

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 3 (1948)

Artikel: Eine Methode zur Vergrößerung der Verdrehungssteifigkeit der
doppelflanschigen Balken

Autor: Nylander, H.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-4092>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Id3

Procédé pour augmenter la rigidité à la torsion des poutrelles en I

Eine Methode zur Vergrößerung der Verdrehungssteifigkeit der doppelflanschigen Balken

Method to increase rigidity in torsion of double-flanged beams

H. NYLANDER

Techn. Dr Professor, Technische Hochschule, Stockholm

Für einen auf Verdrehen beanspruchten Balken mit dünnwandigem, offenem Querschnitt gilt unter Voraussetzung, dass die Querschnittsform unverändert bleibt, die Gleichung ⁽¹⁾

$$M_T = C \frac{d\varphi}{dz} - C_w \frac{d^3\varphi}{dz^3} \quad (1)$$

wo

- M_T = Verdrehungsmoment ;
- C = GK = Verdrehungssteifigkeit (Nach St. Venant) ;
- C_w = Wölbwiderstand des Querschnittes ;
- φ = Verdrehungswinkel ;
- z = Koordinaten-Achse längs der Balken-Achse.

Bei einem doppelflanschigen Balken drückt das zweite Glied auf der rechten Seite in Gl. (1) die Einwirkung der Flanschenbiegung aus.

Der Balken wird nach Abb. 1 verformt. Der obere und der untere Flansch bilden in der Horizontalprojektion den Winkel

$$\theta = h_t \frac{d\varphi}{dz} \quad (2)$$

wo h_t = Abstand zwischen den Flanschenschwerpunkten.

Wenn man den oberen und den unteren Flansch mit einer Versteifung

⁽¹⁾ Die Einwirkung der Querschnittsverformung wurde in einigen Sonderfällen vom Verfasser untersucht. Siehe H. NYLANDER, Diss. Stockholm 1942, sowie H. NYLANDER, *Drehungsvorgänge und gebundene Kippung bei geraden, doppelsymmetrischen I-Trägern*, I. V. A., Abh. Nr. 174, Stockholm 1943.

Die Gl. (1) wurde für den doppelsymmetrischen I-Träger zuerst von Timoshenko und, für beliebigen Querschnitt, von Kappus angegeben.

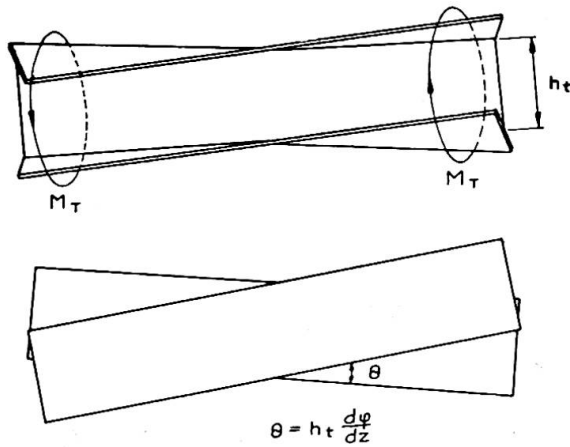


Abb. 1. Verdrehungsverformung eines doppelflanshigen Balkens.

verbindet, wird der Winkel θ vermindert und auch $\frac{d\varphi}{dz}$ im Versteifungsquerschnitt wird verringert. Die seitliche Biegung der Flanschen wird elastisch verhindert (siehe Abb 2 c). Die Flanschen werden von Biegemomenten M belastet, die in der Flanschenebene wirken.

M ist proportional zu $\frac{d\varphi}{dz}$ im Versteifungsquerschnitt

$$M = c \frac{d\varphi}{dz} \tag{3}$$

wo c eine Konstante ist.

Die sprungweise Veränderung von $\frac{d^2y}{dz^2}$ an der Aussteifung ($y =$ seitliche Durchbiegung des Flansches) ist

$$\Delta \frac{d^2y}{dz^2} = \frac{M}{D} \tag{4}$$

wo $D =$ die seitliche Biegesteifigkeit des Flansches.

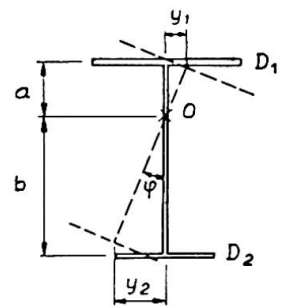
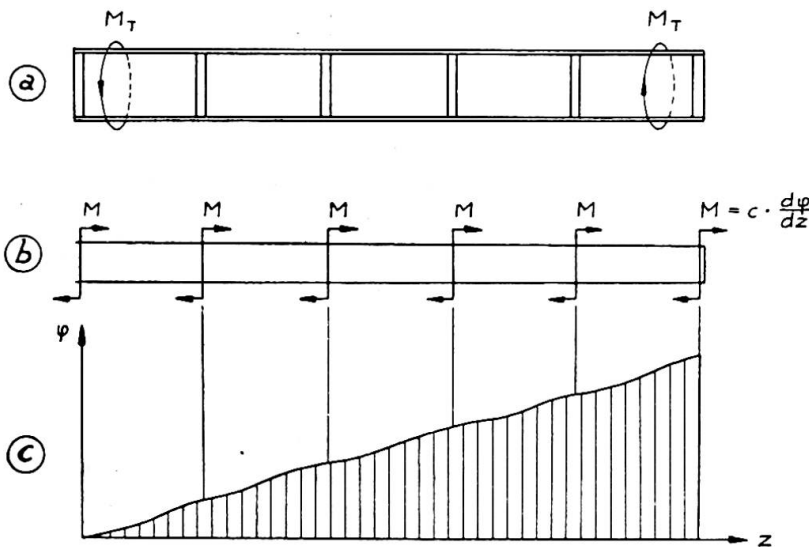


Abb. 2 (links). Verdrehung eines Balkens mit wölbungsverhindernden Aussteifungen :

- a) Torsionsbelastung eines Balkens;
- b) Belastung der Flanschen durch Momente, die von der Wölbungsverhinderung durch die Aussteifungen herrühren;
- c) Verlauf des Verdrehungswinkels φ längs der Balkenachse.

Abb. 3 (rechts). Bezeichnungen.

Bei einem Balken mit ungleichen Flanschen gilt bei der Verdrehung (siehe Abb. 3)

$$y_1 = a \cdot \varphi = \frac{D_2}{B_1} \cdot h_i \cdot \varphi \quad (5a)$$

und

$$y_2 = b \cdot \varphi = \frac{D_1}{B_1} \cdot h_i \cdot \varphi \quad (5b)$$

wo B_1 = die gesamte seitliche Biegesteifigkeit des Balkens.
Man erhält daraus

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{D_2}{D_1} \quad (6)$$

Die Gl. (4) wird für jeden Flansch ausgeschrieben

$$\Delta \frac{d^2 y_1}{dz^2} = \frac{M}{D_1} \quad (4a)$$

$$\Delta \frac{d^2 y_2}{dz^2} = \frac{M}{D_2} \quad (4b)$$

woraus

$$\frac{\Delta \frac{d^2 y_1}{dz^2}}{\Delta \frac{d^2 y_2}{dz^2}} = \frac{D_2}{D_1} \quad (7)$$

Durch Vergleich der Gl. (6) und (7) ersieht man, dass die durch die Momente M bedingte Verformung eine Verdrehungsverformung ist.

Die Gl. (4a), (4b), (5a) und (5b) ergeben

$$\Delta \frac{d^2 \varphi}{dz^2} = \frac{1}{h_i} \cdot \frac{B_1}{D_1 D_2} \cdot M \quad (8)$$

Da

$$M = c \frac{d\varphi}{dz}$$

wo c eine Konstante ist, kann Gl. (8) wie folgt geschrieben werden

$$\Delta \frac{d^2 \varphi}{dz^2} = \frac{1}{h_i} \cdot \frac{B_1}{D_1 D_2} \cdot c \cdot \frac{d\varphi}{dz} \quad (9)$$

Diese Gleichung ist die grundlegende Gleichung für die Berücksichtigung der wölbungsverhindernden Einwirkung der Aussteifungen.

Die Grösse der Konstante c ist von der Formgebung der Aussteifungen abhängig. Durch eingehende Untersuchungen hat der Verfasser gezeigt, dass die Aussteifung nach Abb. 4 anderen Gestaltungen überlegen ist (1).

Für diese Aussteifung erhält man

$$c = C_H$$

wo C_H = die Verdrehungssteifigkeit des Hohlquerschnittes ist.

Die Gl. (9) wird also zu

$$\Delta \frac{d^2 \varphi}{dz^2} = m \frac{d\varphi}{dz} \quad (9')$$

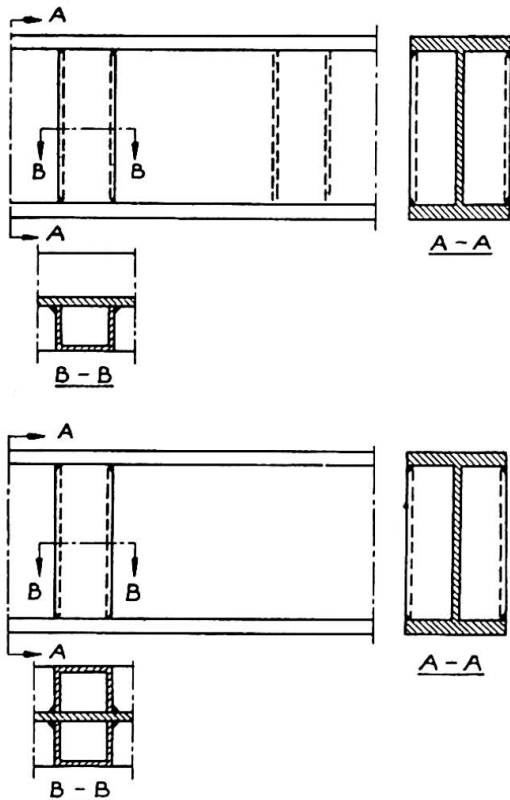


Abb. 4. Formgebung der wölbungsverhindernden Aussteifungen.

wo

$$m = \frac{1}{h_t} \cdot \frac{B_1}{D_1 D_2} C_{II} . \quad (10)$$

Die allgemeine Theorie für die Berücksichtigung der Einwirkung von mehreren Aussteifungen in gleichen Abständen bei doppelsymmetrischen I-Balken ist in meiner Dissertation angegeben⁽²⁾.

Diese Dissertation enthält auch eine Näherungslösung, die für die meisten praktischen Fälle genügend genau ist. Hier wird nur das Ergebnis dieser Lösung kurz zusammengefasst und modifiziert, so dass es Gültigkeit auch für einfachsymmetrischen Balken erhält.

Diese Näherungslösung zeigt, dass die Einwirkung der wölbungsverhindernden Aussteifungen durch eine Erhöhung der reinen Verdrehungssteifigkeit C in Gl. (1) ausgedrückt werden kann :

$$M_T = C_r \frac{d\varphi}{dz} - C_{\omega} \frac{d^3\varphi}{dz^3} \quad (10')$$

wo

$$C_r = \frac{C}{1 - \frac{m}{2k} \frac{1}{k\lambda}} \quad (11)$$

$$1 + \frac{m}{2k} \coth k\lambda$$

m ist durch Gl. (10) bestimmt und k erhält man aus

$$k = \sqrt{\frac{C}{C_{\omega}}} = \frac{1}{h_t} \sqrt{\frac{CB_1}{D_1 D_2}} . \quad (12)$$

$2\lambda =$ Abstand zwischen den Aussteifungen.

Die Erhöhung der Verdrehungssteifigkeit durch die wölbungsverhindernden Aussteifungen vergrößert die Kippstabilität und vermindert die

⁽²⁾ Siehe Fussnote (1).

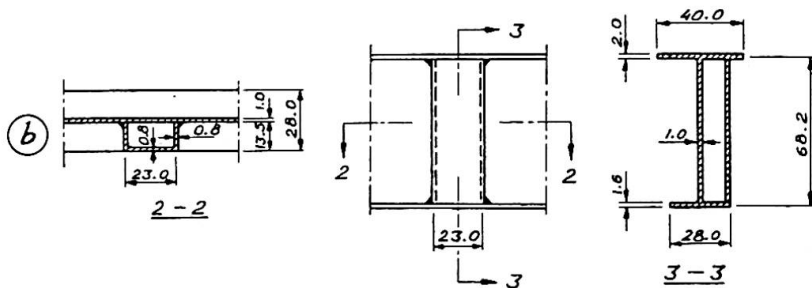
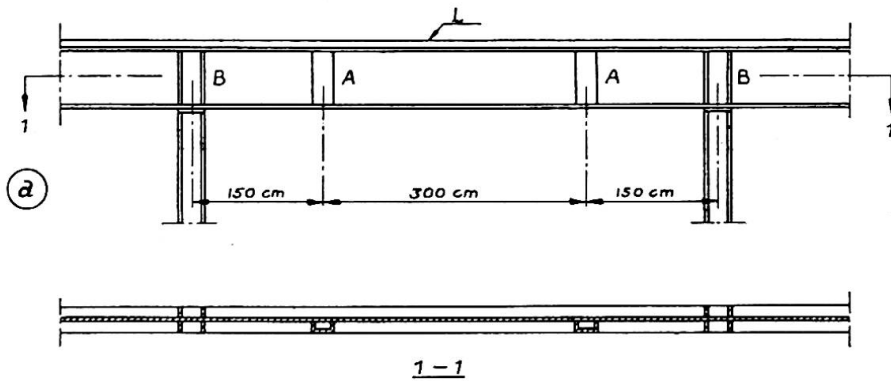


Abb. 5. Beispiel :

- a) Allgemeine Anordnung :
 A = Wölbungsverhindernde Versteifung;
 B = Flachstahlaussteifung;
 L = Laufschiene.
 b) Einzelheiten der wölbungsverhindernden Versteifung.

Spannungen, die von den Verdrehungsmomenten herrühren. Als Anwendungsbeispiel wird in Abb. 5 ein Kranbahnbalken gezeigt. Die wölbungsverhindernden Versteifungen sind nur in den Viertelpunkten angebracht. Dadurch werden die Verdrehungsspannungen am grössten an diesen Stellen, wo die durch vertikale Biegung bedingten Spannungen klein sind. In der Feldmitte, wo die gefährlichsten gesamten Spannungen auftreten, werden die von der Verkehrslast verursachten Verdrehungsspannungen durch die Versteifungen von 620 auf 230 kg/cm² vermindert. Ausserdem wird die Kippstabilität des Balkens wesentlich vergrössert.

Résumé

Le voilement d'une poutre soumise à torsion est fonction, en règle générale, de sa rigidité à la torsion. En plus, les tensions résultantes sont relativement élevées dans certaines constructions, notamment pour les poutres de ponts roulants. La rigidité à la torsion peut être augmentée, tout en réduisant les tensions, grâce à des raidisseurs. La déformation latérale des semelles est évitée et ainsi la déformation par torsion est remplacée par une déformation par flexion pure des semelles. Ce mémoire étend la théorie déjà exposée par l'auteur concernant les poutrelles symétriques [voir note (1)] au cas d'une poutrelle dissymétrique et résume le résultat d'une solution approchée.

Zusammenfassung

Mit der geringen Verdrehungssteifigkeit der gewöhnlichen eisernen I-Balken hängt deren Neigung zum Kippen zusammen. Ausserdem sind die Verdrehungsspannungen bei gewissen Konstruktionen z.B. Kran-

bahnbalcken verhältnismässig gross. Eine Möglichkeit, die Verdrehungssteifigkeit zu vergrössern und die Verdrehungsspannungen zu vermindern besteht in der Verwendung wölbungsverhindernder Versteifungen. Die bei der Verdrehung auftretende seitliche Ausbiegung der Flanschen wird dadurch elastisch verhindert, so dass die reine Verdrehungsverformung in Biegung der Flanschen umgesetzt wird. Die vom Verfasser früher entwickelte Theorie für doppeltsymmetrische I-Balken (siehe Fussnote 1) wird in diesem Bericht auf einfachsymmetrische I-Balken ausgedehnt und das Ergebnis einer Näherungslösung wird kurz zusammengefasst.

Summary

Ordinary steel I girders are liable to lateral buckling in torsion on account of their low torsional rigidity. Moreover, the torsional stresses are relatively high in some structures, e.g. crane beams. The torsional rigidity can be increased and the torsional stresses can be reduced by means of warping stiffeners. The lateral deflection of the flanges is elastically prevented by these stiffeners, so that the pure torsional deformation is converted into bending of the flanges. In this paper, the theory of double symmetrical I girders previously advanced by the Author, see footnote 1, is extended to single symmetrical I girders, and the result of an approximate solution is briefly summarised.