\{\left[\frac{dy}{dx}\right]^{\text{rechts}} - \left[\frac{dy}{dx}\right]^{\text{links}}\right\} = -S_L$$

ist, bekommen wir, dass die gesuchte Hängestangekraft

$$S = \frac{k}{k+1}S_L + \frac{1}{k+1}P \text{ ist.}$$

Im Falle, dass k in der Nähe der geprüften Hängestange veränderlich ist, muss zu dem Ausdrucke des Differentialquotienten $\frac{k}{k+1}\cdot(M_0 - Hy)$ noch das Glied $(M_0 - Hy)\frac{d}{dx}\cdot\frac{k}{k+1}$ addiert werden.

Die Einflusslinie der Hängestangenkraft kann auf Grund des obigen Ausdruckes einfach bestimmt werden : Im allgemeinen sind die Ordinaten der Einflusslinie des Langerschen Balkens mit $\frac{k}{k+1}$ zu multiplizieren. In der Vertikalen der geprüften Hängestange muss dazu noch die Ordinate $\frac{1}{k+1}$ gegeben werden, so dass die Einflusslinie sich nach Abb. 7 und 8 gestaltet. Die Einflusslinien der oben behandelten extremen Fälle I und II können nach diesen Erwägungen einfach abgeleitet werden.

Im Falle I ist nämlich bei $J_B = 0$, $k = \infty$, $\frac{k}{k+1} = 1$ und $\frac{1}{k+1} = 0$, so dass hier die Ordinaten des Langerschen Trägers in ihrer ganzen Grösse zur Wirkung kommen.

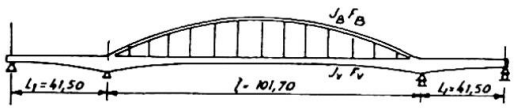


Abb. 9.

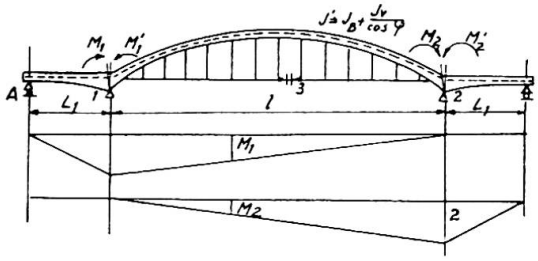


Abb. 10.

Im Falle II bei $J_V = 0$ ist $k = 0$, $\frac{k}{k+1} = 0$ und $\frac{1}{k+1} = 1$, so dass hier die Ordinaten des Langerschen Trägers gleich Null sind, dagegen muss die ganze Wirkung $\frac{1}{k+1}$ in der Vertikale der Hängestange mit der Grösse „Eins" in Rücksicht genommen werden.

Diesen, auf steife Hängestangen bezogenen einfachen Fall hat Dr. Ing. J. Wanke auf anderem Wege abgeleitet und in Bezug auf die Hauptformeln die gleichen Ergebnisse erhalten (1).

Das Verfahren ist auch dann verwendbar, wenn die versteifte Bogenkonstruktion ein Teil eines eventuell mehrfach statisch unbestimmten Systems ist. Ein solcher Fall ist in Abb. 9 dargestellt, bei welchem der Versteifungsträger ein kontinuierlicher Balken über drei Oeffnungen ist.

In Abb. 10 ist die Grundfigur des Ersatzsystems dargestellt, und auch die Momentenlinien infolge der Belastung $H = 1$, $M_1 = 1$ und $M_2 = 1$.

Die Berücksichtigung der Längenänderungen der Hängestangen

a) Die Momente

Im Vorigen haben wir für die in derselben Vertikalen liegenden Querschnitte des Versteifungsträgers, rsp. Bogens die Zusammenhänge

$$M_v = \frac{k}{k+1}(M_v + M_B) + \frac{1}{k+1} M_\lambda \tag{1}$$

und

$$M_B = \frac{1}{k+1}(M_v + M_B) - \frac{1}{k+1} M_\lambda \tag{2}$$

abgeleitet.

Im Folgenden werden zwei Nebensätze bewiesen und zw.:

1. Die Grösse $(M_v + M_B)$ kann ebenso, wie im Falle der starren Hängestangen, auch jetzt in der Form $M_0 - Hy$ geschrieben werden ;

(1) Dr. Ing. J. Wanke, *Ueber die Berechnung von Bogenträgern einem Streckträger* (*Der Eisenbau*, 1922, S. 264-274).

2. Das Biegungsmoment $M_\lambda = EJ_v \frac{\Delta^2 \lambda}{\Delta x^2}$ ist in der Form $M_\lambda = \varepsilon H$ ausdrückbar, wo ε eine Konstante bedeutet.

1. Wenn wir auf den Trägern Abb. 5*a* und 5*b* ausser den dort eingezeichneten Kräften und Momenten auch die Momente $\frac{1}{k+1} M_\lambda$ und $-\frac{1}{k+1} M_\lambda$ wirken lassen, so fallen bei der Addition der Momente M_v und M_B die Momente $\frac{1}{k+1} M_\lambda$ und $-\frac{1}{k+1} M_\lambda$ aus, so dass auch hier tatsächlich

$$(M_v + M_B) = M_0 - Hy \quad \text{ist.}$$

2. In dem Ausdrucke $M_\lambda = EJ_v \frac{\Delta^2 \lambda}{\Delta x^2}$ bedeutet die Längenänderung $\lambda = \frac{Sy}{EF}$, wo y die Länge der Hängestange bezeichnet.

Die Hängestangenkraft S kann in diesem Ausdruck annähernd mit dem Werte

$$S = \frac{k}{k+1} S_L + \frac{1}{k+1} P$$

angenommen werden. Hier gilt das erste Glied auf die ganze Trägerlänge, dagegen das zweite nur an der Angriffsstelle der Kraft P, so dass das letztere auf die Momente des ganzen Trägers vernachlässigt werden und in dem Ausdrucke

$$\lambda = \frac{Sy}{EF}$$

anstatt S

$$S = \frac{k}{k+1} S_L = \frac{k}{k+1} \frac{8fa}{l^2} H$$

geschrieben werden kann; so wird

$$\lambda = \frac{k}{k+1} \frac{8fa}{l^2} \frac{H}{EF} y.$$

Falls k entlang des Trägers konstant oder abschnittsweise konstant ist, so ist auch der Koeffizient von y konstant oder abschnittsweise konstant so dass

$$M_\lambda = EJ_v \frac{\Delta^2 \lambda}{\Delta x^2} = \frac{J_v}{F_v} \frac{k}{k+1} \frac{8fa}{l^2} \cdot \frac{\Delta^2 y}{\Delta x^2} \cdot H$$

geschrieben werden kann.

Bei einer parabolischen Bogenachse gilt, dass $\frac{\Delta^2 y}{\Delta x^2} = \frac{8f}{l^2}$ ist, so dass

$$M_\lambda = EJ_v \frac{\Delta_2 \lambda}{\Delta x^2} = \frac{k}{k+1} \left(\frac{8f}{l^2}\right)^2 a \frac{J_v}{F_v} \cdot H$$

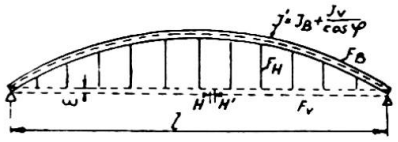


Abb. 11.

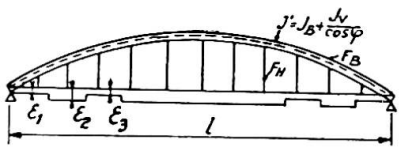


Abb. 12.

und mit der Bezeichnung $\varepsilon = k\left(\frac{8f}{l^2}\right)^2 a \frac{J_v}{F_v}$.

$M_\lambda = \varepsilon H$ ist, wo ε eine Konstante bedeutet.

Bei der Bestimmung der statisch unbestimmten Grösse H können wir mit Benützung der Sätze 1 und 2 ebenso vorgehen, wie im Falle der starren Hängestangen, es muss bloss in der Grundgleichung

$$\int_A^B \frac{M_B\,ds}{EJ_B}\,y + H\int_A^B \frac{ds}{EF_B}\cos\varphi = H\int_A^B \frac{dx}{EF_v}$$

$$M_B = \frac{1}{k+1}(M_0 - Hy - M_\lambda) = \frac{1}{k+1}[M_0 - H\,(y+\varepsilon)]$$

eingesetzt werden. Damit wird die Elastizitätsgleichung durch

$$\int_A^B \frac{(M_0 - H)(y+\varepsilon)}{(1+k)\,EJ_B}\,ds + \int_A^B \frac{ds}{EF_B}\cos\varphi = H\int_A^B \frac{dx}{EF_v}$$

dargestellt. Die Berechnung von H kann damit auch hier an dem Zweigelenkbogen mit Zugband mit der vergrösserten Steifheit von

$$J' = J_B + \frac{J_v}{\cos\varphi}$$

erfolgen. Da in dem Ausdruck von M_B die Kraft H mit $(y+\varepsilon)$ multipliziert ist, kann die Wirkung der Elastizität der Hängestangen an dem Bogen und Versteifungsträger derart berechnet werden, dass man die Kraft H nicht in der elastischen Linie des Versteifungsträgers wirken lässt, sondern mit dem Masse ε nach unten verschoben und den Ersatzbogen auf diese H Kraft löst (Abb. 11). Wenn der Wert von k streckenweise veränderlich ist, so erfolgt die erwähnte Verschiebung stufenweise (Abb. 12).

Jener Umstand dass die Kraft H mit dem Hebelarm $(y+\varepsilon)$ wirkt, erscheint nicht so sehr in der Grössenänderung von H, sondern ihre Hauptwirkung erscheint darin, dass im Falle ausgeglichener Momente, d.h. — wenn M_0 nahe gleich Hy ist, — das Glied $H\varepsilon$ zur Geltung kommt.

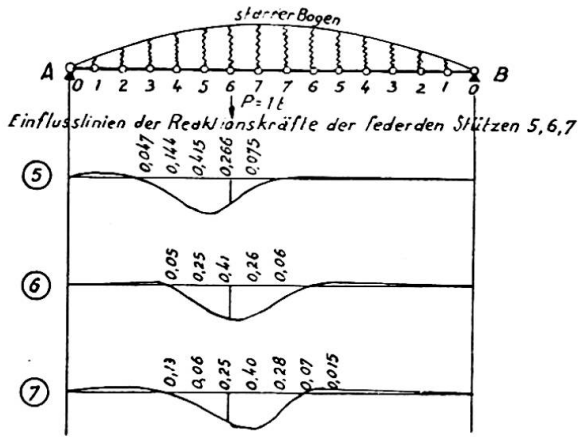
Dennoch ist, infolge der grossen Druckspannungen im Bogen die Wirkung der Aenderungen der Hängestangenlängen, nicht bedeutend.

b) Hängestangen

Grösser ist die Wirkung der Elastizität der Hängestangen auf die Innenkräfte derselben.

Im Folgenden soll die Aenderung der starren Hängestangenkraft

$$S_{starr} = \frac{k}{k+1}\,S_L \text{ bzw } S_{starr} = \frac{k}{k+1}\,S_L + \frac{1}{k+1}\,P$$



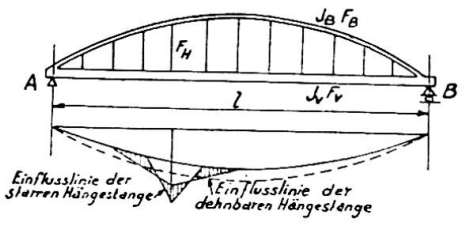


Abb. 13 (links) und 14 (rechts).

infolge der Dehnungen λ bestimmt werden. Dabei werden die Dehnungen annähernd auf Grund der starren Hängestangenkräfte S_{starr} angenommen, welche offensichtlich den Hauptteil dieser Kraft bilden.

Die Dehnung der Hängestange infolge der Kraftwirkung S_{starr} beträgt

$$\lambda = \frac{y}{EF}\frac{k}{k+1} + \frac{y}{EF}\frac{1}{k+1} = \lambda' + \lambda'' .$$

Infolge dieser Dehnungen tritt im Versteifungsträger das Moment

$$M_\lambda = EJ_v \frac{\Delta^2 \lambda}{\Delta x^2}$$

auf, welches so gedeutet werden kann, dass in den Vertikalen der Hängestangen infolge der Dehnungen derselben neuere vertikale Kräfte auftreten, welche das Moment M_λ verursachen. Diese Zusatzkräfte sind eben die gesuchten Korrektionen der Kräfte S_{starr}.

Mit Anwendung des Zusammenhanges zwischen den Momenten und der Belastungskraft können wir schreiben:

$$S_\lambda = \left[\frac{d}{dx} M_\lambda\right]_{\text{rechts}} - \left[\frac{d}{dx} M_\lambda\right]_{\text{links}} = S_\lambda' + S_\lambda''$$

wo S_λ die Korrektion der Hängestangenkraft S_{starr} infolge der Dehnung bedeutet.

Es wurde in dem Vorhergehenden bewiesen, dass ein Anteil des Momentes M_λ welches von der Längenänderung $\lambda' = \frac{y}{EF}\frac{k}{k+1} S_L$ hervorgerufen wird, gleich der Konstanten εH ist. Infolgedessen ist die von diesem Anteil stammende Grösse $\frac{d}{dx} M_\lambda'$ und so auch die diesem entsprechende und mit S_λ' bezeichnete Korrektion gleich Null. Es muss daher nur die Wirkung des anderen Gliedes $\lambda'' = \frac{y}{EF}\frac{1}{k+1}$ in Rücksicht genommen werden.

Falls der Bogen fix wäre, d.h. die Dehnungen in ihrer ganzen Grösse nur den Versteifungsträger verbiegen würden, so wären die gesuchten Hängestangenkräfte gleich (wie die aus diesen entstehenden Momente M_λ'' des Versteifungsträgers) den Reaktionsänderungen (bzw. den Momenten)

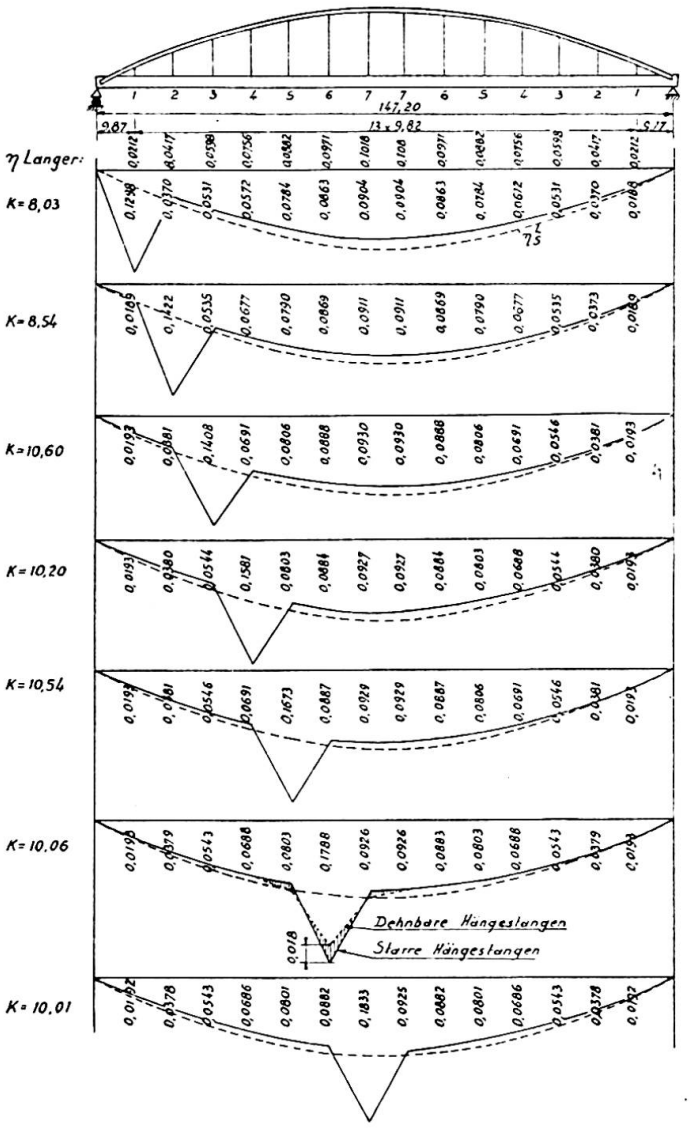


Abb. 15. Einflusslinien der Hängestangen über die Theiss bei Szeged.

des elastisch aufgehängten kontinuierlichen Versteifungsträgers. Der Versteifungsträger wirkt in diesem Falle nämlich wie ein Balkenträger, der an den elastischen Hängestangen federartig aufgehängt ist und dessen beide Enden mit dem Bogen starr verbunden sind (Abb. 13). Die Innenkräfte dieses Trägersystems können mittels der geometrischen und Festigkeit-Angaben der Bogenkonstruktion bestimmt werden.

Der Bogen bewegt sich aber tatsächlich infolge der Teilnahme in den Wirkungen der Hängestangendehnungen. Die Beteiligung des Versteifungsträgers und des Bogens kann in der mit der Last $P = 1^t$ belasteten Vertikalen bestimmt werden, es muss aber dabei in Betracht genommen werden, dass vom Gesichtspunkte der gesuchten Dehnungskorrektion von der Hängestangenkraft nur der Teil von der Grösse $\frac{1}{k+1}\,1^t$ wirkungsvoll ist.

Wenn der auf den Versteifungsträger fallende Anteil der Dehnung λ'' mit $\frac{\lambda''}{\nu}$ bezeichnet wird, werden die Korrektionen der Hängestangenkräfte

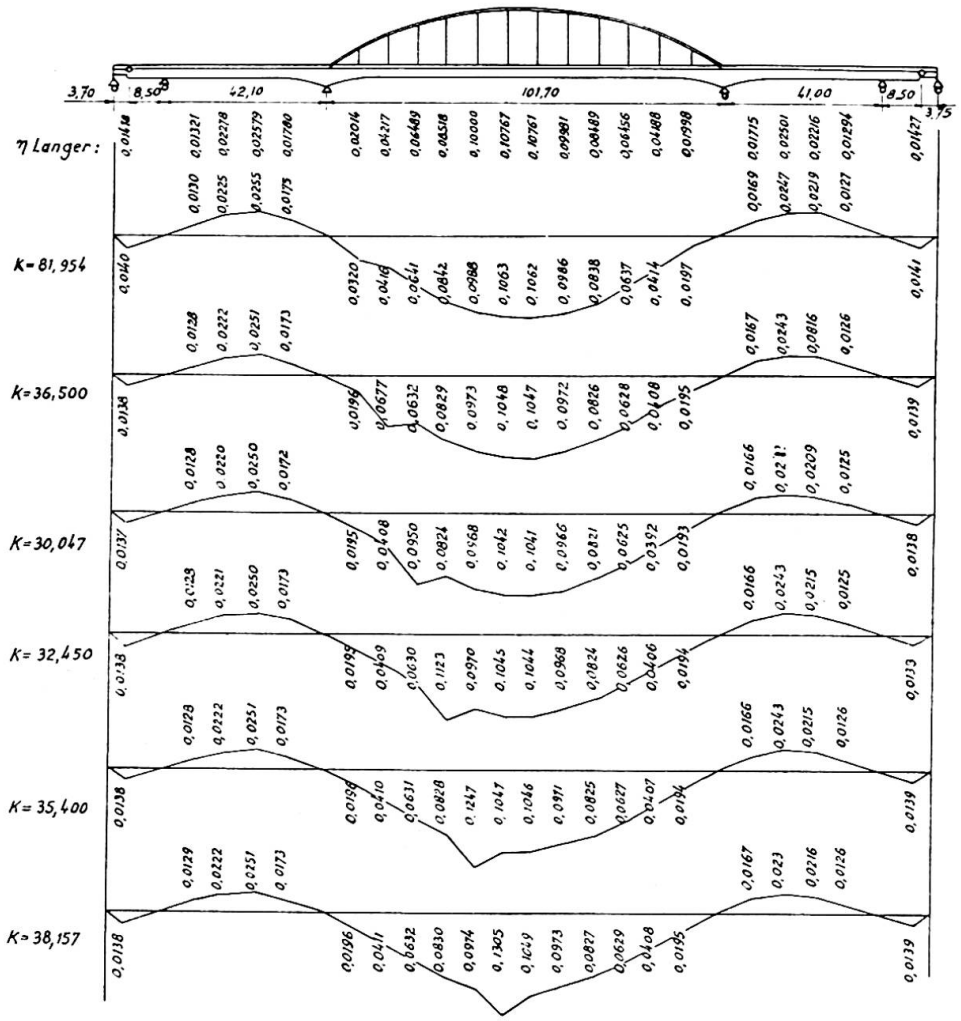


Abb. 16. Einflusslinien der Hängenstangen der Strassenbrücke über die Theiss bei Vásárosnamény.

annähernd gleich den $\frac{1}{\nu}$ fachen Reaktionsänderungen des obigen elastisch aufgehängten kontinuierlichen Balkenträgers. Gleichzeitig erhält man jene Momente M ″ welche in dem Vorhergehenden als vernachlässigbare lokale Wirkungen angegeben wurden. Die Grösse dieser Momente beträgt das $\frac{1}{\nu}$ fache der Momente M_i'' des obigen kontinuierlichen Balkens.

Die Wirkung der Hängestangendehnungen in der Vertikalen der geprüften Hängestange vermindert die Einflussordinate dieser Hängestangenkraft und vergrössert die zwei benachbarten Ordinaten. Ferner ist die Wirkung vernachlässigbar klein (Abb. 14).

Die Wirkung der Längenänderungen der Hängestangen auf die Innenkräfte derselben bezüglich der Hängestange 6 der Bogenkonstruktion der Szegeder Tiszabrücke ist in Abb. 15 dargestellt.

Anwendungen

1. Bei der 147,20 m weit gespannten Bogenkonstruktion der jetzt im Bau befindlichen eisernen Strassenbrücke über den Theiss (Tisza)-Fluss bei Szeged (Abb. 15) wurde die Steifheit des Stahlbogens grösser gewählt,

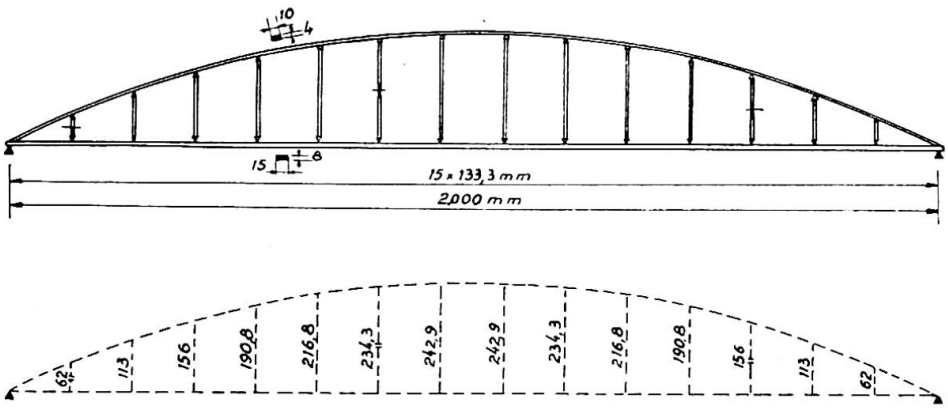


Abb. 17 und 18.

wie es die übliche annähernde Berechnung — mit Rücksicht auf Montage — als Minimum angibt, da sich der Wert von k zwischen 8 und 10 ändert.

Die Ergebnisse der mit starren Hängestangen durchgeführten Berechnung bezüglich der Bogenspannungen ergaben trotz der erwähnten grösseren Bogensteifheit eine Abweichung von höchstens 10 % gegenüber der üblichen annähernden Berechnungsmethode.

Die Einflussordinaten der Hängestangenkräfte in der Vertikalen der geprüften Hängestangen sind überall grösser, als die des Langer-Trägers, der grösste Unterscheid ist 45 %. Die Einflussflächen der nach zwei Methoden berechneten Einflusslinien sind jedoch beinahe gleich gross, infolgedessen ist der Unterschied zwischen den massgebenden Kräften sehr klein.

Die Längenänderung der Hängestangen verursachte bei den Bogenspannungen nur einen Unterschied von höchstens 1 % im Vergleich mit den des Bogens mit starren Hängestangen. In solchen Fällen, wo die Montierung derart vorgeht, dass auch die ständige Belastung durch den versteiften Bogenträger aufgenommen wird, kann dieser Unterschied mehr bedeuten.

Die Wirkung der Dehnungen der Hängestange auf die Stabkräfte derselben wurde in Abb. 15 dargestellt. Die Entlastung in der Laststellung über dem geprüften Stabe beträgt 10 % im Vergleich mit der Stabkraft der starren Hängestange.

2. Bei dem Hauptträger der gleichfalls jetzt im Bau befindlichen Tiszabrücke bei Vásárosnamény (Abb. 16) ist der Stahlbogen verhältnissmässig sehr schlank entworfen, so dass sich hier k zwischen 20 und 80 ändert. Die genauere Berechnung mit starren Hängestangen hat trotz der grösseren Bogenschlankheit bei den Bogenspannungen einen Unterschied von bis 10 % im Vergleich zu denjenigen des Langerträgers ergeben, da die Querschnittsprofile des Bogens hier bezüglich der Aufnahme von Biegungen weniger günstig ausgebildet wurden.

Modellversuche zur Bestimmung der Einflusslinien der Hängestangenkräfte

Zur Vergleichung der berechneten und in der Wirklichkeit entstehenden Kräftespiele in der Bogenkonstruktion Abb. 1 wurden Modellversuche ausgeführt. Da zwischen der genaueren und der üblichen annäherenden Berechnung der grösste Unterschied in der Lastverteilung erscheint, welche

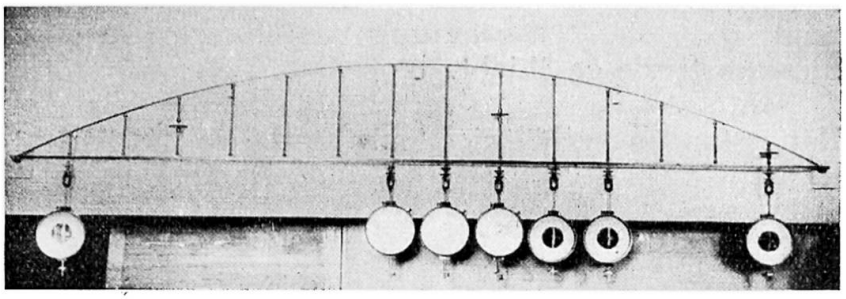


Abb. 19.

am besten durch die Einflusslinien der Hängestangen charakterisiert werden kann, so wurde bei den Modellversuchen die Einflusslinie dieser Kraft auf kinematischem Wege festgestellt.

Der Bogen und der Versteifungsträger des Modells wurden aus Stahlstäben mit dem Querschnitte 10 × 4 mm bzw. 15 × 10 mm und die Hängestangen mit Rohrquerschnitten von Durchmesser 5 mm und der Wandstärke 0,3 mm erzeugt (Abb. 17).

Die Rohrquerschnitte der Hängestangen waren zwecks Sicherung einer entsprechenden Biegungssteifheit gegen Knickung dieser Stäbe notwendig. Bei der Vorführung der kinematischen Einflusslinien sind nämlich Druckkräfte in einigen Hängestangen aufgetreten.

Ein Teil der geprüften drei Hängestangen wurden mit Schraubengewinden ausgebildet, so dass die Länge der greprüften Hängestange in einem bestimmten Mass geändert werden konnte.

Die kinematische Einflusslinie wurde durch die bestimmte Längenänderung der geprüften Hängestange erhalten und die infolgedessen entstandenen vertikalen Verschiebungen des Versteifungsträgers durch Messuhren eingemessen (Abb. 18).

Es sind die eingemessenen Einflusslinien der drei Hängestangen in Abb. 20 aufgezeichnet.

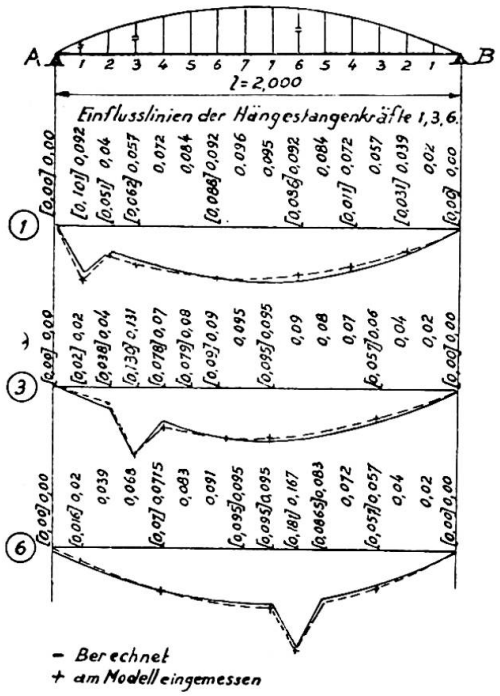


Abb. 20.

Die Vergleichung der gerechneten und eingemessenen Einflusslinien zeigt, dass die Lastverteilung tatsächlich gemäss der genaueren Berechnungsmethode geschieht.

Infolge der Rohrquerschnitte waren die Querschnittsflächen der Hängestangen verhältnismässig gross, so dass die angemessenen Einflusslinien dem Falle von starren Hängestangen entsprechen.

Résumé

1. Considérations sur les déformations des suspentes et sur la rigidité de l'arc lors du calcul des poutres de rigidité.

2. Exemples de réalisation :

a) Le nouveau pont-route sur la Tisza à Szeged ($l = 146$ m);

b) Le nouveau pont-route sur la Tisza à Vásárosnamény ($l = 101{,}70$ m).

Zusammenfassung

1. Berücksichtigung der Formänderung der Hängestangen und der Steifigkeit des Stabbogens bei der Berechnung des Versteifungsträgers.

2. Ausführungsbeispiele.

a) Die neue Strassenbrücke über die Theiss in Szeged ($l = 146$ m);

b) Die neue Strassenbrücke über die Theiss bei Vásárosnamény ($l = 101{,}70$ m).

Summary

1. Considerations concerning the change in the shape of the hangers and stiffness of the arch members in calculating the stiffening girder.

2. Examples of execution :

a) The new higway bridge over the Tisza at Szeged ($l = 146$ m);

b) The new highway bridge over the Tisza at Vásárosnamény ($l = 101.70$ m).