

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 3 (1948)

**Rubrik:** IIIb: Suspension bridges

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# IIIb1

## **Contribution au calcul des ponts suspendus ancrés**

### **Zur Berechnung verankerter Hängebrücken**

### **A contribution to the calculating of anchored suspension bridges**

PROF. DR. F. STÜSSI

Eidg. Techn. Hochschule, Zürich

#### **Gegenstand**

Die Berechnung verankerter Hängebrücken verlangt im Normalfall die Lösung einer linearen inhomogenen Differentialgleichung zweiter Ordnung, in besonderen Fällen einer Gleichung vierter Ordnung. Zur Lösung dieser Gleichungen wird in der Literatur der Hängebrücken in der Regel die mathematische Analysis beigezogen. Ich stehe dagegen auf dem Standpunkt, dass baustatische Aufgaben mit baustatischen Methoden gelöst werden sollen, weil diese den Besonderheiten des Einzelfalles anpassbar und durch den Konstrukteur übersichtlich anwendbar sind. Ich bin überzeugt, dass gerade im Beispiel der verankerten Hängebrücke die Anwendung eines klassischen baustatischen Mittels, nämlich des Seilpolygons, anderen Lösungen in Bezug auf Uebersichtlichkeit, Anpassbarkeit an bauliche Besonderheiten und auf den notwendigen Zeitaufwand überlegen ist.

Ich versuche in der folgenden, knappen Skizze <sup>(1)</sup> zunächst die Grundgleichungen der normalen Formänderungstheorie der verankerten Hängebrücke in baustatischer Form abzuleiten, um anschliessend einige Verbesserungen dieser Theorie zu besprechen.

#### **Die Seilpolygongleichung**

Wenn wir in der Baustatik etwa die Momentenfläche eines Balkens infolge lotrechter Lasten (Abb. 1) bestimmen müssen, so werden wir diese Aufgabe kaum durch Integration der Differentialgleichung  $M'' = -p$  zu

<sup>(1)</sup> Die folgende Darstellung nimmt in vereinfachter und verbesserter Form die Ueberlegungen einer früheren Arbeit wieder auf: s. F. Stüssi, *Zur Berechnung verankerter Hängebrücken (Abh. IVBH, Band IV 1936)*. Eine eingehendere Darstellung dieser Methode soll demnächst in den *Mitteilungen aus dem Institut für Baustatik an der ETH, Zürich*, erscheinen.

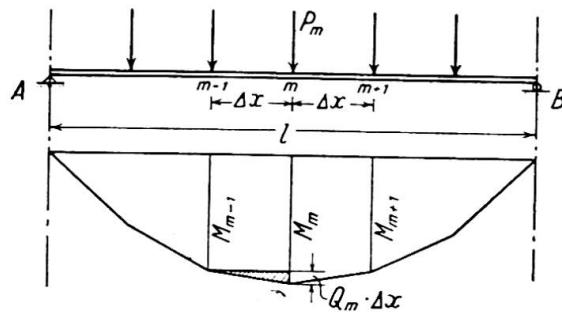


Abb. 1.

lösen versuchen, sondern wir verwenden dazu das Seilpolygon. Nach der elementaren Biegslehre ist

$$\begin{aligned} M_m &= M_{m-1} + Q_m \cdot \Delta x_m, \\ M_{m+1} &= M_m + Q_{m+1} \cdot \Delta x_{m+1}. \end{aligned} \quad (1)$$

Eliminieren wir die Querkräfte  $Q$  mit Hilfe der Beziehung

$$Q_m - Q_{m+1} = P_m \quad (2)$$

so erhalten wir für konstante Feldweiten und nach Ordnen die Seilpolygongleichung der Balkenbiegung :

$$-M_{m-1} + 2M_m - M_{m+1} = P_m \cdot \Delta x. \quad (3a)$$

Wirkt statt der Einzellasten  $P$  eine verteilte Belastung  $p$ , so sind deren Knotenlasten  $K(p)$  einzuführen; nehmen wir feldweise linearen Verlauf von  $p$  an, so erhalten wir diese aus der Trapezformel

$$K_m(p) = \frac{\Delta x}{6} \cdot (p_{m-1} + 4p_m + p_{m+1}). \quad (4a)$$

Setzen wir dagegen den Verlauf von  $p$  über je ein Doppelfeld parabelförmig voraus, so ergibt sich die Knotenlast aus der Parabelformel

$$K_m(p) = \frac{\Delta x}{12} \cdot (p_{m-1} + 10p_m + p_{m+1}). \quad (4b)$$

Eine analoge Seilpolygongleichung besteht entsprechend der Mohr'schen Deutung der Biegungslinie zwischen den Durchbiegungen  $\eta$  und den reduzierten Momenten  $\frac{M}{EJ}$  eines Balkens

$$-\eta_{m-1} + 2\eta_m - \eta_{m+1} = K_m \left( \frac{M}{EJ} \right) \cdot \Delta x. \quad (3b)$$

Endlich gilt eine analoge Seilpolygongleichung auch zwischen den Durchhängen  $y$  und den Belastungen  $P$  eines durch den Horizontalzug  $H$  gespannten Seiles

$$-y_{m-1} + 2y_m - y_{m+1} = \frac{P_m}{H} \cdot \Delta x. \quad (3c)$$

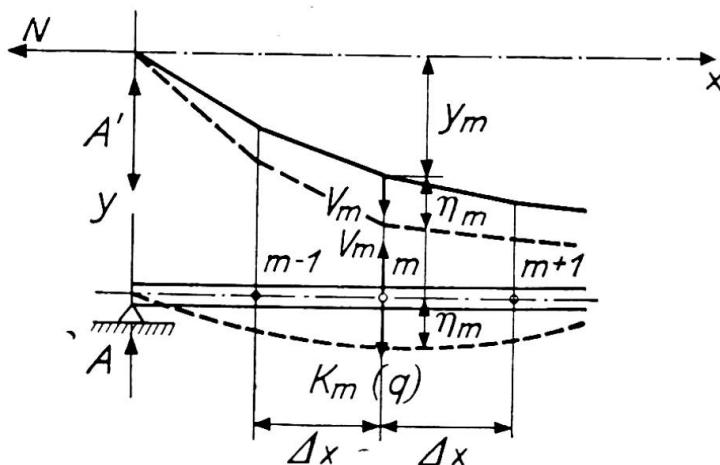


Abb. 2.

## Die Normalgleichungen der Hängebrücke

Wir betrachten einen Zwischenknotenpunkt  $m$  und die links und rechts benachbarten Felder  $\Delta x$  einer verankerten Hängebrücke (Abb. 2). Dabei ist es belanglos, ob der Knotenpunkt  $m$  ein wirklicher Knotenpunkt des Systems ist, oder ob wir unter Voraussetzung dicht ausgeteilter Hängestangen angenommene Knotenpunkte einführen. Den gesamten Horizontalzug des Kabels bezeichnen wir mit  $N$

$$N = H_s + H; \quad q = g + p.$$

Es ist bemerkenswert und kennzeichnend für das Tragsystem der verankerten Hängebrücke, dass am Knotenpunkt  $m$  alle drei erwähnten Formen der Seilpolygongleichung gleichzeitig auftreten. Am Knotenpunkt  $m$  des Kabels können wir die Gleichung

$$V_m \cdot \Delta x = N \cdot (-\eta_{m-1} + 2\eta_m - \eta_{m+1}) + N \cdot (-y_{m-1} + 2y_m - y_{m+1}) \quad (5)$$

anschreiben, während am Versteifungsträger einerseits die Beziehung zwischen Momenten und Belastungen

$$(K_m(q) - V_m) \cdot \Delta x = -M_{m-1} + 2M_m - M_{m+1} \quad (6)$$

und andererseits die Beziehung zwischen Durchbiegungen und reduzierten Momenten

$$K_m \left( \frac{M}{EJ} \right) \cdot \Delta x = -\eta_{m-1} + 2\eta_m - \eta_{m+1} \quad (7)$$

gilt.

Durch Addition der Gleichungen 5 und 6 eliminieren wir die Hängestangenkräfte  $V_m$ . Setzen wir im Sinne der üblichen oder normalen Formänderungstheorie gleiche Durchbiegungen von Kabel und Versteifungsträger voraus

$$\eta_K = \eta_V = \eta$$

so können wir die Durchbiegungen  $\eta$  eliminieren, indem wir von der Summe der Gleichungen 5 und 6 die mit N multiplizierte Gleichung 7 subtrahieren

$$K_m(q) \cdot \Delta x = -M_{m-1} + 2M_m - M_{m+1} + N \cdot \Delta x \cdot K_m \left( \frac{M}{EJ} \right) + N(-y_{m-1} + 2y_m - y_{m+1}).$$

Führen wir die Knotenlast der reduzierten Momentenfläche entsprechend der Parabelformel, Gleichung 4b, ein, so erhalten wir mit der Abkürzung

$$\gamma = \frac{N \cdot \Delta x^2}{12 EJ}$$

nach Elimination des Eigengewichtes

$$K_m(q) \cdot \Delta x = H_g \cdot (-y_{m-1} + 2y_m - y_{m+1})$$

und nach Ordnen die Grundgleichung für die Momente aus Verkehrslast im Versteifungsträger der verankerten Hängebrücke

$$-M_{m-1} \cdot (1 - \gamma) + M_m \cdot (2 + 10\gamma) - M_{m+1} \cdot (1 - \gamma) = K_m(p) \cdot \Delta x - H \cdot (-y_{m-1} + 2y_m - y_{m+1}). \quad (8)$$

Sobald wir den Gesamtkabelzug N, der in der Abkürzung  $\gamma$  enthalten ist, uns als gedachten Festwert vorstellen, ist diese Grundgleichung von den Belastungen linear abhängig und das Superpositionsgegesetz erscheint damit wieder gültig. Wir können somit die Belastungen auf der rechten Seite der Gleichung 8 in ihre Teileinflüsse, d.h. in äussere Belastung und Ablenkungskräfte des Kabelzuges H bzw.  $H=1$  zerlegen; den Kabelzug H bestimmen wir in bekannter Weise aus einer Elastizitätsbedingung (worauf wir hier allerdings aus Raumgründen nicht näher eingehen können); damit können wir endlich die Momente im Versteifungsträger durch Superposition und anschliessend auch die Formänderungen bestimmen.

#### Das Endfeld

Im Endfeld, bezw. in dem dem Auflager A des Versteifungsträgers benachbarten Knotenpunkt 1 tritt eine Besonderheit deshalb auf, weil Kabel und Versteifungsträger normalerweise nicht die gleiche Spannweite

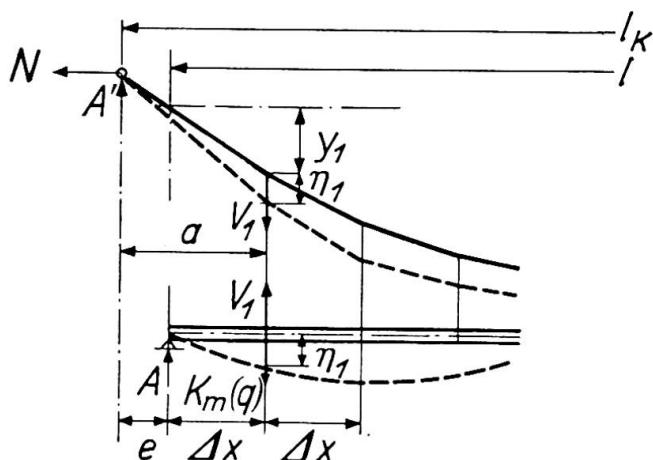


Abb. 3.

besitzen (Abb. 3). Für den Knotenpunkt 1 des Kabels lässt sich hier die Seilpolygongleichung

$$V_1 \cdot \Delta x = N \cdot (2y_1 - y_2) + N \cdot \left( \eta_1 \cdot \left[ \frac{\Delta x}{a} + 1 \right] - \eta_2 \right)$$

anschreiben, die in Verbindung mit den Gleichungen 6 und 7 auf die Beziehung

$$M_1 \cdot (2 + 10\gamma) - M_2 \cdot (1 - \gamma) = K_1(q) \cdot \Delta x - N(2y_1 - y_2) + N \cdot \eta_1 \cdot \frac{e}{a}$$

führt. Das Störungsglied  $N \cdot \eta_1 \cdot \frac{e}{a}$  lässt sich bei Aufteilung der Belastung in symmetrische und antimetrische Anteile leicht bestimmen und es ergibt sich:

Für symmetrische Lastanteile

$$N \cdot \eta_1 \cdot \frac{e}{a} = \frac{e}{\Delta x} \cdot \{ M_{01} - M_1 - N \cdot y_1 \} ;$$

$$M_1 \left( 2 + 10\gamma + \frac{e}{\Delta x} \right) - M_2 \cdot (1 - \gamma) = K_1(p) \cdot \Delta x + M_{01} \cdot \frac{e}{\Delta x} \\ - H \cdot \left\{ y_1 \cdot \left( 2 + \frac{e}{\Delta x} \right) - y_2 \right\} ;$$

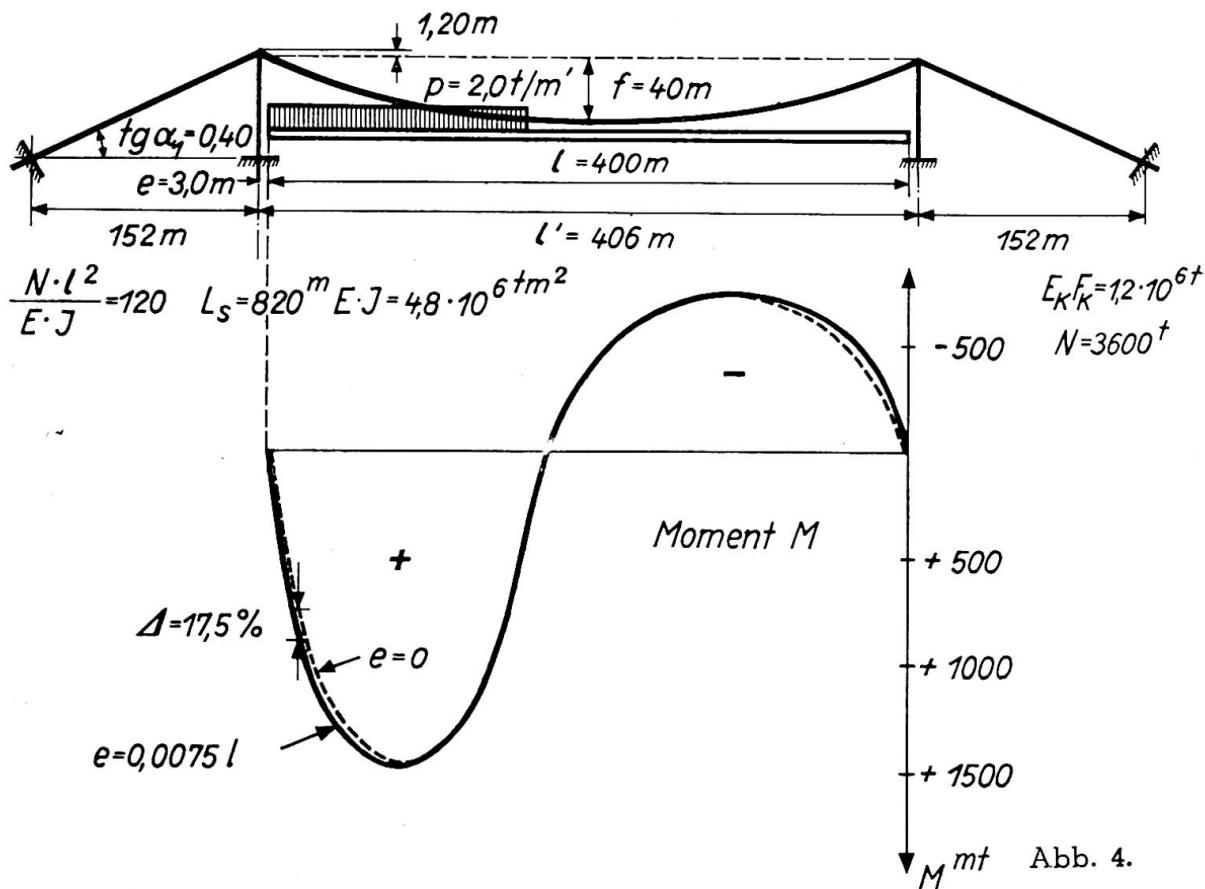


Abb. 4.

Und für antimetrische Lastanteile :

$$N \cdot \eta_1 \cdot \frac{e}{a} = \frac{e}{\Delta x} \cdot \frac{l}{l_k} \cdot \{ M_{01} - M_1 \} ;$$

$$M_1 \cdot \left( 2 + 10 \gamma + \frac{e}{\Delta x} \cdot \frac{l}{l_k} \right) - M_2 \cdot (1 - \gamma) = K_1(p) \cdot \Delta x + M_{01} \cdot \frac{e}{\Delta x} \cdot \frac{l}{l_k} .$$

Der Einfluss dieser Verschiedenheit der Spannweiten von Kabel und Versteifungsträger äussert sich auch bei normalen Ausführungsverhältnissen überraschend stark. Abb. 4 zeigt die Ergebnisse eines durchgerechneten Zahlenbeispieles. Wir erkennen, dass auch bei einer kleinen Exzentrizität  $e$  der Lager, die hier nur 0,75 % der Spannweite beträgt, die Momente in Auflagernähe merkbar grösser sind als nach der üblichen Normaltheorie, und wir können ohne weiteres folgern, dass dieser Einfluss auf die Querkräfte im Versteifungsträger in Auflagernähe nicht vernachlässigt werden darf. Bei dieser Auflager-Exzentrizität handelt es sich übrigens um einen ähnlichen Einfluss wie infolge der Verlängerung der Hängestangen, der ebenfalls in Auflagernähe eine merkbare Grösse erreichen kann. Dieser Einfluss einer Längenänderung der Hängestangen kann übrigens in einem zweiten Rechnungsgang einfach berücksichtigt werden, indem wir die bei der Elimination der Durchbiegungen aus den Gleichungen 5 und 7 nun übrig bleibenden Restglieder infolge

$$\Delta \eta = \eta_v - \eta_K$$

als zusätzliche Belastungen einführen.

#### Der Einfluss der Horizontalverschiebungen

Der Einfluss der Horizontalverschiebungen  $\xi$  der Kabelpunkte (Abb. 5) äussert sich darin, dass dadurch sowohl die Kabelkrümmungen oder die Ablenkungskräfte verändert werden, als auch darin, dass sich infolge der wagrechten Komponenten der Hängestangenkräfte der Kabelzug über die Spannweite ändert. Wir können diese beiden Einflüsse in einem zweiten Rechnungsgang durch Einführung einer Zusatzlast

$$\Delta p = N \cdot (y'^2 \cdot \eta')' + w \cdot y'$$

berücksichtigen, wobei der erste Anteil die Krümmungsänderung,

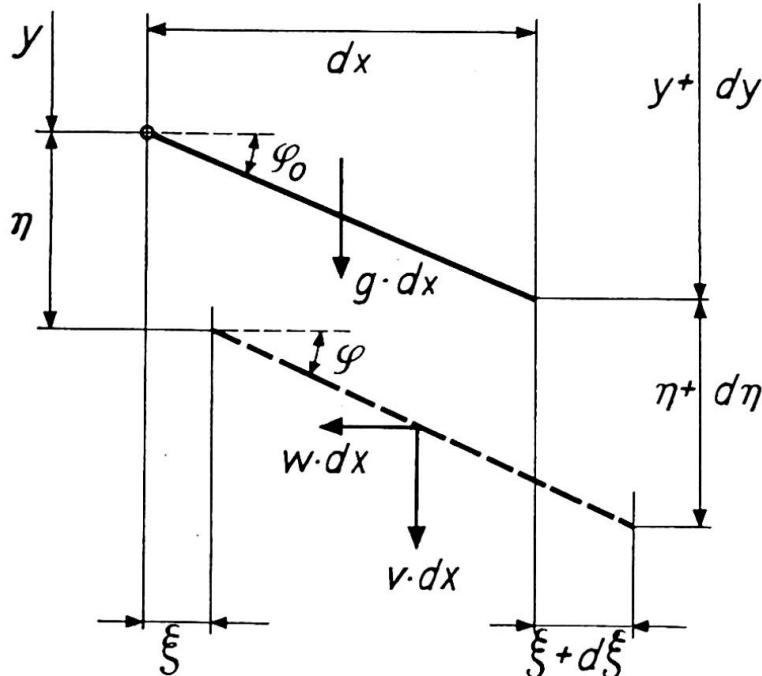


Abb. 5.

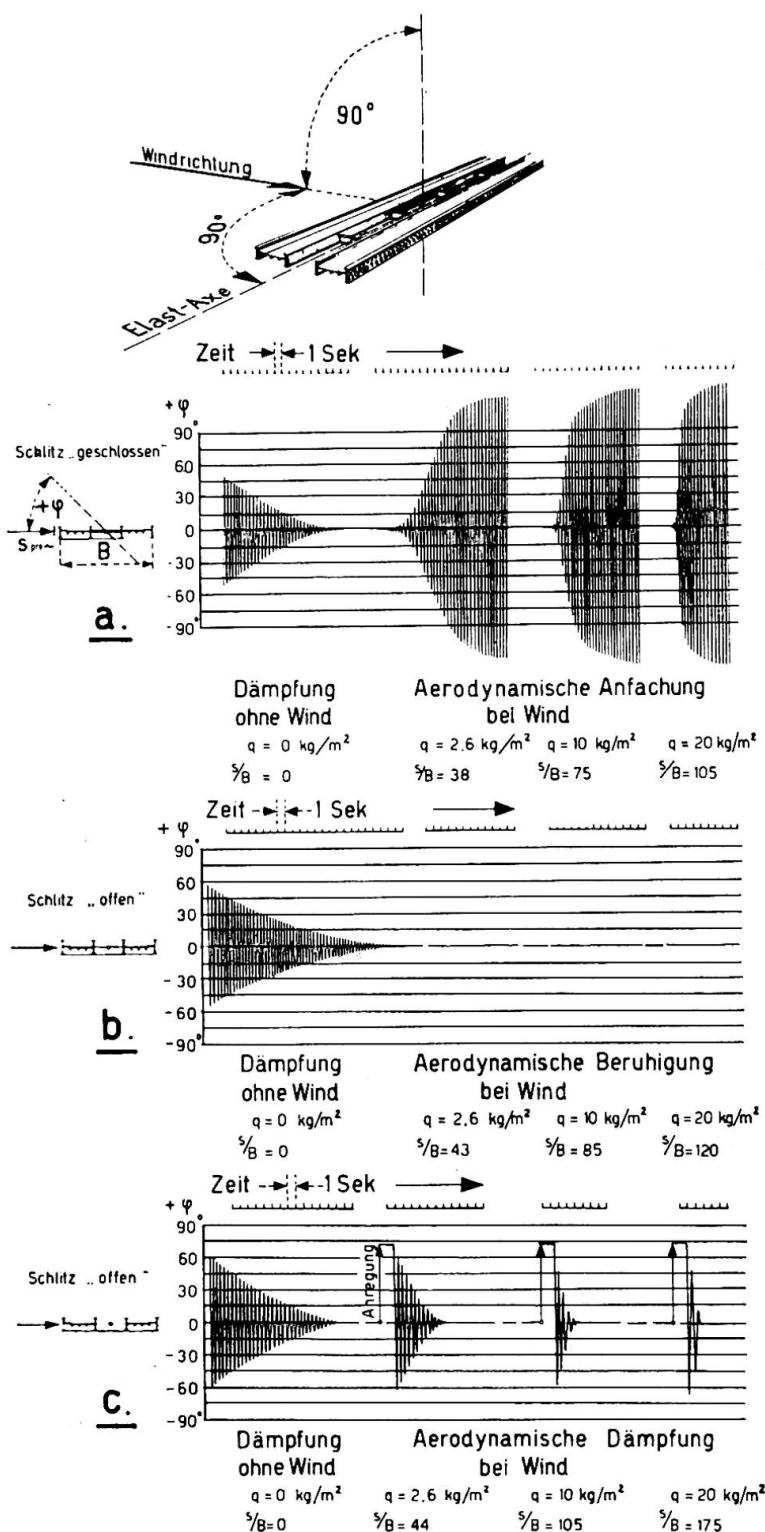


Abb. 6.

der zweite die Änderung des Horizontalzuges erfasst. In der erweiterten Differentialgleichung von Rode,

$$(EJ \eta'')'' - (H_g + H) [(1 + y'^2) \cdot \eta']' = H \cdot y'' + p,$$

auf die auch S. O. Asplund in seinem Beitrag zum Vorbericht <sup>(1)</sup> nachdrücklich hinweist, ist nur der erste Anteil enthalten. Da aber beide Anteile von gleicher Größenordnung sind, ist grundsätzlich, wenn schon die Normalberechnung verfeinert werden soll, auch der Einfluss der Veränderlichkeit des Horizontalzuges zu berücksichtigen. Beide Anteile äussern sich im Sinne einer Verkleinerung der Momente und Durchbiegungen.

### Zur Frage des Fahrbahnlängsschlitzes

In seinem Beitrag zum Vorbericht hat C. Scruton <sup>(2)</sup> eingehend über Untersuchungen und Modellversuche über den Einfluss von Fahrbahnlängsschlitzten auf die aerodynamische Stabilität von Hängebrücken berichtet und zahlreiche Literaturhinweise über bisherige Untersuchungen zu dieser Frage angegeben. Die eigentliche Quelle dieses neuen und besonderen Merkmals der geschlitzten Fahrbahn finden wir allerdings in diesen Literaturangaben nicht. Ich bin zufällig in der Lage, diese Quelle zu reproduzieren: In Abb. 6 ist eine Zusammenstellung von Versuchsergebnissen wiedergegeben, die Prof. Dr. J. Ackeret im Jahre 1941 am Aerodynamischen Institut der Eidg. Techn. Hochschule in Zürich zusammen mit seinem Mitarbeiter E. Egli durchgeführt hat und die den charakteristischen Einfluss eines Fahrbahnlängsschlitzes deutlich erkennen lassen. Prof. Ackeret hat diese Zusammenstellung der Abb. 6 am 21. November 1941 an Prof. Farquharson in Washington geschickt und der Empfang ist von diesem auch einige Zeit später bestätigt worden. Trotzdem war es mir bisher nicht möglich, diesen eigentlichen Ursprung des neuen Merkmals in der Literatur zu finden; umso eher fühlte ich mich aus kollegialen Gründen zu dieser Feststellung der Urheberschaft Ackeret-Egli berechtigt und verpflichtet.

### Résumé

Se basant sur l'équation du polygone funiculaire, l'auteur esquisse une méthode de calcul de nature statique pour la construction des ponts suspendus ancrés. Une des caractéristiques de ce système portant est que les trois formes normales de l'équation d'équilibre apparaissent simultanément; l'élimination des forces dans les suspentes et des flèches donne une équation fondamentale simple ternaire permettant de calculer les moments dans les poutres raidisseuses. Pour une valeur donnée de l'effort horizontal total dans le câble, cette équation est linéaire; il s'en suit que la loi de superposition peut être appliquée et la méthode de calcul est la même que celle des systèmes hyperstatiques.

L'auteur envisage également sommairement quelques influences secondaires.

Pour terminer, il rappelle les essais «Ackeret-Egli» concernant l'influence d'une fente longitudinale dans le tablier sur la stabilité aérodynamique des ponts suspendus.

<sup>(1)</sup> S. O. ASPLUND, *Influence functions for the angular deviation correction in suspension bridges*. Third Congress IABSE, Liège, 1948, Preliminary Publication, p. 415.

<sup>(2)</sup> C. SCRUTON, *An experimental investigation of the aerodynamic stability of suspension bridges*. Third Congress IABSE, Liège, 1948, Preliminary Publication, p. 463.

### Zusammenfassung

Ausgehend von der Seilpolygongleichung werden die Grundzüge einer baustatischen Berechnungsmethode für verankerte Hängebrücken skizziert. Es ist ein charakteristisches Merkmal dieses Tragsystems, dass gleichzeitig alle drei normalen Formen der Seilpolygongleichung vorkommen und dass aus ihnen durch Elimination der Hängestangenkräfte und der Durchbiegungen eine einfach gebaute, dreigliedrige Grundgleichung für die Momente im Versteifungsträger gewonnen werden kann. Für eine bestimmte Grösse des totalen horizontalen Kabelzuges ist diese Gleichung linear; damit wird das Superpositionsge setz wieder gültig und das Berechnungsverfahren wird dadurch in formaler Beziehung der üblichen Berechnung statisch unbestimmter Systeme angeglichen. Einige Nebeneinflüsse werden kurz betrachtet. Endlich wird auf die Versuche Ackeret-Egli über den Einfluss eines Fahrbahnlängsschlitzes auf die aerodynamische Stabilität von Hängebrücken hingewiesen.

### Summary

The author gives the diagram of a method of static calculation of anchored suspension bridges, based on the equation of the funicular polygon. A remarkable characteristic of this type of bridge is that the three regular forms of the equilibrium equation appear simultaneously. The elimination of the forces in the hangers and the deflections gives a simple basic equation having three elements enabling us to calculate moments in the stiffening girders. For a given value of the total horizontal stress in the cable, this equation is linear; it follows that the law of superposition can be applied and the method of calculation is the same as that of statically indetermined systems.

The author also deals summarily with a few secondary influences.

In conclusion, he refers to the «Ackeret-Egli» tests concerning the influence of a longitudinal slot in the roadway on the aerodynamic stability of suspension bridges.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**

## IIIb2

**L'étude spatiale du câble de suspension**

**Das räumliche Seileck**

**Stereometrical study of suspension cables**

PROF. DR TECHN. H. BEER

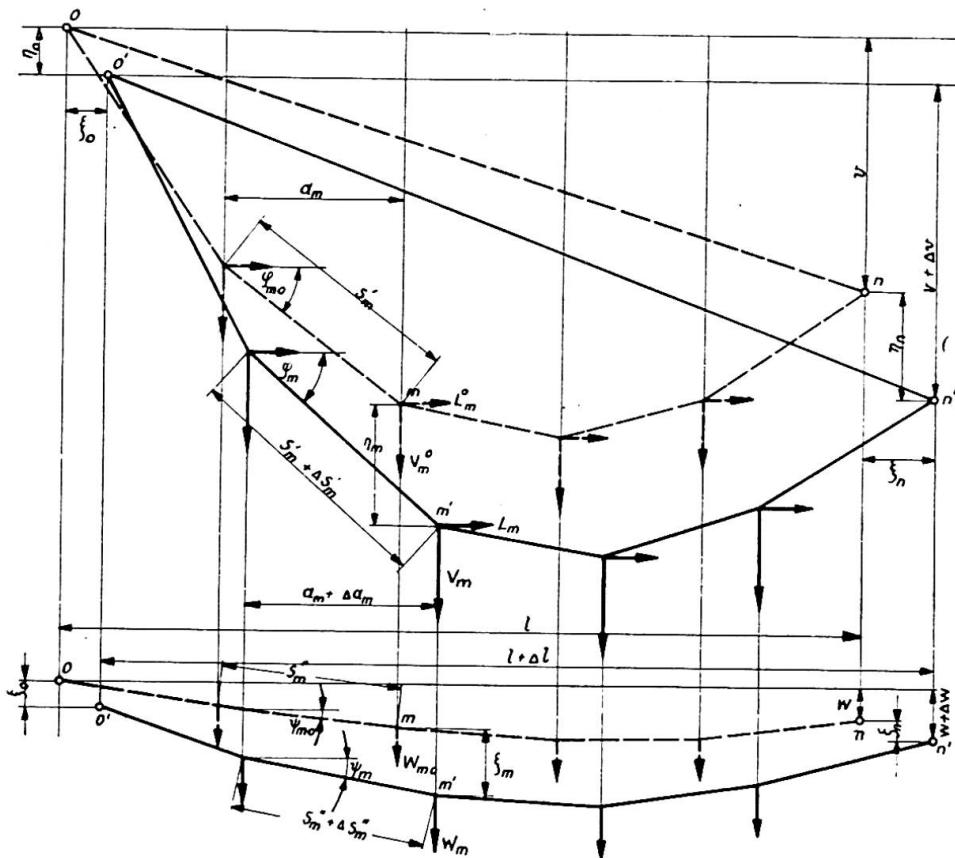
Graz

Die Untersuchung der einzelnen Phasen der Montage von Hängebrücken erfordert die Behandlung des unversteiften Seiles, d.h. die Bestimmung der Seillage und der Horizontalzüge unter der jeweiligen Montagebelastung. Eine sehr anschauliche Darstellung des ebenen Seileckes gibt F. Stüssi (<sup>1</sup>), wobei er ausser den lotrechten auch noch horizontale Lasten in Brückenlängsrichtung berücksichtigt. Bei Hängebrücken mit schräger Hängerführung in Brückenquerrichtung — wie sie bei zentrisch belasteten Pylonenschäften zur Durchführung der vollen Breite der Verkehrswege erforderlich ist — sowie bei einer zusätzlichen Seilabspannung (Sturmseile) ist mit der Ausbildung eines räumlichen Seileckes zu rechnen. Auch bei Belastung durch den Winddruck quer zur Brücke während der Montage tritt ein räumliches Seileck auf. Die Anwendung der Abhandlung soll jedoch nicht nur auf den Hängebrückenbau beschränkt bleiben, sondern alle Tragkonstruktionen mit Seilen als Abspannung oder Zugglied umfassen.

Der Diskussionsbeitrag beschäftigt sich mit der Ermittlung der Seillage (Seileck) und der Horizontalzüge für beliebig im Raum gerichtete Lasten, wobei das Seil in irgendwelchen Punkten starr oder nachgiebig gestützt sein kann. Der Berechnung wird das in beliebigen Intervallen durch Einzellasten belastete Seil zugrunde gelegt und auch sein Eigengewicht in diesen Punkten wirkend gedacht.

Abbildung 1 zeigt ein solches — zwischen zwei nachgiebigen Punkten O und n gestütztes — räumliches Seileck, das z.B. einer Hängebrückenöffnung entspricht in der Grund- und Aufrissprojektion. Die „Ausgangslage“ bezieht sich hierbei auf den Zustand vor der Belastung durch die Montagelasten, in dem das Seil durch die Lastkomponenten  $V_{m0}$ ,  $L_{m0}$  und  $W_{m0}$  belastet ist, während in der „Endlage“ die entsprechenden Werte —

(<sup>1</sup>) *Abhandlungen der Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau*, Band 6.



**Abb. 1.** Räumliches Seileck im Grund- und Aufriss.

um die Montagelasten und gegebenenfalls den Winddruck vermehrt — auf den Betrag  $V_m$ ,  $L_m$  und  $W_m$  anwachsen. Der feldweise veränderliche Horizontalzug im Feld  $m-1$  bis  $m$  soll in der Ausgangslage  $H_{m_0}$  und in der Endlage  $H_m$  sein. Zur Ermittlung der Endlage dienen bei gegebenem  $H_m$  die beiden Gleichgewichtsbedingungen in jedem Knoten  $m$  und die Randbedingungen in der Y- und Z-Richtung. Der Horizontalzug für ein Endfeld ( $H_1 = H$ ) wird aus der Bedingung bestimmt, dass die Summe aller Feldweitenänderungen gleich sein muss der Änderung der Horizontaldistanz der Aufhängepunkte (Randbedingung in der X-Richtung). Da beide Größen aber wieder von  $H$  abhängen, muss die Berechnung der Endlagen für mehrere angenommene Werte von  $H$  durchgeführt und das tatsächlich vorhandene  $H$  durch ein hierfür entwickeltes graphisches Verfahren ermittelt werden.

#### Ermittlung der Endlage

Für die Endlage gelten die folgenden Gleichgewichtsbedingungen für die Aufriss- und Grundrisssebene :

$$H_m \operatorname{tg} \varphi_m - H_{m+1} \operatorname{tg} \varphi_{m+1} = V_m \quad (1)$$

$$H_m \operatorname{tg} \psi_m - H_{m+1} \operatorname{tg} \psi_{m+1} = W_m . \quad (2)$$

Führt man

$$\sum_{r=1}^{m-1} V_r = \mathcal{V}_m , \quad \sum_{r=1}^{m-1} L_r = \mathcal{L}_m \quad \text{und} \quad \sum_{r=1}^{m-1} W_r = \mathcal{W}_m$$

ein, so erhält man aus (1) und (2) die beiden Rekursionsformeln :

$$\operatorname{tg} \varphi_m = \frac{H}{H_m} \left( \operatorname{tg} \varphi_1 - \frac{\mathcal{V}_m}{H} \right) \quad (3)$$

$$\operatorname{tg} \psi_m = \frac{H}{H_m} \left( \operatorname{tg} \psi_1 - \frac{\mathcal{W}_m}{H} \right). \quad (4)$$

Hierbei ist  $H_m = H - \mathcal{L}_m$ . Zur Ermittlung der Anfangswinkel des Seilpolygons  $\operatorname{tg} \varphi_1$  und  $\operatorname{tg} \psi_1$  dienen die folgenden geometrischen Randbedingungen in Richtung der Y- und Z-Achse :

$$\sum_{m=1}^{m=n} (a_m + \Delta a_m) \operatorname{tg} \varphi_m = v + \Delta v \quad (5)$$

$$\sum_{m=1}^{m=n} (a_m + \Delta a_m) \operatorname{tg} \psi_m = w + \Delta w \quad (6)$$

Woraus in Verbindung mit (3) und (4) folgt :

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{1}{\sum_1^n \frac{H}{H_m} (a_m + \Delta a_m)} \cdot \left[ \sum_1^n \frac{\mathcal{V}_m}{H_m} (a_m + \Delta a_m) + v + \Delta v \right] \quad (7)$$

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \frac{1}{\sum_1^n \frac{H}{H_m} (a_m + \Delta a_m)} \cdot \left[ \sum_1^n \frac{\mathcal{W}_m}{H_m} (a_m + \Delta a_m) + w + \Delta w \right] \quad (8)$$

$\Delta a_m$  bedeutet — wie schon aus Abbildung 1 hervorgeht — die Änderung der Horizontaldistanz  $a_m$  beim Übergang von der Ausgangslage in die Endlage. Nach Abbildung 2 ist :

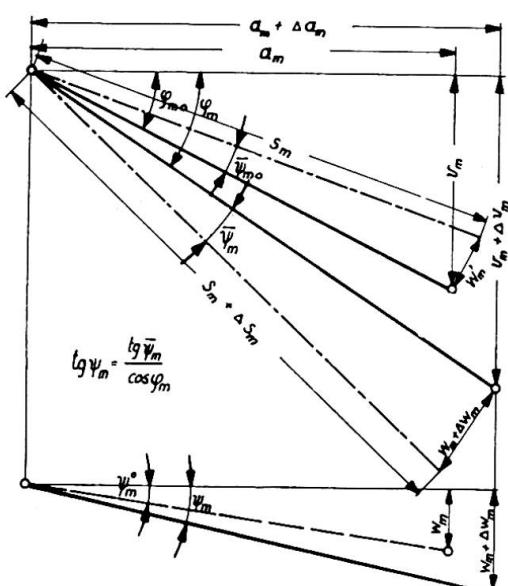
$$a_m + \Delta a_m = (s_m + \Delta s_m) \cos \varphi_m \cdot \cos \bar{\psi}_m \quad (9)$$

$\Delta s_m$  stellt die Seildehnung infolge des — bei diesem Übergang erzeugten — Horizontalschubes  $H_{mp}$  dar. Ist auch noch eine Temperaturänderung von  $t^\circ$  Celsius damit verbunden, so wird :

$$\Delta s_m = \frac{H_{mp} s_m}{E' F_m \cdot \cos \varphi_m \cdot \cos \bar{\psi}_m} + \epsilon_t t \cdot s_m, \quad (10)$$

$E'$  ist der Elastizitätsmodul des Seiles und  $F_m$  die Fläche des Seilstückes

Abb. 2. Ermittlung von  $\Delta a_m$

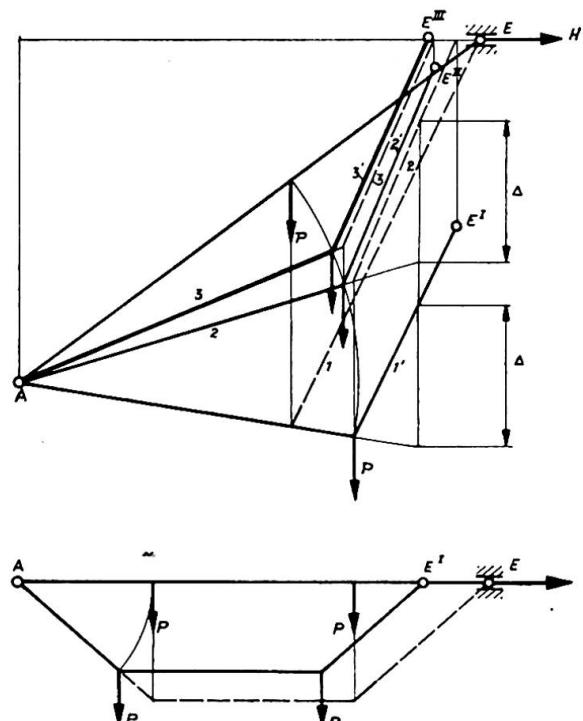


zwischen  $m - 1$  und  $m$  (für Kabelhängebrücken ist  $F_m = F = \text{const.}$ ). Die Feldweitenänderung wird dann:

$$\Delta a_m = s_m \left[ \frac{H_{mp}}{E' F_m} + \cos \varphi_m \cdot \cos \bar{\psi}_m - \cos \varphi_{m0} \cdot \cos \bar{\psi}_{m0} + \varepsilon_t \cdot t \cdot \cos \varphi_m \cdot \cos \bar{\psi}_m \right]. \quad (11)$$

Dieser Ausdruck für  $\Delta a_m$  wäre nun in die Gleichungen (7) und (8) einzusetzen und mit Hilfe von (3) und (4) die goniometrischen Gleichungen für  $\tan \varphi_1$  und  $\tan \psi_1$  aufzustellen. Ihre Auflösung würde jedoch sehr langwierig und nur graphisch oder durch Probieren durchzuführen sein. Man kann aber die ganze umständliche Rechnung vermeiden, wenn man von der Tatsache ausgeht, dass  $\Delta a_m$  wohl in allen praktisch vorkommenden Fällen wesentlich kleiner als  $a_m$  sein wird. Bei den Hängebrücken ist dies — selbst bei grossen lotrechten Verschiebungen, wie sie bei der Montage auftreten — stets der Fall. Aus dieser Tatsache ergibt sich folgender Iterationsweg zur Bestimmung der Werte  $\varphi_m$  und  $\psi_m$ . Man setzt zunächst  $\Delta a_m^0 = 0$  und berechnet mit Hilfe von (7) und (8) die ersten Näherungswerte  $\varphi_1^I$  und  $\psi_1^I$  und mit (3) und (4) die entsprechenden Werte  $\varphi_m^I$  und  $\psi_m^I$ . Nunmehr ist es mit Hilfe von Gl. (11) möglich, die Näherungswerte  $\Delta a_m^I$  zu bestimmen. Man kann nun im zweiten Iterationsgang mit Hilfe dieser Werte  $\Delta a_m^I$  verbesserte Winkel  $\varphi_m^{II}$  und  $\psi_m^{II}$  bestimmen und erhält schliesslich neue Feldweitenänderungen  $\Delta a_m^{II}$ , die in der Regel schon ausreichend genau sein werden, um daraus die endgültigen Neigungswinkel zu berechnen.

Eine anschauliche bildliche Darstellung dieses Iterationsverfahrens und seiner Konvergenz zeigt Abbildung 3. Der Einfachheit halber wird ein Seil, das zunächst ohne Last und daher durch den Horizontalzug  $H_0$  straff gespannt ist, mit nur einer Einzellast  $P$  belastet. Lässt man zunächst die Feldweitenänderung unberücksichtigt ( $\Delta a = 0$ ), so würde — bei lotrechtem Lastweg und unverschiebbaren Lagern — das Seil die Lage 1-1 einnehmen. Diese Lage ist aber mit den geometrischen Bedingungen nicht verträglich, da die Länge der beiden Seilstrahlen ja gegeben ist (der Einfachheit halber wird ein dehnungsloses Seil vorausgesetzt, da die Berücksichtigung der Seildehnung an der Konvergenzbeobachtung nichts ändert). Das Auftragen der richtigen Seillängen bedingt eine Parallelverschiebung des Seilstrahles 1 nach 1' während  $E$  in die neue Lage  $E^I$  kommt. Um die richtige Höhenlage von  $E$  herzustellen, ist nun eine lotrechte Verschiebung des Seilzuges notwendig. Trägt man nun wieder Seilstrahlängen ab, so wird 2



**Abb. 3.** Bildliche Darstellung des Iterationsverfahrens.

parallel nach 2' verschoben, wodurch der Endpunkt nach E<sup>II</sup> kommt. Das Verfahren wird nun solange fortgesetzt, bis E genügend genau in der richtigen Höhe liegt. Sind System und Belastung symmetrisch, so ist von vornherein eine Erfüllung der Höhenbedingung möglich. Der erste Iterationsgang gibt also bereits das endgültige Ergebnis.

Aus dieser figuralen Darstellung, die natürlich auch auf viele Lasten in beliebiger Richtung ergänzt werden könnte, erkennt man, dass umso weniger Iterationsschritte erforderlich sein werden, je mehr sich System und Belastung dem Symmetriefall nähern. Auch eine Verminderung der Steilheit der Geraden AE bedingt eine noch bessere Konvergenz des Verfahrens.

Die Konvergenz lässt sich allerdings auch noch auf folgende Art verbessern. Man sucht für  $\Delta a_m^0$  genäherte Ausgangswerte für den ersten Rechnungsgang, wobei man trachtet in Gleichung (11) statt der Cosinuswerte der Neigungswinkel deren Tangenten einzuführen. Dies geschieht durch Vernachlässigung der Quadrate der Verschiebungswege — beim Uebergang von der Ausgangslage in die Endlage — gegenüber den Produkten aus Verschiebungsweg und entsprechender Koordinate. Es wird also z.B.  $\Delta a^2$  gegenüber  $a \cdot \Delta a$  vernachlässigt. Man erhält dann nach kurzer Zwischenrechnung :

$$\frac{\Delta a_m}{a_m} \approx \frac{\Delta s_m}{s_m} - \frac{a_m^2}{s_m^2} [\operatorname{tg} \varphi_{m0} (\operatorname{tg} \varphi_m - \operatorname{tg} \varphi_{m0}) + \operatorname{tg} \psi_{m0} (\operatorname{tg} \psi_m - \operatorname{tg} \psi_{m0})]. \quad (12)$$

Setzt man noch

$$\frac{\Delta s_m}{s_m} \approx \frac{H_{mp}}{E'F_m \cos \varphi_{m0} \cos \psi_{m0}} + \varepsilon_t \cdot t$$

und führt Gl. (12) in die Gl. (7) und (8) ein, so wird :

$$\sum_1^n a_m \left\{ 1 + \frac{\Delta s_m}{s_m} - \frac{a_m^2}{s_m^2} \left[ \operatorname{tg} \varphi_{m0} \frac{H}{H_m} \left( \operatorname{tg} \varphi_1 - \frac{\vartheta_m}{H} \right) - \operatorname{tg}^2 \varphi_{m0} \right. \right. \\ \left. \left. + \operatorname{tg} \psi_{m0} \frac{H}{H_m} \left( \operatorname{tg} \psi_1 - \frac{\vartheta_m}{H} \right) - \operatorname{tg}^2 \psi_{m0} \right] \right\} \cdot \frac{H}{H_m} \left( \operatorname{tg} \varphi_1 - \frac{\vartheta_m}{H} \right) = v + \Delta v \quad (13)$$

$$\sum_1^n a_m \left\{ 1 + \frac{\Delta s_m}{s_m} - \frac{a_m^2}{s_m^2} \left[ \operatorname{tg} \varphi_{m0} \frac{H}{H_m} \left( \operatorname{tg} \varphi_1 - \frac{\vartheta_m}{H} \right) - \operatorname{tg}^2 \varphi_{m0} \right. \right. \\ \left. \left. + \operatorname{tg} \psi_{m0} \frac{H}{H_m} \left( \operatorname{tg} \psi_1 - \frac{\vartheta_m}{H} \right) - \operatorname{tg}^2 \psi_{m0} \right] \right\} \cdot \frac{H}{H_m} \left( \operatorname{tg} \psi_1 - \frac{\vartheta_m}{H} \right) = w + \Delta w. \quad (14)$$

Man erhält schliesslich zwei quadratische Gleichungen für  $\operatorname{tg} \varphi_1$  und  $\operatorname{tg} \psi_1$  von folgender Bauart :

$$A_\varphi \operatorname{tg}^2 \varphi_1 + A_\psi \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \psi_1 - B_\varphi \operatorname{tg} \varphi_1 - C_\varphi \operatorname{tg} \psi_1 + D_v = 0 \quad (15)$$

$$A_\psi \operatorname{tg}^2 \psi_1 + A_\varphi \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \psi_1 - B_\psi \operatorname{tg} \psi_1 - C_\psi \operatorname{tg} \varphi_1 + D_w = 0 \quad (16)$$

aus denen  $\operatorname{tg} \varphi_1$  und  $\operatorname{tg} \psi_1$  berechnet werden kann. Die hierbei erforderliche Auflösung einer Gleichung vierten Grades ist jedoch ziemlich langwierig, sodass man in der Regel die Rechnung mit  $\Delta a^0 = 0$  beginnen wird und lieber einen Iterationsgang mehr durchführt.

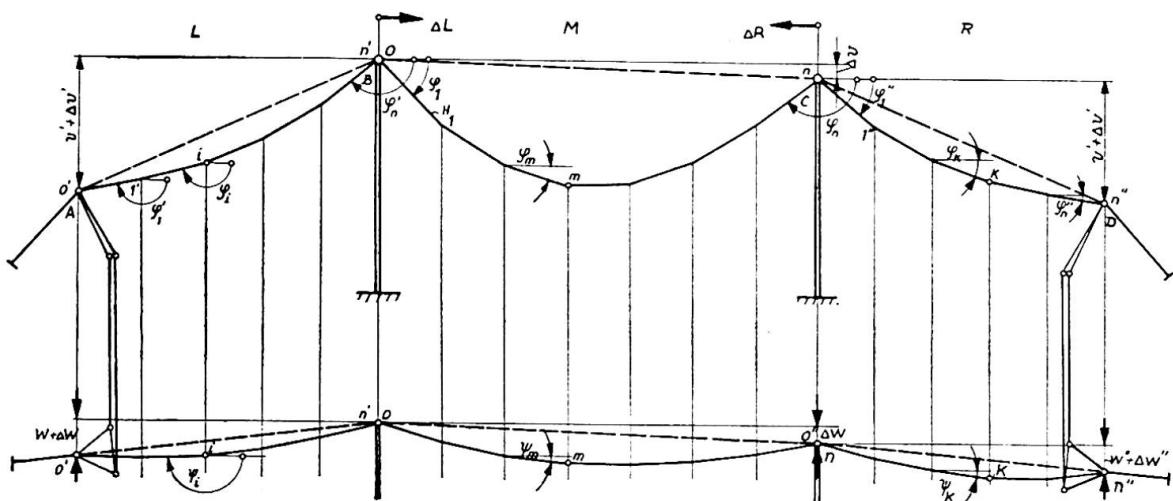


Abb. 4. Hängebrücke mit Außenöffnung und räumlicher Seilführung.

#### Bestimmung des Horizontalzuges

Die graphische Bestimmung des Horizontalzuges wird für eine Hängebrücke mit 3 Öffnungen und eingespannten Stahlpylonen gezeigt. Mit den Bezeichnungen von Abbildung 4 werden die Verschiebungen der Pylonenspitzen B und C in Richtung der X-Achse :

##### Linke Seitenöffnung

$$\Delta L = \sum_{i=1'}^{l=n'} \Delta a_i + \xi_A; \quad (17)$$

##### Rechte Seitenöffnung

$$\Delta R = \sum_{k=1''}^{k=n''} \Delta a_k + \xi_D; \quad (18)$$

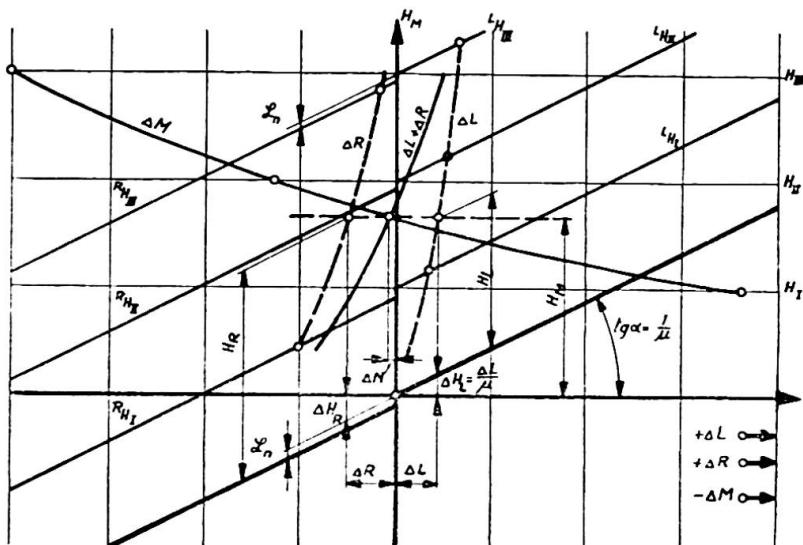
##### Mittelöffnung

$$\Delta M = \sum_{m=1}^{m=n} \Delta a_m. \quad (19)$$

Da diese Verschiebungen für verschiedene angenommene Horizontalzüge berechnet wurden, können die Kurven

$$\Delta L + \Delta R = f(H) \quad \text{und} \quad \Delta M = \varphi(H)$$

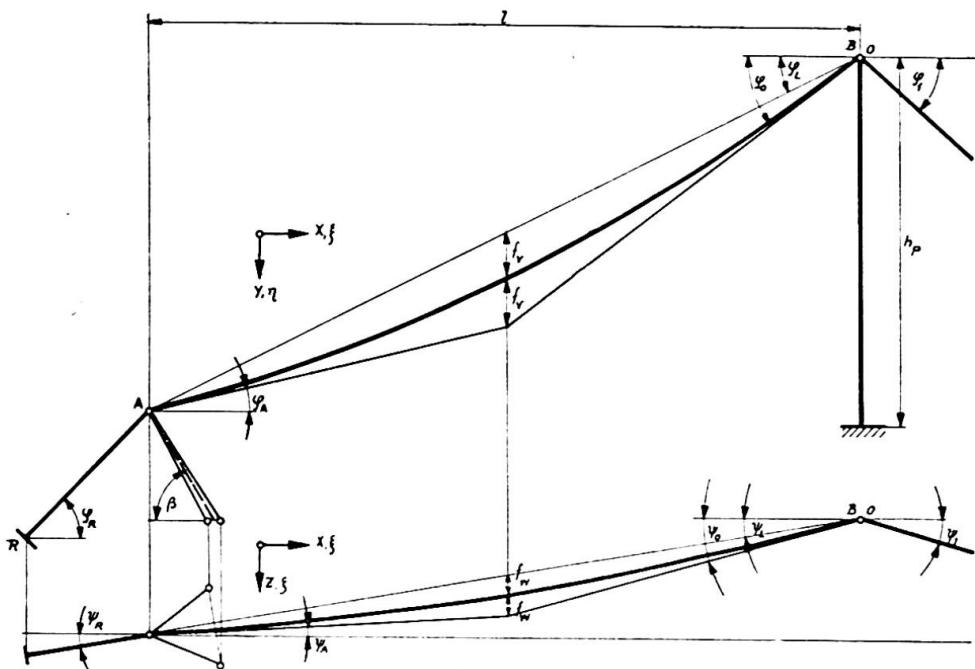
aufgetragen werden. Die Auflösung der Gleichung  $\Delta M = \Delta L + \Delta R$  d.h. die Ordinate des Schnittpunktes der beiden Kurven gibt sodann den tatsächlichen vorhandenen Horizontalzug. Bei eingespannten Pylonen muss hierbei beachtet werden, dass die Horizontalzüge links und rechts von den Pylonen um jene Kräfte  $\Delta H_L$  und  $\Delta H_R$  verschieden sind, welche die Pylonen bei ihrer Ausbiegung um die Masse  $\Delta L$  und  $\Delta R$  aufnehmen. Ist  $\mu$  die Federkonstante der Pylone (die Ausbiegung, welche von der Kraft 1 t



**Abb. 5.** Graphische Ermittlung des Horizontalzuges.

erzeugt wird), so ist in den Aussenöffnungen eine Drehung der  $\Delta$ -Achse um den Winkel  $\alpha$  erforderlich, wobei gilt:  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\mu}$ . Ferner muss die

$\Delta$ -Achse für die rechte Aussenöffnung noch um den Betrag  $\mathcal{L}_n = \sum_m L_m$  parallel verschoben werden, um zu berücksichtigen, dass positive Horizontallasten der Mittelöffnung den Horizontalzug an der linken Pylone um ihre Summe vermehren. In Abbildung 5 ist die Bestimmung des Horizontalzuges durchgeführt. Für drei angenommene Horizontalzüge am Beginn der Mittelöffnung  $H_I$ ,  $H_{II}$  und  $H_{III}$  werden nach Abschnitt B die Werte  $\Delta L$ ,  $\Delta R$  und  $\Delta M$  berechnet und die Kurven  $\Delta L$ ,  $\Delta R$  und  $\Delta M$  gezeichnet. Hierbei ist zu beachten, dass die Kurvenpunkte für  $\Delta L$  auf den um den Winkel  $\alpha$  gedrehten Geraden  ${}^L H_I$ ,  ${}^L H_{II}$  und  ${}^L H_{III}$  liegen, während die entsprechenden Punkte für  $\Delta R$  sich auf den um  $\alpha$  gedrehten und um  $\mathcal{L}_n$  parallel nach abwärts verschobenen Geraden  ${}^R H_I$ ,  ${}^R H_{II}$  und  ${}^R H_{III}$  befinden. Sodann wird die Summenkurve  $\Delta L + \Delta R$  gezeichnet und mit der Kurve  $\Delta M$  zum Schnitt gebracht. In Abbildung 5 sind die dem Schnittpunkt entsprechenden Werte der Verschiebungen  $\Delta L$ ,  $\Delta M$  und  $\Delta R$ , sowie die zugehörigen Horizontalzüge  $H_L$ ,  $H_M$  und  $H_R$  eingetragen. Das Wertetripel der angenommenen Horizontalzüge muss für den ersten Iterationsgang so gewählt werden, dass der — sich als Lösung ergebende — Horizontalzug dazwischen liegt. Da zunächst nur rohe Schätzungen des Horizontalzuges vorliegen, werden die Intervalle zwischen  $H_I$ ,  $H_{II}$  und  $H_{III}$  entsprechend gross sein, wodurch natürlich die Lösung ungenau wird. Man wird sich daher für den zweiten Iterationsgang diese erste Lösung für  $H$  zu Nutze machen und die Wertetripel für  $H$  nunmehr dicht beieinander annehmen können, sodass man mit Hilfe des graphischen Verfahrens eine ausreichende Genauigkeit erzielen kann. Meist ist es sogar besser, die zweite Iteration nur mehr mit dieser ersten Lösung durchzuführen (vgl. d. Zahlenbeispiel).



**Abb. 6.** Räumliche Seilführung der Außenöffnung einer Hängebrücke bei Gleichlast.

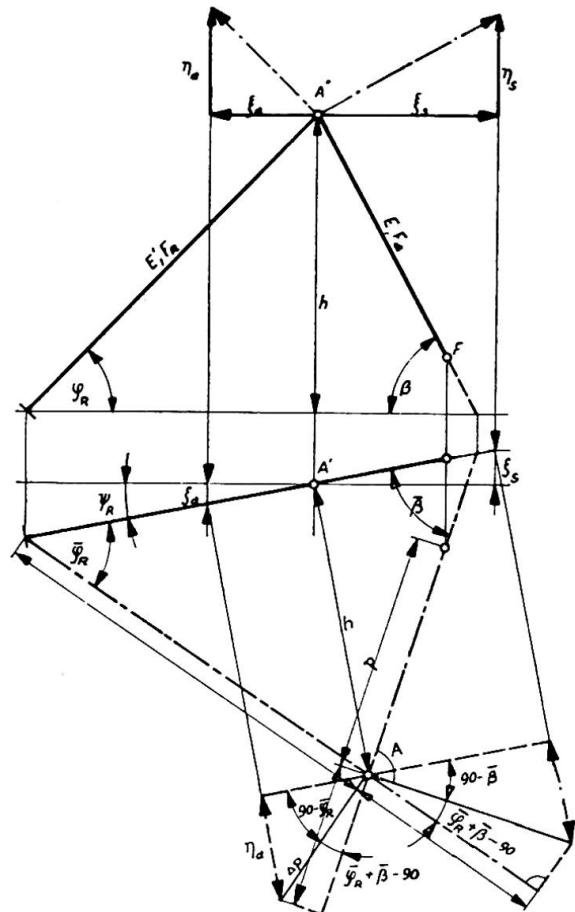
#### Nachgiebigkeit der Verankerung und der Pylone

Um die Verhältnisse nicht unnötig zu komplizieren, wird nach Abbildung 6 angenommen, dass das Kabel im Punkt A über einen Pendelbock (Zweibock) umgelenkt wird, dessen Symmetrieebene in der lotrechten Ebene durch die Sehne des Kabelstückes AB liegt. Auch wird mit einer mittleren aber gleichen Verformung der beiden Stiele des Zweibockes gerechnet. Da die Verschiebungen des Punktes A in den praktisch in Frage kommenden Fällen nicht sehr ins Gewicht fallen, können auch abweichende Anordnungen der Pendelböcke mit ausreichender Genauigkeit durch das angenommene symmetrische System ersetzt werden. In Abbildung 7 ist die Kabelumlenkung durch einen Pendelbock und die Rückverankerung in Grund- und Aufriss dargestellt, wobei auch die Umlegung in die Grundrissalebene eingezeichnet ist. Das Zweibein kann hierbei — unter Beachtung der vorstehend gemachten Voraussetzungen — durch einen Stab ersetzt werden, dessen Querschnittsfläche  $F_a$  so gewählt wird, dass er die selbe Zusammendrückung erleidet wie das Zweibein. Bezeichnet  ${}^A H_p$  den Horizontalzug rechts von A infolge der Montagebelastung (in Abbildung 7 in der Umlegung in die Aufrissalebene dargestellt), so folgt aus dem räumlichen Kräftepolygon die Kraft im Rückverankerungsseil:

$$S_p = {}^A H_p \cdot \frac{\cos \bar{\beta}}{\sin (\bar{\varphi}_R + \bar{\beta})} (\operatorname{tg} \varphi_A + \operatorname{tg} \beta) \quad (20)$$

und die Kraft im Pendel:

$$A_p = {}^A H_p \cdot \frac{\cos \bar{\varphi}_R}{\sin (\bar{\varphi}_R + \bar{\beta})} (\operatorname{tg} \varphi_R - \operatorname{tg} \varphi_A). \quad (21)$$



**Abb. 7.** Bestimmung der Verschiebungskomponenten für die Rückverankerung.

Man erhält sodann nach einiger Zwischenrechnung die drei Komponenten der Verschiebungen des Punktes A zu :

$$\xi_{Ap} = {}^A H_p \cdot \frac{\cos \psi_R}{\sin^2 (\varphi_R + \beta)} \cdot \left[ \frac{s \cdot \sin \bar{\beta} \cdot \cos \bar{\beta}}{E' F_R} (\operatorname{tg} \varphi_A + \operatorname{tg} \beta) + \frac{p \cdot \sin \bar{\varphi}_R \cdot \cos \bar{\varphi}_R}{E \cdot F_A} (\operatorname{tg} \varphi_R - \operatorname{tg} \varphi_A) \right] \quad (22)$$

$$\eta_{Ap} = - \frac{{}^A H_p}{\sin^2 (\varphi_R + \beta)} \left[ \frac{s \cdot \cos^2 \bar{\beta}}{E' F_R} (\operatorname{tg} \varphi_A + \operatorname{tg} \beta) - \frac{p \cdot \cos^2 \bar{\varphi}_R}{E \cdot F_A} (\operatorname{tg} \varphi_R - \operatorname{tg} \varphi_A) \right] \quad (23)$$

$$\zeta_{Ap} = - \xi_{Ap} \cdot \operatorname{tg} \psi_R . \quad (24)$$

Tritt ausserdem eine Temperaturänderung der Rückverankerung um  $t^\circ \text{C}$  ein, so ergeben sich die folgenden zusätzlichen Verschiebungskomponenten :

$$\xi_{At} = \epsilon_t \cdot t \cdot \frac{\cos \psi_R}{\sin (\varphi_R + \beta)} (s \cdot \sin \bar{\beta} - p \cdot \sin \bar{\varphi}_R) \quad (25)$$

$$\eta_{At} = - \epsilon_t \cdot t \cdot \frac{1}{\sin (\varphi_R + \beta)} (s \cdot \cos \bar{\beta} + p \cdot \cos \bar{\varphi}_R) \quad (26)$$

$$\zeta_{At} = - \xi_{At} \cdot \operatorname{tg} \psi_R . \quad (27)$$

$E'$  und  $E$  bedeuten hierbei die Elastizitätsmoduli von Kabel und Stützbock und  $F_B$  die Querschnittsfläche des Kabels.

Zur Ermittlung der Nachgiebigkeit der Pylonenspitzen B für den Fall, dass die Aussenöffnung nicht durch Montagelasten belastet ist, muss zunächst die Horizontalverschiebung  $\Delta l$  eines in A (Abb. 6) starr festgehaltenen Kabels ermittelt werden. Für ein Element  $ds$ , das die Längenänderung  $\Delta ds$  mit den Verschiebungskomponenten  $d\xi$ ,  $d\eta$  und  $d\zeta$  erfährt, besteht die einfache geometrische Beziehung :

$$2 ds \cdot \Delta ds = 2 dx \cdot d\xi + 2 dy \cdot d\eta + 2 dz \cdot d\zeta + d\xi^2 + d\eta^2 + d\zeta^2. \quad (28)$$

Daraus wäre  $d\xi$  zu berechnen und über die ganze Seitenöffnung zu integrieren. Vernachlässigt man  $d\xi^2$  gegen die anderen Größen der rechten Gleichungsseite, was allerdings nur für nicht zu grosse Pfeiländerungen beim Uebergang von der Ausgangslage in die Endlage zulässig ist, und setzt :

$$\Delta ds = \varepsilon t ds + \frac{ds}{E' F \cos \varphi \cos \psi}, \quad y' = \operatorname{tg} \varphi \quad \text{und} \quad z' = \operatorname{tg} \psi,$$

so wird nach einiger Umformung :

$$\begin{aligned} \Delta l = \int_0^l d\xi &= \varepsilon t \int_0^l \frac{dx}{\cos^2 \varphi \cdot \cos^2 \psi} + \frac{H_p}{E' F} \int_0^l \frac{dx}{\cos^3 \varphi \cos^2 \psi} - \int_0^l \operatorname{tg} \varphi d\eta \\ &\quad - \int_0^l \operatorname{tg} \psi d\zeta - \frac{1}{2} \int_0^l (\eta'^2 + \zeta'^2) dx \end{aligned} \quad (29)$$

Nimmt man als Seilkurve eine Parabel an und entsprechen in der Ausgangslage den Lastkomponenten für den laufenden Meter  $v'_0$  und  $w'_0$ , die Pfeilhöhen  $f_{v0}$  und  $f_{w0}$ ; während in der Endlage den Lasten  $v'$  und  $w'$  die Pfeilhöhen  $f_v$  und  $f_w$  (Abb. 6) zugeordnet sind, so wird für die Aufrissprojektion :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \operatorname{tg} \varphi_l + \frac{4 f_{v0}}{l^2} (l - 2x); \quad d\eta = \frac{4 \Delta f_v}{l^2} (l - 2x) dx; \\ \Delta f_v &= f_v - f_{v0} = \frac{l^2}{8} \left( \frac{v'}{H} - \frac{v'_0}{H_0} \right) \end{aligned}$$

während für die Grundrissprojektion sinngemäss  $\varphi$  durch  $\psi$  und  $v$  durch  $w$  zu ersetzen ist. Man erhält dann nach einiger Zwischenrechnung den Näherungswert :

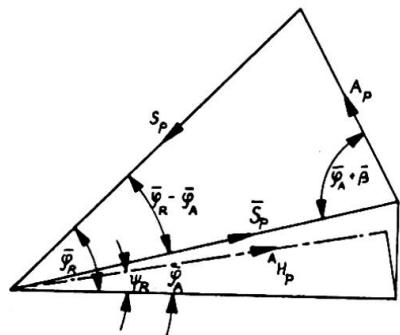
$$\begin{aligned} \Delta l &\approx l \left[ 1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_l + \operatorname{tg}^2 \psi_l + \frac{16}{3 \cdot l^2} (f_{v0}^2 + f_{w0}^2) \right] \cdot \left( \frac{H_p}{\cos \varphi_l \cdot \cos \psi_l \cdot E' F} + \varepsilon t \right) \\ &\quad - \frac{16}{3 \cdot l} \left( \Delta f_v \cdot f_{v0} + \Delta f_w \cdot f_{w0} + \frac{1}{2} \Delta f_v^2 + \frac{1}{2} \Delta f_w^2 \right). \end{aligned} \quad (30)$$

Die Verschiebungskomponenten des Punktes B in der X- und Y-Richtung werden dann :

$$\xi_B = \xi_A + \Delta l - (\eta_A - \eta_B) \operatorname{tg} \varphi_l - (\zeta_A - \zeta_B) \operatorname{tg} \psi_l, \quad (31)$$

$$\eta_B = -\varepsilon_t \cdot t \cdot h_p + H_p \cdot \frac{h_p}{E F_p} \left( \operatorname{tg} \varphi_l + \frac{v' l}{2 H} + \operatorname{tg} \varphi_l \right). \quad (32)$$

**Abb. 8.** Räumliches Krafteck zur Ermittlung des Horizontalzuges.



Zur Bestimmung der Verschiebungskomponente in der Z-Richtung müssen bestimmte Annahmen getroffen werden. Für den vorliegenden Fall wird zunächst eine symmetrische seitliche Verformung der beiden Kabel vorausgesetzt und mit gleichem Horizontalzug in den beiden Tragwänden gerechnet. Weichen die tatsächlichen Verhältnisse hiervon ab — wie z.B. bei schräger Hängerführung in Brückenquerrichtung — so muss diese Tatsache durch nachträgliche Einführung dieser Verschiedenheiten berücksichtigt werden, was zweckmäßig beim zweiten Iterationsgang erfolgt. Mit

$$\zeta_B = H \cdot \nu_p \left( 2 \operatorname{tg} \psi_1 - \frac{2 \zeta_B}{l} + \frac{w' l}{H} \right) + \epsilon_t \cdot t \cdot b_p$$

wird die gesuchte Verschiebungskomponente :

$$\zeta_B = \epsilon_t \cdot t \cdot b_p + \frac{H \cdot \nu_p}{1 + 2 \cdot H \frac{\nu_p}{l}} \left( 2 \operatorname{tg} \psi_1 + \frac{w' l}{H} \right) \quad (33)$$

$\nu_p$  bedeutet hierbei die Federkonstante gegen ein seitliches Verschieben der Pylone und  $b_p$  die halbe Pylonenbreite.

Für die drei angenommenen Horizontalzüge des ersten Iterationsganges wird von den Verschiebungskomponenten nur der Anteil  $\xi_B = \xi_A + \Delta l$  berücksichtigt und erst für das daraus nach Abbildung 5 ermittelte  $H^*$  werden die drei Komponenten nach den Gleichungen (31) bis (33) in die weitere Rechnung eingeführt.

Ist die Pfeiländerung in der Außenöffnung beim Übergang von der Ausgangslage in die Endlage verhältnismässig gross, so wird die vorstehende Näherung unbrauchbar. Man kann dann die Horizontalverschiebung  $\Delta l$  aus der Seillänge in dieser Öffnung bestimmen. Für die Ausgangslage ist diese Seillänge (Abb. 6) :

$$L_0 \approx l_0 \left[ 1 + \frac{8}{3 l_0^2} (f_v'^2 + f_w'^2) \right]$$

wenn für

$$l_0 = l_0 (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_{l_0} + \operatorname{tg}^2 \psi_{l_0})$$

gesetzt wird. Ebenso ist für die Endlage :

$$L = L_0 + \Delta L_t + \Delta L_p \approx l \left[ 1 + \frac{8}{3 l^2} (f_v'^2 + f_w'^2) \right] \quad (35)$$

daraus ist :

$$l \approx \frac{L}{2} + \sqrt{\frac{L^2}{4} - \frac{8}{3} (f_v'^2 + f_w'^2)}$$

und die horizontale Stützweite der Endlage :

$$l = \ell \sqrt{1 - \tan^2 \varphi_i - \tan^2 \psi_i}.$$

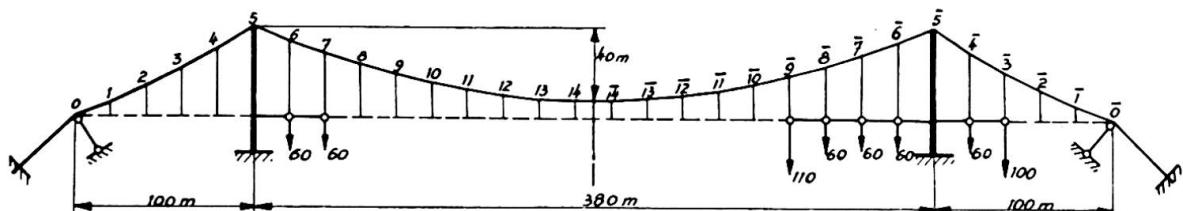
Man erhält schliesslich die gesuchte Verschiebung der Pylonenspitze aus :

$$\Delta l = l - l_0.$$

Sind die Aussenöffnungen durch Montagelasten belastet oder ist der Durchhang und seine Änderung so beträchtlich, dass beide Näherungen ungenaue Werte ergeben, so wird man — wie für die Mittelöffnung — das Iterationsverfahren auch für die Aussenöffnung anwenden.

#### Zahlenbeispiel

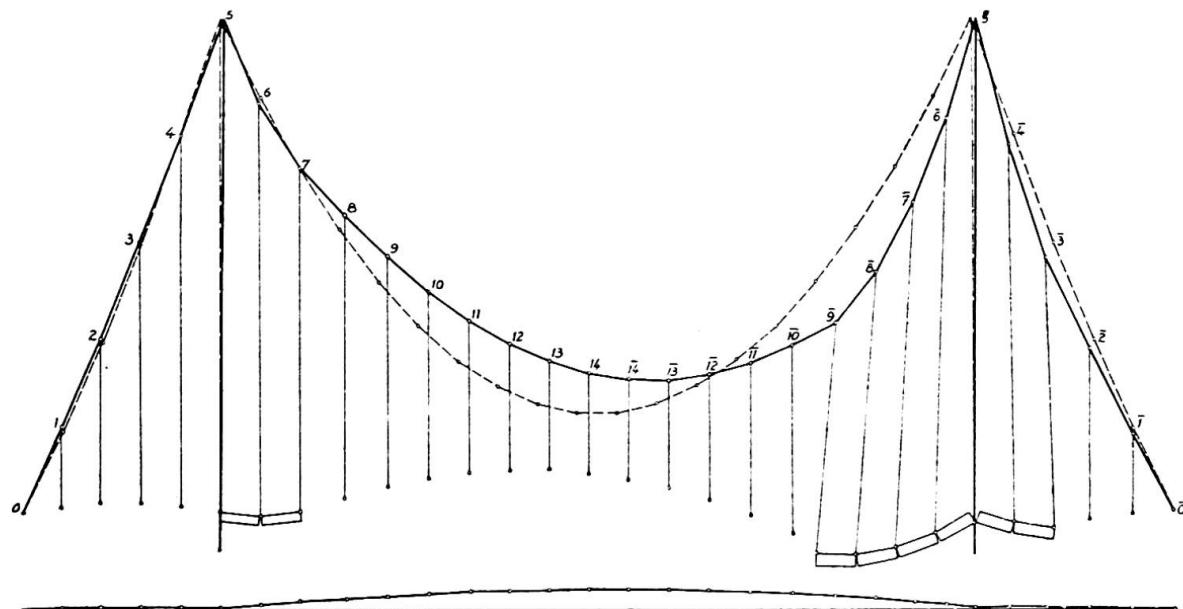
Dieses wurde für den Montagezustand (Versteifungsträgermontage) einer Hängebrücke mit den Abmessungen und Belastungen von Abbildung 9 durchgerechnet. Es wurde der für das Iterationsverfahren ungünstigere Fall eines unsymmetrischen Montagefortschrittes (Voreilen der Montage in der rechten Brückenhälfte) angenommen. Der Gang der Berechnung soll hier kurz geschildert werden.



**Abb. 9.** Annahme des Zahlenbeispieles :  
Die lotrechte Belastung der Ausgangslage beträgt 27 t je Knoten.

1. Für die drei Horizontalzüge 800 t, 900 t und 1 000 t wird unter Vernachlässigung der Kabeldehnung und der hier nur kleinen Querlasten der erste Iterationsschritt durchgerechnet, wobei die — durch Schrägstellung der Hängeseile verursachten — Längskräfte nur roh geschätzt wurden. Da die Konvergenz des Iterationsverfahrens in der Aussenöffnung schlechter ist, als in der Mittelöffnung, wird für erstere sogleich noch ein zweiter Rechnungsgang durchgeführt, während für die Mittelöffnung die Werte aus dem ersten Rechnungsgang beibehalten werden. Es genügt den zweiten Gang für nur zwei Horizontalzüge durchzuführen, da im vorliegenden Fall das zu erwartende  $H$  im wesentlichen durch die Mittelöffnung bestimmt wird. Für beide Rechnungsgänge kann der Einfluss der Kabeldehnung angenähert unter Vernachlässigung des Kabeldurchhangs ermittelt werden. Die Genauigkeit des Rechenschiebers ist völlig ausreichend. Die angegebene zeichnerische Ermittlung des Horizontalzuges für die einzelnen Öffnungen wird anschliessend vorgenommen. Man erhält für die drei Öffnungen :

$$H_L = 910 \text{ t}, \quad H_M = 926 \text{ t}, \quad H_R = 957 \text{ t}.$$



**Abb. 10.** Zahlenbeispiel : Räumliche Ausgangs- und Endlage des Kabels (Höhen und Verschiebungen sind fünffach verzerrt).

Die mit diesen Horizontalzügen ermittelten Verschiebungen der Ankerpunkte und die Verschiebungskomponenten  $\gamma$  und  $\zeta$  der Pylonenspitzen gehen nunmehr als feste Randbedingungen in den zweiten Iterationsgang ein.

2. Vor Beginn der zweiten Iteration werden — zur Bestimmung der Schräglage der Hänger und der daraus entstehenden Horizontallasten am Kabel — die Aenderungen der Feldweiten ( $\Delta a$ ) bestimmt. Die diesbezüglichen Annahmen der ersten Iteration können so berichtigt werden. Der zweite Iterationsgang wird nun (auf 4 Stellen genau) durchgeführt, wobei alle Einflüsse erfasst werden. Im vorliegenden Fall ergab sich, dass — trotz der angenommenen starken Unsymmetrie des Montagefortschrittes — bereits die Genauigkeit dieses Rechnungsganges praktisch ausreicht. Es erwies sich als zweckmäßig, diesen Iterationsgang nur mehr mit dem aus der ersten Iteration bestimmten Horizontalzug  $H^*$  durchzurechnen und die nochmalige graphische Bestimmung des vorhandenen Horizontalzuges nach Abbildung 5 so vorzunehmen, dass man an Stelle der Kurven  $\Delta M$  und  $\Delta L + \Delta R$  nur mehr mit den Tangenten an der Stelle  $H^*$  arbeitet, deren Neigung parallel zu den entsprechenden Tangenten und die beim ersten Iterationsschritt ermittelten Kurven angenommen wird.

In Abbildung 10 ist die räumliche Seillage (Ausgangs- und Endlage) für das behandelte Beispiel eingetragen. Man erkennt, dass die einzelnen Knotenpunkte beträchtliche Horizontalverschiebungen erleiden und dass insbesondere der Einfluss, der aus der Schräglage der Hänger entstehenden Horizontalkräfte nicht vernachlässigt werden darf.

#### Résumé

Ce mémoire traite du cas général du câble suspendu en deux ou plusieurs points élastiques sous l'effet de charges spatiales quelconques, avec application particulière concernant l'étude du montage des ponts

suspendus (câbles et efforts horizontaux). L'auteur développe une méthode par itération donnant une solution rapide pour tous les cas rencontrés en pratique. La position du câble se calcule en admettant des efforts horizontaux; ceux-ci seront alors déterminés graphiquement. Un exemple numérique indique le procédé à suivre pour l'application de cette méthode.

### Zusammenfassung

Die Arbeit behandelt den allgemeinen Fall des an zwei oder mehreren nachgiebigen Punkten aufgehängten Seiles unter beliebiger Belastung im Raum und die spezielle Anwendung des entwickelten Berechnungsganges auf die Untersuchung der Montagezustände (Kabellagen und Horizontalzüge) von Hängebrücken. Es wird eine Iterationsverfahren entwickelt, das für alle praktisch vorkommenden Fälle sehr rasch zum Ziele führt. Die Bestimmung der Seillage erfolgt hierbei für angenommene Horizontalzüge. Der vorhandene Horizontalzug wird sodann durch ein graphisches Verfahren bestimmt. Ein Zahlenbeispiel zeigt den praktischen Gang der Rechnung und die Brauchbarkeit der Methode.

### Summary

This paper deals with the general case of a cable suspended from two or more elastic points, under the effect of any kind of spatial loads, applying particularly to the study of erecting suspension bridges (cables and horizontal stresses). The author explains an iteration method which gives a rapid solution to all the cases encountered in actual practice. The position of the cable is calculated by assuming there are horizontal stresses; these are then determined graphically. A numerical example indicates the process to be followed in applying this method.

## IIIb3

**Corrections à l'équation de Melan**

**Korrektionen zu der Gleichung von Melan**

**Corrections to Melan's equation**

S. O. ASPLUND  
Orebro

I should like to say a few words on the corrections to Melan's equation in suspension bridge analysis.

Until this morning my opinion was that the deflection theory analysis of a suspension bridge is best carried through by using influence lines on the basis of Melan's fundamental equation and assuming inextensible cables. Melan's equation is founded upon several assumptions that do not quite agree with actual conditions. The corrections for these assumptions are generally small. It seems to me that they should not be treated all together but one by one, and be finally added.

That will make the whole procedure clearer. Corrections for different disturbances may be compared from case to case and often they may be estimated without much or any computations or they may be neglected.

Influence lines based on Melan's equation and inextensible cables will be the simplest and they have the great advantage of being applicable to all bridges with different cables.

In using such influence lines the first correction will be for the cable yield (by elastic extension, temperature and anchorage displacements). These corrections are generally small and their rational application has been clearly demonstrated in recent literature.

Similarly the span interaction terms in multiple span bridges can be carried to the same cable yield correction.

That makes possible a very rational treatment of multiple-span bridges by the immediate use of the influence lines of the one-span bridge.

The influence of and correction for stiff towers has been carefully investigated by a great many authors. They have found rather small corrections, in practical cases on the order of one per cent.

In the calculation of the horizontal pull Melan's theory assumes equal suspender forces. That introduces an error, as pointed out by Krivoshein. For a special bridge it has been calculated by myself not to exceed two per cent for the deflections and a fraction of one per cent for the moments.

The effect of the suspender elongation and of the tower shortening under live load is generally neglected.

Moissief (Johnson, Bryan, and Turneaure) finds a negligible gain in accuracy by considering this effect. Steinman estimates the correction to be a small decimal of one per cent. Mabilleau arrives at the conclusion that the elasticity of the suspenders and towers is of negligible influence upon the stresses. Klöppel and Lie in a particular case find a correction to moments of 0.15 %. However, in his paper in the *Preliminary Publication* Crosthwaite in a particular case finds that the shear increases by 4 % near the towers, which is notable. It may very well be so, and it will be interesting to verify this figure.

When a suspension bridge is loaded the inclination of its suspenders will change, which changes the horizontal force. Klöppel and Lie and Stüssi and Amstutz have investigated this disturbance both theoretically and numerically. It is generally small but depends greatly upon the length of the shortest hangers.

Of all other corrections to be applied I only want to mention the correction to Melan's equation due to the angular deviation of the cable elements. It can be separately evaluated as has been demonstrated in the *Preliminary Publication*.

To-day Professor Stüssi has laid forth a very interesting funicular polygon method for the suspension bridge analysis. When using his method it may be more expedient not to segregate each correction and I think one should not insist upon that because of the obvious advantage of his method of solving a statical problem by means of statical instead of by more mathematical methods.

Professor Stüssi's method deserves full consideration and application, but it would be regrettable if interest is lost in the development of the classical differential equation method which still may be or may become the most serviceable in many instances. It seems desirable not to cut off any line of development but to proceed on both.

### Résumé

L'équation de Melan est basée sur des hypothèses qui constituent des approximations. Les termes correctifs sont en général faibles. On peut toutefois les évaluer un à un et les ajouter aux résultats obtenus par l'équation de Melan.

### Zusammenfassung

Die Gleichung von Melan ist auf Annäherungen gegründet. Die Korrektionsfaktoren sind im allgemeinen sehr gering und können separat abgeschätzt werden um mit den ersten Ergebnissen der Gleichung von Melan zusammengerechnet werden zu können.

### Summary

Melan's equation is founded upon several assumptions that do not quite agree with actual conditions. The corrections for these assumptions are generally small. It seems that they could be treated one by one, and be finally added.

## IIIc1

**Le montage de la travée centrale  
du pont sur le Mississippi près de Dubuque (Iowa)**

**Die Montage der Mittelöffnung  
der Mississippi-River-Bridge bei Dubuque (Iowa)**

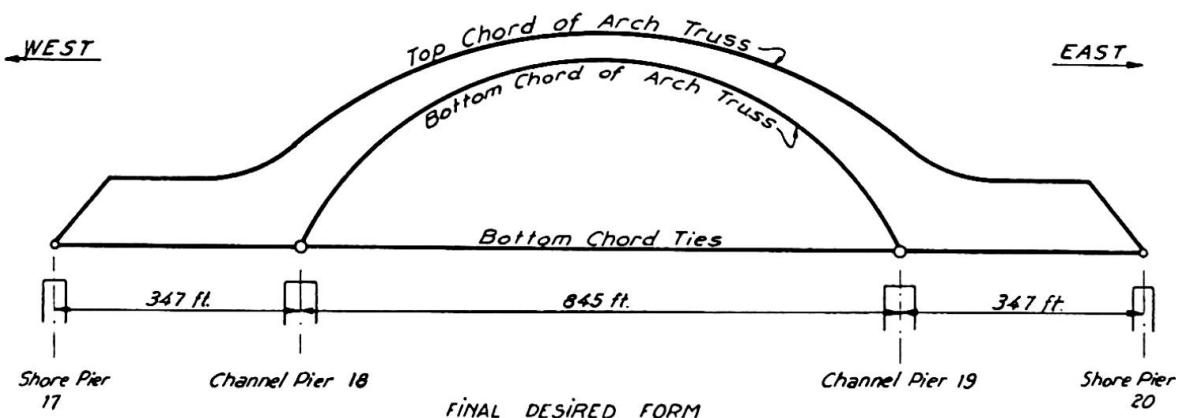
**Erection of the main span  
of the Mississippi river bridge at Dubuque (Iowa)**

ERNEST E. HOWARD  
Kansas City

The Julien Dubuque highway traffic bridge across the Mississippi River from Dubuque, Iowa to east Dubuque, Illinois, has a total length of 7 082 ft. It provides for two lanes of vehicular traffic on a roadway 24 ft wide between curbs. It has one 6 ft over-all sidewalk and on the opposite side of the roadway a curb 2 ft wide, making a total of 32 ft between handrails. The structure is made up of steel girder spans and all-riveted truss spans supported on concrete piers. Roadway and sidewalk floor slabs are of reinforced concrete.

The principal feature of this bridge is a three-span continuous through truss structure having a total length of 1 539 ft, with a central tied arch span of 845 ft and two end spans each 347 ft. Trusses are 35 ft centers. This type of structure, well-known in Europe, is not common in America. This is said to be the longest continuous truss span in the world. The length and positioning of this span was fixed by navigation requirements, here unusually severe because of the docks immediately at the bridge site. It is the longest channel span of any bridge across the Mississippi River except only the Natchez and Baton Rouge bridges.

This type of span was selected after studies of various possible structures, because of its comparable economy, its pleasing appearance, and its inherent advantages for erection. The design provided for such erection by a program which needed a minimum amount of additional metal incorporated in the members of the structure to provide for erection stresses. The total steel in this 1 539 ft span is 4 225 tons (2 000 lbs). This total includes only 200 tons above the minimum required for the final service of the span.

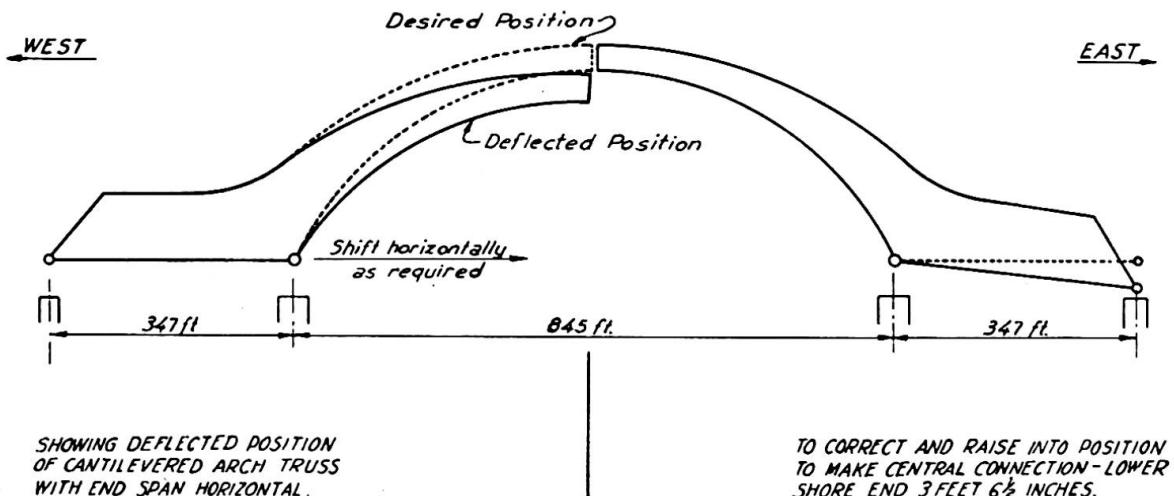


**Diagram I.** General form and various elements of the structure.

This was accomplished by carrying out the erection in several stages : (1) By cantilevering each half of the total span length as two 2-span structures, but omitting all vertical hangers of the central span and all metal suspended from them; (2) By connecting these two halves of the span to constitute a three-span structure, set in a way to have adequate capacity to support the omitted hangers and bottom chord ties and floorbeams; (3) By a shortening of the distance between shoes of the central span from the position chosen for operation (2) to provide for splicing its bottom chord ties and adjusting the span into its functioning as a tied arch : thereafter adding stringers and other floor metal.

To make compensation for the deflection or sag of the overhanging portions of the arch trusses in their cantilevered position of Stage 1, and to afford controlled positioning of the trusses for other erection stages, the details were arranged so that each entire half span could be rocked on its channel pier shoe by lifting or lowering its shore end. Provisions were also made for longitudinal shifting. To make the mid-arch connection after Stage 1, the shore ends of the end spans were lowered 3 ft 6 1/2 in below final normal position for connecting the bottom chords of the arch trusses, and raised to 3 ft 3 in below normal position for connecting the corresponding top chords. During erection Stage 2 these shore ends were set 1 ft 6 in below normal position. Thereafter, lowering to 2 ft 8 1/2 in below normal would bring the bottom chord tie together for splicing. Alternately it was contemplated that this final splicing of the bottom chord ties might be accomplished by applying pulling jacks to them; and the Contractor decided to make the connection in that way. The concluding operation was to jack up these end shoes to final elevation at which the trusses are designed to function permanently, and to add the rest of the floor steel and the concrete floor slabs. In final position the dead load reaction on each of the four end shoes, — which are in fact rocker columns — is 125 tons.

A general consideration of the functioning of the structure will make evident that a very considerable control of stress distribution was possible by raising or lowering the ends of the spans. To have added the hangars and the floor metal with the cantilevering operations under Stage 1 would have required extensive enlargement of many truss members, — solely for the erection condition. In its functioning as a three-span continuous



**Diagram II.** Method of compensating for deflection of cantilevered arch trusses.

truss, under the controlled conditions described for Stage 2, the structure was adequate to support the hangars, bottom chord ties, floorbeams and bracing. Installation of stringers, curbs, handrails and other floor metal was deferred until after the bottom chord ties had been finally spliced and connected so that the central span was functioning as a tied arch. In making these various adjustments of the span by lowering and lifting the ends, the reactions were measured as well as the deformations. The amounts of the reactions for the various deformations closely corresponded to the theoretical amounts as determined in the design calculations.

The general procedure of the erection operation can most readily be followed by the reviewing the accompanying diagrams and photographs. Diagram I illustrates the general form and identifies various elements of the structure herein referred to. Diagram II illustrates the method of compensating for deflection of cantilevered arch trusses so these parts could correctly be brought together to accomplish the riveted connection.

Photograph 1 is a general view showing adjacent parts of the bridge as well as the main span.

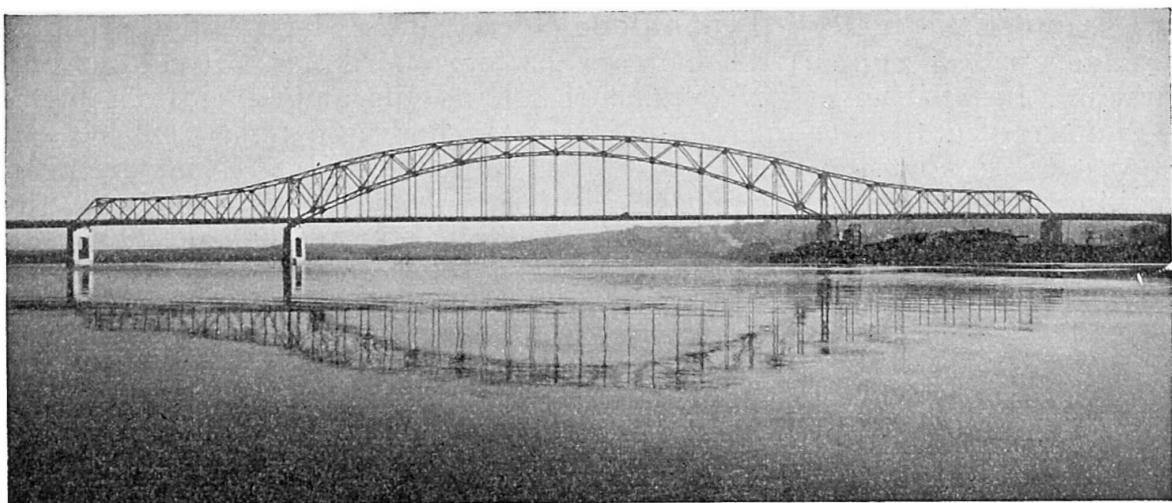
Photograph 2 shows the main span completed in final form ready for traffic. The scale of the structure may be noted from the automobile on the central span and of the man standing near the midspan hanger. This view is taken looking downstream. All other pictures are taken looking upstream.

Photograph 3 shows a fairly advanced state of erection. It will be noticed that the west end span, at the left end of the picture, extends in part across the shore. This span was supported during erection on two steel falsework bents, one of which remains in place in this picture. It was set up principally by the derrick standing on the top chord. After reaching the west channel pier erection of the arch truss continued by cantilevering, with the derrick moving forward on the top of the span.

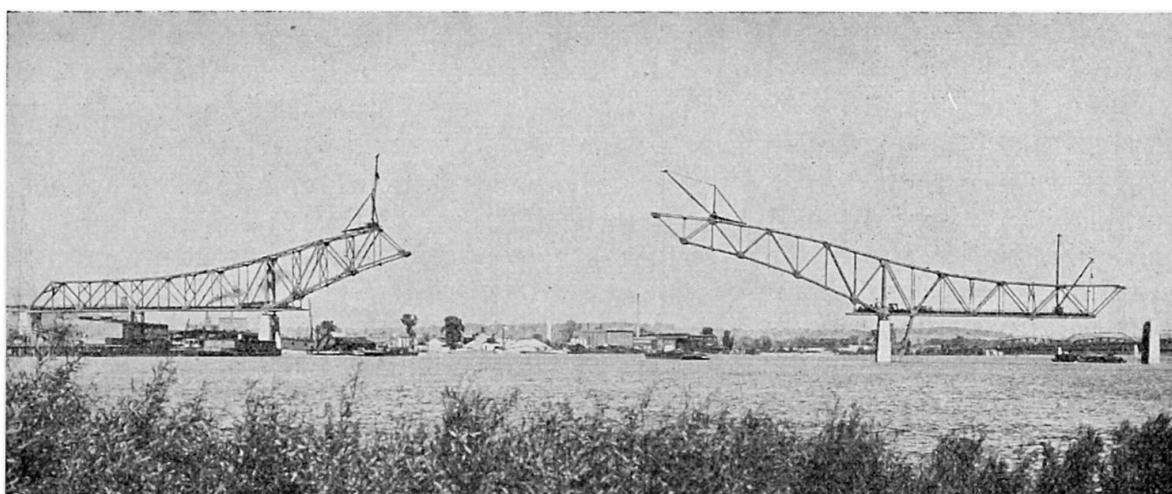
The east one-half of the structure appearing to the right of the picture, to the extent here shown was erected by cantilevering in both directions, balanced upon the east channel pier. Temporary inclined steel struts set on a projection of the pier below water supported the first panel point east



**Fig. 1.** General view of Mississippi river bridge.



**Fig. 2.** Main span of Mississippi river bridge.



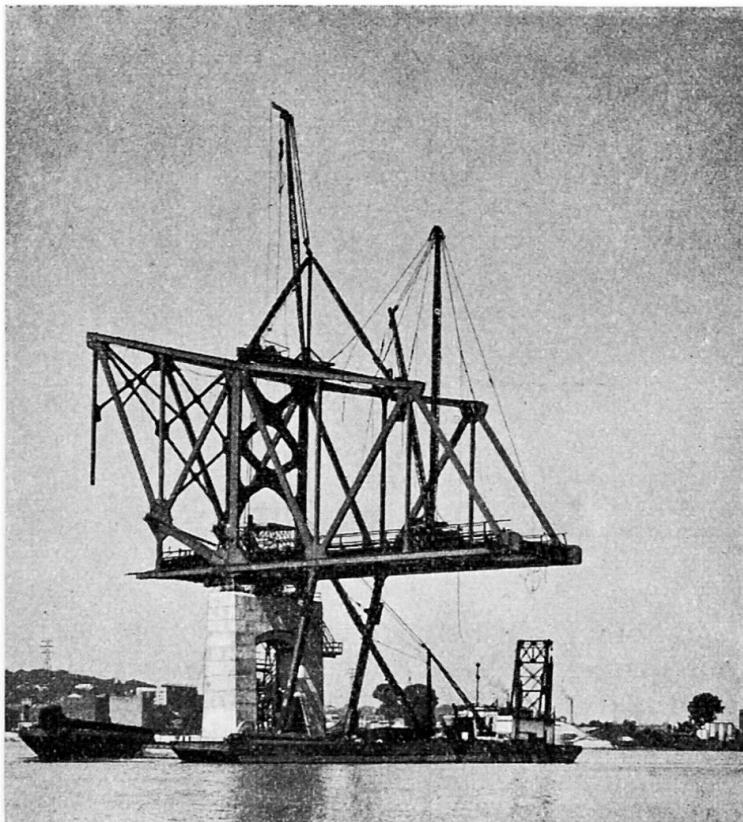
**Fig. 3.** Fairly advanced state of erection.

**Fig. 4.** Beginning of the cantilever erection.

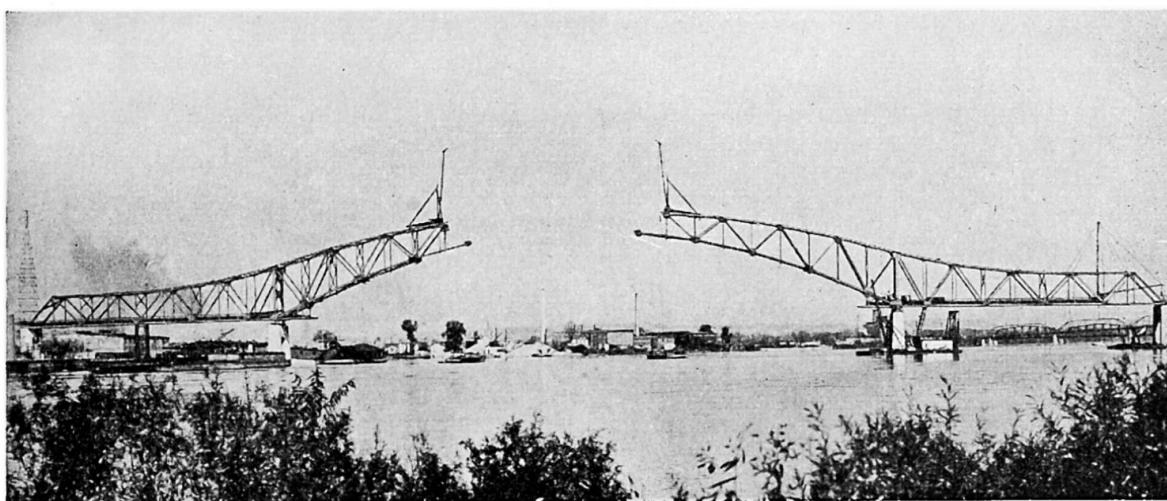
of the pier. On this base erection proceeded in both directions from the pier, in suitable order to maintain balanced loads on the pier. This picture was made just before placing the end panel members which landed the span on the east shore pier. The span as shown extends 312 ft from the pier in each direction, making a total length of 624 ft of balanced structure. It may be remarked that this is no time to invite a wind storm.

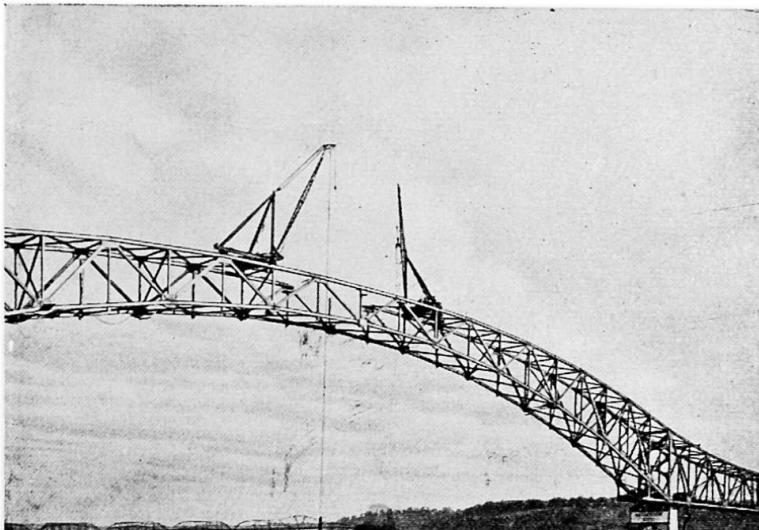
This view also illustrates the means of steel delivery. As needed the steel members were brought on barges to positions immediately below the erection derricks and so lifted directly from the barges to their places in the structure, for all parts of the structure above water (fig. 4).

Photograph 5 shows a somewhat further advancement of erection. The end panel members are in place and anchored to the east shore pier, terminating some anxiety. The derricks erecting the arch trusses have moved forward, and more panels are added.



**Fig. 5.** Further advanced cantilever erection.

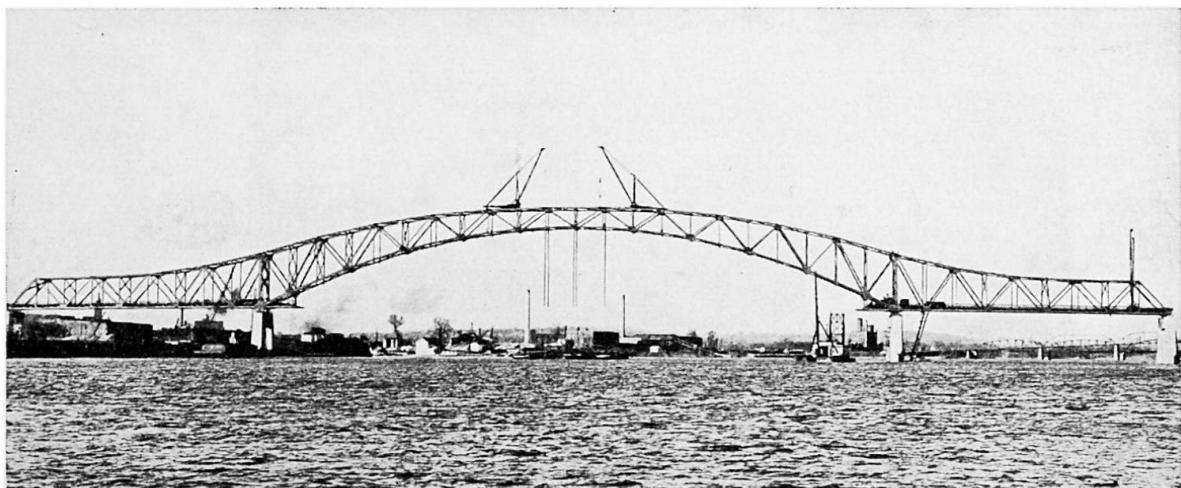




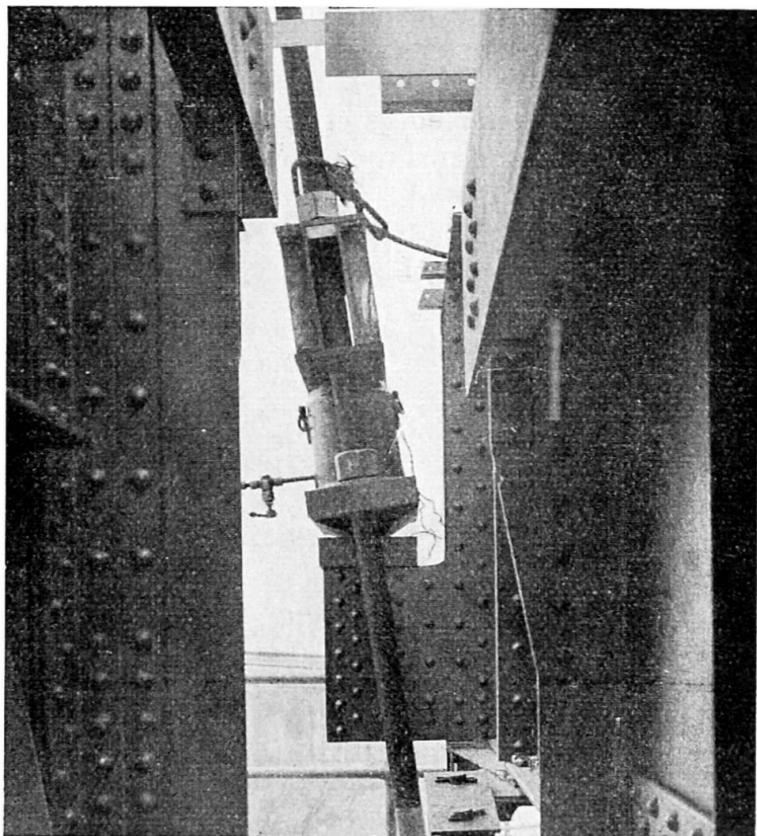
**Fig. 6.** Connection at the middle of the arch span.

Photograph 6 shows the connection being made at the middle of the arch span. It will be noticed that both bottom chords of the arch trusses are in place. The final portion of top chord of the near truss has been set in place and there remains only to place the final top chord of the far truss. Only minor final vertical and horizontal adjustments of the ends of the span were necessary to bring these parts together to make perfect joinings of the riveted connections, with rivet holes as provided in the fabrication. No reaming of holes or drilling of any special holes was necessary to make these connections.

Photograph 7 shows the structure after the arch trusses had been fully riveted and the span adjusted for erection Stage 2. The two derricks on top of the center span have begun to move back, putting in the hangers as they retreat to the channel piers. The floorbeams between each pair of hangers, and the sections of the bottom chord ties were also placed as the derricks moved back but none of these parts were in place when this picture was made.



**Fig. 7.** Arch span fully connected.



**Fig. 8.** Details provided for lowering and raising the ends of the spans (jack and tie-down bolts).

Photograph 8 shows the jack, the tie-down bolts and other details provided for lowering and raising the ends of the spans. It may be noted that these details will permit longitudinal shifting if and as necessary.

In conclusion it may be of interest to note that the main shoes are built with "knife edge" rocker supports rather than with usual rocker pins. Also all eight shoes are of roller or rocker types. A vertical pin set in one of the channel pier engages the span and provides longitudinal anchorage. This detail substantially eliminates torque in the piers.

A full description of the bridge including a complete discussion of the methods of design and summaries of design calculations has appeared in Proceedings and will be published in the next volume of Transactions of the American Society of Civil Engineers.

The bridge was planned, designed, and construction supervised by Howard, Needles, Tammen & Bergendoff, Consulting Engineers, the writer's firm. Contractor for Substructure was Robers Construction Co & La Crosse Dredging Corp.: for Superstructure, Bethlehem Steel Company. In September 1948 this bridge was awarded first prize by the American Institute of Steel Construction as the most beautiful of its year in its class of long span structures.

#### Résumé

La travée centrale du pont de Dubuque sur le Mississippi, le plus grand pont en treillis du monde, a une longueur de 1 539 pieds. Elle se compose d'un arc sous-tendu de 845 pieds et de deux travées d'extrémité de 347 pieds.

C'est une construction entièrement rivée. Le montage le plus économique put être réalisé sans échafaudage en construisant chaque moitié de la travée avec montage en cantilever. Les dispositifs prévus pour la levée et la descente des extrémités extérieures et le ripage latéral furent utilisés pour le raccordement des deux demi-arcs. Les autres éléments métalliques furent assemblés suivant un plan prédéterminé : le pont passa du type à poutres continues sur deux ouvertures à celui de poutres continues sur trois ouvertures, le tirant étant placé en dernier lieu.

### **Zusammenfassung**

Die Mittelöffnung der Dubuquebrücke über den Mississippi, der längsten durchlaufenden Fachwerkbrücke der Welt, ist 1539 Fuss lang. Sie besteht aus einem Bogen mit Zugband von 845 Fuss Länge und zwei Endfeldern von je 347 Fuss Länge. Die ganze Konstruktion ist genietet. Die diesem Bauwerk eigenen Merkmale ergaben, dass die Montage ohne Gerüste wirtschaftlicher und vorteilhafter war. Jede Hälfte des Hauptfeldes wurde zuerst als durchlaufender Zweifeldträger im Freivorbau montiert. Die für das Heben und Senken der landseitigen Enden der Endfelder und für das horizontale Verschieben vorgesehenen Vorrichtungen erwiesen sich als zweckmässige Massnahmen, um den Bogen in seiner Mitte zu verbinden. Die restliche Stahlkonstruktion wurde montiert, wenn sich die Träger in vorausbestimmten, verschiedenen Bauzuständen befanden : indem sie zuerst als dreifeldriges durchlaufendes Fachwerk und später mit dem Mittelfeld als Bogen mit Zugband wirkten.

### **Summary**

The main span of the Dubuque Bridge across the Mississippi River, said to be the longest continuous truss span in the world, is 1 539 ft long with a central tied arch span of 845 ft and two end spans each 347 ft, of all riveted construction. Its inherent characteristics made erection without falsework economical and advantageous. Each one-half of the total span was first erected as a two-span continuous truss by cantilevering methods. Adjustments provided for raising and lowering the shore ends of the end spans and providing longitudinal shifting afforded ready means for joining the arch at its center. The remaining steelwork was erected with the span in pre-determined different positions, functioning as a three-span continuous truss, and later with the central span functioning as a tied arch.