**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH

Kongressbericht

**Band:** 3 (1948)

Artikel: Versuche über das Ausbeulen von Rechteckplatten unter dreieckförmig

verteiltem Längsdruck

**Autor:** Kollbrunner, C.F.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-4089

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 14.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

# Ic2

## Essais sur le voilement de tôles rectangulaires sollicitées par des tensions longitudinales à distribution triangulaire

Versuche über das Ausbeulen von Rechteckplatten unter dreieckförmig verteiltem Längsdruck

Tests about buckling of plates loaded by triangular distributed longitudinal stresses

> C. F. KOLLBRUNNER Dr Sc. techn. Ing., Zürich

### Einleitung

Damit dem konstruierenden Ingenieur mathematisch oder baustatisch abgeleitete, theoretisch einwandfreie und durch Versuche bestätigte Resultate für die Berechnung dünnwandiger Flächentragwerke in die Hand gegeben werden können, befasst sich die Technische Kommission des Verbandes Schweizerischer Brückenbau- und Stahlhochbauunternehmungen (T. K. V. S. B.) zusammen mit Prof. Dr F. Stüssi der E. T. H. Zürich und Prof. Ir. P. P. Bijlaard der T. H. Delft seit zwei Jahren mit der versuchsmässigen Untersuchung der Ausbeulung von Blechen, wie auch mit der theoretisch exakten Abklärung der Plattenstabilität (1).

Als erster Schritt der gemeinsamen Arbeit wurde das Ausbeulen der auf einseitigen, gleichmässig verteilten Druck beanspruchten Platten im elastischen und plastischen Bereich sowohl theoretisch wie auch versuchsmässig abgeklärt. Momentan werden am Institut für Baustatik an der E. T. H. Zürich, Abteilung Prof. Dr F. Stüssi, Versuche über die Aus-

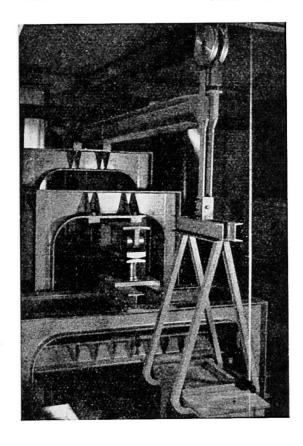
Leemann & Co., Zürich, 1948).

<sup>(1)</sup> C. F. Kollbrunner, Das Ausbeulen der auf einseitigen, gleichmässig verteilten Druck beanspruchten Platten im elastischen und plastischen Bereich (Versuchsbericht) (Mitteil. aus dem Institut für Baustatik an der E. T. H., Nr. 17, A. G. Gebr. Leemann & Co., Zürich, 1946).

P. P. Bijlaard, Grundlegende Betrachtungen zum Ausbeulen der Platten und Schalen im plastischen Bereich (Mitteil. aus dem Institut für Baustatik an der E. T. H., Nr. 21, A. G. Gebr.

C. F. KOLLBRUNNER und G. HERRMANN, Elastische Beulung von auf einseitigen, ungleichmässigen Druck beanspruchten Platten (Mitteilungen der T. K. V. S. B., Nr. 1, A. G. Gebr. Leemann & Co., Zürich, 1948).
P. P. Bijlaard, C. F. Kollbrunner, F. Stüssi, Theorie und Versuche über das plastische Aus-

beulen von Rechteckplatten unter gleichmässig verteiltem Längsdruck (I. V. B. H., dritter Kongress, Vorbericht, S. 119. Lüttich, 1948).



**Abb. 1.** Hebelmaschine von 25 t Druckkraft.

beulung von auf einseitigen, ungleichmässigen Druck beanspruchten Platten im elastischen und plastischen Bereich durchgeführt.

Der jetzige Bericht orientiert nur über die Versuchsresultate dieser Serie im elastischen Bereich. Die ganze Serie, die sich selbstverständlich auch auf den plastischen Bereich erstreckt, wird noch dieses Jahr beendigt sein. Darauf werden noch Versuche mit Biegung und mit Schub durchgeführt, so dass für alle Belastungsfälle und Randbedingungen Ende 1949 dem Konstrukteur durch Versuche belegte Berechnungsformeln übergeben werden können (2).

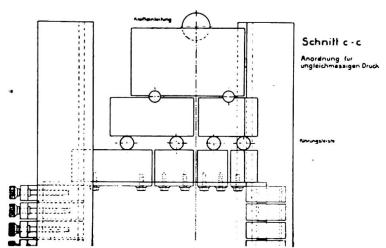
### Versuchseinrichtung

Die neue von Dipl. Ing. M. Walt entworfene Hebelmaschine ist im Vorbericht dieses Kongresses skizziert (Abb. 1). Die Krafteinleitung für den dreieckförmig verteilten Druck erfolgt gemäss Abb. 2. Die Einzellasten im Verteilsystem greifen im Schwerpunkt der Dreiecke resp. Trapeze an.

Abb. 3 zeigt den Querschnitt einer einerseits fest eingespannten, anderseits gelenkig gelagerten Platte mit den die Reibung verhindernden Kugelkäfigen.

Damit der gewünschte ungleichmässige, d. h. dreieckförmig verteilte Längsdruck erhalten werden kann, müssen die belasteten Plattenränder, somit der obere und der untere Rand, die Pressungen durch verschiedene Einzelelemente erhalten. Dabei muss die horizontale Verschieblichkeit der Plattenränder gewährleistet sein, damit sich die Querkontraktionen frei

<sup>(2)</sup> F. Stüssi, Berechnung der Beulspannungen gedrückter Rechteckplatten (Abhandlungen der I. V. B. H., Bd. VIII. A. G. Gebr. Leemann & Co., Zürich, 1947).



**Abb. 2.** Ansicht der Krafteinleitung in die Versuchsplatte für dreieckförmig verteilten Längsdruck.

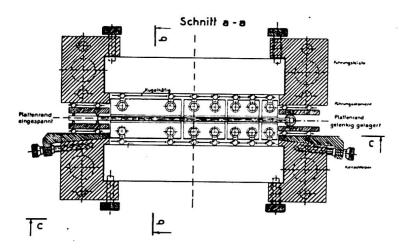
auswirken können. Zudem müssen diese Plattenränder gegen seitliches Ausweichen gehalten sein.

Je nach der Lagerungsart können die seitlichen, d. h. die unbelasteten Plattenränder frei, gelenkig oder eingespannt ausgebildet werden. Diese Plattenränder müssen sowohl die vertikalen Bewegungen infolge der Zusammendrückung in der Kraftrichtung, wie auch die horizontalen Verschiebungen, herrührend von der Querkontraktion, ohne Widerstand mitmachen können. Dies wurde durch Anbringung einzelner reibungsfreier Führungselemente erreicht.

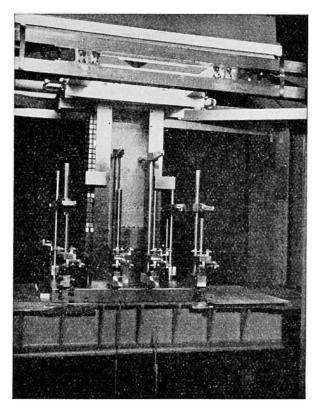
Die Abb. 4 und 5 zeigen einen Gesamtüberblick der Beul- und Messvorrichtungen bei zwei verschiedenen Versuchsplatten. Die angebrachten Messvorrichtungen mittelst Hohlspiegeln, also auf optischem Wege, erlauben Messungen der Dehnungen an je zwei Stellen der Platte vorn und hinten in vertikaler wie auch in horizontaler Richtung. Gleichzeitig werden somit an 8 Messstrecken die Längenänderungen registriert. Die Ausbeulung wurde einerseits mit Messuhren, anderseits mit den Dehnungsmessungen bestimmt.

### Versuchsresultate

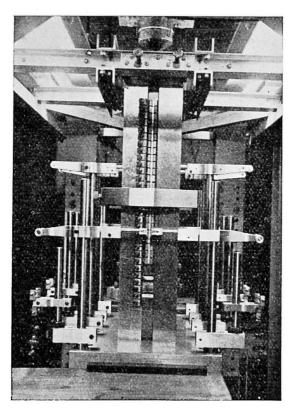
Die Versuche wurden am Institut für Baustatik an der E. T. H. Zürich, Abteilung Prof. D<sup>r</sup> F. Stüssi von Dipl. Ing. M. Walt durchgeführt. Die Versuchsplatten aus Avional M wurden von der Aluminium-Industrie-



**Abb. 3.** Querschnitt durch eine links fest eingespannte, rechts gelenkig gelagerte Versuchsplatte.



**Abb. 4.** Gesamtüberblick der Beul- und Messvorrichtungen für eine Platte  $20 \times 48$  cm (Frontalansicht).



**Abb. 5.** Gesamtübersicht der Beul- und Messvorrichtungen für eine Platte  $16 \times 48$  cm (Seitenansicht).

Aktien-Gesellschaft in Lausanne-Ouchy kostenlos zur Verfügung gestellt. Diese grosszügige Unterstützung unserer Versuche sei auch hier bestens verdankt. In Abb. 6 sind die erhaltenen mittleren Versuchswerte von je zwei Platten im elastischen Bereich, die mit den theoretischen Beulspannungen äusserst gut übereinstimmen, aufgetragen. Die Abszisse ist die ideelle Schlankheit der Platte:

$$\lambda = \frac{b}{h} \sqrt{\frac{12 (1 - \gamma^2)}{k}}$$

und die Ordinate die Beulspannung  $\sigma_{kr}$ ..

Bei den Versuchen wurde mittelst Messuhren eindeutig festgestellt, dass die Ausbeulung bei ursprünglich geraden Platten unter der kritischen Last  $(P_{kr})$  plötzlich auftritt, währenddem bei anfänglich leicht ausgebogenen Platten die Ausbiegungen bis zur kritischen Last  $(P_{kr})$  in leicht zunehmendem Mass anwachsen, um unter dieser Last jedoch bedeutend stärker, d. h. sprunghaft zuzunehmen. Wenn die Platte schon anfänglich sehr stark verbogen ist, kann kein eindeutiges Beulen mehr festgestellt werden. Wohl nehmen in der Nähe der kritischen Last die Ausbiegungen stärker zu, doch kann von einer eigentlichen Unstabilität nicht mehr gesprochen werden.

Die Dehnungen bei ursprünglich geraden Platten verlaufen bis zur kritischen Belastung ( $P_{kr}$ ) linear, um bei der Ausbeulung selbst diese Gesetzmässigkeit zu verlassen und den den Ausbiegungen entsprechenden Spannun en zu folgen. Auch bei anfänglich leicht ausgebogenen Platten lässt sich mittelst Dehnungsmessungen die kritische Last ( $P_{kr}$ ) sehr gut

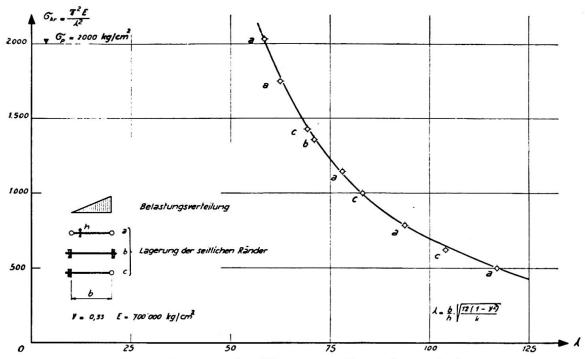


Abb. 6. Theoretische Werte und Versuchsergebnisse.

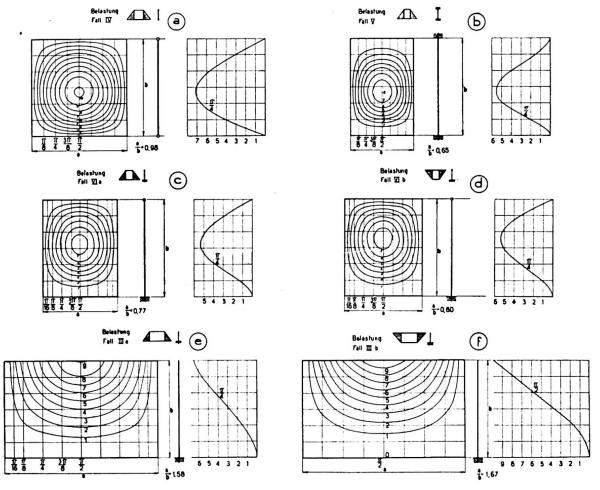


Abb. 7. Theoretische Ausbeulflächen.

bestimmen, währenddem bei anfänglich sehr stark verbogenen Platten sich auch auf diese Weise kein eigentliches Unstabilwerden feststellen lässt.

Die theoretischen Ausbeulflächen, die gewisse Hinweise für die Anbringung der Aussteifungen geben, sind in Abb. 7 dargestellt. Abb. 8 zeigt zwei Versuchsplatten mit je drei Halbwellen, wobei die mittlere Halbwelle nach der Ausbeulung, bei der Erschöpfung der Tragfähigkeit, am stärksten ausgebildet wurde.

### Schlussfolgerungen

Die in Tabelle I angegebenen k-Werte für den gleichmässigen und für den ungleichmässigen Druck sind durch die Versuche kontrolliert und als richtig befunden worden. Die nur teilweise angegebenen k-Werte für die Biegung, die noch dieses Jahr vervollständigt werden, müssen erst noch versuchstechnisch untersucht werden. Dabei ist

$$\sigma_{\mathtt{kr}} = k \cdot \sigma_{\mathtt{e}}$$

worin

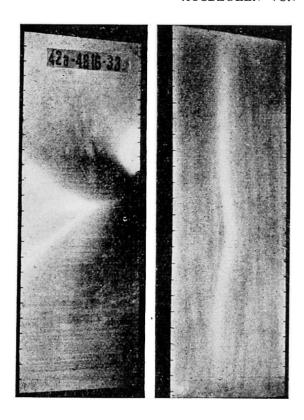
$$\sigma_{\rm e} = \frac{\pi^2 \cdot N}{h \cdot b^2}$$

die Euler'sche Knickspannung für einen Plattenstreifen der Länge b, der Dicke h und der Breite a=1 darstellt

$$N = \frac{E \cdot 1 \cdot h^3}{12 (1 - \gamma^2)}.$$

	Gleichmässiger Druck		Ungleichmässiger Druck				Biegung			
					<u> </u>					
6	kmin	<u>a</u>	k	36	Kmin	₹	4 <sub>min</sub>	3	kmm	3/6
oo	<b>4</b> 00	1.00	7.81	0.98	7.81	0.98	23.9	0.67	23.9	0.67
# #	6.97	0.67	13 56	0.65	13.56	0.65	39.6	0.47	J9.6	0.47
***	5, 40	0.79	12.16	0.77	9.89	0.80	24.5	0.66		
<del></del> .	1, 28	1.63	6.26	1.58	1.64	1.67	2.14	1.67		
o——	0.475	∞	1.71	80	0.57	∞				

Tabelle I. k-Werte für gleichmässigen und ungleichmässigen Druck und für Biegung.



**Abb. 8.** Versuchsplatten mit je drei Halbwellen, wobei die mittlere Halbwelle nach der Ausbeulung am stärksten ausgebilded wurde.

### Résumé

Dans le cas de tôles sollicitées par des tensions longitudinales à distribution inégale dans le domaine élastique, l'accord entre la théorie et les essais est très bien.

### Zusammenfassung

Für den untersuchten Fall von ungleichmässig verteiltem Längsdruck im elastischen Bereich ist die Uebereinstimmung von Theorie und Versuch sehr gut.

### Summary

In the case of plates stressed by unequally distributed longitudinal stresses in the elastic zone, the conformity between theory and tests is very good.

# Leere Seite Blank page Page vide