Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 2 (1936)

Rubrik: IV. Neuere Gesichtspunkte für die Berechnung und Konstruktion von Eisenbeton-, Hoch- und Brückenbauten

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 17.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

IV

Neuere Gesichtspunkte für die Berechnung und Konstruktion von Eisenbeton-, Hoch- und Brückenbauten.

Tendances actuelles dans le calcul et la construction des ponts et charpentes en béton armé.

Recent points of view concerning the calculation and design of bridge and structural engineering in reinforced concrete.

IVa

Flächentragwerke.

Surfaces auto-portantes.

Walled structures.

Leere Seite
Blank page
Page vide

IVa 1

Einführung in die allgemeine Theorie der biegungsfreien Schalen.

Etude des voiles minces courbes ne subissant pas de flexion.

Theory of Thin Curved Shells not Subjected to Bending.

Dr. ès siences F. Aimond,
Ingénieur des Ponts et Chaussées détaché au Ministère de l'Air, Paris.

1. *Hinweis auf die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen der Schalen in geradlinigen Koordinaten.*

Die Gleichung der Oberfläche in geradlinigen, jedoch nicht unbedingt rechtwinkligen Koordinaten sei $z = f(x, y)$. Der Spannungszustand in einem Punkte m der Schale wird durch die Spannungen n_1, n_2, Θ bestimmt, die auf die zu den Ebenen zox und zoy parallelen Schnitte mm_1 und mm_2 wirken. Auf den Schnitt mm_2 wirkt n_1 parallel zur Ebene zox, auf den Schnitt mm_1 wirkt n_2 parallel zu zoy und Θ wirkt sowohl auf den Schnitt mm_1 parallel zu zox als auch auf mm_2 parallel zu zoy. Die Richtungskoeffizienten der Tangenten an die Schnitte mm_1 und mm_2, also die in Richtung ox, oy, oz projizierten Einheitsvektoren jeder dieser Tangenten bezeichnen wir mit α_1, O, γ_1 und O, β_2 und γ_2. Wir denken uns nun die Schale beliebig belastet. Dann sind $X \cdot dx \cdot dy$, $Y \cdot dx \cdot dy$, $Z \cdot dx \cdot dy$ die Komponenten der aufgebrachten Last, die in den Richtungen ox, oy, oz auf das Element $mm_1 m' m_2$ wirken, das parallel zur Ebene zox durch mm_1 und $m_2 m'$ und parallel zur Ebene zoy durch mm_2 und $m_1 m'$ begrenzt wird. Die Untersuchung der Gleichgewichtsbedingungen für diese Schnitte führt zu folgenden Gleichungen:

$$\frac{\delta \nu_1}{\delta x} + \frac{\delta \theta}{\delta y} = X \tag{1}$$

$$\frac{\delta \theta}{\delta x} + \frac{\delta \nu_2}{\delta y} = Y \tag{2}$$

$$r \cdot \nu_1 + 2 s \theta + t \nu_2 = \zeta \tag{3}$$

Dabei bedeutet

$$p = \frac{\delta f}{\delta x};\quad q = \frac{\delta f}{\delta y};\quad r = \frac{\delta^2 f}{\delta x^2};\quad s = \frac{\delta^2 f}{\delta x \cdot \delta y};\quad t = \frac{\delta^2 f}{\delta y^2};$$

$$\zeta = Z - p \cdot X - q \cdot Y;$$

$$\nu_1 = n_1 \cdot \frac{\alpha_1}{\beta_2};\quad \nu_2 = n_2 \cdot \frac{\beta_2}{\alpha_1}.$$

2. *Geometrische Deutung der in den allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen enthaltenen Größen.*

Die Größe ζ im zweiten Glied der Gleichung (3) ist die schiefe Projektion des Vektors (X, Y, Z) auf oz, wobei diese Projektion parallel zu der an die Oberfläche gelegten Tangentialebene erfolgt. Zur Deutung der Größen ν_1, ν_2 und Θ, die die Unbekannten in den Gleichgewichtsbedingungen sind, soll allgemein der Begriff der reduzierten Spannung definiert werden. Die an einem Bogenelement angreifende reduzierte Spannung ist die Projektion der an diesem Element angreifenden Kraft auf die xy-Ebene, dividiert durch die projizierte Länge des zugehörigen Elementes. Es läßt sich einfach feststellen, daß der Zusammenhang zwischen den in einem Punkt wirksamen reduzierten Spannungen denselben Gesetzen folgt wie bei den wirklichen Spannungen und im Besonderen, daß auch die *Mohr*'sche Darstellung auf sie anwendbar ist. Die Größen ν_1, ν_2, Θ entsprechen den durch Parallelprojektion auf die x und y-Achse entstandenen reduzierten Spannungen, die zu den Schnitten gehören. Die Schubspannungen Θ bleiben in der Projektion erhalten, während dies für die Spannungsgrößen n_1 und n_2 nicht der Fall ist.

3. *Geometrische Deutung der Gleichgewichtsbedingungen.*

Die Gleichungen (1) und (2) drücken augenscheinlich das Gleichgewicht in der Projektion auf die Tangentialebene aus. Die Gleichung (3) dagegen gibt das Gleichgewicht der normal zur Schale wirkenden Kräfte wieder. Um sie geometrisch zu deuten, legen wir den Ursprung O des Dreiflächners oxyz auf die Oberfläche und richten ox und oy nach den Richtungen von zwei willkürlich gewählten Schnitten. Der Dreiflächner oxyz wird nun vollends bestimmt, wenn man eine Annahme über die Richtung oz trifft. Die Gleichung (3) gibt den linearen Zusammenhang zwischen den Spannungen, welche auf die willkürlich gewählten Schnitte ox und oy wirken und der parallel zur Tangentialebene auf oz erfolgten Projektion ζ der Dichte der aufgebrachten Last. Solange man bei festgehaltenem ox und oy die Richtung von oz ändert, ist nur jeder einzelne Ausdruck der linearen Gleichung mit demselben Faktor zu multiplizieren.

Man kann die Unbestimmtheit der Richtungen der Schnitte ox und oy zur Vereinfachung der Gleichung (3) benutzen. Richtet man nämlich diese Schnitte nach zwei konjugierten Richtungen der Oberfläche aus (konjugierte Richtungen im Verhältnis zur Indikatrix), so verschwindet der Koeffizient Θ und die Gleichung (3) reduziert sich zu einer linearen Gleichung zwischen den Längsspannungen ν_1 und ν_2. Man kann sich nun fragen, ob es nicht möglich ist, die Schnitte ox und oy so zu orientieren, daß in der Gleichung (3) überhaupt nur noch eine einzige Spannungsgröße verbleibt. Man sieht aber sofort, daß dies nicht möglich ist, solange die Oberfläche konvex ist, d. h. also, solange die Hauptkrümmungsradien von gleichem Sinn sind. Wenn die Oberfläche nicht konvex ist, wird dies im Gegensatz hierzu jedoch möglich.

Wenn wir uns mit der letzteren Annahme beschäftigen, so sind zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem ob die in der Gleichung (3) verbleibende Spannung eine Längsspannung oder eine Schubspannung Θ ist. Der erste Fall ist nur dann möglich, wenn die Oberfläche abwickelbar ist, d. h. also, wenn man sie als die

Umhüllende einer Gruppe von Tangentialebenen auffassen kann, die von einem Parameter abhängen. Legt man den Schnitt ox in die Richtung der geradlinigen Erzeugenden, die durch O geht, so vereinfacht sich die Gleichung (3) zu

$$r \cdot \nu_1 = \zeta \tag{4}$$

Der zweite Fall bezieht sich auf die Oberflächen mit gegensätzlichen Krümmungen. Legt man ox und oy in die Richtung der Asymptoten, so vereinfacht sich die Gleichung (3) zu

$$2 \cdot s \cdot \Theta = \zeta \tag{5}$$

Die Gleichungen (4) und (5) sind einfach zu deuten. Betrachten wir zunächst Gleichung (4). Man sieht sofort, daß von den an einem unendlich kleinen Element der Fläche angreifenden Schnittkräften nur ν_1 eine Komponente ergibt, die nicht in der Tangentialebene liegt, und Gleichung (4) drückt nur die Gleichheit zwischen den parallel zur Tangentialebene erfolgten Projektionen der Spannungen n_1 auf oz und der unter den gleichen Bedingungen erfolgten Projektion der aufgebrachten Last aus.

Nun zur Deutung der Gleichung (5): Es genügt hierfür, ein viereckiges Element zu betrachten, von dem zwei Seiten durch Asymptotenlinien gebildet werden, die sich in O kreuzen. Die Resultierende der an dem Viereck angreifenden Längsspannungen n_1 und n_2 liegt in der Tangentialebene. Diese Resultierende ist ja nur die geometrische Summe der Spannungsresultanten n_1 und n_2, und jede dieser Spannungsresultanten liegt notwendigerweise innerhalb der Berührungsebene einer Asymptotenlinie, welche infolge der Definition der Asymptoten mit der Tangentialebene zusammenfallen muß. Die außerhalb der Tangentialebene liegende Komponente ζ der auf die Oberfläche aufgebrachten Lasten hängt also nur von der Schubspannung Θ ab und sie ist dieser auch direkt proportional. Der Proportionalitätskoeffizient hat den Wert 2 s und ist einfach geometrisch zu deuten. Er ist der Quotient aus dem doppelten Abstand der O gegenüberliegenden Ecke des Viereckes von der Tangentialebene durch O, parallel zur Richtung oz gemessen, dividiert durch das Produkt der Seitenlängen der Asymptotenlinien, welche das Viereck bilden.

4. *Einteilung der Schalen in Bezug auf ihre mechanischen Eigenschaften.*

Die vorstehenden Betrachtungen führen zu einer Einteilung der Schalen in drei Gruppen. Die erste Gruppe umfaßt die abwickelbaren Oberflächen, wie Zylinder und Kegel. Die zweite Gruppe umschließt die konvexen Oberflächen, wie die Kugel, die elliptischen Paraboloide, die Ellipsoide, die zweischaligen Hyperboloide und ganz allgemein alle doppelt gekrümmten Flächen, die durch eine nach unten konkave Kurve erzeugt werden, wenn diese auf einer Leitlinie mit ebenfalls nach unten konkaver Krümmung gleitet. Die dritte Gruppe umgrenzt die gegensätzlich gekrümmten Flächen, wie die hyperbolischen Paraboloide, die einschaligen Hyperboloide, die Konoide, alle nicht abwickelbaren regelmäßigen Flächen und ganz allgemein alle Flächen, die durch eine nach oben konkave Kurve erzeugt werden können, wenn sie auf einer nach unten konkaven Leitlinie gleitet.

Zu dieser Einteilung wird man durch die geometrische Deutung der Gleichung (3) geführt. In der ersten Gruppe findet man jene Schalen, für welche die

Gleichung (3) in die Form der Gleichung (4) gebracht werden kann. Für die zweite Gruppe kann Gleichung (3) in folgende Form gebracht werden:

$$r \cdot \nu_1 + t \cdot \nu_2 = \zeta \tag{6}$$

wobei r und t vom gleichen Vorzeichen sind. Die Schalen der dritten Gruppe sind jene, für welche die Gleichung (3) in die Form (5) übergeführt werden kann.

Wir bemerken, daß für die Schalen der dritten Gruppe die Gleichung (3) ebenfalls in die der Gleichung (6) übergeführt werden kann; in diesem Falle sind jedoch r und t von verschiedenem Vorzeichen. Außerdem kann noch für die Schalen der zweiten Gruppe die Gleichung (3) die Form der Gleichung (5) annehmen, wobei wiederum Θ die Schubspannung in den Asymptotenlinien bedeutet. In diesem Falle sind jedoch s und t imaginäre Ausdrücke und die Gleichung (5) stellt nicht mehr eine Bezeichnung zwischen reellen Größen dar.

Die Schalen der ersten Gruppe sind durch die Eigenschaft gekennzeichnet, daß die normal zu den geradlinigen Erzeugenden wirkende Komponente des Spannungszustandes in jedem Punkte porportional zur Normalkomponente der Dichte der aufgebrachten Last ist. Die Schalen der zweiten Gruppe sind durch die Eigenschaft gekennzeichnet, daß der rein imaginäre Schubspannungszustand, der auf die in den imaginären Asymptotenlinien liegenden Elemente wirkt, in jedem Punkte proportional zur Normalkomponente der Dichte der aufgebrachten Last ist. Die Schalen der dritten Gruppe zeichnen sich durch die Eigenschaft aus, daß der Schubspannungszustand, der auf die in den Asymptotenlinien liegenden Elemente wirkt, in jedem Punkte proportional zur Normalkomponente der Dichte der aufgebrachten Last ist.

Zwischen den Schalen der zweiten und dritten Gruppe kann man noch folgenden Unterschied beobachten: Wenn man an einem beliebigen Punkte die an zwei konjugierten Schnitten angreifenden Längsspannungen betrachtet, so kann man die Normalkomponente der aufgebrachten Last, die ein linearer Ausdruck dieser Längsspannungen ist, als den durch diese Längsspannungen hervorgerufenen, nach außen wirkenden Druck betrachten. Dieser Ausdruck enthält bei den Schalen der zweiten Gruppe Koeffizienten gleichen Vorzeichens und bei den Schalen der dritten Gruppe Koeffizienten von verschiedenem Vorzeichen. Daraus folgt, daß man bei den Schalen der zweiten Gruppe sich die Tragfähigkeit durch die auf zwei konjugierte Schnitte wirkenden gleichsinnigen Längsspannungen erzeugt denken kann. Bei einer Schale der dritten Gruppe dagegen denkt man sich die Tragfähigkeit in analoger Weise durch die auf zwei konjugierte Schnitte wirkenden gegensinnigen Längsspannungen erzeugt.

Handelt es sich um eine Schale der zweiten Gruppe, so kann man immer jene konjugierten Schnitte auswählen, die symmetrisch im Verhältnis zu den Hauptrichtungen liegen. Die zugehörigen Längsspannungskoeffizienten, die in dem linearen Ausdruck die Normalkomponente der Dichte der aufgebrachten Last darstellen, sind gleich. Man kann also sagen, daß bei den Schalen der zweiten Gruppe die Normalkomponente der Dichte der aufgebrachten Last proportional zu der Summe der Längsspannungen ist, welche auf die zu den Hauptrichtungen symmetrisch liegenden konjugierten Schnitte wirken.

Die Verschiedenheit der Eigenschaften, welche, wie wir gesehen haben, die Schalen der drei Gruppen unterscheidet, hat einen entscheidenden Einfluß auf die Art der Stützung, welche man den Schalen an ihren Rändern geben kann, um die Gleichgewichtsbedingungen zu erfüllen und desgleichen auch auf die Art der Berechnung der Spannungen, die wiederum eine Funktion der Randstützung sind.

5. *Untersuchung der Schalen der ersten Gruppe.*

Das Studium der Schalen der ersten Gruppe kommt einer Verallgemeinerung der Untersuchung des Zylinders gleich. Die Gleichung (4) gibt für einen beliebigen Punkt der Schale jene Komponente des Spannungszustandes an, die normal zu der an diesem Punkt getroffenen geradlinigen Erzeugenden steht. Zieht man also auf der Oberfläche eine Gruppe von geodätischen Linien, die die verschiedenen geradlinigen Erzeugenden unter einem konstanten Winkel schneiden, so kennt man die Längsspannungen, die parallel zu diesen geodätischen Linien auf die geradlinigen Erzeugenden wirken. Aus Gleichung (2) erhält man durch eine Integration sofort den Wert der Schubspannung an den Erzeugenden und geodätischen Linien und durch eine weitere Integration erhält man aus Gleichung (1) die Längsspannungen, die auf die geodätischen Linien parallel zu den Erzeugenden wirken.

Der auf diese Weise bestimmte Spannungszustand ist erst dann vollständig, wenn man auf einer bestimmten Kurve, die jede Erzeugende nur ein einziges Mal trifft, eine Annahme über die Werte der auf die Schnittelemente dieser Kurve wirkenden Spannungen trifft. Man kann übrigens auch auf zwei Kurven, von denen beide jede Erzeugende nur ein einziges Mal schneiden, eine Annahme über den Zusammenhang zwischen den Komponenten des Spannungszustandes treffen, der auf jedes Schnittelement der beiden Kurven wirkt.

6. *Studium der Schalen der zweiten Gruppe.*

Wir betrachten nun eine Schale der zweiten Gruppe. Wir haben schon gesehen, daß die Normalkomponente der Dichte der aufgebrachten Last an jedem Punkt proportional der Summe der Längsspannungen ist, die auf die zu den Hauptrichtungen symmetrisch liegenden konjugierten Schnitte wirken. Wir setzen nun voraus, daß diese Längsspannungen gleich seien. Dann ist ihr Wert in jedem Punkt durch die Größe der Normalkomponente der Dichte der Last bestimmt. Damit haben wir die Gleichung (3) erfüllt. Die Gleichungen (1) und (2), welche das Gleichgewicht in der Tangentialebene ausdrücken, sind allerdings erst dann erfüllt, wenn die Tangentialkomponente der Dichte der Last einen bestimmten Wert hat, welchen man dadurch erhält, daß man die Gleichgewichtsbedingungen parallel zur Tangentialfläche genau anschreibt. Wir wollen nun jedes Lastsystem mit „Grundsystem" bezeichnen, das den vorgenannten Bedingungen entspricht, d. h. also, wenn gleich große Längsspannungen an den zu den Hauptrichtungen symmetrisch liegenden konjugierten Schnitten angreifen. Ein beliebiges Lastsystem kann man sich dann aus einem Grundsystem und einem zusätzlichen System zusammengesetzt denken, wobei das letztere nur Tangentialkräfte enthält und als das zu dem Grundsystem komplementäre Lastsystem bezeichnet wird.

Man wird dabei nun zu dem Studium der komplementären Systeme geführt, d. h. also jener Systeme, bei welchen die aufgebrachte Last tangential zur Oberfläche wirkt. Bei solchen Systemen sind die Längsspannungen, welche auf die symmetrisch zu den Hauptrichtungen liegenden konjugierten Schnitte wirken, gleich groß. Der Spannungszustand an einem beliebigen Schnitt hängt also nur von zwei Parametern ab, z. B. von den Komponenten des Spannungszustandes, die auf einen der beiden konjugierten Schnitte einwirken. Es ist augenfällig, daß man diese beiden Parameter beliebig wählen kann. Man sieht leicht, daß man zwei unbestimmte konjugierte Funktionen φ und ψ so bestimmen kann, daß die an einem beliebigen Element der Oberfläche angreifenden Kräfte eine lineare Form der Differentialausdrücke $S_\varphi \cdot d\psi$ und $S_\psi\, d\varphi$ ergeben, wenn man als Parameter zwei Größen wählt, die wir mit S_φ und S_ψ bezeichnen wollen. Die Gleichgewichtsbedingungen in der Tangentialebene zeigen dann, daß die partielle Ableitung von S_φ nach φ und die partielle Ableitung von S_ψ nach ψ lineare Funktionen von S_φ und S_ψ sind. Eliminiert man einen der beiden Parameter, z. B. S_ψ aus den beiden Gleichungen, so erhält man eine lineare partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung mit unbestimmten Variablen, welcher Gleichung der noch enthaltene Parameter S_φ genügen muß.

Um eine Lösung dieser Gleichung zu erhalten, kann man den Wert von S_φ und einer Ableitung davon auf einer beliebig auf der Oberfläche gewählten Kurve annehmen, natürlich unter der Bedingung, daß gewisse analytische Bedingungen erfüllt sind, die damit zusammenhängen, daß es sich um eine Gleichung mit unbestimmten Variablen handelt. Da man mit Hilfe der längs einer Kurve angenommenen Werte von S_φ und einer Ableitung davon längs dieser Kurve S_φ und S_ψ bestimmen kann und damit auch den gesamten Spannungszustand für ein beliebiges Element dieser Kurve, so sieht man, daß man den gesamten Spannungszustand in der Schale erhält, sobald man die Spannungen längs einer Kurve kennt, immer unter der Voraussetzung, daß gewisse analytische Bedingungen erfüllt sind.

Diese analytischen Bedingungen sind nicht nur eine reine Formsache, sie entsprechen folgender physikalischer Tatsache: Man weiß, daß bei allen Problemen, wo eine Gleichung mit unbestimmten Variablen durch die Werte bestimmt ist, welche eine diese Gleichung befriedigende Funktion und eine Ableitung davon längs einer gegebenen Kurve annimmt, die Lösung keine stetige Funktion der Anfangswerte ist. Wenn man die eingesetzten Werte nur wenig ändert, so kann man an beliebigen Punkten beliebig große Werte der Funktion erhalten. Daraus ergibt sich, daß bei einer konvexen Schale die zu den längs einer Kurve gegebenen Spannungswerten gehörigen Gleichgewichtszustände im Verhältnis zu diesen Spannungswerten nicht stabil sind.

Um zu stabilen Lösungen zu kommen, muß man andere Grenzbedingungen untersuchen als die bisher angenommenen. Statt daß man eine Annahme über den Spannungszustand längs einer Kurve trifft, nehmen wir auf einer bestimmten Kurve einen Zusammenhang zwischen den Komponenten des auf die Elemente dieser Kurve wirkenden Spannungszustandes an. In diesem Falle ist das Problem eindeutig und seine Lösung eine stetige Funktion der angenommenen Größen. Der zugehörige Gleichgewichtszustand wird ebenfalls stabil sein. Wir wollen z. B. annehmen, daß die Normalkomponente des Spannungszustandes längs der

gegebenen Kurve Null sei. Mit Hilfe der relativen Unbestimmtheit der Parameter S_φ und S_ψ kann man diese so bestimmen, daß S_φ der Normalkomponente des Spannungszustandes längs der gegebenen Kurve entspricht. Die Theorie der Differentialgleichungen erlaubt eine Bestimmung der Funktion S_φ nach einer ähnlichen Methode, wie sie von *Fredholm* und seinen Nachfolgern zur Lösung ähnlich geformter Gleichungen mit unbestimmten Variablen angewandt wurde.

7. *Studium der Schalen der dritten Gruppe.*

Wir betrachten nun eine Schale der dritten Gruppe. Der Wert der Normalkomponente der Dichte der Last bestimmt in erster Linie den Schubspannungszustand für die in den Asymptotenlinien liegenden Schnitte. Wir wollen voraussetzen, daß der Spannungszustand in der Schale nur aus diesen Schubspannungen bestehe. Hierzu ist nur nötig und auch genügend, daß die Tangentialkomponente der an einem zwischen den Asymptotenlinien liegenden Viereck angebrachten Last in Gleichgewicht mit der Resultante der auf die Tangentialebene projizierten Tangentialbeanspruchungen steht. Wir wollen nun jedes Lastsystem, das den vorstehenden Bedingungen genügt, daß der an den Schnitt-Elementen der Asymptotenlinien angreifende Spannungszustand nur aus Schubspannungen besteht, als Grundsystem bezeichnen. Es ist nun leicht einzusehen, daß man sich jedes beliebige Lastsystem durch eine Superposition aus einem Grundsystem und einem anderen System, das wir Komplementärsystem nennen wollen, entstanden denken kann.

Wir werden hierdurch zum Studium der Komplementärsysteme geführt. Wir erinnern uns dabei, daß die an einem Schalenelement angreifende Schnittkraft als eine Linearkombination der Differentialausdrücke $S_\varphi \cdot d\psi$ und $S_\psi d\varphi$ dargestellt werden kann, wobei φ und ψ jetzt zwei reelle Funktionen sind und S_φ und S_ψ zwei reelle Parameter. Die Gleichgewichtsbedingungen in der Tangentialebene erlauben es nun, die partiellen Ableitungen von S_φ nach φ und von S_ψ nach ψ als lineare Funktionen von S_φ und S_ψ auszudrücken. Die Elimination von S_ψ führt zu einer linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung von S_φ mit reellen Variablen. Die Variablen dieser Differentialgleichung stellen die Asymptotenlinien dar.

Um eine Lösung der vorstehenden Gleichung zu erhalten, die für den durch den Rand C begrenzten Bereich D gültig ist, zerlegen wir diesen Rand in zwei Folgen von Bogenstücken Γ und Γ' derart, daß die von jedem Punkt des Bereiches D ausstrahlenden Asymptotenlinien Γ nur ein einziges Mal treffen. Jetzt unterteilen wir noch Γ in zwei Folgen von Bogenstücken Γ_1 und Γ_2 derart, daß jeder gebrochene Zug von Asymptotenlinien, der irgend einen Punkt von Γ_1 mit einem Punkt von Γ' verbindet, seine dazwischenliegenden Ecken auf Γ_2 oder Γ' hat und gleichzeitig noch die Bedingung erfüllt ist, daß kein gebrochener Zug von Asymptotenlinien möglich ist, der seine Enden auf Γ_1 und seine dazwischenliegenden Ecken auf Γ_2 hat. Man wird eine für den Bereich D gültige eindeutige Lösung erhalten, wenn man auf Γ_1 den Wert des auf die Schnittelemente Γ_1 einwirkenden Spannungszustandes und auf Γ_2 einen Zusammenhang zwischen den Komponenten des auf die Schnittelemente Γ_2 wirkenden Spannungszustandes annimmt. Diese Lösung erhält man durch eine wiederholte Anwendung der *Riemann*'schen Formel auf die verschiedenen Unterbereiche des

Bereiches D. Hierbei sind keine besonderen analytischen Bedingungen zu erfüllen und die erhaltene Lösung ist immer eine stetige Funktion der Anfangswerte. Im allgemeinen gibt es jedoch keine Lösung, die zu einem Zusammenhang zwischen den Komponenten des auf die verschiedenen Schnittelemente der gegebenen Kurve C einwirkenden Spannungszustandes gehörte.

Ist die betrachtete Schale eine regelmäßige Fläche, so kann die partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung auf eine lineare partielle Differentialgleichung erster Ordnung zurückgeführt werden, welche nur eine Ableitung enthält. Diese Gleichung kann integriert werden, da man sie als eine lineare Differentialgleichung auffassen kann. In dem Sonderfall der über einem Viereck errichteten regelmäßigen Flächen genügen zur Bestimmung der Parameter S_φ und S_ψ zwei Quadraturen.

8. *Wahl der Stützungsarten bei den Schalen der dritten Gruppe.*

Die Wahl der Stützungsarten hängt bei einer Schale wesentlich davon ab, zu welcher Gruppe sie gehört. Wir unterscheiden zwei Stützungsarten: die einfache Stützung, bei welcher die Stützkräfte nur von einem Parameter abhängen, und die doppelte Stützung, bei welcher die Stützkräfte von zwei Parametern abhängen. Die Spannungs-Komponenten, welche die Schale auf eine einfache Stützung überträgt, müssen infolgedessen einem schon im Voraus bekannten Zusammenhang genügen, während die Spannungs-Komponenten, welche auf eine doppelte Stützung einwirken, unabhängige Werte annehmen können. Übrigens können gewisse Randpartien der Schale auch ungestützt bleiben, so daß man einen freien Rand erhält.

Wir wollen nun untersuchen, wie man über den Rand einer Schale freie Ränder, einfache Stützungen und doppelte Stützungen verteilen kann, um noch einen eindeutigen und stabilen Gleichgewichtszustand zu erhalten.

Wir beschäftigen uns zuerst mit einer Schale der ersten Gruppe. Man kann einen freien Rand für jede Randpartie annehmen, die keine geradlinige Erzeugende enthält, und einmal oder mehrmals von jeder Erzeugenden geschnitten wird. Wenn der freie Rand von allen Erzeugenden geschnitten wird, ist die Verteilung der Spannungen innerhalb der Schale bestimmt und die anderen Ränder müssen doppelte Stützung erhalten. Der zugehörige Gleichgewichtszustand ist stabil. Nun nehmen wir zwei Ränder an, von denen jeder nur einmal alle Erzeugenden schneidet und einfach gestützt ist. Auch hier erhält man einen stabilen Gleichgewichtszustand der Schale, wenn man die übrigen Randpartien, welche nur noch Erzeugende enthalten, doppelt stützt.

Nun zu einer Schale der zweiten Gruppe. Hier sind keine freien Ränder möglich, da der zugehörige Gleichgewichtszustand nicht stabil wäre. Man kann aber den ganzen Rand der Schale einfach stützen. Der zugehörige Gleichgewichtszustand ist eindeutig und stabil.

Wenn wir nun eine Schale der dritten Gruppe betrachten und ihren Rand in drei Gattungen von Bogenstücken Γ_1, Γ_2 und Γ' unterteilen, die den Ausführungen des Abs. 7 entsprechen, so kann man längs Γ_1 einen freien Rand, längs Γ_2 einfache Stützung und längs Γ' doppelte Stützung annehmen. In diesem Falle erhält man einen eindeutigen und stabilen Gleichgewichtszustand.

9. *Geometrische Eigenschaften und geometrische Berechnung der Schalen der dritten Gruppe.*

Die Schalen der dritten Gruppe zeigen bemerkenswerte geometrische Eigenschaften, welche die Möglichkeit zu einer genauen graphischen Berechnung geben.

Es sollen zuerst die in Abs. 7 eingeführten Parameter S_φ und S_ψ und die Funktionen φ und ψ geometrisch gedeutet werden. S_φ und S_ψ sind die Längsspannungen, die bei einem komplementären Lastsystem auf die Asymptotenlinien einwirken. φ und ψ sind krummlinige Koordinaten der Fläche, für welche die Koordinatenlinien die Asymptotenlinien darstellen.

Wir ersetzen nun die Schale durch ein windschiefes Netz, dessen Maschen jene schiefwinkligen geradlinigen Vierecke sind, welche die Asymptotenlinien umgrenzen. Dieses System verhält sich gleich wie die gegebene Fläche und solange die Maschen genügend klein sind, kann man die beiden Systeme miteinander vertauschen. Die Lasten müssen an den Ecken dieses Netzwerkes tangential zur Oberfläche angebracht werden.

Die an einer beliebigen Ecke des Netzwerkes angreifende Einzellast F kann man nach den zwei Stabrichtungen von zwei verschiedenen Asymptotenlinien zerlegen, die sich in der betrachteten Ecke schneiden. Man überträgt damit die Last F nach zwei anderen Knotenpunkten der Fläche, wo man in derselben Weise verfährt und so fort. Ist nun der Rand der Fläche in drei Gattungen von Bogenstücken Γ_1, Γ_2 und Γ' entsprechend den im Vorstehenden angegebenen Bedingungen unterteilt und wählt man in passender Weise die beiden Anfangsstäbe, nach denen man die gegebene Kraft F zerlegt, so kann die Übertragung der Kraft F nach dem angegebenen Verfahren so erfolgen, daß kein freier Rand getroffen wird. Kommt man dabei zu einem einfach gestützten Rand Γ_2, so kann man hier die Zerlegung nach der Richtung des zweiten Stabes, welcher zu der auf Γ_2 liegenden Ecke führt und nach der Richtung der Stützkraft vornehmen. Diesen Vorgang nennt man die Rückstrahlung an der einfachen Stützung. Wenn man in dieser Weise weiter fortfährt, überträgt man schließlich die Last F auf die doppelt gestützten Zonen. Man hat damit einen Gleichgewichtszustand des Systemes erhalten, der sich mit den Stützkräften verträgt, und damit also stabil ist. Wenn man in derselben Weise für jeden belasteten Knoten des Netzwerkes verfährt, bestimmt man durch eine einfache Zerlegung der Lasten nach der Parallelogrammregel den zu einem komplementären Lastsystem gehörigen Gleichgewichtszustand. Die zugehörige zeichnerische Darstellung kann leicht in der Projektion auf eine beliebige Ebene vorgenommen werden.

An Hand der eben besprochenen geometrischen Bestimmung des Kräfteverlaufes kann man sich das Gleichgewicht in einer Schale der dritten Gruppe als durch einen Kräftefluß in Richtung der Asymptotenlinien erzeugt denken, der von den freien Rändern ausstrahlt, an den einfachen Stützungen reflektiert wird, um an den doppelten Stützungen zu enden. Die gleiche Eigenschaft wird auch bei der Fortpflanzung von Wellen bei Erscheinungen beobachtet, die durch lineare partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit reellen Variablen bestimmt sind und wie diese hängt sie hauptsächlich damit zusammen, daß die Variablen der Gleichungen, die das Gleichgewicht der Spannungen in der betrachteten Schale bestimmen, reell sind.

10. *Einfache Beispiele für Schalen der dritten Gruppe.*

Das einfachste Beispiel einer Schale der dritten Gruppe liefert das hyperbolische Paraboloid. Diese Schale zeichnet sich durch die Eigenschaft aus, daß die Schubspannung längs der geradlinigen Erzeugenden, abgesehen von einem für die ganze Oberfläche nahezu konstanten Faktor, gleich der auf die Flächeneinheit der Projektion auf eine beliebige, nicht zur Achse parallele Ebene bezogenen Komponente der Last in Richtung der Achse des Paraboloids ist.

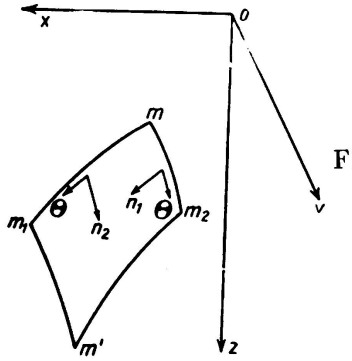


Fig. 1.

Andererseits pflanzen sich die aus dem Komplementärsystem der Lasten herrührenden Beanspruchungen längs der Erzeugenden fort, ohne andere Erzeugende in Mitleidenschaft zu ziehen. Die an einem kleinen Element der Schale angebrachte tangentiale Beanspruchung ist also nur in den durch die Erzeugenden gebildeten Streifen spürbar. Nach dem hyperbolischen Paraboloid ist die einfachste Schale der dritten Gruppe das einschalige Hyperboloid. Diese Schale hat mit dem Paraboloid die Eigenschaft gemein, daß die aus dem Komplementärsystem herrührenden Lasten sich längs einzelnen Erzeugenden fortpflanzen, ohne die anderen Erzeugenden in Mitleidenschaft zu ziehen. Sie unterscheidet sich von dem hyperbolischen Paraboloid nur durch den komplizierteren Faktor der Proportionalität zwischen der Schubspannung und der Dichte der aufgebrachten Last.

Nun zu den regelmäßigen, nicht abwickelbaren Flächen und in erster Linie zu den Konoiden. Für diese Flächen hat der Koeffizient der Proportionalität zwischen der Schubspannung auf die Asymptotenlinien und der Dichte der aufgebrachten Last eine bedeutend kompliziertere Form als für die zuerst betrach-

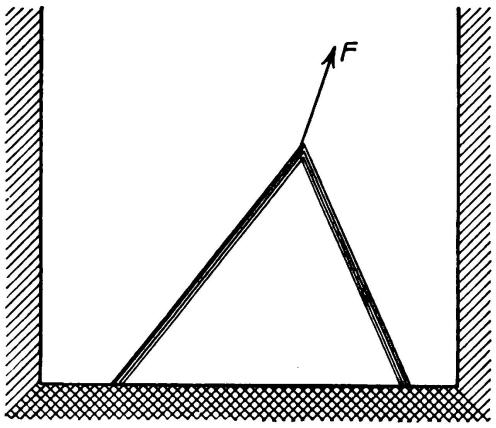


Fig. 2.
Fortpflanzungsart der Tangentialkräfte in einem Regelviereck.

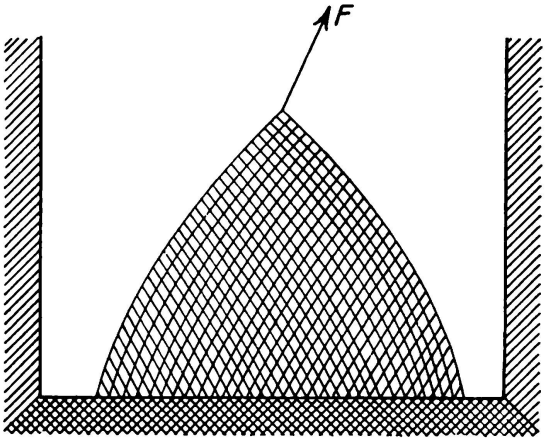


Fig. 3.
Fortpflanzungsweise der Tangentialkräfte in irgend einer Oberfläche der 3. Gruppe.

teten Flächen; sie zeichnen sich aber vor diesen Flächen dadurch aus, daß die aus dem Komplementärsystem herrührenden Kräfte sich bei der Fortpflanzung über die Oberfläche ausbreiten, wobei sich die krummen Asymptotenlinien auf die geradlinigen Erzeugenden der Fläche abstützen, so daß die an einem kleinen Element angreifende Tangentialkraft einen fächerförmigen Bereich der Oberfläche zur Mitwirkung heranzieht, genau wie bei den allgemeinsten Flächen der dritten Gruppe.

Die Fig. 2 und 3 zeigen den Unterschied zwischen den regelmäßigen über einem Viereck errichteten Flächen und den anderen Flächen der dritten Gruppe in Bezug auf den soeben besprochenen letzteren Punkt.

11. *Schlußfolgerungen.*

Wenn man von den regelmäßigen abwickelbaren Flächen, wie Zylinder und Kegel absieht, die für sich eine besondere Klasse von Schalen bilden, so scheidet sich die Gesamtzahl der übrigen doppelt gekrümmten Schalen je nach dem Vorzeichen der Krümmungen in zwei große Gruppen. Bei diesen beiden Gruppen von Schalen spielen die Asymptotenlinien die wesentliche Rolle bei der Übertragung der Tangentialkräfte und infolgedessen auch bei der Bestimmung der Art der zu einem eindeutigen und stabilen Gleichgewicht gehörigen Stützkräfte. Wenn die Asymptotenlinien imaginär sind, kann die Schale keine freien Ränder haben, sie kann jedoch am ganzen Umfang durch einfach gestützte Ränder begrenzt werden. Das einfachste Beispiel einer solchen Stützung bildet eine ebene Scheibe, die eine große Steifigkeit in Richtung der Ebene und keine nennenswerte Steifigkeit normal zu der Ebene aufweist. Sind die Asymptotenlinien jedoch reell, so kann man die Ränder der Schale in freie Ränder, einfach gestützte Ränder und doppelt gestützte Ränder, wie im Vorstehenden angegeben, nach bestimmten Regeln unterteilen. Da die doppelt gestützten Ränder vom konstruktiven Standpunkt aus Schwierigkeiten bieten können, ist es von Vorteil, ihre Bedeutung auf ein Minimum einzuschränken. Dies kann auf verschiedene Weise durch entsprechende Formung der Fläche erreicht werden.

Im Hinblick auf die einfachste Form der Berechnung der Schale kann man auf Grund der vorstehenden Betrachtungen ersehen, daß unter den doppelt gekrümmten Schalen besonders die über einem Viereck errichteten regelmäßigen Flächen zu ganz einfachen Rechenmethoden führen.

Zusammenfassung.

Bei der Konstruktion von Schalengewölben in Eisenbeton handelt es sich zunächst um statisch bestimmte, von der Elastizitätstheorie unabhängige Probleme. Der Gesamtbereich dieser Fragen wird unter Ausschluß anderer Probleme behandelt, die bei der Ausführung von Schalen infolge der entstehenden Verformungen auftauchen, vor allem aber auch unter Ausschluß der Probleme der Verträglichkeit jener Verformungen, welche der auf statisch bestimmtem Wege errechnete Spannungszustand bedingt.

Die allgemein angenommene Hypothese einer gleichmäßigen Verteilung der Spannungen über die Querschnittsdicke wird benutzt, so daß man sich die Schale in ihrer Mittelfläche vereinigt denken kann.

Leere Seite
Blank page
Page vide

IVa 2

Die Flächentragwerke des Eisenbetonbaues.

Les surfaces portantes dans la construction en béton armé.

Shell Construction in Reinforced Concrete.

Dr. Ing. Fr. Dischinger,
Professor an der Technischen Hochschule, Berlin.

Nachdem vor ca. 12 Jahren von der Dyckerhoff & Widmann AG. in Verbindung mit der Firma Zeiß, Jena die Schalenbauweise geschaffen wurde, bei welcher die Lastübertragung im wesentlichen nur durch Dehnungskräfte erfolgt, hat diese Bauweise in der Zwischenzeit einen gewaltigen Aufschwung genommen, der nur dadurch ermöglicht wurde, daß nach großzügigen Versuchen die Theorie dieser räumlichen Gebilde in überraschend kurzer Zeit weitgehend ausgebaut wurde. In noch viel höherem Maße als durch die Theorie der kreuzweis gespannten Platten und Pilzdecken wurden hierdurch dem monotolitischen Eisenbeton auf dem Gebiet der weitgespannten Hallen neue Arbeitsgebiete geschaffen. Mittels der Schalen und Faltwerke, die beide unter dem Namen Flächentragwerke zusammengefaßt werden, lassen sich Spannweiten erzielen, deren Verwirklichung man früher in der Massivbauweise für unmöglich gehalten hätte. Hierbei ist zu berücksichtigen, daß seit der Erfindung der Schalenbauweise erst ein Jahrzehnt verflossen ist. In dieser kurzen Zeit wurden hunderttausende von Quadratmetern große Hallen mit Spannweiten bis zu 100 m erstellt.

Das nachstehende Referat zerfällt in zwei Teile. In dem ersten Teil wird ein Überblick über die Entwicklung der Theorie seit dem letzten Kongreß gegeben und die bauliche Entwicklung an Hand einiger Ausführungen gezeigt. In dem zweiten Teil dagegen wird das Problem der durchlaufenden Zylinderschalen bzw. Rohre behandelt.

1. *Die Entwicklung der Theorie der Schalen seit dem letzten Kongreß in dem Jahre 1932.*

Bezüglich der verschiedenen Schalenformen, die nachstehend besprochen werden, wird auf das Referat von *W. Petry* II/4 für den Kongreß Paris 1932 hingewiesen. In dem im gleichen Jahre erschienenen Bd. 1 der „Abhandlungen" hat *U. Finsterwalder*[1] das Problem der Zeiß-Dywidag-Tonne behandelt. Diese setzt sich zusammen aus einer zylindrischen Schale und den beiderseitigen Randbalken. Hierdurch ergibt sich ein einheitlicher Raumträger, den man auch als räumlichen Plattenbalken bezeichnen kann, bei dem die Schale die Druckplatte darstellt. Im Gegensatz zu den gewöhnlichen Plattenbalken, bei welchen bei größeren Abständen der Stege, die Platte sich nur in beschränktem Maße an der

Übernahme der Druckkräfte beteiligt, wirkt bei diesen räumlichen Plattenbalken die gesamte Schale als Druckplatte mit. Das hängt damit zusammen, daß bei den gewöhnlichen Plattenbalken nach Fig. 1a die Mitwirkung der Platte an der Übernahme der Druckkräfte N_x durch Schubkräfte N_{xy} zwischen den Balken und der Platte erzwungen werden muß. Die mitwirkende Breite ist deshalb eine Funktion der Trägerlänge. Die Druckspannungen verteilen sich aber nicht gleichmäßig auf die gesamte Breite der Platte, weil sich die von den Balken weiter entfernten Plattenstreifen infolge der Schubverzerrungen der Mitarbeit entziehen.

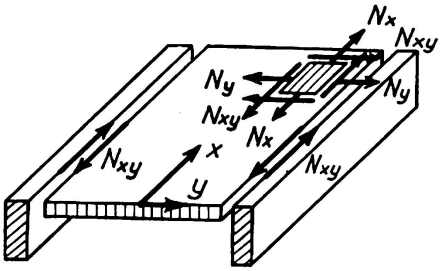


Fig. 1a.

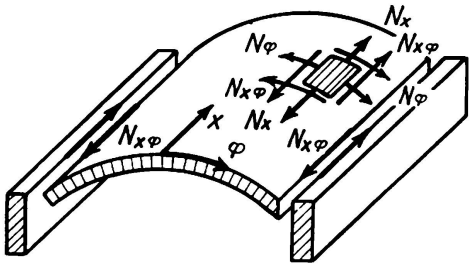


Fig. 1b.

Die Wirkungsweise bei den räumlichen Plattenbalken nach Fig. 1b ist eine wesentlich andere, denn in den Schalen sind, wie aus den Gl. 2 des nachfolgenden Abschnittes II hervorgeht, auch bei Vernachlässigung der Schubkräfte $N_{x\varphi}$ zwischen Schale und Randbalken, in den Schalen Druckkräfte N_x vorhanden, die bedingt sind durch die Massen- oder Flächenlasten der Schale und infolgedessen beteiligt sich die Schale in ihrer ganzen Breite an der Übernahme der Druckkräfte und zwar in um so höherem Maße je mehr die Querschnittslinie der Schale gegenüber der Seillinie überhöht ist. Deshalb besitzen die Schalenträger, deren Querschnittslinie nach flachen Ellipsensegmenten geformt sind, eine wesentlich bessere Trägerwirkung von Binderscheibe zu Binderscheibe als die Kreiszylinderschalen. Des weiteren ergeben sich für diese stark überhöhten Schalenträger auch viel geringere Biegungsmomente in der Gewölberichtung, weil bei ihnen die zur Übernahme des äußeren Biegungsmomentes notwendigen Druckkräfte N_x zum weitaus größten Teil durch die Flächenlasten der Schale selbst und nicht durch die Schubkräfte $N_{x\varphi}$ erzeugt werden. Die Größe der auftretenden Biegungsmomente in der Gewölberichtung sind abhängig von dem Anteil der Druckkräfte N_x, die durch die Schubkräfte $N_{x\varphi}$ unter Zwang erzeugt werden müssen. Aus diesen Überlegungen ergibt sich ohne weiteres, daß sich bei den Schalenträgern mit stark überhöhten Querschnittslinien wesentlich geringere Biegungsmomente ergeben, als bei den Kreiszylinderschalen. Ich komme auf diesen Punkt später nochmals zu sprechen.

Zwischen der Schale und dem Randträger ergeben sich vier statisch unbestimmte Kräfte. Diese sind: 1. Die Gewölbekraft N_φ, die Querkraft Q_φ, das Biegungsmoment M_φ, und die Schubkraft $N_{x\varphi}$. Für die beiden Ränder zusammen haben wir also acht statisch unbestimmte Größen, und infolgedessen muß dem Schalenproblem eine Diff.-Gl. achter Ordnung oder ein dieser entsprechendes System von drei Diff.-Gl. zugrunde liegen, denn wir benötigen, entsprechend den acht statisch unbestimmten Größen, für die Schließung der beiden Fugen

zwischen der Schale und den Randträgern acht Konstante. Bei seiner Lösung ging *U. Finsterwalder* davon aus, daß bei größeren Binderabständen die Schale nicht in der Lage ist, durch Biegungsmomente M_x Lasten nach den Binderscheiben abzutragen und setzte dementsprechend das Moment M_x und die zugehörige Querkraft Q_x, sowie das Drillungsmoment $M_{x\varphi}$ zu Null. Infolge dieser Annäherung gelang es, das Problem in Form einer Diff.-Gl. achter Ordnung unter Einführung einer Spannungsfunktion darzustellen, bei der sich die inneren Kräfte der Schale in gleicher Weise wie bei der *Airy*'schen Spannungsfunktion der Scheibe als Ableitungen dieser Spannungsfunktion darstellen ließen.

Bei kleinen Binderabständen im Verhältnis zu dem Krümmungsradius der Kreiszylinderschale sind die von *U. Finsterwalder* getroffenen Vernachlässigungen $M_x = Q_x = M_{x\varphi} = 0$ nicht mehr zulässig. Aus diesem Grunde bemühte sich der Verfasser, für diese Fälle, die für Hallenbauten mit großen Gewölbespannweiten von Bedeutung sind, für die Kreiszylinderschale eine strenge Lösung zu schaffen. Da bei diesen weitgespannten Gewölben die Schale mit Rücksicht auf die Knicksicherheit durch Rippen verstärkt werden muß, habe ich meine Untersuchungen auch auf anisotrope Schalen ausgedehnt.[2] Es ergeben sich hierbei drei lineare simultane Diff.-Gl. mit konstanten Koeffizienten. Particulare Lösungen dieser Diff.-Gl. erhält man nach *H. Reißner*[3] dadurch, daß man die Flächenlasten durch Kreisfunktionen in Form doppelter trigonometrischer Reihen darstellt. Die Untersuchungen zeigen nun, daß bei einem in sich geschlossenen Rohr drei Möglichkeiten für die Lastübertragung bestehen. Diese sind: 1. Die Übertragung der Lasten nach den Binderscheiben durch Dehnungskräfte (Membrantheorie), 2. die Übertragung der Lasten nach den Bindern durch Biegungsmomente M_x in der Schale (Plattenwirkung), 3. ein Ausgleich der Lastanteile der höheren Harmonischen durch Biegungsmomente in der Ringrichtung. Dieser Ausgleich in der Ringrichtung ist nur deshalb möglich, weil den höheren Harmonischen bezogen auf den gesamten Ringquerschnitt keine tatsächliche vertikale Lastresultante entspricht. Die tatsächliche Belastung wird durch die Wirkungen 1 und 2 nach den Binderscheiben übertragen. Um bei den Zeiß-Dywidag-Tonnen die Randbedingungen an den beiderseitigen Randbalken zu erfüllen, muß die obige Particular-Lösung durch eine Lösung des homogenen Systems der Diff.-Gl. ergänzt werden. Das homogene System der Diff.-Gl. wird in gleicher Weise wie bei dem weiter unten zu besprechenden schon 1930 gelösten Problem von *K. Miesel*[3] erfüllt durch den Exponential-Ansatz $e^{m\varphi} \cos \lambda x$. Damit gehen die drei Diff.-Gl. in drei gewöhnliche homogene Gleichungen über, die auf eine Gleichung achten Grades führen, aus deren Lösung wir die Wellenlängen und die Dämpfungen der von den beiden Rändern ausgehenden Doppelschwingungen erhalten. Diese Gleichung achten Grades wurde für ca. hundert verschiedene Fälle gelöst. Die sich daraus ergebenden Werte der Wellenlängen und Dämpfungen wurden in Diagrammen aufgetragen, die ein Abgreifen dieser Werte ohne jede Rechnung ermöglichen. Durch den obigen Ansatz lassen sich jedoch nicht nur die acht Randbedingungen an den Rändern längs der Erzeugenden, sondern zugleich auch die Randbedingungen an die Binderscheiben erfüllen.

Das Randproblem des geschlossenen Kreiszylinderrohres an den Binderscheiben wurde, wie oben erwähnt, schon 1930 von *K. Miesel* für eine ganz beliebige Randstörung behandelt. Hierbei berücksichtigte *K. Miesel* auch zugleich die Nach-

giebigkeit der aussteifenden Scheiben, ein Problem, das bei dem U-Boot-Bau eine große Rolle spielt. Auch *U. Finsterwalder* hat sich in seiner unter 1. angezogenen Arbeit mit diesem Problem beschäftigt und dafür eine Näherungslösung geschaffen, wieder in Form einer Spannungsfunktion, wobei jetzt im Gegensatz zu der entsprechenden Lösung für die Zeiß-Dywidag-Schalen, nicht die Größen M_x, Q_x, $M_{x\varphi}$, sondern die Werte M_φ, Q_φ, $M_{x\varphi}$ vernachlässigt wurden. Diese Näherungslösung ergibt bei wesentlich geringerer Rechenarbeit für nicht allzu große Werte der Harmonischen eine sehr gute Übereinstimmung mit der strengen Lösung von *K. Miesel*. Für unsere Bauaufgaben kommen jedoch keine sehr hohen Werte der Harmonischen in Frage.

Je biegungssteifer die Schale in der Gewölberichtung ausgebildet wird, umso mehr nähert sich bei den Zeiß-Dywidag-Tonnen das Gesetz der Spannungsverteilung der N_x-Kräfte dem *Navier*'schen Geradlinien-Gesetz, weil dann die Formänderungsarbeit der Biegungsmomente in der Gewölberichtung gegenüber der der Dehnungskräfte keine Rolle mehr spielt. Je dünner aber die Schale ist, um so mehr hat sie das Bestreben, die Biegungsmomente zu verkleinern bei entsprechend ungünstiger Verteilung der Dehnungskräfte. Um trotzdem eine günstigere Verteilung der N_x-Kräfte zu erhalten, müssen diese dünnen Schalen mit entsprechend hohen Randbalken kombiniert werden.

Ich habe schon im Anfang meiner Darlegungen darauf hingewiesen, daß sich bei den stark überhöhten Querschnittskurven, wie z. B. bei dem flachen Ellipsensegment geringere Biegungsmomente bei wesentlich günstigerer Trägerwirkung ergeben. Je größer die Schalentonnen werden, umso notwendiger wird es, die Kreiszylinderschalen durch stärker überhöhte Schalenformen zu ersetzen. Bei den großen Hallenbauten des Reichsluftfahrtministeriums wurden deshalb fast ausschließlich Schalen mit elliptischer Querschnittslinie verwendet, die nach einem Vorschlag von *U. Finsterwalder* mittels der Theorie der Kreiszylinderschale berechnet wurden, dadurch, daß das Ellipsensegment durch drei Kreis-Korbbögen angenähert wurde. Damit ergibt sich naturgemäß eine sehr verwickelte Rechnung, da sich hierbei vier Ränder ergeben und die von den Rändern ausgehenden Schwingungen sich gegenseitig beeinflussen. Es ist deshalb ein starkes Bedürfnis für eine geschlossene strenge Lösung dieser Querschnittskurven vorhanden. Diese ist einem meiner Assistenten gelungen und wird demnächst in einer Dissertation veröffentlicht werden.

Die Schalenträger werden vielfach als durchlaufende Träger über mehrere Felder ausgeführt. Da diese Schalenträger im Verhältnis zur Trägerspannweite eine große Höhe besitzen, werden die Stützmomente durch die Schubverzerrungen teilweise stark beeinflußt. Hierauf hat schon *W. Flügge*[4] hingewiesen. Bei den schlanken Trägern werden bekanntlich die Einflüsse der Schubverzerrungen bewußt als bedeutungslos vernachlässigt. Bei den Schalenträgern ist diese Vernachlässigung nicht immer zulässig. Im Abschnitt II meines Referates habe ich den Einfluß dieser Schubverzerrungen auf die Stützmomente ausführlich nachgewiesen und mittels Dreimomentengleichungen ein Verfahren entwickelt, bei dem die Stützmomente bei beliebigen Trägerspannweiten und bei beliebigen Belastungen sowohl in der Gewölbe- als auch in der Längsrichtung für isotrope und anisotrope Schalenträger ermittelt werden können.

Mit den zunehmenden Spannweiten der Schalenträger gewinnt das Knick-

problem immer mehr an Bedeutung. Hierbei haben wir zwei Fälle zu unterscheiden: a) Das Knicken der Schale in der Gewölberichtung, und b) das Knicken in Richtung der Erzeugenden. Das erste Problem wurde schon 1914 von *R. von Mises*[5] und das zweite noch früher von *Lorenz*[6] und *Timoschenko*[7] behandelt. Bei den Schalenträgern mit großen Gewölbe- und Trägerspannweiten treten aber diese beiden Probleme in Kombination auf, sodaß man bei einer gesonderten Berechnung der beiden Knickfälle zu günstige Resultate erhalten würde. Dieser für die Schalentonnen so wichtige kombinierte Knickfall hat *W. Flügge*[8] im Jahre 1932 gelöst und in einer sehr ausführlichen für die Praxis gut verwendbaren Form dargestellt. Es zeigt sich hierbei, daß sich der Einfluß der kombinierten Knickung in ungünstiger Weise bemerkbar macht. Die Untersuchungen *Flügges* erstrecken sich auch auf den Fall der anisotropen Kreiszylinderschale, auf die man bei großen Spannweiten unbedingt angewiesen ist. Durch einen Grenzübergang zeigt *W. Flügge*, daß sich seine Gleichungen auch auf den Sonderfall der Plattenknickung überführen lassen.

Da bei der Ableitung der Knickbedingungen vorausgesetzt ist, daß die Formänderungen der Schale klein sind im Verhältnis zu den Schalenstärken, daß aber andererseits bei den praktischen Ausführungen diese Bedingung sehr schwer einzuhalten ist, weil sich bei den großen Spannweiten schon sehr merkbare Deformationen ergeben, muß verlangt werden, daß bei der Knicksicherheit der Schalen wesentlich höhere Sicherheiten in Rechnungen gestellt werden, als bei den einfachen Gewölben. Diese Sicherheiten lassen sich leicht erreichen durch eine Verstärkung der Schale mittels Rippen. Diese Rippen haben zugleich den Vorteil, daß durch sie die Deformationen sehr stark vermindert werden, und daß sie zugleich auch die Biegungsmomente der Schale aufnehmen.

In den letzten Jahren haben sich die Schalentonnen in immer größerem Maßstab in fast allen Ländern durchgesetzt. Es sind zylindrische Schalen mit Trägerspannweiten bis zu 60 m und Gewölbespannweiten bis zu 45 m, also bei Grundflächen von 2700 qm zur Ausführung gelangt. Aus den obengenannten Gründen wurden bei den Schalen mit großer Gewölbe- und großer Spannweite elliptische Querschnittslinien verwendet. Andererseits wurden eine Anzahl Hallen mit Gewölbespannweiten bis zu 100 m bei verhältnismäßig kleinen Binderabständen ausgeführt. Die Fig. 2 zeigt eine derartige Flugzeughalle mit großer Gewölbespannweite in der Außenansicht, die Fig. 3 dagegen die Innenansicht einer Flugzeughalle mit großer Gewölbe- und Trägerspannweite, deren Wiedergabe mir von dem Reichsluftfahrtministerium in entgegenkommender Weise gestattet wurde. Die Fig. 4 und 5 zeigen die Verwendung der Schalen bei Industriebauten und zwar ist in der Fig. 4 die Innenansicht der Postkraftwagenhalle Bamberg und in der Fig. 5 die Verwendung der Kreiszylinderschalen in Form von Sheddächern für eine Blechfabrik in Buenos Aires dargestellt.

2. *Die Faltwerksdächer.*

Bei den Faltwerksdächern wird die gekrümmte Querschnittskurve der Schalen durch ein Vieleck und damit die Schale durch ein Scheibenwerk ersetzt. Das Problem ist naturgemäß genau das gleiche wie bei der Zylinderschale. An Stelle der Diff.-Gl. treten Differenzgleichungen von der gleichen Ordnung. Hierbei

Fig. 2.

kommen zu den Biegungsmomenten aus der Schalenwirkung noch solche aus der Plattenwirkung hinzu, da die einzelnen Scheiben zuerst ihre Lasten durch Biegungsmomente nach den Kanten des Faltwerkes übertragen müssen, von wo sie dann durch die Schalen- bzw. Faltwerkswirkung mittels Dehnungskräften nach den aussteifenden Binderscheiben übertragen werden. Dieses Problem wurde unter Berücksichtigung der Biegungsmomente aus der Schalenwirkung zuerst von *E. Gruber*[9] und *G. Grüning*[10] behandelt. Beide Verfasser haben hierbei den Einfluß der Verdrehungssteifigkeit der Randbalken vernachlässigt.

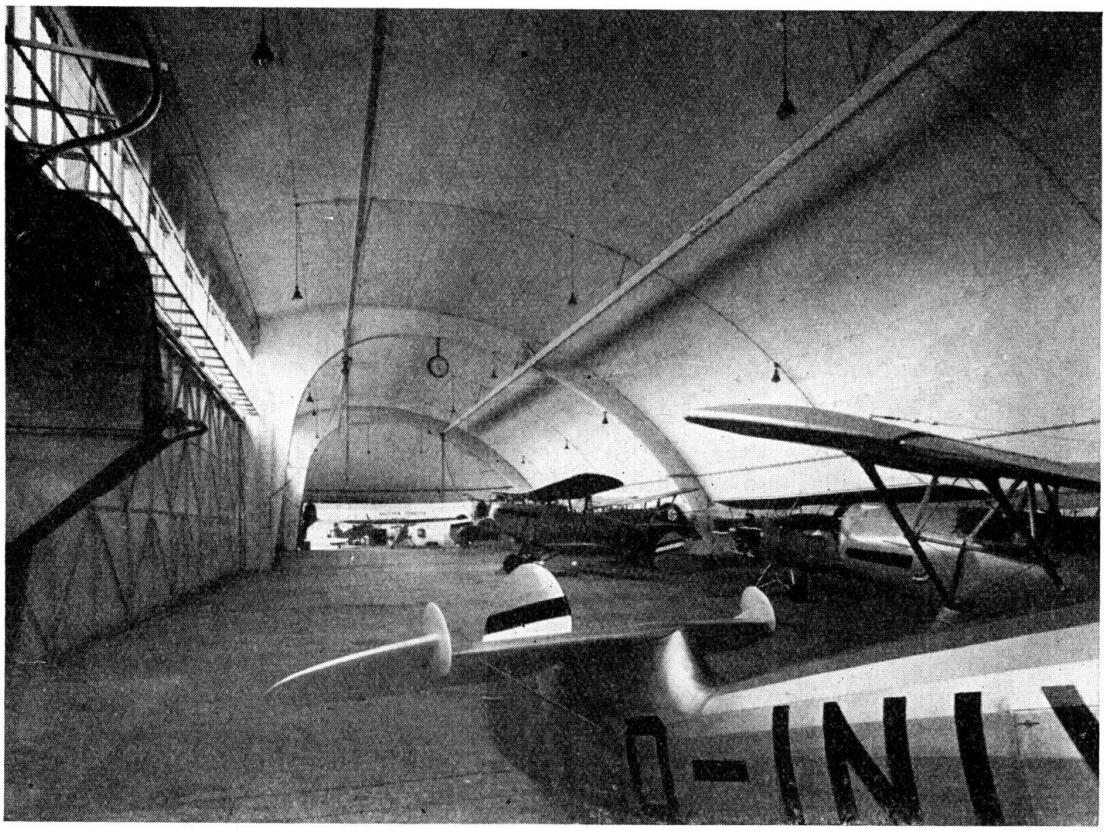


Fig. 3.

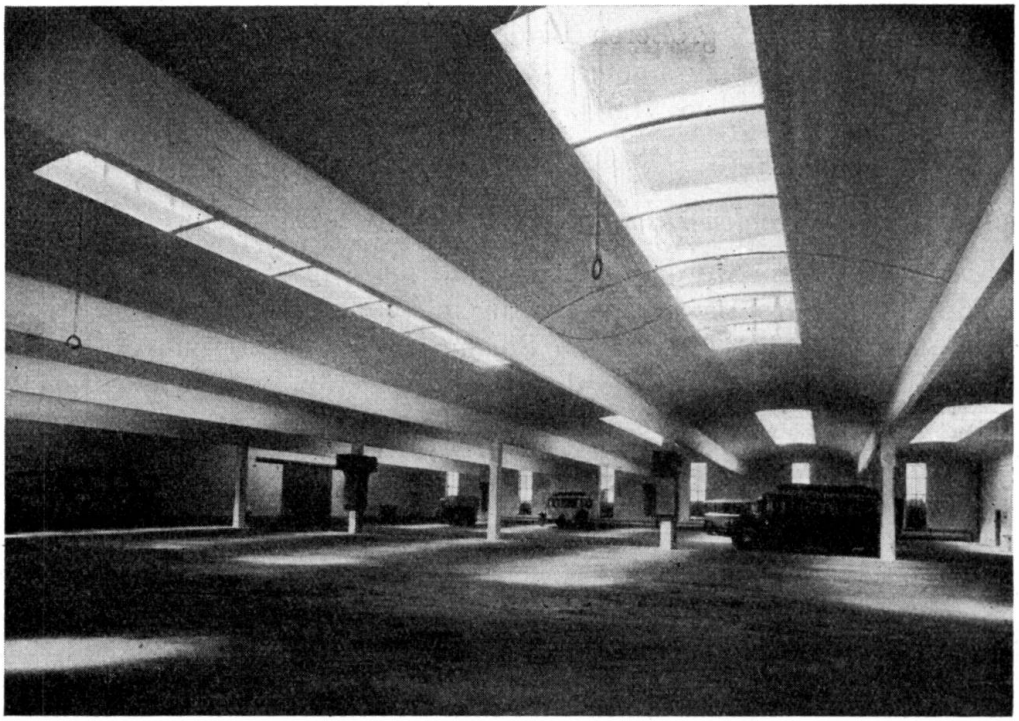


Fig. 4.
Postkraftwagenhalle Bamberg

In dieser Hinsicht wurden die obigen Arbeiten durch *R. Ohlig*[11] vervollkommnet, der in gleicher Weise, wie dies bei den Schalentragwerken schon immer durchgeführt wurde, auch die Verdrehungssteifigkeit der Randbinder mit berücksichtigte. Die Scheibentragwerke sind infolge ihrer größeren Biegungsmomente

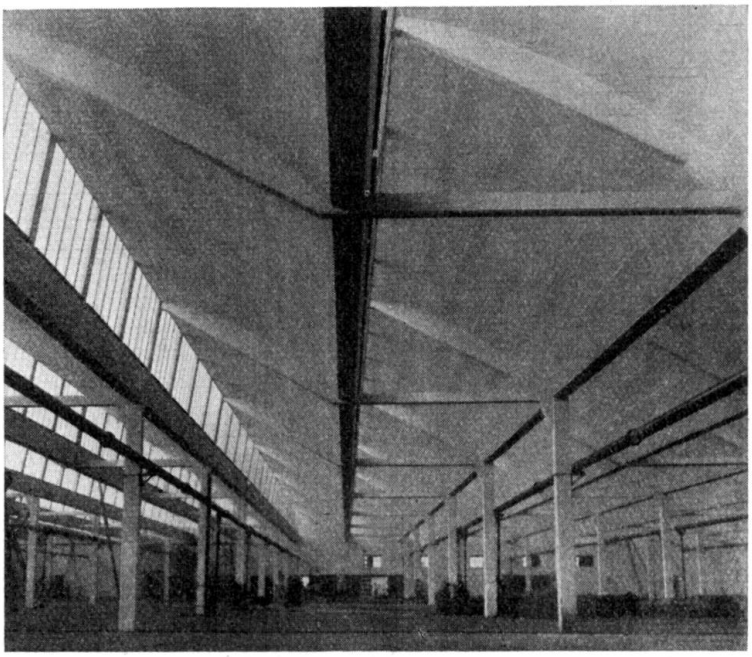


Fig. 5.

gegenüber den Schalen weniger wirtschaftlich, und da das Bessere der Feind des Guten ist, bis heute bei größeren Bauten nicht ausgeführt worden. Das hängt naturgemäß auch damit zusammen, daß sich die Patente für die Schalen und die Faltwerke in derselben Hand — der Dyckerhoff & Widmann AG. — befinden.

3. *Die aus Zylinderschalen zusammengesetzten Vieleckskuppeln.*

Nach diesem System wurden, wie bekannt, die größten bis jetzt vorhandenen Massivkuppeln der Großmarkthalle Leipzig mit 76 m Spannweite und die Kuppel der Großmarkthalle Basel mit 60 m Spannweite in Form von Klostergewölben ausgeführt. Während die Theorie dieser Klostergewölbe schon lange gelöst und veröffentlicht ist,[12] ist dies bezüglich der Theorie der Kreuzgewölbe nicht der Fall. Mit diesen Kreuzgewölben lassen sich architektonisch sehr schöne und in akustischer Hinsicht einwandfreie Kuppeln herstellen. Die Fig. 6 zeigt eine derartige Kuppel in Achteckform. Abgesehen von der guten Akustik besitzen diese Kuppeln eine sehr schöne und gute Beleuchtung durch die großen in den Kappen anzuordnenden Fenster, durch die das Licht durch Spiegelung an den Zylinderschalen bis in die Mitte des Raumes getragen wird. Die Theorie dieser Kuppeln habe ich im Jahre 1930 anläßlich des Preisausschreibens der Akademie des Bauwesens entwickelt und dabei gezeigt, daß es möglich ist, die aussteifenden Grate von Biegungsmomenten frei zu halten. Da mir im Rahmen des vorliegenden Referates zu wenig Raum zur Verfügung steht, soll die Veröffentlichung dieser Theorie demnächst in einer Zeitschrift erfolgen.

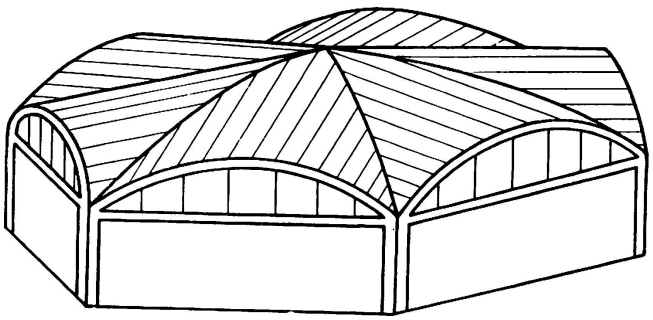


Fig. 6.

4. *Die doppelt gekrümmten Schalen.*

Die Membran- und die Biegungstheorie der am Kämpfer laufend unterstützten Rotationsschale ist schon lange gelöst. Bei der weiteren Entwicklung der doppelt gekrümmten Schalen sind die nachstehenden Formen von Bedeutung: a) Die nur auf wenigen Punkten gelagerten Rotationsschalen, bei denen die Kuppelwirkung durch eine Trägerwirkung der Schale überlagert wird, wodurch diese befähigt wird, ihre Lasten nach den in großer Entfernung angeordneten Tragsäulen zu übertragen; b) die Rotationsschalen und Translationsschalen mit rechteckigen oder vieleckigen Grundrissen; c) die Absidenkuppeln.

Die Theorie dieser verschiedenen doppelt gekrümmten Schalenformen wurde von mir im Jahre 1930 gelegentlich der schon erwähnten Preisarbeit entwickelt. Die Veröffentlichung dieser Arbeiten, die in Form eines Buches von der Akademie

vorgesehen war, mußte leider aus Mangel an Mitteln unterbleiben. Ich habe deshalb diese Veröffentlichungen in verkürzter Form im „Bauingenieur" durchgeführt.[13] Bezüglich der Rotationsschalen auf Einzelstützen ist zu bemerken, daß sich für die Trägerwirkung dieser Schalen das überraschende mit den bekannten Scheibenwirkungen übereinstimmende Resultat ergibt, daß die Trägerhöhe und damit die Hebelarme der inneren Kräfte zum Abtragen der Lasten nach den Säulen proportional den Trägerabständen sind, sodaß also die Spannungen aus der Trägerwirkung unabhängig von der Trägerspannweite sind. Daraus folgt, daß sich mit diesen Schalen ebenso wie bei den Vieleckskuppeln sehr große Trägerspannweiten erreichen lassen. Die Schalen bleiben hierbei jedoch nicht biegungsfrei. Durch die Arbeit von *A. Havers*[14], die das Problem der Randstörung am Breitenkreis einer Kugelschale für eine beliebige Harmonische mittels Kugelfunktion behandelt und löst, ist es nunmehr möglich, auch die in den Schalen entstehenden Biegungsmomente zu berechnen, deren Kenntnis für Großausführungen eine unbedingte Notwendigkeit darstellt. Die Durchrechnung eines Beispiels, die natürlich viel Mühe macht, wäre sehr wünschenswert, um Klarheit zu erhalten, welche Spannweiten sich mit diesen Schalenformen erreichen lassen und ob sie wirtschaftlich sind im Vergleich mit denen unter b) genannten Schalenformen, bei denen die Lastübertragung fast ausschließlich durch Dehnungskräfte erfolgt und bei denen also die Stärke der Schale nur von der Knicksicherheit abhängig ist, denn selbst bei den größten Spannweiten können bei diesen Schalenformen die zulässigen Spannungen nicht ausgenützt werden. Die Berechnung dieser Rotationsschalen mit rechteckigem oder vieleckigem Grundriß läßt sich von dem vom Verfasser angegebenen Verfahren in sehr einfacher Weise mittels der Diff.-Gl. des Membranspannungszustandes durchführen.

Die Fig. 7 zeigt eine derartige, sehr flache Schale mit rechteckigem Grundriß, die für ein Gebäude der Technischen Hochschule Danzig ausgeführt wurde. Bei 12 m Spannweite besitzt die Schale nur einen Pfeil von 0,77 m. Das Pfeilverhältnis l/f beträgt 15,6, ist also geringer als bei den flachsten Brücken. Diese Figur läßt klar erkennen, daß ein derartiger Schalenträger nichts anderes ist, als ein räumlicher Plattenbalken, der sich von dem gewöhnlichen Plattenbalken aber dadurch unterscheidet, daß die gesamte Schale als Druckplatte wirksam ist. In der Fig. 8 ist die Verwendung dieser doppelt gekrümmten Schalen mit rechteckigem Grundriß für eine Klinkerhalle in Beocin dargestellt. Diese Figur zeigt auch die Anwendung der unter c) genannten Apsidenschalen. Wie ich in dem obengenannten Aufsatz im „Bauingenieur"[13] dargelegt habe, ist in diesen halben Kuppeln ein Membranspannungszustand vorhanden, wenn die Schale am Kämpfer durch Ringe ausgesteift wird. Da diese Halbkuppeln als selbständige Bauglieder hergestellt werden können, sind sie für den Hallenbau ein sehr wichtiges neues Bauglied, da sie mit zylindrischen Tonnen zusammengesetzt die Herstellung von Kuppeln mit annähernd ovalen Grundrissen ermöglicht. Diese Halbkuppeln wurden deshalb auch in großem Umfang für Flugzeughallen als Abschlußbauten und zwar mit Spannweiten bis zu 40 m verwendet. Die in der Fig. 3 dargestellte Flugzeughalle, die aus einer großen Längstonne besteht, ist in dieser Weise an den Enden durch Apsidenkuppeln abgeschlossen. Die Fig. 9 endlich zeigt eine weitere derartige Apsidenkuppel für den Musikpavillon des Bades Schwalbach.

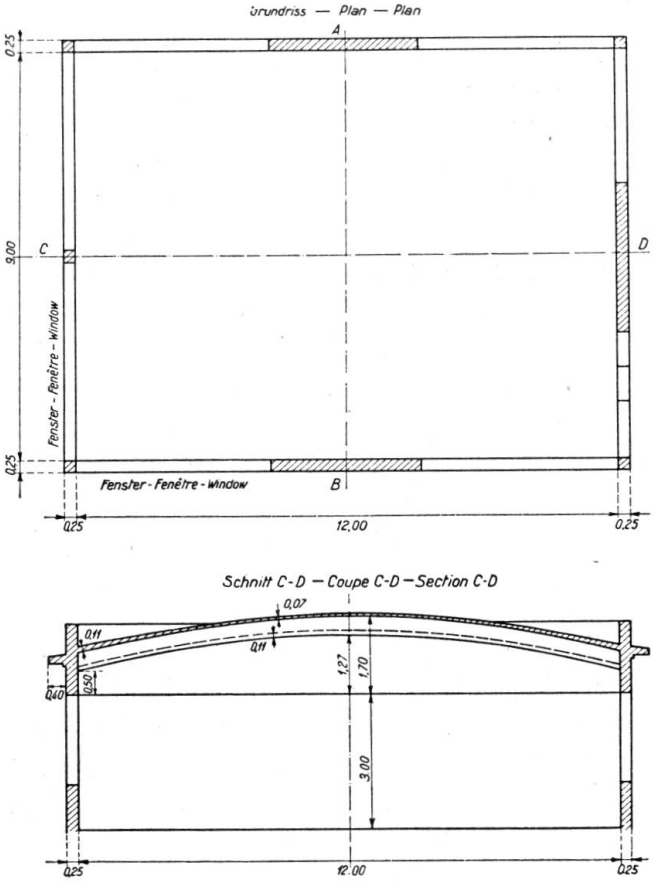


Fig. 7.

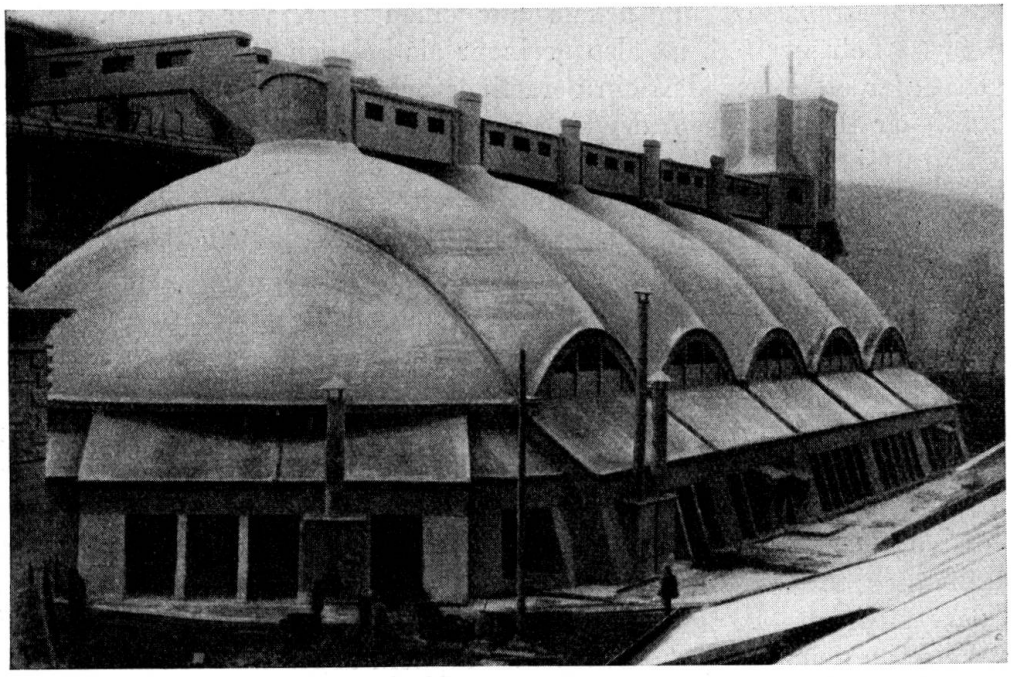


Fig. 8.
Klinkerhalle Beocin.

5. *Das Prinzip des statischen Maßenausgleichs zur Berechnung von affinen Schalen.*

Die im vorhergehenden Abschnitt besprochenen Schalenformen lassen sich mit Hilfe der Diff.-Gl. des Membranspannungszustandes berechnen, weil die Kugelschale mathematisch leicht zu berechnen ist. Das Prinzip des statischen Maßenausgleichs ermöglicht es uns, in ganz einfacher Weise auch die dazu affinen Schalenformen zu berechnen. Ich habe dieses Prinzip im Jahre 1928 entwickelt und im Handbuch für Eisenbeton für bestimmte Fälle dargestellt;[15] im Jahre 1930 habe ich dann gelegentlich der schon erwähnten Preisarbeit mit Hilfe der Diff.-Gl. der beliebig geformten Schale eine allgemeine Darstellung des Problems gegeben und nunmehr im „Bauingenieur“[16] veröffentlicht. Hiermit läßt sich z. B. die Berechnung einer Schale mit elliptischem Grundriß auf die Berechnung einer Rotationsschale als Grundschale zurückführen. Die weiteren zahlreichen Aufgaben, die sich damit lösen lassen, sind in dem obigen Aufsatz gekennzeichnet; es sei nur kurz darauf hingewiesen, daß sich auch affine Raumfachwerke in einfacher Weise berechnen lassen.

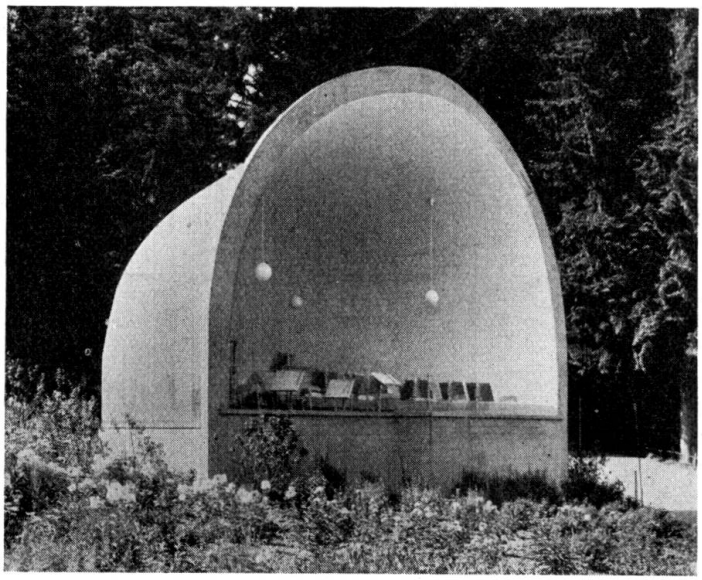


Fig. 9.
Musikpavillon Bad Schwalbach.

6. *Schalen mit ganz beliebiger Krümmung.*

Bei den doppelt gekrümmten Schalen, die nach beliebigen Flächen gekrümmt sind, lassen sich mit Hilfe der Diff.-Gl. des Membranspannungszustandes keine Lösungen finden, weil wir die drei sich ergebenden partiellen Diff.-Gl. nicht integrieren können. Wir müssen einen anderen Weg beschreiten und diese Gleichungen mittels Differenzenrechnung lösen.

Eine sehr übersichtliche und leicht anwendbare Methode zur Lösung derartiger Probleme hat *Pucher* im Jahre 1931[17] gegeben. Diese einfache Lösung wird dadurch ermöglicht, daß gezeigt wird, daß sich die drei Diff.-Gl. in eine einzige zusammenfassen lassen, durch Einführung einer Spannungsfunktion, durch die

der Spannungszustand vollständig beschrieben wird. Die inneren Kräfte des Membranspannungszustandes lassen sich in ähnlicher Weise wie bei der *Airy*'schen Spannungsfunktion als Ableitung daraus gewinnen. Da über die Form der Fläche nur die Voraussetzung der Stetigkeit getroffen ist, lassen sich damit alle im Schalenbau auftretenden Formen berechnen, wenn die Randbedingungen gegeben und mit dem Membranspannungszustand verträglich sind. Die Differenzenmethode wird man immer da anwenden, wenn, wie schon oben erwähnt, eine Lösung mittels der Diff.-Gl. unmöglich ist. Die späteren französischen Arbeiten gehen im wesentlichen den von *Pucher* angegebenen Weg. Auf diese Theorie baut sich die Entwicklung der Schalenbauweise in Frankreich in Form von nicht abwickelbaren Regelflächen auf. Für den speziellen Fall der Rückungsfläche hat *Flügge*[4] in der gleichen Weise mittels Differenzengleichungen eine Lösung angegeben.

Zum Schluß möchte ich noch auf eine interessante Ausführung hinweisen, die in Fig. 10 dargestellt ist. Es handelt sich um die Kuppel im Haus des Deutschen Sports, die für die Olympiade hergestellt wurde. Der Entwurf stammt vom Architekt *March*, die konstruktive Durchbildung von *U. Finsterwalder*. Das Oberlicht ist ganz exzentrisch angeordnet, um für den Ring eine gute Beleuchtung zu erhalten. Die Kuppel besitzt jedoch tatsächlich keine Kuppelwirkung, weil die einzelnen Schalensektoren, die durch kräftige Rippen ausgesteift sind, von den Kämpfern der Kuppel aus vorkragen, ohne sich gegenseitig abzustützen.

Mit Rücksicht auf den geringen im „Vorbericht" zur Verfügung stehenden Raum erscheint der zweite Teil des Referates über die durchlaufende Kreiszylinderschale im Band 4 der „Abhandlungen" der J.V.B.H. Zürich, 1936.

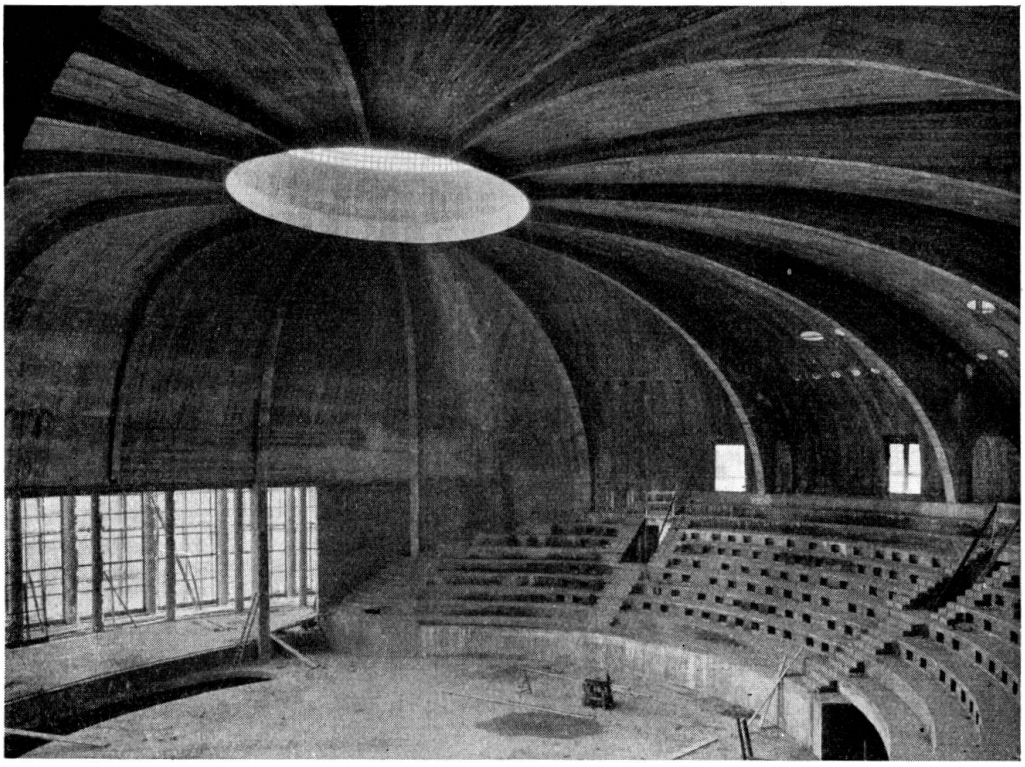


Fig. 10.

Haus des deutschen Sports. Berlin-Reichssportfeld.

Literaturangaben.

[1] *U. Finsterwalder:* Die Theorie der zylindrischen Schalengewölbe, System Zeiß-Dywidag. Intern. Verein. f. Brücken- u. Hochbau, Abh. 1, 1932, und Diss. München 1930, desgl. Ing. Arch. Bd. IV (1933).

[2] *Fr. Dischinger:* Die Strenge Theorie der Kreiszylinderschale in ihrer Anwendung auf die Zeiß-Dywidag-Schalen, Beton und Eisen 1935, H. 16—18.

[3] *K. Miesel:* Über die Festigkeit von Kreiszylinderschalen bei nicht achsensymmetrischer Belastung. Ing. Arch. Bd. 1 (1930).

[4] *W. Flügge:* Statik und Dynamik der Schalen. Jul. Springer, Berlin 1934.

[5] *R. v. Mises:* Z.V.D.I. 58, 1914, S. 750 ff.

[6] *R. Lorenz:* Z.V.D.I. 52, 1908, S. 1766 ff.

[7] *S. Timoschenko:* Z. Math. Phys. 58 (1910), S. 378 ff.

Zu [6] und [7] siehe auch *K. v. Sanden* und *F. Tölke:* Stabilitätsprobleme dünner Kreiszylinderschalen. Ing. Arch. Bd. 3, 1932.

[8] *W. Flügge:* Die Stabilität der Kreiszylinderschale. Ing. Arch. Bd. 3 (1932).

[9] *E. Gruber:* Berechnung prismatischer Scheibenwerke. Int. Verein. f. Brücken- u. Hochbau, Abh. 1 (1932), S. 225 und Abh. 2 (1934), S. 206.

[10] *G. Grüning:* Die Nebenspannungen der prismatischen Scheibenwerke. Ing. Arch. Bd. 3 (1932).

[11] *R. Ohlig:* Beitrag zur Theorie der Prismatischen Faltwerke. Ing. Arch. Bd. 6 (1935) und: Die Nebenspannungen der Randträger prismatischer Faltwerke. Diss. Darmstadt (1934).

Bezüglich der Membrantheorie zu [9] und [11] siehe auch *H. Craemer:* Allgemeine Theorie der Faltwerke. Beton und Eisen 1930, S. 276 und *G. Ehlers:* Die Spannungsermittlung in Flächentragwerken. Beton und Eisen 1930, S. 281.

[12] *Fr. Dischinger:* Theorie der Vieleckskuppeln. Diss. Dresden 1929 und Beton und Eisen 1929, S. 100.

[13] *Fr. Dischinger:* Die Rotationsschalen mit unsymmetrischer Form und Belastung. Bauingenieur 1935, H. 35—38.

[14] *A. Havers:* Asymtotische Biegetheorie der unbelasteten Kugelschale. Ing. Arch. 6, 1935.

[15] *Fr. Dischinger:* Der Spannungszustand in affinen Schalen und Raumflachwerken. Bauingenieur 1936, S. 128; siehe hierzu auch

[16] *Fr. Dischinger:* Hdbch. für E. B., 3. Aufl., Bd. 12, 1928 und *W. Flügge*[4].

[17] *A. Pucher:* Beitrag zur Theorie tragender Flächen. Diss. Graz, 1931, und unter dem Titel: Über den Spannungszustand in doppelt gekrümmten Flächen in abgekürzter Form. Beton und Eisen 1934, H. 19.

Zusammenfassung.

In dem Teil I des Referates wird eine Übersicht über die Entwicklung der Theorie der verschiedenen Schalenformen seit dem letzten Kongreß im Jahre 1932 gegeben und es werden die maßgebenden Arbeiten in ihren Grundsätzen besprochen.

In dem Teil II dagegen wird das Problem des ausgesteiften zylindrischen Rohres bzw. Zeiß-Dywidag-Daches behandelt und gezeigt, daß bei diesen Schalenträgern der Einfluß der Schubverzerrung auf die Einspannungsmomente nicht vernachlässigt werden darf, im Gegensatz zu den schlanken Balken des Ingenieurwesens, bei welchem diese Einflüsse bewußt als sehr gering vernachlässigt werden.

Leere Seite
Blank page
Page vide

IVa 3

Massive Kuppeln, zylindrische Behälter und ähnliche Konstruktionen.

Coupoles massives, réservoirs cylindriques et constructions semblables.

Solid Domes, Cylindrical Reservoirs and Similar Constructions.

Dr. techn. H. Granholm,
Dozent an der Königlichen Technischen Hochschule Stockholm.

Die exakte Berechnung der Biegungsspannungen in einer massiven Kuppel ist mit sehr großer Mühe verknüpft. In einer der Kgl. Technischen Hochschule zu Stockholm vorgelegten Doktorabhandlung[1] kommen diese Schwierigkeiten zum Vorschein, und man darf sich fragen, ob der in der Praxis tätige Ingenieur jemals Zeit und Gelegenheit hat, die Abmessungen einer Kuppel an Hand der exakten Theorien zu errechnen. Allein schon die Aufstellung der Grundgleichungen ist ziemlich verwickelt, und ihre ganze Integrierung führt zu Reihen, die häufig schwer zu handhaben sind und langsam konvergieren. Auch wenn ihre Konvergenz für manche Wandstärken befriedigend ist, kann eine Änderung der Wandstärke bewirken, daß die gute Konvergenz verloren geht. Selbst wenn der Ingenieur den mathematischen Apparat für die Behandlung des Problems vollkommen beherrscht, ist die für das Durchrechnen eines bestimmten Belastungsfalles erforderliche Arbeit viel zu groß. Überhaupt dürfte es unmöglich sein, auf dem von *Meißner, Bolle, Dubois, Honegger, Ekström* u. a. angewiesenen Wege zu praktischen Methoden zu kommen. Beispielsweise für sphärische Kuppeln ergeben sich beim Integrieren in den einfachsten Fällen hypergeometrische Reihen, die wegen ihrer langsamen Konvergenz nicht das richtige Werkzeug des Ingenieurs bilden.

In Anbetracht dieser Tatsachen ist es vor allem wichtig, daß man sich für die weitere Entwicklung der Kuppeltheorie auf solche Lösungen einrichtet, die den Anforderungen der Praxis Genüge leisten, auch wenn man dabei gewisse Annäherungen einführt. Wie *Geckeler*[2] gezeigt hat, läßt sich auch mit verhältnismäßig einfachen mathematischen Hilfsmitteln eine Lösung finden, die sich von der exakten nur unwesentlich unterscheidet und die ganz besonders einfach und bequem anzuwenden ist, falls Wandstärke und Radius konstant sind. Die gute Übereinstimmung zwischen *Geckelers* Theorie und der exakten Theorie

[1] *John Erik Ekström:* Studien über dünne Schalen von rotationssymmetrischer Form und Belastung mit konstanter und veränderlicher Wandstärke. Stockholm 1932.

[2] Siehe z. B. Handbuch für Eisenbetonbau, Band 6. Berlin 1928.

kann dazu berechtigen, jene ausführlicher zu erörtern, falls man sich darüber klar ist, welche Annäherungen eingeführt werden. Noch einen Schritt näher kommt man dem exakten Resultat, wenn man *Blumenthals* und *Steuermanns* sogenanntes asymptotisches Integrationsverfahren benutzt, das auch bei beliebig variabler Wandstärke der Kuppel anwendbar ist. Mit diesem Verfahren kommt man tatsächlich weiter als mit den Methoden, die auf Lösungen in Form unendlicher Reihen aufgebaut sind, wobei man bisher immer annehmen mußte, daß die Wandstärke nach einer bestimmten Funktion veränderlich sei, damit sich die Lösung durchführen ließ.

Eine nähere Prüfung der von *Geckeler* angegebenen Schlußgleichungen zeigt, daß diese von genau derselben Art sind wie die Gleichungen für einen elastisch unterstützten Träger. Die physikalische Analogie ist auch nicht schwer zu erkennen. Den Meridian der Kuppel kann man nämlich als einen Träger betrachten, der von den Parallelkreisen oder Ringen unterstützt ist. Da diese sich zusammendrücken oder ausdehnen lassen, entsprechen sie in statischer Hinsicht einer elastischen Unterlage.

Durch diese Betrachtungsweise kann man sich die Statik der Kuppel mit ausreichender Genauigkeit klarmachen. Für die Aufstellung der Gleichgewichtsgleichungen braucht man dann auch nicht auf die *Meißnerschen* Differentialgleichungen zurückgreifen, sondern man kann alle erforderlichen Gleichungen direkt einfach mit Hilfe der Theorie des elastisch unterstützten Trägers aufstellen. Dies bedeutet für den in der Praxis tätigen Ingenieur, daß er nicht erst den Versuch zu machen braucht, die ziemlich komplizierte klassische Kuppeltheorie zu begreifen; vielmehr kann er auf eigene Faust die erforderlichen Gleichungen ableiten.

Aus den Arbeiten *Geckelers* geht hervor, daß er selbst die hohe Bedeutung der von ihm vorgeschlagenen Annäherungen nicht vollständig erkannt hat; d. h. er hat selbst nicht verstanden, daß die Kuppel im großen betrachtet wie eine stetige Reihe von Trägern auf federnder Unterlage wirkt. Die von mir hier vorgeschlagene Betrachtungsweise kann natürlich in der Weise erweitert werden, daß man den Meridian nicht als einen Träger, sondern als ein Gewölbe betrachtet, das elastisch von den Ringelementen der Kuppel unterstützt wird.

Durch Einführung dieser genaueren Betrachtungsweise bekommt man einen exakteren Einblick in die Statik der Kuppel, und die Gleichungen, die man dabei erhält, sind dieselben wie nach *Meißner*.

Es ist offenkundig, daß man besonders bei sehr flachen Kuppeln, wo also die Gewölbewirkung in den Meridianelementen stark hervortritt, zur Einführung dieser letzteren Betrachtungsweise genötigt ist, um die erwünschte Genauigkeit zu erzielen. Je steiler die Tangente der Kuppel an der Auflage geneigt ist, um so genauer wird die angenäherte Betrachtungsweise mit dem Meridian als einem Träger auf elastischer Unterlage, und in dem Sonderfall, daß die Tangente der Kuppel überall senkrecht ist, wenn also die Kuppel in einen Zylinder übergeht, ist die Betrachtungsweise vollkommen exakt.

Um näher zu erläutern, wie einfach das Kuppelproblem auf solche Weise behandelt werden kann, habe ich einige Probleme durchgerechnet und die Ergebnisse mit denjenigen verglichen, die man nach der exakten Theorie erhält. Die Übereinstimmung ist überall erstaunlich gut.

Als erstes Beispiel wählen wir eine sphärische Betonkuppel von gleichmäßiger Dicke, Wandstärke $\delta = 16$ cm, Radius $r = 1000$ cm, Öffnungswinkel 40^0. Die Kuppel sei mit einem konstanten Flüssigkeitsdruck $p = 1{,}0$ kg/cm² belastet und sei rund um die Kante fest eingespannt (siehe Fig. 1).

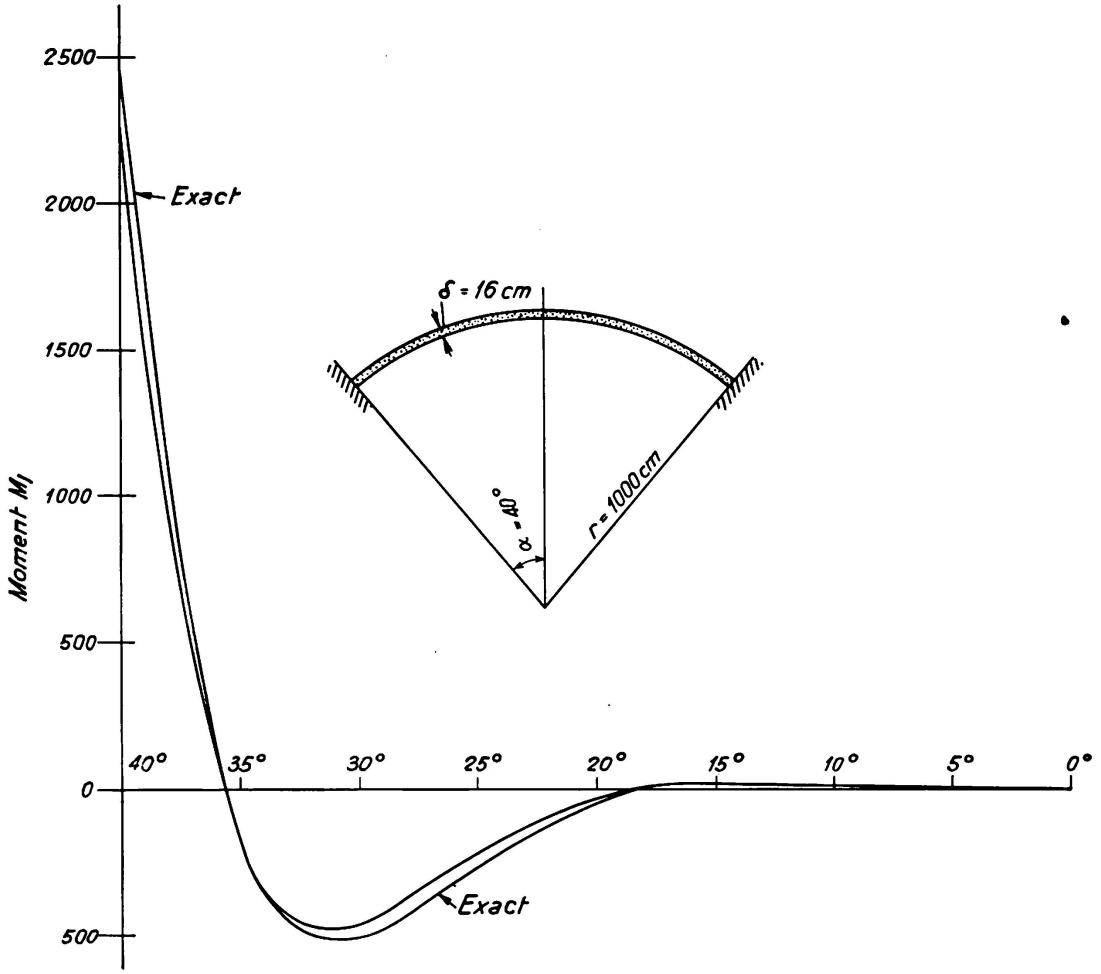


Fig. 1.

Vergleich zwischen der Größe des Meridianmomentes, berechnet erstens nach Gleichung 5 und zweitens nach der exakten Methode mittels hypergeometrischer Reihen. Die Abweichungen sind für praktische Fälle belanglos.

Berechnet man die Spannungen in dieser Kuppel nach der Membrantheorie, so ergibt sich eine Meridiandruckspannung $T_1 = \frac{p\,r}{2}$ und eine Ringdruckspannung $T_2 = \frac{p\,r}{2}$. Diese Meridian- und Ringspannungen sind über die ganze Kuppel konstant, und die „membrantheoretische" Lösung ist also sehr einfach. Unter Einwirkung dieser Druckspannungen T_1 und T_2 wird die Kuppel zusammengepreßt, sodaß sich ihr Radius um den Betrag $= \frac{T \cdot r}{E\,\delta}$, d. h. $\frac{p\,r^2}{2\,E\,\delta}$ verringert. Diese Verringerung des Radius ist nicht sehr groß, sie beläuft sich unter den gegebenen Voraussetzungen und bei $E = 210000$ kg/cm² auf nur 0,15 cm. Da die Kuppel rund um die Kante festgehalten wird, ist sie jedoch nicht imstande,

ihre Form frei zu verändern; die der Kante am nächsten gelegenen Teile werden den ursprünglichen Radius beibehalten, aber je weiter man sich von der Kante entfernt, umso größer wird die Bewegungsfreiheit der Konstruktion und umso freier kann die Formänderung vor sich gehen. Obgleich die Zusammendrückung des Radius in diesem Falle ziemlich geringfügig ist, entstehen nahe an den Kanten gewisse Störungen, die zu Biegungsmomenten von solcher Größenordnung führen, daß man sie nicht vernachlässigen darf.

Wir wollen nun untersuchen, wie große Momente in einem elastisch unterstützten Träger entstehen, wenn wir annehmen, er erhalte eine Ausbiegung entsprechend dem oben berechneten Werte $\frac{p r^2}{2 E \delta}$. Für den Zusammenhang zwischen Moment und Ausbiegung gilt die Gleichung

$$EJ \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = - M_1 \tag{1}$$

und die Einwirkung der elastischen Unterstützung der Ringelemente wird ausgedrückt durch die Gleichung

$$\frac{d^2 M_1}{dx^2} = \frac{E\delta}{r^2} \cdot y \tag{2}$$

Eliminiert man M_1 aus diesen beiden Gleichungen, so erhält man

$$\frac{d^2}{dx^2}\left[EJ \frac{d^2 y}{dx^2}\right] + \frac{E\delta}{r^2} \cdot y = o \tag{3a}$$

oder, wenn die Biegungssteifheit EI als konstant und gleich $\frac{E m^2}{m^2 - 1} \cdot \frac{\delta^3}{12}$ vorausgesetzt wird

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 4k^4 y = o \tag{3b}$$

worin $$k^4 = \frac{3 (m^2 - 1)}{m^2} \cdot \frac{1}{r^2 \delta^2}$$

ist.

Das allgemeine Integral der Gleichung 3b kann man bekanntlich in folgender Form schreiben:

$$y = e^{-kx} (A \cos kx + B \sin kx) + e^{+kx} (C \cos kx + D \sin kx) \tag{4a}$$

d. h. die Ausbiegung kann man als die Summe zweier Sinusschwingungen betrachten, die eine mit gedämpften, die andere mit zunehmenden Amplituden. Bekanntlich kann man im allgemeinen die Koeffizienten C und D gleich 0 setzen, vorausgesetzt, daß der Träger nicht gar zu kurz ist und daß der Ursprung in den Punkt verlegt wird, von dem die Störung ausgeht. Für geschlossene Kuppeln kann man daher das Integral mit ausreichender Genauigkeit in folgender Form schreiben:

$$y = e^{-kx} (A \cos kx + B \sin kx) \tag{4b}$$

Hier bezeichnet x die Bogenlänge des Meridians, von dem Kuppelrand aus

gemessen. In diesem Falle sind die arbiträren Konstanten A und B leicht aus der Randbedingung bestimmbar, daß

$$y = -\frac{pr^2}{2E\delta} \quad \text{und} \quad y' = o \text{ bei } x = o \text{ ist.}$$

Dies ergibt $A = B = -\frac{pr^2}{2E\delta}$ und die Ausbiegung des Meridians ist also

$$y = -\frac{pr^2}{2E\delta} \cdot e^{-kx} (\cos kx + \sin kx).$$

Durch Einsetzen in Gleichung 1 erhält man den Ausdruck für das Meridianmoment

$$M_1 = \frac{\sqrt{3}}{12} pr\delta e^{-kx} (-\cos kx + \sin kx) \tag{5}$$

In diesem Ausdruck ist die Einwirkung der Querzusammenziehung des Materials vernachlässigt, d. h. die Poissonsche Zahl m ist gleich unendlich gesetzt.

Mit Hilfe der in Tabelle I angegebenen Werte der Funktionen $e^{-kx} \cos kx$ und $e^{-kx} \sin kx$ läßt sich Gleichung 5 leicht zeichnerisch wiedergeben. In Fig. 1 sieht man, wie das Meridianmoment M_1 sich mit der Entfernung vom Kuppelrand verändert. Zum Vergleich sind die nach *Bolles* Methode mit hypergeometrischen Reihen berechneten exakten Werte angegeben.[3] Wie man sieht, ist die Übereinstimmung zwischen den exakten Resultaten und den Annäherungswerten erstaunlich gut, weshalb kein Anlaß besteht, das Kuppelproblem zu einer verwickelten mathematischen Aufgabe zu gestalten. Bei Kuppeln mit größerem Öffnungswinkel als in diesem Falle, 40^0, ist die Übereinstimmung zwischen den exakten und den angenäherten Werten noch besser. Nur bei Kuppeln, deren Neigungswinkel an den Auflagen sehr klein ist, erlangt der Einfluß der gemachten Annäherungen praktische Bedeutung. Nebenbei bemerkt sind solche Kuppeln unzweckmäßig wegen der sehr starken Randstörungen, die beim Anschluß der Kuppel an ihren etwaigen Auflagering auftreten.

Für die Berechnung der Spannungen in der Kuppel ist nicht nur das Meridianmoment M_1 von Bedeutung, sondern auch die Ringmomente M_2 und die Zuschüsse zur Meridiandruckspannung und Ringdruckspannung, die dadurch entstehen, daß die Randbedingungen nicht den Voraussetzungen der Membrantheorie entsprechen. Diese Größen, M_2, ΔT_1 und ΔT_2 lassen sich direkt aus den nachstehenden Formeln berechnen. Die Übereinstimmung zwischen den nach der hier gezeigten Annäherungsmethode erhaltenen Werten und den exakten ist ebenfalls sehr gut, wie aus nachstehenden, in Tabelle 2 zusammengestellten Vergleichen hervorgeht.

Die Ableitung der mathematischen Ausdrücke für die Zuschußkräfte ΔT_1 und ΔT_2 erfolgt am einfachsten unter Anwendung der Analogie, daß der Meridian ein Träger mit elastischer Unterlage ist. Den Zuschuß in der Meridiandruckspannung, ΔT_1, kann man also betrachten als die Scherkraft im Träger, multipliziert mit $\cot \alpha$, wo α der Neigungswinkel des Meridians zur Horizontalebene ist. Hierbei erhält man

$$\Delta T_1 = \cot \alpha \cdot EJ \cdot \frac{d^3y}{dx^3} \tag{6}$$

[3] Siehe *Ekström*, a. a. O., S. 124.

Tabelle I.

Werte der Funktionen $e^{-kx}\cos kx$, $e^{-kx}\sin kx$, $e^{-kx}(\cos kx - \sin kx)$ und $e^{-kx}(\cos kx + \sin kx)$.

kx	$e^{-kx}\cos kx$	$e^{-kx}\sin kx$	$e^{-kx}(\cos kx - \sin kx)$	$e^{-kx}(\cos kx + \sin kx)$
0	1.0000	0.0000	1.0000	1,0000
$\frac{\pi}{8}$	0.6239	0.2584	0.3655	0.8823
$\frac{\pi}{4}$	0.3225	0.3225	0.0000	0.6450
$\frac{3\pi}{8}$	0.1179	0.2845	— 0.1665	0.4024
$\frac{\pi}{2}$	0.0000	0.2079	— 0.2079	0.2079
$\frac{5\pi}{8}$	— 0.0536	0.1297	— 0.1833	0.0761
$\frac{3\pi}{4}$	— 0.0671	0.0671	— 0.1342	0.0000
$\frac{7\pi}{8}$	— 0.0592	0.0245	— 0.0837	— 0.0347
π	— 0.0432	0.0000	— 0.0432	— 0.0432
$\frac{9\pi}{8}$	— 0.0269	— 0.0112	— 0.0157	— 0.0381
$\frac{5\pi}{4}$	— 0.0139	— 0.0139	0.0000	— 0.0279
$\frac{11\pi}{8}$	— 0.0051	— 0.0123	0.0072	— 0.0174
$\frac{3\pi}{2}$	0.0000	— 0.0090	0.0090	— 0.0090
$\frac{13\pi}{8}$	0.0023	— 0.0056	0.0079	— 0.0033
$\frac{7\pi}{4}$	0.0029	— 0.0029	0.0058	0.0000
$\frac{15\pi}{8}$	0.0026	— 0.0011	0.0037	0.0015
2π	0.0019	0.0000	0.0019	0.0019
$\frac{17}{8}\pi$	0.0011	0.0005	0.0006	0.0016
$\frac{9}{4}\pi$	0.0006	0.0006	0.0000	0.0012
$\frac{19}{8}\pi$	0.0002	0.0005	— 0.0003	0.0007
$\frac{5}{2}\pi$	0.0000	0.0004	— 0.0004	0.0004
$\frac{21}{8}\pi$	— 0.0001	0.0003	— 0.0004	0.0002
$\frac{11}{4}\pi$	— 0.0001	0.0001	— 0.0002	0.0000
$\frac{23}{8}\pi$	— 0.0001	0.0001	— 0.0002	0.0000
3π	— 0.0001	0.0000	— 0.0001	— 0.0001

Der Zuschuß in der Ringdruckspannung, ΔT_2, ist ein Maß für die elastisch unterstützende Wirkung der Unterlage, und ΔT_2 ist infolgedessen direkt proportional der Durchbiegung y des Meridians, also

$$\Delta T_2 = \frac{E\delta}{r} \cdot y \tag{7}$$

Das Ringmoment M_2 schließlich ergibt sich am einfachsten durch Bestimmung der Krümmungsänderung der Ringe,[4] und man erhält bei Vernachlässigung des Einflusses der Querzusammenziehung

$$M_2 = \cot \alpha \cdot \frac{EJ}{r} \cdot \frac{dy}{dx} \tag{8}$$

Setzt man in die Gleichungen 6, 7 und 8 die Gleichung für die Durchbiegung des Meridians ein:

$$y = -\frac{pr^2}{2E\delta} e^{-kx} (\cos kx + \sin kx)$$

so erhält man folgende Ausdrücke für ΔT_1, ΔT_2 und M_2

$$\Delta T_1 = -\cot \alpha \frac{pr^2\delta^2}{6} k^3 e^{-kx} \cos kx \tag{6a}$$

$$\Delta T_2 = -\frac{pr}{2} e^{-kx} (\cos kx + \sin kx) \tag{7a}$$

$$M_2 = \cot \alpha \cdot \frac{pr\delta^2}{12} k e^{-kx} \sin kx \tag{8a}$$

Tabelle 2 enthält die so errechneten Werte der Meridian- und Ringspannungen und Ringmomente, verglichen mit den exakten Werten.

Tabelle 2.

Vergleich zwischen den angenäherten und exakten Werten der Meridian- und Ringspannungen und Ringmomente.

Neigungswinkel α des Meridians	$T_1 + \Delta T_1$ angenähert kg/cm	$T_1 + \Delta T_1$ exakt kg/cm	$T_2 + \Delta T_2$ angenähert	$T_2 + \Delta T_2$ exakt	M_2 angenähert kg cm/cm	M_2 exakt
40°	443	439	0	0	0	0
35°	474	481	215	193	99	113
30°	503	504	437	427	62	73
25°	506	508	517	520	12	17
20°	503	504	518	523	− 8	− 10
15°	501	501	511	510	− 9	− 14
10°	499	499	501	501	− 5	− 9
5°	499	498	499	498	0	− 3

Das oben durchgerechnete Problem entspricht den denkbar einfachsten Randbedingungen. Um die Anwendbarkeit der Methode auch bei komplizierteren

[4] Siehe z. B. *Föppl:* Drang und Zwang, Band 2. Berlin 1928.

Randbedingungen nachzuweisen, habe ich eine Kuppel durchgerechnet, die an einen umgebenden kreisrunden Zylinder gemäß Fig. 2 angeschlossen ist. Um das Problem einigermaßen zu vereinfachen, wurde der Wasserdruck auf die Kuppel als konstant angenommen. Dieses Problem ist von *Ekström* unter den gleichen Annahmen ausführlich behandelt worden. Tabelle 3 enthält für das Meridianmoment M_1 und für die Ringspannung T_2 die berechneten Werte verglichen mit den exakten.

Für alle Konstanten der Kuppel wird nachstehend der Index 1 benutzt, für die Konstanten des Zylinders der Index 2.

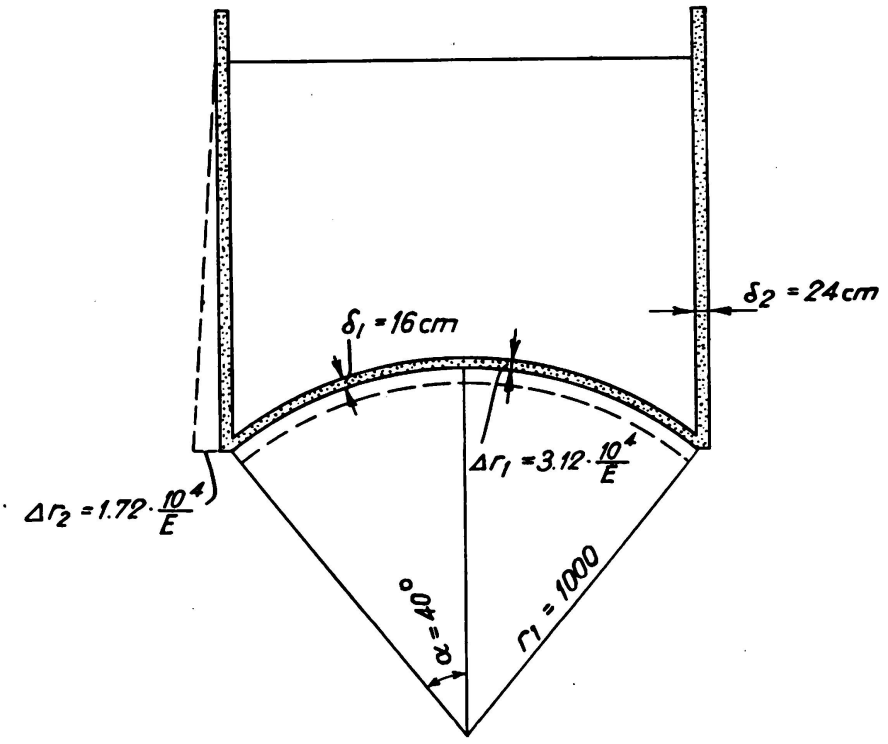


Fig. 2.

Die Berechnung dieser Kuppelkonstruktion wird in folgender Weise durchgeführt. Wenn die innere Kuppel und der Zylinder voneinander befreit werden und sich unter Einwirkung der Belastung unbehindert deformieren dürfen, ergibt sich nach der Membrantheorie

eine Abnahme des Kuppelradius um $\frac{pr_1^2}{2E\delta_1} = \frac{p \cdot 10^4}{E} \cdot 3{,}12$ cm

und eine Zunahme des Zylinderradius um $\frac{pr_2^2}{E\delta_2} = \frac{p \cdot 10^4}{E} \cdot 1{,}72$ cm.

Die Zylinderwand bildet dabei einen kleinen Winkel zur Senkrechten $= \frac{10}{E} \cdot 1{,}72$. (Siehe Fig. 2.)

Da dieser Deformationszustand mit den tatsächlichen Auflagerverhältnissen unvereinbar ist, müssen gewisse Zuschußkräfte und Zuschußmomente eingeführt werden, um den Stetigkeitsbedingungen Genüge zu leisten. Diese Stetigkeitsbedingungen sind folgende:

Zylinder und Kuppel sollen dieselbe Ausbiegung und Winkeländerung im Vereinigungspunkte haben, und der Vereinigungspunkt soll außerdem hinsichtlich der Momente und angreifenden Kräfte im Gleichgewicht sein. Dies bedeutet vier Randbedingungen, die mittels vier Gleichungen ausgedrückt werden können, wodurch sich alle unbekannten Formänderungen, Momente usw. bestimmen lassen.

Um die Aufstellung der Gleichungen zu erleichtern, folgen hier die allgemeinen Ausdrücke für die Ausbiegung und ihre Ableitungen. Man hat

$$\begin{aligned} y &= e^{-kx}\,[A\cos kx + B\sin kx] \\ y' &= k\,e^{-kx}\,[(B-A)\cos kx - (A+B)\sin kx] \\ y'' &= 2k^2\,e^{-kx}\,[-B\cos kx + A\sin kx] \\ y''' &= 2k^3\,e^{-kx}\,[(A+B)\cos kx + (B-A)\sin kx] \end{aligned} \tag{9}$$

Die erste Bedingung, daß die Ausbiegungen des Zylinders und der Kuppel am Rande selbst gleich groß sein sollen, läßt sich durch folgende Gleichung ausdrücken:

$$-A_1 \sin 40^0 + A_2 = \frac{p \cdot 10^4}{E}(3{,}12 \sin 40^0 + 1{,}72).$$

Damit die Winkeländerungen gleich groß werden, muß

$$k_1 (B_1 - A_1) = k_2 (B_2 - A_2) - \frac{10}{E} \cdot 1{,}72$$

sein, und für das Momentgleichgewicht gilt außerdem

$$k_1^2 EJ_1 B_1 = k_2^2 EJ_2 B_2.$$

Die restliche Bedingung soll ausdrücken, daß die horizontale Reaktion wegen Belastung der inneren Kuppel von der Scherkraft im Zylinder sowie von der Scherkraft und der Meridianspannung in der Kuppel aufgenommen werden soll, d. h.

$$-2k_1^3 EJ_1 (A_1 + B_1) \cdot \frac{1}{\sin 40^0} - 2k_2^3 EJ_2 (A_2 + B_2) = p \cdot 500 \cdot \cos 40^0.$$

Durch Elimination aus diesen vier Bedingungsgleichungen erhält man für $p = 1$ kg/cm² folgende Werte der Konstanten:

$$A_1 = -15{,}35 \cdot \frac{10^4}{E} \qquad B_1 = -7{,}16 \cdot \frac{10^4}{E}$$

$$A_2 = -6{,}13 \cdot \frac{10^4}{E} \qquad B_2 = 2{,}05 \cdot \frac{10^4}{E}.$$

Das Problem ist damit vollständig gelöst; die Momente usw. kann man nun ohne Schwierigkeit für jeden beliebigen Punkt des Zylinders und der Kuppel berechnen. In Tabelle 3 sieht man einen Vergleich der berechneten und der exakten Werte für Meridianmoment und Ringspannung der Kuppel. Die Übereinstimmung ist in allen Punkten befriedigend.

Tabelle 3.

Meridianmomente und Ringdruckspannungen der Kuppel nach Fig. 2.

Neigungswinkel α des Meridians	M_1 angenähert kgcm/cm	M_1 exakt kgcm/cm	$T_2 + \Delta T_2$ angenähert kg/cm	$T_2 + \Delta T_2$ exakt kg/cm
40°	— 5280	— 5560	— 1950	— 1930
35°	1450	2250	— 800	— 540
30°	1980	2200	401	613
25°	597	764	618	639
20°	— 6	9	572	593
15°	— 99	— 141	520	526
10°	— 54	— 80	498	498
5°	— 8	— 15	495	493

Diese zwei Beispiele lassen also erkennen, daß die hier gezeigte Methode für die Behandlung des Problems praktisch brauchbare und auch leicht zu findende Resultate ergibt.

Wie eingangs erwähnt, kommt die Annäherungslösung den exakten Werten umso näher, je steiler die Kuppel und auch je geringer ihre Wandstärke wird. Besonders dieser letzte Umstand ist, wie u. a. *Steuermann*[5] nachgewiesen hat, von großer Bedeutung. Die exakte Gleichung für die Ausbiegung des Meridians enthält nicht wie Gleichung 3b nur Ausdrücke vierter und nullter Ordnung, sondern auch Ausdrücke mit Derivaten erster, zweiter und dritter Ordnung, die aber alle mit Polynomen von $\cot\alpha$ multipliziert sind. Mit zunehmendem α verringert sich die Bedeutung dieser Ausdrücke, und für $\alpha = 90°$, also beim Zylinder, fallen sie ganz weg, d. h. Gleichung 3b gilt exakt. Die Verringerung der Kuppelwandstärke hat ähnlichen Einfluß auf die vollständige Differentialgleichung. Warum dies der Fall sein muß, sieht man auch leicht direkt ein. Es kommt einfach daher, daß bei geringer Wandstärke die Bedeutung der Zusammendrückung des Meridians neben dem Einfluß der Krümmungsänderung klein wird. Dies bedeutet mit anderen Worten, daß man die Arbeit der Normalkräfte infolge Zusammendrückung des Meridians neben der Arbeit des Meridianmoments und der Ringspannungen bei dünnen Kuppeln vernachlässigen kann.

In den bisher behandelten Problemen wurde die Wandstärke überall als konstant angenommen. Wenn die Wandstärke δ veränderlich ist, kann man nicht von Gleichung 3b ausgehen, sondern muß Gleichung 3a anwenden. Da die einfache Theorie des elastisch unterstützten Trägers in obigen Fällen, d. h. bei konstanter Wandstärke, hinlänglich genaue Resultate ergab, besteht Grund zu der Annahme, daß dies auch bei veränderlicher Wandstärke der Fall sein wird.

Die Theorie des elastisch unterstützten Trägers mit veränderlichem Trägheitsmoment und veränderlicher Unterstützung wurde bisher von verschiedenen Forschern[6] hauptsächlich mit Hilfe von Reihen studiert. Die dabei zutage gekom-

[5] *E. Steuermann:* Some Consideration on the Calculation of Elastic Shells. Internationale Tagung für technische Mechanik. Stockholm 1930.

[6] Siehe z. B. *Hayashi:* Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage. Berlin 1921.

menen Ergebnisse sind für die Praxis leider mehr oder weniger unbrauchbar. Wegen der nahen Verwandtschaft der Gleichungen 3a und 3b ist es jedoch recht natürlich, daß die Lösungen beider Gleichungen im großen ganzen den gleichen mathematischen Aufbau haben. Deshalb liegt die Annahme nahe, daß man die Lösung der Gleichung 3a beispielsweise in folgender Form schreiben kann:

$$y = u e^{\pm z} (A \cos z + B \sin z) \tag{12}$$

worin u und z gewisse Funktionen von x sind. Unter Anwendung des *Blumenthalschen* sog. asymptotischen Integrationsverfahrens kann man die Funktionen u und z bestimmen, sodaß Gleichung 12 mit sehr guter Annäherung wirklich ein Integral der Gleichung 3a darstellt.

Wenn wir wie oben die Biegungssteifheit des Trägers $EJ = \frac{E\,\delta^3}{12}$ einführen, ergeben sich für die Funktionen u und z folgende Ausdrücke:

$$u = \frac{1}{\sqrt[4]{\delta^3}} \tag{13}$$

und

$$z = \sqrt[4]{3} \int \frac{dx}{\sqrt{r\delta}} \tag{14}$$

Dieses Resultat erhält man in folgender Weise. Führt man die Ableitung der Gleichung 3a aus, dann ergibt sich nach Vereinfachung die Gleichung

$$y^{IV} + p_1 y''' + p_2 y'' + p_3 y' + p_4 y = o \tag{15}$$

worin

$$p_1 = 6 \frac{\delta'}{\delta}$$

$$p_2 = 3 \left(\frac{\delta'^2}{\delta^2} + \frac{\delta''}{\delta} \right)$$

$$p_3 = 0$$

$$p_4 = \frac{12}{r^2 \delta^2}$$

ist. Multipliziert man die Gleichungen

$$v = f(z)$$

$$v' = f' z'$$

$$v'' = f' z'' + f'' z'^2$$

$$v''' = f' z''' + 3 f' z' z'' + f''' z'^3$$

$$v^{IV} = f' z^{IV} + f'' (4 z' z''' + 3 z''^2) + 6 f''' z'^2 z'' + f^{IV} z'^4,$$

worin f' soviel wie $\frac{df}{dz}$ und z' soviel wie $\frac{dz}{dx}$ bedeutet, der Reihe nach mit den Faktoren Q_4, Q_3, Q_2, Q_1, und 1 und addiert sie, so erhält man, wenn das linke Glied gleich Null gesetzt wird, erstens die Gleichung

$$v^{IV} + v''' Q_1 + v'' Q_2 + v' Q_3 + v Q_4 = o \tag{16}$$

und zweitens, wenn die Faktoren f', f'' und f''' jeder für sich gleich Null gesetzt werden

$$\begin{aligned} &z^{IV} + z''' Q_1 + z'' Q_2 + z' Q_3 = o \\ &(4 z' z''' + 3 z''^2) + 3 z' z'' \cdot Q_1 + z'^2 Q_2 = o \\ &6 z'^2 z'' + z'^3 Q_1 = o \end{aligned} \tag{17}$$

Aus diesen Gleichungen kann man Q_1, Q_2 und Q_3 lösen, während die Funktion f (z) durch die übrige Bedingung

$$f^{IV} z'^4 + Q_4 \cdot f = o \tag{18}$$

bestimmt wird.

Wählt man den Faktor Q_4 gleich $4 z'^4$, dann verwandelt sich die Gleichung 18 in

$$\frac{d^4 f}{dz^4} + 4 f = o$$

d. h.
$$f(z) = e^{\pm z} (A \cos z + B \sin z) \tag{19}$$

worin z durch die Bedingung

$$\frac{dz}{dx} = \sqrt[4]{\frac{Q_4}{4}} \tag{20}$$

bestimmt wird.

Wenn man in Gleichung 15 nun $y = uv$ einführt, erhält man beim Einsetzen und nach Division durch u

$$\begin{aligned} &v^{IV} + v''' \left(\frac{4 u'}{u} + p_1\right) + v'' \left(\frac{6 u''}{u} + \frac{3 u'}{u} p_1 + p_2\right) \\ &+ v' \left(\frac{4 u'''}{u} + \frac{3 u''}{u} p_1 + \frac{2 u'}{u} p_2 + p_3\right) + v p_4 = o \end{aligned} \tag{21}$$

Durch Gleichstellen der Koeffizienten für v und v''' in den Gleichungen 16 und 21 kann man die unbekannten Funktionen Q_4 und u bestimmen. Man erhält demnach $Q_4 = p_4$ und folglich nach Gleichung 20

$$z = \int \sqrt[4]{\frac{p_4}{4}}\, dx$$

$$\text{oder, mit } p_4 = \frac{12}{r^2 \delta^2}; \quad z = \sqrt[4]{3} \int \frac{dx}{\sqrt{r\delta}} \tag{14}$$

Aus der Bedingung
$$\frac{4 u'}{u} + p_1 = Q_1$$

erhält man unter Anwendung der letzten der Gleichungen 17

$$\frac{4 u'}{u} = - p_1 - \frac{3}{2} (\log p_4)'$$

$$\text{oder} \qquad u = \frac{1}{\sqrt[4]{\delta^3}} \tag{13}$$

Faßt man das Ergebnis obiger Rechnungen zusammen, so kann man die Lösung der Gleichung 3a unter Vernachlässigung der Ausdrücke, die den Faktor e^z enthalten, also in folgender Form schreiben:

$$y = \frac{1}{\sqrt[4]{\delta^3}} e^{-z} (A \cos z + B \sin z) \tag{12a}$$

worin z durch die Bedingung $z = \sqrt[4]{3} \int \frac{dx}{\sqrt{r\delta}}$

bestimmt wird.

Beim ersten Anblick erscheint vielleicht die Gleichung 12a umständlich und wenig geeignet für praktischen Gebrauch wegen des verwickelten Aufbaues der Funktion z und des zusätzlichen Faktors $\frac{1}{\sqrt[4]{\delta^3}}$. In der Praxis aber stellt sich der Fall einfacher. Die Funktion z braucht nämlich nie anders als zahlenmäßig angegeben zu werden und läßt sich deshalb leicht aus Gleichung 14 z. B. nach der Trapezregel berechnen. Bei Berechnung der Ableitungen von Gleichung 12a ergeben sich, wenn man keine Annäherungen einführt, ziemlich komplizierte Ausdrücke. Beachtet man aber, daß die Ableitungen z'', z''', u'' und u''' bei den in der Praxis vorkommenden Abmessungen klein sind und daher vernachlässigt werden können, erhält man die Ableitungen von y in folgender Form

$$\begin{aligned}
y &= u\, e^{-z} (A \cos z + B \sin z) \\
y' &= u\, z'\, e^{-z} [(B - \mu A) \cos z - (A + \mu B) \sin z] \\
y'' &= 2\, u\, z'^2\, e^{-z} [-(\mu B + \gamma A) \cos z + (\mu A - \gamma B) \sin z] \\
y''' &= 2\, u\, z'^3\, e^{-z} [(A + \mu_1 B) \cos z + (B - \mu_1 A) \sin z]
\end{aligned} \tag{9a}$$

worin

$$\begin{aligned}
\nu &= \frac{u'}{u\, z'} \\
\mu &= 1 - \nu \\
\mu_1 &= 1 - 3\nu.
\end{aligned}$$

Für den Fall, daß die Wandstärke konstant ist, wird $\gamma = 0$ und $\mu = \mu_1 = 1$, wobei obige Gleichungen genau dieselben werden wie die Gleichungen 9.

Die Gleichungen 9a sind also in derselben Weise aufgebaut wie die in den Gleichungen 9 angegebenen Ableitungen für einen Träger mit konstanter Biegungssteifheit. Die Berechnung einer Kuppel mit veränderlicher Wandstärke läßt sich demnach in gleicher Weise und mit wenig mehr Mühe durchführen wie bei gleichmäßiger Wandstärke. Die oben durchgerechneten Beispiele (siehe Fig. 1 und 2) sind also auch für den Fall vorbildlich, daß δ veränderlich ist, und die Gleichgewichtsgleichungen sind ebenso aufzustellen, nur mit den Abänderungen, die durch den Unterschied zwischen den Gleichungen 9 und 9a bedingt sind.

Bisher haben wir bei der Behandlung des Kuppelproblems nicht berücksichtigt, daß sich die Meridianträger nach oben hin verjüngen und im Scheitel der Kuppel die Breite Null haben, vielmehr haben wir bei ihnen eine konstante Breite angenommen. Dies entspricht der Wirklichkeit nur dann, wenn die Kuppel zylindrisch ist, aber bei Kuppeln im allgemeinen liegt in jener Annahme ein gewisses Annäherungsverfahren. Wenn wir die Verjüngung berück-

sichtigen, können wir bei sphärischer Kuppel das Trägheitsmoment des Meridianträgers in gewissem Winkelabstand α vom Scheitel folgendermaßen schreiben:

$$J = \frac{\delta^3}{12} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_o} \tag{21}$$

Mit diesem Ausdruck für das Trägheitsmoment erhalten wir für die Funktionen u und z

$$u = \frac{1}{\sqrt[4]{\delta^3}} \cdot \frac{1}{\sqrt[8]{\sin \alpha}}$$

und

$$z = \sqrt[4]{3} \int \frac{1}{\sqrt{r\delta}} \cdot \sqrt[4]{\frac{\sin \alpha_o}{\sin \alpha}}\, dx.$$

Die obigen Ableitungen, die sich hauptsächlich auf das Kuppelproblem beziehen, lassen sich natürlich auch auf zylindrische Behälter und ähnliche Konstruktionen anwenden, die als Sonderfälle der Kuppel aufzufassen sind. Die für Berechnung solcher Behälter üblichen Methoden,[7] denen Reihenentwicklungen zugrunde liegen, lassen sich vorteilhaft durch die oben angegebene Methode ersetzen. Einen interessanten Sonderfall dieses Problems begegnet man bei der Berechnung von massiven Gewölbedämmen. Bisher ging man bei Behandlung derartiger Probleme von Gleichung 3 b aus und führte einen Mittelwert der Wandstärke ein.[8]

Bei Behandlung der Gleichung 3 a nach obiger Methode kann man ohne Schwierigkeit die in verschiedenen Richtungen und an verschiedenen Punkten vorkommende Anisotropie der Konstruktion berücksichtigen. Es kann sich dabei um eine reine Materialerscheinung oder um eine rein konstruktive Anisotropie handeln. Beispielsweise durch das Einlegen verschiedener Mengen von Armierungseisen in verschiedenen Richtungen wird der scheinbare Elastizitätsmodul des Baustoffes in verschiedenen Richtungen verschieden, was als Materialanisotropie bezeichnet werden darf; und eine gewisse konstruktive Anisotropie kann man in einem zylindrischen Behälter oder einer Kuppel zuwege bringen, indem man in der Richtung der Generatrix oder des Meridians Verstärkungsträger anbringt (Rippenkuppel). Unter solchen Umständen kann Gleichung 3 a nicht in der Form geschrieben werden, die sie in Gleichung 15 erhalten hat, vielmehr bekommen die Koeffizienten p_1 bis p_4 folgendes Aussehen

$$p_1 = \frac{2\,(E_1 J)'}{E_1 J}$$

$$p_2 = \frac{(E_1 J)''}{E_1 J}$$

$$p_3 = 0$$

$$p_4 = \frac{E_2 \delta}{r^2 E_1 J}$$

---

[7] Siehe *Lorenz:* Technische Elastizitätslehre. Berlin 1913. *H. Reißner:* Beton und Eisen 7, 150, 1908. *T. Pöschl* und *K. Terzaghi:* Berechnung von Behältern. Berlin 1913.

[8] *N. Royen:* Tvärödammen vid Norrfors kraftverk (Der Damm von Tvärö am Kraftwerk Norrfors). Zeitschrift Betong, Heft 2, 1926.

und die Funktionen z und u erscheinen demnach in folgender Form

$$z = \int \sqrt[4]{\frac{E_2 \delta}{4 r^2 E_1 J}}\, dx$$

und

$$u = \sqrt[8]{\frac{r^6}{E_1 J \cdot E_2^3 \delta^3}}$$

Da man weder für u noch für z einen mathematischen Ausdruck benötigt, bringt die Einführung der Gleichungen 22 und 23 keine Erschwerung der Berechnungen mit sich.

Zusammenfassung.

Durch die Aufteilung der Schale in zwei Scharen von einander kreuzenden Trägern können wir ein klares Verständnis der statischen Wirkungsweise der Konstruktion erhalten. Die auftretenden Momente und Spannungen können wie bei dem Balken auf elastischer Unterlage berechnet werden. Da die strenge Theorie zu Lösungen in Form von unendlichen Reihen führt, die unter gewissen Bedingungen nur langsam konvergieren, sind durch die angegebene Methode praktische Vorteile zu gewinnen.

Leere Seite
Blank page
Page vide

IVa 4

Versteifte oder unversteifte Flächentragwerke.

Ouvrages à parois minces reforcées ou non par des raidisseurs.

Shell Structures with or without Stiffeners.

R. Vallette,
Ingénieur aux Chemins de fer de l'Etat, Paris.

Die Frage der Flächentragwerke wurde bereits auf dem Pariser Kongreß behandelt; die seitherige Entwicklungsrichtung soll nunmehr hier erörtert werden.

Man kann zwei Arten von Flächentragwerken unterscheiden: Solche, bei denen die Steifigkeit der Wand für die Widerstandsfähigkeit des Systems in Rechnung gestellt wurde und solche, wo diese Widerstandsfähigkeit vernachlässigt wurde, die Wandung also nur für tangential zur Mantelfläche wirkende Kräfte widerstandsfähig ist, und als reine Membran wirkt.

Es sind also zu betrachten:

1. biegungsfeste dünne Wandungen,
2. Membranen.

Hier sollen nur Bauteile mit biegungsfesten dünnen Wandungen untersucht werden; die Bauten mit Membranwandungen bilden den Gegenstand einer besonderen Arbeit des Herrn *Aimond* (siehe IVa 1 dieses Vorberichtes).

I. Bauten mit biegungsfesten dünnen Wandungen.

A. Konstruktion.

Allgemeines. Schon seit Beginn des Eisenbetonbaues hat man die flächenartigen Wandungen (z. B. bei Hohlkörperdecken) für den allgemeinen Widerstand des Tragwerks zur Mitwirkung herangezogen. Diese Ausnutzung des monolithischen Zusammenhanges ist schließlich eine der wichtigen Eigenarten des Eisenbetons. Später aber wurde eine vollständigere Ausnutzung der Festigkeit der Flächen in Betracht gezogen, indem die Wandungen zum Hauptelement der Tragfähigkeit wurden, wie bei den tragenden Wänden der Behälter, Silos, Gewölbe usw.

Anwendungen im Hoch- und Tiefbau.

1. *Behälterbauten.* Bei den Behältern wurde die in sich tragende Wand selbständig für die Böden, die Vorkragungen und die Dachgewölbe verwendet, aber die Steifigkeit der Wand wurde nur ausnahmsweise in Rechnung gestellt.

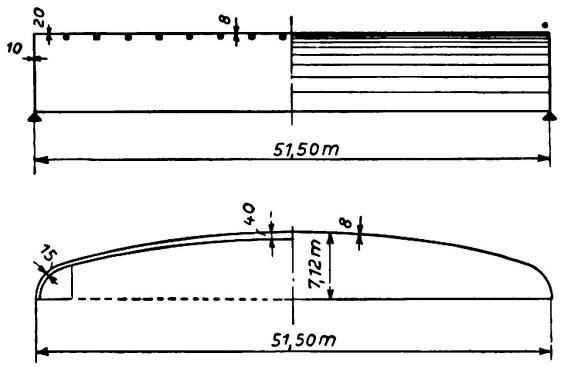
2. *Silos.* Für Silos wurde die Verwendung der tragenden Wand, die im Anfang nur eine teilweise war, zu einer vollständigen gemäß dem Verfahren von *M. Freyssinet,* worüber er auf dem Pariser Kongreß einen Bericht gegeben hat. Diesem Bericht haben wir nichts hinzuzufügen, da sich seither keine neuen Gesichtspunkte ergeben haben.

3. *Gewölbebauten.*

a) *Gewöhnliche Gewölbe.* Auf dem Gebiete der normalen Gewölbe hat *M. Freyssinet* schon auf dem Pariser Kongreß eine neue Richtung angegeben, indem er erklärte, daß er für die Luftschiffhalle in Orly, wenn er sie neu zu bauen hätte, ein Rippensystem mit einem Abstand von 25 m zwischen den Tragrippen zur Anwendung bringen würde. Diese Erklärung ist umso beachtenswerter, als die Hallen von Orly (vergl. Génie Civil 22. September bis 6. Oktober 1923) in ihrer bestehenden Form (1922 errichtet) als das bemerkenswerteste Beispiel und als Vorläufer der selbsttragenden Systeme mit zahlreichen kleinen Tragwerken, wie sie später in Mitteleuropa eingeführt wurden, betrachtet werden können.

Tatsächlich verwendete man dort Träger von 7,50 m Öffnung und 90 m Spannweite, bei denen die Tragfähigkeit der Wände die allgemeine Biegung vollständig übernimmt. (Konstruktion *Freyssinet-Limousin*).

Seit dem Pariser Kongreß hat sich diese Tendenz erhalten; in einem Falle wurde ein Tonnengewölbe von 51,50 × 51,50 m entworfen, das nur in den vier Ecken gestützt war, während die Fläche völlig selbsttragend war und nur kleine, ganz untergeordnete Versteifungsrippen erhielt, ohne



Schnitt durch Axe
Coupe dans l'axe
Cross section thro Centre line

Fig. 1.
Tonnengewölbe von 51,50 m Spannweite

daß irgendwelche Randträger zur Stützung herangezogen wurden (Fig. 1) — (Entwurf *Boussiron*). Man kann diese Bauart als Grenzfall jener Gewölbeart betrachten, die seit 1910 in Frankreich von mehreren Konstrukteuren verwendet wurde und bei der ein Teil der gewölbten Fläche als Tragbalken (Kämpferbalken) zwischen den in mehr oder weniger großem Abstand stehenden Säulen der Längsseite benutzt wird. Ursprünglich war die ausgenutzte Gewölbehöhe OA gering (Fig. 2) und eine Randrippe ON erhöhte die Tragfähigkeit. Später erhöhte man die mitwirkende Höhe OA,

ließ die mitwirkende Rippe ON verschwinden und vergrößerte die Tragfähigkeit zwischen den Stützen erheblich. Heute wird die ganze Wölbung für beliebige Spannweite ohne Randträger ausgenutzt.

b) *Andere Gewölbetypen.*

1. Eine Abart der Bauart von Orly wurde bei einem Doppel-Flugzeugschuppen in Cherbourg verwirklicht. Das Gewölbe besteht ganz aus dünnen Elementen (Fig. 3), die, wie in Orly, allein die Tragfähigkeit des Systems bestimmen. Die Wandung wirkt außerdem selbsttragend zwischen den Randsäulen. (Ste Rabut Subileau.)

2. Kegelförmige Gewölbe, die Sheddächer bilden (*Freyssinet-Limousin*), wurden bei Bauten vielfach verwendet (Werke von Montrouge, Caen,

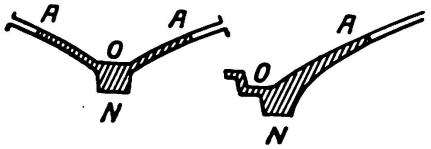


Fig. 2.
Randträger.

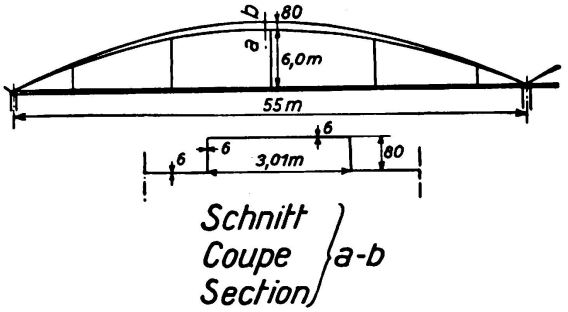


Fig. 3.
Doppelschuppen in Cherbourg.

Fontenay usw.); sie waren Gegenstand einer Arbeit von *Fauconnier* in Band 2 der Abhandlungen unserer Vereinigung, so daß sich eine eingehende Betrachtung erübrigt. Die Gewölbe wirken als Träger zwischen den Kämpfersäulen.

4. *Andere Bauarten.* Andere Gewölbearten wie Kuppeln über rechteckigem Grundriß, Gratgewölbe, Klostergewölbe usw. wurden von verschiedenen Entwurfsverfassern anläßlich der offenen Wettbewerbe für die Ausführung von Flugzeughallen auf den Flughäfen vorgeschlagen. Aber diese Typen sind noch nicht genügend entwickelt, um schon eine bestimmte Ausrichtung erkennen zu können oder viel Aufhebens davon zu machen.

Eine bemerkenswerte Konstruktion von ganz abweichender Art stellt der große Windkanal von Chalais-Meudon dar, der in der Nähe von Paris für die Prüfung der Flugzeuge gebaut wurde.[1] Hier wurden verschiedene freitragende Flächenelemente verwendet, im besonderen ein Wind-Ausgleichsrohr mit überwältigenden Abmessungen (Fig. 4), das nur an zwei Stellen im Abstand von 34 m gelagert ist und sich bei 7 cm Wandstärke und einer Versteifung durch kleine Rippen, die im Abstand von 3,60 m stehen, vollkommen freiträgt. (Ausführung *Limousin.*)

5. *Schlußfolgerungen.* Zusammenfassend kann man in Frankreich auf dem Gebiet der biegungssteifen Flächentragwerke einerseits tastende Versuche zur Auffindung neuer Gewölbeformen ohne eine bestimmte Ausrichtung nach einem bestimmten Typ feststellen, anderseits aber besteht für die schon feststehenden

[1] S. „Génie Civil" vom 3. Nov. 1934.

Typen die bestimmte Tendenz, die Tragfähigkeit der Flächen vollständig auszunützen. Dabei geht man auch so weit, daß man den ganzen Querschnitt zur Tragwirkung mit heranzieht (große Dachgewölbe, Windkanal Chalais-Meudon), wenn die Spannweite es erlaubt. Man kann es als kennzeichnend für die französischen Bauten bezeichnen, daß im allgemeinen bei den Gewölben das reine Flächentragwerk ohne Hinzufügung von Randbalken oder anderen unterstützenden Traggliedern verwendet wird.

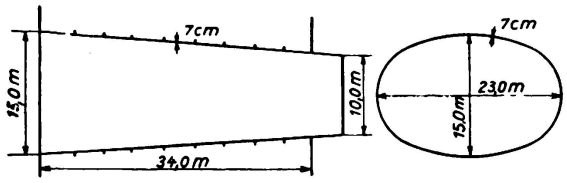


Fig. 4.
Diffusor im Windkanal von Chalais-Meudon.

B. Berechnung.

1. *Ebene Wände.* Für die Berechnung der ebenen Wände verweisen wir auf die Methode, die von *L'Hermite* im „Génie Civil" vom 29. April 1933 angegeben wurde.

2. *Selbsttragende Gewölbe verschiedener Art.* Unmittelbar nach den ersten Ausführungen von gewölbten Eisenbetondächern fing man an, die Flächen des Gewölbes als Kämpferbalken zur Aufnahme des Kämpferdruckes heranzuziehen.[2]

Diesen Balken, der nur durch einen geringen Teil des Gewölbes gebildet wurde, betrachteten die Konstrukteure als einen unabhängigen, gewöhnlichen geraden Balken und berechneten ihn auch als solchen. Dies führte zu reichlichen Querschnitten, aber der damit verbundene Mehrverbrauch an Material spielt bei kleinen Stützenabständen keine Rolle, so daß man keine Ursache hat, auf verwickeltere Berechnungssmethoden zurückzugreifen.

In den allerdings selten vorkommenden Fällen, daß der Entwurf zu großen Stützenabständen führt, wird die mitwirkende Höhe des Gewölbes einen gekrümmten Querschnitt aufweisen, so daß besondere Untersuchungen notwendig werden. Wir wissen, daß gewisse Konstrukteure (besonders *Boussiron*) eine persönliche Lösung hierfür hatten, wenn sie sie auch nicht veröffentlichten. Ich habe darum selbst eine einfache Lösung hierfür entwickelt,[3] welche einerseits die Berechnung eines solchen Balkens umfaßt und andererseits auch die Lösung für das vollständige Tonnengewölbe von beliebiger Form gibt, das nur an den Ecken gestützt ist.

Diese Methode führt für die gekrümmten Querschnitte der Flächentragwerke die Biegungstheorie ein und sucht hinsichtlich der eingeführten Nebenspannungen die entsprechenden Folgerungen; sie bestimmt vor allem die Querbiegung, die in einem Gewölbering unter dem Einfluß der in Richtung der Leitlinien des Tonnengewölbes wirkenden Tangentialkräfte entstehen. Bei der Anwendung dieser Methode auf große Spannweiten hat sie sich als vollständig und sehr sicher erwiesen und ergab Resultate, die mit den an Modellen, an einem Versuchsgewölbe und an ausgeführten Bauten gemachten Beobachtungen übereinstimmten.

---

[2] S. „Génie Civil" vom 27. Jan. 1934.
[3] S. „Génie Civil" vom 27. Jan. 1934.

3. *Andere Bauformen.* Dieselbe Berechnungsart kann auch auf geschlossene Rohre angewendet werden, und sie bildet auch die Grundlage für die Berechnung des im vorstehenden schon beschriebenen großen Windkanals in Chalais-Meudon, wie sie in dem Bericht über diese Arbeiten enthalten ist.[3]

Bei den Kuppeln genügt im allgemeinen eine ganz einfache Rechnung, da die Steifigkeit der Schale nur bei Einzellasten von Wichtigkeit ist. Ihr Einfluß ist jedoch sehr begrenzt und da man in jedem Punkt auf Meridian- und Parallelkreise stößt, wird man meistens wieder auf den Membranspannungszustand zurückgeführt.

Für die anderen Bauformen mit biegungssteifer Schale sind in Frankreich keine besonderen Berechnungsmethoden in der technischen Literatur zu finden; sie sind noch nicht genügend erforscht und bleiben einstweilen noch das persönliche Arbeitsfeld einzelner Konstrukteure.

4. *Schlußfolgerungen.* In Frankreich haben die Berechnungsmethoden für biegungssteife Flächentragwerke jenes Prinzip der Einfachheit bewahrt, das die Regel für alle Fragen im Eisenbetonbau war. Hat man es doch in der Tat mit einem Material und mit Bauformen zu tun, die zusammengesetzt und veränderlich sind, so daß man umsonst nach Gesetzen suchen würde, die unter diesen Arbeitsbedingungen alle Erscheinungen bei der Belastung klären würden. Man hat allen Grund, sich nur an die Grundtatsachen zu halten, welche sich aus einfachen Gesetzen ableiten (*Hook*'sches Gesetz, *Navier*'sches Gesetz) und sich in einfachen Gesetzen annäherungsweise, aber doch sicher ausdrücken lassen.

Das Ziel liegt übrigens nicht darin, eine rein mathematische Lösung zu erhalten. Es handelt sich nur darum, die in einem bestimmten System auftretenden Beanspruchungen festzustellen, damit sowohl ein übermäßiger Materialaufwand, wie auch eine nennenswerte Unterbemessung vermieden wird. Die Ableitung solcher praktischen Lösungen muß also von den angeführten einfachen Grundlagen ausgehen und alle Rechenmöglichkeiten ausnützen, um zu sicheren partikulären Lösungen zu kommen, die einfach anzuwenden sind. Es dürfte nützlich sein, hier darauf hinzuweisen, daß in der Geschichte des Eisenbetonbaues die endgültigen Berechnungsmethoden erst dann aufgestellt wurden, als durch unsere großen Konstrukteure schon solche Bauten ausgeführt waren.

Die Phantasie, das technische Gefühl, das Verständnis für das Kräftespiel sind von den Schöpfungen der Baukunst nicht zu trennen und hatten dem Konstrukteur genügt, um den neu geschaffenen Typ zu verstehen, festzulegen und zu berechnen. In der Tat kann eine Kraft zahlenmäßig nur annähernd festgelegt sein, wenn sie nur qualitativ richtig ist. Bei den vielen Einzelheiten, die bei der Ausführung eines Eisenbetonbaues zu bestimmen sind, ist hauptsächlich diesem letzteren Punkte die größte Aufmerksamkeit zuzuwenden und hier erfordert die Lösung jenes Maß an technischem Gefühl, das eben den guten Konstrukteur ausmacht.

Die Berechnung der biegungssteifen Flächentragwerke hat diese Entwicklung genommen, bewahrt diese Richtung auch und wird bei der Bestimmung des wesentlichen Kräftespieles dieser Konstruktionsart auch nie von der Einfachheit und Klarheit lassen.

Zusammenfassung.

Betrachtung der Schalenkonstruktionen unter Berücksichtigung der wirklichen Steifigkeit.

Nach einer kurzen geschichtlichen Einleitung wird angegeben, daß in Frankreich im gegenwärtigen Stadium die Schalen einzig und allein als Tragelemente verwendet werden ohne Zuhilfenahme irgend eines Randbalkens, ob es sich um Systeme mit mehrfachen kleinen Gewölben (Typus der Halle von Orly), um ein einziges großes Gewölbe oder um ein Gewölbe aus Ringen bestehend (Windkanal von Mendon) handle.

Es wird ferner bemerkt, daß die Berechnung der Tragwerke mit der im Eisenbetonbau in Frankreich üblichen Klarheit durchgeführt wird. Dies erlaubt dem Konstrukteur bei einer einwandfreien Berücksichtigung der Kräfte die neugeschaffenen Tragwerkstypen in freier Weise anzuwenden und zu entwickeln.

IV b

Weitgespannte Brücken.

Ponts de grande portée.

Wide-span bridges.

Leere Seite
Blank page
Page vide

IVb 1

Neuere Gesichtspunkte für den Bau großer Eisenbeton-Bauwerke.

Tendances actuelles dans les grands ouvrages en béton armé.

Present-day Tendencies in Large-sized Reinforced Concrete Constructions.

S. Boussiron,
Paris.

Das Streben nach Schöpfung großer Bauwerke in Eisenbeton ist durch die Fortschritte in der Herstellung des Zementes und durch die Forschungen über seine beste Verwendung in Verbindung mit den gegebenen Zuschlagstoffen unterstützt, wenn nicht gar herausgefordert worden.

Die Bruchfestigkeiten von 400 bis 450 kg/cm², die man auf einer Baustelle schon ohne Anwendung einer außergewöhnlichen Sorgfalt, (deren Gleichmäßigkeit auch nicht verbürgt ist), erreichen kann, erlauben die Annahme einer Arbeitsspannung von rd. 100 kg/cm² für bewehrten Beton und von 150 kg/cm² für den gleichen Beton mit 1,10 % Umschnürung. Diese Arbeitsspannung kann sogar bis zum 0,6-fachen der Bruchfestigkeit, d. h. 240 kg/cm², gesteigert werden, wenn man mit 3,6 % umschnürt.

Aber mehr denn je muß man hier sagen, daß die Lösung einer schwierigen Frage nicht die Erweiterung einer durchschnittlichen ist. Die Annahme von solchen Spannungen löst die Wirkung verschiedener Erscheinungen aus, deren Durchforschung vertieft werden muß.

Bei großen Spannweiten erfordert der Einfluß der ständigen Last eine Verringerung aller Querschnitte auf ihre richtige Grenze. Aber diese Maßnahme muß von einer ernsthaften Prüfung des Festigkeitsgrades dieser Querschnitte in Hinblick auf ein Anwachsen der Last oder einer Verlagerung der Mittellinie begleitet sein. Man braucht also Berechnungsarten, die sicher alle Spannungen klarlegen und schnell sind, damit der Entwerfende die Schwierigkeiten der geplanten Anordnungen nicht zu spät bemerkt.

Endlich kann die Durchbildung großer Bauwerke nur in Verbindung mit praktischen und sicheren Lösungen für die Lehrgerüste, in denen der wichtigste Teil der Kosten liegt, in Betracht gezogen werden.

Wir zeigen hier folgend die Bestrebungen, welche man aus dem herausschälen kann, was auf diesem Gebiete im Laufe der letzten Jahre in Frankreich gemacht worden ist.

ERSTER TEIL.

Anordnungen und Berechnungen:

Wir beschränken unsere Darlegungen auf Bogenbrücken. Die Bogen bilden in der Tat die einzige Lösung, der der Eisenbeton wirtschaftlich fähig ist, sobald es sich um Spannweiten mit mehr als 100 m handelt. Jede andere Lösung würde nur eine Anpassung an Stahlkonstruktionen oder an Hängebrücken sein und würde den Ingenieur bezüglich der Zugkräfte und Zugstöße vor Aufgaben stellen, die zwar wohl lösbar, aber doch weit davon entfernt sind, eine vernünftige Anwendung des Eisenbetons zu ergeben.

Die Erforschung dieser Bogentragwerke kennzeichnet gegenwärtig ein klares Streben nach einer wissenschaftlichen Bestimmung ihrer kennzeichnenden Größen: Form, Pfeilverhältnis und Spannung.

Die im allgemeinen gewählte Form der Bogenbrücken wurde von den Mauerwerksbrücken übernommen, wie sie sich seit dem Ursprung dieser Bauwerke fortgepflanzt hat. Es sind keine systematischen Untersuchungen angestellt worden, um den Einfluß der Form und der anderen kennzeichnenden Größen des Bogens auf die in den Querschnitten erzeugten Kräfte, noch auf deren Rückwirkung auf die Abmessungen der Querschnitte selbst zu bestimmen. Die erste Untersuchung in diesem Sinne wurde gelegentlich des Baues der Pont de Fin d'Oise gemacht;[1] später wurde diese Untersuchung durch verschiedene Forschungen[2] vervollständigt, die genau die wissenschaftlichen Bedingungen für den Entwurf dieser Bauwerke festlegen.

Da die volle Anwendung dieser Forschungen nur bei Gelegenheit der letzten verwirklichten großen Bogenbrücke gemacht wurde (Brücke bei Roche-Guyon über die Seine), halten wir es zur Darlegung der Methode zur rationellen Bestimmung eines Bogens für das Beste, jene Untersuchungen zu beschreiben, welche zur Festlegung der kennzeichnenden Größen dieses Bauwerkes angestellt wurden; diese sind:

1. Erforschung des Einflusses der Form des Bogens (Veränderlichkeit der Trägheitsmomente der Querschnitte).
2. Wahl des Pfeilverhältnisses,
3. Wahl der Form der Querschnitte,
4. Wahl der Betonspannungen.

Wir zeigen im folgenden, daß man hieraus die Grenzspannweite der Bogenbrücken ableiten kann und vergleichen den gewählten Bogentyp mit anderen.

Schließlich geben wir auszugsweise den genauen Rechnungsgang, der uns zur Bestimmung der Kräfte in der durchgearbeiteten Bogenbrücke gedient hat.

In einem 2. Kapitel stellen wir andererseits einige Betrachtungen über Dreigelenkbogen mit gewöhnlichen und Sondergelenken an.

---

[1] Siehe Génie Civil vom 1. Februar 1930.

[2] a) *Valette:* Génie Civil vom 9. Mai 1931 und 2. Bd. der Abhandlungen der Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau. — b) *Chalos:* im gleichen Werk.

I. KAPITEL.

Statisch unbestimmte Systeme.

1. *Veränderlichkeit der Trägheitsmomente.*

Wir untersuchen die Grenzwertkurve der Momente, für einen Bogen mit gleichbleibendem reduzierten Trägheitsmoment und Querschnitt (Kurven I, Fig. 1), der den elastischen Schwerpunkt der Mittellinie in $^1/_3$ der Pfeilhöhe hat (Fig. 2a).

Wenn man nun unter Beibehaltung des gleichen Trägheitsmomentes im Scheitel durch geeignete Veränderungen der Trägheitsmomente das Größtmoment in den Viertelspunkten vergrößert, verringert sich dasjenige an den Kämpfern selbst-

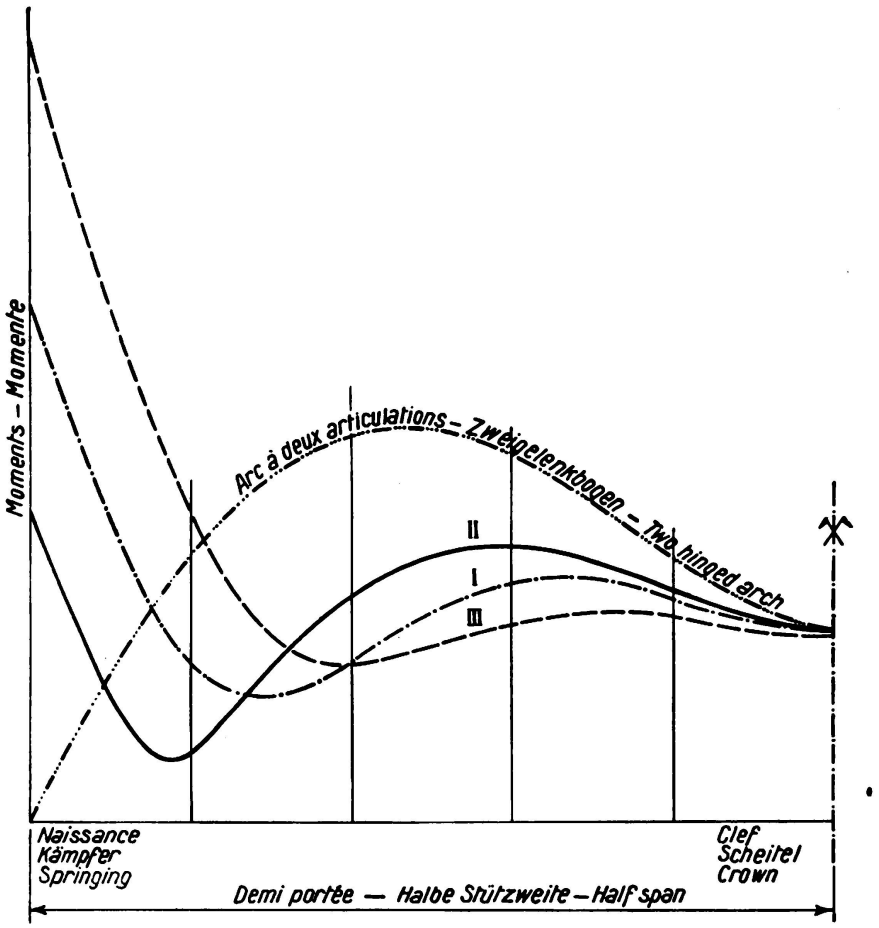


Fig. 1.

Hüllkurven der Momente für die Bogentypen I, II, III, gleicher Spannweite, gleichem Pfeilverhältnis und gleichem Trägheitsmoment im Scheitel sowie für den Zweigelenkbogen mit reduziertem konstantem Querschnitt gleicher Trägheit im Scheitel wie die andern Typen.

tätig. Die Grenzwertkurven der Momente haben den mit II in Fig. 1 bezeichneten Verlauf. Sie entsprechen Gewölben, deren reduziertes Trägheitsmoment vom Scheitel gegen die Kämpfer zu dauernd kleiner wird, bei welchen der elastische Schwerpunkt der Mittellinie innerhalb der unteren zwei Drittel der Pfeilhöhe liegt (Fig. 3b) und wobei im Grenzfall der Übergang in den Zweigelenkbogen erfolgt, für den das Größtmoment in den Viertelspunkten den höchsten Wert annimmt (Fig. 1).

Wenn dagegen durch die Veränderung der Trägheitsmomente die Momente in den Viertelspunkten herabgesetzt werden, stellt man fest, daß das Moment an den Kämpfern zunimmt. Grenzwertkurven wie III (Fig. 1) gehören zu Bogen, deren reduziertes Trägheitsmoment vom Scheitel gegen die Kämpfer hin wächst, und welche den elastischen Schwerpunkt der Mittellinie im oberen Drittel der Pfeilhöhe haben (Fig. 2c), wobei der Grenzfall zwei Kragträgern zustrebt, die im Scheitel durch ein Gelenk verbunden sind.

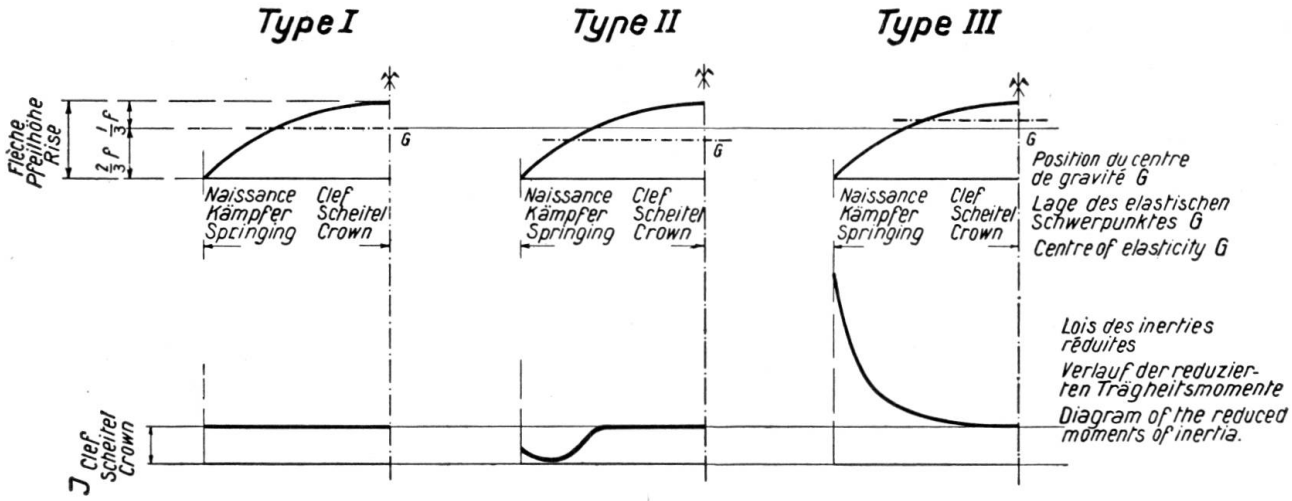


Fig. 2.

Lage der Hauptträgheitsachsen welche durch den Schwerpunkt G der mittleren Faser gehen; Verlauf der reduzierten Trägheitsmomente für die Bogentypen I, II und III.

Augenscheinlich werden die kleinsten Größtmomente zwischen beiden Extremfällen liegen, wenn der Verlauf der Trägheitsmomente ein solcher ist, daß sie in den Kämpfern und in den Viertelspunkten gleich groß sind. Diese Untersuchungen führten auf jenen Bogen besonderer Bauart, der in Frankreich bereits

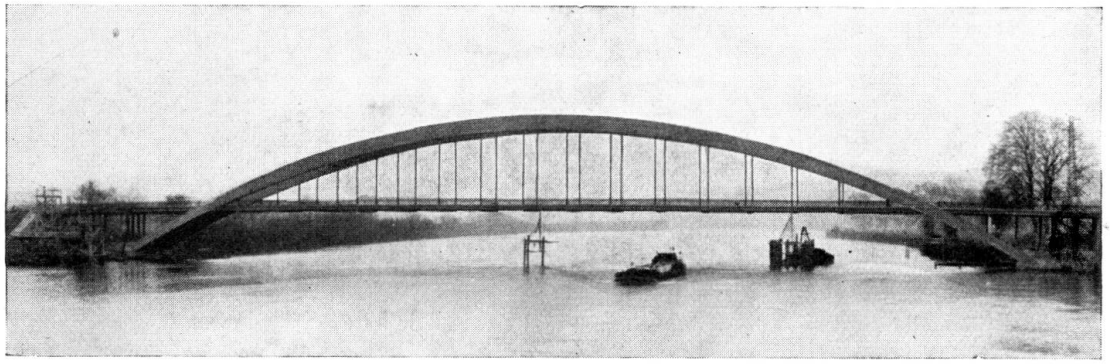


Fig. 3.

Bogen von 161,0 m Stützweite über die Seine bei La Roche-Guyon.

im Jahre 1929 beim Bau der Pont de Conflans-Fin-d'Oise für eine Spannweite von 126 m ausgeführt worden ist und der eine noch interessantere Anwendung bei der von uns konstruierten Brücke von 161 m Spannweite über die Seine bei Roche-Guyon gefunden hat (Fig. 3 und 4).

Mit Rücksicht auf das gründliche Studium, welches bei diesem Bauwerk vorgenommen wurde, soll es als Vergleichsgrundlage für verschiedene Annahmen dienen.

Um dies mit mehr Klarheit zu tun, muß man im Voraus die Wahl der anderen Eigenarten dieses Bogens festlegen.

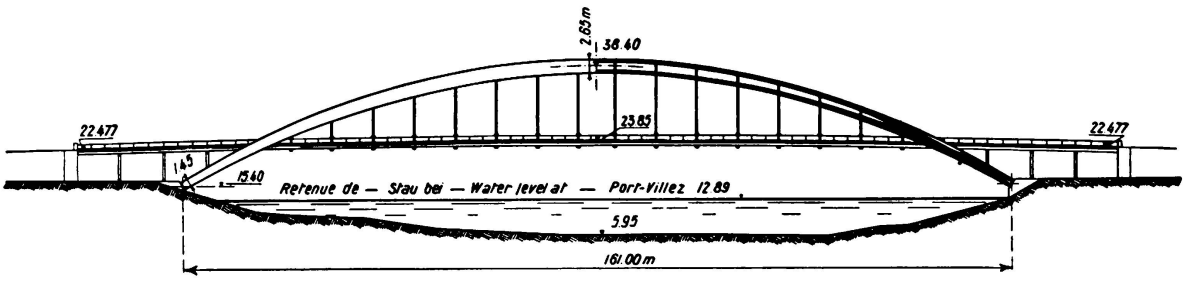


Fig. 4.

Brücke bei La Roche-Guyon. Aufriß und Längsschnitt.

2. *Wahl des Pfeilverhältnisses.*

Um die Bedingungen dieser Wahl zu bestimmen, wurden die Kurven B (Fig. 5)

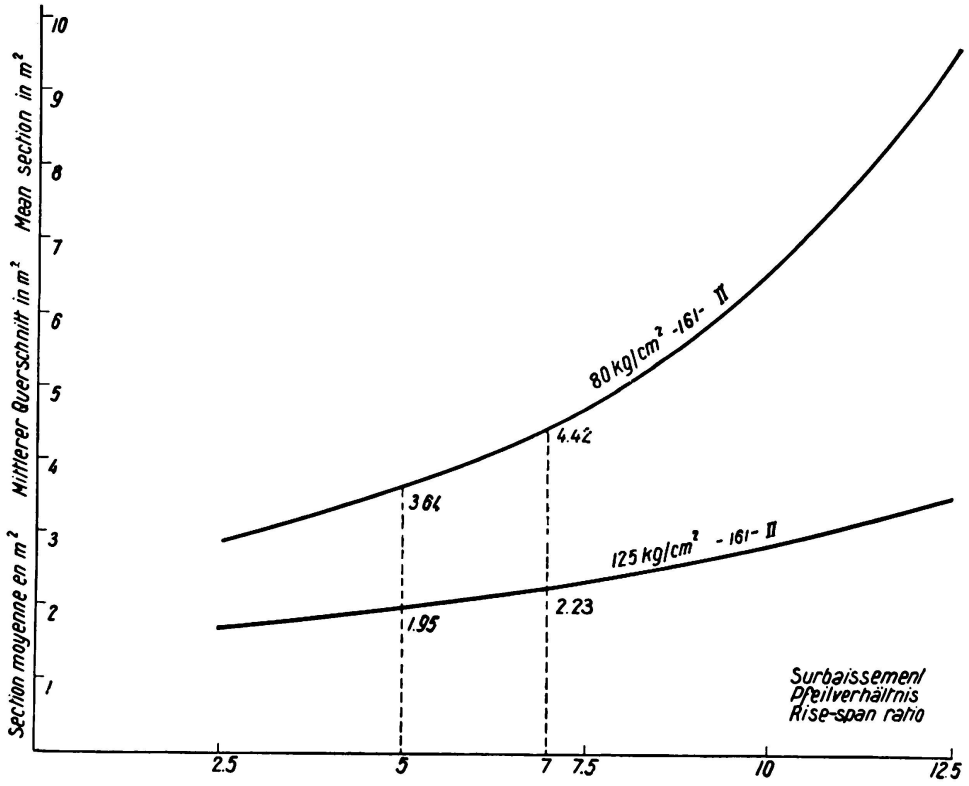


Fig. 5.

Kurven B.

Änderung des mittleren Querschnittes in Funktion des Pfeilverhältnisses für Bogentyp II von 161,00 m Stützweite und für Beanspruchungen von 80 kg/cm² und 125 kg/cm².

aufgestellt, die die Abhängigkeit der Veränderlichkeit des mittleren Querschnittes vom Pfeilverhältnis darstellen. Eine Prüfung der Kurve 80—161—II, die dem

Bogen von 161 m Spannweite bei Roche-Guyon mit einer zulässigen Spannung von 80 kg/cm² entspricht, zeigt, daß der mittlere Querschnitt von 4,42 m² auf 3,64 m² zurückgeht (dies entspricht einer Verhältniszahl 1,21), wenn sich das Pfeilverhältnis von $^1/_7$ auf ein $^1/_5$ ändert.

Bei einer höheren Spannung sind die Querschnittsänderungen bedeutend langsamer. Die Kurve 125—161—II zeigt, daß für das gleiche Bauwerk mit einer Spannung von 125 kg/cm² der mittlere Querschnitt sich von 1,95 m² auf 2,23 m² ändert, wenn man von einem Stich von $^1/_5$ zu einem solchen von $^1/_7$ übergeht (siehe Fig. 5). Die Verhältniszahl des mittleren Querschnittes senkt sich auf $\frac{2{,}23}{1{,}95} = 1{,}14$. Wenn man noch die Abwickelungen, die den beiden Pfeilhöhen entsprechen, in Rechnung setzt, stehen tatsächlich die Bauwerksmassen nunmehr im Verhältnis $\frac{1.054 \cdot 2{,}23}{1{,}10 \cdot 1{,}95} = 1{,}09$.

Die Wirkung des Windes ist größer auf einem hohen Bogen und kann einen Mehraufwand an Baustoff notwendig machen. Dieser Mehraufwand würde die Verhältniszahl 1,09 noch vermindern.

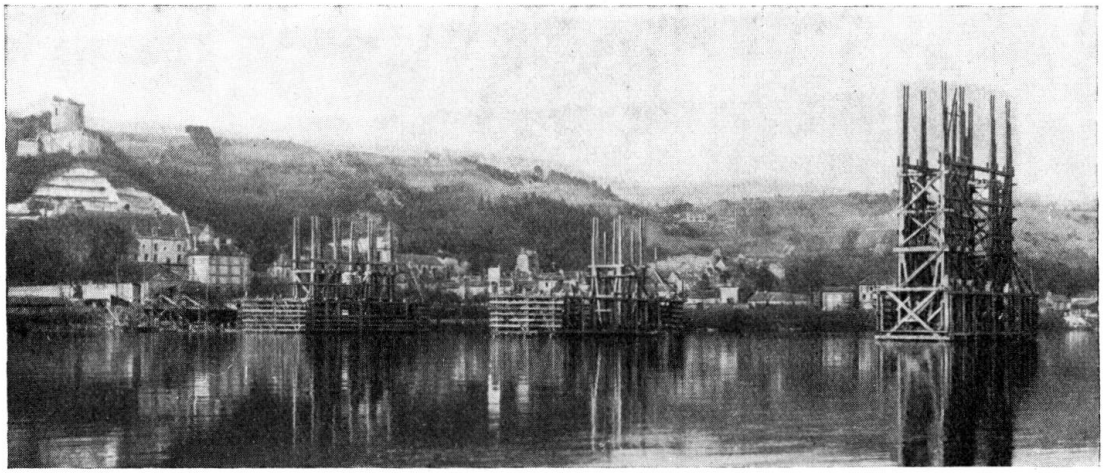


Fig. 6.

Brücke bei La Roche-Guyon. Blick auf das rechte Steilufer.

Der entscheidende Faktor für die Wahl des Pfeilverhältnisses wird in diesem besonderen Falle schließlich die Vergrößerung des Horizontalschubes sein, der ihm nahezu verhältnisgleich ist. Da die Rückwirkung auf dem mittleren Querschnitt nicht groß ist, wird man den Grad der Verringerung des Horizontalschubes je nach Einfachheit der Gründung der Widerlager und im Einklang mit den Bedingungen der Bauausführung und der Ästhetik wählen. In Roche-Guyon haben wir das Pfeilverhältnis $^1/_7$ gewählt, welches die Höhe des Bogens über der Fahrbahn der Landschaft anpaßt, die von den steilen Hängen am rechten Ufer beherrscht wird (Fig. 6).

Die Begrenzung der Pfeilhöhe entspricht auch dem Wunsch, die Höhe des Lehrgerüstes über der Fahrbahn zu beschränken.

Diese Schlußfolgerungen lassen sich nur auf Bogenarten anwenden, deren Veränderlichkeit der Trägheitsmomente scharfsinnig erforscht worden ist; für

andere Bogenarten kann das Pfeilverhältnis je nach der zulässigen Spannung einen beträchtlichen Einfluß auf die Querschnitte haben.

3. *Wahl der Querschnittsform.*

Die Untersuchung des Einflusses der Querschnittsform auf die Spannung (vgl.

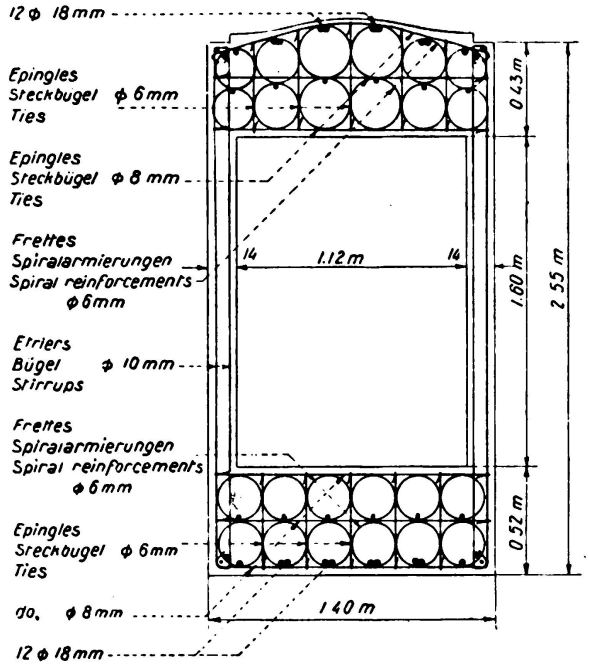


Fig. 7.
Querschnitt im Scheitel.

Vallette Génie civil, 9. Mai 1931) würde zeigen, daß man einen breiten und gegliederten Querschnitt wählen muß.

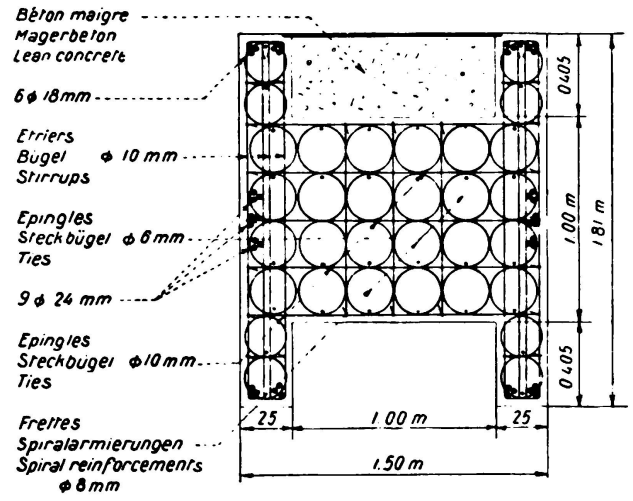


Fig. 8.
Querschnitt im Viertel.

Bei einem Bogen mit angehängter Fahrbahn sind wir noch praktisch durch die Notwendigkeit beschränkt, die Spannweite der Querträger nicht über alle Maßen zu vergrößern.

Darum haben wir für den ganzen Teil des Bogens, der oberhalb der Fahrbahn liegt, eine Breite von 1,40 m gewählt. Da ein großer gedrückter Bogen vor uns

liegt (vgl. *Vallette* Génie civil, 9. Mai 1931), haben wir um das kleinstmögliche Verhältnis $\frac{h}{l}$ zu erhalten, anschließend den Bogen fortlaufend bis auf 3,00 m verbreitert und seine Höhe bis auf 1,45 m, d. i. weniger als $^1/_{110}$ der Spannweite verringert (siehe Fig. 7, 8, 9).

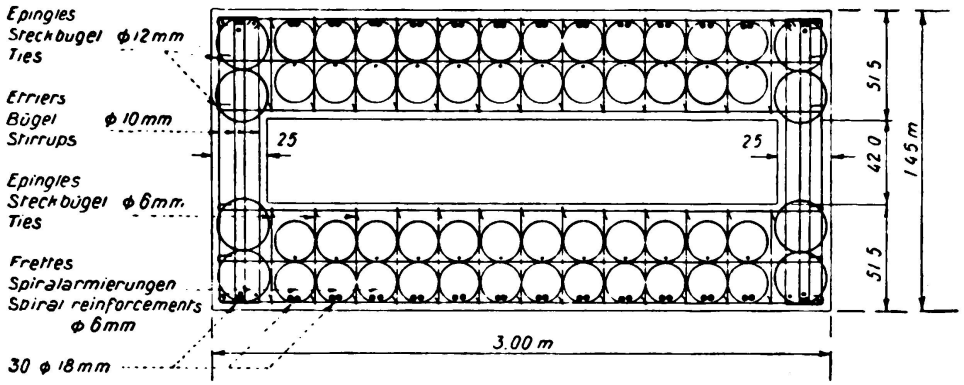


Fig. 9.

Querschnitt im Kämpfer.

4. *Wahl der Spannung.*

Die Wahl einer passenden Spannung ist äußerst wichtig, wie die vollausgezogene Kurve C (Fig. 10) darlegt, die die Veränderlichkeit des mittleren Querschnittes in Abhängigkeit von den Spannungen für einen Bogen von 161 m Spannweite und $^1/_7$ Stichverhältnis zeigt, der die geforderten Nutzlasten und Temperaturunterschiede aufnehmen soll.

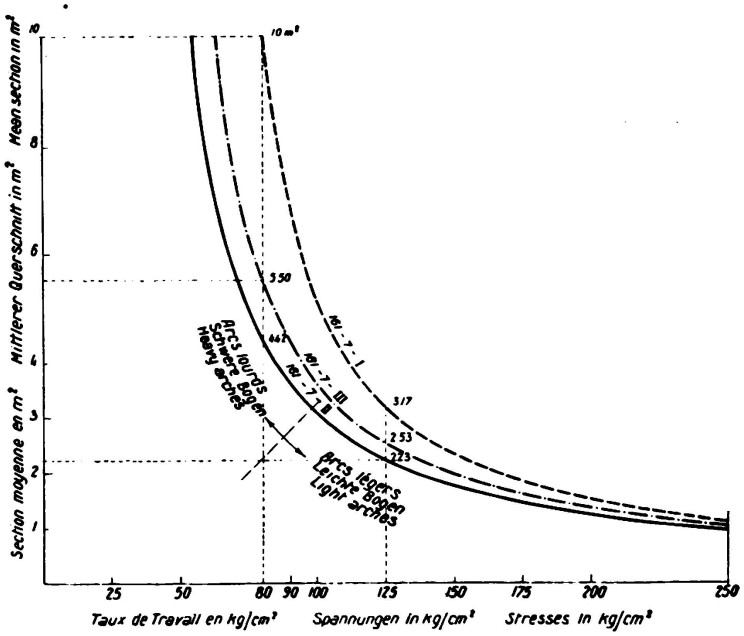


Fig. 10.

Kurven C.

Änderung des mittleren Querschnittes in Abhängigkeit von der Beanspruchung für 3 Bogentypen von 161,00 m Stützweite und Pfeilverhältnis 1/7.

Wir hätten versucht sein können, eine übliche Spannung zu wählen, um das Umschnüren des Betons zu vermeiden, wenn wir dieser Veränderlichkeit nicht nachgegangen wären. Die Prüfung der Kurve zeigt sofort, daß die Massen des Bogens für eine Grenze von 80 kg/cm² das Doppelte von denen gewesen wären, die notwendig waren, um den Bogen mit der gewählten Spannung von 125 kg/cm² zu verwirklichen. (Kurve 161—7—II; die Kurven I und III beziehen sich auf andere Gesetze des Trägheitsmomentenverlaufes, von denen später bei der vergleichenden Untersuchung die Rede sein soll.)

Diese Wahl war von der doppelten Notwendigkeit bedingt, den Bogen kleinster Abmessungen und eine ausreichende Sicherheit gegen ein zu schroffes Wachsen der Spannungen infolge zufälliger Ursachen zu haben. Durch eine sehr geringe Verminderung des Querschnittes kann in dem waagerechten Ast der Hyperbel, der dem „leichten" Bogen entspricht, dieses Anwachsen beträchtlich werden. Darum sind wir bei 125 kg/cm² stehengeblieben. Wir führten den Nachweis der Standfestigkeit und errechneten für mehrere Querschnitte bei Verdoppelung der Nutzlast Spannungen, die 12 kg/mm² in der Bewehrung und 180 kg/cm² im Beton nicht überschreiten.

Außerdem kann auf jeder der Kurven C ein Punkt gefunden werden, für den eine Querschnittsverminderung so mit einem Wachsen dR der Spannung in Einklang steht, daß $\frac{d\Omega}{dR} = \text{konstant}$ ist.

Die letzte Bedingung erklärt die Standfestigkeit eines Bogens durch den Wert der Tangente an die Kurve in dem der gewählten Spannung entsprechenden Punkte (oder durch ein Vielfaches dieses Tangens, da die Maßstäbe von Ω und R verschieden sind und demzufolge die Kurve verzerrt ist). Alle diese Betrachtungen und die vorerwähnten Studien haben zu der angenäherten Beziehung geführt:

$$l = \frac{\varepsilon R^n}{e^{\alpha}}$$

5. *Grenzspannweite von Bogen:*

Da die Konstante α von der Gewölbeform abhängt, so ergeben die Konstanten ε und n, wenn sie entsprechend gewählt werden, für ein und dasselbe Pfeilverhältnis $\frac{1}{e}$ die gleiche Standfestigkeit und infolgedessen auch den gleichen Charakter, „schwer" oder „leicht". Die obenstehende Formel gibt also die praktische Handhabe, die Betonfestigkeit in Abhängigkeit von der Spannweite und vom Pfeilverhältnis zu wählen. Wie wir gesehen haben, ist diese Wahl wesentlich, um einen Bogen wirtschaftlich und zugleich stabil zu erstellen.

Dank dieser Formel können wir auch unmittelbar die Grenzspannweite l des Bogens bestimmen.

Wir haben in Fig. 11 für wechselnde Spannweiten die Kurven C gezeichnet, die die Veränderlichkeit des mittleren Querschnittes eines Bogens vom Typ II mit dem Pfeilverhältnis $^1/_5$ in Abhängigkeit von der Spannung R zeigen.

Diese Darstellung gibt die Kurven gleicher Standfestigkeit für die „leichten" Bogen an. Die mit I bezeichnete Kurve trennt die „schweren" von den „leichten"

Bogen. Mit den gewählten Maßstäben entspricht sie dem Wert $\frac{d\Omega}{dR} = 0{,}005$. Für Roche-Guyon haben wir $\frac{d\Omega}{dR}$ zu 0,0025 angenommen, d. i. 0,5 im Maßstab der graphischen Darstellung.

Für die Standfestigkeitszahl 0,4 haben wir die aus dem obenstehenden Näherungsgesetz erhaltene Kurve punktiert eingetragen. Dieses Gesetz bietet den Vorteil, für sehr große Spannweiten die Standfestigkeit etwas zu erhöhen.

Es ist zu beachten, daß die Kurven für alle Spannweiten unter der Annahme gezeichnet wurden, daß jeder Bogen eine Last von 6600 kg/lfdm außer seinem Eigengewicht trägt: 2000 kg/m Nutzlast und 4600 kg/m für die Fahrbahn, Hängestangen, Windverbände und alle anderen Nebenbauglieder. Diese Verhältnisse entsprechen einer lichten Breite von 8,00 m. Die obenerwähnten Kurven sind derart, daß der mittlere Querschnitt der Bogen nahezu proportional der Nutzlast ist, die ihrerseits wiederum verhältnisgleich der Breite ist.

Dies Ergebnis folgt aus der von *Vallette* aufgestellten allgemeinen Formel (2) (2. Band der Abhandlungen der I.V.B.H., Zürich 1934).

$$\Omega_0 = pl\,\frac{C_5 e\lambda + C_6\frac{e}{\lambda} + \frac{C_8}{\lambda'} + \frac{C_1 l}{2a^2 h} + \frac{C_2 h e^2}{2l}}{R - C_4\lambda l e + C_7\frac{a^2}{\lambda}\left(\frac{h}{l}\right)^2 e^2 - C_3\frac{h}{l}\times\frac{e}{2}}$$

Die Anwendung dieser Formel auf Gewölbe vom Typ II (Typ La Roche-Guyon) ergibt nach der Bestimmung der Konstanten C für den Kämpferquerschnitt die Formel (3)

$$\Omega_0 = pl\,\frac{0{,}124\,k_1 e\lambda + 0{,}0376\frac{e}{\lambda} + 0{,}329\times\frac{1}{\lambda'} + 5{,}95 + 0{,}00163\,e^2}{R - 0{,}191\,\lambda l e + t^o e\left(0{,}0025\frac{e}{\lambda} - 0{,}603\right)}$$

Für Bögen vom Typ I mit gleichbleibendem reduziertem Trägheitsmoment und Querschnitt würde man erhalten (4)

$$\Omega_0 = pl\,\frac{0{,}121\,k_1 e\lambda + 0{,}04\frac{e}{\lambda} + 0{,}35\times\frac{1}{\lambda'} + 3{,}57 + 0{,}005\,e^2}{R - 0{,}28\,\lambda l e + t^o e\left(0{,}0127\frac{e}{\lambda} - 1{,}54\right)}$$

Für den Bogen vom Typ III mit annähernd konstantem, reduziertem Querschnitt, der von *Chalos*, Ingenieur des Ponts et Chaussées, Chef des Service Central d'Etudes Techniques du Ministère des Travaux Publics,[3] beschrieben, aber durch die Wahl von Hohlquerschnitten verbessert worden ist, erhält man (5):

$$\Omega = pl\,\frac{0{,}125\,k_1 e\lambda + 0{,}038\frac{e}{\lambda} + 0{,}33\times\frac{1}{\lambda'} + 4{,}85 + 0{,}002\,e^2}{R - 0{,}248\,\lambda l e + t^o e\left(0{,}0037\frac{e}{\lambda} - 0{,}61\right)}$$

In diesen Formeln bedeutet k_1 das Verhältnis des Gewichtes der Fahrbahn und der Nebenbauteile zur Nutzlast. Selbst für den Fall, daß sich dieses Verhältnis von 2 auf 3 änderte, welches die äußerste Grenze darstellt, wäre die Rückwirkung dieser Änderung auf die Formel geringfügig.

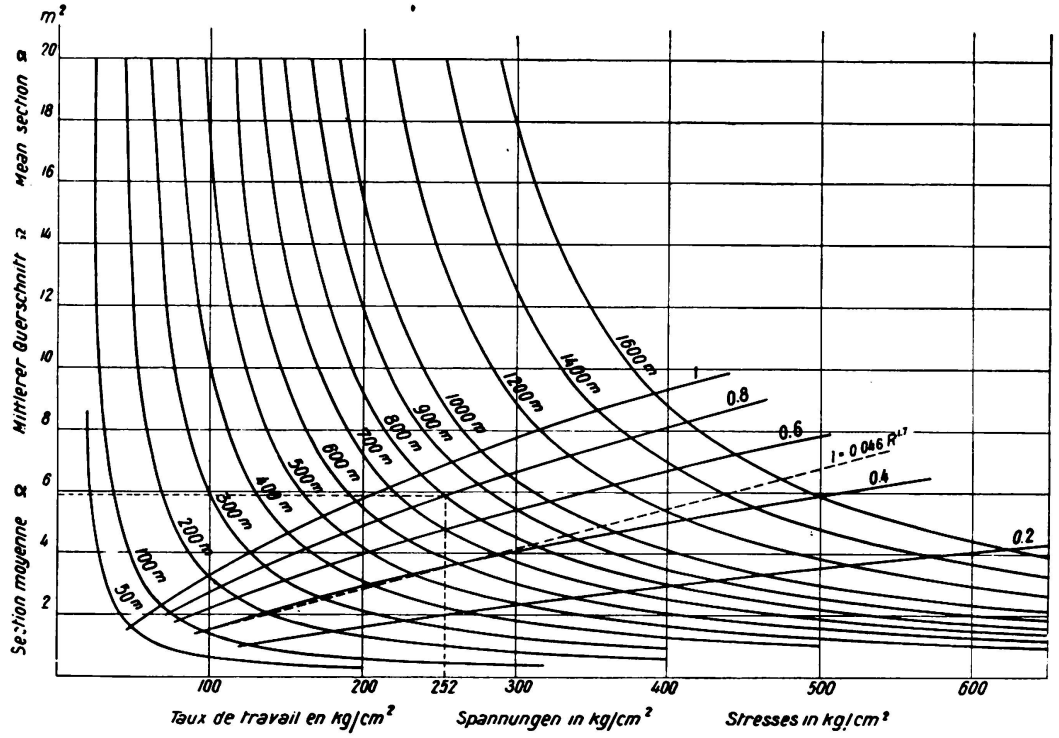


Fig. 11.

Kurven C.

Kurven für die Änderung des mittleren Querschnittes in Funktion der Beanspruchung und Stabilitätskurven für Bogen mit Pfeilverhältnis 1 : 5 bei verschiedenen Spannweiten. Die Nutzlast für den Bogen (Straßenbrücke) wurde zu 2 t/m und die Temperaturänderung zu $\pm$ 25° angenommen.

Es wird besonders hervorgehoben, daß die Formeln 3, 4 und 5 nur für Straßenbrücken anwendbar sind. Für Eisenbahnbrücken mit den gleichen Parametern $\frac{h}{l}$ und a^2 werden die Formeln durch entsprechende Beiwerte abgeändert.[4]

Wenn wir z. B. eine Spannweite von 800,00 m und eine lichte Breite von 16,00 m nehmen, zeigt die Fig. 11, daß der Querschnitt Ω eines Bogens von der Standfestigkeitszahl 0,8 bei einer Spannung von 252 kg/cm² 5,90 $\times$ 2 = 11,80 m² haben muß.

Es ist also schon vor der Einführung der neuartigen Verfahren, von denen man ein Anwachsen der Betonfestigkeit erwartet, möglich, auf den üblichen Bauverfahren fußend eine solche Spannweite ins Auge zu fassen.

Da die zulässige Spannung des umschnürten Betons nach Maßgabe des Prozentsatzes der Umschnürung erhöht werden kann, so ist nur noch die Grenze in der 0,6-fachen Bruchfestigkeit des nicht umschnürten Betons zu beachten.

Eine sorgfältige Ausführung gestattet die Garantie einer Mindestfestigkeit von

[3] Siehe 2. Bd. der Abhandlungen der I. V. B. H., Zürich 1934.

[4] h = Höhe des Querschnitts, r: Dreharm = ah Ω: Fläche des Querschnitts, J = Ω . $a^2.h^2$.

420 kg/cm² nach 90 Tagen, welche der obigen Spannung von 252 kg/cm² gut entspricht.

Durch die Möglichkeit, die die Leistungsfähigkeit des Materials eröffnet, darf indessen nicht der Blick für die Schwierigkeit der Ausführung verloren werden, bei der das Lehrgerüst die wesentliche Rolle spielt. Diese Frage soll weiter unten behandelt werden.

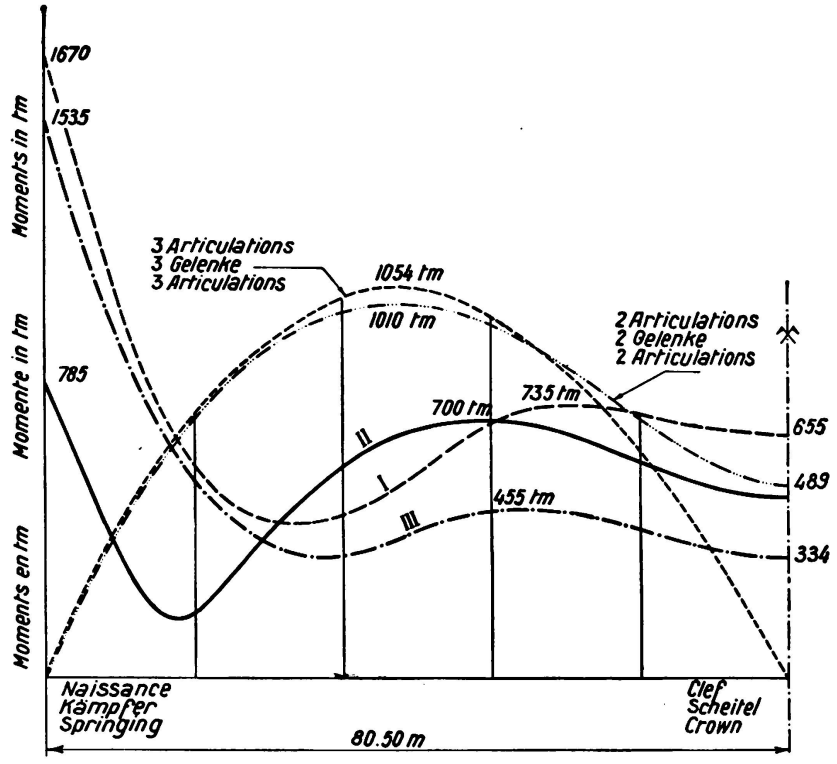


Fig. 12.

Maximalmomentenkurven für die Brücke bei La Roche-Guyon für fünf verschiedene Bogentypen.

6. *Vergleich mit anderen Bogentypen.*

Wir vergleichen den angewandten Bogentyp II (Fig. 12) mit zwei anderen, klar umrissenen Typen:

Dem eingespannten Parabelbogen mit konstantem reduziertem Querschnitt (I), der in allen Abhandlungen der Festigkeitslehre stets angeführt wird,

Der interessanten Bogenform, deren reduziertes Trägheitsmoment vom Scheitel zu dem Kämpfer nach dem Gesetz:

$$J' = \frac{J_{\text{Scheitel}}}{1 - \frac{K-1}{K} m^{\gamma}}$$

zunimmt. Sie wurde von *Chalos* empfohlen, der auch Tafeln für die Durchführung der schnellen Berechnung angegeben hat (Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau, 2. Band der Abhandlungen, Zürich 1934). m bezeichnet den Parameter $\frac{x}{a}$, das ist das Verhältnis

der Abszisse zur halben Spannweite des Bogens und K bezeichnet das Verhältnis zwischen den reduzierten Trägheitsmomenten des Kämpfers und des Scheitels.

Für K = 1 geht dieser Bogen in den Typ I über.

Wir haben diese beiden Bogenformen unter denselben Bedingungen wie bei Roche-Guyon entworfen, mit den gleichen Annahmen für Nutzlast und Temperatur.

Um den kleinsten mittleren Querschnitt zu erhalten, haben wir in Bezug auf die Querschnittsform die Studien von *Vallette* auch auf diese Bogen angewendet. Die Bögen haben demnach im ganzen oberhalb der Fahrbahn gelegenen Teil die Form eines rechteckigen Kastens von 1,40 m Breite und verbreitern sich alsdann ständig bis zu den Kämpfern. Diese Verbreiterung wird durch die Notwendigkeit eingeschränkt, für die beiden vorerwähnten Typen am Kämpfer ein fünffach größeres Trägheitsmoment zu erhalten wie bei Roche-Guyon. Dies zwingt zur Beibehaltung eines dicken Querschnittes.

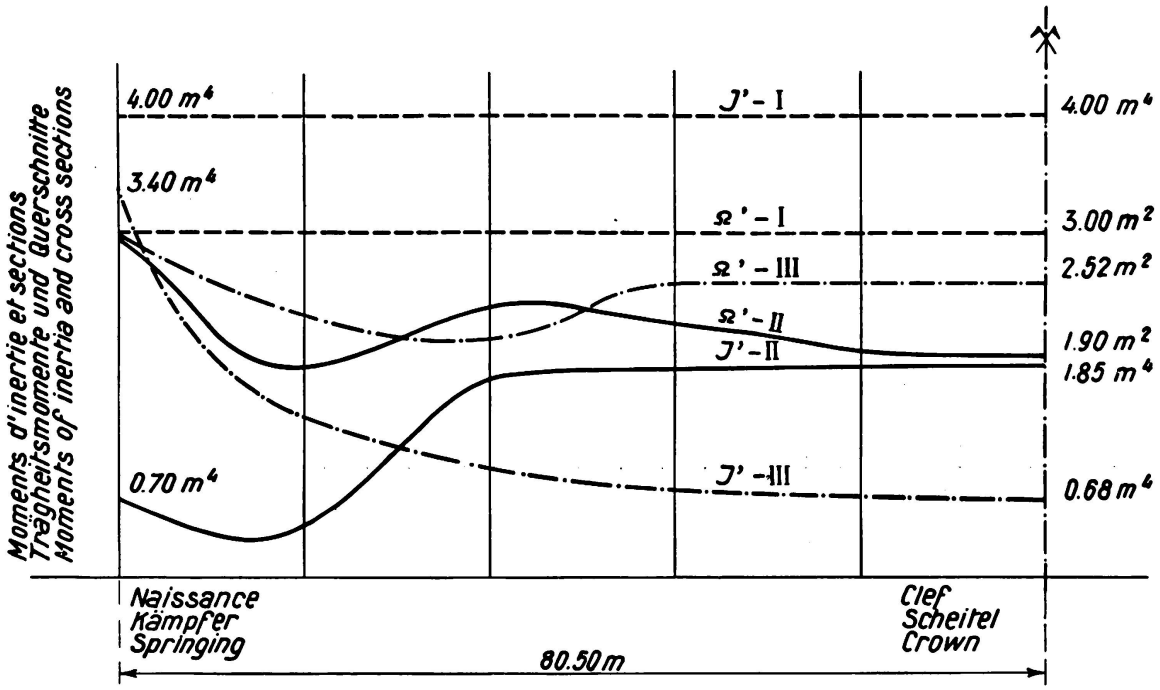


Fig. 13.

Reduzierte Trägheitsmomente und reduzierte Querschnitte in allen Punkten des Bogens von La Roche-Guyon für die Typen I, II und III. Diese Werte dienten zur Aufstellung der Kurven C, Fig. 10, der Maximalmomentenkurven Fig. 12.

Die Fig. 13 zeigt die für die erwähnten Berechnungen der drei Bogenformen verwendeten Kurven der reduzierten Trägheitsmomente J' und reduzierten Querschnitte Ω'.

Unter der für den Bogen von Roche-Guyon gemachten Annahme, daß die Bogenmittellinie die Stützlinie für ständige Last ist und daß die Bogenzusammendrückung ausgeschaltet wird, haben wir nach dem Gesetz der Ähnlichkeit für diese Bogen die Kurven auftragen können, die die Veränderlichkeit des mittleren Querschnittes in Abhängigkeit von der zulässigen Spannung angeben (Fig. 10, Kurve C I und III).

Für Bogen mittlerer Standfestigkeitszahl bestätigt sich eindeutig die Überlegenheit der Bogen mit Momentenausgleich. Praktisch sind sie überhaupt die einzigen, die in Betracht zu ziehen sind; die „schweren" Bogen sind nicht wirtschaftlich, die „leichten" dagegen nicht stabil genug. So ergibt sich bei Roche-Guyon bei einer zulässigen Spannung von 125 kg/cm² ein mittlerer Querschnitt von 2,23 m². Für einen Bogen konstanten reduzierten Querschnitts hätte man 3,17 m² gebraucht und für einen Bogentyp nach *Chalos* 2,53 m² unter Annahme von $K = 5$ und $\gamma = 2$.

Wir unterstreichen, daß wir den letzteren Bogen, um dieses Ergebnis zu erhalten, so abgewandelt haben, daß er bei vollständig gleichbleibender Festigkeit überall die Spannung von 125 kg/cm² besitzt.

Dabei haben wir einen beliebigen Verlauf der Querschnittsflächen gewählt und nur das Gesetz der tatsächlichen Trägheitsmomente genau eingehalten, nämlich

$$J = \frac{J_{\text{Scheitel}}}{\left(1 - \frac{4}{5}\,\text{m}^2\right)\cos\alpha}$$

Dies ist das einzige Gesetz von überwiegendem Einfluß und bedingt die Verteilung der Kraft; die Querschnittsflächen treten nur durch ihren Mittelwert in Erscheinung.

Ist der Vorteil des von uns gewählten Bogentyps im Hinblick auf die Betonkubatur schon groß, so ist er unbestreitbar für die Widerlager. Wie Fig. 12 zeigt, in der wir die Umhüllenden der Größtmomente dargestellt haben, gibt er die kleinsten Momente am Kämpfer. Zum Vorteil in Bezug auf die Momente gesellt sich ein weiterer in Bezug auf die Normalkraft. Es ergeben sich folgende Stützkräfte:

Typ II	(Roche-Guyon)	M = 785 tm
		N = 1850 t
Typ III	von *Chalos*, mit beliebigem Querschnittsverlauf	M = 1535 tm
		N = 2060 t
Typ I	mit konstantem reduziertem Querschnitt . . .	M = 1670 tm
		N = 2200 t.

Es könnte uns entgegnet werden, daß ein Zweigelenkbogen jegliche Momente an den Widerlagern vermieden hätte. Aber wenn man Normalkräfte von 2000 t pro Bogen erreicht, werden die Gelenke entweder zu schwierig für die Ausführung in umschnürtem Beton, denn man brauchte Breiten in der Größenordnung von 5,20 m pro Bogen, oder aber zu kostspielig, wenn man Gußstahlausführungen wählt. Außerdem würde dabei der mittlere Querschnitt stärker als der des von uns verwendeten eingespannten Bogens. Zum Nachweis haben wir die Umhüllende der Größtmomente für einen auf den Fall von Roche-Guyon angewandten Zweigelenkbogen dargestellt (Fig. 12).

Aus dem Vorhergesagten erhellt, daß die Möglichkeit besteht, Bogen zu erhalten, die in allen Querschnitten annähernd die gleiche Spannung haben, wie auch immer der Verlauf der Trägheitsmomente gewählt sei, d. h. man kann immer einen Bogen gleicher Festigkeit des bewehrten Betons erreichen, wenn man Querschnittsform und -fläche verändert. Aber es gibt unter all diesen Bogen

gleichbleibender Festigkeit zwei, die einen Kleinstwert der einzubauenden Massen ergeben: der eine ist der Bogen mit dem vom Scheitel zu den Kämpfern nach dem von *Chalos* angegebenen Gesetz wachsenden Trägheitsmoment, der andere ist der bei Roche-Guyon angewandte Typ mit abnehmendem Trägheitsmoment. Nach Maßgabe des zu verwirklichenden Falles wird der Vorteil bei dem einen oder dem anderen liegen, je nach dem Stich und dem Verhältnis zwischen ständiger Last und Nutzlast. Für den Typ III wird man natürlich K und γ möglichst vorteilhaft wählen müssen.

Das *Chalos*'sche Gesetz gilt besonders für Bauten mit hochliegender Fahrbahn, für die sich der Vorteil der Verschwächung im Scheitel im Hinblick auf die lichte Höhe mit ästhetischen Wünschen trifft und welche an die schönen Mauerwerksbrücken mit starken Kämpfern erinnern. Natürlich muß der Boden für die auf Pfeiler und Widerlager wirkenden Momente tragfähig sein.

Als Beispiel für nach diesem Gesetz ausgeführte Bauten geben wir an die von der «Société de Constructions Industrielles et de Travaux d'Art» ausgeführte

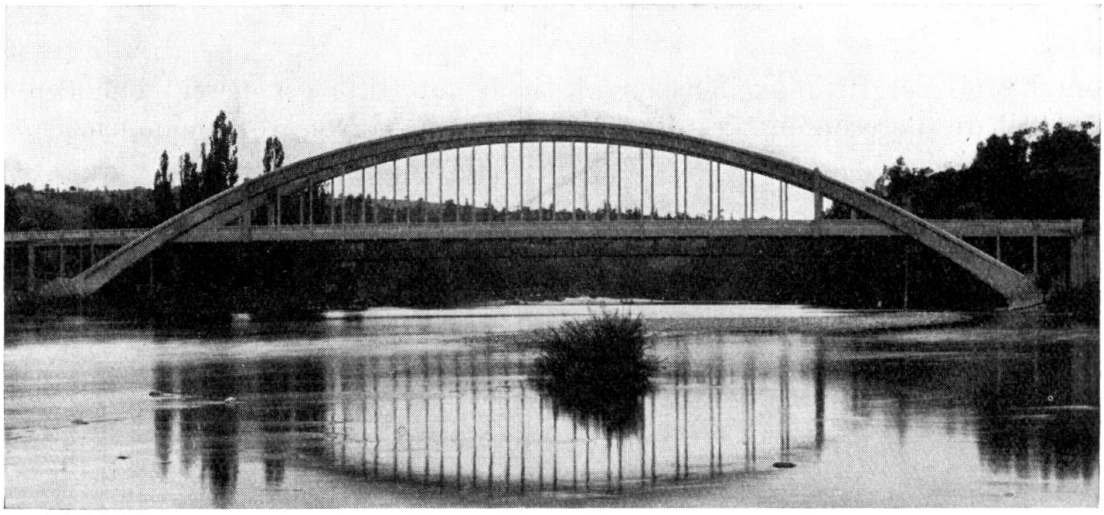


Fig. 14.

Brücke über den Lignon.

Brücke über die Loire in Bas-en-Basset (Fig. 14). Die Spannweite mißt 112,00 m. Die Bogenachse stellt eine Parabel 4. Ordnung dar. Im Scheitel hat der Querschnitt eine Höhe von 1,90 m. Diese Höhe steigt gegen die Kämpfer hin stetig an bis zum Werte von 3,275 m. Man beachte die gute Einfügung dieses Brückensystems ins Landschaftsbild. Die Natur wird durch Bauwerksglieder für Bogen und Fahrbahn nur unwesentlich verdeckt.

Fig. 15 stellt die Brücke über den Lignon dar.

7. *Berechnung.*

Unter Vorbehalt über jenen Wert des Standsicherheitskoeffizienten, den man vorsichtigerweise nicht unterschreiten sollte — wobei zur Ermittlung der Standfestigkeitszahl die Fig. 10 und 11 benutzt werden — sind die leichten Formen die einzigen, die für Bauten großer Spannweiten in Betracht kommen.

Diesem Vorteil wirkt entgegen, daß sie genauere Berechnung als die massiven

Formen verlangen, bei denen das Eigengewicht im Kräftespiel ein ausgleichender Faktor darstellt. Aber das zu erreichende Ziel rechtfertigt den notwendigen Aufwand an Untersuchungen. Die Gesetze der allgemeinen Ähnlichkeit erlauben übrigens, diese Untersuchung nur einmal für alle Bogen eines Typs durchzuführen; Kräfte und Querschnitte eines Bogens gleicher Form, dagegen beliebiger Spannweite, Pfeilverhältniszahl und Materialfestigkeit lassen sich durch einfache Proportionen herleiten.

Wir haben dies gelegentlich der Brücke von Roche-Guyon geprüft.

Ein Idealtyp, der seit einigen Jahren für die gewählte Bogenform aufgestellt worden ist, hat uns durch Anwendung des Gesetzes der Ähnlichkeit die nachstehenden Werte geliefert:

An den Kämpfern	M =	796 tm
	N =	1842 t
Im Viertel, 32 m vom Scheitel entfernt .	M = +	710 tm
	N =	1646 t
Im Scheitel	M = +	520 tm
	N =	1620 t.

Zum Beweis der Richtigkeit haben wir auch mit Hilfe genauerer Methoden die unmittelbare Berechnung des Bogens von Roche-Guyon vorgenommen.

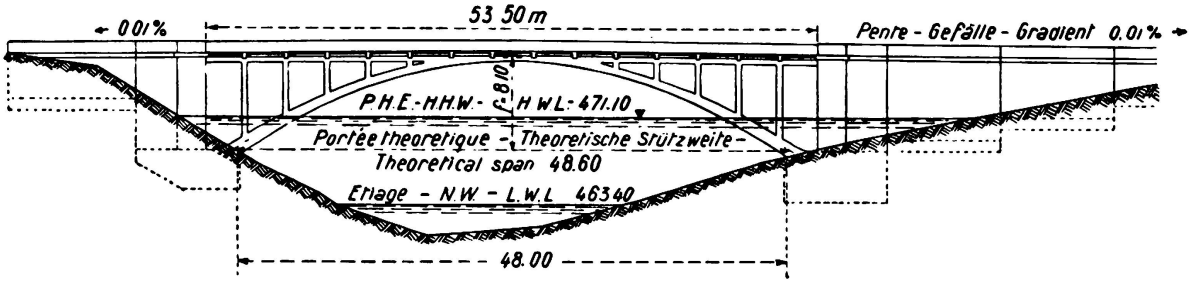


Fig. 15.

Brücke bei Bas-en-Basset.

Wir haben dabei die gebundenen Formeln und das Verfahren der zeichnerischen Bestimmung angewendet, die *Vallette* in der Annales des Ponts et Chaussées beschrieben hat (VI 1925).

Das zeichnerische Verfahren gibt als einziges deutlich den Weg an, auf dem die Annahmen abgewandelt werden müssen, um eine bestimmte Kräfteverteilung zu erhalten. Es ist auch das einzige, welches Unregelmäßigkeiten der Querschnitte, wie etwa die ziemlich rasche Änderung des Trägheitsmomentes in gewissen Punkten, vollständig in Rechnung zu setzen erlaubt.

Darüber hinaus sind bei seiner Anwendung alle Fehlerquellen praktisch ausgeschlossen. Die Empfindlichkeit ist so beträchtlich, daß die Berichtigung der Kurve des Horizontalschubes auf wenigstens 0,5 % möglich war.

Im Gegensatz zur Auffassung verschiedener Autoren kann es auf die gesamte Bogenspannweite angewendet werden. Es ist nicht nötig, die Berechnung zu wiederholen, um die Wirkungen einer in der Nähe der Kämpfer angreifenden

Last zu erhalten. Man braucht das Verfahren für diese Punkte nur durch die Annahme verschiedener Bezugslinien für die Abszissen anzupassen, wodurch verschiedene Konstanten noch genauer bestimmt werden können.

Momente, Normal- und Querkräfte sind unmittelbar durch Auswertung der Auflagerkräfte bestimmt worden, indem jede Kraftecke gerade über einer Hängestange angenommen wurde.

Es sind die inneren Kräfte für die geradzahligen Hängestangen, die Kurven der Teilpunkte und die Umhüllenden der Stützkräfte (Fig. 16) wiedergegeben. Diese Darstellung ist so empfindlich, daß es unmöglich ist, einen Fehler in der Lage der Stützkräfte zu machen. Diese sind nämlich bestrebt, ohne unregelmäßige Ausschläge aufeinander zu folgen. Sie ergeben eine Umhüllungskurve und schneiden auf dem Widerlagersenkrechten Abschnitt ab, die nach einem stetigen und bestimmten Gesetz wachsen.

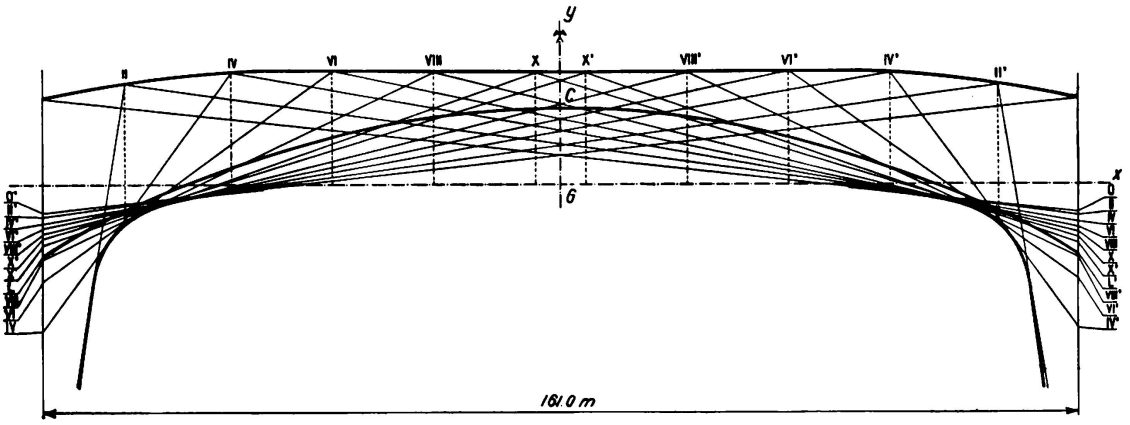


Fig. 16.

Kämpferkraftlinie und Umhüllungskurve für die Bogen der Brücke bei La Roche-Guyon.

Wir haben angenommen, daß für alle Punkte die Größtspannung durch das Größtmoment in Verbindung mit der ihm entsprechenden Normalkraft gegeben sei. Diese Hypothese wird der Wirklichkeit sehr nahe kommen.

Die nach dieser Methode ermittelten Kräfte sind:

Am Kämpfer	M = — 785 tm
	N = 1842 t
Im Viertel, 32,0 m vom Scheitel entfernt .	M = + 702 tm
	N = 1641 t
Im Scheitel	M = + 490 tm
	N = 1615 t.

Wenn wir sie mit den durch das vorher angegebene Gesetz der Proportionalität ermittelten Werten vergleichen, können wir feststellen, daß dieses zu einer genügend genauen Bestimmung des Bogens genügt hätte, und daß die ausschließliche Verwendung dieses Rechenverfahrens gerechtfertigt ist, selbst bei den unvermeidlich kleinen Abweichungen in der Form (Seileck für ständige Lasten), die immer zwischen zwei Bogen bestehen.

Die einzige Unbestimmtheit der Rechnung für die Bestimmung der Wirkungsweise des Bauwerkes könnte in dem Wert des Elastizitätsmoduls des Betons stecken. Bevor wir aber noch für Roche-Guyon an den Ausgleich der weiteren Kräfte aus Schwinden und aus Lasten der Fahrbahn gingen, hatten wir uns über die Größe dieses wichtigen Faktors unterrichtet.

Dazu haben wir sehr interessante Versuche an der Brücke l'Oued Chiffa, im Zuge der Bahnlinie Algier—Oran angestellt.

Jeder der mit vibriertem Eisenbeton erstellten Bögen hat die Form eines rechteckigen Kastens von 5,00 m Breite. Es wurde die Form des Bogens mit vom Scheitel zu den Kämpfern abnehmendem Trägheitsmoment ausgeführt; die Brücke ist bemerkenswert durch das große Pfeilverhältnis, die beträchtlichen Wirkungen der Nutzlast (Lokomotiven) und die in Algerien sehr bedeutenden Temperaturunterschiede.

Um genau arbeiten zu können, haben wir zuvor das Lehrgerüst abgesenkt, denn wir hatten bei anderen ähnlichen Arbeiten gemerkt, daß die Genauigkeit der Beobachtungen dadurch verfälscht wurde, daß das Nachlassen der Zusammenpressung des Holzes die Abstützung des Bogens auf dem Lehrgerüst in der Gegend der Viertelspunkte aufrecht erhält. Das Maß, um das man die Bogen überhöhen müßte, um sie von dieser Abstützung zu befreien, ist bedeutend größer als jenes, welches der gewünschten Zusammendrückung bei der Ausrüstung und Ausgleichung entspricht, und dadurch werden die bedeutenden Biegungsmomente in der Gegend des Scheitels längs des freitragenden Bogenstückes verursacht.

Nachdem das Gerüst mit Hilfe von Spindeln abgesenkt worden ist, genügt es, diese entsprechend zu betätigen, um die theoretischen Verformungen zu erhalten und den Bogen in eine solche Lage zu bringen, daß die Stützlinie genau mit der Mittellinie übereinstimmt. Nunmehr ist der Bogen frei von überflüssigen Nebenspannungen. Wir bezeichnen diese Lage mit „Neutralzustand" des Bogens. Diesen Zustand erhält man, wenn der Bogen mit Hilfe von Spindeln in die Lage, die er ursprünglich auf dem Lehrgerüst innehatte, zurückgeführt wird (abzüglich der Senkung $\int N \frac{ds}{E\Omega} \times \frac{dy}{ds}$, die den Zusammendrückungen entspricht, und in diesem Fall immer vernachlässigt werden kann). Der Fugenquerschnitt erleidet dabei keine Verdrehung.

Da wir nun den Horizontalschub, der im „Neutralzustand" mittig wirkt, ferner die wirkliche Bogenverkürzung ε kennen, besitzen wir sichere Grundlagen zur Bestimmung des Elastizitätsmaßes E. Wir haben diesen Modul für den ersten Bogen zu $2{,}1 \cdot 10^6\,t/m^2$ und für den zweiten zu $2{,}3 \cdot 10^6\,t/m^2$ gefunden. Die Untersuchungen wurden 18 Tage nach Beendigung der Betonierung jedes Bogens angestellt. Dies gilt für einen Beton mit 400 kg Zementgehalt. Wir konnten also mit Recht für Roche-Guyon, wo das Mischungsverhältnis das gleiche ist, den Wert $2{,}2 \cdot 10^6$ wählen.

Aus dem zweiten Teil dieses Berichtes, der sich auf die Ausführung von Bauwerken bezieht, ersieht man, wie dieser Wert durch genaueste Beobachtungen bestätigt worden ist, die man während der Ausrüstung der einzelnen Lamellen und des vollendeten Bogens und auch während des Ausgleiches angestellt hat.

II. KAPITEL.

Dreigelenkbogen.

Die Berechnung dieser Bogenform ist sehr einfach, weil die Schnittkräfte sich ohne Berechnung der elastischen Deformationen ergeben und weil Temperatur und Schwinden ohne Einfluß bleiben.

Wir haben zum Vergleich in der Fig. 12 die Kurve der Größtmomente für einen Bogen eingezeichnet, der die gleiche Form wie Roche-Guyon, aber drei Gelenke besitzt.

Die Fläche $M \cdot dx$, welche die Größe des mittleren Momentes angibt, ist größer als die der Bogentypen II und III, dagegen kleiner als die der Bogen I und IV. Die ungleiche Verteilung der Momente, die zwischen Null und einem Größtwert liegen, entsprechend nicht einer guten Materialausnutzung. Dem Vorteil, welcher diesem Bogentyp wegen des Fehlens jeglicher Momente an den Widerlagern zuzukommen scheint, steht die Verwendung kostspieliger Gelenke gegenüber, die uns für große Spannweiten wegen der großen örtlichen Pressungen nicht geeignet erscheinen. Wenn für die gewählte Standfestigkeitszahl Arbeitsspannungen von mehr als 125 kg/cm² für die laufenden Querschnitte zulässig und berechtigt erscheinen, wird man nur mit Mühe andere als sorgfältig konstruierte Stahlgußgelenke verwenden können, um die Unbestimmtheit des Angriffspunktes der Stützkräfte in den Berührungsflächen in engen Grenzen zu halten.

Bei großen Spannweiten muß man seine ganze Aufmerksamkeit auf etwaige Verlagerungen dieses Punktes richten. Wenn man die bekannte Anordnung des Abwälzens einer konvexen Fläche auf einer konkaven von größerem Krümmungsradius oder auf einer ebenen Fläche benutzt, kann diese Verlagerung unter der Einwirkung des Schwindens zuzüglich der Temperatur eine nicht mehr zu vernachlässigende Größe annehmen. Ferner ist ein anderer Einfluß mit einzurechnen, nämlich der des Kriechens des Betons, auf den der Ingenieur *Freyssinet* seit einigen Jahren die Aufmerksamkeit der Konstrukteure gelenkt hat. Die Bestimmung seiner Gesetzmäßigkeit ist der Gegenstand eingehender Untersuchungen.

Für die Dreigelenkbogen erlangen die obenerwähnten Erscheinungen wegen der ungehinderten Winkeldrehung eine größere Wichtigkeit. Für ein Schwindmaß von 0,22 mm/m, mit dem man nach der Ausrüstung rechnen muß, senkt sich der eingespannte Bogen von Roche-Guyon um 0,0548 m, während sich ein Dreigelenkbogen gleicher Spannweite und gleichen Pfeilverhältnisses um 0,067 m senken würde. Dieser Wert entspricht einem Temperaturabfall von 20°.

Wenn besondere Umstände zur Ausführung von Dreigelenkbogen großer Spannweite und von großem Pfeilverhältnis führen sollten, würden wir uns vorsichtigerweise die Möglichkeit vorbehalten, nach einiger Zeit des Betriebes die zur Ausrüstung verwendeten Pressen wieder ansetzen zu dürfen, um den Bogen nach Einwirkung des Schwindens oder nach Einwirkung des Kriechens des Betons wieder in seine alte Lage zurückzubringen.

Man muß gerechterweise anerkennen, daß der Dreigelenkbogen bis zu Spannweiten von 100 m interessante Lösungen aufweist. Eine der letzten Anwendungen erfolgte bei zwei Brücken von 97,00 m Spannweite und 9,00 m Stichhöhe über die Meuse nach Plänen der Société Charles Rabut et Cie. (Fig. 17 und 18).

Der Entwurfsbearbeiter hat mit Recht den Vorteil ausgenutzt, den ein unter der Fahrbahn angeordneter Bogen bietet. Die Fahrbahnplatte dient beiderseits des Scheitels bis zu jenem Punkt als Druckplatte, von wo aus sich sowohl vom wirtschaftlichen als vom Standpunkt der Schönheit aus die Verwendung aufgelöster Tragwände und Begrenzung der Steghöhe empfiehlt. Von da ab haben die Bögen eine der Krümmung folgende eigene Druckplatte.

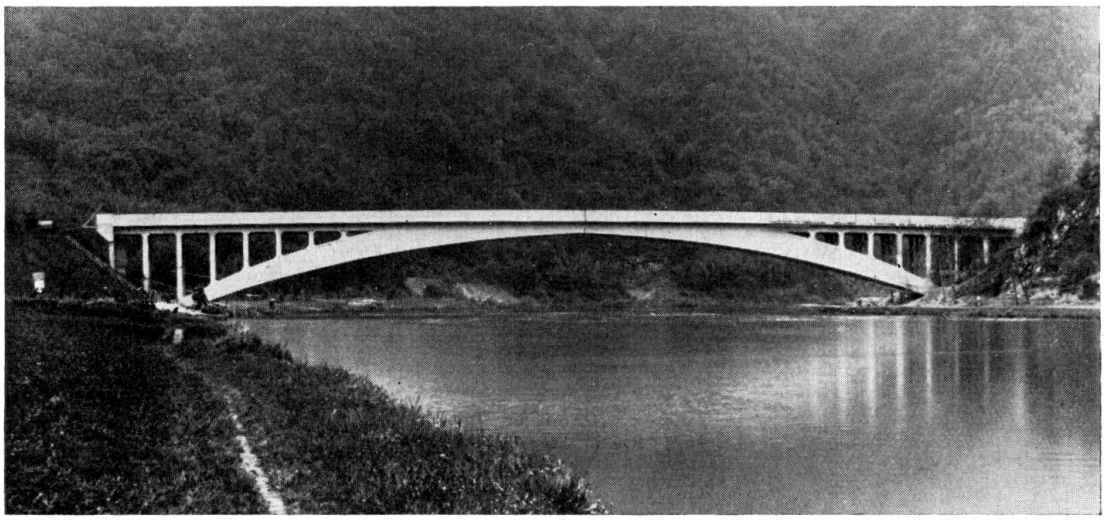


Fig. 17.

Dreigelenkbogenbrücke von 97,00 m Stützweite über die Maas in Laifour.

Der Entwurfsbearbeiter hat seiner Meinung nach auf diese Weise die Standfestigkeit des Bogens, dessen Höhe im Viertelspunkt 3,50 m, d. h. ungefähr $^1/_{28}$ der Spannweite ist, vergrößert. Er hat sich damit vor der Unbestimmtheit der Lage der Stützkräfte innerhalb der Bogendicke von 0,42 m, die er ihm in den Gelenken geben mußte, gesichert.

Für die zusätzliche Senkung aus den Einwirkungen der von uns besprochenen Erscheinungen wurde eine Überhöhung von 0,15 m vorgesehen.

Es ist interessant, für das Dreigelenkbogensystem einen Entwurf anzuführen, der mit parabolischen Fachwerkbalken große Spannweiten zu überwinden hofft.

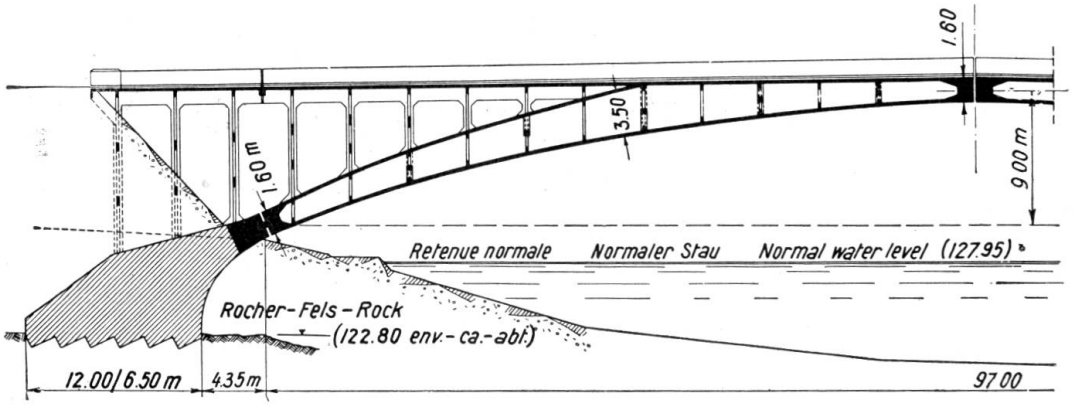


Fig. 18.

Brücke bei Laifour. Längsschnitt.

Dies wird durch die Verminderung, ja selbst die Aufhebung der Zuggurtbeanspruchung ermöglicht, und zwar durch Neigung der Stützkräfte mit Hilfe einer unter der Fahrbahn befindlichen Pendelstütze (Fig. 19). Die drei Gelenke befinden sich in A, B und C.

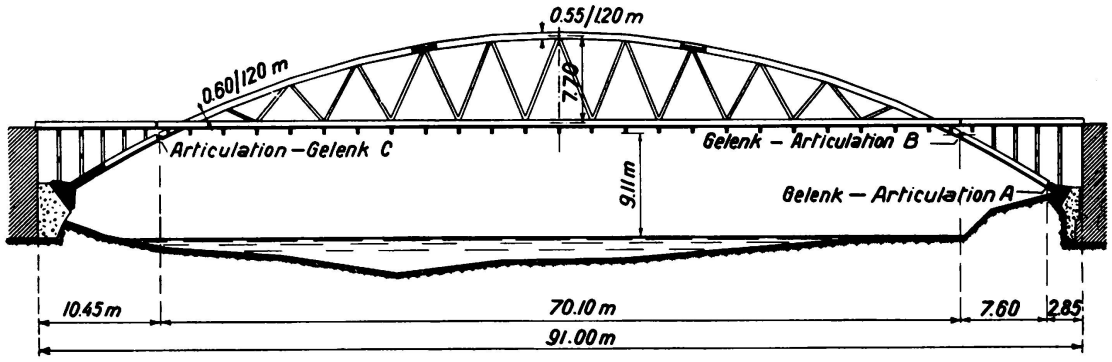


Fig. 19.

Brücke von 91,00 m Stützweite über den Lot bei Port d'Agrès.
Drei Gelenke unter der Fahrbahn.

Die Pendelstütze A—B legt genau die Richtung der Stützkraft auf der einen Seite und damit auch auf der gegenüberliegenden Seite fest. Der parabolische Balken wird ebenso behandelt wie ein Balken mit senkrechter Stützkraft nur mit dem Unterschied, daß die Kraft im Zuggurt durch einen Schub auf die Kämpfer ersetzt wird. Die durch die senkrechte Komponente der Auflagerkräfte bestimmten Kräfte in den Streben sind die gleichen.

Die erste Anwendung dieses Vorschlages haben wir im Jahre 1925 beim Entwurf der Brücke von 91,00 m Spannweite über den Lot bei Port-d'Agrès gemacht, deren allgemeine Anordnung Bild 19 wiedergibt. (Génie Civil vom 18. Februar 1928).

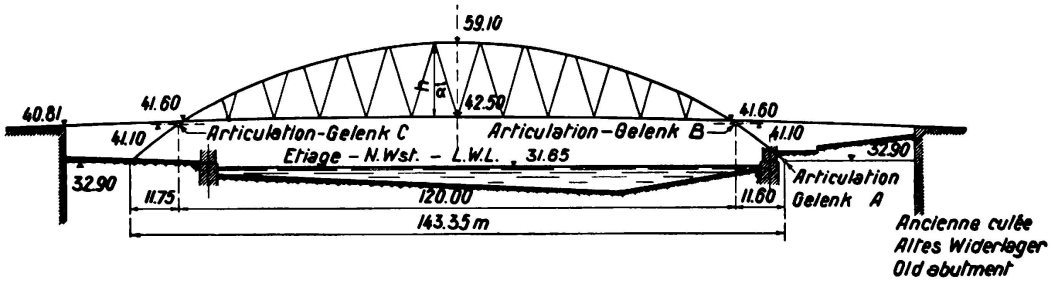


Fig. 20.

Brücke von 143,00 m Stützweite über den Lot bei Castelmoron.
Drei Gelenke unter der Fahrbahn.

Die Firma Christiani & Nielsen hat vor kurzem eine noch bedeutendere Ausführung über eine Spannweite von 143,0 m über denselben Fluß bei Castelmoron (Fig. 20) gemacht, mit dem Unterschied, daß die Hängestreben nicht ummantelt sind.

Die Aufhängung der Fahrbahn am Obergurt durch Streben verursacht in denselben Zugspannungen, die bei der ungünstigsten Stellung der Verkehrslast von Druckspannungen überlagert werden.

Die Konstrukteure schreiben nun, daß bei der Brücke von Castelmoron die Zugspannung immer vorherrschend ist, so daß niemals irgendeine Strebe ausfällt.

Bei der Brücke von Port-d'Agrès ist fast in allen Streben eine Druckspannung vorhanden, deren Wert jedoch so klein ist, daß jede Knickgefahr ausgeschlossen blieb.

Das Vorherrschen der Zugspannung muß in starkem Maße mit der Vergrößerung der Spannweite verschwinden, weil die Druckspannung infolge der Nutzlasten der Spannweite proportional ist, während die Zugspannung infolge der Fahrbahnlasten nahezu konstant bleibt.

Die Umhüllung langer Hängestreben zur Erzielung ihrer Druckfestigkeit, sowie die zur Vermeidung des Ausknickens notwendigen Vorkehrungen bereiten Erschwerungen, welche es als sicher erscheinen lassen, daß die parabelförmigen Träger für große Spannweiten nicht die wirtschaftlichste Lösung sind.

Oberhalb einer gewissen Grenze muß man sie aus einem bestimmten Grund verwerfen. Da die Hängestreben eine große Länge haben und einen kleinen Winkel miteinander einschließen, weil ja die Grundlinie der Dreiecksteilung durch die Spannweite der Längsträger begrenzt ist, rufen die Verlängerungen und Verkürzungen dieser Stangen unter dem Einfluß der Nutzlasten Verformungen hervor, denen Obergurt und Fahrbahn schlecht folgen können. Die dadurch entstehenden Biegungsmomente sind so groß, daß man für Spannweiten von 150 m, wenn nicht schon früher, dem in sich stabilen Bogen ohne die dreieckförmige Verbindung mit der Fahrbahn den Vorzug geben wird.

Im Hinblick auf den hohen Grad der inneren statischen Unbestimmtheit, der dem System anhaftet, haben die Konstrukteure der Brücke von Castelmoron dafür Sorge getragen, daß eine der beiden Hängestreben jedes Knotenpunktes infolge von Druckspannungen wirkungslos werden kann. Die Verwendung der in Spannung bleibenden schrägen Hängestangen ist interessant, wenn sie sich mit den ästhetischen Forderungen verträgt. Die Momente eines Bogens mit senkrechten Hängestangen werden um das Moment $\frac{P \cdot h}{tg\alpha}$ der Horizontalkomponente verringert (Fig. 20).

ZWEITER TEIL.

Bauausführung.

Man beschäftigt sich in steigendem Maße mit dem Studium von Verfahren für Bauausführungen großer Bogenbrücken und in erster Linie mit den Lehrgerüsten, für die man, ohne die Sicherheit zu gefährden, wirtschaftliche Ausführungen finden muß, wenn die Wahl des Eisenbetons eine gute Lösung sein soll.

In einem ersten Kapitel machen wir Angaben über kürzlich verwendete Lehrgerüste und beschreiben das bei Roche-Guyon angewandte Lehrgerüst wegen seiner Neuartigkeit ziemlich ausführlich.

Im zweiten Kapitel beschreiben wir kurz, die in der letzten Zeit verwendeten Verfahren in der Bauausführung.

I. KAPITEL.

Lehrgerüste.

Schon immer haben die Brückenbauer das Lehrgerüst, auf welchem die Bauelemente bis zur Erlangung ihrer Tragfähigkeit aufruhen, wie ein Kunstwerk zu behandeln getrachtet.

Für Brücken in Mauerwerk gibt es eine Fülle von Beispielen, in denen viel Wissen und Kunstfertigkeit für das Lehrgerüst verwandt wurde.

In gleicher Weise muß dies bei der Lösung großer Probleme mit Hilfe des Eisenbetons, der den Mauerwerksbau abgelöst hat, der Fall sein.

Trotz der Größe des Bauwerkes wird man in der Geschichte der Baukunst bei der Erwähnung der Brücke von Plougastel niemals das Lehrgerüst vergessen, welches zu ihrer Errichtung gedient hat. Die Ingenieure werden es immer für eines der besten Beispiele für die Anwendung der Hilfsmittel halten, welche die Natur uns bietet, und ferner für die Vorteile, die ein geschickter Konstrukteur aus den uns sonst feindlichen Elementen ziehen kann.

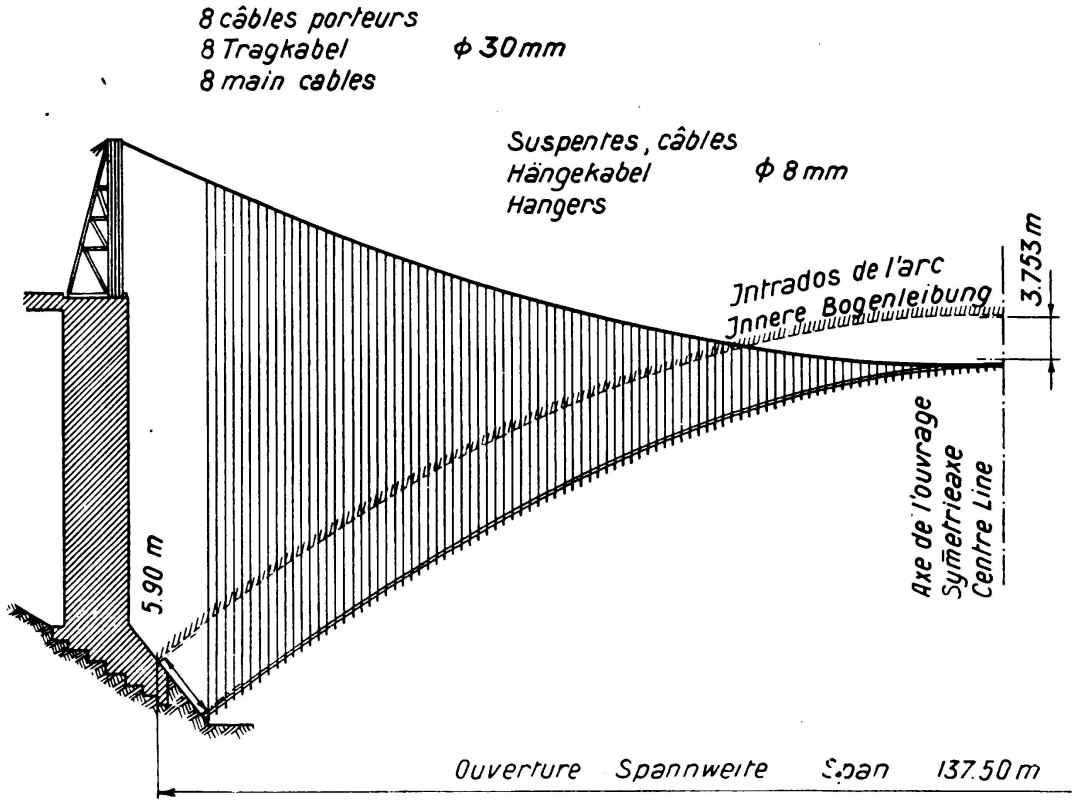


Fig. 21.

La Caille-Brücke, 137,50 m Spannweite. Aufstellung des Lehrgerüstes mit Tragkabeln.

Diejenigen, die das gleiche Projekt zu bearbeiten hatten, waren von der Gezeitenschwankung in dieser Flußöffnung und der scheinbaren Unmöglichkeit, eine Unterstützung zwischen den beiden nahezu 600 m voneinander entfernten Flußufern zu schaffen, beeindruckt worden. Und doch hat die Woge, durch den Chef gemeistert, bereitwilligst dreimal das 150 m weitgespannte Lehrgerüst bei Flut getragen und bei Ebbe wieder auf seine Widerlager abgesetzt.

Gewiß waren zur Nutzung so großer Naturkräfte gewaltige und kostspielige Einrichtungen notwendig, aber sie rechtfertigen sich durch ihre dreimalige

Benutzbarkeit. Schwierige, aber fein durchdachte Bauvorgänge waren auszuführen, mußte man doch auf alles im Voraus Bedacht nehmen, um in dem durch Gezeitenwechsel streng vorgeschriebenen Zeitabschnitt erfolgreich arbeiten zu können. Aber die Firma Limousin hatte durch die Anwendung der Verfahren *Freyssinets* schon manches Mal bewiesen, daß sie keineswegs in der Bewältigung schwierigster Konstruktionsprobleme zögerte.

Auch die Verhältnisse bei der Pont de la Caille genannten Brücke von Usses (Hoch-Savoyen) verdienen, daß man die Sonderanordnungen für das Lehrgerüst studiert. Die ungefähr 150 m tiefe Schlucht bot keine Möglichkeit zur Auflagerung der Joche des Lehrgerüstes, wodurch sich eine lichte Öffnung von 140 m ergab.

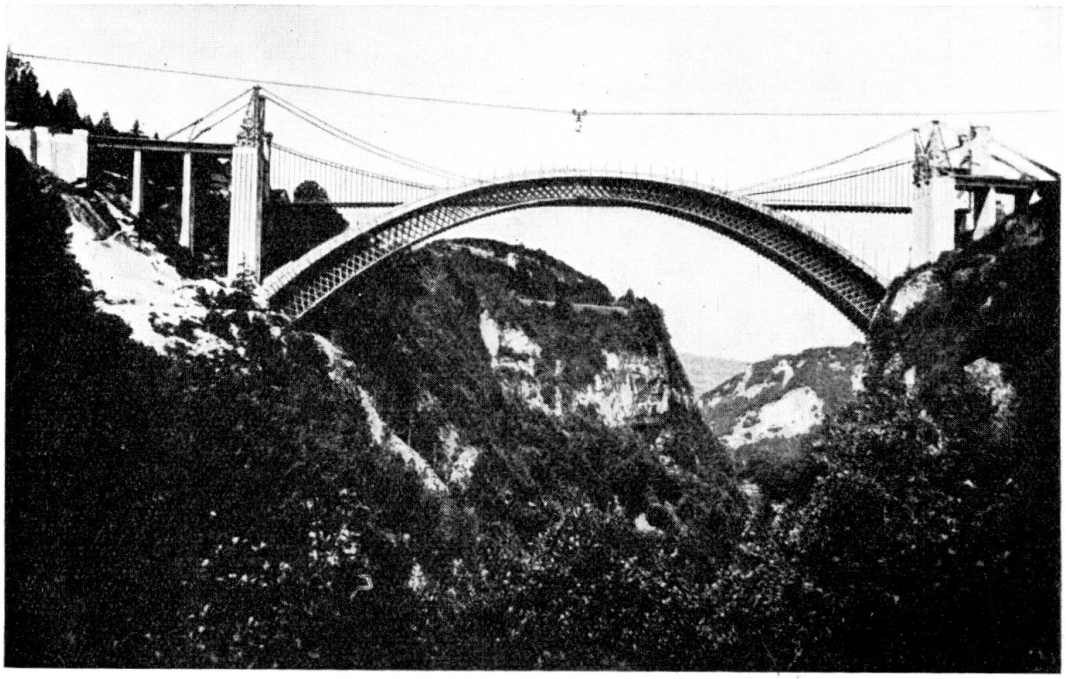


Fig. 22.
La Caille-Brücke.

Die von dem Ingenieur *Caquot* gewählte Lösung stellt ein wertvolles Verfahren zum Bau von Lehrgerüsten über freie Öffnungen mit Hilfe von Hängekabeln dar (Fig. 21 und 22).

Gleich nach der Zusammensetzung der ersten Tragwerksteile kann mit der Verstärkung des Lehrbogens in jedem gewünschten Maße begonnen werden, um ihn für die Abstützung des ersten Betonringes instandzusetzen, ähnlich wie es eine Holzbrücke tun würde. Die notwendige Steifigkeit wird durch Vergitterung der Tragwerksteile untereinander erreicht.

Diese Lösung ist eine gute Anwendung der Hängebrücken für den Bau der Lehrgerüste für große Tragwerke; wir haben den Eindruck, daß sie immer für große Spannweiten, die der Eisenbeton berechtigterweise anstrebt, eine gute Lösung darstellt.

Bei Roche-Guyon wurden wir beim Studium des Lehrgerüstes zu den gleichen Schlußfolgerungen geführt. Schon die Spannweite von 161 m ist die größte, die

jemals mit Hilfe eines Bogens mit angehängter Fahrbahn überbrückt worden ist. Und dieser Typ wird immer in Frage kommen, wenn es sich um die Überbrückung großer Flüsse handelt, denn man wird selten unter der Fahrbahn das Pfeilverhältnis für einen großen Bogen unterbringen.

Es wäre nicht gerechtfertigt gewesen, auf Gründungen im Flusse zu verzichten. Wir fanden die von uns angestrebte günstigste Lösung, indem wir nur drei Brückenjoche im Flußbett in einem Achsabstand von 43,0 m vorsahen.

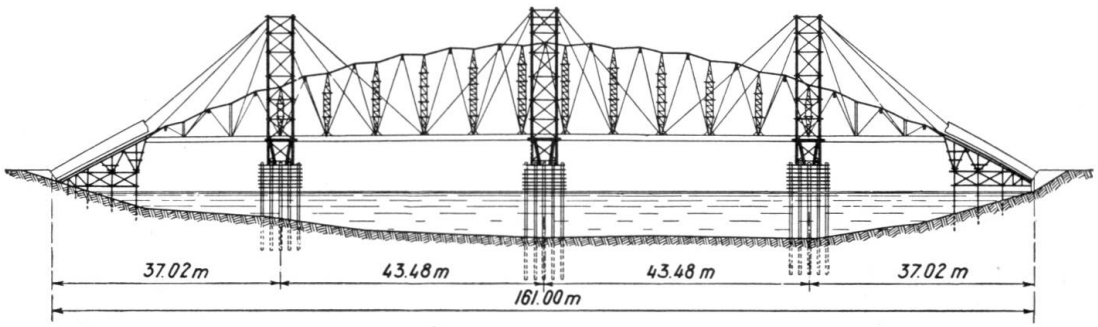


Fig. 23.

Brücke bei La Roche-Guyon. Schema des Arbeitsgerüstes.

Wir beabsichtigten zuerst, daß diese Joche nur zum Tragen der Eigengewichtslasten der horizontalen Plattform des Lehrgerüstes und des Lehrbogens dienen sollten, die ihrerseits nach erfolgter Montage zusammen das Gewicht des Betonbogens allein tragen (Fig. 23 und 24). Doch wollten wir diese Gedanken bei der ersten Ausführung über den größten schiffbaren Fluß Frankreichs ohne

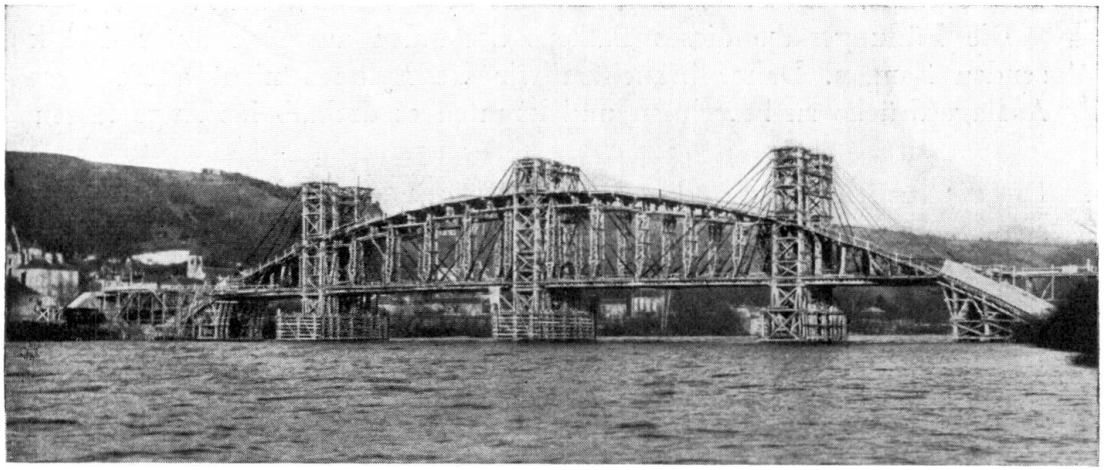


Fig. 24.

Brücke bei la Roche-Guyon. Gesamtansicht des Lehrgerüstes.

vorherige Prüfung ihrer Durchführbarkeit nicht anwenden und haben deshalb die Unterrüstung für die Aufnahme der Gesamtlast berechnet, für den Fall, daß irgendwelche Umstände dies erforderlich machen sollten.

Der Bauvorgang war folgender:

Montage der Joche.

Vorschieben der horizontalen Plattform unter Verwendung von schrägen Zugseilen, gleichzeitig nach beiden Seiten der Joche, und zwar unterhalb der später zu errichtenden Fahrbahn.

Montage des Lehrbogens auf dieser Plattform.

Vorher waren die Anläufe der Bögen bis über die Fahrbahn mit Hilfe nebeneinanderstehender Stützen von geringer Höhe über der Böschung hergestellt worden.

Eine wesentliche Bedingung für die Ausführung leichter Bögen, deren Dicke kaum $^1/_{80}$ der Spannweite beträgt, besteht in der peinlich genauen Einmessung der Mittellinie und in der Sicherheit, daß sie sich während der Betonierung nicht verlagern kann.

Es genügte nicht, wie *Caquot* es bei der Brücke von Usses getan hat, die Stöße der Kranzhölzer mit Zementmörtel zu verfüllen. Man muß außerdem vorher die Zusammendrückung des Holzes und das Einfressen der Verbindungen erzeugen. Diese Zusammendrückung wurde mit Hilfe von im Scheitel angesetzten Pressen ausgeführt.

Das Eigengewicht der Plattform und des mit ihr verbundenen Lehrbogens würde es gestatten, einen Horizontalschub von 280 t auszuüben. Wir haben diesem Horizontalschub eine Größe von 170 t zugewiesen, um den Lasten ein Übergewicht zu verleihen, das jegliche Störung des Lehrgerüstes verhindert.

Die Wirkung dieses Horizontalschubes ist in verschiedener Hinsicht vorteilhaft:

a) Er erzeugt Druckkräfte in den Kranzhölzern, welche die Biegungszugspannung infolge der beträchtlichen Windkräfte übertreffen. Wir haben daher den Lehrbogen wie einen Balken von 130 m Spannweite zwischen den Anschnitten der Bogen an der Plattform berechnen können, unterhalb welcher die volle Eisenbetonscheibe als Windverband wirkt.

   Die Füllungsstäbe dieses Balkens bestanden aus sich unter 45° kreuzenden Zangen. Daher brauchten wir die Pylonen nicht auf waagrechte Auflagerdrücke zu berechnen und konnten es deshalb ins Auge fassen, sie leichter zu gestalten, wenn nicht gar zu beseitigen.

b) Die den Lehrbogen mit der Fahrbahn verbindenden Streben erhalten Zugspannungen nach Maßgabe des Gewichtes der Fahrbahn, welches der eingeführte Horizontalschub zu tragen vermag. Die Fig. 25 zeigt, daß durch die ergänzenden Streben ein parabolischer Balken von 130 m Spannweite entsteht. Sie bestehen aus Rundeisen, um dem Wind die kleinstmögliche Angriffsfläche zu bieten; das Fehlen der geringsten Knicksteifigkeit fordert, daß sie immer Zugkräften unterliegen, ferner daß die Anfangsspannungen immer größer sind als die durch ungleichen Betonierungsvorgang entstehenden Druckspannungen. Meist wird der Anteil der zu tragenden Fahrbahnlast genügen; wenn erforderlich, versieht man diese noch mit Ballast.

Aus Gründen der Vorsicht, die wir, wie schon geschildert, für eine erstmalige Ausführung als angebracht erachteten, haben wir alle 8,00 m zusätzliche Stützen eingebaut. Diese können, falls erforderlich, die gesamte Last tragen und sie an die von den Pylonen ausgehenden Hängeseeile abgeben. Die Vorpressung gestattet, die Zahl dieser Stützen, und damit die windbeaufschlagte Fläche, zu vermindern. Die Kranzhölzer haben eine gebrochene Linienführung und bilden

ausspringende Winkel in der Mitte zwischen zwei Stützen. Die Vorpressung verursacht nach oben gerichtete Kräfte, die größer als das Bogengewicht von 5000 kg/lfdm sind.

Der einspringende Winkel über den Stützen bedingt eine gleichmäßige Druckkraft, die eine Verstärkung der Stützen erfordert. Die Verstärkung war jedoch vorteilhafter als eine Verdopplung der Zahl der Stützen mit all ihrem Strebenwerk. Diese hätten dem Wind eine große Angriffsfläche geboten und es wäre bei einer Höhe von 40 m über dem Einspannpunkt zu schwierig geworden, die Standfestigkeit gegen die horizontalen Kräfte herzustellen.

Durch die erwähnte Anordnung wurde die Spannweite der Kranzhölzer von 8,00 m auf 4,00 m verringert. Wir konnten diese Bauteile daher in gangbaren Größen ohne Benutzung zusammengesetzter Balken ausführen, die in Hinsicht auf den Windangriff den gleichen Nachteil gehabt hätten, wie die Vermehrung der Stützen.

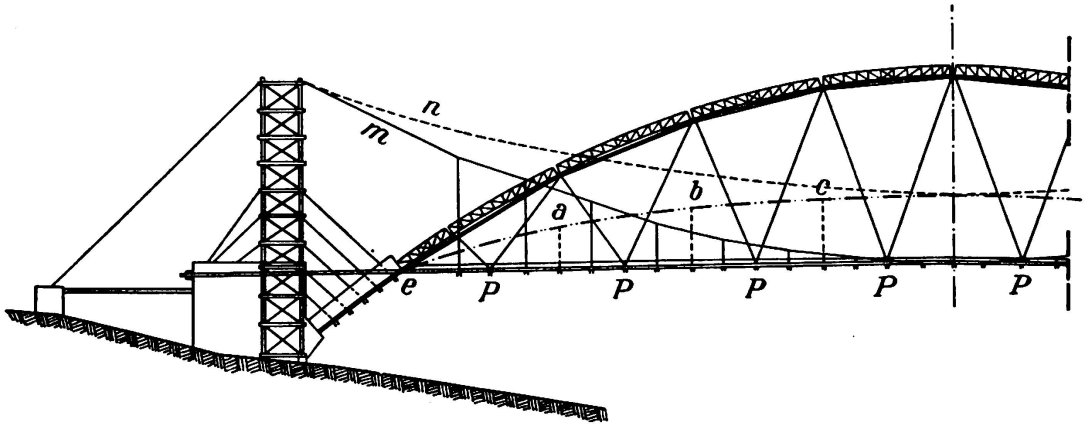


Fig. 25.

Erstellung des Lehrgerüstes mit Tragkabeln.

Unsere Vorüberlegungen wurden gut bestätigt:

Lehrbogen, Fahrbahn und Streben hatten zusammen die Tragwirkung eines Balkens von 130 m Spannweite. Die größte während des Betonierens beobachtete Durchsenkung betrug 8 mm; und dabei hatten wir uns noch von dem Brauch befreit, den Bogen in gleichmäßig über den Bogen verteilten Elementen zu betonieren. Wir begannen mit dem Betonieren auf beiden Seiten außen und haben laufend gegen den Scheitel zu gearbeitet. Es wird betont, daß wir in aufeinanderfolgenden Abschnitten betoniert haben, wie wir noch später sehen werden.

Ein weiterer Vorteil der Anordnung von Pressen im Scheitel des Lehrbogens liegt in der leichten Ausrüstung durch Nachlassen der Pressen.

Die Ergebnisse dieser ersten Ausführung zeigen, daß es möglich wäre, wie wir es ursprünglich beabsichtigten, bei großen Spannweiten die Zahl der Joche zu verringern, ja selbst ihre völlige Unterdrückung in Erwägung zu ziehen, wenn die örtlichen Verhältnisse dies gestatten.

Schon die Brücke von Caille ist, wie wir gezeigt haben, das Beispiel eines solchen Verzichtes, wobei für die Montage ein Kabel verwendet wurde. Wenn dieses Verfahren die Errichtung zu hoher Pylonen über den Flußufern bedingt, kann die Montage des Lehrbogens auch mit einem geringeren Stich, etwa der

punktierten Linie der Fig. 25 entsprechend, durchgeführt werden, und zwar entweder mit einer an einem Kabel m hängenden Plattform oder mit Hilfe eines besonderen Kabels n. Dann wird der Lehrbogen mit Hilfe von in den äußeren Punkten e angesetzten Pressen gehoben. Während dieses Hochhebens, das durch die Gelenke a, b und c ermöglicht wird, liefert das Gewicht der Fahrbahn die notwendige Festigkeit und erhält damit die Form des Lehrbogens. Es genügt, die Bewegung dieser Gelenkpunkte a, b und c im Verhältnis der Größe der Ordinaten des Lehrbogens zu regeln. Wir wollen nicht weiter auf diesen Punkt eingehen, der in das Gebiet der Mechanik fällt und für den uns mehrere Lösungen brauchbar erscheinen.

Bei einer Brücke mit obenliegender Fahrbahn kann die Regelung der Bewegung der gleichen Punkte durch Verankerungen im Talboden oder Flußbett vorgenommen werden.

Während der Montage müssen die Druckkräfte im Lehrbogen immer genügend groß sein, um die Windkräfte aufnehmen zu können. Wenn nötig, müssen hierzu die Lasten P vergrößert werden.

Nach beendigter Montage heben die zur Verstärkung des Lehrbogens einzubauenden Streben die Gelenkwirkung in den Punkten a, b und c auf.

Die Ausführung bei Roche-Guyon hat bewiesen, daß man diese Gedanken mit aller Sicherheit verwirklichen kann. Wir sind der Überzeugung, daß große standfeste Lehrbogen wirtschaftlich durchgebildet werden können. Damit eröffnet sich ein weites Blickfeld für den Bau großer Eisenbetontragwerke.

II. KAPITEL.

Bauverfahren.

Wir behandeln hier nur jene Verfahren, die zur Ausführung von großen Spannweiten wichtig sind und die im Zusammenhang mit dem Lehrgerüst stehen. Dagegen beschäftigen wir uns nicht mit den Vervollkommnungen der Eisenverlegung und Betoneinbringung, welche in gleicher Weise auch für alle anderen Bauwerke gelten.

Sowohl aus Gründen der Wirtschaftlichkeit als auch der Sicherheit sollten die Lehrbögen nur fortschreitend belastet werden und zwar so, daß sie durch die Festigkeit der zuerst ausgeführten Lamellen unterstützt werden. Seit langem, wenn nicht schon immer, werden Mauerwerksbrücken durch aufeinanderfolgendes Mauern der Wölbringe errichtet. Die geringen zulässigen Spannungen dieses Baustoffes gestatten, die Spannungserhöhung in den unteren Ringen infolge des Gewichtes der oberen Wölbringe zu vernachlässigen.

Die Brücke von Caille mit ihrer Spannweite von 140 m ist ein großartiges Beispiel für dieses Verfahren, denn es bedeutet schon viel, einen Lehrbogen dieser Spannweite für nahezu 13 t/lfdm Belastung zu entwerfen und es war besser den Boden des kastenförmigen Balkenquerschnitts, der den ersten Ring bildet, zur Tragwirkung heranzuziehen. Um Spannungserhöhungen auszuschließen, haben die Konstrukteure einen sehr sinnreichen Gedanken des Oberingenieurs *Baticle* angewandt. Der Beton wurde zwischen 0,18 m dicke, vorher hergestellte Eisenbetonformsteine gegossen, deren Kubatur ungefähr ein Drittel der Gesamtmasse betrug. Da in jedem Wölbring nur der gegossene Beton dem Schwinden unterworfen ist, während die Betonsteine bereits geschwunden waren, genügte es,

diese in den drei Ringen derartig zu verteilen, daß die Unterschiede in den Längenänderungen der Betonringe Winkeldrehungen hervorrufen, welche die untere Laibung entlasten. Dieses Verfahren bedarf einer genauen Berechnung und ist sehr wirksam gewesen. Es sind keinerlei Störungserscheinungen an dieser zudem unbewehrten Betonmasse festgestellt worden.

Freyssinet hat bei der Brücke von Plougastel die gleiche Betonierung in Wölbringen angewandt. Die Kompensation wurde durch das Ansetzen von Pressen im Scheitel nach dem Ausrüsten jedes Bogens durchgeführt. Die auszuübende Zusammendrückung wird auf Grund einer Schätzung der Lastverteilung auf das Lehrgerüst und den ersten Betonring ermittelt.

Alle, die sich mit dem Studium noch weitergehender Pläne befassen — und wir hören von Spannweiten von 300 m und mehr, welche im Eisenbeton Spannungen hervorrufen, denen man beim heutigen Stande der Zementherstellung und -verwendung ruhig entgegensehen kann, müssen die Kosten des Lehrgerüstes beschränken, wenn sie mit anderen Ausführungen, im besonderen den Hängebrücken, in Wettbewerb treten wollen. Ohne die Verdienste der Fachmänner dieser Konstruktionen verkennen zu wollen, wird man anerkennen müssen, daß der Eisenbeton die vorteilhafteste Ausführung darstellt, wenn die örtlichen Verhältnisse die leichte Aufnahme des Horizontalschubes gestatten. Nach unserer Meinung wird dies aber nur durch Unterteilung der Ausführung der großen Bogen in einzelne Abschnitte möglich sein, wobei das Gewicht pro laufenden Meter auf jenes Maß verringert wird, das in Hinblick auf die Notwendigkeit der sicheren Haftung zwischen den Teilstücken und auf die Eigensteifigkeit bis zur gegenseitigen Verbindung noch vertretbar ist. Wir verstehen darunter nicht nur eine Auflösung in einzelne Wölbringe sondern auch durch Vertikalschnitte. Der letztere Fall soll besonders der Unterteilung von Gliedern großer Breite dienen, sowohl bei vollwandigen als auch bei gegliederten Bogen, vorausgesetzt, daß die Querschnittshöhe diese letztere Ausführungsform rechtfertigt.

Falls man in einzelnen Wölbringen arbeitet, verfährt man so, daß man diese mit Hilfe von Pressen gleichzeitig mit der fortschreitenden Ausrüstung in Spannung setzt (erst Wölbring 1, dann 1 und 2, dann 1, 2 und 3 u. ff.). Auf diese Weise führt man zusätzliche Kräfte ein, die man aber nach vollkommener Ausrüstung ausgleichen kann, wie wir es bei der Brücke bei Roche-Guyon getan haben.

Die Ausführung mit senkrechten Unterteilungen erfordert diesen Ausgleich nicht. Bei Roche-Guyon haben wir mit Erfolg Meßeinrichtungen benutzt (feste Marken und Spindeln), um die Einwirkungen der Betonierung in Wölbringen und die Wirksamkeit des vorgenommenen Ausgleichs zu prüfen.

Dies war im Hinblick auf eine allgemeine Anwendung dieses Verfahrens bei großen Spannweiten notwendig und etwa keineswegs überflüssig, da es sich um „leichte" Bogen von geringer Querschnittshöhe handelte, für die eine Verlagerung der Stützlinie eine beträchtliche Erhöhung der ohnehin schon hohen Spannungen bedingt hätte.

Man beobachtete also bei jeder Teilausrüstung die durch die Pressen erzeugten Kräfte und die Bewegungen des Bogens. Bei der Schlußausrüstung hat man schließlich das richtige Gleichgewicht der Kräfte des freien Bogens hergestellt, indem man einen derartig außermittigen Horizontalschub einführte, daß die Ver-

lagerung der Stützlinie zu Null wurde. So erhielt man den „Neutralzustand" des Bogens (ohne merkbare Biegungsmomente), d. h. den Zustand, in dem alle durch die gegenseitige Wechselwirkung der getrennt belasteten Wölbringe entstandenen inneren Momente genau ausgeglichen sind; wir konnten eine völlige Übereinstimmung mit den Berechnungen feststellen. Weiter zeigte sich, mit welcher Genauigkeit dieses Verfahren durchgeführt werden kann. Denn wenn man erst einmal den „Neutralzustand" erreicht hat, genügt die Einführung eines zusätzlichen Horizontalschubes von nur 1 t im Schwerpunkt des Scheitelquerschnitts, um eine Öffnung der Fuge von 14,4 mm und ein Steigen des Scheitels von 29 mm zu erreichen.

Bei allen diesen Arbeiten hat sich das Elastizitätsmaß eindeutig ergeben; es wurde zu $2{,}10 \div 2{,}20 \cdot 10^6$ t/m² gefunden, und deckt sich mit den bei Oued Chiffa erhaltenen Ergebnissen.

Für die Brücke bei Castelmoron, von der weiter oben die Rede gewesen ist, hat Generalinspekteur *Mesnager* (†), beratender Ingenieur der Firma Christiani & Nielsen, auf eine andere Art die Entlastung des Lehrbogens erreicht.

Der Betonierung des parabolischen Balkens ging das Verlegen von vorher hergestellten Einzelelementen eines Kernes auf dem Lehrbogen voraus. Für den Scheitelquerschnitt von $1{,}00 \times 1{,}20$ m betrug der Kernquerschnitt $0{,}55\,\text{m} \times 0{,}80\,\text{m}$.

Wir begreifen, daß die Konstrukteure sich an der Spannungserhöhung, die in diesem Bauteil durch die Last des Betons entsteht, nicht störten, denn die Umschnürung hat ihm eine zusätzliche Festigkeit verliehen. Es ist unbedenklich, daß der Kern eines Querschnitts eine höhere Spannung hat, da er von der ihn umgebenden Masse eingeschnürt wird; übrigens entspricht die Erhöhung der Spannung nicht ganz der Last des Betons, da der Lehrbogen und der Kern zusammen tragen.

Schlußfolgerungen.

1. *Die Materialfestigkeit betreffend:*

Selbst beim gegenwärtigen Stand der Zementherstellung und bei den geläufigen Verfahren der Betonbereitung bei Anwendung der Vorschriften für die Kornzusammensetzung und des Rüttelns des Betons kann man bei Eisenbetonbrücken Spannweiten bis zu 800 m ins Auge fassen.

2. *Die Berechnung betreffend:*

Die neuzeitlichen Verfahren sind genau genug, um längs des ganzen Bogens die größtmögliche Leichtigkeit zu erhalten, die sich mit der Standfestigkeit vereinbaren läßt, für welche ein Schaubild in der Art der Fig. 10 die Größenordnung angibt. Die Standfestigkeit läßt sich leicht prüfen, wenn man die Nutzlast mit einem Vergrößerungsbeiwert, z. B. 2, multipliziert und sich dann vergewissert, daß die Stützlinie im Kern des Querschnitts bleibt, wobei dann die Eisen nur zulässige Spannungen erhalten.

Der Grad der Unbestimmtheit der Elastizitätszahl ist bei Verwendung gerüttelten Betons und bei einer guten Kornzusammensetzung gering.

Dank dem Gesetz der Ähnlichkeit können die Berechnungen sehr schnell durchgeführt werden. Das Herumtasten beim Beginn hat aufgehört, da eine einfache Beziehung die Bestimmung des mittleren Querschnitts unter Zugrundelegung einer zulässigen Spannung gestattet.

3. *Die Bauausführung betreffend:*

Die schwierigste Frage bei der Verwirklichung großer Spannweiten liegt in der Lösung für das Lehrgerüst und für seine Aufstellung. Die Kosten dafür können durch Verringerung der durch das Lehrgerüst aufzunehmenden Lasten in tragbaren Grenzen gehalten werden. Diese Verringerung wird durch das Betonieren in Teilabschnitten erreicht, die nacheinander durch Verwendung von Pressen ausgerüstet werden. Es hat sich bestätigt, daß es möglich ist, die Einwirkung eines Bogenteils auf den darunter liegenden bei einem Vollwandbogen streng auszugleichen. Bei der Betonierung in durch senkrechte Schnitte geteilte Abschnitte, besonders für aufgelöste Bogen, ist dieser Ausgleich nicht notwendig.

4. Der Vergleich des eingespannten Gewölbes mit vom Scheitel zu den Kämpfern abnehmendem Trägheitsmoment mit Gewölben von gleichbleibendem Trägheitsmoment und mit Gewölben mit vom Scheitel zu den Kämpfern wachsendem Trägheitsmoment fällt zu Gunsten des ersteren aus, vor allem bei größeren Pfeilverhältnissen, infolge des kleinen mittleren Querschnittes und der geringeren Beanspruchung der Widerlager.

Die Verwendung statisch bestimmter Systeme für große Spannweiten wird wegen der schwierigen Gelenkausbildung hintangehalten. In Hinblick auf eine durch die Anordnung der Gelenke ermöglichte Sonderform fügen wir hinzu, daß für Spannweiten über 150 m der Aufnahme der Biegungsmomente durch einen Dreiecksverband zwischen den Bögen und der Fahrbahn keine Bedeutung mehr zukommt. Diese Spannweite sollte durch in sich stabile vollwandige oder gegliederte Bogen überwunden werden.

5. Es ist wirtschaftlich, durch Umschnürung hohe Festigkeiten zu erzielen. Dieser Grundsatz kann für große Spannweiten bis zur äußersten Grenze angewendet werden; die Längsbewehrung wird entsprechend verringert, bzw. auf die Verbindung der Spiralen und Bügel beschränkt. Bei der Brücke von Roche-Guyon ist ihr Prozentsatz schon auf 0,5 verringert worden, während der der Bügel und Spiralen zusammen 1,3 beträgt.

Diese Verringerung zerstört alle Bedenken in Bezug auf die erhöhte Druckbeanspruchung der Bewehrung infolge Schwindens und der noch nicht ganz klargestellten Wirkung der plastischen Verformung des Betons.

Ein weiterer Vorteil der Umschnürung ist die große Gleichmäßigkeit der Festigkeit.

Zusammenfassung.

Im ersten Teil der Abhandlung arbeitet der Autor die Anordnungen und Berechnungen der großen Eisenbetonbrücken aus. Zahlreiche Einzelheiten sind für die statisch unbestimmten Bogen in Betracht zu ziehen: die Veränderlichkeit der Trägheitsmomente, Wahl des Pfeilverhältnisses, Wahl der Querschnittsform und die Wahl der Spannung. Im Folgenden bearbeitet der Autor die Grenzspannweite von Bogen mit dem Brückenbogen von Roche-Guyon, von welchem er die Resultate der Berechnungen angibt. Er beschreibt weiters einige Dreigelenkbogenbrücken, die in den letzten Jahren in Frankreich ausgeführt worden sind.

Der zweite Teil dieser Arbeit beschäftigt sich mit der Bauausführung und in erster Linie mit den Lehrgerüsten; der Autor gibt als Beispiele diejenigen an, welche bei Roche-Guyon verwendet worden sind. Im Weitern führt er eingehender die in der letzten Zeit angewandten Verfahren in der Bauausführung an.

IV b 2

Ausschaltung der Biegezugspannungen bei Balken- und Stabbogenbrücken[1].

Compensation des efforts de traction engendrés par la flexion[1].

Elimination of Bending Tensile Stresses in R. C. Bridges[1].

Dr. Ing. Fr. Dischinger,
Professor an der Technischen Hochschule Berlin.

I. Geschichtlicher Rückblick.

Seit dem Beginn des Jahrhunderts haben sich viele Forscher mit dem Gebiet des Vorspannens der Bewehrungseisen des Eisenbetons beschäftigt. Durch diese Ideen sollte erreicht werden,

a) eine Verminderung oder vollständige Beseitigung der Betonzugspannungen und damit der für den dauernden Bestand des Eisenbetons schädlichen Haarrisse. Ein nur auf Druck beanspruchter Eisenbetonkörper hat ebenso wie der Naturstein eine fast unbegrenzte Lebensdauer. Das beweisen uns die aus der Römerzeit erhaltenen Bauwerke, bei denen sowohl der Stein als auch der verbindende Mörtel allen Witterungseinflüssen bis heute widerstanden hat.

b) Eine Erhöhung der zulässigen Eisenspannungen. Diese sind bekanntlich für die Bewehrungen des Eisenbetons wesentlich geringer als bei reinen Eisenkonstruktionen, mit Rücksicht darauf, daß der Eisenbeton ein Verbundkörper ist, bei dem die Spannungen in das Eisen erst durch Haft- und Schubspannungen eingeleitet werden müssen. Eine Erhöhung der für den Eisenbeton zulässigen Eisenspannungen bis zur Grenze der für die Eisenkonstruktionen zulässigen ist wegen der zu hohen Haftspannungen und auch wegen der damit verbundenen zahlreicheren und größeren Haarrisse ungangbar. Im Gegenteil, hierzu sucht der erfahrene Eisenbetonkonstrukteur, wenn irgend möglich, seine Konstruktionen mit dem geringer beanspruchten St 37 anstatt St 52 auszuführen, um eine größere Sicherheit gegenüber Haarrissen zu erreichen.

Das Problem einer brauchbaren und wirtschaftlichen Lösung dieser Frage wird mit den stets wachsenden Spannweiten unserer Brücken und Hallen immer wichtiger, weil damit die Betonzugspannungen infolge der Massierung der Zugeiseneinlagen stark anwachsen. Durch eine Vorspannung der Eiseneinlagen kann

---

[1] In- und Auslandpatente angemeldet.

[1] Patenté en Allemagne et à l'étranger.

[1] Home and Foreign Patents applied.

man dem Beton Druckvorspannungen erteilen, wodurch die Biegezugspannungen überlagert werden, so daß gar keine oder nur geringe Biegezugspannungen verbleiben.

Als erster hat der Altmeister des Eisenbetons *Koenen* den Wert der Vorspannungen erkannt und in dieser Richtung eine Anzahl von Versuchen mit Eisenbetonbalken durchgeführt und hierbei aber auch erkannt, daß die im Beton einbetonierten vorgespannten Bewehrungen infolge des Schwindens des Betons und der damit verbundenen Verkürzungen einen wesentlichen Teil ihrer Vorspannungen wieder verlieren. Infolge dieser Erkenntnis wurden diese Ideen lange Zeit als aussichtslos nicht weiter verfolgt.

Auf einem anderen Gebiet des Eisenbetons, dem Zweigelenkbogen mit Zugband, der sowohl im Brücken- als auch im Hallenbau weitgehend verwendet wird, hat sich die Vorspannung im großen Maße durchgesetzt. Das von mir angegebene Verfahren wurde zum ersten Male im Jahre 1928 bei der 68-m-weitgespannten Saale-Brücke bei Alsleben von der Dyckerhoff & Widmann AG. durchgeführt.[1] Bei diesen Zweigelenkbögen mit Zugbändern ergeben sich bekanntlich sehr große zusätzliche Biegungsmomente infolge der Verkürzung des Bogens und der Verlängerung des Zugbandes. Bei der Bogenverkürzung betrachten wir zunächst nur die Verkürzung infolge der Druckkräfte und des Schwindens. Auf den plastischen Einfluß des Kriechens komme ich später noch zu sprechen. Durch ein Vorspannen des Zugbandes mittels hydraulischer Pressen können wir nun erreichen, daß die Systemlinie des vorgespannten durch sein Eigengewicht belasteten Systems der projektierten ähnlich wird, d. h., daß bei beiden Systemen genau das gleiche Stichverhältnis 1/f vorhanden ist, so daß die zusätzlichen Biegungsmomente aus den Verformungen wegfallen. In gleicher Weise, wie sich der Bogen verkürzt muß auch das Zugband verkürzt werden, d. h., wir müssen das Zugband nicht nur um das Maß seiner eigenen Verlängerung durch die Zugkräfte, sondern auch um das Maß der Bogenverkürzung ausziehen, und um dies durchführen zu können, muß in der Eisenbetonfahrbahn eine Fuge in Größe dieser Bogenverkürzung offen gelassen werden, die erst mit dem Ausziehen des Zugbandes geschlossen wird. Durch dieses Vorspannverfahren und das Herausnehmen des Zugbandes aus dem Querschnitt der Eisenbetonfahrbahn, lassen sich nicht nur die zusätzlichen Biegungsmomente des Bogens, sondern zugleich auch die Zugspannungen der Eisenbetonfahrbahn beseitigen. Nach dem Ausziehen können dann die Zuganker einbetoniert werden, so daß sie nunmehr zusammen mit der Eisenbetonfahrbahn gegenüber dem Horizontalschub aus Verkehrslast ein gemeinsames Zugband bilden. Infolge dieses Horizontalschubes aus der Verkehrslast ergeben sich dann allerdings noch geringe Zugspannungen in der Eisenbetonfahrbahn, die man aber ebenfalls beseitigen kann, wenn man nach Schließen der Fuge die Spannkraft der Zuganker noch so weit steigert, daß die dadurch erzeugten Druckvorspannungen in der Eisenbetonfahrbahn den späteren Zugspannungen infolge des Horizontalschubes aus Verkehr das Gleichgewicht halten.

Das beschriebene Verfahren hat in den letzten Jahren eine weitgehende An-

[1] *Fr. Dischinger:* „Beseitigung der zusätzlichen Biegungsmomente im Zweigelenkbogen mit Zugband", Band I der „Abhandlungen" der I.V.B.H. Zürich 1932. — Desgl. Beton und Eisen 1932. — Desgl. Science et Industrie 1932.

wendung bei dem Bau von gewölbten Flugzeughallen gefunden und zwar bei Spannweiten bis über 100 m. Hier wurden die aus starken Rundeisen gebildeten Zugbänder in einen Schlitz im Erdreich verlegt und nach dem Anspannen zwecks Rostschutz einbetoniert. Das Anspannen der Zugbänder muß zugleich mit dem Ausrüsten erfolgen.

Da das vorgespannte System bei vollständiger Beseitigung der zusätzlichen Biegungsmomente aus Bogenzusammendrückung und Zugbandverlängerung dem ursprünglichen ähnlich sein muß, und die Verkürzung des Bogens sich aus dem Verhältnis der Spannung zum Elastizitätsmodul ergibt, sind für die Ausrüstung nur ganz geringe Senkungen an den Spindeln notwendig. Zum Beispiel ergibt sich bei einer Druckspannung des Gewölbes von $\sigma = 60$ kg/cm² und einem Elastizitätsmodul des Betons von $E_b = 210000$ kg/cm² nur eine Scheitelsenkung von $^1/_{3500}$. Dadurch, daß das Ausrüsten ausschließlich durch das Ausziehen und Vorspannen des Zugbandes und nur zu einem verschwindenden Teil durch das Absenken des Lehrgerüstes erfolgt, fallen die nicht unwesentlichen Biegungsspannungen, die sich bei dem üblichen Ausrüsten des Gewölbes mittels Spindeln ergeben, fast vollständig weg.

Die mit $^1/_{3500}$ angegebene Scheitelsenkung bezieht sich natürlich nur auf die elastische Senkung beim Ausrüsten. Dazu kommt noch das Kriechen, das sofort nach dem Ausrüsten einsetzt und dessen Einfluß wir noch näher besprechen wollen. Auch hierdurch ergeben sich wesentliche Verkürzungen in der Bogenachse und damit Scheitelsenkungen und Verformungen des Systems. Die Einwirkungen dieser Bogenverkürzungen auf das Kräftespiel sind jedoch grundverschieden von denen des Schwindens oder der elastischen Bogenverkürzung. Auf diese Tatsache hat meines Wissens zuerst Herr Dr. *Mehmel* hingewiesen, als die Einflüsse des Kriechens bei den oben erwähnten weitgespannten Flugzeughallen besprochen wurden. Das Kriechen ist ein rein plastischer Vorgang. Für den Fall, daß das Gewölbe genau nach der Seillinie geformt ist, bei Beseitigung der Einflüsse der Zugbandverlängerung und der elastischen Bogenverkürzung, wird es nach der plastischen Verformung ebenfalls eine Seillinie darstellen. Die plastische Verformung löst also keine Biegungsmomente aus, das System wirkt so, als ob es in dieser Form betoniert worden wäre. Die durch das Kriechen bedingte Scheitelsenkung macht sich jetzt nur in einer geringen dem verminderten Pfeil entsprechenden Vergrößerung des Gewölbeschubes bemerkbar. Wir sehen hieraus, daß das Kriechen einen ganz anderen Einfluß ausübt, wie eine elastische Bogenverkürzung. Die letztere ergibt eine Verminderung des Gewölbeschubes und damit zusätzliche Biegungsmomente im Bogen, die erst durch ein Ausziehen des Zugbandes beseitigt werden müssen, während das Kriechen eine geringe Vergrößerung des Gewölbeschubes bedingt, ohne daß hierbei zusätzliche Biegungsmomente ausgelöst werden. Den Einfluß des Kriechens brauchen wir deshalb beim Anspannen des Zugbandes nicht zu berücksichtigen und wir dürfen ihn auch durch ein einmaliges Ausziehen des Zugbandes gar nicht beseitigen, weil dieser einmalige Eingriff elastischer Natur wäre und deshalb Biegungsmomente auslösen müßte. Es sei noch kurz darauf hingewiesen, daß sich ganz wesentliche andere Einflüsse durch das Kriechen ergeben können, wenn das Gewölbe nicht nach der Seillinie geformt ist. Infolge der dann ungleichmäßigen Verteilung der Druckspannungen über den Querschnitt ergeben sich für die

einzelnen Fasern verschiedene Maße des Kriechens und damit Verbiegungen des Systems und damit wiederum zusätzliche Biegungsmomente, die nur schwer zu erfassen sind.

Das oben an Hand einer Bogenbrücke, die den Sonderfall eines Sprengwerkes darstellt, geschilderte Verfahren läßt sich selbstverständlich auch bei jeder anderen Sprengwerksform mit gekrümmten Druckgurt und geradem Zuggurt durchführen. In dieser Hinsicht hat *U. Finsterwalder* durch seinen Vorschlag einer vorgespannten Schalenbrücke gelegentlich des Wettbewerbs der Drei-Rosen-Brücke, Basel (Entwurf Dyckerhoff & Widmann AG.) die Weiterentwicklung dieser Gedanken sehr gefördert. Sein Vorschlag bestand gemäß Fig. 1 in

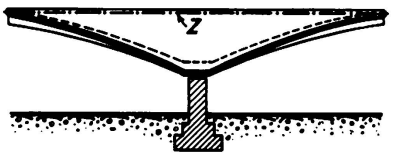


Fig. 1.

Kraggewölben, die aus dem auf dem Fels festeingespannten Pfeilern nach beiden Seiten auskragten. Der Gewölbeschub dieser Kraggewölbe sollte durch vorgespannte geradlinige Seile in Verbindung der beiden Scheitelpunkte aufgenommen werden. Die Vorspannung dieser Seile aus hochwertigem Stahl sollte zugleich mit dem Ausrüsten der Brücke durch hydraulische Pressen erfolgen. Diese von *U. Finsterwalder* vorgeschlagene Brückenform ist ebenfalls ein Sprengwerk mit geradem Zuggurt; man kann dieses Kraggewölbe als die inverse Figur einer Zweigelenkbogenbrücke bezeichnen. Da die das Gewölbe aussteifenden Binderscheiben bis zur Höhe der Fahrbahn bzw. des Zugbandes greifen, kann man diese Sprengwerksysteme aber auch als einen von der Stütze nach beiden Seiten verkragenden Balken auffassen. Neben diesem Entwurf für die Drei-Rosen-Brücke Basel, hat *U. Finsterwalder* noch in zwei anderen der Fachwelt nicht bekannt gewordenen Entwürfen die weitere Anwendung des angegebenen Prinzips der vorgespannten Sprengwerke auf Balkenbrücken gefördert.

II. Vorgespannte Balkenbrücken.

Während bei den vorgespannten Gewölben die plastischen Verformungen des Betons infolge Kriechens ohne Einfluß auf die Vorspannung sind, liegen bei den Balken die Verhältnisse wesentlich anders. Durch das Kriechen wird die Länge des Betonkörpers ebenso wie durch das Schwinden und die Druckspannungen verkürzt und infolgedessen wird durch das Kriechen der Spannungsabfall der Vorspanneisen wesentlich vergrößert. *Freyssinet* hat deshalb den Vorschlag gemacht, für die Vorspanneisen Sonderstähle mit sehr hoher Streckgrenze und entsprechend hoher Beanspruchung zu verwenden. Er erreicht damit, daß der Spannungsabfall im Verhältnis zu der ursprünglichen Vorspannung wesentlich geringer wird. *Freyssinet* spannt in gleicher Weise wie *Koenen* gerade Eisen vor dem Einbringen des Betons unter Benutzung der Schalung als Widerlager vor und bringt dann erst den Beton ein. Nach Erhärten des Betons werden dann die Spannkräfte von der Schalung auf den erhärteten Beton übergeleitet. Des weiteren sieht *Freyssinet* auch eine Vorspannung der Bügel vor und erreicht damit einen in allen Richtungen unter Druckvorspannung gesetzten

Beton, der die auftretenden Biegungs- und Schubspannungen nunmehr leicht übernehmen kann. Das Verfahren von *Freyssinet* ist zweifelsohne für Fabrikwaren von außerordentlicher Bedeutung, insbesondere im Zusammenhang mit seinen gleichzeitigen Vorschlägen über die Verbesserung des Betons durch Herabmindern der Kriecherscheinungen.[2]

Bei weitgespannten Brückenbauten bzw. bei weitgespannten Hallen erscheint mir die Anwendung dieser Gedanken schwierig zu sein, einerseits weil die Vorspannkräfte dann so groß werden, daß sie nur bei sehr kräftiger Ausbildung der als Widerlager dienenden Schalungen (z. B. aus Eisen) aufgenommen werden können, andererseits, weil durch gerade Vorspanneisen auf den Balken für jeden Querschnitt gleich große Momente ausgeübt werden, während die Eigengewichtsmomente nach Kurven verlaufen. Auch dürfte die Verwendung der Stähle mit sehr hoher Streckgrenze vorerst noch auf Schwierigkeiten stoßen.

Der Verfasser ist deshalb bezüglich der Vorspannung weitgespannter Brücken einen anderen Weg gegangen, der sich als eine Erweiterung der Ideen des DRP 535 440 darstellt und durch den erreicht werden soll, daß die Vorspannung auch mit dem normalen St 52 unter Ausschaltung des Spannungsabfalles aus Kriechen und Schwinden durchgeführt werden kann. Damit lassen sich freiaufliegende Eisenbetonbalkenbrücken mit Spannweiten bis zu 80 m und durchlaufende Träger mit Spannweiten bis zu 150 m unter Einhaltung der heute zulässigen Spannungen durchführen, bei gleichzeitiger Ausschaltung der Biegungszugspannungen.

Bevor ich nun zur Beschreibung dieser vorgespannten Konstruktionen übergehe, dürfte es von Interesse sein, rückblickend die bisher erreichten Spannweiten zu betrachten. Die Grenzspannweiten der freiaufliegenden Eisenbetonbalkenbrücken liegt heute bei ca. 30 m. Mit größer werdenden Spannweiten wächst das Eigengewicht sehr rasch an, einerseits wegen der zunehmenden Trägerhöhe, andererseits wegen der größeren Stegbreiten, die notwendig werden, um die zahlreichen Bewehrungseisen unterzubringen. Bei dieser raschen Zunahme des Eigengewichtes wird dann sehr rasch die Grenze erreicht, bis zu der die Eisenbetonbauweise gegenüber den leichteren Stahlbrücken konkurrenzfähig ist. Infolge der sich stark vermindernden Biegungsmomente bei den durchlaufenden Balken oder den Gerberbrücken können hiermit wesentlich größere Spannweiten erzielt werden. Der größte bisher ausgeführte durchlaufende Balken, die Brücke über den Rio de Peixe in Brasilien besitzt eine Spannweite von 68 m. Konstruktiv und statisch besteht allerdings die Möglichkeit, Spannweiten bis zu 100 m zu erreichen. Ich verweise auf den Entwurf von Herrn Prof. *Mörsch*[3] für die Drei-Rosen-Brücke in Basel mit Spannweiten von 56 — 106 — 56 und den nicht veröffentlichten Entwurf für eine Straßenbrücke über die Süderelbe bei Hamburg mit Spannweiten von 64,5 — 103 — 102 — 103 — 64,5, der von mir entworfen und durch die Firmen Dyckerhoff & Widmann, Wayss & Freytag, Christian & Nielsen angeboten wurde. Die Preise dieser weitgespannten Eisenbetonbalkenbrücken lagen zwar nicht sehr hoch über den Stahlbrücken, aber immerhin war die Differenz hinreichend für eine Entscheidung zugunsten des Stahles.

[2] *Freyssinet:* Une révolution dans les techniques de Béton, Paris Librairie de l'enseignement technique Leon, Eyrelles, Editeur, 1936.

[3] S. Beton und Eisen 1931, Heft 13, 14.

Eine Verbesserung der Konkurrenzfähigkeit der Eisenbetonbalkenbrücken läßt sich nur durch vorgespannte Konstruktionen erreichen, bei denen sich wesentlich geringere Eigengewichtslasten ergeben. An die Vorspannung selbst müssen die nachstehenden Forderungen gestellt werden.

a) Der Spannungsabfall der vorgenannten Zugeisen infolge der späteren Verkürzung des Betons durch Schwinden und Kriechen muß möglichst vollständig beseitigt werden.

b) Es muß die Möglichkeit geschaffen werden, die Spannungen in diesen vorgespannten Zugankern jederzeit zu messen und durch eine geeignete Nachspannvorrichtung wieder richtig zu stellen.

c) Die Durchführung der Vorspannung muß mit den einfachsten Mitteln und mit Rücksicht auf die Wirtschaftlichkeit und die einfache und rasche Baudurchführung mit Rundeisen ausgeführt werden können.

d) Die Betonzugspannungen müssen nach Möglichkeit ganz beseitigt oder wenigstens so weit herabgemindert werden, daß Haarrisse ausgeschlossen sind.

e) Die Vorspanneisen müssen eine solche Form erhalten, daß durch sie der wesentliche Teil der Eigengewichtslasten nach den Auflagern übertragen wird, um den Beton von seinen hohen Schubspannungen zu entlasten, sodaß man auch bei den größten Spannweiten mit Stegstärken von 30—40 cm auskommen kann.

f) Die Vorspannung muß so erfolgen, daß die Eisenbetonquerschnitte für Eigengewichts- und Verkehrslasten möglichst an beiden Rändern bis zur zulässigen Höchstspannung ausgenützt werden.

g) Eine noch vollkommenere Lösung wie nach f) ergibt sich, wenn wir erreichen, daß bei den vorgespannten Brücken durch das Eigengewicht in dem Balken nur zentrische Druckkräfte ausgelöst werden, sodaß der Balkenträger wie ein zentrisch belasteter Stab wirkt. Das hätte den Vorteil, daß sich für den Balken bei Eigengewichtsbelastung zwar elastische und plastische Verkürzungen, aber keine plastischen Verbiegungen ergeben, sodaß eine solche Brücke bei Eigengewichtsbelastung keine Durchbiegung aufweisen würde. Durchbiegungen würden sich dann nur für Verkehrslast ergeben, diese sind aber elastischer Natur, weil die Verkehrslasten keine Dauerbelastung darstellen.

Um die Forderungen a) und b) zu erfüllen, müssen wir in gleicher Weise wie bei DRP 535 440 die Haupttrageisen aus dem Betonquerschnitt herausnehmen, denn nur in diesem Fall sind wir in der Lage, durch ein Nachspannen der Zuganker nach vorhergehender Spannungsmessung, den Spannungsabfall entsprechend dem eingetretenen Zug- oder Schubmaß wieder zu beseitigen.

Um der Forderung c) zu genügen, muß die Vorspannung mittels starker Rundeisen und nicht mittels genieteten Eisenprofilen erfolgen. Wir können diese Rundeisen allerdings nicht in den notwendigen Längen erhalten, aber wir besitzen heute in der Widerstandsschweißung ein absolut zuverlässiges Mittel, um an der Baustelle selbst beliebige Längen von Rundeisen durch Zusammenschweißen herzustellen. Die Widerstandsschweißung ist zweifelsohne am zuverlässigsten und wenn man nach der eigentlichen Schweißung das Rundeisen an der Stoßstelle auf eine etwas größere Länge bis zur Rotglut erwärmt, kann man die Schweiß-

stelle leicht etwas aufstauchen und damit den Stoßquerschnitt vergrößern. Zugleich kann man damit auch die Eigenspannungen, die sich bei der Schweißung infolge des starken Temperaturabfalls ergeben können, wegschaffen.

Um den Forderungen d) bis g) zu entsprechen, müssen die Vorspannanker in Form von Hängewerken ausgebildet werden. Die Form des Hängewerkes muß möglichst weitgehend der Eigengewichtsmomentenlinie angepaßt werden, d. h. die Abstände der Hängegurte von der neutralen Achse müssen proportional sein den Größen der Eigengewichtsmomente. Bei gleichzeitiger geschickter Ausbildung der Eisenbetonquerschnitte läßt es sich dann erreichen, daß bei der Verkehrslast entsprechend der Forderung f) gleiche Randspannungen bei Vermeidung von Biegezugspannungen entstehen, oder daß gemäß der Forderung g) die Eigengewichtsmomente und die Eigengewichtsquerkräfte fast vollständig wegfallen, sodaß der vorgespannte Balken für Eigengewichtsbelastungen wie eine zentrisch belastete Säule wirkt. Wir wollen nun die Durchführung dieser Gedanken an Hand von zwei Beispielen von Balkenbrücken mit sehr großen Spannweiten zeigen.

1. *Gerberträgerbrücke mit den Spannweiten 98,5 — 110 — 125 — 110 — 98.5.*

Die Brücke ist in der Fig. 2 dargestellt. Sämtliche Einhängeträger besitzen eine Spannweite von 70,0 m. Die Kragträger dagegen eine solche von 110 m mit bei 27,5 m langen Kragarmen, sodaß sich damit für das Mittelfeld eine Spannweite von 125 m ergibt. Die Balkenhöhe ist durchgehend mit 5,0 m angenommen. Das Verhältnis von Trägerhöhe zur Spannweite beträgt also bei dem Mittelfeld $^1/_{25}$ und bei den Kragträgern $^1/_{22}$. Selbst der Vergleich mit den Stahlbrücken sind das außerordentlich geringe Trägerhöhen und trotz der großen Schlankheit bleiben die Durchbiegungen aus Verkehrslast in den zulässigen Grenzen. Der Berechnung wurde eine Straßenbrücke 1. Klasse mit 8,5 m breiter Fahrbahn und zwei je 2,0 m breiten Fußwegen zugrunde gelegt. Das Eigengewicht für die Einhängeträger ergab sich einschließlich der notwendigen Querträger und dem Gewicht der aus dem Betonquerschnitt herausgenommenen Vorspanneisen zu 29,65 t, bei dem Kragträger dagegen, bei dem mit Rücksicht auf die wechselnden Verkehrslastmomente auch eine untere Druckplatte angeordnet werden mußte zu 35,10 t/m.

Die gleichbleibende Verkehrslast des Einhängeträgers beträgt nach den deutschen Bestimmungen $p_1 = 8{,}5\ (0{,}525 - 0{,}70) + 4\ 0{,}5 = 5{,}87$ t/m. Dazu kommen die Einzellasten, bestehend aus einer Dampfwalze von 24 t und zwei Lastkraftwagen von 12 t. Daraus errechnet sich nach Abzug der gleichbleibenden Verkehrslast eine Ersatzlast von $P_1 = 24 + 2 \cdot 12 + 3 \cdot 15\ (0{,}525 - 0{,}070) = 27{,}5$ t.

Für den Kragträger mit 110 m Feldweite ergaben sich die entsprechenden Werte zu $p_2 = 5{,}52$ t/m $P_2 = 29{,}7$ t.

Für die Kragarme, für die nach den deutschen Belastungsvorschriften die Gesamtspannweite von 125 m maßgebend ist, betragen die entsprechenden Werte $p_3 = 5{,}4$ t/m und $P_3 = 30{,}0$ t.

Der einfacheren Rechnung wegen setzen wir entgegen den Bestimmungen voraus, daß für die Bestimmung der negativen Momente des Kragträgers die Einzellast P gleichzeitig an beiden Enden angreifen kann. Die sich aus dieser

Fig. 2

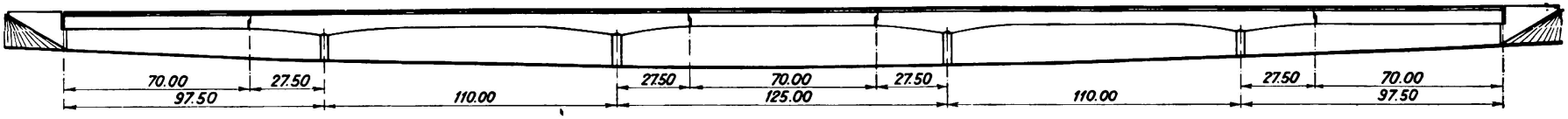


Fig. 3

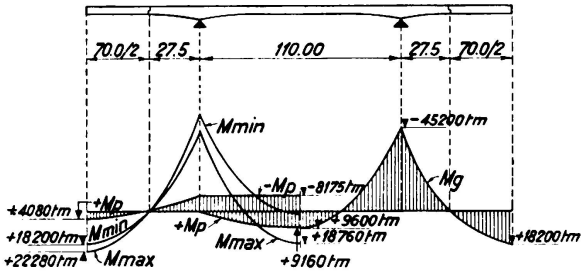


Fig. 4

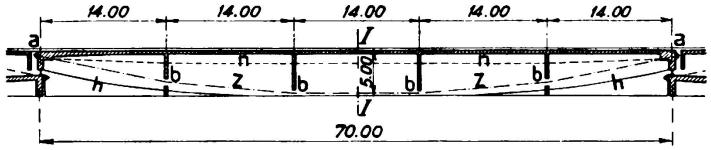


Fig. 7

Momente Moments Moments

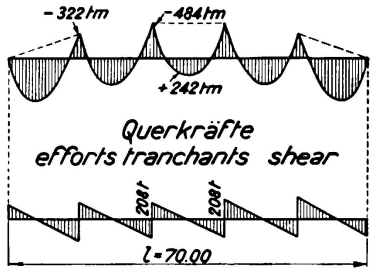


Fig. 5

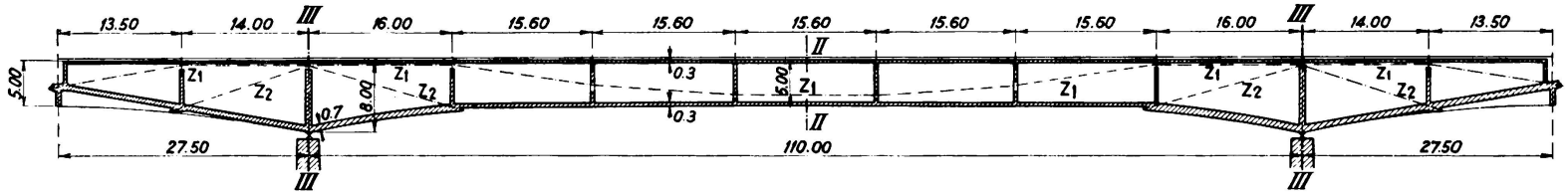


Fig. 6c III-III

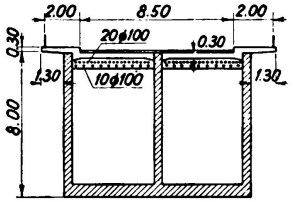


Fig. 6a I-I

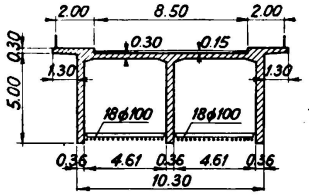


Fig. 6b II-II

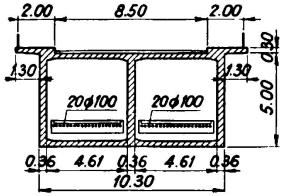


Fig. 10

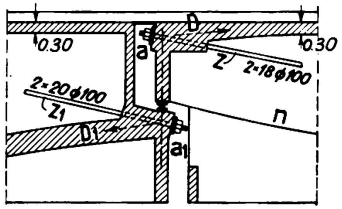


Fig. 2. Vorgespannte Gerberträger-Brücke.
Fig. 3. Die Darstellung der Eigengewichts- und Verkehrslast-Momente.
Fig. 4. Längenschnitt durch den Einhängeträger.
Fig. 5. Längenschnitt durch den Kragträger.

Fig. 6. 6a. Querschnitt I—I durch den Einhängeträger.
6b. Querschnitt II—II durch den Kragträger.
6c. Querschnitt III—III durch den Kragträger.
Fig. 7. Die Momente und Querkräfte für Eigengewicht nach der Vorspannung.
Fig. 10. Ausbildung des Gelenkpunktes.

Belastung ergebenden Eigengewichts- und Verkehrslastmomente sind in der Tabelle 1 zusammengestellt und in der Fig. 3 aufgetragen, und zwar auf der rechten Seite die Eigengewichtsmomente und auf der linken Seite die Verkehrslastmomente sowie die Größtmomente M_{max} und M_{min}.

Tabelle 1.	M_g	$+M_p$	$-M_p$	M_{max}	M_{min}	
Mitte Einhängeträger	+18200	+4080	—	+18280	+18200	tm
Mitte Kragträger . .	+ 9600	+9160	−8075	+18760	+ 1525	tm
Über der Stütze . .	−45200	—	−8075	−45200	−53275	tm

In der Fig. 4 und 5 ist der Einhänge- und der Kragträger mit den aus dem Betonquerschnitt herausgenommenen Zugankern, die zwischen den Stegen verlegt werden dargestellt. Die Fig. 6a bis 6c zeigen die Querschnittsausbildung in der Mitte des Einhängeträgers, in der Mitte des Kragträgers, in der Mitte der Stütze. Wir besprechen nun zunächst die Einwirkung der Vorspannung auf die Eigengewichtsbelastung.

a) *Die inneren Kräfte bei Eigengewichtsbelastung.*

Bei dem Einhängeträger besteht der Hängegurt aus 36 ∅ 100 mm = 2820 cm². Die Eisen des Hängegurtes sind an den Enden des Einhängeträgers (a) in der verstärkten Fahrbahnplatte verankert. Die Ordinaten des Hängegurtes wurden so bestimmt, daß das gesamte Eigengewicht durch ihn nach den Auflagern übertragen wird, und zu diesem Zweck ist der Eisenbetonbalken an den Knickpunkten des Hängegurtes auf diesen mittels Rollenlagern oder Pendeln längsverschieblich abgestützt. Infolgedessen trägt sich der Eisenbetonbalken für Eigengewicht nicht mehr auf 70 m frei durch, sondern nur noch auf die Entfernung zweier Querträger, die im Abstand von 14 m angeordnet sind, und zwar als durchlaufender Träger über fünf Felder. Damit vermindern sich die Eigengewichtsmomente auf ca. $^1/_{40}$ und die Querkräfte gehen ca. auf den fünften Teil zurück (siehe hierzu Fig. 7). Die Anspannung des Hängegurtes wird mittels hydraulischer Pressen vorgenommen. Diese können entweder an den Verankerungsstellen (a) angesetzt, um die Hängeeisen der Länge nach auszuziehen, wozu sie, wie schon erwähnt, gegenüber den Querträgern längsverschieblich gelagert sein müssen, oder die Pressen können auch an den Knickpunkten des Hängegurtes (b) angesetzt werden. In dem letzteren Fall erfolgt dann die Anspannung dadurch, daß diese Knickpunkte durch die Pressen nach unten gezogen werden, um ein Maß, das der sich dabei ergebenden Verlängerung der Zuganker entspricht. Die letztere Art der Anspannung kommt aus praktischen Gründen im wesentlichen nur für die Einhängeträger, d. h. für die frei aufliegenden Träger in Frage. Für die Kragträger ist dagegen das Ausziehen in der Längsrichtung wesentlich geeigneter. In der Fig. 8 sind die längsverschieblichen Auflagerpunkte des Hängewerkes gegenüber den Querträgern dargestellt, und zwar zeigt die Fig. 6a ein Rollenlager, die Fig. 8b ein Pendellager und die Fig. 8c ein Pendellager mit auswechselbarem und verlängerbarem Pendel für den Fall, daß die Anspannung nicht in Richtung der Zugeisen, sondern quer dazu durch Vergrößerung der Abstände von den Querträgern erfolgt. Das Herunterziehen der Knickpunkte der Hängeeisen erfolgt mittels der Anker (c) der Fig. 8c ebenfalls mittels hydrau-

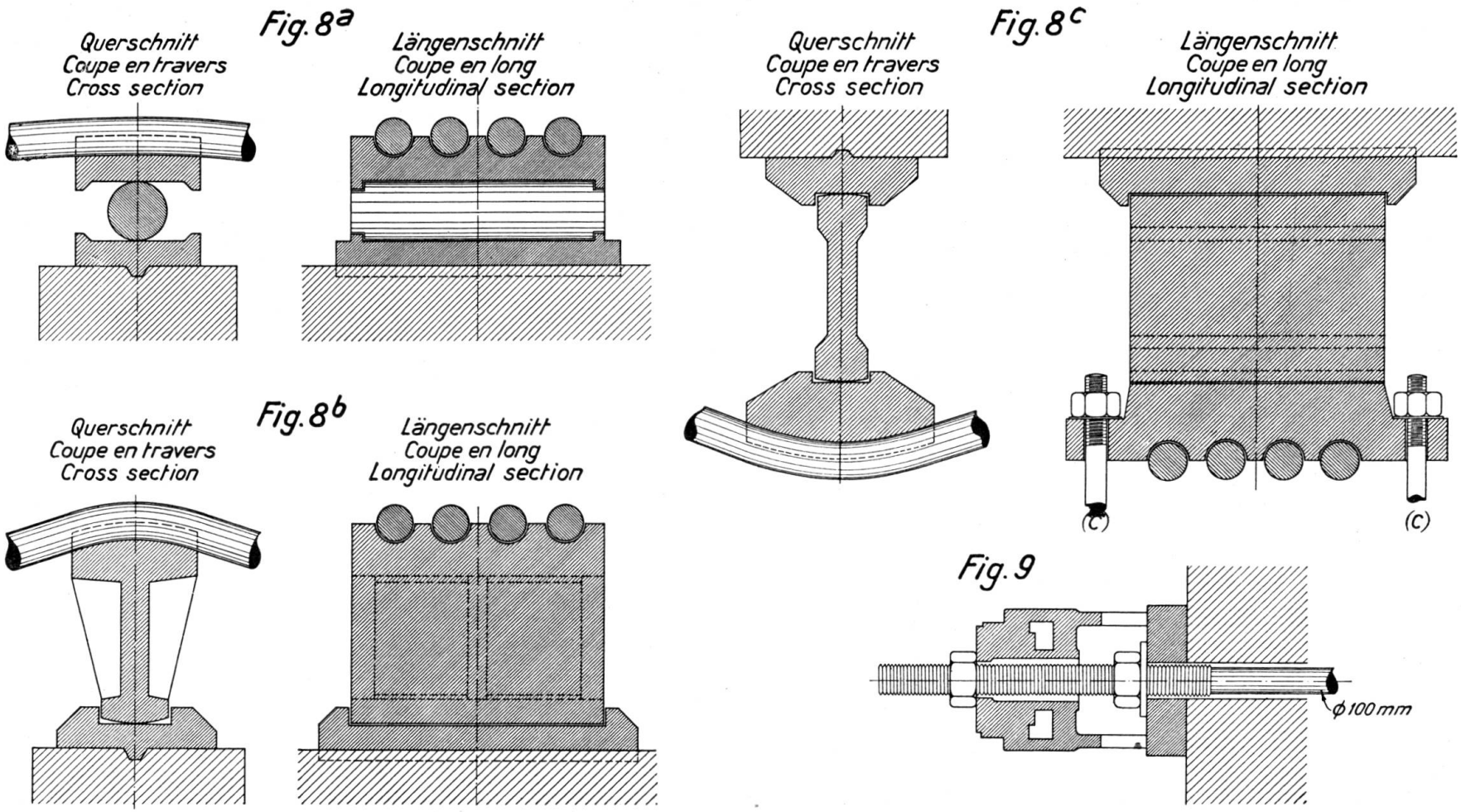


Fig. 8. 8a. Rollenlager für die Lagerung der Hängegurte.
8b. Pendellager für die Auflagerung der Hängegurte.
8c. Pendellager für die Hängegurte mit auswechselbarem Pendel.
Fig. 9. Die Ausspannvorrichtung.

lischen Pressen, wobei sich die Pressen mitttels behelfsmäßig angebrachter I-Träger auf den Eisenbetonbalken abstützen. In der Fig. 9 ist die Auszieh-vorrichtung für die runden Zuganker in Form einer hydraulischen Ringpresse dargestellt.

Zugleich mit dem Anspannen der Hängeeisen wird die Brücke ausgerüstet. Eigentlich ist der Vorgang umgekehrt, denn durch das Anspannen der Anker wird das Eigengewicht von dem Lehrgerüst auf das Hängewerk übertragen und dadurch wird das Lehrgerüst entlastet. Ein Abspindeln des Lehrgerüstes ist nur in dem Umfang notwendig, als es durch das Wachsen des Holzes bei seiner Entlastung bedingt ist. Um das Eigengewicht der Brücke durch den Hängegurt zu übernehmen, müssen die Anker auf 1900 kg/cm² angespannt werden, womit sich für den Eisenbetonbalken eine Druck-Vorspannung in Höhe von 5350 t ergibt. Da die Verankerung des Hängegurtes in der zu diesem Zweck verstärkten Fahrbahnplatte erfolgt, muß zwecks Vermeidung größerer Exzentrizität der Druckkraft die neutrale Achse sehr hoch liegen. Um dies zu erreichen, wird entsprechend der Fig. 4 der untere Teil der Mittelrippe abgeschnitten, und die unteren Teile der äußeren Stege werden an der statischen Mitwirkung durch Querfugen verhindert. Die Stegflächen unter der in Fig. 4 eingetragenen Linie (h) werden dadurch statisch ausgeschaltet. Aber selbst wenn man dies nicht durchführen sollte, würde dieser Teil der Stege nicht mitwirken, weil sich gemäß der strengen Theorie der Scheiben in der Nähe des Angriffspunktes der Druck-kraft das Geradliniengesetz nicht einstellen kann. Aber man schafft klarere statische Verhältnisse, wenn man durch Querfugen die Mitwirkung dieser unteren Stegteile ausschaltet. Der Einhängeträger erhält dadurch die statische Form eines Fischbauchträgers. Es wird damit erreicht, daß bei Eigengewichts-belastung der Balken nur durch zentrische Druckkräfte beansprucht wird. In der Fig. 4 ist die Lage der neutralen Achse (n) eingezeichnet. Wir ersehen daraus, daß die Abstände des Hängegurtes (Z) von der neutralen Achse proportional den Eigengewichtsmomenten sind, und infolgedessen ergeben sich, wie schon erwähnt, für den Balken nur zentrische Druckkräfte. Um für den Stützen-querschnitt mit seinen sehr großen negativen Eigengewichtsmomenten einen großen Hebelsarm der inneren Kräfte zu erhalten, wurde die Mitwirkung der Fahrbahnplatte durch Querfugen ausgeschaltet. Die Fahrbahnplatte wirkt also statisch nicht mit, in der Fig. 6 c wurde dies durch Nichtschraffieren dieser Querschnittsteile angedeutet.

In der Fig. 10 ist der Gelenkpunkt dargestellt. Durch den Hängegurt (Z) wird das Eigengewicht des Einhängeträgers nach den Auflagern des Kragträgers übertragen. Dieser Auflagerdruck zerlegt sich nun wiederum in eine Druck- und in eine Zugkraft. Die Druckkraft wird von der 60 cm starken Betondruckplatte des Kragträgers, die Zugkraft dagegen von dem Hängewerk (Z_1) übernommen. Der Hängegurt (Z_1) besteht aus 40 $\varnothing$ 100 mm = 3140 cm² und erstreckt sich auf die ganze Länge des Kragträgers von $110 + 2 \cdot 27{,}5 = 165$ m. Dieser Gurt ist aber für sich allein nicht kräftig genug, um an der Stütze das gesamte Eigengewichtsmoment in Höhe von 45 200 t/m zu übernehmen. Deshalb ist zur Verstärkung an den Stellen der größten negativen Momente auf eine Strecke von ca. 30 m noch ein Hilfsgurt (Z_2), bestehend aus 20 $\varnothing$ 100 mm = 1570 cm² eingefügt. Der Hauptgurt (Z_1) überträgt die Lasten nur bis zu den der Stütze

benachbarten Querträgern und diese geben die Lasten dann an den Hilfsgurt (Z_2) ab, durch den die Lasten dann nach dem Auflagerpunkt übertragen werden. Da der Hilfsgurt nur halb so stark ist als der Hauptgurt, ist seine Schräge größer gewählt, damit er in der Lage ist, die vertikalen Lasten des Gurtes (Z_1) zu übernehmen.

b) *Die inneren Kräfte bei Verkehrsbelastung.*

Da der vorgespannte von Biegungszugspannungen befreite Eisenbetonbalken bei Verkehrslast nur geringe Durchbiegungen aufweist, besitzt er eine viel größere Steifigkeit als das Hängewerk. Infolgedessen ergibt sich für den Einhängeträger im Gurt (Z) infolge der Verkehrslast nur ein Schub von 411 t. Von dem gesamten Verkehrslastmoment in Höhe von 4080 tm werden deshalb nur 1400 tm durch das aus dem Eisenbetonbalken und dem Zuggurt gebildeten Hängewerk und der übrige Teil von 2680 tm vom Balken allein getragen. Es entfallen also auf den Balken 65,5 % und auf das Hängewerk 34,5 %. Bei den Kragträgern ist der Anteil, der auf das Hängewerk entfällt, noch mehrfach geringer. Das hängt damit zusammen, daß das Hängewerk mehrfach die neutrale Achse schneidet und infolgedessen von den Durchbiegungen des Balkens in geringerem Maße beeinflußt wird. Aus diesen Darlegungen erkennen wir, daß die Verkehrslasten im wesentlichen von dem vorgespannten Balken übertragen werden müssen. Hierzu ist der Eisenbetonbalken sehr gut geeignet, weil er infolge der großen Druckvorspannungen in der Lage ist, die Verkehrslastmomente unter Vermeidung von Biegezugspannungen nur durch eine Umlagerung der Druckvorspannungen zu übernehmen. Da bei dem Kragträger in der Feldmitte die positiven und negativen Momente annähernd gleich groß sind, mußte hier auch eine untere Druckplatte vorgesehen werden in gleicher Stärke wie die Fahrbahnplatte. Durch die Vorspannung mittels Hängewerken ist damit das Problem der Eisenbetonbalkenbrücke ohne Biegezugspannungen gelöst.

c) *Die Temperaturwirkungen.*

Durch den Einfluß der verschiedenartigen Temperaturänderungen von Eisenbetonbalken und Hängegurt ergeben sich aus der relativen Verlängerung oder Verkürzung des Hängegurtes gegenüber dem Balken zusätzliche Biegungsmomente. Da die Gurte im Innern der Balken liegen, sind diese Temperaturdifferenzen sehr gering. Gemäß den deutschen Bestimmungen wurde eine Temperaturdifferenz von $\pm 5^0$ berücksichtigt. Die sich daraus ergebenden Einflüsse auf die Beton- und Eisenspannungen sind in der nachfolgenden Tabelle 2 angegeben.

d) *Dic Einflüsse von Kriechen und Schwinden.*

Durch die Vorspannung der Hängegurte zur Aufnahme der Eigengewichtslasten werden in den Eisenbetonbalken Druckvorspannungen bis über 50 kg/cm² erzeugt. Unter dem Einfluß dieser Druckspannungen ergibt sich eine elastische Verkürzung des Betons, die auf die Vorspannung jedoch ohne Einfluß ist, weil wir sie bei der Anspannung durch eine entsprechende Verkürzung der Zuganker berücksichtigen können. Dagegen erfordern die Verkürzungen des Eisenbetonbalkens infolge Schwinden und Kriechen besondere Maßnahmen, weil diese Ein-

flüsse erst nach dem Ausrüsten, d. h. nach dem Anspannen der Anker sich zeigen, und damit einen wesentlichen Spannungsabfall in den vorgespannten Eisen bedingen. Diese Verkürzungen des Betons erstrecken sich auf einen verhältnismäßig langen Zeitraum, insbesondere, wenn es sich um magere Mischungen, um solche mit niederem Feinheitsmodul handelt. Die Kriechmaße sind auch stark von dem Alter des Betons bei der Übernahme der Spannungen durch die Ausrüstung und von der relativen Luftfeuchtigkeit abhängig. Dieser Spannungsabfall bewirkt eine teilweise Umlagerung der Eigengewichtslasten von dem Hängewerk zu dem Eisenbetonbalken. Diese schädliche Wirkung wird man selbstverständlich dadurch vermindern, indem man dafür sorgt, daß das Kriechmaß des Betons möglich gering wird. Man erreicht dies durch fette Mischungen, durch eine gute Kornzusammensetzung, eine möglichst lange Erhärtungszeit vor dem Ausrüsten, durch Verwendung hochwertiger Zemente und durch eine intensive sich auf eine lange Zeit erstreckende Berieselung des Betons (vgl. hierzu auch die Vorschläge von *Freyssinet* unter 2.

Trotz dieser Maßnahmen wird aber immer ein für den Spannungsabfall der Hängegurte sehr wesentliches Maß von Schwinden und Kriechen übrig bleiben. Z. B. ergibt sich bei einem Kriech- und Schwindmaß von 40 10^{-5} nach dem Ausrüsten ein Spannungsabfall in den Zuganker der Einhängeträger von 430 kg/cm² und in denen der Kragträger von ca. 700 kg/cm². Bei einer Vorspannung der Hängegurte von 2000 kg/cm² würde dies bedeuten, daß ein Drittel bis ein Fünftel der gesamten Eigengewichtslasten von den Hängegurten an den Eisenbetonbalken abgegeben würde. Man könnte nun erwägen, die Vorspannung bei der Ausrüstung entsprechend höher zu wählen. Damit würde man aber in den Eisenbetonbalken entgegengesetzte Momente erzeugen. Diese Maßnahmen führen also nicht zum Ziel. Selbst wenn der Eisenbetonbalken diesen Beanspruchungen gewachsen wäre, würden sich infolge dieser wesentlichen Momente plastische Verbiegungen des Trägers ergeben. Der richtige Weg ist der, daß die Anspannvorrichtungen so ausgebildet werden, daß entsprechend der eingetretenen Verkürzung des Balkens durch Schwinden und Kriechen die Anspannvorrichtungen wieder neu in Tätigkeit gesetzt werden, zu dem Zweck den eingetretenen Spannungsabfall wieder zu beseitigen und damit die Vorspannung wieder auf die rechnungsmäßige Höhe zu bringen. Die Messung der Vorspannkräfte kann hierbei auf verschiedene Art erfolgen. Wir können die Kräfte messen

1. durch geeichte hydraulische Pressen,
2. durch Tensometer, die an den Spannankern direkt angebracht werden,
3. durch Messung des Durchhanges, der zwischen den Knickpunkten freitragenden Hängegurte.

Da wir bei dem obigen Projekt durch die Form des Hängegurtes und die Querschnittsgestaltung dafür gesorgt haben, daß bei Eigengewichtsbelastung in dem Balken nur zentrische Druckkräfte auftreten, so daß nach dem Ausrüsten der Eisenbetonbalken keine Durchbiegung aufweist, steht uns noch ein vierter Weg zur Verfügung die Spannkräfte in den Hängegurten zu regeln.

4. Sobald der Eisenbetonbalken infolge Schwinden und Kriechen eine Durchbiegung z. B. von 1 cm aufweist, ist dies das Zeichen eines gewissen Spannungsabfalles, der mit Biegungsmomenten im Balken verbunden ist. Wir beseitigen diese Durchbiegungen indem wir die hydraulischen Pressen

wieder in Tätigkeit setzen; wir heben jetzt aber den Balken nicht nur bis zur Nullinie, sondern darüber hinaus, bis er eine negative Durchbiegung von 1 cm zeigt. Mit der Zeit wird sich der Balken durch Kriechen und Schwinden wieder durchsenken, wir wiederholen die Nachspannung in immer größer werdenden Zeitspannen so lange bis das gesamte Kriechen und Schwinden beseitigt ist. Durch die ständige Schwankung der Durchbiegung um die Nullinie wird erreicht, daß der Eisenbetonbalken nur eine plastische Verkürzung aber keine plastische Verbiegung aufweisen wird, so daß wir aus der Durchbiegung des Eisenbetonbalkens selbst immer auf die Größe der Kräfte in den Hängegurten schließen können. Bei der Nullpunktslage entspricht demnach die tatsächliche Eisenspannung der rechnungsmäßigen.

Bei dem Kragträger können auch nach der Inbetriebnahme der Brücke die hydraulischen Pressen an den Anspannpunkten (a_1) verbleiben, so daß der Spannungsabfall jederzeit entsprechend dem eingetretenen Kriech- und Schwindmaß beseitigt werden kann. Bei den Einhängeträgern dagegen liegen die Anspannpunkte (a) zu hoch, deshalb muß in diesem Fall das Anspannen und das Nachspannen an den Knickpunkten des Hängegurtes (b) durch Vergrößerung der Abstände gegenüber den Querträgern erfolgen, und zwar durch Verlängern der auswechselbaren Pendel der Fig. 8c. Bei dem nachstehenden Beispiel 2 eines durchlaufenden Balkens wird für die Nachspannung noch ein anderer Weg gezeigt, der es gestattet, das Nachspannen auch durch Längsausziehen ohne jede Verkehrsbehinderung durchzuführen. In der nachfolgenden Tabelle 2 sind für die Querschnitte I, II, III, an denen die größten Biegungsmomente auftreten, die sich ergebenden Betonspannungen zusammengestellt.

Tabelle 2.

	Querschnitt I		Querschnitt II		Querschnitt III	
	σ_o	σ_u	σ_o	σ_u	σ_o	σ_u
Eigengewicht	— 51,3	— 51,0	— 46,7	— 46,7	— 53,5	— 53,5
Verkehr + M_p	— 19,0	+ 26,7	— 42,3	+ 43,6	— 2,4	+ 0,3
— M_p	—	—	+ 37,2	— 39,8	+ 36,4	— 16,3
Temperatur	± 1,3	± 7,4	± 0,1	± 3,6	± 10,1	± 1,6
σ_{max} bei einfacher . . .	— 50,0	— 16,9	— 9,4	+ 0,5	— 7,0	— 51,6
σ_{min} Verkehrslast . . .	— 71,6	— 58,4	— 89,1	— 90,1	— 66,0	— 71,4
σ_{max} bei doppelter . . .	— 50,0	+ 9,8	+ 27,8	+ 44,1	+ 29,4	— 51,3
σ_{min} Verkehrslast . . .	— 90,6	— 58,4	— 131,4	— 129,9	— 68,4	— 88,7

Bei einfacher Verkehrslast ergeben sich, abgesehen von dem unwesentlichen Wert von +0,5 kg/cm² bei Querschnitt II, keine Betonzugspannungen. Erst bei zweifacher Verkehrslast treten in den Eisenbetonbalken solche Biegungszugspannungen auf, daß Haarrisse in Frage kommen. Die Bewehrung der eigentlichen Eisenbetonquerschnitte ist so bemessen, daß die eingelegten Eisen die sich aus der doppelten Verkehrslast ergebenden Zugkräfte aufnehmen können. Damit

ist aber die Tragfähigkeit der Eisenbetonkonstruktion noch lange nicht erschöpft. Denn mit dem Auftreten der Haarrisse ergibt sich eine wesentliche Verminderung der Trägheitsmomente und des Elastizitätsmodul des Eisenbetons, und infolgedessen werden nun auch die Verkehrslasten in immer höherem Maße von der Hängewerkskonstruktion übernommen, während der Eisenbetonbalken entlastet wird. Der Bruch wird dann eintreten, wenn sowohl die Eisen des Hängewerkes in gleicher Weise wie die Bewehrungseisen des Balkens die Streckgrenze bzw. die Bruchgrenze erreicht haben. Wenn man von der Streckgrenze ausgeht, dann zeigt die Rechnung, daß der Einhängeträger bei der achtfachen, der Kragträger dagegen bei der fünffachen Verkehrsbelastung zu Bruch geht. Die Sicherheit der vorgespannten Brücken ist also sehr groß, und zwar:

a) weil die Zuganker nur mit 2100 kg ausgenutzt werden, einschließlich der Zusatzkräfte wären aber 2400 kg zulässig. Die Zusatzkräfte aus Wind und Bremskraft werden jedoch bei ganz niedrigen Spannungen von den Eisenbetonquerschnitten aufgenommen.
b) Trotzdem bei einfacher Verkehrslast keine Biegungszugspannungen auftreten, sind zur Sicherheit trotzdem kräftige Bewehrungseisen in den Balken vorgesehen, durch welche die Bruchsicherheit erhöht wird.
c) Das Eigengewicht dieser massiven Brücken ist wesentlich höher als das der eisernen Brücken und infolgedessen sind sie gegenüber einer Steigerung der Verkehrslasten viel weniger empfindlich.

Von Interesse dürften noch die Durchbiegungen sein, die sich bei diesen sehr schlanken Brücken aus Verkehrsbelastung ergeben. Für den Einhängeträger mit der Spannweite $1 = 70$ m errechnen sich diese zu $^1/_{3160}$. Für den wesentlich schlankeren Kragträger mit der Spannweite $1 = 110$ m dagegen zu $^1/_{1100}$ und für das 125 m weitgespannte Mittelfeld zu $^1/_{1000}$.

Es wäre wirtschaftlicher und vor allem statisch günstiger gewesen, wenn das Schlankheitsverhältnis des auf 110 m freitragenden Kragträgers etwas geringer mit ca. $^1/_{20}$ angenommen hätte, was einer Trägerhöhe von 5,5 m entsprochen hätte. Damit wäre die Durchbiegung des Kragträgers und des 125 m weitgespannten Mittelfeldes auf ca. $^1/_{1500}$ zurückgegangen. Zugleich hätten sich aber für den maßgebenden Querschnitt der Tabelle 2 wesentlich geringere Schwankungen in den Spannungen aus Verkehrslast ergeben, so daß auch bei doppelter Verkehrslast noch hinreichende Sicherheit gegenüber diesen Haarrissen vorhanden wäre.

Der Schutz der Zuganker gegenüber Rosten wird am einfachsten durch einen Anstrich mit Asphalt und Umwickeln der Eisen mit Jute erreicht. Man kann aber auch die Zugeisen in Form einer Platte einbetonieren, die nur an den Verankerungsstellen mit der übrigen Eisenbetonkonstruktion fest verbunden ist und sich im übrigen wie vorher als Hängegurt zwischen den einzelnen Knickpunkten freiträgt. Das Einbetonieren nimmt man am besten nach vorhergehender Belastung der Brücke vor, um zu verhindern, daß in der Eisenbetonplatte infolge Schwindens Zugspannungen auftreten. Wenn das ganze Kriechen und Schwinden erledigt ist, kann man die Zuganker auch so einbetonieren, daß die neue Eisenbetonplatte in feste Verbindung mit den Stegen gebracht wird. Damit ergibt sich dann eine einheitliche monolytische Eisenbetonkonstruktion, die gegenüber den Verkehrslasten eine von der Hängewerkskonstruktion ab-

weichende Wirkungsweise zeigt, die bei der Berechnung berücksichtigt werden muß.

2. *Durchlaufende Balkenbrücken mit den Spannweiten 100—150—100.*

Für die Durchrechnung wählen wir den gleichen Brückenquerschnitt wie bei dem Beispiel 1 und für das Mittelfeld von 150 m Spannweite auch die gleiche Trägerhöhe mit 5,0 m. Für die Endfelder mit 100 m Spannweite, die sehr ungünstig beansprucht sind, wird dagegen eine Trägerhöhe von 6,25 m vorausgesetzt. Durch das wesentlich größere Trägheitsmoment der Endöffnungen ergibt sich eine starke Entlastung des Mittelfeldes. Die sich für den gewöhnlichen durchlaufenden Träger ergebenden Eigengewichts- und Verkehrslastmomente sind in der Fig. 12 wiedergegeben. Zu den äußerlich statisch unbestimmten Einspannmomenten des durchlaufenden Trägers treten jetzt noch die innerlichen statisch unbestimmten Kräfte der Hängegurte hinzu. Um die Rechnung einerseits nicht zu verwickelt zu gestalten, andererseits um klare statische Wirkungen zu erreichen, müssen wir mit einer möglichst geringen Anzahl von Hängewerken auskommen. Aus diesen und auch aus anderen Überlegungen ergibt sich die Notwendigkeit eines sich auf die ganze Trägerlänge erstreckenden Hängewerkes, das an den Enden des Balkens verankert und so geformt ist, daß es in der Lage ist, die gesamten Eigengewichtslasten nach den Stützen zu übertragen. In gleicher Weise wie bei dem ersten Beispiel muß das Hängewerk auf der ganzen Balkenlänge gegenüber den Querträgern längsverschieblich mittels Rollen oder Pendeln gelagert sein und seine Form muß so bestimmt werden, daß seine Abstände von der Nullinie des Balkens proportional den Eigengewichtsmomenten sind.

Infolge des großen Unterschiedes zwischen den Eigengewichtsmomenten an den Stützen und denen des Feldes würden sich damit für die Stützquerschnitte mehrfach größere Trägerhöhen ergeben (s. Fig. 13a). Deshalb muß man aus praktischen Gründen von diesem Prinzip des einfachen sich auf die ganze Länge des Balkens erstreckenden Hängewerkes abgehen und auf den Strecken der größten negativen Momente gemäß Fig. 13b noch Hilfsgurte (Z_2) anbringen, deren Stärke so zu bestimmen ist, daß $M_g = Z_1 f_1 + Z_2 f_2$, um zu erreichen, daß wiederum die gesamten Eigengewichtslasten von dem Hängegurt getragen werden. Wie die Fig. 13 zeigt, liegt bei dieser Art der Vorspannung eine Kombination von Hänge- und Sprengwerken vor, denn es ist nicht nur der Hängegurt gebogen, sondern es ist auch der als Druckglied wirkende Balken bezüglich seiner neutralen Achse gekrümmt. Durch die Vorspannung nach Fig. 13a und 13b haben wir nun erreicht, daß in dem durchlaufenden Balken bei Eigengewicht, abgesehen von den geringen Biegungsmomenten für die Abtragung der Lasten von Querträger zu Querträger nur zentrische Druckkräfte auftreten. In dieser Weise ist die Konstruktion der durchlaufenden Brücke und die Form des Hängewerkes nach Fig. 14 durchgeführt worden. Die Brückenquerschnitte in den Feldmitten sind in den Fig. 15a und 15c und der Stützquerschnitt in der Fig. 15b dargestellt.

Da das Hängewerk Z_1 sich auf die ganze Länge des Balkens erstreckt, ergeben sich damit sehr lange Rundeisen, die zwar durch Schweißen an Ort und Stelle ohne weiteres herzustellen sind, aber wegen ihres hohen Gewichtes sehr schwer zu verlegen sind. Es empfiehlt sich deshalb, diese langen Rundeisen nach Fig. 16 an einem oder an mehreren Stahlpendeln zu stoßen. Durch diese Art des Stoßes

Fig 11

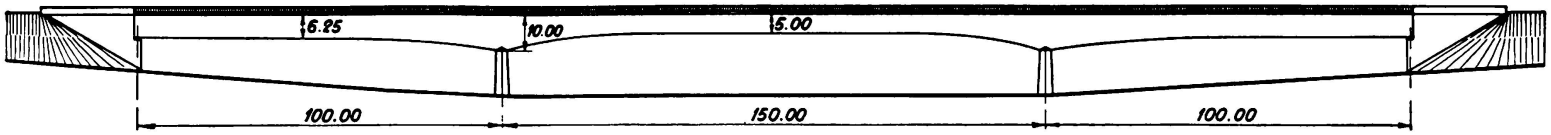


Fig. 14

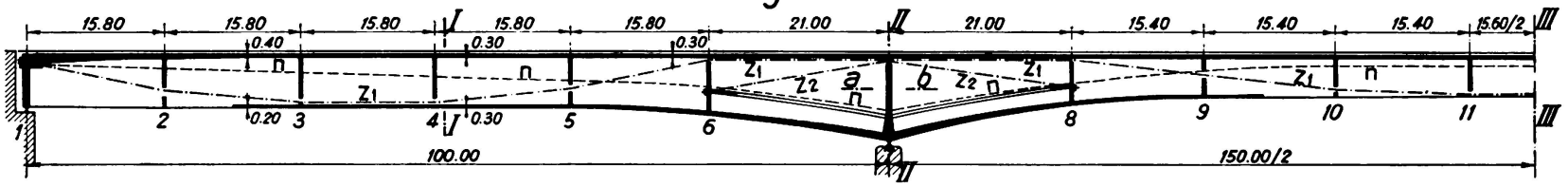


Fig. 15a I-I

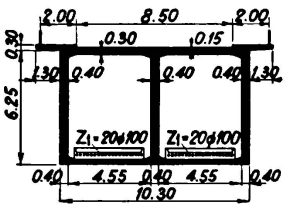


Fig. 15b II-II

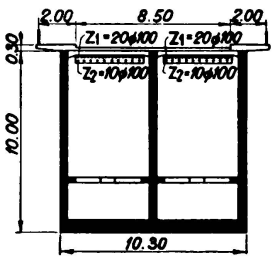


Fig. 15c III-III

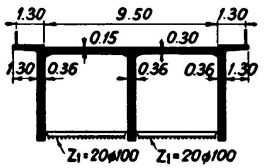


Fig. 16

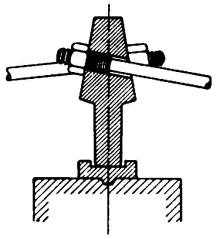


Fig. 12a

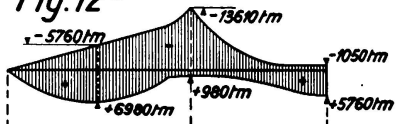


Fig. 12b

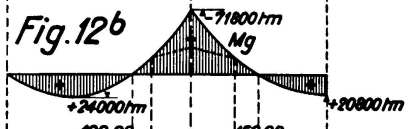


Fig. 13a

Fig. 13b

Fig. 18

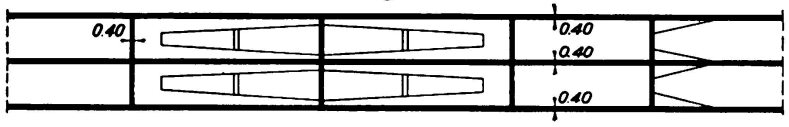


Fig. 17

Fig. 11. Vorgespannte durchlaufende Balkenbrücke.
Fig. 12. 12a. Die Verkehrslastmomente.
12b. Die Eigengewichtsmomente.
Fig. 14. Längenschnitt.
Fig. 15. 15a. Querschnitt I—I.
15b. Querschnitt II—II über der Stütze.
15c. Querschnitt III—III.
Fig. 17. Die Ausbildung der Fahrbahnplatte im Bereich der negativen Eigengewichtsmomente.
Fig. 18. Zwischenplatte zur Verankerung des Hilfsgurtes Z_2 (Schnitt a—b).

werden die Kräfte in den Gurten nicht beeinflußt. Da die Stöße im Innern des Eisenbetonbalkens liegen können die hydraulischen Pressen so lange an Ort und Stelle verbleiben, bis das gesamte Kriechen und Schwinden und damit die letzte Nachspannung durchgeführt ist. Auch für den Fall der durchlaufenden Brücke ist der Einfluß der Verkehrslast auf die Spannungen des durchgehenden Hängegurtes sehr gering, weil dieser Hängegurt mehrfach die neutrale Achse schneidet. Das gleiche gilt aber auch für den Hilfsgurt (Z_2), weil sich durch die Verkehrslast in dem Eisenbetonbalken auf die kurze Strecke dieser Gurte kaum Verbiegungen ergeben, insbesondere mit Rücksicht auf die sehr starken Vouten. Für den Hängegurt (Z_1) sind 40 ⌀ 100 mm und für die Hilfsgurte 20 ⌀ 100 mm notwendig. Trotz der wesentlich größeren Spannweiten des zweiten Beispieles konnte man also mit den gleichen Eisenquerschnitten durchkommen. Das rührt von dem günstigen Einfluß der Kontinuität her. Um im Bereich der negativen Momente eine tiefe Lage der neutralen Achse und damit günstige Hebelsarme für die Hängegurte zu erhalten, insbesondere an den Stützquerschnitten, mußte ebenso wie bei dem ersten Beispiel die Mitwirkung der Fahrbahnplatte durch Querfugen und zwar in dem Bereich vom Querträger 6 bis zum Querträger 10 ausgeschaltet werden. Die Fahrbahnplatte wird auf dieser Strecke gemäß Fig. 17 durchgebildet. Der Übergang bis zur vollständigen Ausschaltung der Fahrbahnplatte muß natürlich allmählich vor sich gehen. Man kann dies in sehr einfacher Weise durch ein Abstufen der Querfugen der Breite nach erreichen.

Im Gegensatz zu dem Gerberträger wurde bei dem durchlaufenden Träger der Hilfsgurt (Z_2) nicht in der unteren Druckplatte, sondern in der Nähe der neutralen Achse an einer Zwischenplatte verankert (s. Fig. 18), wodurch jegliche Nebenspannungen infolge exzentrischen Kraftangriffes ausgeschaltet wurden. Diese Lösung hat auch den Vorteil, daß die hohen Stege am Stützquerschnitt eine Zwischenhaltung haben. Nach der Stütze hin wird die Kraft dieser Platte allmählich in die Stege übergeleitet und deshalb kann die Platte nach den Stützen hin entsprechend der Fig. 18 schmäler gehalten werden. Die Größtspannungen in den beiden Hängegurten betragen wiederum ca. 2100 kg/cm². Die sich ergebenden Betonspannungen der maßgebenden Querschnitte 4, 7 und 12 sind in der Tabelle 3 zusammengestellt.

Tabelle 3.

	Querschnitt 4		Querschnitt 7		Querschnitt 12	
	σ_o	σ_u	σ_o	σ_u	σ_o	σ_u
Eigengewicht	− 43,5	− 43,5	− 62,0	− 62,0	− 57,0	− 57,0
Verkehr $+M_p$	− 22,9	+ 23,4	+ 28,5	− 18,0	− 27,5	+ 47,5
$-M_p$	+ 19,9	− 24,5	− 5,2	+ 3,9	+ 6,7	− 14,8
Temperatur	± 0,7	± 4,0	± 4,3	± 1,7	± 2,1	± 10,1
σ_{max}	− 22,9	− 16,9	− 29,2	− 56,4	− 48,5	+ 0,6
σ_{min}	− 67,1	− 72,0	− 71,5	− 81,7	− 86,0	− 81,9

Die Spannungsverteilung dieser vorgespannten Brücken ist, wie aus den Tabellen 2 und 3 zu ersehen, die gleiche wie wir sie von den Bogenbrücken her

kennen. Dort werden die Druckspannungen aus der Gewölbekraft durch die Biegungskräfte aus Verkehr, Temperatur und Schwinden überlagert. Bei den vorgespannten Balkenbrücken wird die anstelle der Gewölbekraft tretende Druckkraft künstlich durch hydraulische Pressen mittels der Hängewerke geschaffen. Der einzige Unterschied zwischen den beiden Systemen besteht darin, daß die vorgespannten Balkenbrücken eine größere Sicherheit gegenüber einer Steigerung der Verkehrslasten besitzen. Gewölbe mit hohem Pfeil besitzen gegenüber einer Steigerung der Verkehrslast eine Sicherheit von ungefähr $n = 2{,}5$. Bei den flachen Brücken liegen diese Werte zwischen $n = 3$ bei Massivgewölben und $n = 6$ bei stark bewehrten Hohlbögen. Bei den vorgespannten Brücken ist diese Sicherheit größer, weil der Hängegurt dem auf Biegung beanspruchten Balken umsomehr zu Hilfe kommt, je mehr wir uns dem Bruchzustand nähern. Dies gilt auch für die Querschnitte mit wechselnden Verkehrslastmomenten, bei denen z. B. bei den negativen Verkehrslastmomenten der Hängegurt auf der entgegengesetzten Seite der neutralen Achse liegt, denn im Bruchzustand wird die neutrale Achse sehr stark nach dem Rande hin verlagert, so daß der Hängegurt seinen Hebelsarm gegenüber der neutralen Achse verliert und damit die bei der n-fachen Verkehrslast auftretenden negativen Momente durch die Eigengewichtsmomente aufgehoben werden, weil diese jetzt nicht mehr von dem Hängegurt übernommen werden.

Vergleicht man das System der vorgespannten Balkenbrücken mit den im Anfang besprochenen Gewölben, dann ergibt sich eine überraschende Ähnlichkeit in der Wirkungsweise. Bei den Bogenbrücken wird durch die Vorspannung erreicht, daß bei Eigengewichtsbelastung keine Biegungsmomente auftreten und zwar ist dies eine Folge davon, daß wir durch das Verkürzen des Zugbandes und der Hängestangen erreicht haben, daß nach der Ausrüstung das durch sein Eigengewicht belastete System dem ursprünglichen geometrisch ähnlich ist. Es ist nur etwas kleiner entsprechend der Verkürzung durch die Druckspannungen. Genau das Gleiche haben wir in vorhergehenden Abschnitten auch bei den Balkenbrücken erreicht. Bei Eigengewichtsbelastung ergaben sich keine Verbiegungen des Balkens, auch nach der Ausrüstung ändert der Balken seine Form nicht, weil er nur durch zentrische Druckkräfte belastet wird, ebenso wie bei der Bogenbrücke. Es ist nur eine Verkürzung der Achslinie des Balkens infolge seiner zentrischen Druckkräfte und des Schwindens und Kriechens eingetreten.

Damit haben wir nun das Grundprinzip gefunden, das für die hydraulische Vorspannung von Eisenbeton-Tragsystemen maßgebend ist, wir wollen nun im folgenden Abschnitt die Anwendung dieses Prinzips auch für andere Brückensysteme bezeichnen. Da mir im Rahmen dieses Referates nicht der genügende Raum zur Verfügung steht, muß ich mich allerdings sehr kurz fassen und eine ausführlichere Darstellung an anderer Stelle bringen.

Zum Abschluß seien noch die ungefähren Maße der beiden besprochenen Entwürfe angegeben. Für den Einhängeträger der Gerberbrücke sind ca. $0{,}9\,m^3/m^2$ notwendig. Für die gesamte Gerberbrücke im Durchschnitt $1{,}23\,m^3/m^2$ und $370\,kg/m^2$ Rundeisen. Für die durchlaufende Brücke mit 150 m Spannweite sind die gleichen Betonmengen, dagegen aber $400\,kg/m^2$ Rundeisen notwendig. Für die von Prof. *Mörsch* durchgearbeitete Drei-Rosen-Brücke Basel mit den Spann-

weiten 56—106—56 waren benötigt 1,63 m^3/m^2 Beton und 350 kg/m^2 Rundeisen.[4]

III. Vorgespannte Hänge- und Stabbogenbrücken.

Wir besprechen zunächst die Hängebrücken mit aufgehobenem Horizontalschub. Anstatt aus Stahl wollen wir den auf Druck beanspruchten Versteifungsträger aus Eisenbeton ausführen und sehen welche Vorteile und Nachteile ein derartiges gemischtes Tragsystem besitzt. Die Durchbiegungen der Hängebrücken sind bekanntlich sehr groß. Die größte Durchbiegung hängt ab von dem Verhältnis der Seilspannung aus Verkehrslast zum Elastizitätsmodul des Seiles. Mit dem zunehmenden Eigengewicht des Versteifungsträgers muß das Seil stärker ausgebildet werden und damit wird die Seilspannung aus Verkehrslast und damit die Durchbiegung der Brücke geringer. Bei einer Ausführung des Versteifungsträgers in Eisenbeton muß man mit dem doppelten Eigengewicht der Brücke rechnen und infolgedessen werden die Durchbiegungen aus Verkehrslast ungefähr auf die Hälfte zurückgehen. Die Steifigkeit ist naturgemäß nicht allein maßgebend, von wesentlich größerer Bedeutung ist die Wirtschaftlichkeit. Die Kosten für das Seil werden auf das Doppelte steigen. Dieser Kostenvermehrung stehen aber die Ersparnisse gegenüber, die sich aus der Verwendung des billigeren Eisenbetons für die Versteifungsträger und die Fahrbahndecke ergeben. Bei Spannweiten bis zu ca. 200 m scheint mir die Wirtschaftlichkeit derartiger Brücken in gemischter Bauweise gegeben zu sein. Bei Brücken wie Köln-Mülheim mit 315 m Spannweite könnte die gemischte Bauweise nur in Frage gezogen werden bei zulässigen Betonspannungen bei 130 bis 140 kg/cm^2. Bei den heute mit hochwertigen Zementen erreichbaren Festigkeiten von ca. 600 kg/cm^2 bestehen hierin keine Bedenken. Infolge der großen Trägheitsmomente von Eisenbetonhohlkasten kann man mit sehr geringen Höhen der Versteifungsträger auskommen. In der Fig. 19 und 20 ist eine derartige Hängebrücke mit den Spannweiten 60—200—60 dargestellt. Der Versteifungsträger hat in der Mittelöffnung nur eine Höhe von 3 m, also $^1/_{67}$ der Spannweite. Bei Köln-Mülheim beträgt die Höhe des Versteifungsträgers 6,0 m, also $^1/_{52{,}5}$ der Spannweite. Trotz des wesentlich schlankeren Versteifungsträgers ergibt sich für die Hängebrücke der Fig. 19 aus Verkehrslast nur eine Durchbiegung von $^1/_{725}$ während bei der Köln-Mülheimer Brücke dieser Wert $^1/_{400}$ beträgt. Dabei ist noch zu berücksichtigen, daß bei Köln-Mühlheim der Versteifungsträger als Gerberträger mit zwei Gelenken ausgebildet ist und sich demnach an der Übertragung der Verkehrslasten nach den Auflagern beteiligt. Bei der Hängebrücke der Fig. 19 dagegen sind im Mittelfeld drei Gelenke angeordnet, so daß die gesamte Verkehrslast dieses Feldes von dem Hängeseil allein getragen werden muß. In den Endfeldern beträgt die Höhe der Versteifungsträger 4,0 m, weil nach Fig. 21 hier größere Biegungsmomente auftreten. Die Querschnittsausbildung ist in der Fig. 20 dargestellt. Das Eigengewicht der Brücke beträgt im Mittelfeld 52,5 t/m, in den Endfeldern 63,5 t/m, einschließlich des Seiles aus hochwertigem Stahl. Für die Verkehrslast wurden 8,5 t/m in Rechnung gestellt. Bei einem Pfeilverhältnis des Hängeseiles in der Mittelöffnung ergab sich der Horizontalschub aus Eigengewicht zu 11 800 t und

[4] Die erste nach diesem System ausgeführte vorgespannte Brücke befindet sich zur Zeit im Bau.

Fig. 19

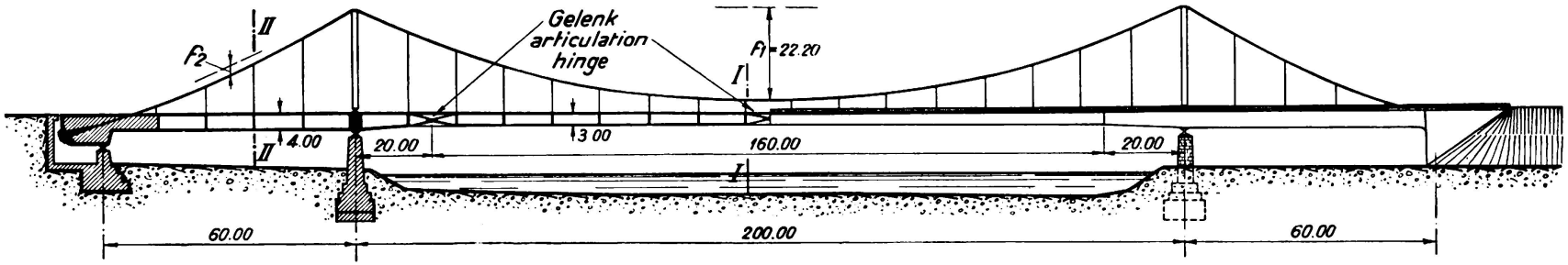


Fig. 20

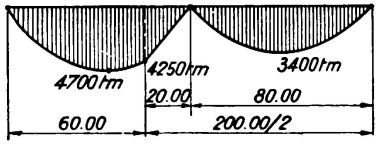


Fig. 21 a

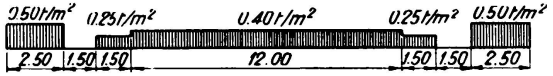


Fig. 21 b I-I

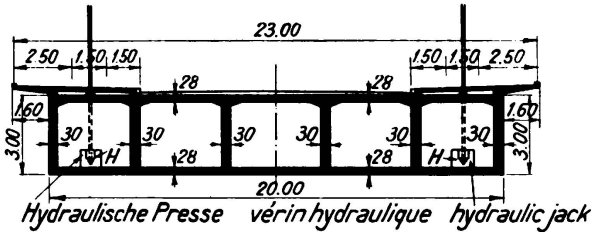


Fig. 21 c II-II

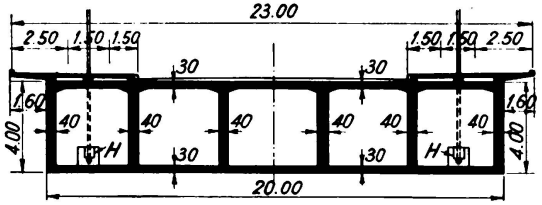


Fig. 22

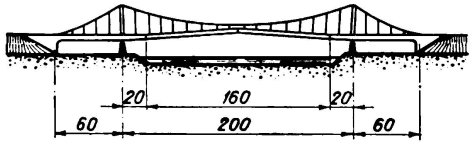


Fig. 23a

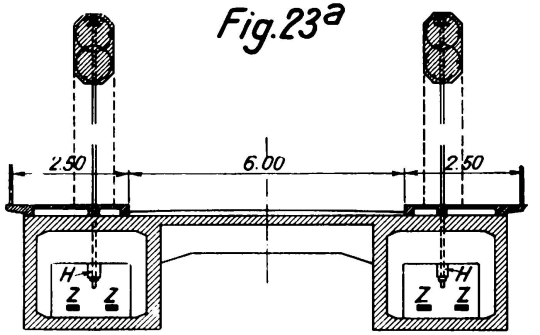


Fig. 23b

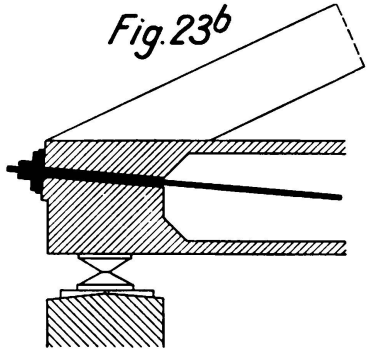


Fig. 19. Längsschnitt und Querschnitt.
Fig. 20. Der Verlauf der Verkehrslastmomente.
Fig. 21. Querschnitte, Darstellung der Verkehrsbelastungen.
Fig. 22. Montagevorgang.
Fig. 23. Vorgespannte Stabbogenbrücke.

aus Verkehrslast zu 1900 t. Von der zugelassenen Seilspannung in Höhe von $\sigma_e = 5000$ kg/cm² entfallen auf das Eigengewicht demnach 4310 kg/cm² und auf die Verkehrslast der geringe Wert von 690 kg/cm². Mit dieser geringen Spannung aus Verkehrslast hängt die geringe oben angegebene Durchbiegung zusammen. Die Betonspannungen im Versteifungsträger sind nachstehend zusammengestellt.

	für das Mittelfeld	für die Endfelder
Aus Eigengewicht	— 67,3	— 64,0
aus Verkehr	— 24,5	— 24,9
σ min	— 91,8	— 88,9

Da die Spannungen aus Verkehrslast sehr gering sind im Verhältnis zu den Druckvorspannungen aus Eigengewicht sind Haarrisse im Versteifungsträger erst bei mehrfacher Verkehrslast zu erwarten.

Der Einfluß der Verlängerung des Seiles und der Zusammendrückung des Betons, sowie den geschätzten Einfluß des Kriechens und des Schwindens auf die Durchbiegung beseitigt man am besten gemäß Fig. 22 dadurch, daß die Einhängeträger des Mittelfeldes in der im Stahlbau üblichen Weise überhöht hergestellt werden. Das gleiche gilt auch für die Seilmontage. Der Einfluß des Kriechens und des Schwindens ist jedoch rechnerisch schwer zu erfassen und andererseits erstreckt er sich auf eine längere Zeit. Die genaue Ausschaltung dieses Einflusses soll deshalb dadurch erfolgen, daß die Hängestangen durch hydraulische Pressen (H) verkürzt werden entsprechend dem Fortschreiten des Kriechens. Das genaue Maß der Verkürzung ist jederzeit durch die Bedingung gegeben, daß bei Eigengewicht der Versteifungsträger biegungsfrei sein soll. Biegungsfrei wird er dann sein, wenn er keinerlei Durchbiegung aufweist. Die Anordnung der hydraulischen Pressen (H) zur Verkürzung der Hängestangen geht aus der Fig. 20 hervor. Diese Pressen bleiben auch während Inbetriebnahme der Brücke solange an Ort und Stelle bis das ganze Kriechen und Schwinden erledigt ist. Durch ein späteres Schließen des mittleren Gelenkes könnte man in gleicher Weise, wie es im Stahlbau üblich ist, den Versteifungsträger auch für die Übertragung eines Teiles der Verkehrslast heranziehen, und damit die Durchbiegung der Brücke aus Verkehrslast noch weiter vermindern. Dies ist aber nicht notwendig, weil die Durchbiegungen dieser Hängebrücken in gemischter Bauweise an und für sich schon sehr gering sind.

Zum Schluß soll nun noch der vorgespannte Stabbogen aus Eisenbeton besprochen werden. Die Vorspannung soll so erfolgen, daß der Versteifungsträger bei Eigengewichtsbelastung wieder ganz frei von Biegungsmomenten ist. Infolgedessen müssen wir dafür sorgen, daß nach der Ausrüstung das System dem projektierten geometrisch ähnlich ist. Der auf Druck beanspruchte Stabbogen verkürzt sich um das Maß $\frac{\sigma}{E}$. Durch die Vorspannung müssen wir nun auch den Versteifungsträger und die Hängestangen in demselben Maß verkürzen. Hierzu ist es notwendig, in dem Versteifungsträger vorerst eine Fuge offen zu lassen, die erst mit dem Anspannen des Zugbandes geschlossen wird. In der Fig. 23 ist der Querschnitt einer Stabbogen-Brücke mit 100 m Spannweite bei einem Pfeilverhältnis von $b/l = 1/7$ dargestellt. Der Stabbogen ist spiral bewehrt,

um mit einer möglichst geringen Querschnittshöhe auszukommen. Der Versteifungsträger besteht aus zwei Hohlquerschnitten, welche die Biegungsmomente aufzunehmen haben. Das Eigengewicht der Brücke beträgt 27 t, die Verkehrslast 6,0 t/m. Daraus ergibt sich ein Horizontalschub $H_g = 2380$ t, $H_{g+p} = 2910$ t. Demnach sind für das Zugband $2910/2{,}1 = 1380$ cm² notwendig. Wir legen jedoch 2000 cm² ein. Durch das Anspannen des Zugbandes schließen wir zunächst die oben schon besprochene Fuge im Versteifungsträger und spannen dann das Zugband an mit 2400 kg/cm² und erzeugen damit im Versteifungsträger eine Druckkraft von $2000 \cdot 2{,}4 - 2380 = 2420$ t. Dieser Druckkraft im Versteifungsträger entspricht eine Druckspannung von 38 kg/cm². Bei ungünstiger Verkehrslaststellung ergibt sich im Versteifungsträger eine Zugspannung von 25 kg/cm², so daß damit der Versteifungsträger auch bei Verkehrslast frei von Biegezugspannungen ist. Infolge dieser großen Druckvorspannung ist der Versteifungsträger in der Lage, ca. die $2^1/_2$fache Verkehrslast zu übernehmen, bevor Haarrisse auftreten.

Wir müssen jetzt noch kurz den Einfluß des Kriechens und des Schwindens besprechen. Hierdurch verkürzt sich der Versteifungsträger, und in dem auf die ganze Brückenlänge frei durchhängenden Zuggurt ergibt sich ein Spannungsabfall, der an dem Durchhang sehr genau gemessen werden kann. Mittels der eingebauten hydraulischen Presse beseitigen wir diesen Spannungsabfall durch Nachspannen. Bei dem Stabbogen ist der Einfluß des Kriechens wesentlich größer, und infolgedessen verflacht sich das Gewölbe. Die daraus folgende Durchbiegung des Versteifungsträgers muß durch Verkürzen der Hängestangen in gleicher Weise wie bei der oben besprochenen Hängebrücke erfolgen.

Wir haben damit gezeigt, daß es bei fast allen Eisenbetontragwerken möglich ist, durch eine hydraulische Vorspannung der Zugglieder zu erreichen, daß das durch Eigengewicht belastete System dem projektierten geometrisch ähnlich bleibt und damit zugleich auch die Biegezugspannungen im Beton zu beseitigen. Die nur auf Druck beanspruchten Eisenbetonbalken- und Bogenbrücken haben eine fast unbegrenzte Lebensdauer. Dies gilt, wenn auch in wesentlich geringerem Maße, auch für die Zuganker aus Stahl, die nur eine geringe schwellende Beanspruchung aufweisen. Die aus Stahl bestehenden Zuganker können später leicht ausgewechselt werden. Bei den Balkenbrücken ist dies sogar während des Betriebes möglich.

Das geschilderte Verfahren der Vorspannung von Eisenbetontragwerken läßt sich auch bei anderen Trägerformen und insbesondere auch bei Hallenbauten anwenden. Es lassen sich damit Hallen mit weit über 100 m Spannweite herstellen. Ich komme hierauf in einer späteren Veröffentlichung noch zurück.

Nachdem nunmehr klar gestellt ist, in wie einfacher Weise sich der Spannungsabfall aus Kriechen und Schwinden beseitigen läßt, bestehen auch keine Bedenken mehr, an Stelle St 52 bei der Vorspannung Seile aus hochwertigem Stahl zu verwenden, die den Vorteil besitzen, daß man mit viel geringerem Gewicht und geringeren Querschnitten auskommt. Der Rostschutz der Seile ist außerordentlich gut und das Recken der Seile läßt sich vor der Montage durchführen.

Zusammenfassung.

Ausgehend von dem System der vorgespannten Bogen- und Sprengwerksysteme mit vorgespanntem Zugband wird gezeigt, daß es auch bei Balkenbrücken, Hängebrücken und Stabbogenbrücken durch vorgespannte Anker in Form von Hängewerken möglich ist, die Biegezugspannungen des Eisenbeton auszuschalten und des weiteren zu erreichen, daß selbst bei den Balkenbrücken bei Eisengewichtsbelastung nur zentrische Druckkräfte auftreten. Der Kern des Problems liegt darin, daß die Art der Vorspannung so gewählt wird, daß nach der Ausrüstung das durch Eigengewicht belastete System dem projektierten geometrisch weitgehend ähnlich ist, womit ohne weiteres gesagt ist, daß in dem durch sein Eigengewicht belasteten Tragsystem zwar Verkürzungen infolge der Druckspannungen aber keine wesentlichen Verbiegungen auftreten.

IVb 3

Weitgespannte Eisenbeton-Bogenbrücken.

Arcs à grande portée, en béton armé.

Wide-span Reinforced Concrete Arch Bridges.

Dr. A. Hawranek,
ord. Professor an der Deutschen Technischen Hochschule, Brünn.

I. Allgemeines. Baustoffeigenschaften, zulässige Inanspruchnahme, Querschnittsform.

Der Bau weitgespannter Eisenbeton-Bogenbrücken, bzw. die weitere Steigerung der Spannweite ist von einer Reihe Faktoren abhängig. In erster Linie spielen die Zementeigenschaften, die Betonfestigkeiten und das Verhalten des Betons nach der Herstellung des Bogens (Schwinden, plastische Verformung), eine große Rolle, dann die Form der Bogenquerschnitte, die Mitwirkung der Bogen und Fahrbahnkonstruktion in konstruktiver Hinsicht, das Pfeilverhältnis, die Bogenverformung, der Arbeits- und Ausrüstungsvorgang und die Gerüstkonstruktion.

Zu allen genannten Einflußgrößen kommt ein wesentliches Moment, die Berechnungsweise der Bogen als theoretische Grundlage, sowie die seiner Knicksicherheit hinzu. Alle diese Faktoren wirken in wesentlich größerem Maße ein, als bei Brücken mittlerer Spannweiten und erfordern eine gründliche Prüfung aller Einflüsse, ebenso wie die der Tragfähigkeit des Baugrundes. Bis zu einem gewissen Grade sind die zulässigen Inanspruchnahmen für die Steigerung der Spannweite entscheidend. Es sind deshalb theoretische, praktische und versuchstechnische Erwägungen zur Klärung der verschiedenen Fragen beim Bau weitgespannter Eisenbetonbogenbrücken erforderlich.

In vorliegender Abhandlung werden auch neue Vorschläge hinsichtlich der schärferen Berechnung und der Ausführung weitgespannter Eisenbeton-Bogenbrücken gegeben und ein Entwurf des Verfassers für eine Brücke von 400 m Spannweite samt neuem Arbeitsvorgang behandelt. Im übrigen werden nur einige der früher angeführten Einflüsse eingehender besprochen, die für die Berechnung und den Bau weitgespannter Bogenbrücken wesentlich sind. Der wirtschaftliche Vergleich mit Stahlbogenbrücken großer Spannweite wurde nicht in Betracht gezogen.

a) Baustoffeigenschaften.

Eines ist sicher, daß weitere größere Spannweiten von Eisenbeton-Bogenbrücken nur mit einem Beton von wesentlich größerer Festigkeit erreichbar sind. Dazu ist auch ein hochwertigerer Zement erforderlich. Wenn es auch bisher möglich gewesen ist, durch besondere Ausrüstungsverfahren die Randspannungen aus-

zugleichen, d. h. eine bessere Verteilung über den ganzen Bogen zu erzielen, so wird man künftig die Druckfestigkeit des Zementes wesentlich steigern, aber dabei auch die Zugfestigkeit erhöhen müssen.

Diese erhöhte Zugfestigkeit des Betons verliert aber bei sehr großen Spannweiten wieder an Bedeutung, da das Eigengewicht der Brücke die Nutzlasten wesentlich überwiegt, so daß wenigstens für große Pfeilverhältnisse reine „Druckgewölbe" bei entsprechender Formgebung erzielbar sind.

Wichtig ist auch die tunlichst gleichartige Herstellung, die Konsistenz des Betons, wenn schon die Witterungseinflüsse auf den Beton verschiedenen Alters im Bogen nicht ausschaltbar sind. Es soll deshalb in dieser Abhandlung für die rechnerischen Untersuchungen der Bogen ein gleichmäßig verarbeiteter Beton angenommen werden.

Man kann schon jetzt mit Sonderzementen hohe Betondruckfestigkeiten bis 600 kg/cm² erreichen. (Bei der Traneberg-Brücke betrug für 400 kg Zement die Druckfestigkeit des Betons mit hochwertigem Portlandzement 620 kg/cm².) Besonders der Schmelzzement (Ciment fondu), ein rasch erhärtender Zement, scheint hierfür geeignet zu sein. Man hat in Frankreich bei einer Dosierung von 300 kg Zement auf ein Gemisch von 1200 l Sand und Kies außerdem eine Elastizitätsziffer nach 7 Tagen von 350.000 kg/cm², nach 4 Wochen von 450.000 kg/cm² erreicht. (*Lossier*, Génie Civil 1923/II, S. 205). Diese Zemente haben ein Schwindmaß von 0,4 mm pro Meter nach 30 Tagen und von 0,5 mm nach 6 Monaten. Es ist aber größer als das Schwindmaß gewöhnlicher Portlandzemente.

Da nach Heft 227 der Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens (B. und E. 1923, S. 4) *Graf* aus den federnden Formänderungen von Betonkörpern nachstehende Elastizitätsziffern für

W_{28}	300	400	500	600	kg/cm²
E_b	360.000	418.000	440.000	463.000	kg/cm²

erhalten hat, kann man sowohl mit hohen Würfelfestigkeiten als auch namentlich mit hohen Elastizitätsziffern rechnen. Auf die Elastizitätsziffern ausgeführter Bogen wird später zurückgekommen werden.

b) Zulässige Inanspruchnahmen.

Man kann nach dem Vorstehenden bei entsprechender Zementdosierung und hochwertigen Zementen, bzw. Sonderzementen, die *zulässige Inanspruchnahme* für den Beton auf 200 kg/cm² steigern. Selbstverständlich muß bei der Zulassung der Betonbeanspruchung von 150 bis 200 kg/cm² die Auswirkung solcher hoher Inanspruchnahmen auf die übrigen Eigenschaften des Betons, besonders auf die Elastizitätsziffer und das plastische Verformungsmaß, geklärt sein. Wie der durchgerechnete Entwurf eines Bogens von 400 m Stützweite im Abschnitt VIII zeigt, ist es möglich, mit einer zulässigen Inanspruchnahme des Betons von 160 kg/cm² auszukommen. Bei Spannweiten $l < 400$ m, wird man auch mit einem kleineren Wert das Auslangen finden, nur flache Bogen solcher Spannweiten erfordern eine höhere zulässige Inanspruchnahme;

Dischinger ist aber für einen Dreigelenkbogen von l = 260 m und dem außerordentlich geringen Pfeilverhältnis von $\frac{1}{15{,}4}$ mit einer zulässigen Betonspannung von 150 kg/cm² ausgekommen (Bautechn. 1934, S. 658). *Freyssinet* ist bei einem Entwurf für einen Bogen von 1000 m Spannweite sogar bis auf 280 kg/cm² als zulässige Inanspruchnahme gegangen; dieser Wert scheint wenigstens für die nächste Zeit hoch, aber *200 kg/cm²* wären schon heute zulässig.

c) Querschnittsform.

Es ist völlig klar, daß nur Hohlquerschnitte des Bogens, eventuell Fachwerkbogen für weitgespannte Brücken in Frage kommen, weil die obere und untere Platte die großen Randspannungen aufzunehmen haben. Ob nicht vielleicht der sogenannte „Beton traité" *Freyssinets* eine Änderung dieser Feststellung bringt, kann erst entschieden werden, wenn diesbezügliche genaue Angaben darüber vorliegen.

Beim Bau weitgespannter Bogenbrücken kann die Herabsetzung der Spannungs-Größtwerte für einen nach der Stützlinie geformten Bogen, bzw. der teilweise Ausgleich derselben nach drei Hauptgesichtspunkten erfolgen.

1. Durch entsprechende von der Stützlinie abweichende Wahl der Bogenachse unter Beibehaltung des gegebenen Pfeiles.
2. Durch Berücksichtigung der Verformungstheorie des Bogens als Mittel zum Zweck, wobei auch der Pfeil, jedoch um ein geringes Maß, geändert wird.
3. Durch operative Maßnahmen bei der Ausrüstung mittels hydraulischer Pressen.

Während für kleinere Brücken der Gesichtspunkt 1. maßgebend ist, wird bei weitgespannten entweder der Gesichtspunkt 2. oder 1. und 2. zusammen verfolgt werden müssen.

II. Herabsetzung der Spannungsgrößtwerte bei Bogenbrücken durch eine korrigierte Bogenachse (Elastizitätstheorie).

Die Achsenkorrektur, die infolge der elastischen Zusammendrückung der Bogenachse notwendig ist, kann wohl zu Nullwerten der Zusatzmomente im Kämpfer und Scheitel führen; sie gibt dann aber ungefähr im Abstand $^1/_6$ l beim Zweigelenkbogen und in den Abständen $^1/_{12}$ l und $^1/_3$ l beim eingespannten Bogen, größere Momente als beim Bogen ohne Korrektur.

Die Zusammendrückung der Bogenachse erzeugt im eingespannten Bogen einen zusätzlichen Horizontalschub ΔH und Zusatzmomente $M_x = -H\eta - \Delta H (y - \eta) + \Delta M$, die besonders bei flachen und steifen Bogen von besonderer Bedeutung sind. Aus der wagrechten Verschiebung des an einem Ende durch schnittenen Bogens mit korrigierter Achse für die Belastung $g + \frac{p}{2}$, Schwinden, Wärmewirkung, plastische Verformung, läßt sich ein Faktor K der Korrektur η rechnen.

Diese Korrektur η der Bogenachsenordinaten y ist durch einen Wert $\eta = KF(x)$ errechenbar, wobei F(x) die Gleichung der Stützlinie bedeutet, die für parabolische Achsen eine Funktion zweiten Grades ist, für Stützliniengewölbe eine Funktion vierten oder höheren Grades, bzw. von hyperbolischen Winkelfunktionen. Dabei bleiben die Zusatzmomente im Kämpfer und Scheitel gleich Null, wenn dort bei der Korrektur $\eta = 0$ angenommen wird.

Es ist aber eine Verminderung solcher Größtwerte dieser Zusatzmomente möglich, sobald $\eta = \alpha KF(x)$ gewählt wird, $\alpha < 1$. Dann werden aber im Scheitel und Kämpfer allerdings geringe Momente auftreten, was eine günstigere Verteilung der Zusatzmomente gibt.

Es ist nun jene Korrektur anzustreben, für welche deren Zusatzmomente einschließlich der Momente infolge der ungünstigsten Stellungen der Nutzlast zu einem Kleinstwert werden.

Die Aufgabe ist nicht bestimmt, da sowohl α wie F(x) wählbar sind.

Für *eingespannte Bogen* ist diese Korrektur in der angegebenen Funktion auch durch die Bedingung festgelegt, daß in der Höhe des elastischen Schwerpunktes die korrigierte Achse durch die ursprüngliche hindurchgeht. Ein völliger Ausgleich der Momente in allen Punkten des eingespannten Bogens ist aber unmöglich. Ein Analogon zu dieser Tatsache findet sich beim Ausrüsten mit hydraulischen Pressen vor.

Diese Lösung $\eta = KF(x)$ rührt von *Campus* her.[1] Internationaler Kongreß für Eisenbeton Lüttich 1930, S. 163. Siehe auch *Chwalla* H.D.I.-Mitteilungen des Hauptvereins deutscher Ing. in der Č.S.R. 1935. Eine andere Lösung stammt von *M. Ritter* (Intern. Brückenbaukongreß Zürich 1926), die die Bogenachse nach einer Stützlinie für Eigengewicht und nach aufwärts angenommenen virtuellen Zusatzlasten formt, und die Momente und Normalkräfte nach der Methode der Ergänzungskraft *(Mörsch)* berechnet. Die Größen der virtuellen Zusatzlasten ergeben sich aus den vorgelegten Bedingungen des Verlaufes der Bogenachse im Kämpfer und Scheitel. Die Zusatzlasten liegen im Bereich zwischen den Nullstellen der Summeneinflußlinie für zwei symmetrisch liegende Einzellasten; für flache Bogen verwendet *Ritter* Streckenlasten. Infolge der virtuellen Lasten liegt der elastische Schwerpunkt etwas höher als sonst.

Andere Verfahren sind in der unten stehenden Literatur[1] angegeben. Im allgemeinen kann man sagen, daß die η-Werte *wählbare* Größen darstellen, und der Grad der Verbesserung mit dem Endzweck einer sparsamen Bemessung des Bogens von der mehr oder weniger erzielten Konvergenz zum Idealzustand abhängig ist.

III. Schärfere Berechnungen und Verformungstheorien der Bogen.

Wenn für weitgespannte Bogenbrücken so hohe zulässige Inanspruchnahmen angewendet werden sollen, so müssen auch die erforderlichen Rechnungs-

[1] *Neumann G.:* Beton und Eisen 1922. *Hartmann F.:* Melan-Festschrift 1923. *Ostenfeld A.:* Beton und Eisen 1923. *Proksch E.:* Beton und Eisen 1924. *Ritter M.:* Internationaler Kongreß, Zürich 1926. *Krebitz J.:* Beton und Eisen 1927. *Kögler F.:* Bauing. 1928. *Neumann H.:* Bauing. 1930. *Campus F.:* Intern. Eisenbeton Kongreß, Lüttich 1930. *Hannelius O.:* Beton und Eisen 1934. *Fink H.:* Beton und Eisen 1934. *Domke O.:* Handbuch d. Eisenbeton, Bd. I, 4. Aufl.

methoden eine größere Schärfe erhalten, bzw. es müssen die tatsächlichen Elastizitätswerte des Betons in Rechnung gestellt werden. Diese Forderung steht mit der Tatsache, daß die *errechneten* Spannungen im allgemeinen nur Näherungswerte sind und keine mathematischen Größen darstellen, nicht im Widerspruch, denn hier ist das Bemessungsverfahren von Einfluß. Durch schärfere Auswertung der Versuche mit großen Brücken wird auch eine schrittweise Klarstellung des tatsächlichen Verhaltens solcher Bogen möglich werden.

Deshalb werden bekannte Berechnungsmethoden besprochen und *neue* Untersuchungen des Verfassers hier gegeben.

1. Berechnung von Bogenbrücken nach dem Potenzgesetz.

Die Versuche einer schärferen Untersuchung von Eisenbeton-Bogenbrücken nach dem *Bach-Schüle*'schen Potenzgesetz führen schon bei Berücksichtigung der Elastizitätstheorie zu umständlichen Rechnungen. Für kleine Spannweiten ist die Anwendung des Potenzgesetzes ganz gewiß nicht erforderlich, was schon Dr. *M. Ritter* (Schweiz. Bauztg. 1907/I, S. 25) nachgewiesen hat, da sich Änderungen der Randspannungen von höchstens 2,5 % nach der sicheren Seite ergeben $\left(\frac{f}{l}=\frac{1}{10}\right)$.

Für große Spannweiten wurden bisher keine ziffermäßigen Auswertungen bekannt, aber es ist zu erwarten, daß sich in diesem Falle doch größere Abweichungen von der üblichen Berechnung eingespannter Gewölbe ergeben.

Die elastische Formänderung $\varepsilon = \alpha\sigma^m$ (mit $m = 1{,}1 - 1{,}14$) hat aber viel größere elastische Durchbiegungen eingespannter Bogen im Scheitel zur Folge, was bei der schärferen Untersuchung von Einfluß ist. *Straub* (Proc. am. soc. civ. Eng. 1930 Jan.) hat für kleine Spannweiten, aber für ein zu hohes $m = 1{,}3$ ziemlich starke Abweichungen hinsichtlich der Formänderungswinkel und der Durchbiegungen gegenüber $m = 1$ erhalten. Dagegen war die Summe der Winkeländerungen für $m = 1{,}3$ praktisch Null, also gleich wie für $m = 1$. Aber die wagrechten Verschiebungen der Bogenenden infolge der Zusammendrückung des Bogens waren für $m = 1{,}3$ bedeutend größer als für $m = 1$ (*Straub,* Transact. americ. 1931, S. 665).

Für Vollbelastung des Bogens liegt die Stützlinie für $m = 1{,}3$ näher der Bogenachse, die in allen Fällen bei *Straub* als Parabel angenommen ist. Nicht gleichmäßig verteilte Lasten beeinflussen die Achsverkürzung für niedrige m-Werte mehr als für hohe.

Die *Straub*'schen Entwicklungen sind wohl für eine allgemeine Bogenform und für rechteckige Querschnitte gegeben. Mit Rücksicht auf die in den Anwendungsbeispielen angenommene parabolische Achse sind die angeführten Schlußfolgerungen bloß für flache Bogen gültig.

2. Berücksichtigung einer für einen Querschnitt konstanten, aber über die Bogenachse veränderlichen Elastizitätsziffer.

Wenn auch den Beziehungen des Potenzgesetzes nicht völlig gleichwertig, so ist doch die einfachere Annahme einer *veränderlichen Elastizitätsziffer* der einzelnen Bogenelemente unter Beibehaltung des *Hooke*'schen Gesetzes auch für

größere Spannweiten zweckmäßiger. Diese Veränderlichkeit ist schon mit Rücksicht auf die verstrichene Zeit beim Betonieren des Bogens und auf das verschiedene Alter des Betons im Kämpfer und Scheitel begründet. Aber auch die Messungen von Prof. Dr. *Roš* (Brücke Baden-Wettingen, Schweiz. Bauztg. 1929/I, 2. März) zeigen eine verschiedenartige Verteilung der Elastizitätsziffer über den Bogen. Für die Brücke Baden (reiner Bogen) war E_b im Kämpfer 343.000 kg/cm², im Scheitel 284.000 kg/cm². Eine Gesetzmäßigkeit wurde aber nicht gefunden. Die Elastizitätsziffer aus den Mittelwerten der Randspannungen war in den Viertelspunkten des Bogens kleiner als im Scheitel und Kämpfer. Auch die gemessenen Exzentrizitäten der Drucklinie waren durchwegs kleiner als die gerechneten.

Beim *Hundwiler* Bogen war $E = 541.000$ kg/cm² und in den Viertelspunkten, aus den unteren Randspannungen errechnet, 725.000 bzw. 624.000 kg/cm² (Laboratorium 362.000 kg/cm² nach 9 Wochen, Schweiz. Bauztg. 1929/II, 10. August).

Ob diese verschiedenartig ausgefallenen Messungsergebnisse nur auf Streuungen zurückzuführen sind, ist nicht geklärt. Eine Systematik der Erscheinungen ist mit Rücksicht auf die abweichenden Messungsergebnisse in den Viertelspunkten vorläufig nicht ersichtlich, wiewohl die Dehnungsmessungen dort eine ziemliche Übereinstimmung ergeben haben. Es wäre eine Kontrolle der Ermittlung der E aus den gemessenen Formänderungen nach dem Potenzgesetz erwünscht.

Die einfachste und begründete Annahme für die Veränderlichkeit der Elastizitätsziffer, gleichartiger Beton vorausgesetzt, entspricht dem Alter des Betons und der nötigen Arbeitszeit, um den Bogen fertigzustellen, wobei die Elastizitätsziffer im Kämpfer E_K größer ist als E_S im Scheitel. Den Übergang kann man über die halbe Bogenlänge linear wählen. E_K und E_S lassen sich aus Vorversuchen ermitteln.

Die Folgen dieser Annahme liegen beim eingespannten Bogen in einem höher gelegenen elastischen Schwerpunkt. Für einen Bogen von 400 m Spannweite und $^1/_4$ Pfeilhöhe (Stützliniengewölbe), erhielt der Verfasser die Schwerpunktsmomente:

Für eine stetige Vollbelastung von 1 t/m:
im Kämpfer + 381,56 tm (gegen 374,7 tm für E = konst.) $\Delta = +\ 1{,}8\ \%$,
im Scheitel + 119,76 „ (gegen 134,7 „ für E = konst.) $\Delta = -11{,}2\ \%$.

Für halbseitige Belastung p = 1 t/m:
im l. Kämpfer — 2210,00 tm (gegen — 2092,6 tm für E = konst.) $\Delta = +\ 5{,}8\ \%$,
im r. Kämpfer + 2549,56 „ (gegen + 2467,3 „ für E = konst.) $\Delta = +\ 5{,}2\ \%$,
im Scheitel + 59,88 „ (gegen + 67,35 „ für E = konst.) $\Delta = -11{,}2\ \%$.

Die Scheitelordinaten der Einflußlinien (Schnittstelle Bogenscheitel):

X = 0,942 t (gegen 0,923 t),
Y = 0,500 t (gegen 0,500 t),
Z = 50,800 tm (gegen 53,400 tm),

dabei war
$E_K = 470.000$ kg/cm²,
$E_S = 350.000$ kg/cm²,
$E_m = 410.000$ kg/cm².

Es werden also bei Berücksichtigung eines veränderlichen E die Momente im Kämpfer größer, im Scheitel kleiner als bei konstantem E.

3. Verschiedene Elastizitätsziffern in einem Hohlquerschnitt von Bogenträgern.

Da bei den Ausführungen großer Eisenbeton-Bogenbrücken mit Hohlquerschnitten vorerst die untere Platte und eventuell Teile der Wände über den ganzen Brückenbogen betoniert werden und später erst, wieder vom Kämpfer beginnend, die restlichen Querschnittsteile, so werden die Elastizitätsziffern mit Rücksicht auf die mittlerweile verstrichene Zeit in den Querschnittshöhen verschieden sein, unten größer, oben kleiner.

Werden nun bei dem Bogen Ausrüstungsverfahren verwendet, die eine Herabsetzung der künftigen Größtwerte der Spannungen bezwecken, so ist auf diese verschiedenen Elastizitätsziffern Rücksicht zu nehmen, da nach dem Bogenschluß das Gewicht der Fahrbahn samt Abstützung, die Wärme, Schwinden, Plastizität und die zufälligen Lasten auf den geschlossenen Bogen wirken.

Deshalb sei hier die Berechnung erstmalig gegeben.

Behandelt wird ein *eingespannter* Bogen. E_1, E_2, seien die mittleren Elastizitätsziffern in der unteren, bzw. oberen Laibung. Dazwischen sei der Übergang gradlinig angenommen. Der Hohlquerschnitt hätte die Gesamthöhe $2v$ und sei gegen die wagrechte Achse symmetrisch.

Mit $\quad K_1 = \frac{E_1}{E_2} + 1, \qquad K_2 = \frac{E_1}{E_2} - 1, \qquad K = \frac{E_1 - E_2}{E_1 + E_2};$

wird die Winkeländerung γ

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{ds}{2vE_1}\left[\frac{N}{F}K_2 + \frac{M\cdot v}{J}K_1\right]$$

$$\Delta dx = \frac{ds\cos\varphi K_1}{2E_1}\left[\frac{N}{F} + \frac{M\cdot v}{J}K\right]$$

$$\Delta dy = \frac{ds\sin\varphi K_1}{2E_1}\left[\frac{N}{F} + \frac{M\cdot v}{J}K\right]$$

und die drei Unbekannten

$$H = \frac{\int\frac{M_0 y\,ds}{J} - K\int\frac{M_0 v\,ds\cos\varphi}{J} + \int\frac{Q_0\,ds\sin\varphi\cos\varphi}{F} - K\int\frac{Q_0 y\,ds\sin\varphi}{Fv} + \frac{2E_1\omega t l}{K_1}}{\int\frac{y^2 ds}{J} + \int\frac{ds\cos^2\varphi}{F} - K\left[\int\frac{v y\,ds\cos\varphi}{J} + \int\frac{y\,ds\cos\varphi}{Fv}\right]}$$

$$V = \frac{\int\frac{M_0 x\,ds}{J} - K\int\frac{M_0 v\,ds\sin\varphi}{J} + \int\frac{Q_0\,ds\sin^2\varphi}{F} - K\int Q_0\frac{x\,ds\sin\varphi}{Fv}}{\int\frac{x^2 ds}{J} + \int\frac{ds\sin^2\varphi}{F} - K\left[\int\frac{v x\,ds\sin\varphi}{J} + \int\frac{x\,ds\sin\varphi}{Fv}\right]}$$

$$M = -\frac{\int\frac{M_0\,ds}{J} - K\int\frac{Q_0\,ds\sin\varphi}{Fv}}{\int\frac{ds}{J}} + HK\frac{\left[\int\frac{v\,ds\cos\varphi}{J} - \int\frac{ds\cos\varphi}{Fv}\right]}{\int\frac{ds}{J}}$$

Auch ein in jeder Platte vom Kämpfer gegen den Scheitel veränderliches E kann in ähnlicher Weise berücksichtigt werden.

Mit diesen Werten lassen sich die Momente, Normalkräfte und Spannungen im Bogen berechnen.

4. *Verformungstheorie des Bogens für ein veränderliches E und J.*

Eine weitere Verschärfung der Berechnung des Bogens nach der Verformungstheorie ist die Berücksichtigung des veränderlichen E und J, welche hier zum *ersten Male* gegeben wird, da in allen bisherigen Veröffentlichungen ein konstantes E und J angenommen ist. Es werden hier nur die Endergebnisse mitgeteilt, ohne die Ableitungen zu geben, die an anderer Stelle veröffentlicht werden.

Es muß vorerst ein Ansatz über die Veränderlichkeit von E und J gemacht werden, dabei kann sowohl bloß die Veränderlichkeit von E allein, oder jene kann in ähnlicher Weise berücksichtigt werden, wenn K nicht vor das Integralzeichen gesetzt wird und für die Wärmewirkung $+ z\omega t$ $\int \frac{E_1 ds}{K_1}$ tritt.

Bezeichnen $E_{\varphi o}$, $J_{\varphi o}$ die Elastizitätsziffer und das Trägheitsmoment im Kämpfer, E, J die bezüglichen Werte im Scheitel, so kann der Übergang für dazwischen liegende Punkte x, y, φ nach einem parabolischen Gesetz angenommen werden.

Dann ist für einen beliebigen Bogenpunkt

$$E_\varphi J_\varphi = EJ\left[\frac{E_{\varphi o} J_{\varphi o}}{EJ} - \frac{4}{l}\left(\frac{E_{\varphi o} J_{\varphi o}}{EJ} - 1\right) x + \frac{4}{l^2}\left(\frac{E_{\varphi o} J_{\varphi o}}{EJ} - 1\right) x^2\right]$$
$$= EJ\,[A - Bx + Cx^2].$$

Die Bogenachse sei vorläufig als Parabel angenommen. Der Koordinatenanfangspunkt liegt im linken Kämpfer.

Die Differentialgleichung für die Verschiebung η des Bogens lautet

$$\eta'' = -\frac{H\eta}{E_\varphi J_\varphi} - \frac{H}{E_\varphi J_\varphi} F(x) \text{ mit } \frac{H}{EJ} = c^2 \text{ wird}$$

$$\eta'' + \frac{c^2 \eta}{A - Bx + Dx^2} + \frac{c^2 (Fx)}{A - Bx + Dx^2} = 0 \qquad (1)$$

wobei sich F(x) für stetige Lasten und für alle Bogenarten (Dreigelenk-, Zweigelenk- und eingespannter Bogen) ausdrücken läßt durch

$$F(x) = m + nx + kx^2.$$

Die homogene Gleichung ist vom Typus der hypergeometrischen Differentialgleichung. Sie führt zu Rechnungen mit komplexen Größen, deshalb wurde eine Potenzreihenentwicklung eingeführt.

Die Lösung der Differentialgleichung (1) ist

$$\eta = -\left(m - \frac{2Ak}{c^2 + 2D}\right) - \left(n + \frac{2Bk}{c^2 + 2D}\right) x - \frac{c^2 k}{c^2 + 2D} x^2 + c_1 \eta_1 + c_2 \eta_2. \qquad (2)$$

Die Werte η_1 und η_2 lassen sich durch Potenzreihen von rascher Konvergenz ausdrücken,

$$\eta_1 = 1 - a_2\xi^2 + a_4\xi^4 - a_6\xi^6 \ldots$$
$$\eta_2 = \xi - a_3\xi^3 + a_5\xi^5 - a_7\xi^7 \ldots$$

wobei ξ die Form hat

$$\xi = rx - r_1 = x\sqrt{D} - \frac{B}{2\sqrt{D}}.$$

Auch ein Ansatz mit *Fourier*'schen Reihen ist möglich. Die Unbekannte H kann aus der Arbeitsgleichung errechnet werden.

$$g\int \eta\, dx = \frac{1}{EJ}\int \frac{M_x^2\, ds}{A - Bx + Dx^2} + \frac{1}{EF_m}\int \frac{N_x^2\, ds}{A - Bx + Dx^2} \qquad (3)$$

Es ist aber H auch aus den wagrechten Verschiebungen der Kämpfer bestimmbar. Diese hier angeführte Rechnungsmethode ist für alle Bogenarten anwendbar.

In Gleichung (3) hat M_x^2 die Form

$$M_x^2 = H^2 (S + S_1 x + S_2 x^2 + S_3 x^3 + S_4 x^4).$$

Für eine *Vollbelastung* wird das sehr maßgebende zweite Glied auf der rechten Seite der Gleichung (3)

$$\frac{H\Phi}{EF_m} \cdot \frac{2lv}{\varepsilon^2}\left[\left(a - \frac{1}{2}\right)\ln\frac{v_2}{v_1} + 4v\sqrt{1+16v^2} + \frac{a^2}{8(u_1 - u_2)}\ln\frac{(v_1^2 - u_1)(v_2^2 - u_2)}{(v_1^2 - u_2)(v_2^2 - u_1)}\right]$$

wobei $v_{1,2} = \pm 4v + \sqrt{1+16v^2}$; $\varepsilon = \frac{+E\varphi_0}{E} - 1$; $a = \frac{16v^2}{\varepsilon^2} - 1$; $v = \frac{f}{l}$

und u_1, u_2 sind die Lösungen der Gleichung

$$u^2 + 2u(1 + 2a) + 1 = 0$$

Φ ist die Fläche der H-Linie.

Eine wesentliche Vereinfachung bringt der Fortfall des ersten Gliedes auf der rechten Seite der Gleichung (3), wenn die M_x auf die nichtverformte Achse bezogen und dann Null werden.

5. *Verformungstheorie des eingespannten Bogens mit Stützlinienachse.*

Bisher ist für die Verformungstheorie eine parabolische Bogenachse angenommen worden. Da aber selbst für kleine Spannweiten die Bogen nach der Stützlinie geformt werden, ist die *strenge* Berechnung für alle Lasten und Einwirkungen nach dem Bogenschluß erforderlich, die hier gleichfalls erstmalig gegeben wird.

Als Gleichung der Gewölbeachse sei

$$y = \frac{f}{m-1}(\mathfrak{Cof}\,\alpha x - 1) = fv(\mathfrak{Cof}\,\alpha x - 1) \qquad (1)$$

angenommen.

Darin bedeuten $m = \frac{g_k}{g} = \mathfrak{Cof}\,k$, $k = \operatorname{arc}\mathfrak{Cof}\,m$, $k = \alpha l$, $\alpha = \frac{k}{l}$.

Die Belastungskurve ist durch die Belastungen g, $g_\varkappa$ im Scheitel und Kämpfer (Fig. 1) gegeben, wobei als Gesetz des Überganges für eine beliebige Stelle (x, y, φ, Koordinatenanfangspunkt im Bogenscheitel) die Belastung g_x angenommen wird mit $g_1 = g_K - g$

$$g_x = (g - g_1 v) + g_1 v \operatorname{Cof} \alpha x = g \operatorname{Cof} \alpha x \ldots . \tag{2}$$

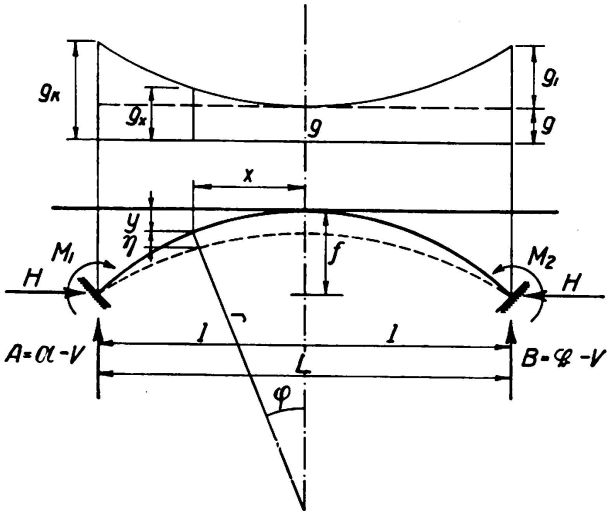


Fig. 1. Kämpfer links: $\mathfrak{A} + V$ anstatt $\mathfrak{A} - V$.

Der Unterschied der Belastung $g_\varkappa$ und g kann bei Brücken mit hohem Pfeil sehr groß werden, weshalb sich die folgende Berechnung besonders empfiehlt.

Das Moment ist allgemein

$$M_x = \mathfrak{M}_x + V(l - x) - H[f - (y + \eta)] + M_1 \tag{3}$$

mit
$$HF(x) = \mathfrak{M}_x + V(l - x) + M_1 - H(f - y) + H\frac{2J}{rF_m} \tag{4}$$

$r = \frac{l^2}{8f}$ und $c^2 = \frac{H}{EJ}$ wird die Differentialgleichung

$$\eta'' + c^2\eta + c^2(Fx) = 0 \tag{5}$$

und die Lösung

$$\eta = A \sin cx + B \cos cx - F(x) + \frac{1}{c^2} F''(x) - R \operatorname{Cof} \alpha x \tag{6}$$

wobei

$$R = \frac{\alpha^4 f v}{c^2(\alpha^2 + c^2)} - \frac{g}{\alpha^2 H}$$

Sowohl F(x) wie F″(x) enthalten hyperbolische Funktionen. Die Berechnung ist etwas weitläufiger, bereitet aber keine wesentlichen Schwierigkeiten, so daß für eine weitgespannte Brücke diese Rechnung in Kauf genommen werden kann. Die Belassung des Koordinatenanfangspunktes im Bogenscheitel hat sich mit Rücksicht auf die Integrationen als zweckmäßiger erwiesen.

Das Moment $\mathfrak{M}_x$ wird
$$\mathfrak{M}_x = \frac{g}{\alpha^2}(\operatorname{Cof} \alpha l - \operatorname{Cof} \alpha x) \tag{7}$$

Das Einspannmoment ist

$$M_1 = H\left[B \cos cl + f(1 + v) - \frac{2J}{rF_m} - \frac{\operatorname{Cof} \alpha l}{\alpha^2 + c^2}\left(\frac{g}{H} + f v c^2\right)\right] \tag{8}$$

Das Moment M_x ergibt sich zu:

$$M_x = \left[H\,(A \sin cx + B \cos cx) - \frac{2\,J}{r\,F_m} + \left(f\,v - \frac{g}{\alpha^2\,H}\right)\frac{\alpha^2}{\alpha^2 + c^2}\,\mathfrak{Cof}\,\alpha\,x\right] \qquad (9)$$

W_3 und W_4 sind mehrgliedrige Ausdrücke.

Für symmetrische Belastung ist außerdem $v = 0$.

Der Horizontalschub H läßt sich wieder aus der Arbeitsgleichung durch Probieren errechnen

$$\int_0^l g_x\,\eta\,dx = \frac{1}{EJ}\int_0^l M_x^2\,ds + \frac{1}{EF}\int N_x^2\,ds \qquad (10)$$

Mit den unter (3) bis (5) gegebenen Berechnungen lassen sich die Formänderungen und die statisch unbestimmten Größen in dem einen oder anderen Fall schärfer als bisher ermitteln.

IV. Die Knicksicherheit der Bogen.

Die Knicksicherheit von flachen Dreigelenkbogen wird nach *Dischinger* für veränderlichen Querschnitt (Bautechnik 1924, S. 739) zu ermitteln sein, besonders bei ungleichartiger Verteilung der Trägheitsmomente in der Scheitel-, bezw. in der Kämpfergegend. Die erreichbare obere Grenze der Spannweiten wird für solche Bogen, wegen des großen Horizontalschubes und seiner sicheren Aufnahme im Boden, kleiner sein als für Bogen mit größerer Pfeilhöhe. Im letzteren Falle wird der eingespannte Bogen als Endstadium zweckmäßiger sein. Da aber die Zweckmäßigkeit der anfänglichen Gestaltung als *Dreigelenkbogen,* der später definitiv in einen eingespannten Bogen umgewandelt wird, wegen des besseren Spannungsausgleiches, erkannt ist, so wird hier für diesen Fall und bei Bogen mit großem Pfeil die Wahl eines nach der korrigierten Stützlinie geformten Dreigelenkbogens mit *konstantem* Querschnitt empfohlen, eventuell mit vorgeschobenen Gelenken. Dies trifft besonders für sehr große Spannweiten zu, da dann die Nutzlast gegen das Eigengewicht zurücktritt. Nur bei flachen Bogen wird man mit einem konstanten Bogenquerschnitt nicht auskommen. Da man im ersteren Falle mit verhältnismäßig geringen Bogenstärken das Auslangen finden kann, muß man schon vor der Wahl der Bogenstärke auch mit Rücksicht auf die Operationen, die man mit dem Bogen vornehmen will, die Knicksicherheit untersuchen und zwar für die reine Bogenbelastung, da später der Fahrbahnaufbau die Trägheitsmomente erhöht.

Man kann dann für die erste Annahme der Bogenstärke für einen bewehrten rechteckigen Hohlquerschnitt nachstehende Formel des Verfassers benützen

$$\rho^3\{B\,[1 - (1 - 2\gamma)^3] + r\rho l\,(1 - 2\gamma)^3 + 3\,\beta^2\,\alpha B n\} = \frac{N s\,(1 + 4\nu^2)}{8\,E_b\,A l}$$

aus welcher $\rho = \frac{h}{l}$ zu rechnen ist.

Darin bedeuten: h die Gesamthöhe des Hohlquerschnittes von der Breite B. Bei $2 f_e = \alpha B h$ ist die Bewehrungsziffer $\alpha = \frac{2\,fe}{Bh}$; $\beta = \frac{h'}{h}$. h' ist die Entfernung der Eiseneinlagen. γh ist die Dicke der oberen und unteren Platte und

der Wandstege, r die Zahl der Wände in der Breite B, s die verlangte Knicksicherheit, N die Kämpferkraft, $\nu = \frac{f}{l}$; $A = \frac{2 + k^2}{8 - k^2}$ und k näherungsweise aus der Knickformel für den Parabelbogen

$$k = \frac{1}{2\,(1 + 4\,\nu^2)}$$

Für Bogen, auf die später die Fahrbahn aufgesetzt wird, könnte die Knicksicherheit $s < 3$ gewählt werden, etwa $s = 2$ bis 2,5, wenn über E zuverlässige Versuchswerte vorliegen und der Dreigelenkbogen nachträglich in einen eingespannten Bogen verwandelt wird.

Wird die elastische Verformung des Dreigelenkbogens berücksichtigt, also für die genaue Berechnung, kann die Knicksicherheit für eine gleichmäßig verteilte Belastung nach *Fritsche* (Bautechnik 1925, S. 465) gerechnet werden. Allerdings gelten diese Formeln für eine flache parabolische Bogenachse.

Die Knickbelastung H_K (waagerechte Kraft im Scheitel) ist

$$H_K = \frac{4\,\varkappa^2\,EJ}{l^2}$$

wobei $\varkappa$ aus der Gleichung mit $\vartheta = \gamma\nu^2$

$$\operatorname{tg}\varkappa + \frac{3\,\vartheta\,[\varkappa^2\,(2\,\varkappa^2 + 1) + 16\,(\sec\varkappa - 1)]}{\varkappa\,[\varkappa^2\,(6 - 7\,\vartheta) - 120\,\vartheta]} = 0$$

gerechnet werden kann.

Für eingespannte Bogen ist $\varkappa$ in der Gleichung für H_K aus der Gleichung

$$\operatorname{tg}\varkappa - \frac{\varkappa\,(12 + 7\,\vartheta)}{12 + \vartheta\,(6\,\varkappa^2 - 12)} = 0$$

zu rechnen.

Freyssinet empfiehlt für eingespannte Bogen die Bogenstärke im Scheitel mit Rücksicht auf die Knickung in der Tragwandebene mit $^1/_{80}$ l zu wählen, während *Mesnager* $^1/_{100}$ l vorschlug. *Maillart* hat sogar bei der Landquartbrücke in Klosters die Stärke des Vollbogens mit $^1/_{115}$ l (Scheitel) bezw. $^1/_{88}$ l (Kämpfer) ausgeführt. (Bauingenieur 1931, Heft 10.)

Hinsichtlich der Knicksicherheit ist natürlich der Hohlbogen dem Vollbogen wesentlich überlegen. Bei großen Pfeilhöhen kann bei ausreichender Sicherheit die Bogenstärke sogar noch kleiner als die früher angegebenen Werte werden. Dies gilt natürlich für weitgespannte Brücken.

Immerhin muß man die Knicksicherheit auch für den Endzustand des Bogens und für die ungünstigsten Nutzlasten noch überprüfen.

Die schärfere Untersuchung des Knickzustandes läßt sich aus den vom *Verfasser* unter III. 4, 5 gegebenen Lösungen der Verformungstheorie ableiten. Die Veröffentlichung ist bevorstehend.

Das Problem der Knickung ist auch behandelt in *F. Bleich,* Theorie und Berechnung der eisernen Brücken, 1924, S. 213; *Fritsche,* Bautechnik 1925, S. 484; *E. Gaber,* Bautechnik 1934, S. 646; *F. Dischinger,* Bautechnik 1934, S. 739. Weitere Untersuchungen des Knickproblems für mit der Zeit veränderliche E sind noch erforderlich.

V. Schwinden und plastische Verformung des Bogens.

Bei weitgespannten Bogenbrücken spielt die plastische Verformung des Betons infolge der Belastung (Fließen, Kriechen) gleichfalls eine wichtige Rolle, weil sie mit einer Senkung der Bogenachse verbunden ist und dadurch im Bogen parasitäre Spannungen entstehen.

Um die Bedeutung der Wirkung des Schwindens und der plastischen Verformung zu ersehen, sei auf die Veröffentlichung von *C. C. Fishburn* und *J. L. Nagle* über die Versuche an der Arlington-Gedächtnisbrücke (Research Paper R. P. 609. Standards Journal of Research Vol. 11, November 1933) hingewiesen, bei dem für einen eingespannten Bogen von 57,24 m Stützweite die Durchbiegung des Scheitels nach einem Jahr infolge dieser beiden Wirkungen um 68 % größer war als die der Wärmewirkung.

Deshalb sind auch hochwertige, besonders Schmelzzemente anzuwenden. Die physikalische Erklärung für das Schwinden und Kriechen des Betons ist vorläufig noch nicht einwandfrei gegeben, wenn auch für das Schwinden und dessen Folgen ziffernmäßige Werte in erschöpfendem Maße vorliegen. Es scheint, daß diesen beiden Betoneigenschaften ein *einziges physikalisches Grundgesetz* zugrunde liegt, wobei das *Kriechen* den allgemeinen Fall und das Schwinden einen Sonderfall für die Belastung $P = o$ darstellt, denn der Verlauf der Verkürzungen für Schwinden und Kriechen ist in seiner Beziehung zur Zeit außerordentlich ähnlich.

Straub hat in seiner Abhandlung (Transact. amer. soc. Civ. Eng. 1931) eine Bogentheorie für die plastische Verformung aufgestellt, die auch die Zeit t berücksichtigt und für die plastische Verformung ε_p das Gesetz $\varepsilon_p = K \sigma^p t^q$ aufgestellt. Darin nimmt er für zwei Wochen alten Beton (1 : 2 : 4) $p = 2$, $q = 0{,}15$ an, nach viermonatiger Erhärtung $p = 1{,}25$, $q = 0{,}4$. Richtiger wäre es, p gleich dem m im Potenzgesetz anzunehmen. Die mathematischen Entwicklungen sind aber für eine Berechnung von Bogen viel verwickelter als jene der Verformungstheorie; sie haben wohl ein wissenschaftliches Interesse und könnten bei Belastungsversuchen herangezogen werden. Außerdem setzt er eine nichtvorhandene Superposition voraus, indem die Änderungen der Winkel infolge der elastischen und plastischen Formänderungen, die verschiedene Scheitelpunkte haben, addiert werden.

Deshalb ist es bis auf Weiteres zweckmäßig, von der Einführung des Zeitelementes in der Bogentheorie abzusehen und die Rechnung auf die versuchstechnisch festgestellte Gesetzmäßigkeit der Zunahme der Verformung mit der Zeit aufzubauen, die allerdings bekannt sein muß. Über das plastische Verformungsmaß ε_p wird man nach der voraussichtlichen Herstellungsdauer des Bogens, der Zeit des Bogenschlusses, der Fertigstellung der Brücke, ein Bild darüber gewinnen, in welchem Stadium des plastischen Verformungsverlaufes sich diese einzelnen Arbeitsabschnitte befinden und welche plastische Auswirkung nach Vollendung des Baues noch zu erwarten ist, denn nach einer gewissen Zeit kommen diese Formänderungen zum Stillstand.

Über diesen Abschluß des Kriechzustandes sind allerdings noch keine genauen Angaben vorhanden. Die sehr ausführlich wiedergegebenen Versuche *Gehlers* und *Amos*, im Heft 78 des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton, lassen diesen

Abschluß nach einem Jahre erkennen, während nach *Whitney* (Journal Amer. Concrete Inst. März 1932), *Davis, Glanville,* die Kriechwirkung erst nach vier bis fünf Jahren abgeschlossen ist, wobei die letzten zwei Jahre nurmehr sehr geringe Schrumpfungen bringen.

Nach *Gehler* und *Amos* (Heft 78 des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton) beträgt für den einseitig bewehrten Versuchsquerschnitt die Ausbiegung der Versuchskörper bei reiner plastischer Verformung nach drei Monaten und einer Betondruckspannung von $\sigma_b = 40\ kg/cm^2$ 142 % des Schwindwertes, bei $\sigma_b = 120\ kg/cm^2$, sogar 408 %. Nach einem Jahre betragen die betreffenden Werte 158 % bezw. 365 %. Eine versuchte genaue ziffernmäßige Ermittlung der Schwind- und Verformungsmaße stieß auf Schwierigkeiten wegen der fehlenden Versuche über die Druckelastizität des verwendeten Betons von $W_{28} = 296\ kg/cm^2$ nach einem Jahr. Soweit sich aber aus den Versuchen unter Annahme eines mit der Zeit veränderlichen E und n und bei gerissener Zugzone des Betons ermitteln ließ, beträgt das Verformungsmaß ε_p nach 150 Tagen bei $\sigma_b = 40\ kg/cm^2$ 118 % des Schwindmaßes, bei $\sigma_b = 120\ kg/cm^2$ 270 %, nach 270 Tagen betragen die bezüglichen Werte 138 % bezw. 300 %.

Nimmt man das Schwindmaß für Eisenbeton nach einem Jahr mit etwa 0,2 mm pro Meter an, so ergeben sich die Plastizitätsmaße für $\sigma_b = 40\ kg/cm^2$ mit etwa 0,28 mm pro Meter, und bei $\sigma_b = 120\ kg/cm^2$ mit 0,6 mm pro Meter.

Diese verhältnismäßig hohen Werte spielen natürlich bei weitgespannten Brücken eine große Rolle, deshalb müssen sie durch ein Ausrüstungsverfahren, wenn auch nicht ganz, so doch zum größten Teil eliminiert werden. Nach dem Bogenschluß wirkt sich der Rest aus. Wie groß dieser Rest ist, hängt von der Zeit der Ausrüstung ab, ist also von der Spannweite und der Bauzeit abhängig. Immerhin wird man $^2/_3$ bis $^4/_5$ der Hauptwirkung ausschalten können.

Eine Gefahr für den Bestand des Bogens besteht jedoch nicht, da die Wirkung endlich zum Stillstand kommt und die Elastizitätsziffer des Betons steigt.

Freyssinet gibt nachstehende Grenzwerte für die Schwindmaße an,

Zementdosierung 350 kg ε_s: = 4 bis 6.10^{-4}
400 kg ε_s: = 5 bis 7.10^{-4}
450 kg ε_s: = 6 bis 8.10^{-4} (Génie Civ. 1921/II, S. 126),

und schlägt vor für sein Ausrüstungsverfahren bei obigen Zementmengen die Werte ε_s = 0,4, 0,5, 0,6 mm pro Meter für die Spannungsherabsetzung heranzuziehen.

Für weitgespannte Brücken sind aber noch sehr eingehende Versuche über das Schwindmaß und plastische Verformungsmaß von Beton mit hochwertigen oder Sonderzementen für die verschiedenen Mischungsverhältnisse erforderlich.

Die Berechnung der Schwindspannungen und jener infolge der plastischen Verformung lassen sich nach *M. Ritter*[1] und dem Buche des Verfassers[2] berechnen.

---

[1] *Dr. M. Ritter:* Wärme und Schwindspannungen in eingespannten Gewölben. Schweizerische Bauzeitung. Bd. 95. März 1930.

[2] *Dr. A. Hawranek:* Nebenspannungen von Eisenbeton-Bogenbrücken. Verl. W. Ernst & Sohn, Berlin 1919.

VI. Bau- und Ausrüstungsverfahren.

Die Bauverfahren von *Spangenberg-Melan* und das Ausrüstungsverfahren von *Freyssinet* sind bekannt. Esteres hätte bei weiter gesteigerten Spannweiten wegen der großen Mengen des Vorbelastungsmaterials zu kämpfen, so daß die An-

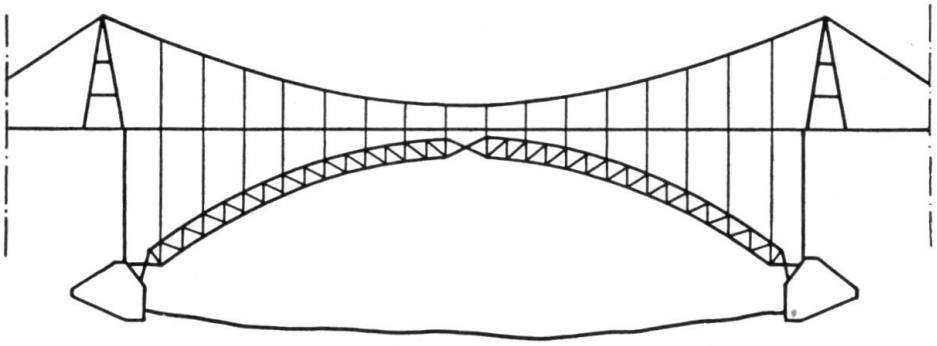


Fig. 2.

wendungsmöglichkeit wohl mit etwa 180 m begrenzt sein dürfte. Ein Vorschlag *Melans* für die Aufhängung der Rüstung ist in Fig. 2 gegeben.

Nach dem *Freyssinet'*schen Verfahren ist, weil von vornherein eingespannte Kämpfer angenommen werden, ein völliger Spannungsausgleich der beider-

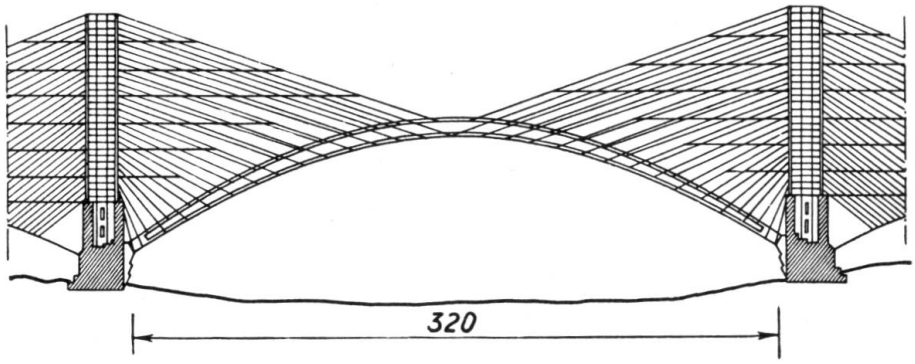


Fig. 3.

seitigen Randspannungen eines Querschnittes *nicht* möglich. Es werden aber bedeutende Herabsetzungen der Randspannungen erzielt, die bei der Brücke

Villeneuve sur Lot . . . im Scheitel oben 31 %, im Kämpfer unten 30 %,
St. Pierre du Vauvray . . im Scheitel oben 25 %, im Kämpfer unten 29 %,
St. Bernand . . . . . im Scheitel oben 25 %, im Kämpfer unten 43 %

betrugen, so daß bei diesen Brücken als größte Spannungen bloß 57,5 und 76,9 kg/cm² auftreten, Plougastel 75 kg/cm², La Loche Guyon 80 kg/cm².

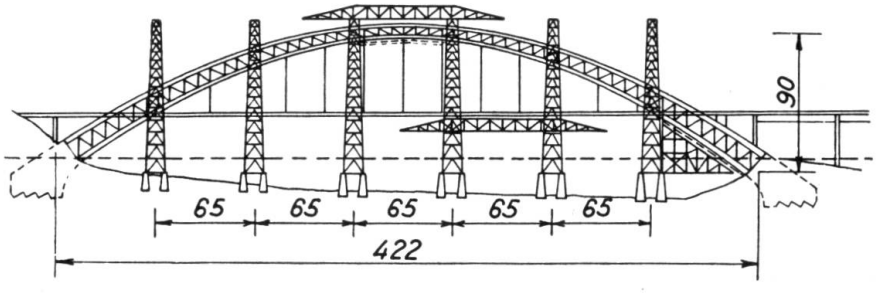


Fig. 4.

Dieses Verfahren ist also ein Mittel eine weitere Steigerung der Spannweite zu erzielen und gestattet bei einer Spannweite von 500 m mit einer zulässigen Inanspruchnahme von 159 kg/cm² auszukommen. In Fig. 3 ist ein, allerdings später fallen gelassener Entwurf *Freyssinets* für die Aufhängung des Schalungsgerüstes mit Drahtseilen für einen Bogen von 350 m Stützweite veranschaulicht.

Die Verlegung der Bogenachse beim Bau ist aber auch durch lotrechte Regulierung durch hydraulische Pressen auf festen Gerüsten möglich, wie sie *Lessier* für einen Bogen über die Rance von 460 m Spannweite vorschlägt (Beton und Eisen 1931, S. 370). Fig. 4 zeigt diese Stahlgerüstung.

Andere Gesichtspunkte leiten die Vorschläge von Dr. *Fritz*.[3] Dr. *Fritz* geht bei der Bekämpfung der schädlichen Zwängungspannungen in Bogenträgern und Gewölben vom Dreigelenkbogen aus, der auf festen Gerüsten aufgebaut wird, um dann in einen eingespannten Bogen verwandelt zu werden.

Durch Überhöhung der beiden Dreigelenk-Bogenhälften, die sowohl die Gerüstzusammendrückung, die Bogenverkürzung durch ruhende Last, Verkehrslast, Schwinden und Stützweitenvergrößerung berücksichtigt, wird im endgültigen, eingespannten Bogen ein praktisch vollkommenes Zusammenfallen von Stützlinie und Bogenachse erreicht.

Im Kämpfer werden später herauszunehmende Gelenke eingebaut, nach Ausbetonieren der Schwindfugen des Bogens auch im Scheitel. Wenn der Überbau fertiggestellt ist, wird das Lehrgerüst abgesenkt, die Schwindwirkung wird durch eine zusätzliche Belastung Δp_s berücksichtigt, in ähnlicher Weise einer Widerlagerverschiebung Rechnung getragen (Δp_w) und die Gelenke durch Einbau passender Gewölbesteine ausgeschaltet. Solange das in die Rechnung eingestellte Schwindmaß nicht erreicht ist, werden durch $g + \frac{p}{2}$ noch Biegungsmomente im Bogen entstehen. Für große Spannweiten wären die Zusatzlasten Δp_s, Δp_w zu groß, weshalb die Wirkung des Schwindens und der Widerlagerverschiebung erst abgewartet werden muß, bevor der Bogen geschlossen wird; dann wird bloß eine künstliche Belastung durch $\frac{p}{2}$ erforderlich. Diese Wartezeit ist aber verhältnismäßig lang und die Widerlagerverschiebungen wirken sich erst bei Vollbelastung völlig aus.

Um diesen Unannehmlichkeiten auszuweichen, kann man die Gelenke exzentrisch ansetzen, an Stellen, die den Durchgangspunkten der Stützlinie in den Kämpfern und im Scheitel entsprechen.

Ein ähnliches Verfahren rührt von *Dischinger* her (Bauing. 1935, H. 12—14).

Die angeführten Verfahren sind für die weitere Entwicklung des Bogenbrückenbaues verfügbar, ein weiteres wird in Abschnitt VIII behandelt.

VII. Gerüste.

Für die Ausführung weitgespannter Brücken spielen Art und die Kosten der Lehrgerüste eine ausschlaggebende Rolle, da deren Kosten einen bedeutenden

---

[3] *Dr. Fritz B.:* Vereinfachte Bestimmung des Einflusses der Systemverformung beim Dreigelenkbogen unter besonderer Berücksichtigung der Veränderlichkeit der Querschnittsgrößen. (Bauing. 1935, H. 15/16. Schweiz. Bauztg. 1935/II, S. 277.) Dresden, 1933, S. 12 und 28.

Anteil der Gesamtkosten einer Eisenbetonbogenbrücke ausmachen. Aber nicht nur die Kosten, sondern auch der Baustoff des Gerüstes ist entscheidend. Bisher hat man Holz, selbst bei Brücken von 187 m Stützweite (Elorn-Brücke bei Plougastel) gewählt und auch für größere Stützweiten vorgeschlagen. Man hat je nach der Pfeilhöhe des Bogens die Lehrgerüste nach der für kleine Spannweiten üblichen Bauart abgebundene Gesperre verwendet, oder besondere Ausführungen, wie sie *Freyssinet* mit genagelten Kranzbogen und Fachwerkstreben gewählt hat. Bei der Tranebergbrücke in Stockholm ($l = 181$ m) hat man vollwandige Stahlbogen als Lehrbogen benützt, die in hochwertigem Stahl mit 2430 kg/cm² zulässige Inanspruchnahme ausgeführt waren, und hatte für diesen Zweck mit Recht eine 35 % ige Überschreitung des sonst zulässigen Wertes von 1800 kg/cm² zugelassen. Die Lehrbogen erforderten rund 1000 t Stahl bei zweimaliger Verwendung infolge seitlicher Verschiebung für den Zwillingsbogen.

Es ist bisher, abgesehen von amerikanischen Ausführungen mit Stahlbogengerüsten für wesentlich kleinere Spannweiten, die einzige größere Ausführung für weitgespannte Eisenbetonbogenbrücken.

Es ist unzweifelhaft, daß *Holz* bei wesentlich größeren Spannweiten (etwa bis 250 m) nur bei Brücken mit kleinen Pfeilhöhen und nicht allzu großen Stromtiefen und dabei tragfähigem Grund oder über festem Gelände anwendbar ist, weil die Betonmassen schon zu schwer werden. Selbst wenn man Entlastungen des Gerüstes vornimmt, wie sie etwa *Freyssinet* bei der Roche Guyon-Brücke ($l = 161$ m) vorteilhaft anwendete, wird man dieses Verfahren bei noch größeren Spannweiten und besonders großen Pfeilhöhen wohl nicht mehr benützen können. Er setzte schon die untere Platte des kastenförmigen Querschnittes durch Pressen unter Druck und ordnete dabei eine provisorische Verbindung dieser Platte mit dem Gerüst zur Vermeidung des Knickens des Bogens an, so daß der weitere Aufbau des Bogens das Gerüst nicht mehr belastete.

Schon durch die großen *Windkräfte* wird das Holzgerüst sehr beansprucht. Das Gewicht und die für den Bau erforderliche Arbeit werden groß. Dabei ist die Fundierung bei starkem Stromgang in tiefen Strömen auch kostspielig, weil bei großen Spannweiten mehrere Pfeiler eingebaut und beseitigt werden müssen, selbst wenn man Holzfachwerk-Bogen oder die genagelten vollwandigen *Lembke*-Träger verwenden würde. Große Pfeilhöhen erfordern dann wegen der erforderlichen Stabilität Pfeilerentwicklungen nach der Breite hin.

Deshalb wird man wohl bei noch größeren Spannweiten als 200 bis 250 m *Stahl* für die Gerüste verwenden müssen, und dann am besten *hochwertigen.* Man wird sowohl hochwertigen Walzstahl oder Drahtseile verwenden müssen und kann dabei mit Rücksicht auf die vorübergehende Verwendung die zulässige Inanspruchnahme von St. 52 auf 2500 kg/cm², jene der Stahldrahtseile auf 7000 kg/cm² erhöhen. Die Verwendung von Stahl ist vor allem von den verschiedenartigen, für die verwendete Holzart immer erst festzustellenden Zusammendrückungen an den Stoßstellen der Holzgerüstteile unabhängig.

Man wird natürlich auch bei Stahlgerüsten trachten, nur so viel als unumgänglich notwendig, von dem Bogengewicht auf diese zu übertragen und die Eisenbetonbogen sobald als möglich selbständig zu machen.

Ein Vorschlag ist anläßlich eines Entwurfes des Verfassers in Abschnitt VIII wiedergegeben.

Wiewohl es auch für noch größere Spannweiten als 200 m möglich ist, mit Stahlbogen allein als Rüstung zu arbeiten, so wird man, selbst wenn eine Verschiebung des Gerüstbogens in Aussicht genommen wäre, bei 400 m mit einem Stahlgerüstbogen von rd. 4000 t rechnen müssen, abgesehen von der viel schwierigeren Aufstellung solcher Bogen und der noch schwierigeren Verschiebung um den Zwillingsbogen zu betonieren. Das Gewicht wird bei flachen Bogen sogar noch größer werden. Die Knicksicherheit nach beiden Hauptrichtungen und Windkräfte verlangen weitere Verstärkungen.

Deshalb wird es notwendig werden, den Bogen durch eine Hängekonstruktion oder durch eine zweckmäßige Kombination eines Stützgerüstes mit einer Hängekonstruktion zu ersetzen. Wie weit die eine oder die andere Lösung in Frage kommt, entscheiden die Kosten. Eine Hängekonstruktion ist als verankertes Kabel von $^1/_{10}$ bis $^1/_{15}$ l Pfeilhöhe gedacht, an dem die Hängestangen samt der Schalungskonstruktion aufgehängt sind. Für den Entwurf einer Brücke von 400 m Stützweite und der gleichen Spannweite für die Kabelkonstruktion hat sich nach vollständiger Durchrechnung die Unwirtschaftlichkeit ergeben.

Dagegen hat sich für diesen Fall die Kombination eines Stützgerüstes auf je 88 m Länge von den Kämpfern aus und einer 224 m gespannten Aufhängung des Schalungsgerüstes als wirtschaftlich herausgestellt (Fig. 5), wobei betont wird, daß es sich um einen Bogen von $^1/_4$ l als Pfeilhöhe handelt. Dabei kann die Rückverankerung der Kabel unmittelbar in die Bogenwiderlager erfolgen, so daß kein eigener Ankerblock notwendig wird. Durch die Linienführung des Kabels unter den Bogenscheitel wird außerdem die Pylonenhöhe verkürzt und der Mittelteil zwischen den Verschneidungen von Kabel und Bogen zu einer Aussteifung benutzbar und die Gesamtkabellänge gekürzt.

Die beim Betonieren des Bogens eintretenden Formänderungen des Kabels und die Wärmewirkungen sind genau berechenbar und lassen sich durch Schraubenschlösser in den Hängestangen für den jeweiligen Arbeitsfortschritt korrigieren oder durch Pressen unter den Kabelsätteln über den Pylonen regulieren.

Für die Betonierung können diese Umstände kein Hindernis sein, da die Stahlbogengerüste ebenfalls ähnlichen Formänderungen ausgesetzt sind, und da durch Freilassen von Betonierungsfugen der Schwindwirkung des Betons auch hier abgeholfen werden kann.

Anstelle einer Hängekonstruktion kann auch im mittleren Teile eine Stahlbogenkonstruktion mit Zugband als Gerüstung eingebaut werden.

Endlich ist noch in Fig. 6 ein Vorschlag gemacht, der für kleinere Spannweiten eine Versteifung der Hängekonstruktion vorsieht. Als solche kommt ein Zweigelenkrahmen oder ein eingespannter Rahmen, dessen Riegel später als Hauptlängsträger der abgestützten Fahrbahn der Brücke mitbenützt werden können, in Frage. Diese Rahmen haben den weiteren Vorteil, daß sie die Schalungsgerüste tragen können und daß sie die Zufuhr des Betons und aller übrigen Baustoffe auf wagrechter Bahn ermöglichen; sie reduzieren zudem die Formänderungen wesentlich. Die Elastizitätstheorie und die Verformungstheorie dieser Hängebrücke mit einem Versteifungsrahmen wurde vom Verfasser gegeben.[5]

---

[1] *Dr. A. Hawranek:* Hängebrücke mit einem Zweigelenkrahmen als Versteifungsträger. Stahlbau 1935. *Dr. A. Hawranek:* Verformungstheorie dieses Systems. Abhandlungen der Int. Ver. für Brückenbau im Hochbau. Band III. 1936.

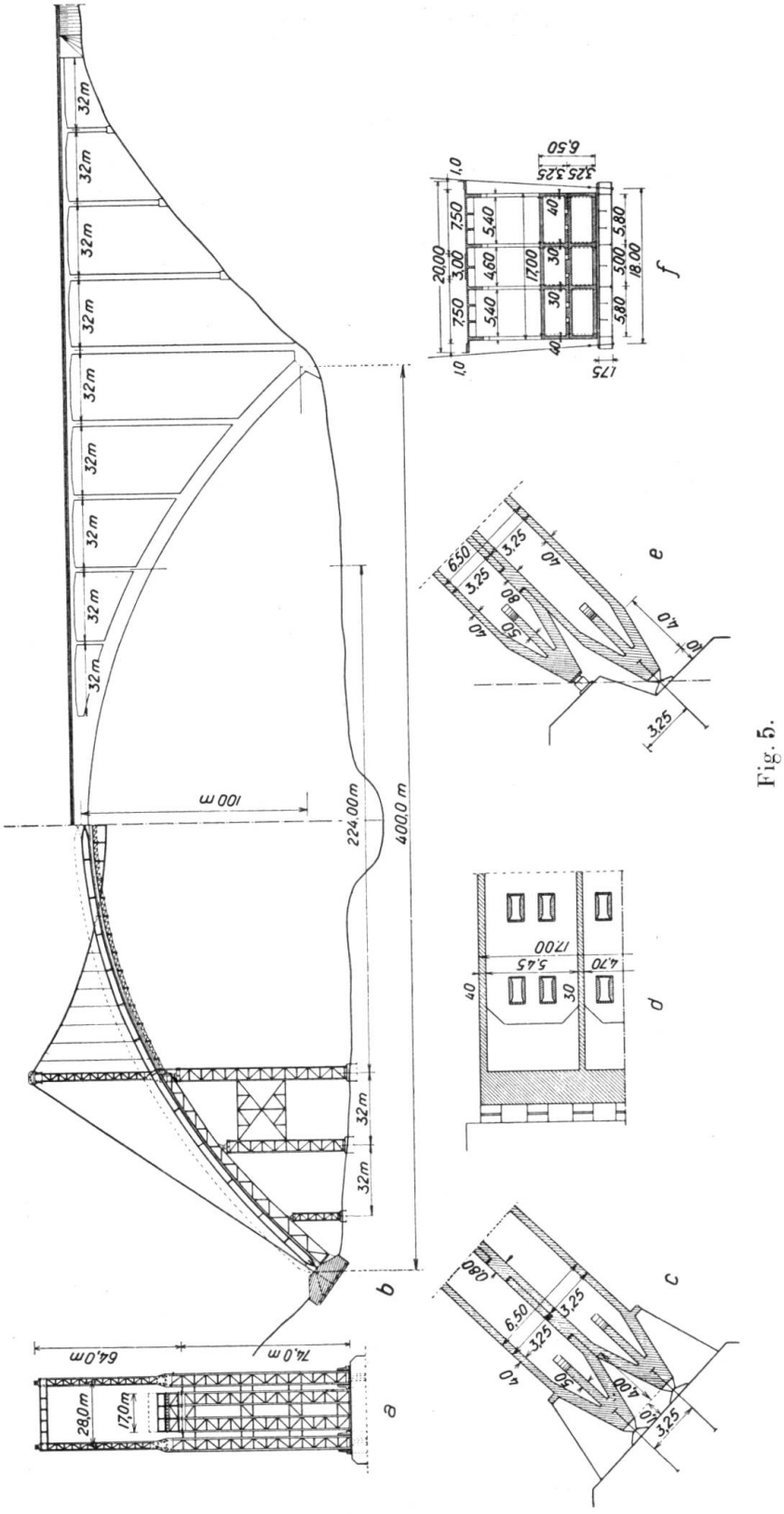

32m
100 m
224.00m
400.0 m
74.0m
64.0m
28.0m
17.0m
a
b
c
d
e
f
6.50
3.25
1.75
1.0
20.00
7.50
5.40
3.00
4.60
17.00
5.80
18.00
4.70
5.45
17.00
4.00
3.25

Fig. 5.

Man sieht aus dem Vorstehenden, daß für die Erreichung größerer Spannweiten als bisher, die Kombination von Beton und Stahl nicht nur aussichtsreich, sondern auch notwendig und wirtschaftlich ist.

VIII. Neuer Vorschlag für die Herstellung weitgespannter Eisenbeton-Bogenbrücken.

Entwurf einer Eisenbeton-Bogenbrücke von 400 m Spannweite.

Damit die Gerüstkonstruktion für die Schalung und Betonierung eines so großen Bogens leichter werde, wird vorgeschlagen, den tragenden Bogen aus zwei parallelen, übereinander liegenden Bogen zusammenzusetzen. Der erste wird auf dem Schalungsgerüst hergestellt, dann ausgerüstet und als Lehrbogen für den zweiten Bogen benützt. Beide Bogen werden schließlich zu gemeinsamer Wirkung verbunden und dann in einen eingespannten Bogen verwandelt. Werden

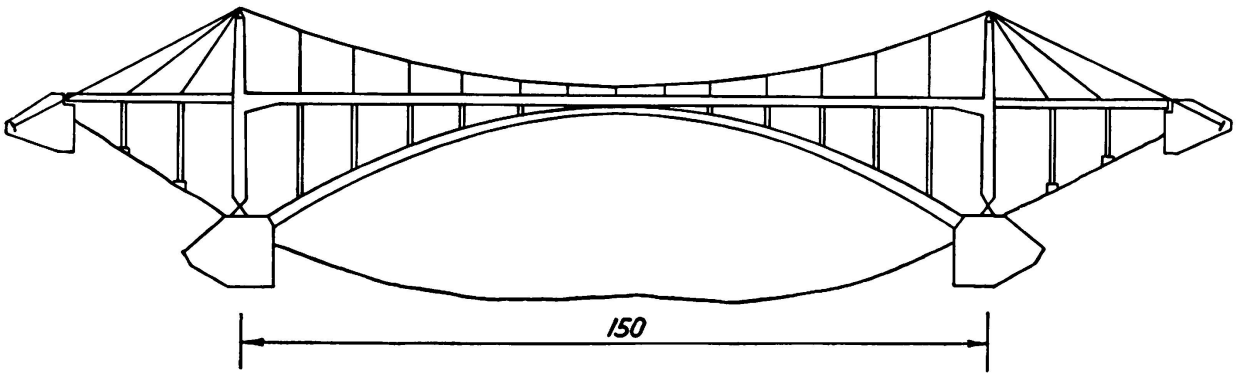


Fig. 6.

nun diese beiden Bogen vorerst als Dreigelenkbogen ausgebildet, so können sie für sich von den Wirkungen der Achsverkürzung, durch Schwinden und infolge der Plastizität des Betons befreit werden. Für das Schwinden und auch die plastische Verformung jedoch nur in einem vom Zeitpunkte des Bogenschlusses abhängigen Maße. Als Beispiel wurde ein Bogen von 400 m Spannweite entworfen, der auch den gleichen Pfeil f = 100 m hat, wie der von Prof. *Dischinger* im „Bauingenieur" 1935, H. 11—14 veröffentlichte Entwurf. Es wurde auch die gleiche Fahrbahnabstützung gewählt, um Vergleiche über die Rechnungsergebnisse anstellen zu können (Fig. 5f). Der neue Vorschlag für die Rüstung wurde bereits besprochen.

1. *Unterer Bogen.*

Wir denken uns *vorerst* den ersten Bogen B_1 nach der Stützlinie S_1 für sein Eigengewicht geformt oder für eine Belastung, die die größtmögliche Herabsetzung der Spannungen erlaubt und nehmen eine *konstante* Höhe und Form im Querschnitt an. Der Querschnitt F ist außerdem nach beiden Hauptrichtungen symmetrisch. Der Bogen ist in den Kämpfern mit Stahlgelenken versehen; der Scheitel ist für den vorübergehenden Einbau von Druckwasserpressen ausgebildet. Das Bogengerüst wird entsprechend seiner eigenen Formänderungen, der elastischen Zusammendrückung der Bogenachse, der Schwindwirkung und der plasti-

schen Verformung des Bogens überhöht. Nach Fertigstellung des Bogens wird er mit Hilfe der Pressen vom Gerüst gehoben, wobei er auch seine elastische Achsverkürzung infolge seines Eigengewichtes erleidet.

Die Ausrüstung kann eventuell auch bei aufgehängtem Schalungsgerüst unmittelbar durch die Schraubenschlösser in den Hängestangen erfolgen, bei einem Stützgerüst auch durch lotrechte Pressen.

Wärmewirkung. Es wird nicht immer möglich sein, den Bogenschluß zur Zeit der Normaltemperatur, in Mitteleuropa $t = 10^0$ C, durchzuführen. Sollen nun die Wärmewirkungen im eingespannten Bogen für die größten positiven und negativen Wärmeschwankungen in beiderseitigem Sinne gleich groß, bzw. bei unsymmetrischer Bewehrung nicht allzu verschieden sein, so muß der Unterschied zwischen der Wärme beim Ausrüsten des Bogens und der Normaltemperatur durch eine Hebung bzw. Senkung des Scheitels berücksichtigt werden.

Das wird nur dann erfolgreich sein, wenn die Wirkung als Dreigelenkbogen solange aufrecht erhalten werden kann, bis einmal die Normaltemperatur wirklich eintritt, bei der dann der Bogenschluß durchgeführt wird, denn ein vorzeitiger Bogenschluß ändert das System, macht es statisch unbestimmt (Zweigelenkbogen, eventuell eingespannter Bogen), so daß dann verschiedene Größtwerte der Wärmeschwankungen in positivem bzw. negativem Sinne zu berücksichtigen sind und ein Spannungsausgleich schwerer möglich wird.

Im Scheitel achsial eingesetzte Pressen werden praktisch durch eine Wärmeänderung nur unwesentliche Druckänderungen erfahren. Diese für solche Wärmewirkungen beim Dreigelenkbogen notwendige Änderung der Höhenlage der Bogenachse, wird man zweckmäßig auch durch lotrechte Korrektur der Höhe des Lehrgerüstes bewirken, was aber durch die Schraubenschlösser einer aufgehängten Schalung in einfacher Weise geschehen kann.

Die *Abbindewärme* des Betons der Bogenteile wird sich wohl nur noch in den zuletzt betonierten Bogenteilen äußern. Ihre Berücksichtigung ist aber noch unsicher.

Unter richtiger Berücksichtigung aller Maßnahmen gegen die besprochenen Wirkungen wird der untere Bogen die günstigsten Beanspruchungen erhalten.

Nach Einlegen von Platten symmetrisch zur Bogenachse neben den Pressen, unter Beibehaltung derselben an Ort und Stelle und geringer Entlastung, kann der vom Lehrgerüst freigemachte Dreigelenkbogen als Schalungsgerüst für den zweiten obern Bogen dienen.

2. *Oberer Bogen.*

Der obere Bogen von ganz gleichen Abmessungen und Stärke wird nun auf dem unteren Bogen in gleicher Weise betoniert und gelagert, wobei die erforderlichen Korrekturen ganz analog wie beim unteren Bogen durchgeführt werden und wiederum das Alter der Bogenteile, das bezügliche Schwindmaß und die bezüglichen Temperaturen zu berücksichtigen sind.

Ergäbe sich, daß beim oberen Bogen die Bogenachse nach Fertigstellung nicht parallel mit der Achse des unteren Bogens verläuft, so kann durch entsprechende, wohl geringe Änderung der Pressenkräfte im unteren oder oberen Bogen, das satte Berühren der beiden Bogen erzielt werden.

Ob unten der Pressendruck gesteigert, oder oben nachgelassen wird, wenn die Abstände der Bogenachsen in den Schenkeln größer als im Kämpfer oder Scheitel wären, oder umgekehrt, wenn die Schenkel der beiden Bogen eine gegenseitige Pressung hätten, hängt von dem beabsichtigten oder günstigsten Ausgleich der Maximalspannungen im Endzustande des Bogens ab.

Nach diesem Gleichrichtungsvorgang werden die Bogen durch Vergießen der ineinandergreifenden Teile (Fig. 5d), die das spätere Zusammenwirken der beiden Bogen bewirken sollen, verbunden und geben einen einheitlichen Bogen doppelter Stärke mit ziemlich ausgeglichenen Spannungen, d. h. mit geringen Momenten.

3. *Der verbundene Doppelbogen.*

Der verbundene Doppelbogen hat nun infolge der noch vorhandenen Pressen eine Regulierfähigkeit mit Rücksicht auf den erwünschten Spannungsausgleich für die später hinzukommenden Lasten, wobei noch die Doppelgelenke in den Kämpfern in Wirksamkeit bleiben können. Diese Kämpfer-Doppelgelenke wirken dann wie eine Einspannung in den Kämpfern.

Es ist aber auch möglich, bei dem *oberen* Bogen in den Kämpfern statt Gelenken, Pressen einzubauen, die eine spätere Regulierung der Stützlinie des Verbundbogens ermöglichen.

Nun kann die Fahrbahn samt den Ständern aufbetoniert werden, und zwar mit einem Spalt über dem Bogenscheitel. Mit Hilfe der Pressen ist der weitestgehende Ausgleich der Spannungen unter Berücksichtigung der nach der Fertigstellung des verbundenen Doppelbogens hinzukommenden Lasten möglich. Es sind dabei zu berücksichtigen: Gewicht der Fahrbahn und Ständer, zufällige Last, die weitere Schwindwirkung soweit sie noch nicht berücksichtigt ist, die weitere plastische Verformung, die Wind- und Wärmewirkung.

Da zwei oder mehrere übereinanderliegende Reihen von Pressen im Scheitel zur Verfügung stehen, ist durch verschiedene, errechnete Drücke in den einzelnen Reihen eine Herabsetzung der Größtwerte der Spannungen möglich. Die eventuellen Pressen im Kämpfer gestatten eine noch weitergehende Regulierung der Drucklinie. Dann kann der Bogenschluß und die Ausbetonierung der Scheitel-, Kämpfer- und Fahrbahnfugen und der Ausbau der Pressen erfolgen. Dabei sind die für den eingespannten Bogen erforderlichen durchgehenden Bewehrungseisen an den auszuschaltenden Gelenkstellen einzubetonieren.

Ob nun der Bogenschluß unmittelbar nach Herstellung der beiden Bogen oder erst nach dem Aufbau der Fahrbahn erfolgen soll, hängt von der Stützweite, dem Pfeil, den verfügbaren Pressenkräften und vornehmlich von dem Verhältnis des Eigengewichtes zur zufälligen Last ab.

4. *Der Verbund der Doppelbogen.*

Die beiden Einzelbogen müssen später als ein einheitlicher Bogen wirken. Deshalb muß sowohl die gegenseitige Verschiebung derselben längs der Berührungsfuge gehindert, als auch die Berührung der beiden Bogen für immer gesichert sein.

Um ersteres zu erreichen, sind beim ersten Bogen in mehreren Querreihen über die obere Laibung vorstehende, in der Draufsicht schwalbenschwanzförmige, be-

wehrte Streifen angeordnet, die gleichzeitig mit der Betonierung des Bogens hergestellt werden (Fig. 5c, d). Der obere Bogen erhält dort in der unteren Platte entsprechende Ausnehmungen, die erst nach der Adjustierung der beiden Gewölbe ausbetoniert werden.

Um die Ausbetonierung der Zwischenräume zwischen Streifen und Ausnehmungen zu ermöglichen, sind in den Querwänden Mannlöcher auszunehmen und ebensolche in der oberen Platte des oberen Bogens, damit die Zugänglichkeit gesichert ist. Es kann sogar auf diese Weise auch die innere Schalung herausgenommen werden.

Die Herstellung dieser dübelartig wirkenden Streifen kann einwandfrei erfolgen, da sie auf der *oberen* Bogenfläche vor sich geht, jene der Ausnehmungen im *oberen* Bogen ist gleichfalls ungestört möglich, weil sie anläßlich der Betonierung der unteren Platte desselben, also gut zugänglich, erfolgt.

Der Verbund der Bogen im *lotrechten* Sinne kann durch radial liegende Ankerschrauben, die neben den inneren Querrippen liegen, und durch beide Bogen hindurchgehen, erfolgen.

Es kann aber auch diese Verbindung durch die Längswände selbst geschehen.

5. *Lage der Kämpfergelenke.*

Die Kämpfergelenke können in einer zur Bogenachse senkrecht liegenden Fuge angeordnet werden. Dann sind die Stützweiten der Bogen etwas verschieden, auch die Pfeilhöhen weichen in mäßiger Weise von einander ab (Fig. 5c).

Man kann aber die Kämpfergelenke lotrecht übereinander anordnen, so daß für beide Bogen die gleiche Stützweite vorhanden ist (Fig. 5e). In diesem Falle werden die beiden Bogen nahezu die gleichen Beanspruchungen für ihr eigenes Gewicht und die gleichen Ausrüstungsmaßnahmen erleiden, außer jenen infolge des Schwindens und der Plastizität des Bogens.

Es wäre auch eine von vornherein exzentrische Anordnung der Kämpfergelenke, eventuell auch der Scheitelgelenke möglich.

6. *Vorgeschobene Gelenke.*

Einen großen Vorteil bei der Bewältigung großer Spannweiten geben *vorgeschobene, provisorische Gelenke.* Diese wirken sich dahin günstig aus, daß die vorkragenden Kämpferteile durch Vergrößerung der Bogenstärke gegen den Kämpfer hin auch die Wind- und Wärmespannungen im geschlossenen Bogen besser übernehmen können, und daß die Stabilität des Bogens bei schmäleren Brücken durch Verbreiterung der Kragarme besser gewährleistet ist. Die vorkragenden Teile können auf festen Gerüsten hergestellt werden, die relativ nicht hoch sind. Man kommt dann mit kleineren Bogenstärken aus. Die Spannweiten der Dreigelenkbogen sind für den ersten Zustand kleiner.

Schließlich werden wegen des erzielten kleineren Gewichtes die Rüstungen für die Dreigelenkbogen geringere Massen erfordern.

Die Gelenke liegen dann an den Stellen, wo im endgültigen, eingespannten Bogen die Randspannungen ohnehin schon kleiner werden als im Kämpfer oder Scheitel und wo die zulässigen Inanspruchnahmen nicht ausgenützt werden können. Es werden deshalb die Zulageeisen, die bei Ausschaltung der Gelenke

anläßlich der Umwandlung in einen eingespannten Bogen noch hinzukommen müssen, geringere Querschnitte aufweisen, so daß auch hierbei Ersparnisse erzielbar sind. Die Einbindung der Zulage-Eisen in den Bogen kann dort leichter bewerkstelligt werden.

Endlich haben auch die Stahlgelenke ein geringeres Gewicht, da die Kämpferdrücke infolge der kleineren Stützweite kleiner werden.

Der Vorteil der vorgeschobenen Gelenke wirkt sich bei Bogen mit großer Pfeilhöhe besonders aus, auch schon deshalb, weil die Gelenkstellen verhältnismäßig weit vorgetrieben werden können.

Vorgeschobene Gelenke sind sowohl als *endgültige* Gelenke, wie auch als *provisorische* Gelenke bei eingespannten Bogen zweckmäßig.

Das hier vorgeschlagene Verfahren gibt wegen der mannigfaltigen Vorteile und der verschiedenen Regulierungsmöglichkeiten bei entsprechender Ausgestaltung der Einzelheiten, ein Mittel zur Herstellung weitgespannter Eisenbetonbogenbrücken.

Zusammenfassung.

In der Abhandlung werden vor allem die Baustoffeigenschaften besprochen, die für weitgespannte Bogenbrücken erforderlich sind, wobei festgestellt wird, daß heute eine zulässige Inanspruchnahme des Betons von 200 kg/cm² erreichbar ist. Die Mittel zur Herabsetzung der Spannungs-Größtwerte bei Bogenbrücken durch korrigierte Bogenachsen werden diskutiert und *neue Untersuchungen* für die schärfere Berechnung von Bogen nach der *Verformungstheorie* gegeben. Es wurden allgemeine Formeln für die Berücksichtigung verschiedener Elastizitätsziffern in einem Hohlquerschnitt abgeleitet und die Verformungstheorie für Bogen mit veränderlichem E und J zum ersten Male gegeben und die Verformungstheorie des eingespannten Bogens mit einer Stützlinienachse für die gegebenen Lasten erstmals veröffentlicht. Für beide Fälle sind die Lösungen der betreffenden Differentialgleichungen und die sonstigen Hauptwerte mitgeteilt. Dann wird der Einfluß des Schwindens und der plastischen Verformung des Betons in vorliegendem Problem behandelt.

Ein neuer Vorschlag für die *Gerüstung* großer Bogenbrücken in teilweise aufgehängter Stahlkonstruktion wird gemacht und endlich eine *neue Baumethode* für einen Bogen von 400 m Stützweite vorgeschlagen, die in der Herstellung vorerst eines Bogens von halber Stärke besteht, der nach der Ausrüstung als Lehrbogen für den darüberliegenden zweiten Parallelbogen dient. Nach Fertigstellung werden beide Bogen zu einer einheitlichen Wirkung verbunden. Durch die Anwendung von provisorischen Gelenken und hydraulischen Pressen wird die Ausschaltung der Wirkung des Schwindens und der plastischen Verformung des Betons möglich. Der Vorteil von vorgeschobenen provisorischen Gelenken wird erläutert. Der Vergleich von Eisenbeton- und Stahlbogenbrücken wird nicht behandelt.

IVb 4

Die Gewölbe der Tranebergsbrücke in Stockholm.

Les voûtes du pont de Traneberg à Stockholm.

The Arches of the Traneberg Bridge in Stockholm.

S. Kasarnowsky,
Ingenieur, Erster Konstrukteur der Brückenbauabteilung der Hafenverwaltung, Stockholm.

Die in den Jahren 1932—34 erbaute kombinierte Straßen- und Vorortsbahnbrücke über den Tranebergsund in Stockholm hat eine Hauptspannweite von 181 m und ist somit heute die weitestgespannte Betonbrücke der Welt (Fig. 1).

Von Dr. Ing. *Dischinger* wurde vorgeschlagen, als Kühnheitsgrad einer Bogenbrücke den Krümmungsradius einer durch die Kämpfer und den Scheitel gezogenen Parabel $\frac{l^2}{8f}$ (l = Spannweite; f = Pfeilhöhe) zu bezeichnen.

Noch besser wäre es, als Kühnheitsgrad den wirklichen Krümmungsradius im Gewölbescheitel einzuführen, da dieser mit dem Raumgewicht des Gewölbematerials multipliziert angenähert die Normalspannung im Scheitel für das Eigengewicht des Gewölbes gibt. Für die Tranebergsbrücke ist bei einer Pfeilhöhe von 26,2 m dieser Krümmungsradius 183 m, also um ca. 7 m größer als bei der neuen Moselbrücke in Koblenz und um ca. 50 m größer als bei der Plougastelbrücke bei Brest.

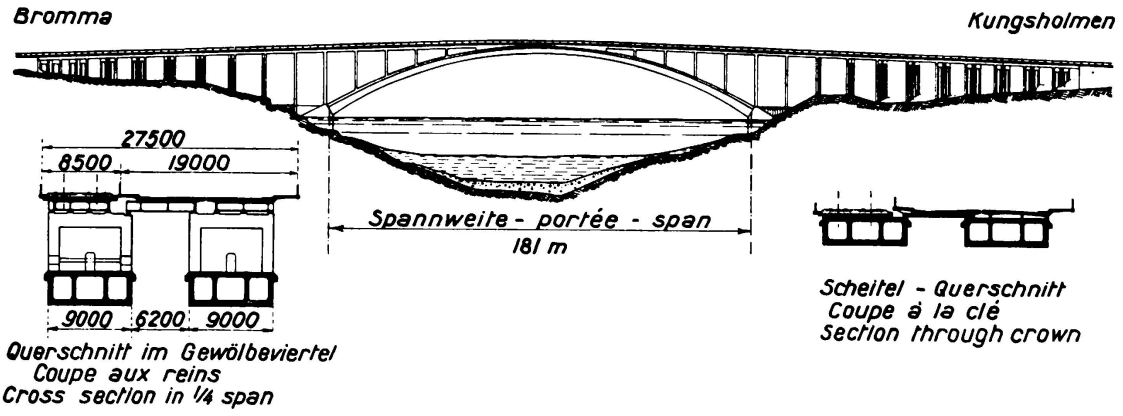


Fig. 1.

Die Brückenbahn.

Die Brücke besitzt zwei voneinanderr vollständig getrennte Brückenbahnen. Die eine dient dem Straßenverkehr und hat eine Breite von 19 m, verteilt auf eine Fahrbahn von 12,0 m, zwei Fußwege von 2,5 resp. 2,0 m und zwei Rad-

fahrwegen von je 1,25 m. Die andere Fahrbahn von einer Breite von 8,5 m enthält eine zweigeleisige normalspurige Vorortsbahn mit einem Geleiseabstand von 3,5 m.

Für die Wahl der Fahrbahnkonstruktion war der Gesichtspunkt maßgebend, das Gewicht möglichst niedrig zu halten, um die Gewölbe nicht unnötig zu belasten. Die Fahrbahntafel besteht aus 10 geschweißten Längsträgern und einer Eisenbetonplatte von 22 cm Stärke. Die Spannweite der Träger sowohl auf den Anschlußviadukten wie auf den Gewölben beträgt 13 m.

Belastungsannahmen.

Verkehrslast: Fuß- und Fahrradwege 0,4 t/m², Straßenfahrbahn 4 Belastungsstreifen nach Fig. 2a.
Vorortsbahn 2 Züge nach Fig. 2b.
Für ein Gewölbe ergeben diese Belastungen zusammen einen Belastungsgleichwert von 7,5 t/m.

Winddruck: 0,125 t/m²; *Temperatur:* ± 16° C.

Schwinden: entsprechend — 10° C.

Fig. 2a.

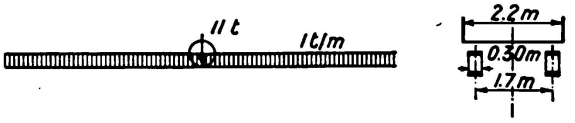
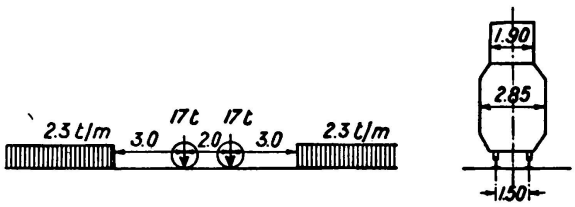


Fig. 2b.



Zulässige Beanspruchung und Material der Gewölbe.

Für normale Belastung, d. h. für Belastung durch Eigengewicht, Verkehr, ± 8° C Temperatur und Schwinden, wurde 100 kg/cm² zugelassen. Für exceptionelle Belastung, d. h. für eine Belastung, bei der außer der oben als normal definierten Belastung noch ± 8° C Temperatur und Winddruck hinzukommen, wurde 120 kg/cm² zugelassen. Die Eigenschaften des für die Gewölbe und die Widerlager angewendeten Betons gehen aus folgender Tabelle hervor.

Portlandzement kg/m³	Wasserzementzahl	Gewichtsverhältnisse von Zement : Sand : Feinkies (7 à 30 mm) : Grobkies (30 à 60 mm)	Mittelwerte der Würfelfestigkeit kg/cm²			
			7 Tage	28 Tage	90 Tage	1 Jahr
400	0,54	1 : 2,20 : 1,11 : 1,12	274	464	497	478
365	0,54	1 : 2,54 : 1,24 : 1,24	258	451	488	485

Folgende Gesichtspunkte waren maßgebend für die Bestimmung der Gewölbehöhe h_0 im Scheitel:

1. *Knicksicherheit in der Gewölbeebene:* Bei den hier vorhandenen verhältnismäßig hohen reinen Druckspannungen (70 kg/cm² für Eigengewicht allein) ist es wichtig, das Gewölbe genügend steif auszubilden, um genügende Sicherheit gegen das Ausknicken in der Gewölbeebene zu erreichen.

Bekanntlich liegt die untere Grenze der Schlankheit einer Betonstütze, bei der Ausknickung befürchtet werden kann, etwa bei 55.

Die freie Knicklänge eines eingespannten Bogens von hier vorliegendem Typus kann zu etwa $^1/_3$ der Stützweite l und der Trägheitsradius im Scheitel zu etwa 0,37 der Scheitelhöhe h_0 gesetzt werden. Somit wird der Schlankheitsgrad des Gewölbes

$$\frac{0{,}33\,l}{0{,}37\,h_0} = 0{,}91\,\frac{l}{h_0} \qquad (1)$$

und die kleinste Gewölbestärke im Scheitel

$$0{,}91\,\frac{l}{h_0} = 55 \text{ oder } h_0 = \frac{l}{60}$$

2. *Zusatzspannungen infolge Durchbiegung des Gewölbes.*

Wie bekannt entstehen bei weitgespannten Gewölben Zusatzspannungen infolge Durchbiegung des Gewölbes, die bei schlanken Gewölben die Sicherheit bedeutend reduzieren können.[1]

Bezeichnen: X den Horizontalschub für Eigengewicht und Verkehr, Δ die Durchbiegung des Gewölbes für die Verkehrslast, so kann das durch die Verformung entstehende Zusatzmoment angenähert

$$c \cdot \Delta \cdot X \qquad (2)$$

geschrieben werden. Für den Scheitel ist $c \sim 0{,}7$ und für den Kämpfer $\sim 1{,}0$. (Für den Kämpfer ist die Durchbiegung im Bogenviertel maßgebend.)

Die Berechnung der effektiven Durchbiegungen kann in der Weise geschehen, daß die Durchbiegungen des unverformten Systems mit einem Faktor Γ multipliziert werden, der angenähert aus

$$\Gamma = \frac{\sigma_k}{\sigma_k - \sigma_n} \qquad (3)$$

bestimmt wird. Hier bedeuten σ_k die Euler'sche Knickspannung, berechnet mit Hilfe der Gl. 1 und σ_n die Normalspannung infolge Eigengewicht + Verkehr.

Für die Tranebergsbrücke ist, wenn für den Young'schen Modul $E = 210\,000$ kg/cm² gesetzt wird, $\sigma_k = 690$ kg/cm²; $\sigma_n = 76$ kg/cm² somit

$$\Gamma = \frac{690}{690 - 76} = 1{,}12$$

Die wichtigsten Durchbiegungen für Gewölbe vom Typus der Tranebergsbrücke können aus folgenden Formeln berechnet werden.

[1] Siehe S. Kasarnowsky: Stahlbau 1931 Heft 6.

Scheitel $$\Delta = 0{,}000093 \left(\frac{p\, l^4}{J_o\, E}\right) \Gamma \qquad (4)$$

Gewölbeviertel $$\Delta = 0{,}000122 \left(\frac{p\, l^4}{J_o\, E}\right) \Gamma \qquad (5)$$

(p = Verkehrslast p. m.; J_o = Trägheitsmoment des Scheitelquerschnittes.)

Für die Tranebergsbrücke sind die berechneten Durchbiegungen für Verkehrslast $p = 7{,}5$ t/m (siehe folgende Tabelle), im Scheitel 2,6 cm und im Viertel 3,3 cm. Der Horizontalschub für Eigengewicht und Verkehr ist $8588 + 782 = 9370$ t, die Zusatzmomente nach Gl. 2 werden somit:

Im Scheitel . . . . . $0{,}7 \times 2{,}6 \times 9370 \times 0{,}01 = 170$ tm
Im Kämpfer . . . . . $1{,}0 \times 3{,}3 \times 9370 \times 0{,}01 = 310$ tm

und die Zusatzspannungen höchstens 1,6 kg/cm², d. h. nur 1,6 % der zulässigen Spannung.

Die Wahl der Scheitelstärke nach Gl. 1 ergibt somit bei den hier vorliegenden zulässigen Spannungen eine genügende Steifigkeit des Gewölbes.

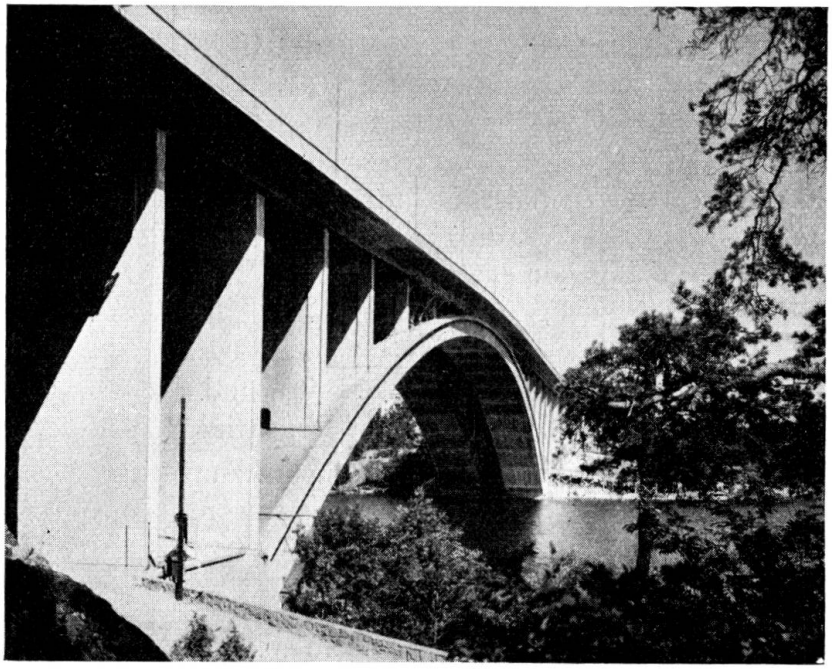


Fig. 4.

Die Gewölbekonstruktion.

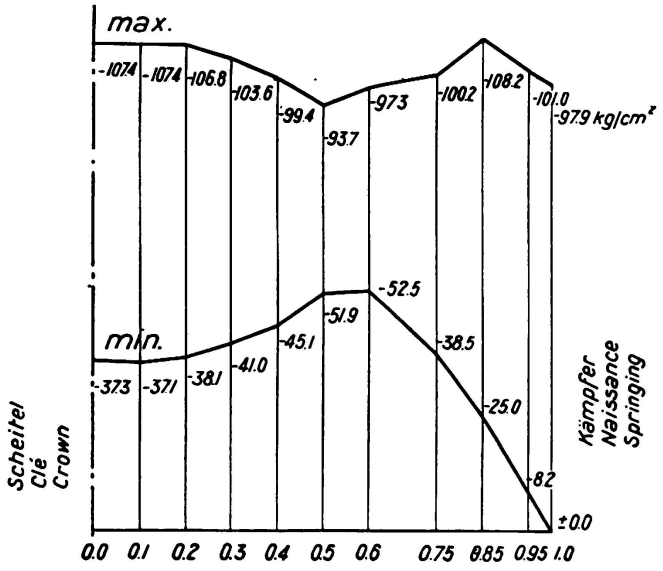
Die Hauptspannweite besteht aus zwei im Achsenabstand von 15,2 m liegenden Betongewölben. Die Gewölbe besitzen einen kastenförmigen Querschnitt mit zwei Zwischenwänden (Fig. 1). Auf einer Strecke von 54 m in der Mitte der Stützweite ist die Gewölbehöhe konstant = 3 m und wächst an den Kämpfern bis auf 5 m an. Die obere Leibung der Gewölbe ist, um ein schlankeres Aussehen zu erreichen, mit Gesimsen versehen (Fig. 4). Die Breite der Gewölbe ohne Gesimse beträgt 9 m.

Folgende Tabelle enthält die wichtigsten Angaben für die Gewölbequerschnitte im Scheitel, Viertelpunkten und Kämpfern.

Querschnitt	Gewölbehöhe m	Querschnittsfläche m^2	Trägheitsmoment m^4	Widerstandsmoment m^3
Scheitel	3,00	12,85	15,52	10,30
Gewölbeviertel, . . .	3,16	13,18	17,99	11,30
Kämpfer	5,00	22,05	69,93	28,00

In Fig. 3 ist die Verteilung der größten und kleinsten Spannungen in der Gewölbelängsrichtung dargestellt. Wie aus der Figur zu ersehen ist, entstehen auch bei den ungünstigsten Verhältnissen keine Zugspannungen im Gewölbe. Die größte Spannung, 108,2 kg/cm², entsteht im Abstande von 77 m vom Scheitel und ist wie folgt zusammengesetzt:

Eigengewicht	64,3 kg/cm²
Einfluß der zugehörigen Querexzentrizität	1,0 „
Verkehr	17,8 „
Einfluß der zugehörigen Querexzentrizität	1,1 „
Temperatur —16° C	9,9 „
Schwinden (—10° C)	6,2 „
Wind	7,9 „
Summe	108,2 kg/cm²



Verteilung der max. und min. Spannungen im Gewölbe. (Exceptionneller Belastungsfall)

Répartition des tensions max. et min. dans l'arc. (Cas de charge exceptionnel)

Distribution of stress minima and maxima in arch. (Exceptional case of loading)

Fig. 3.

Das Gießen der Gewölbe erfolgte in zwei Ringen (Fig. 5). Jeder Ring bestand aus 10 Lamellen je Gewölbehälfte mit ca. 1,2 m breiten Fugen. Es wurden, um eine unsymmetrische Belastung des Gerüstes zu vermeiden, immer 2 Lamellen gleichzeitig auf beiden Seiten des Scheitels gegossen.

Der Beton wurde in einer Betonfabrik gemischt und kam in Spezialwagen mit rotierender Trommel von 1,25 m^3 Fassungsvermögen auf den Bauplatz. Vom Wagen wurde der Beton in Kübel gegossen und auf einer Kabelbahn an die Betonierungsstelle gebracht.

Das Betonvolumen eines Gewölbes beträgt (ohne Widerlager) 2740 m^3.

Die Bewehrung des Gewölbes beträgt 62 kg/m^3 Beton, wovon 45 % auf die Längs- und 55 % auf die Querbewehrung entfallen. Das Material besteht aus Baustahl St. 50 mit einer unteren Streckgrenze von min. 30 und einer Dehnung von 20 % der normalen Meßlänge.

Die Gewölbewiderlager.

Der tragfähige Grund, Granitfels, tritt an den Ufern zutage und bildet natürliche Widerlager. Die Widerlager wurden so bemessen, daß die größte Kantenpressung 30 kg/cm^2 nicht übersteigt. Jedes Widerlager wurde mit einem Hohlraum zur Aufnahme von Wasserleitungen von 1 m Durchmesser versehen.

Die Ausführung der Widerlager geschah in trockener Baugrube im Schutze von kreisförmigen Fangdämmen von max. 8 m Wassertiefe.

Das Lehrgerüst (Fig. 5).

Das Lehrgerüst besteht aus vier eingespannten Stahlblechbögen, je einen unter jeder Vertikalwand des Gewölbes. Die Spannweite der Bogen beträgt 172 m und die Pfeilhöhe 25,25 m. Alle Bogenquerschnitte sind konstant und bestehen aus einem Stehblech 2400×18, vier Stahlwinkeln $100 \times 200 \times 18$ und zwei Gurtblechen 800×24. Die Stehbleche sind mit je zwei durchgehenden [NP 26 ausgesteift. Das Material der Bogen ist Baustahl St. 52 mit einer unteren Streckgrenze von min. 36 kg/mm^2 und einer Dehnung von 20 % der normalen Meßlänge. Bei Vollbelastung ist die größte Beanspruchung aus Vertikallast 2210 kg/cm^2. (Für die Dimensionierung der Bogen war die Knicksicherheit in der Tragebene maßgebend.)

Das Stahlgewicht des Lehrgerüstes beträgt:

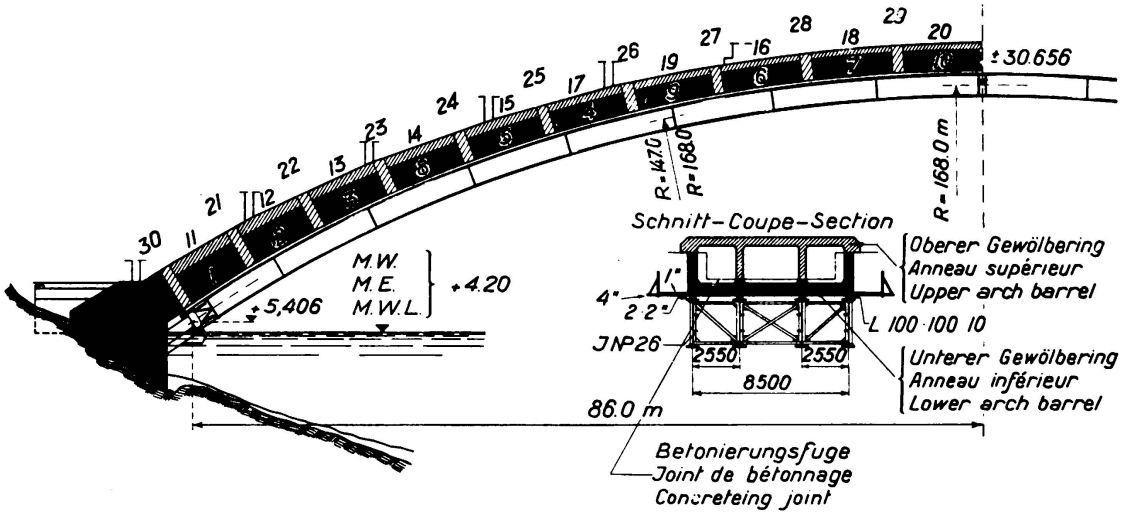
Stahl St. 52 (Blechbogen)	660 t
Stahl St. 44 (Verbände)	195 t
Stahl Stahlguß und Rollen	27 t
Stahl St. 37 Verschiebungsbahnen	66 t
zusammen	948 t

Die Montage des Lehrgerüstes geschah mit Hilfe eines schwimmenden Gerüstes (siehe Fig. 7).

Die Ausrüstung.

Nach dem Fertiggießen des Gewölbes wurden im Scheitel 18 hydraulische Pressen von je 330 t (bei einem Druck von 450 at.) eingesetzt und die Gewölbe-

hälften im Obergurt um 11 cm und im Untergurt um 10 cm auseinander gespreizt. Der Gewölbescheitel wurde dadurch 17 cm gehoben und auf einer Strecke von ca. 20 m vom Lehrgerüst losgelöst. Der gemessene Horizontalschub war in diesem Zustand 6000 t oder um 575 t größer als der unter Annahme einer mit der Gewölbemittellinie zusammenfallenden Stützlinie berechnete. Nun wurden in den Kämpfern des Lehrgerüstes 16 Pressen, je zwei für jeden Bogenauflager, eingeschaltet und das Lehrgerüst gesenkt, wodurch eine vollständige Ablastung stattfand.



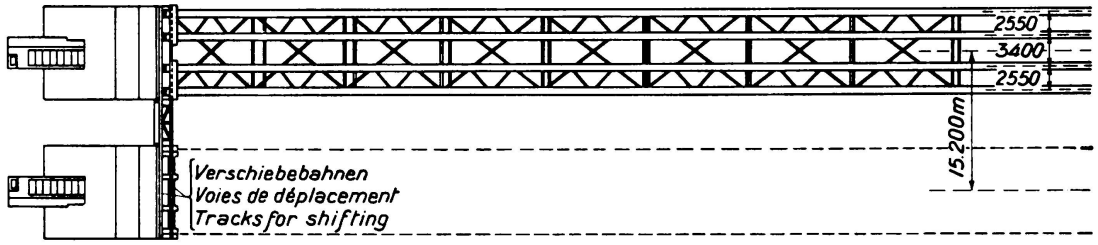


Fig. 5 u. 6.

Nach der Entlastung wurde das Gerüst auf Rollen abgesetzt und seitwärts um 15,2 m in die Lage des zweiten Gewölbes verschoben.

Die Regulierung der Spannungen nach dem Verfahren von *Freyssinet* geschah mit 22 Pressen. Im Gewölbescheitel wurde ein negatives Biegungsmoment von 1590 tm und ein überschüssiger Horizontalschub von 375 t eingeführt, so daß in schließlicher Lage die Scheitelfuge im Ober- und Untergurt = 4,0 cm blieb. Nach dem Ausgießen der Scheitelfuge mit Mörtel von 570 kg Zementgehalt wurden die Pressen entfernt und die Nischen mit Beton ausgefüllt.

Die Probebelastung der Gewölbe.

Die statische Belastung bestand aus Sandlast auf der Straßenfahrbahn und aus Materialwagen auf den Geleisen. Im ganzen wurden 8,45 t/m, d. h. 13 % mehr als der Berechnung zugrunde gelegt, aufgebracht. Die größten Durchbiegungen betrugen im Scheitel 28,7 mm, wovon ca. 10 mm unelastisch und im

Bogenviertel 29,7 mm, wovon 7 mm unelastisch. Gleichzeitig wurden im Kämpfer mit einem Deformeter von *Huggenberger* Spannungen gemessen. Die größte Spannung betrug 17,7 kg/cm², die mit der theoretisch berechneten, bei Annahme von E = 300 000 kg/cm² übereinstimmt.

Dynamische Belastung wurde durchgeführt mit zwei 33,5 Tonnen Straßenbahnboggiewagen, je einem auf jedem Geleise mit Fahrgeschwindigkeiten von 15,9 bis 43,8 km/St. Die Durchbiegungsmessung im Scheitel geschah mit Hilfe eines Stoppanis' Schwingungsmessers. Es konnten wie Fig. 7b, c, d zeigen, einflußlinienähnliche Durchbiegungslinien aufgenommen werden. Die gemessene größte Durchbiegung (unabhängig von der Fahrgeschwindigkeit) betrug 1,7 mm, was mit der berechneten, bei Annahme von E = 570 000 kg/cm² übereinstimmt.

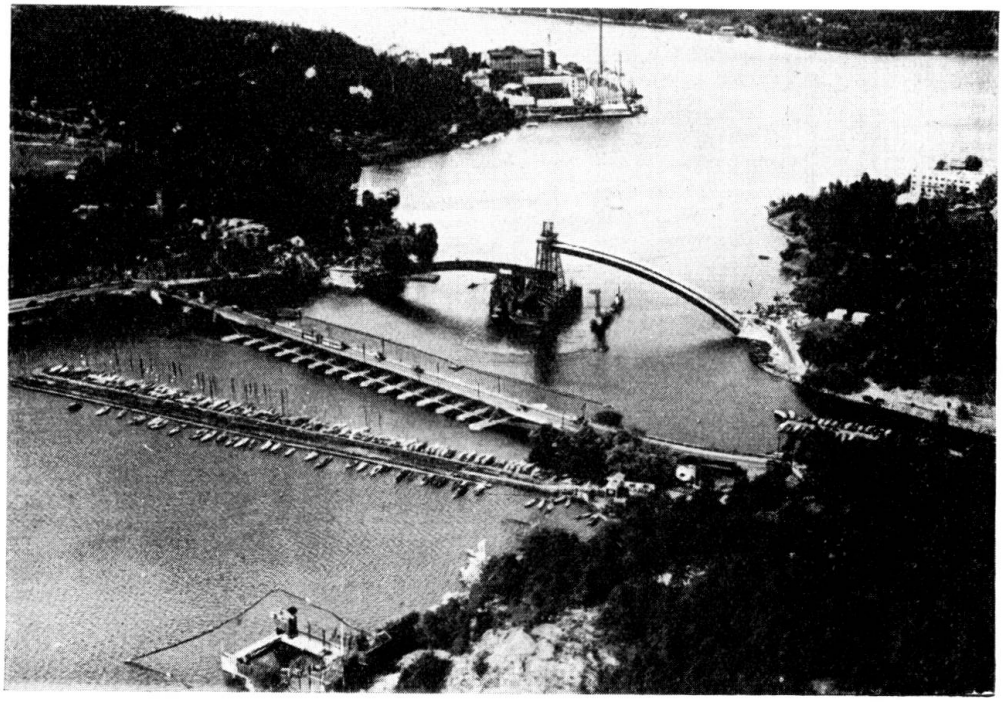


Fig. 7.

Schließlich wurden noch vertikale und horizontale Eigenschwingungen des Gewölbes gemessen. Die letzteren Messungen geschahen mit einem vom Verfasser konstruierten astatischen Pendel mit einer Eigenschwingungszeit von 4 Sec. und ergaben eine Eigenfrequenz von 1,3 Hertz (Fig. 8e). Die vertikalen Schwingungen wurden durch taktfestes „auf der Stelle" Hüpfen von vier Mann erzeugt und gaben eine Eigenfrequenz von 2,0 Hertz (Fig. 7a).

Temperaturmessungen.

Um die Betontemperatur im Gewölbe zu messen wurden im Kämpfer und im Scheitel elektrische Widerstandsthermometer eingebaut. Es wurden gleichzeitig Betontemperatur, Lufttemperatur in den Hohlräumen, Außentemperatur der Luft und die vertikale Bewegung des Gewölbescheitels gemessen. Jedem Grad Celsius entspricht rechnerisch (bei Annahme eines Dilatationskoeffizienten von 0,000 010) eine Scheitelbewegung von 3,4 mm, welche Zahl auch durch Versuche bestätigt wurde. Diese Messungen werden noch einige Jahre periodisch

durchgeführt, um den genauen Wert des Schwindmaßes des Gewölbebetons zu erhalten. Aus den Gewölbescheitelbewegungen im Laufe der Jahre 1934—1935 kann ein Schwindmaß entsprechend einer Temperatursenkung von — 5° C für das südliche und — 3° C für das nördliche Gewölbe berechnet werden.

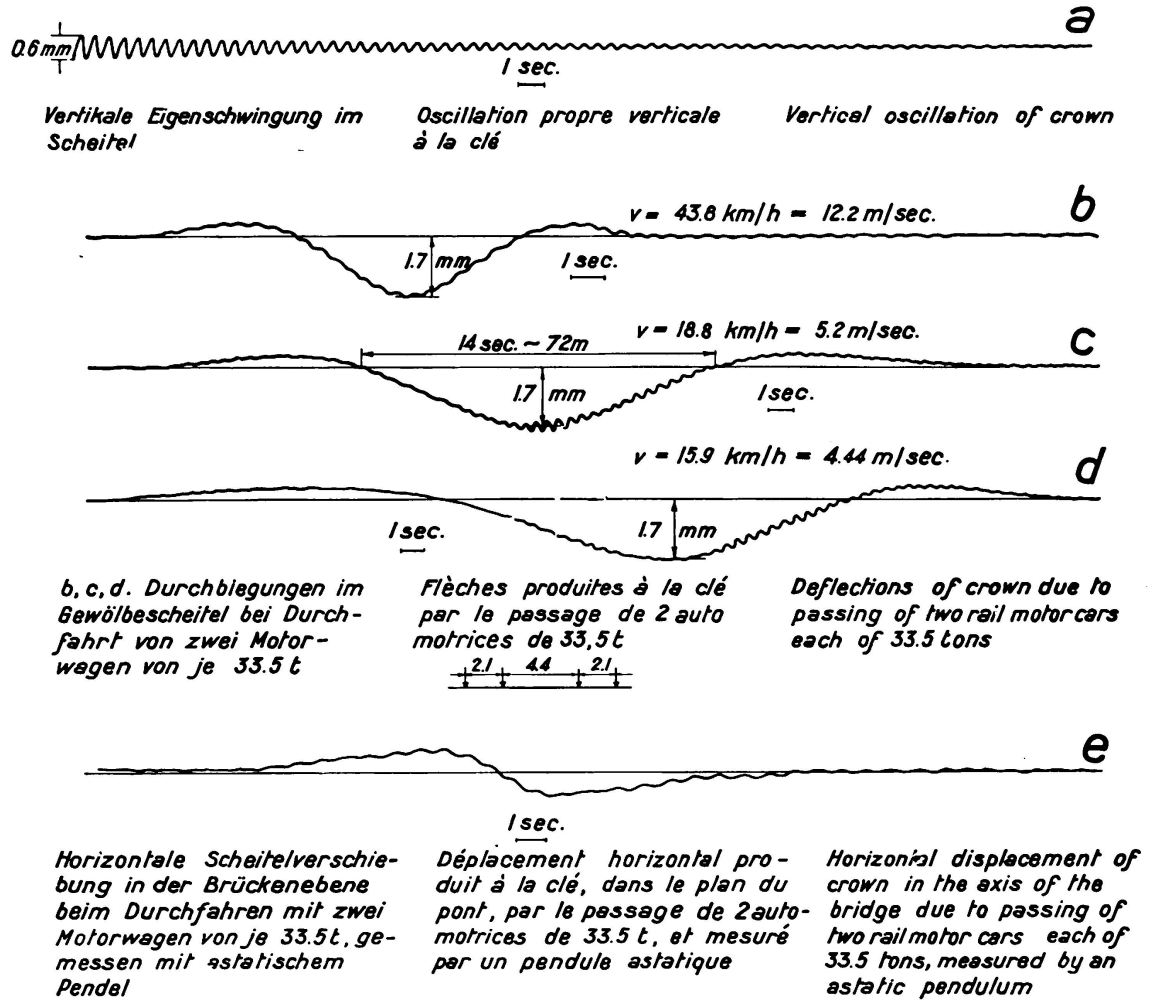


Fig. 8.

Die Kosten der Gewölbewiderlager, Gewölbe und des Lehrgerüstes betrugen 1.633.000 Kronen, verteilt wie folgt:

Widerlager 4 St., 1858 m³ . . .	255.000 Kr.	in %	15,6
Gewölbe 2 St., 5480 m³	634.000 „	„ „	38,9
Lehrgerüst mit Auflagerkonsolen .	744.000 „	„ „	45,5
Zusammen	1.633.000 Kr.	in %	100,0

Zum Vergleich mögen hier die Kosten einer Stahlbogenkonstruktion von gleicher Spannweite und Belastung angegeben werden:

Widerlager	145.000 Kr.
Stahlbögen und Hauptwindverband 2100 t à 850 Kr.	1.785.000 Kr.
	1.930.000 Kr.

Da die Kosten der Fahrbahnkonstruktion in beiden Fällen nahezu gleich sind, ist der Beton in diesem Falle dem Stahle wirtschaftlich bedeutend überlegen.

Zusammenfassung.

Aus der Erfahrung beim Bau der Tranebergsbrücke können folgende Leitsätze für die Konstruktion von weitgespannten Gewölben gezogen werden.

Das Gewölbe kann auf der Strecke zwischen den Gewölbevierteln und dem Scheitel mit konstantem Querschnitt, mit einer Bauhöhe von mindestens $^1/_{60}$ der Spannweite, ausgeführt werden. Gegen die Kämpfer hin kann dann die Gewölbehöhe bis auf etwa 1,4—1,8 der Scheitelhöhe anwachsen. Bei freistehenden Gewölben muß die Gewölbebreite, um genügende Sicherheit gegen seitliches Ausknicken zu erhalten, mindestens $^1/_{28}$ bis $^1/_{30}$ der Spannweite betragen.

Die Parasitspannungen infolge Zusammendrückung der Bogenachse bei Eigengewichtsbelastung, sowie ein Teil der Temperatur- und Schwindspannungen, können nach dem Verfahren von *Freyssinet* eliminiert werden.

Beim Entwerfen des Lehrgerüstes, was hier von besonderer Bedeutung ist, muß darauf geachtet werden, daß dasselbe genügende Steifigkeit besitzt, da sonst die Ausrüstung Schwierigkeiten bieten kann.

Was das Material des Lehrgerüstes betrifft, so kann sowohl hochwertiger Stahl als Holz in Frage kommen.

Zum Schluß möge noch bemerkt werden, daß im wirtschaftlichen Wettbewerb zwischen Beton und Stahl die Anzahl der mit dem gleichen Lehrgerüst betonierten Gewölbe eine entscheidende Rolle spielt. Je größer diese Anzahl ist, desto wirtschaftlicher wird die Betonbauweise. Ein einziges großes Betongewölbe auszuführen kann nur unter ganz besonders günstigen Verhältnissen wirtschaftlich sein.

IVb 5

Die Wirkung der Bremskräfte bei den massiven Brücken.

L'influence des forces de freinage dans les ponts massifs.

The effect of Braking Forces on Solid Bridges.

Dr. Ing., Dr. techn. h. c. E. Mörsch,
Professor an der Technischen Hochschule Stuttgart.

Die Berücksichtigung der Bremskräfte ist nicht nur bei den Brücken für Eisenbahnen, sondern auch für Autostraßen vorgeschrieben. Im gleichen Sinne wie die Bremskräfte wirken die Zug- und Anfahrkräfte der Lokomotiven. Wenn bisher die Bremskräfte in den statischen Berechnungen der massiven Brücken nicht oder ungenügend berücksichtigt wurden, so lag dies am Mangel eines klaren Verfahrens. Die Klarheit wird nur dadurch geschaffen, daß man die Bremskräfte *nicht* von den Lasten trennt, durch die sie entstehen. Deshalb wird im folgenden gezeigt, wie die Einflußlinien der Kernmomente usw. abzuändern sind, damit sie auch die durch die Bremskräfte erzeugten Zusatzbeträge einschließen. Je nach der Art des Aufbaus über einem Gewölbe wird die Änderung an den Einflußlinien verschieden sein.

Nach den Vorschriften ist die Bremskraft in der Höhe der Fahrbahn oder Schienenoberkante anzunehmen. Nach den Gesetzen der Dynamik muß aber die von der Fahrbahn auf das Fahrzeug wirkende Bremskraft, wenn sie dessen Geschwindigkeit vermindern soll, in der Höhe seines Schwerpunktes angreifen. Deshalb entsteht mit dem Versetzen dieser Kraft von der Fahrbahn nach dem Schwerpunkt, wo man sie nach Fig. 1 zweimal gleich und entgegengesetzt anbringt, noch ein zusätzliches Kräftepaar, wodurch das Gewicht des Fahrzeugs

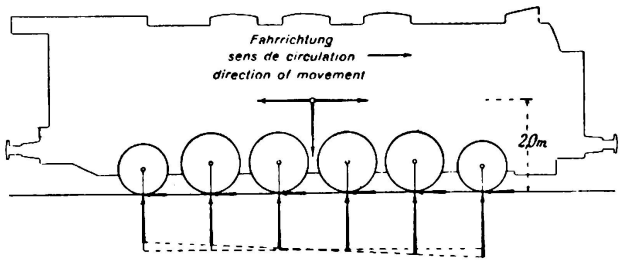


Fig. 1.
Die auf eine Lokomotive im gebremsten Zustand wirkenden Kräfte.

sich nach vorn verlagert und ungleich auf die einzelnen Räder verteilt. Diese ungleichen Raddrücke könnten beim Auswerten der Einflußlinien etwas andere Momente ergeben. Die Vorschriften verzichten auf diese Feinheit, indem sie die Bremskräfte in Fahrbahnhöhe legen.

Streng genommen ist die zu berücksichtigende Bremskraft auch von der Steigung der Fahrbahn abhängig. Wenn man nämlich die gewöhnliche Berechnung des Tragwerks für den Zug mit *lotrechten* Lasten durchführt, so enthalten diese bei steigender Fahrbahn schon einen gewissen Anteil der Bremskraft, weil sie nicht senkrecht zur Fahrbahn gerichtet sind. Auf einer geneigten Bahn kann ja auch ein Zug ohne angezogene Bremsen nicht stehen. Nach dem Gesetz der Reibung kann die vom Radgewicht und der Reibung gebildete Resultierende höchstens den Reibungswinkel ρ mit der Normalen zur Fahrbahn einschließen, und es ist bekanntlich die Reibungszahl $\mu = \operatorname{tg}\rho$.

Steigt nach Fig. 2 die Fahrbahn unter dem Winkel γ an und wird der abwärts fahrende Zug gebremst, so entsteht aus der Bremskraft S und der Radlast P

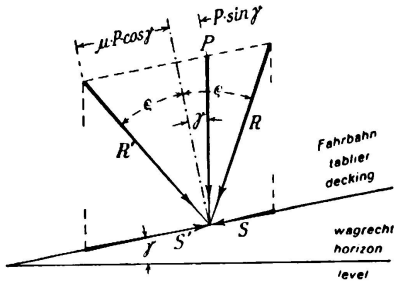


Fig. 2.

die Resultierende R mit dem Winkel ρ zur Normalen. Aus dieser äußersten Neigung von R folgt die Bremskraft, die zur lotrechten Last P noch hinzutreten kann:

$$S = P \cdot \cos\gamma \cdot \operatorname{tg}\rho - P \cdot \sin\gamma,$$

die für kleine Winkel γ in der Form

$$S = P\ (\mu - \sin\gamma)$$

geschrieben werden kann.

Wird dagegen der aufwärts fahrende Zug gebremst, so ist wegen der entgegengesetzten Neigung der Resultierenden R' die zur bereits berücksichtigten Radlast P hinzukommende Bremskraft

$$S' = P \cdot \cos\gamma \cdot \operatorname{tg}\rho + P \cdot \sin\gamma, \text{ bzw. } S' = P\ (\mu + \sin\gamma).$$

Die Reibungsziffer μ ist in den Reichsbahnvorschriften mit $^1/_7$ angegeben.

Die Raddrücke des voll gebremsten Fahrzeugs wirken schräg auf die Fahrbahn und so auch auf den Aufbau über einem Gewölbe. Wenn man allgemein (auch nach DIN 1075 § 6) in der Längsrichtung der Brücke *keine Lastverteilung* durch die Fahrbahn und den Aufbau annimmt, *so muß dies folgerichtig auch für die wegen der Bremskräfte etwas geneigten Raddrücke gelten.* Mit dieser Folgerung kommt man auf die in Fig. 3a und b für beide Fahrrichtungen dargestellte Wirkung des gebremsten Fahrzeugs auf die Gewölbeachse. Die schiefen, einander parallelen Kräfte könnten in ihren Schnittpunkten mit der Bogenachse wieder in ihre beiden Komponenten zerlegt werden; aber die so nach der Gewölbeachse versetzten Lasten P eignen sich nicht zum Auswerten der Einflußlinien der Kernmomente, weil sich bei diesem Vorgehen ihre gegenseitigen Abstände ziemlich ändern. Deshalb gehen wir wie folgt vor:

Aus Fig. 3 c erkennt man, daß es zum Anschreiben des äußern Gleichgewichts eines Dreigelenkbogens, ferner zum Anschreiben der Momente M_x, M_k und insbesondere auch der Momente M_O beim eingespannten oder Zweigelenkbogen gleichgültig ist, ob die beiden Kräfte P und S in ihrer ursprünglichen Lage oder parallel verschoben in irgendeinem Punkt ihrer Resultierenden wirken. Läßt man daher die Lasten P auf der Fahrbahn stehen, so ergibt sich ihre Wirkung mit den normalen Einflußlinien und dem ungeänderten Lastenzug, und es handelt

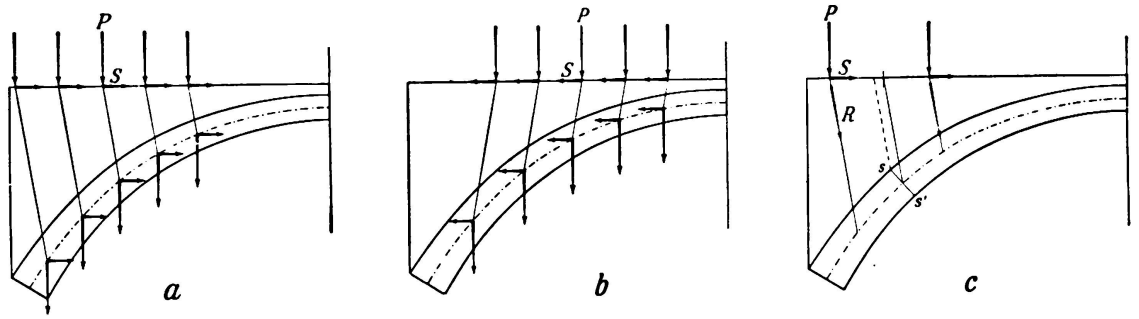


Fig. 3.

Zusammenwirken der Radlasten und Bremskräfte beim Gewölbe mit massivem Aufbau oder hohlem Aufbau mit Längswänden.

sich nur noch darum, die von den zugehörigen Kräften S erzeugten *Änderungen* an den Kernmomenten, Auflagerkräften usw. zu ermitteln.

Wie bei der Rechnung mit lotrechten Lasten allein darf man auch hier annehmen, daß die schrägen Resultierenden R aus P und S unmittelbar an der Gewölbeachse angreifen; deshalb gilt jetzt als Grenzscheide für die Kräfte P und S links oder rechts von einem Bogenquerschnitt s—s′ nicht mehr die durch seinen Achspunkt gezogene Lotrechte, sondern der Punkt der Fahrbahn, wo die zur Resultierenden R durch den Achspunkt des Schnittes gezogene Parallele anschneidet. Diese Grenze kann noch mit der durch den oberen Rand des Schnittes s—s′ gezogenen Parallelen verbessert werden. Je nach der Bremsrichtung ändert sich die Grenzscheide.

Für eine auf der Fahrbahn fortschreitende Kraft $S = 1$ kann jeweils die in Betracht kommende Größe (Moment, Auflagerkraft usw.) ermittelt und als lotrechte Ordinate unter dem jeweiligen Angriffspunkt von S von einer Waagrechten aus abgetragen werden. Damit erhält man die betreffende Einflußlinie für die Bremskräfte allein, bei der sich die Beiträge mit denjenigen der zugehörigen Radlasten P decken, wie sie in den normalen Einflußlinien dargestellt sind. Da die Bremskräfte immer ein bestimmter Teil der Lasten sind, so können ihre Beiträge zu den Einflußordinaten für die lotrechten Radlasten hinzugenommen werden, so daß dann nur die hiernach *ergänzten* oder *resultierenden* Einflußlinien mit den Zugslasten auszuwerten sind.

Bei den resultierenden Einflußlinien können sich gegenüber den normalen die Lastscheiden ziemlich verschieben, so daß sie ein genaueres Ergebnis liefern, als wenn die für die Bremskräfte allein gezeichnete Einflußlinie mit derselben Zugstellung ausgewertet würde, die bei der normalen Einflußlinie die Grenzwerte liefert. Häufig ist der Unterschied unerheblich. Trotz der oben beschrie-

benen Verschiebung der Grenzscheiden zwischen den Lasten links und rechts vom Schnitt darf die normale, d. h. für lotrechte Lasten gültige Einflußlinie bei der Ermittlung der ergänzten Einflußlinie zugrunde gelegt werden. Denn bei den statisch bestimmten Tragwerken verschiebt sich nur der Absprung oder Zahn unter dem Schnitt, für den die Einflußlinie gilt. Bei den statisch unbestimmten Tragwerken, wo alle Einflußlinien als Biegelinien gedeutet und durch Seilkurven oder Seilecke dargestellt werden können, wäre die normale Einflußlinie jeweils tangential bis zur verschobenen Grenzscheide zu verlängern, auf der dann die neuen Ordinaten entstünden. Praktisch ändert sich dadurch die Form einer Einflußlinie nicht in der Scheitelgegend wo die Verschiebung gering ist, und nicht an den Stellen, wo sie wenig gekrümmt ist. In den nachstehend behandelten Beispielen war die Änderung nur vorzunehmen in Fig. 17 und 19 bei der Einflußlinie M_k des Kämpfers und Widerlagers eines eingespannten Gewölbes, wo die Linie an beiden Enden stark gekrümmt ist.

Nach den deutschen Vorschriften sind die Bremskräfte ohne Stoßzuschlag zu nehmen, während ein solcher bei den Radlasten zu berücksichtigen ist. Diesen Unterschied kann man bei der Ergänzung der Einflußlinien berücksichtigen. Ist z. B. die Stoßzahl $\varphi = 1{,}1$ maßgebend, und sollen die Bremskräfte mit $\mu = {}^1/_7$ der Lasten gerechnet werden, so sind die Ordinaten der normalen Einflußlinie um $\frac{\mu}{\varphi} = \frac{1}{7{,}7}$ der zugehörigen Ordinate der für die Bremskräfte allein gültigen Einflußlinie zu ändern.

Steigt die Fahrbahn um einen beträchtlichen Winkel γ, so sind die Ordinaten der für die Bremskräfte allein gültigen Einflußlinien mit ihren $\left(\frac{\mu}{\varphi} \mp \sin\gamma\right)$-fachen Werten zu den normalen Einflußordinaten hinzuzufügen, wobei sich das obere Vorzeichen für die Talfahrt, das untere für die Bergfahrt versteht. Die Resultierende aus $\varphi \cdot P$ und der zugehörigen Bremskraft hat immer genügend genau die Neigung $1 : \frac{\mu}{\varphi}$ zur Normalen auf der Fahrbahn.

Da in den Ordinaten der für die Bremskräfte ergänzten Einflußlinien die Beiträge der geneigten Resultierenden R aus P und S dargestellt sind, so erhält man genau dieselben Ordinaten wieder, wenn man die resultierenden Raddrücke in einer tiefer gelegenen, der Fahrbahn parallelen Ebene in ihre Komponenten P und S zerlegt. Die dann erhaltene resultierende Einflußlinie wird nur soweit waagrecht verschoben sein, als der Angriffspunkt von P und S seitlich gerückt ist. Jedenfalls führt dann die Auswertung zu den gleichen Grenzwerten.

Bisher hatten wir nur an Eisenbahnbrücken gedacht, die auch in den folgenden Beispielen vorausgesetzt sind. Für die Straßenbrücken ist in DIN 1072 die Bremskraft mit ${}^1/_{20}$ der Vollbelastung mit Menschengedränge auf der ganzen Überbaulänge, mindestens aber für jede Spur mit 0,3 des Lastwagengewichts vorgeschrieben. Beide Beiträge zur Bremswirkung können an Hand der für die Bremskräfte allein ermittelten Einflußlinien der Kernmomente usw. gefunden werden, denn wegen des kleinen μ-Wertes von ${}^1/_{20}$ verschieben sich die Lastscheiden unmerklich. Die Vorschrift, daß die ganze Überbaulänge mit der Bremskraft einzuführen sei, übersieht, daß beim eingespannten Bogen positive und negative Beitragstrecken bei den Einflußlinien M_k für die Bremskräfte allein

vorhanden sind. Im übrigen ist es leicht, auch für Straßenbrücken resultierende Einflußlinien zu zeichnen und dabei die Bremskräfte mit $^1/_{20}$ des Menschengedränges und 0,3 des Lastwagens zu berücksichtigen.

Die Bremskräfte beim einfachen Balken.

Wirkt die zu einer Radlast gehörige Bremskraft im Betrag S = 1 bei dem in Fig. 4 dargestellten Balken rechts vom Schnitt x, so erzeugt sie ein zusätzliches Biegemoment $M_x = -\frac{z}{l} \cdot x$. Wirkt S = 1 links vom Schnitt x, so wird $M_x = -\frac{z}{l} \cdot x + h$.

Für die Bremskräfte allein ergibt sich demnach die schraffierte Einflußfläche M_x. Der lotrechte Absprung von der obern zur untern Waagrechten liegt unter

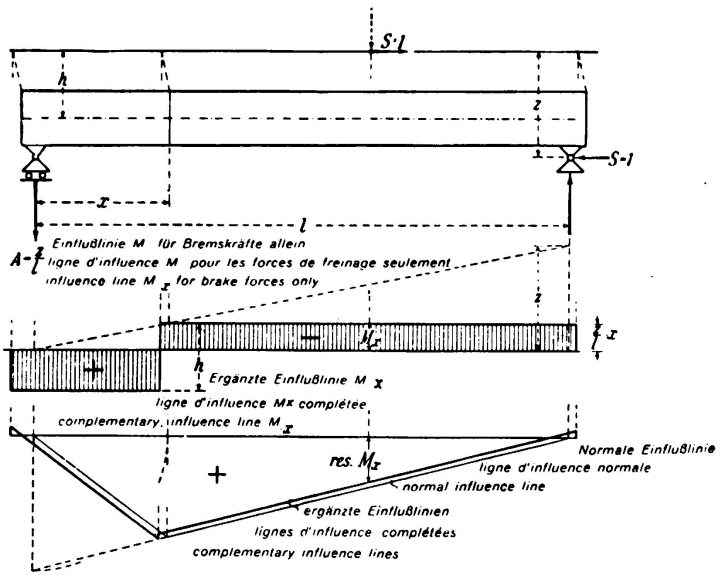


Fig. 4.

Einflußlinie des Biegemoments M_x für Bremskräfte beim einfachen Balken.

der Grenzscheide zwischen den rechts und links vom Schnitt x wirkenden gebremsten Lasten, d. h. unter dem Punkt, wo die vom obern Rand des Schnittes unter der Neigung $\frac{\mu}{\varphi}$ zur Lotrechten gezogene Gerade die Fahrbahn schneidet. Durch dicke Linien ist die ergänzte Einflußlinie M_x dargestellt, die beim Auswerten mit den mit der Stoßzahl φ multiplizierten Radlasten schon die Beiträge der zugehörigen Bremskräfte enthält. Außer den so gefundenen Momenten M_x wirkt noch eine axiale Druckkraft $N_x = \mu \cdot \sum_0^x P$. Sind die Bremskräfte nach dem beweglichen Lager A hin gerichtet, so ändern sich die Vorzeichen und aus der axialen Druckkraft wird eine Zugkraft.

Die Bremskraft S = 1 erzeugt bei jeder Stellung eine auf die ganze Balkenlänge gleiche *Querkraft* $Q_x = -\frac{z}{l}$. Deshalb verschieben sich die Geraden der

normalen Einflußlinien der Querkräfte um $\frac{\mu}{\varphi} \cdot \frac{z}{l}$ nach oben oder unten je nach der Bremsrichtung, wobei der Absprung zwischen beiden Geraden an derselben Stelle liegt, wie bei der Einflußlinie des Moments.

Ist der Balken nach Fig. 5 in Höhe seiner Achse gelagert, so wird $z = h$, und die Staffeln der für Bremskräfte allein gültigen Einflußlinie M_x haben die aus Fig. 5 ersichtlichen Höhen. Ändert man hiernach die normale Einflußlinie M_x ab, so verschieben sich die beiden Geraden um das gleiche Maß $\frac{\mu}{\varphi} \cdot h$ in waagrechtem Sinn, schneiden sich also wieder in gleicher Tiefe. Beim Auswerten

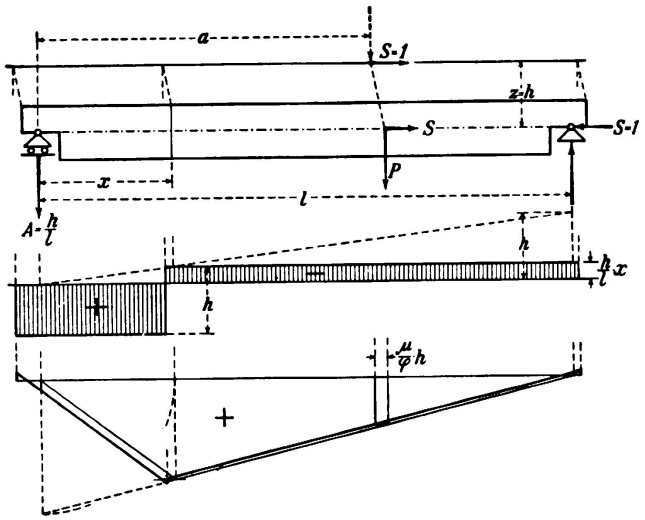


Fig. 5.
Einflußlinie M_x des in Höhe seiner Achse gelagerten einfachen Balkens.

des seitwärts etwas verschobenen Einflußdreiecks erhält man daher, wenn man vom Zahn bei der Dreieckspitze absieht, die gleichen Biegemomente wie für den ruhenden Lastenzug; die Bremskräfte äußern sich dann nur noch in der axialen Längskraft $N_x = \pm \mu \cdot \sum_0^x P$.

Zur gleichen Form der für die Wirkung der Bremskräfte ergänzten Einflußlinie M_x kommt man, wenn man den bei a stehenden gebremsten Raddruck bis zum Schnitt mit der Balkenachse verlängert und dort in die lotrechte Last P und die Bremskraft S zerlegt. Da in dieser Lage S keinen Beitrag zum Moment liefert, so ist dieses nur von der nach der Achse versetzten Last P abhängig und für $P = 1$ durch die darunter vorhandene Ordinate des normalen Einflußdreiecks M_x dargestellt. Wenn man daher diese Einflußordinate lotrecht unter der auf der Fahrbahn stehenden Last abträgt, so erhält man die wagrecht um $\frac{\mu}{\varphi} \cdot h$ nach links verschobene und die Bremswirkung enthaltende Einflußlinie M_x.

Die Bremskräfte beim durchlaufenden Balken.

Ruht der Balken nach Fig. 6 auf elastisch eingespannten Stützen und ist ein Endauflager unverschieblich, so kann er als in Höhe seiner Achse gelagert angesehen werden. Auf Grund der soeben beim einfachen Balken angestellten Überlegung ist leicht zu erkennen, daß man für die ergänzte Einflußlinie M_x wieder

den um $\frac{\mu}{\varphi} \cdot h$ verschobenen Linienzug der normalen Einflußlinie M_x erhält, der beim Auswerten dieselben Momente wie beim ruhenden Lastenzug liefert.

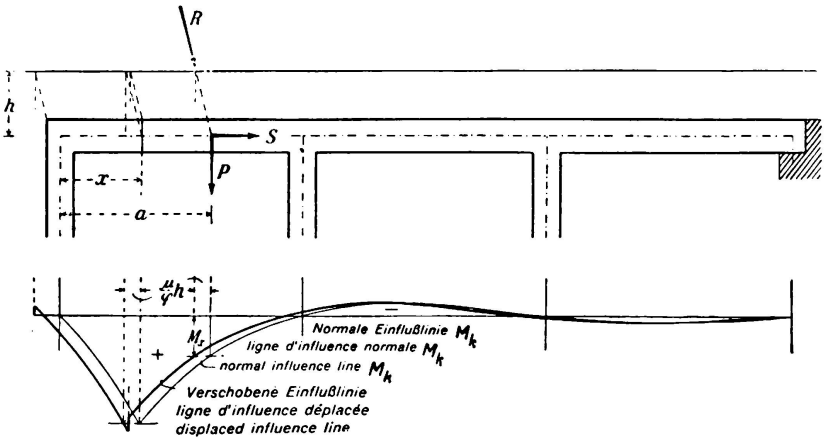


Fig. 6.

Einflußlinie M_x des in Höhe seiner Achse gelagerten durchlaufenden Balkens.

Hinsichtlich der *Querkräfte* trifft ebenfalls die Überlegung mit der an der Balkenachse angreifenden Resultierenden R zu. Deshalb ergibt sich als ergänzte Einflußlinie einer Querkraft Q_x der um $\frac{\mu}{\varphi} \cdot h$ entgegen der Fahrrichtung wagrecht verschobene Linienzug der normalen Einflußlinie Q_x, wobei der Absprung von der obern zur untern Kurve unter dem Punkt liegt, wo die vom oberen Rand des Schnittes x unter der Neigung $\frac{\mu}{\varphi}$ gezogene Gerade die Fahrbahn schneidet. Beim Auswerten ergeben sich kaum andere Querkräfte als für den ruhenden Lastenzug.

Fehlt das unverschiebliche Auflager beim Balken auf elastisch eingespannten Stützen, dann ist die Wirkung der Bremskräfte auf die Momente und Querkräfte im Balken und in den Stützen beträchtlich. Der Einfluß jeder Bremskraft kann aus dem Momenten- und Querkraftbild entnommen werden, das durch eine in der Balkenachse wirkende Kraft 1 erzeugt wird. Zu den für ruhende Lasten ermittelten Grenzwerten der Momente und Querkräfte kann man deshalb die Beiträge der zugehörigen Bremskräfte hinzufügen. Man kann aber auch die normalen Einflußlinien mit den Beitragsordinaten der Bremskräfte ergänzen und erhält dann etwas verschobene Belastungsgrenzen.

Am *frei aufliegenden durchlaufenden Balken,* der nicht in Höhe seiner Achse gelagert ist, gilt zunächst die bei Fig. 6 angestellte Überlegung mit der nach der Balkenachse verschobenen Kraft R, wonach die für die dort angreifenden Lasten P gültigen normalen Einflußlinien der Biegemomente und Querkräfte benutzt werden können. Hier bedingen aber wieder die in der Balkenachse wirkenden Kräfte S noch eine zusätzliche Momenten- und Querkraftsverteilung, die von dem über dem festen Lager (Fig. 7) auf den Balken ausgeübten Kräftepaar vom Moment S (z—h) herrührt. Wie vorgehend beschrieben, kann man die Wirkung dieses Kräftepaares entweder an den Grenzwerten von M_x und Q_x für ruhende

Last anbringen oder deren Einflußlinien mit den Beiträgen der Bremskräfte ergänzen, die aus dem Momenten- und Querkraftsbild ohne weiteres zu entnehmen sind. Infolge der Bremskräfte tritt noch eine Längskraft im Balken auf.

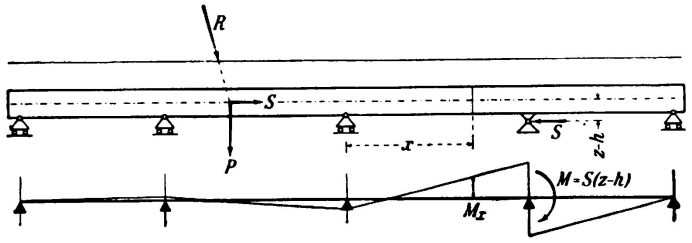


Fig. 7.

Zusätzliches Momentenbild des frei aufliegenden durchlaufenden Balkens infolge einer nach seiner Achse verschobenen Bremskraft S.

Die Bremskräfte bei den einfachen Rahmen.

Bei den eingespannten und Zweigelenkrahmen mit waagrechter Riegelachse und gleich hohen Stielen zerlegt man die schiefen gebremsten Raddrücke R im Schnitt mit der Riegelachse in ihre Komponenten P und S. Man erkennt dann, daß jede in der Riegelachse wirkende Kraft $S = 1$ dieselben Auflagerkräfte und damit auch dieselben Zusatzmomente in irgend einem Querschnitt der Stiele und des Riegels erzeugt. Deshalb kann man die bei jeder Laststellung anfallenden Bremskräfte S zu einer in der Riegelachse wirkenden Kraft zusammenfassen und die von ihr entstehenden Zusatzspannungen ermitteln.

Es lassen sich aber auch die Einflußlinien der Kernmomente mit den Beiträgen der Bremskräfte ergänzen.

Die Bremskräfte beim Dreigelenkbogen

beeinflussen die Spannungen im Bogen selbst und in den Widerlagern, also die zugehörigen Kernmomente, ferner die Quer- und Normalkräfte in den Gelenkfugen. In den folgenden Abbildungen ist der Deutlichkeit wegen die Neigung der Fahrbahn übertrieben gezeichnet.

Einflußlinien der Kernmomente M_k für den Bogen.

Auf Grund der bei Fig. 3c angestellten Überlegung lassen wir im Fall des massiven Aufbaus nach Fig. 8 die Kräfte P und S in Fahrbahnhöhe wirken und ermitteln die Momente M_k, die von einer wandernden Kraft $S = 1$ entstehen. In einem Schnitt auf der linken Bogenhälfte ergibt sich dann:

Wenn $S = 1$ auf der rechten Bogenhälfte wirkt

$$M_k = A \cdot x_k - H_a \cdot y_k = \frac{z_b}{l} \cdot x_k - \frac{z_b \cdot l_1 \cdot y_k}{l \cdot f \cdot \cos\beta} = -\frac{z_b}{l}\left(\frac{l_1 \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta} - x_k\right)$$

d. h. $$M_k = -\frac{z_b}{l} \cdot KD \cdot \cos\beta.$$

$KD \cdot \cos\beta$ ist die wagrechte Entfernung des Punktes D von der Lotrechten durch den Kernpunkt K. KD ist parallel AB gezogen.

Befindet sich $S = 1$ über KC, dann findet sich mit den entsprechenden Ausdrücken für A und H_a

$$M_k = \frac{z_b}{l} \cdot x_k - \frac{z_b \cdot l_1 \cdot y_k}{l \cdot f \cdot \cos\beta} + \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta} = -\frac{z_b}{l}\left(\frac{l_1 \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta} - x_k\right) + \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta}$$

$$M_k = -\frac{z_b}{l} \cdot KD \cdot \cos\beta + \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta}.$$

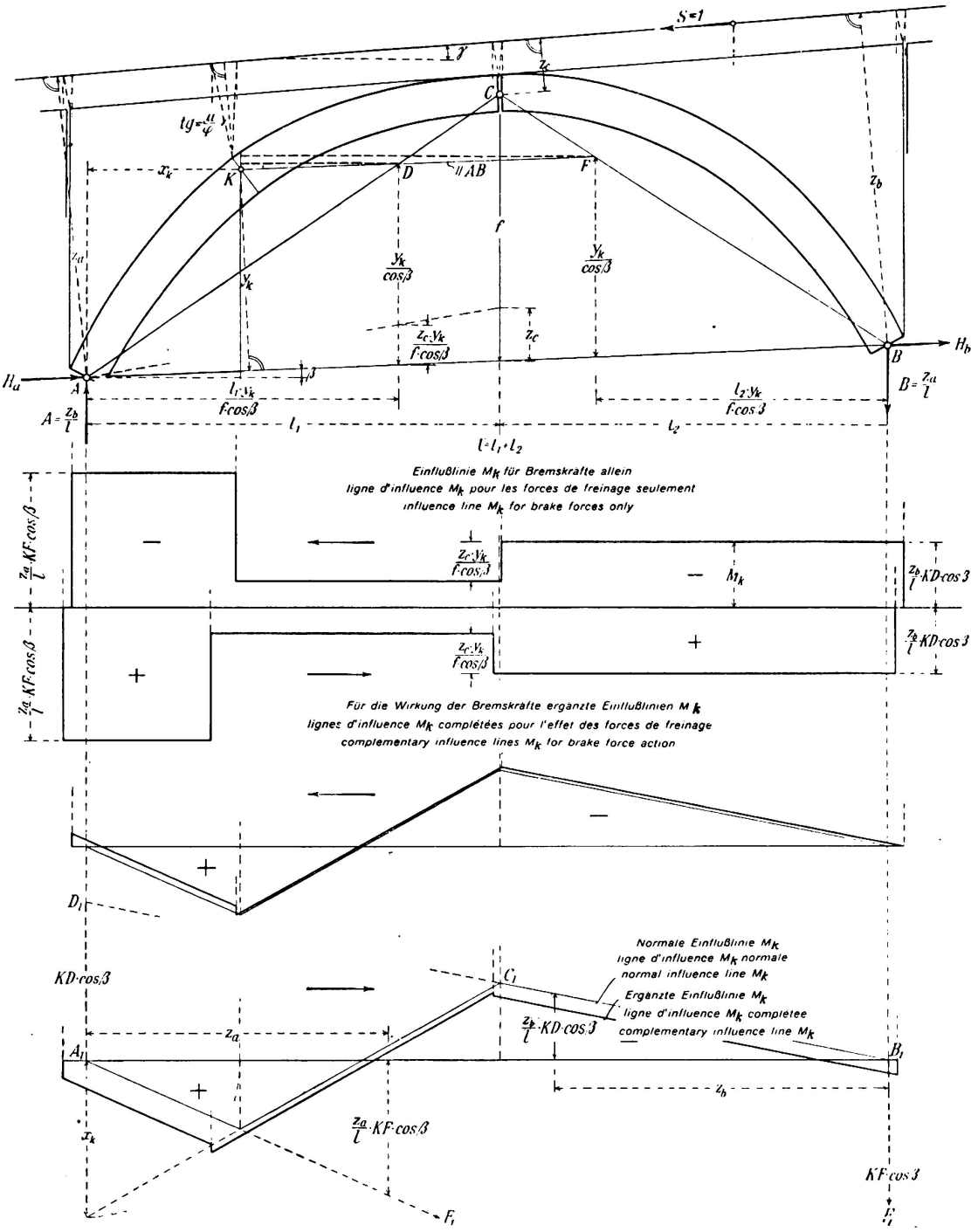


Fig. 8.

Einflußlinien M_k für Bremskräfte beim Dreigelenkbogen mit massivem Aufbau oder einem solchen mit Längswänden.

Um das Maß $\frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta}$ liegt demnach die zwischen K und C zu ziehende Staffel der für Bremskräfte allein gültigen Einflußlinie M_k tiefer als die bereits zwischen B und C gefundene.

Wirkt $S = 1$ über dem Bogenstück AK, so wird von rechts her gerechnet

$$M_k = -B(l - x_k) + H_b \cdot y_k = -\frac{z_a}{l}\left(l - x_k - \frac{l_2 \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta}\right) = -\frac{z_a}{l} \cdot KF \cdot \cos\beta.$$

$KF \cdot \cos\beta$ ist die wagrechte Entfernung des Punktes F von der Lotrechten durch K.

Die für Bremskräfte allein gültige Einflußlinie M_k besteht aus den drei in Fig. 8 dargestellten Staffeln, deren Vorzeichen sich für die Fahrrichtung nach rechts umkehrt. In Fig. 8 ist noch die normale (für lotrechte Lasten geltende) Einflußlinie M_k mit den jeweiligen Beiträgen der zu einer Last 1 gehörigen Bremskraft ergänzt, indem die $(\frac{\mu}{\varphi} \pm \sin\gamma)$-fachen Ordinaten der für die Bremskräfte allein gültigen Einflußlinien M_k für Berg- oder Talfahrt hinzugefügt wurden. Es entstanden so die dick ausgezogenen Geraden mit Absprüngen an denselben Stellen wie bei der staffelförmigen Einflußlinie. Sie liegen unter den Punkten, wo die vom obern, auf der Grenze von Schotterbett und Füllbeton gelegenen Rand der Scheitelfuge und die vom oberen Rand des Bogenquerschnitts K unter der Neigung $1 : \frac{\mu}{\varphi}$ zur Normalen auf der Fahrbahn gezogene Gerade diese schneidet. Je nach der Bremsrichtung verschieben sich also die Staffelgrenzen nach der einen oder andern Seite.

In Fig. 9 ist ein unsymmetrischer Dreigelenkbogen mit aufgeständerter Fahrbahn vorausgesetzt. In diesem Fall wird jede Bremskraft, die von einem über

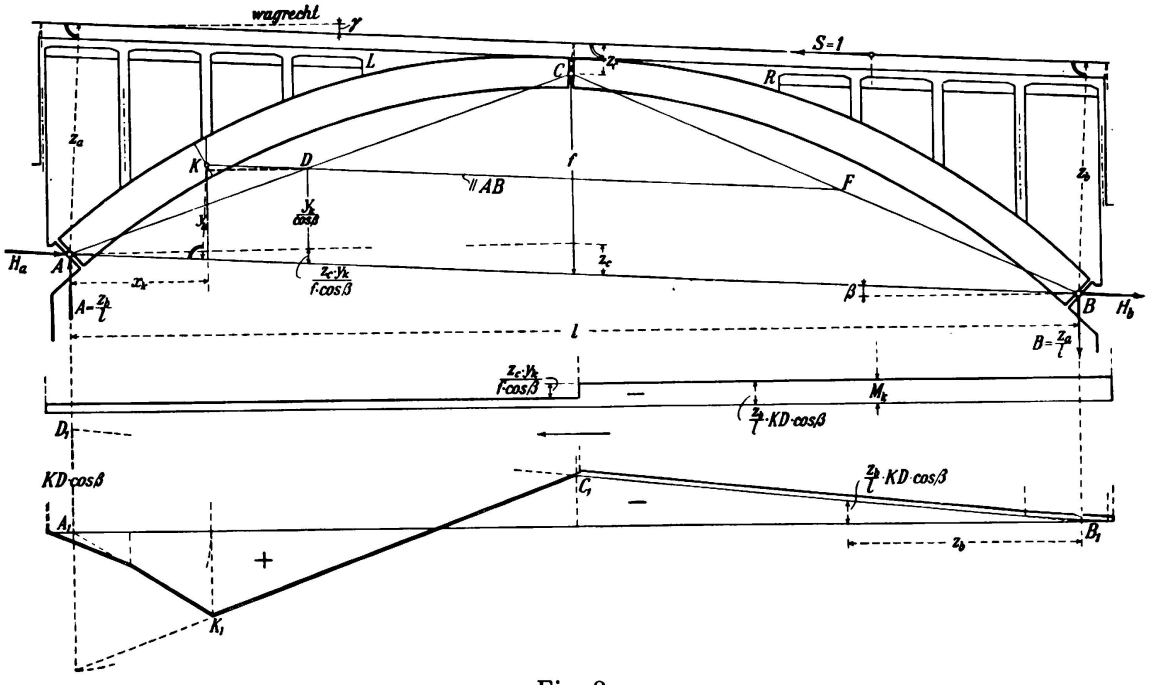


Fig. 9.

Einflußlinien M_k für Bremskräfte beim Dreigelenkbogen mit aufgeständerter Fahrbahn.

dem durchbrochenen Aufbau stehenden Rad herrührt, nach der Stelle R oder L durch die Fahrbahntafel übertragen, wo diese mit dem Gewölbe zu verankern ist. Die Querwände und Stützen sind zu elastisch, um die Bremskräfte nach dem Gewölbe übertragen zu können. Der Schnitt mit dem Kernpunkt K liege auf der linken Bogenhälfte unter dem aufgeständerten Teil der Fahrbahn. Die Bremskraft S wirke wieder in Höhe der Fahrbahn.

Solange $S = 1$ über der rechten Bogenhälfte wirkt, ändert sich gegenüber Fig. 8 nichts an den Werten von A, H_a und M_k. Dasselbe gilt auch für die Stellen von $S = 1$ über dem Bogenstück KC. Nur wenn diese Kraft über dem Bogenstück AK angreift, ändert sich der Ausdruck für M_k gegenüber dem Fall der Fig. 8, d. h. er bleibt genau so, wie wenn $S = 1$ über dem Bogenstück KC wirkt, denn diese Kraft wird erst rechts vom Schnitt bei L auf das Gewölbe übertragen. Deshalb zeigt die für die Bremskräfte allein gültige Einflußlinie nur die zwei aus Fig. 9 ersichtlichen Staffeln. Dort ist noch mit dünnen und dicken Linien die normale und ergänzte Einflußlinie M_k dargestellt.

Liegt der Bogenschnitt mit dem Punkt K zwischen L und C, so treffen für M_k alle zu Fig. 8 angeschriebenen Gleichungen zu; deshalb hat die staffelförmige Einflußlinie M_k für die Bremskräfte allein dieselbe Form wie bei massivem Aufbau.

Für die praktischen Zwecke der Spannungsermittlung und der Bemessung hat man die normalen Einflußlinien M_k für die Bremswirkung nur so zu ergänzen, daß die positiven und negativen Dreiecke größer werden.

Einflußlinien M_k für Widerlager und Mittelpfeiler.

Soweit diese Kernmomente von den Raddrücken über dem Gewölbe herrühren, sind sie durch die an den Kämpfergelenken auf das Widerlager oder den Mittelpfeiler übertragenen Kräfte bestimmt. Da aber diese von der Art des Aufbaus unabhängig sind, so gelten die in Fig. 10 und 11 dargestellten Einflußlinien sowohl für massiven, als auch für durchbrochenen Aufbau über dem Gewölbe.

In Fig. 10 ist für $S = 1$, auf der linken Bogenhälfte nach links wirkend,

$$B = \frac{z_a}{l} \quad \text{und} \quad H_b = \frac{z_a \cdot l_2}{l \cdot f \cdot \cos\beta}$$

somit für einen Schnitt des rechten Widerlagers

$$M_k = B \cdot x_k - H_b \cdot y_k = -\frac{z_a}{l}\left(\frac{l_2 \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta} - x_k\right) = -\frac{z_a}{l} \cdot KD \cdot \cos\beta$$

D ist der Schnittpunkt der durch K parallel zu AB gezogenen Geraden mit BC und $KD \cdot \cos\beta$ ist die wagrechte Entfernung des Punktes D von der Lotrechten durch K.

Befindet sich $S = 1$ über der rechten Bogenhälfte, so ist

$$B = \frac{z_a}{l} \quad \text{und} \quad H_b = \frac{z_a \cdot l_2}{l \cdot f \cdot \cos\beta} - \frac{z_c}{f \cdot \cos\beta},$$

womit

$$M_k = -\frac{z_a}{l}\left(\frac{l_2 \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta} - x_k\right) + \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta} = -\frac{z_a}{l} \cdot KD \cdot \cos\beta + \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta}$$

wird. Um das Maß $\frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos \beta}$ liegt also die Staffel der Einflußlinie unter der rechten Hälfte tiefer als unter der linken.

Wirkt $S = 1$ über dem Widerlager selbst, so entsteht nach der bei Fig. 3c angestellten Überlegung $M_k = -1 \cdot z_k$. Die Bremskräfte über dem Widerlager wirken tatsächlich sehr ungünstig, denn sie verstärken den Erddruck auf die Stützmauer vor der Bewegungsfuge. Fig. 10 zeigt die staffelförmige Einflußlinie M_k für Bremskräfte allein und die damit ergänzte normale Einflußlinie M_k des Widerlagerschnitts. Nach DIN 1075 ist bei den Widerlagern und Pfeilern ohne Stoßzuschlag zu rechnen, also $\varphi = 1$ zu setzen. Für Tal- oder Bergfahrt

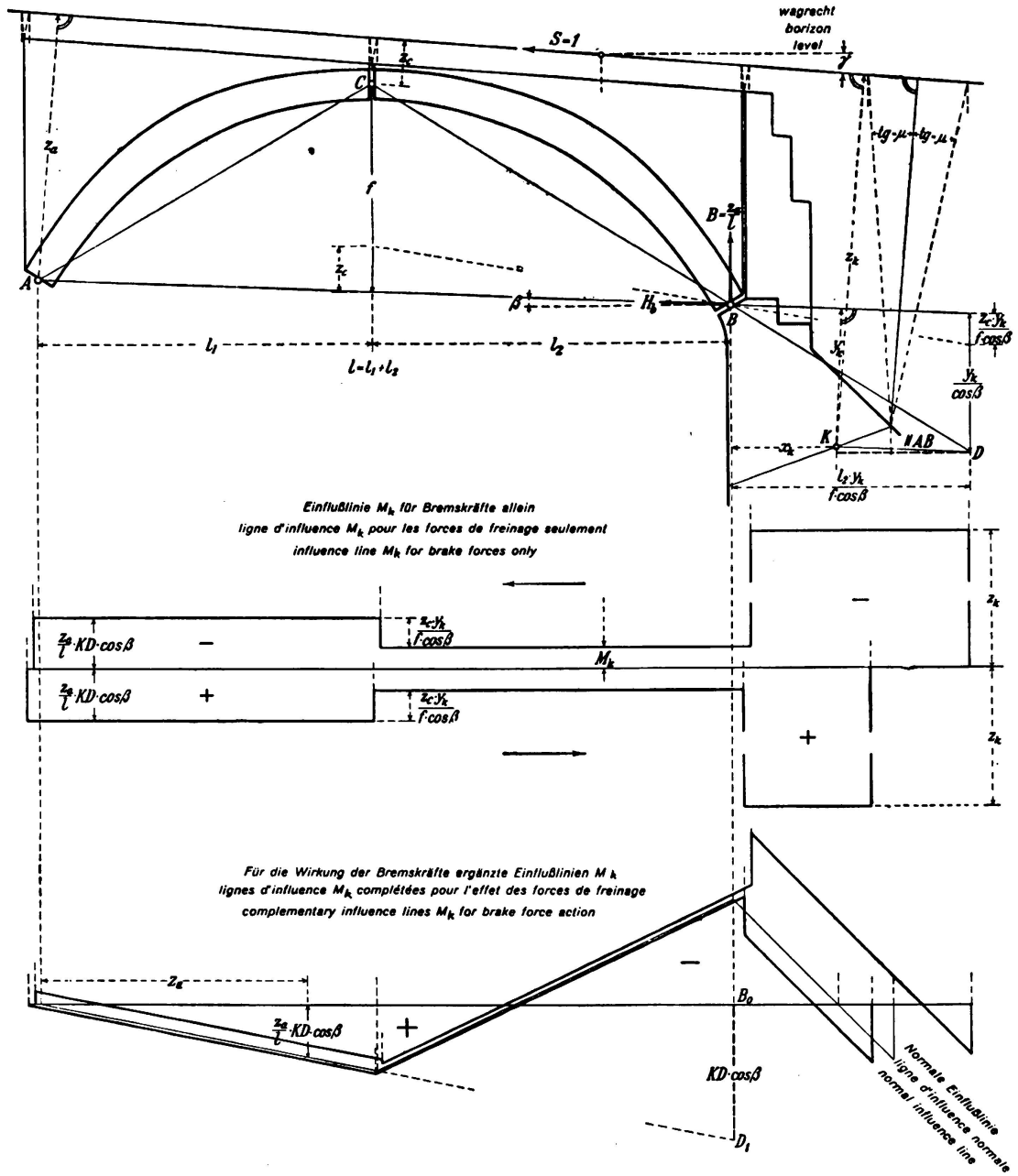


Fig. 10.

Einflußlinien eines Widerlagerschnittes für Bremskräfte..

verschieben sich deshalb die Geraden der normalen Einflußlinie um die $(\mu \mp \sin\gamma)$-fachen Ordinaten der Staffellinie nach unten oder oben.

Die in Fig. 11 dargestellten Einflußlinien M_k einer Mittelpfeilerfuge ergeben sich ohne weiteres nach Fig. 10, indem man den Mittelpfeiler einmal als rechtseitiges Widerlager der linken Öffnung l und dann als linksseitiges Widerlager der rechten Öffnung l' ansieht.

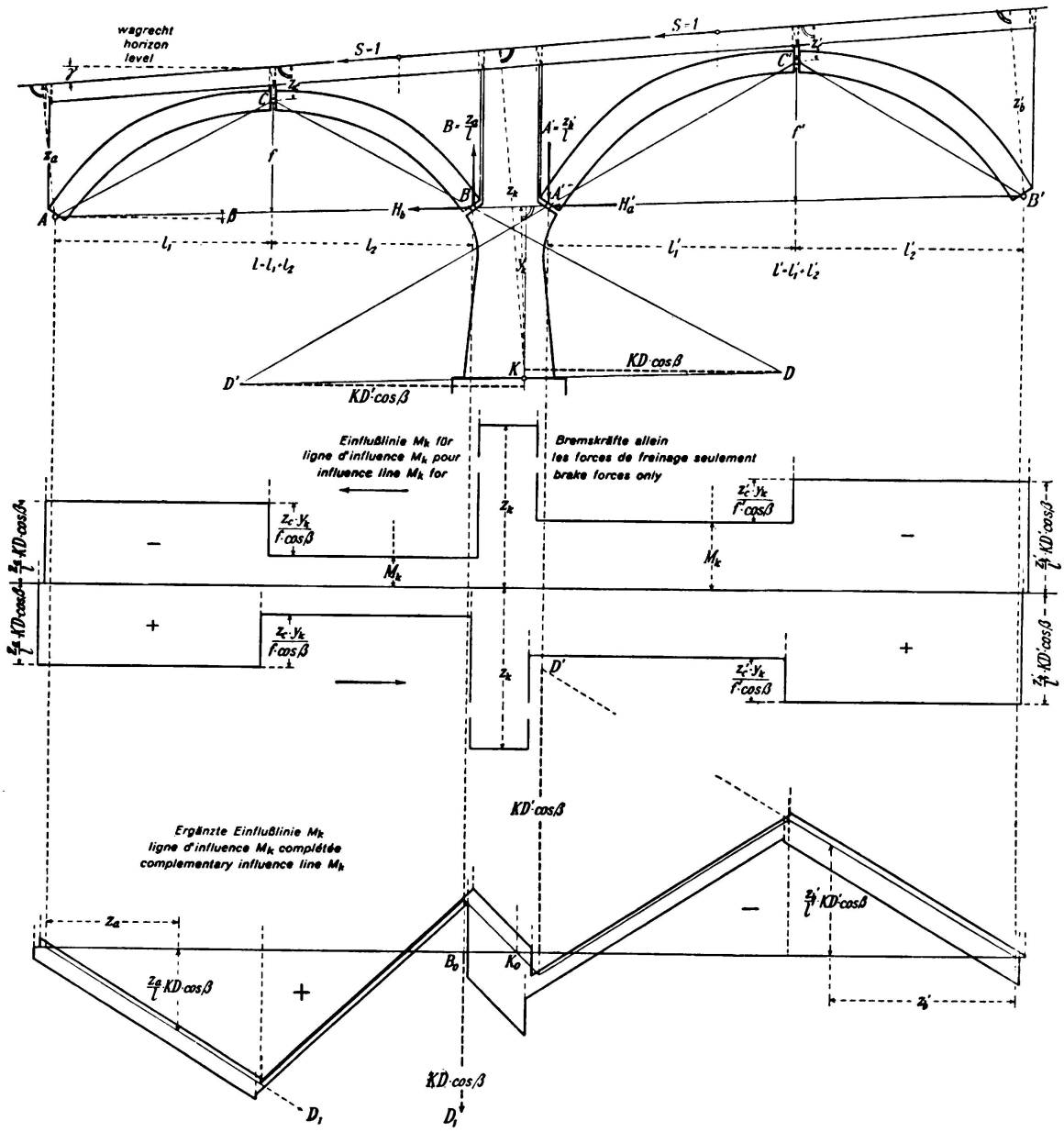


Fig. 11.

Einflußlinien M_k einer Mittelpfeilerfuge für Bremskräfte.

Einflußlinien der Normal- und Querkräfte der Gelenkfugen.

Die Ordinaten dieser staffelförmigen Einflußlinien für Bremskräfte allein erhält man beim unsymmetrischen Bogen am einfachsten durch Zeichnung, indem man für die Stellung der Kraft S = 1 über der rechten und linken Bogen-

hälfte jedesmal die Kämpferkräfte aus dem Kräftedreieck bestimmt und sie in die Komponenten senkrecht und parallel zur betr. Gelenkfuge zerlegt. Die Art des Aufbaus gibt keinen Unterschied.

In Fig. 12 bezieht sich das Krafteck (1) auf den Fall der über der rechten Hälfte wirkenden Kraft S, das Krafteck (2) gilt, wenn sie über der linken Hälfte

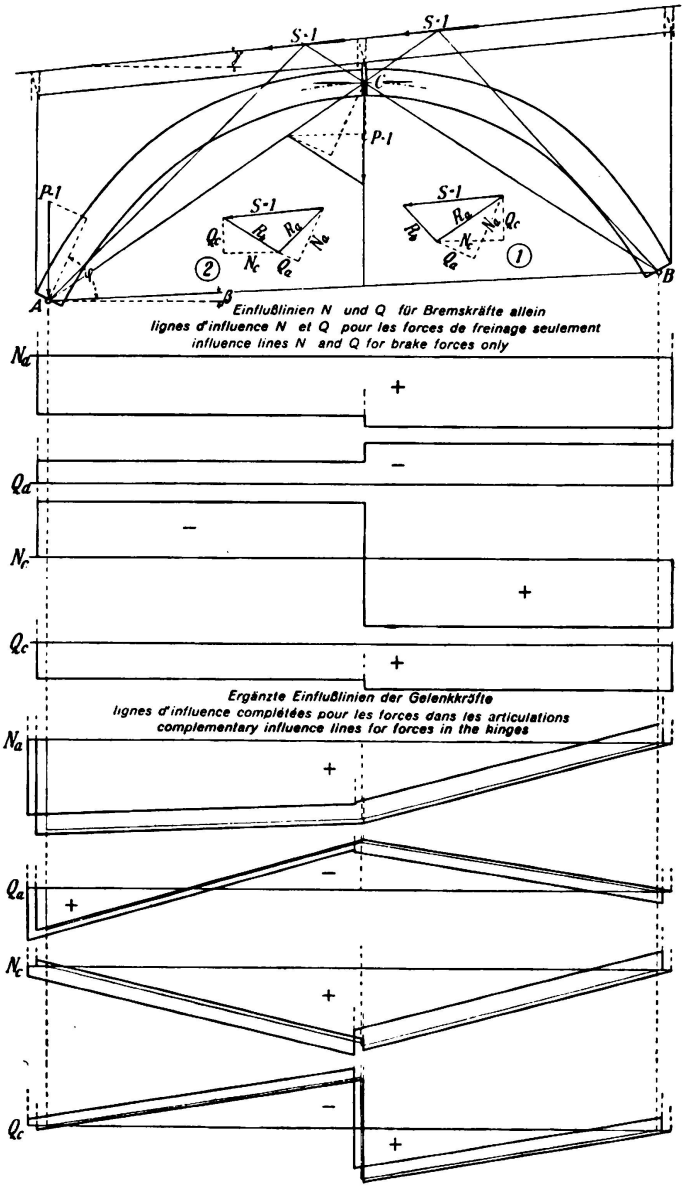


Fig. 12.
Einflußlinien der Normal- und Querkräfte der Gelenkfugen für Bremskräfte.

sich befindet. Die auf die Scheitelfuge wirkenden Komponenten N_c und Q_c werden jedesmal aus der Kämpferkraft der unbelasteten Seite gewonnen. Die normalen Einflußlinien der Gelenkkräfte sind in Fig. 12 für die Bremswirkung so ergänzt, daß die $\left(\frac{\mu}{\varphi} \mp \sin \gamma\right)$-fachen Ordinaten der staffelförmigen Einflußlinien zugeschlagen sind. Die Richtung der Gelenkfugen ist in DIN 1075 senkrecht zur Stützlinie für ständige Last festgelegt.

Für den Fall des symmetrischen Dreigelenkbogens mit waagrechter Fahrbahn lassen sich die Ordinaten der staffelförmigen Einflußlinien auch leicht rechnen.

Die Bremskräfte beim Zweigelenkbogen.

Es ist zunächst die Einflußlinie des Bogenschubs infolge der Bremskräfte zu ermitteln, mit ihr lassen sich dann die Einflußlinien der Kernmomente usw. ableiten.

Einflußlinie des Bogenschubs H_a.

Da für die Bremskräfte allein die Bogenform beträchtlich von der zugehörigen Stützlinie abweicht, so kann man hier die Verformung durch die Normalkräfte N_x, die zudem teils Zug-, teils Druckkräfte sind, von vornherein vernachlässigen, so daß der Bogenschub

$$H_a = \frac{\int \frac{M_O \cdot y \cdot ds}{J}}{\int \frac{y^2 \cdot ds}{J}}$$

wird. Infolge der in Fig. 13 beim Schnitt a wirkenden Bremskraft $S = 1$ ist im statisch bestimmten Grundsystem

für die Schnitte x zwischen O und a . . $M_O = \frac{z_b}{l} \cdot x$

für die Schnitte x zwischen a und l . . . $M_O = \frac{z_b}{l} \cdot x - z$

und es wird dann

$$\int \frac{M_O \cdot y \cdot ds}{J} = \int_O^a \frac{z_b}{l} \cdot \frac{x \cdot y \cdot ds}{J} + \int_a^l \left(\frac{z_b}{l} \cdot x - z\right) \cdot \frac{y \cdot ds}{J} = \frac{z_b}{l} \int_O^l \frac{y \cdot ds}{J} \cdot x - \int_a^l \frac{y \cdot ds}{J} \cdot z$$

Führt man endliche Bogenteilstücke s und elastische Gewichte $w_y = \frac{y \cdot s}{J}$ ein, dann erhält man

$$H_a = \frac{\frac{z_b}{l} \sum_O^l x \cdot w_y - \sum_a^l z \cdot w_y}{\sum y \cdot w_y}.$$

Die Zählersummen werden wohl am einfachsten gerechnet, wobei man bei der zweiten Summe von rechts beginnt und den Schnitt a immer um eine Teilgrenze nach links verschiebt. Die so erhaltenen Ordinatenwerte der Einflußlinie H_a sind jeweils von einer Waagrechten lotrecht unter *dem* Punkt abzutragen, wo die vom Achspunkt des Schnittes a unter der Neigung $\frac{\mu}{\varphi}$ zur Normalen auf der Fahrbahn gezogene Gerade diese schneidet. Je nach der Bremsrichtung verschieben sich die Ordinaten und die Einflußlinien etwas gegeneinander.

Die Einflußfläche irgend eines Kernmoments findet sich nach der Formel

$$M_k = M_{Ok} - H_a \cdot y_k = y_k \left(\frac{M_{Ok}}{y_k} - H_a\right)$$

als Unterschied der Einflußflächen H_a und M_{Ok}/y_k. Beim Auswerten der in Fig. 13 schraffierten Differenzfläche ist dann der Multiplikator y_k zu beachten. Die

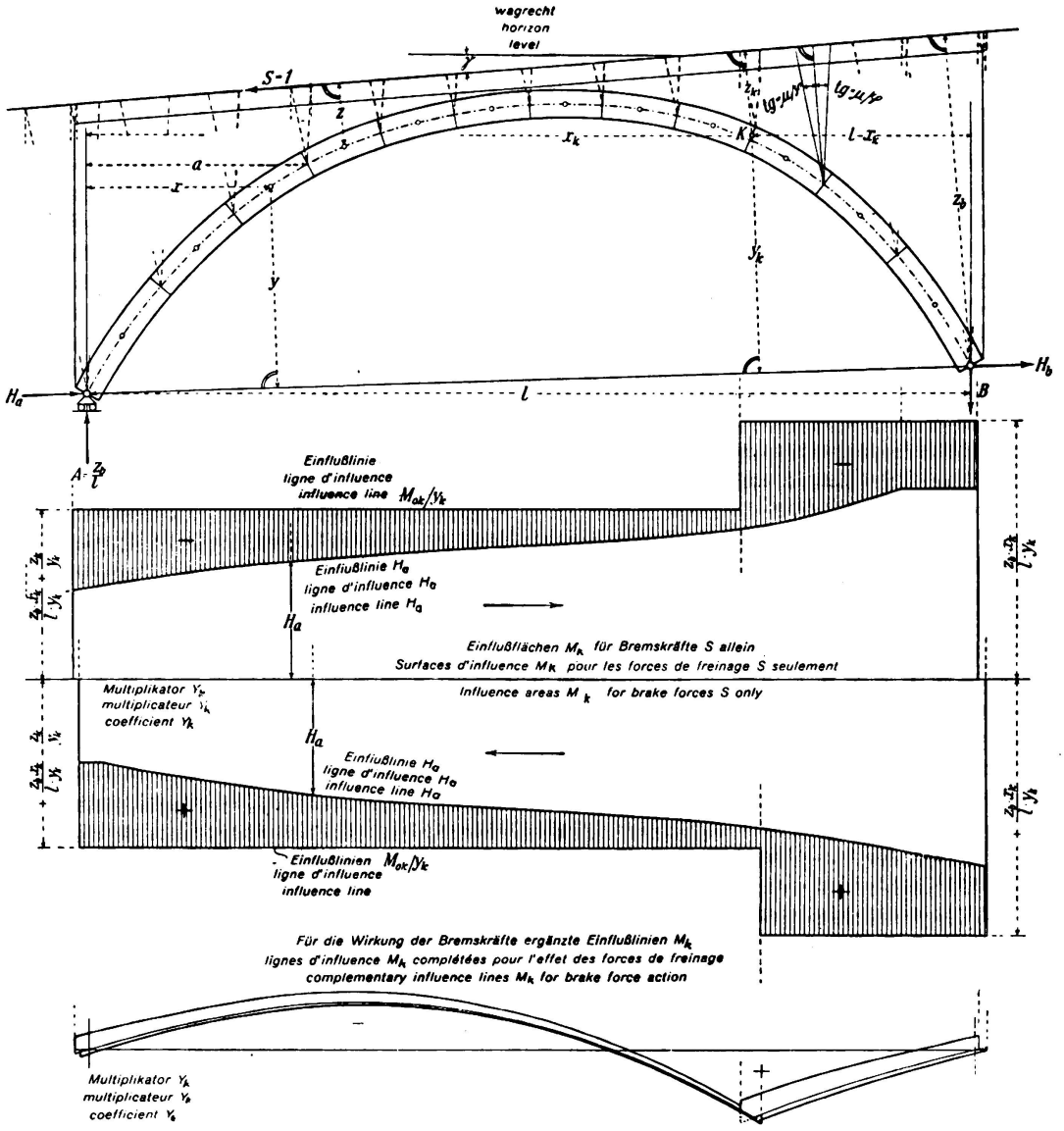


Fig. 13.

Einflußlinie H_a und M_k für Bremskräfte beim Zweigelenkbogen mit massivem Aufbau oder einem solchen mit Längswänden.

Einflußfläche M_{Ok} für Bremskräfte allein ist staffelförmig, denn für $S = 1$ rechts von dem den Punkt K enthaltenden Bogenschnitt ist

$$M_{Ok} = A \cdot x_k = \frac{z_b}{l} \cdot x_k$$

und wenn $S = 1$ links von diesem Schnitt wirkt, ist

$$M_{Ok} = A \cdot x_k - z_k = \frac{z_b}{l} \cdot x_k - z_k$$

In Fig. 13 ist unten in dünnen Linien die normale Einflußlinie M_k/y_k eines Schnittes der rechten Bogenhälfte gezeichnet. Sie ist mit den dicken Linien für

die Bremswirkungen ergänzt, indem die $\left(\frac{\mu}{\varphi} \mp \sin \gamma\right)$-fachen Ordinaten der schraffierten Flächen hinzugefügt oder abgezogen wurden. Für die normale Einflußlinie H_a hat es keine praktische Bedeutung, wenn die Angriffspunkte der wandernden Last $P = 1$ mit denjenigen von $S = 1$ übereinstimmen, also nicht mehr lotrecht über den Teilgrenzen liegen. Unter dem Schnitt K selbst entstehen dagegen von der einen zur andern Kurve lotrechte Absprünge, die mit den Staffelgrenzen der Einflußlinie M_{Ok} für Bremskräfte allein zusammenfallen.

Beim *symmetrischen* oder *schief symmetrischen* Bogen, wo die Verbindungslinie der Gelenke parallel zur Fahrbahn ist, ergänzen sich die Einflußordinaten H_a der symmetrisch gelegenen Teilgrenzen zu 1, so daß es genügt, sie nur für die rechte Hälfte auszurechnen.

Bei Fig. 3c wurde festgestellt, daß man die Resultierende aus Radlast und Bremskraft in irgend einem Punkt ihrer Wirkungslinie in ihre beiden Komponenten zerlegen könne und daß diese zusammen auf irgend eine Größe des statisch unbestimmten Tragwerks immer wieder die gleiche Wirkung ausüben müssen. Deshalb kann man im vorliegenden Fall die geneigten (gebremsten) Raddrücke auch in einer anderen, der Fahrbahn parallelen Ebene, z. B. der Tangentialebene am Scheitel, in P und S zerlegen. Führt man dann die beschriebene Rechnung über die Einflußlinien H_a und M_k infolge der Bremskraft S allein bis zu den ergänzten Einflußlinien der Kernmomente durch, so zeigen sich diese gegenüber den zuerst beschriebenen nur wagrecht um das Stück verschoben, um das die Schnittpunkte des gebremsten Raddrucks mit den beiden Ebenen wagrecht auseinander liegen. Beim Auswerten erhält man also die gleichen Grenzwerte.

Beim *Bogen mit aufgeständerter Fahrbahn* kann jedoch diese Bezugsebene nicht mehr frei gewählt werden, denn hier werden die im aufgeständerten Teil anfallenden Bremskräfte durch die Fahrbahntafel nach den Stellen L und R, wo sie am Gewölberücken antrifft und mit ihm verankert ist, auf den Bogen *tatsächlich* übertragen. Um zutreffende M_O-Momente im Grundsystem zu bekommen, muß man daher die gebremsten Raddrücke in der Mittelebene der Fahrbahntafel in ihre Komponenten P und S zerlegen, und man muß diese Ebene für die wandernde Kraft $S = 1$ auch im nicht aufgeständerten Teil der Scheitelgegend beibehalten, damit die Abstände der Lasten in dem zum Auswerten der resultierenden Einflußlinien dienenden Lastenzug nicht geändert werden müssen. Aus dem gleichen Grunde muß diese Bezugsebene auch über den Widerlagern und Pfeilern beibehalten werden, wenn es sich um deren Einflußlinien M_k handelt.

Fig. 14 zeigt einen schief symmetrischen Zweigelenkbogen mit aufgeständerter Fahrbahn, die bei L und R mit dem Bogen verankert sei. Es ist ohne weiteres zu erkennen, daß das Zählerintegral von H_a sich für die zwischen L und R angreifende Kraft $S = 1$ gegenüber dem bei massivem Aufbau nicht ändert, und daß für jede Lage von S über den aufgeständerten Fahrbahnteilen sich die Zählerintegrale genau so errechnen, als wenn S in L oder K angreifen würde. Deshalb läuft die Einflußlinie H_a von L bis A und von R bis B waagrecht weiter.

Die Einflußfläche M_{Ok} für Bremskräfte allein hat für die zwischen L und R

liegenden Bogenschnitte eine ähnliche Form wie in Fig. 13. Liegt indessen der den Kernpunkt K enthaltende Schnitt unter der aufgeständerten Fahrbahn zwischen A und L, so ist für jede Lage der Kraft S = 1 das Moment

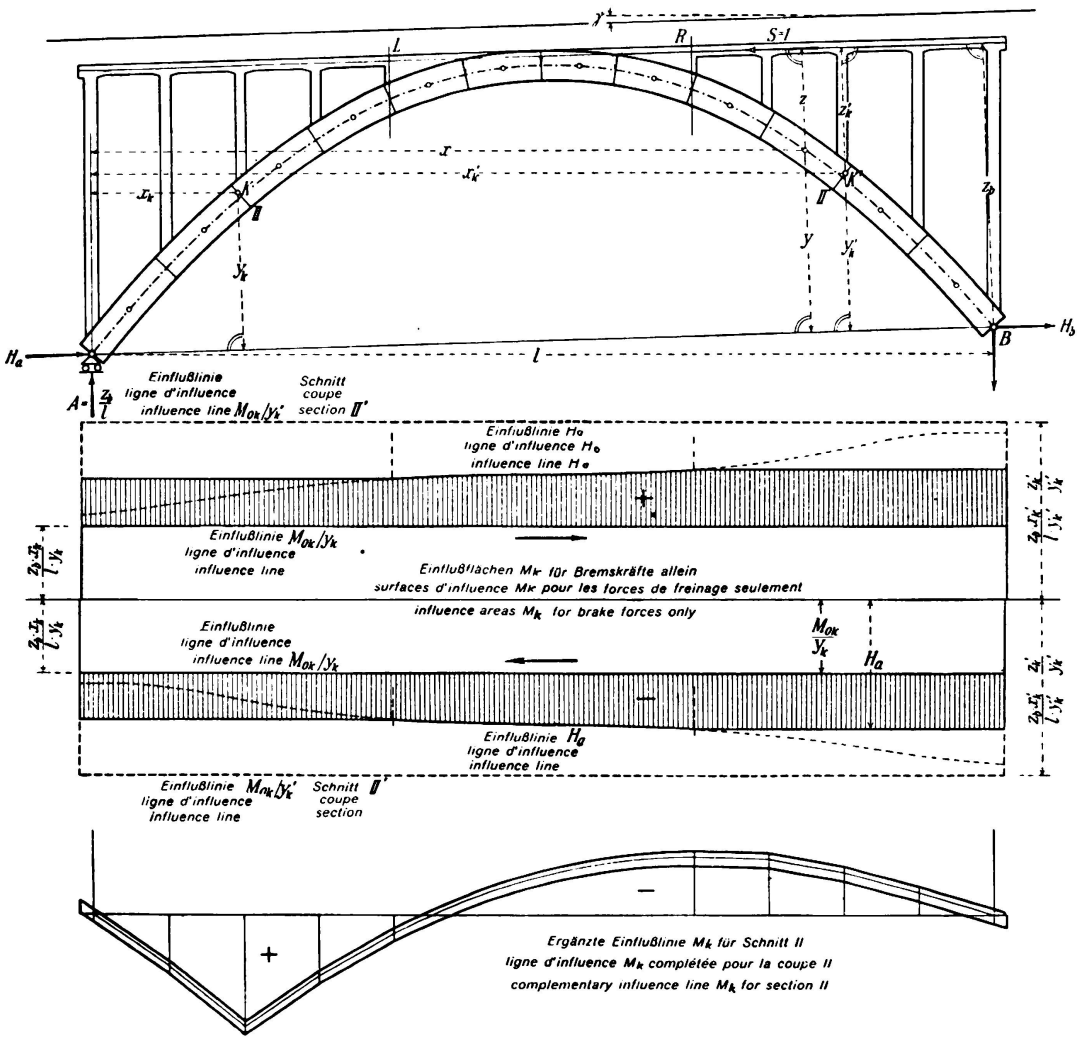


Fig. 14.

Einflußlinien H_a und M_k für Bremskräfte beim Zweigelenkbogen mit aufgeständerter Fahrbahn.

$M_{Ok} = A \cdot x_k$, seine Einflußfläche somit ein Rechteck von der Höhe $\frac{z_b}{l} \cdot x_k$. Die rechteckige Form trifft auch zu, wenn der Schnitt im Bogenteil zwischen R und B liegt, nur ist dann die Höhe $\frac{z_b}{l} \cdot x_k - z_k$. In Fig. 14 ist für den Schnitt II die Einflußfläche M_k für Bremskräfte allein als schraffierte Differenzfläche nach der Gleichung

$$M_k = y_k \left(\frac{M_{Ok}}{y_k} - H_a \right)$$

dargestellt; beim Auswerten wäre dann der Multiplikator y_k zu beachten.

Einflußlinien M_k für Widerlager und Mittelpfeiler.

In einem durch das linke Widerlager geführten Schnitt (Fig. 15) entsteht durch eine nach links gerichtete Kraft $S = 1$, die bei durchbrochenem Aufbau in der Mittelebene der Fahrbahntafel wirkt, das Kernmoment

$$M_k = A \cdot x_k - H_a \cdot y_k = \frac{z_b}{l} \cdot x_k - H_a \cdot y_k.$$

Man rechnet hiernach die Einflußordinaten M_k einfacher aus, als daß man sie durch eine Differenzfläche darstellt, denn über dem Widerlager selbst sind die Einflußordinaten $M_k = -z_k$, d. h. gleich dem Lot von K auf die Mittelebene der Fahrbahntafel, die als Bezugsebene auch über den Widerlagern beizubehalten ist.

Für einen Schnitt durch das rechte Widerlager ist

$$M'_k = B \cdot x'_k - H_b \cdot y'_k = \frac{z_a}{l} \cdot x'_k - H_b \cdot y'_k.$$

Nach diesen Formeln sind in Fig. 15 die gerechneten Einflußlinien M_k und M'_k für Bremskräfte allein dargestellt. Die Grenzen links und rechts liegen unter den Punkten, wo die durch den äußern Schnittrand unter der Neigung μ zur Normalen auf der Fahrbahn gezogene Gerade die Mittelebene der Fahrbahn schneidet. Die ergänzten Einflußlinien der Kernmomente sind ebenfalls gezeichnet.

Die Einflußlinie M_k für eine Mittelpfeilerfuge ergibt sich an Hand von Fig. 15, indem man den Mittelpfeiler als Widerlager der beiden anliegenden Öffnungen auffaßt. Dabei ist (wie auch oben beim Widerlager) Voraussetzung, daß es sich um einen verhältnismäßig niederen und gedrungenen Pfeiler handelt, dessen elastische Ausbiegung vernachlässigt werden kann.

Einflußlinien der Normal- und Querkräfte für die Kämpferfuge.

Beim Zweigelenkbogen der Fig. 16 bedeuten φ_a und φ_b die Winkel der Kämpferkräfte von ständiger Last mit der Verbindungslinie der Gelenke. Auf diesen Kräften soll die Tangentialebene des Wälzgelenks senkrecht stehen.

Die Einflußlinie der *Normalkraft* N_a auf die linke Gelenkfuge infolge der nach links gerichteten Bremskraft $S = 1$ allein folgt aus der Gleichung

$$N_a = A \cdot \sin(\varphi_a + \beta) + H_a \cdot \cos\varphi_a = \frac{z_b}{l} \cdot \sin(\varphi_a + \beta) + H_a \cdot \cos\varphi_a.$$

Für die Querkraft Q_a gilt der Ausdruck

$$Q_a = A \cdot \cos(\varphi_a + \beta) - H_a \cdot \sin\varphi_a = \frac{z_b}{l} \cdot \cos(\varphi_a + \beta) - H_a \cdot \sin\varphi_a.$$

Nach diesen Formeln sind die in Fig. 16 dargestellten Einflußlinien N_a und Q_a gerechnet worden.

Die Bremskräfte beim beiderseits eingespannten Bogen.

Aus denselben Gründen wie beim Zweigelenkbogen kann auch beim eingespannten Bogen in den Formeln für die Auflagerkräfte von der Verformung

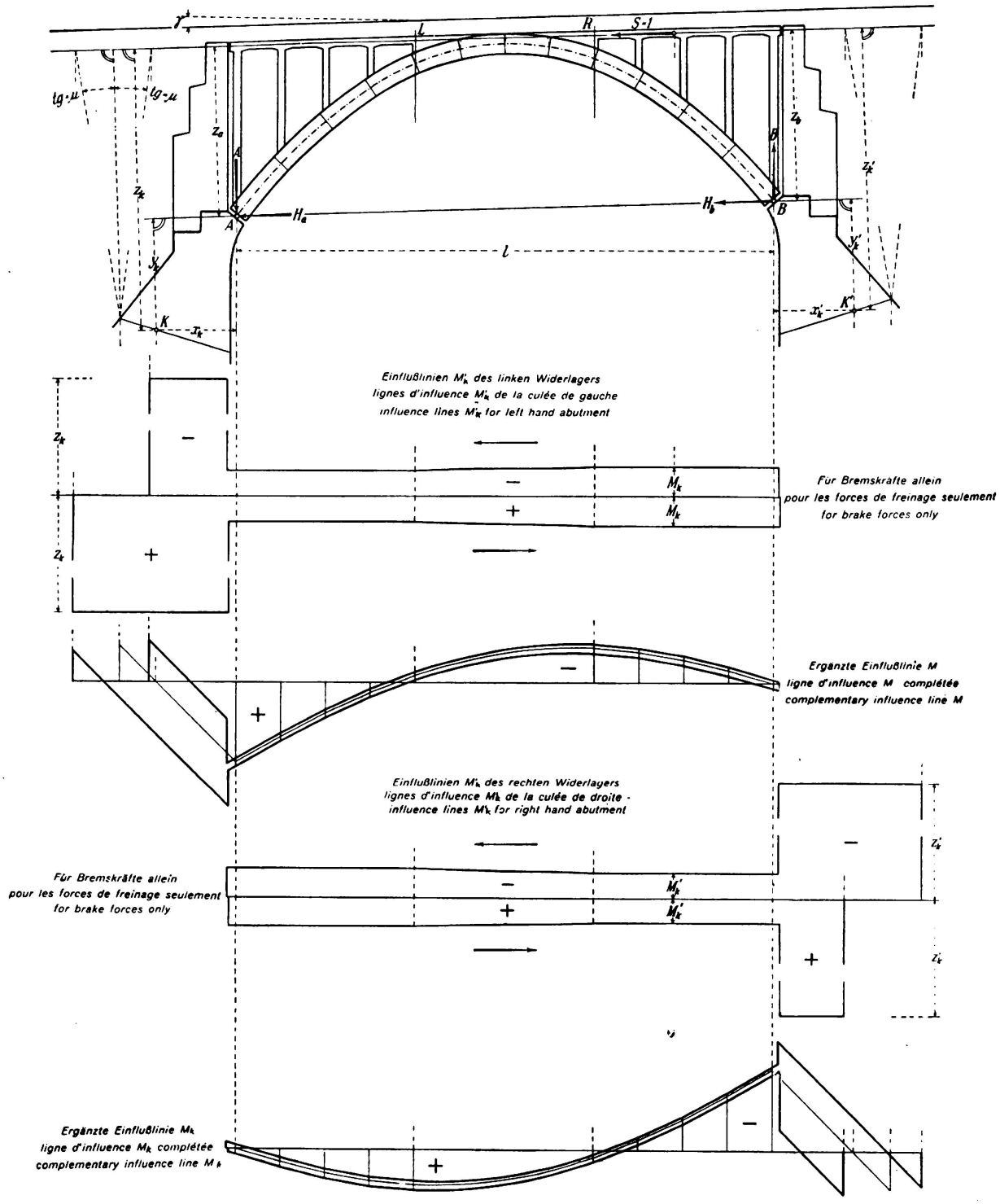


Fig. 15.

Einflußlinien M_k der Widerlagerschnitte eines Zweigelenkbogens für Bremskräfte.

durch die Normalkräfte N_x abgesehen werden. Wir gehen vom Grundsystem des rechts eingespannten, links frei ausladenden Konsolträgers aus, dann gelten für die nach dem elastischen Schwerpunkt O versetzten Komponenten der linken Kämpferkraft die bekannten Formeln (*Mörsch*, Eisenbeton II, 3)

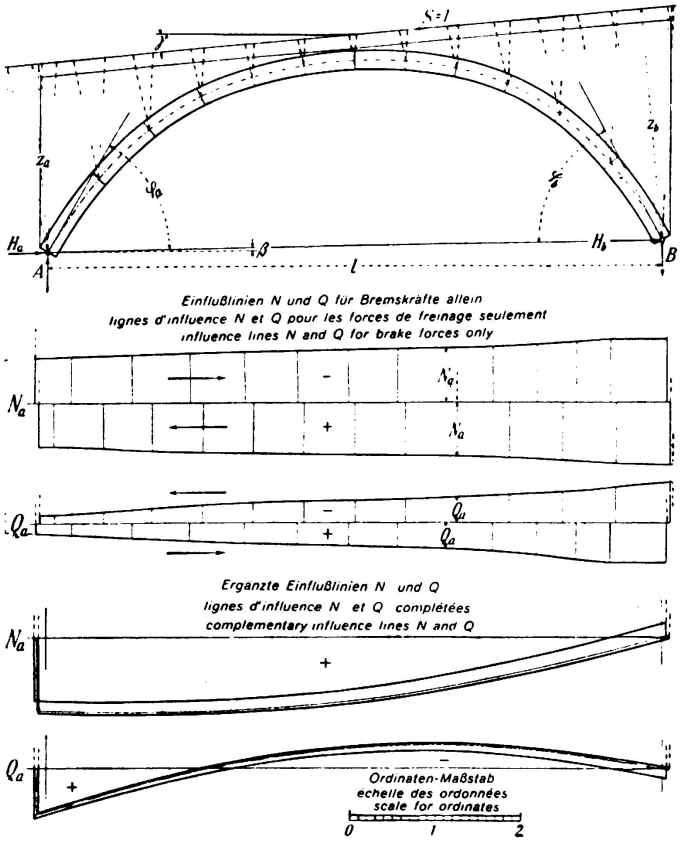


Fig. 16.

Einflußlinien der Normal- und Querkräfte in der linken Gelenkfuge eines Zweigelenkbogens für Bremskräfte.

$$H = \frac{\sum M_O \cdot w_y}{\sum y \cdot w_y} \qquad V = \frac{\sum M_O \cdot w_x}{\sum x \cdot w_x} \qquad M = \frac{-\sum M_O \cdot w}{\sum w}$$

die für beliebig gerichtete äußere Kräfte zutreffen. Für eine bei a angreifende nach links gerichtete Bremskraft $S = 1$ (Fig. 17) entstehen im Konsolbalken des Grundsystems Biegemomente M_O nur zwischen a und B im Betrag $M_O = -z$. Um daher die Einflußordinaten H, V, M für die Bremskräfte zu erhalten, hat man für fortschreitende Werte von a die Zählersummen

$$\sum M_O \cdot w_y = -\sum_a^{-\frac{1}{2}} z \cdot w_y \qquad \sum M_O \cdot w_x = -\sum_a^{-\frac{1}{2}} z \cdot w_a \qquad -\sum M_O \cdot w = \sum_a^{-\frac{1}{2}} z \cdot w$$

zu ermitteln. Dies geschieht am einfachsten durch Rechnung, in dem man von rechts beginnend die wandernde Kraft $S = 1$ der Reihe nach über den Grenzen der Bogenteilstücke angreifen läßt und jedesmal die Summe der statischen Momente der elastischen Gewichte $w_y = s \cdot \frac{y}{J}$, $w_x = s \cdot \frac{x}{J}$ und $w = \frac{s}{J}$ rechts vom Angriffspunkt inbezug auf die Fahrbahn, bzw. die Mittelebene der Fahrbahnplatte (je nach der Art des Aufbaus) ausrechnet. Beim Weiterschreiten der Kraft S kommt immer nur ein neues Summenglied hinzu. Die elastischen

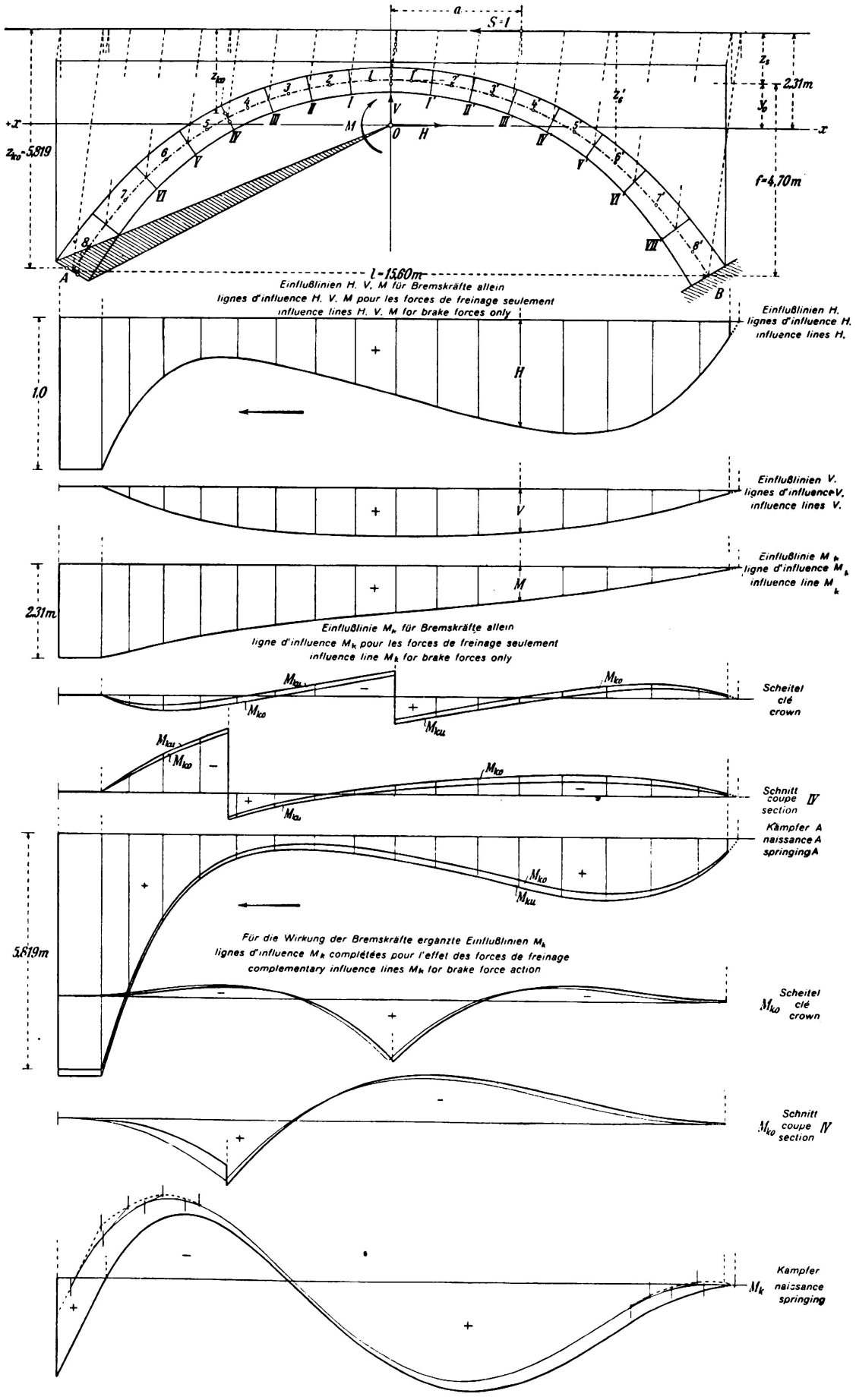


Fig. 17.

Einflußlinien H, V, M und der Kernmomente M_k beim symmetrischen eingespannten Bogen mit

Gewichte w, w_y und w_x sowie die Nennersummen sind von der vorausgehenden Bogenrechnung schon bekannt. Die gefundenen Ordinaten sind jeweils bei der Abszisse a, d. h. unter dem Punkt abzutragen, wo die von der Teilgrenze der Bogenachse unter der Neigung $\frac{\mu}{\varphi}$ zur Lotrechten gezogene Gerade die Fahrbahn schneidet. Je nach der Bremsrichtung ändert sich daher nicht nur das Vorzeichen, sondern die Einflußlinien sind auch etwas in wagrechtem Sinn gegeneinander verschoben.

In Fig. 17 sind für nach links gerichtete Bremskräfte die rechnerisch ermittelten Einflußlinien der Auflagerkomponenten H, V und M eines symmetrischen Bogens mit wagrechter Fahrbahn dagestellt. Die linke Endordinate der Einflußlinie H ist $= 1$, diejenige der Einflußlinie M ist $= y_0 + z_s$. Beim Ausrechnen in Tabellenform erscheinen mehrere Zahlen wieder, die bereits bei den normalen Einflußlinien vorkamen. Die Einflußordinaten H symmetrisch liegender Schnitte ergänzen sich zu 1.

Mit Hilfe der Einflußordinaten H, V, M erhält man diejenigen des Kernmoments von irgend einem Bogenschnitt infolge der Bremskräfte allein mit der Formel

$$M_k = M_{0k} + M - H \cdot y_k - V \cdot x_k$$

indem man $S = 1$ von rechts beginnend der Reihe nach über allen Teilgrenzen angreifen läßt und die Beiträge wie bei den normalen Einflußlinien M_k in Tabellenform zusammenschreibt. M_{0k} ist $= -z_k$ wenn die nach links gerichtete Kraft S links von dem den Punkt K enthaltenden Bogenschnitt angreift; wirkt sie rechts davon, so ist $M_{0k} = 0$. Auf diese Weise wurden die aus Fig. 17 ersichtlichen Einflußlinien M_k für Bremskräfte allein des Scheitel- und Kämpferschnitts, sowie des Schnittes IV erhalten. Es sind dann noch die für die Wirkung der Bremskräfte ergänzten Einflußlinien M_k dieser Schnitte gezeichnet. Hierbei ist der Ordinatenmaßstab der mit dünnen Linien dargestellten normalen Einflußlinien gleich dem doppelten der Gewölbezeichnung gewählt. Die dicken Linien zeigen ihre Ergänzung mit den $\frac{\mu}{\varphi}$-fachen Ordinaten der für Bremskräfte allein gültigen Einflußlinien.

Hier erwies es sich als notwendig die normale Einflußlinie M_k des Kämpfers an beiden Enden mit Rücksicht darauf zu verbessern, daß die zu S gehörige lotrechte Komponente des gebremsten Raddrucks in Fahrbahnhöhe ziemlich seitwärts von der zugehörigen Teilgrenze der Bogenachse steht. Es mußten daher die an die Kurve bei den Teilgrenzen gezogenen Tangenten bis zu den zugehörigen Lasten P verlängert werden. Die durch die so erhaltenen Schnittpunkte gezogene gestrichelte Kurve stellt den verbesserten Verlauf der normalen Einflußlinie dar. An den andern Stellen der normalen Einflußlinien ergeben sich mit der beschriebenen Korrektur so geringe Verschiebungen, daß sie nicht darstellbar sind.

Es sei noch bemerkt, daß das gewählte Grundsystem des rechts eingespannten Konsolbalkens sich für die Rechnung mit Bremskräften als besonders zweckmäßig erweist.

An den Ausdrücken für die Auflagerkomponenten H, V, M für die Brems-

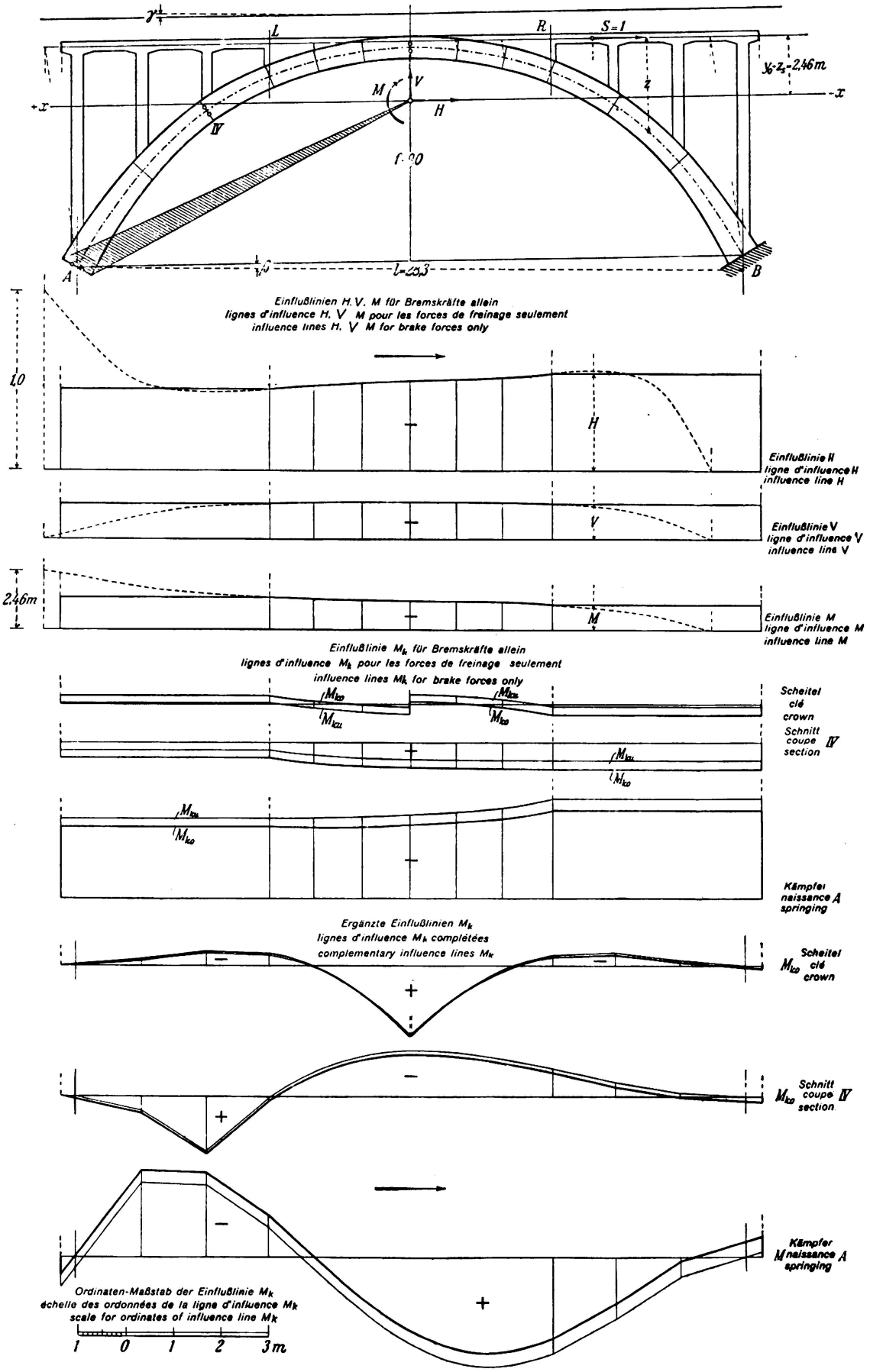


Fig. 18.

Einflußlinien von H, V, M und der Kernmomente M_k infolge der Bremskräfte bei einem schief symmetrischen eingespannten Bogen mit aufgeständerter Fahrbahn.

kraft S = 1 ändert sich nichts, wenn es sich um einen unsymmetrischen oder schief symmetrischen Bogen handelt. Die x-Achse ist dann etwas geneigt und die z sind die Lote von den Mitten der Bogenteilstücke auf die Fahrbahn.

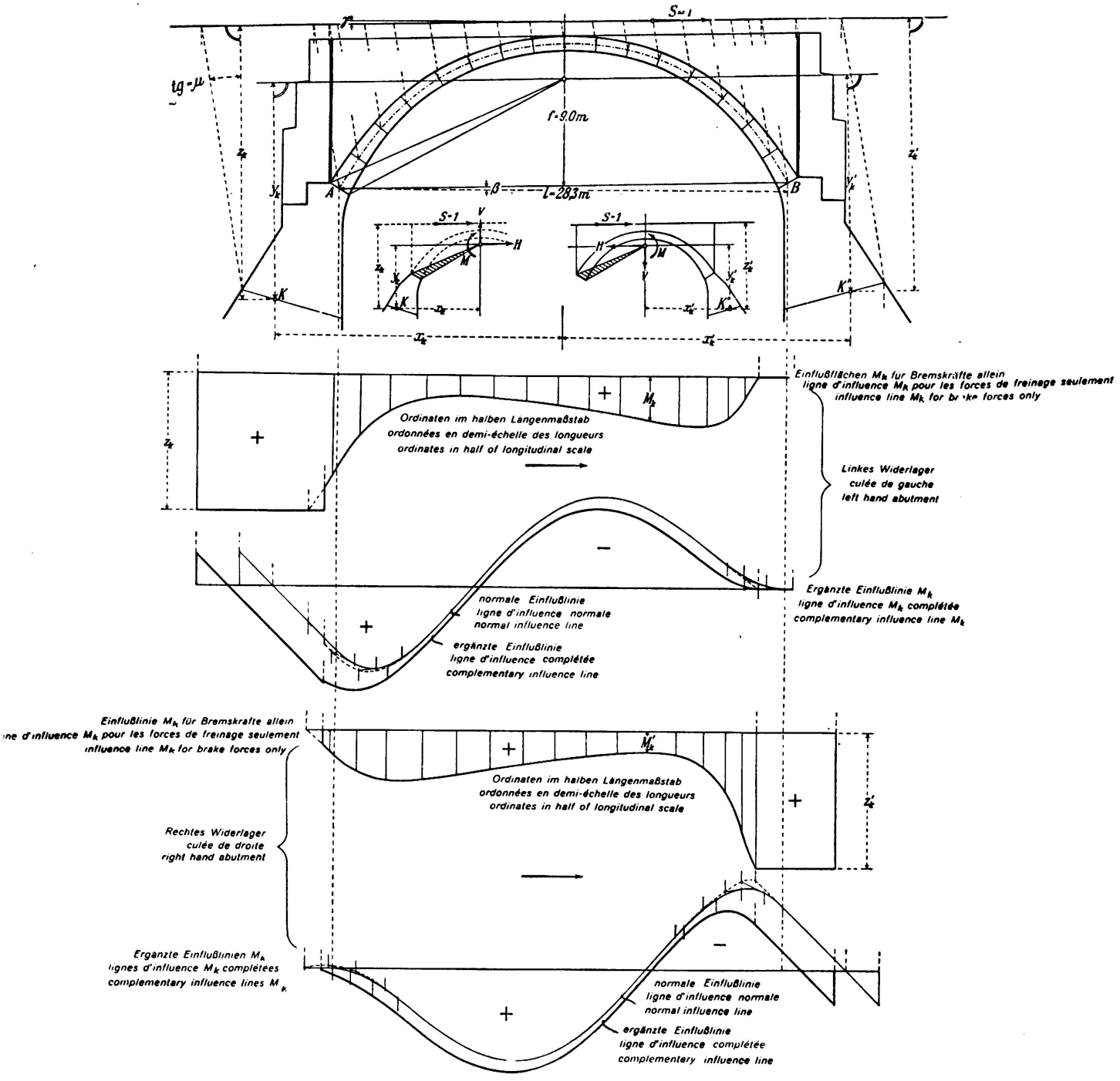


Fig. 19.

Einflußlinien M_k der Widerlagerschnitte eines schief symmetrischen eingespannten Bogens für Bremskräfte.

Bei dem in Fig. 18 dargestellten Bogen mit aufgeständerter Fahrbahn ist wie bei Fig. 14 der schräge gebremste Raddruck in der Mittelebene der Fahrbahntafel in P und S zu zerlegen, wovon die Kraft S erst an der Stelle L bzw. R auf den Bogen übertragen wird. Deshalb bleiben ihre Beitragsordinaten zu H, V, M unter den aufgeständerten Fahrbahnteilen konstant und gleich den bei L und R vorhandenen Ordinaten der betreffenden Einflußlinien, die zwischen L und R ähnlich wie bei massivem Aufbau, jedoch mit der tiefer liegenden Bezugsebene von S verlaufen.

Die Einflußlinien sind für nach rechts wirkende Bremskräfte gezeichnet. Bei den Einflußlinen H, V, M bedeuten die gestrichelten Linien den Verlauf, der bei massivem Aufbau gelten würde.

Einflußlinien M_k für das Widerlager des eingespannten Bogens.

Mit der aus Fig. 19 ersichtlichen Bezeichnung ergibt sich bei einer nach rechts wirkenden Bremskraft $S = 1$ in einem Schnitt des linken Widerlagers das Kernmoment

$$M_k = M + H \cdot y_k - V \cdot x_k,$$

wobei die Vorzeichen der Komponenten bereits berücksichtigt sind.

Für einen Schnitt des rechten Widerlagers ist

$$M'_k = z'_k - M - H \cdot y'_k - V \cdot x'_k.$$

Nach diesen Formeln wurden zu den beiden Widerlagerschnitten die Einflußordinaten der Kernmomente für Bremskräfte allein ausgerechnet. Über den Widerlagern selbst ist die Einflußordinate $= z_k$ bzw. z'_k. Mit den μ-fachen Ordinaten sind dann die normalen Einflußlinien der Kernmomente für die Wirkung der Bremskräfte ergänzt worden. Dabei war es wie beim Beispiel der Fig. 17 wieder nötig vorher die normale Einflußlinie unter beiden Kämpfern infolge des massiven Aufbaus zu verbessern.

Auf ähnliche Weise erhält man die Einflußlinien M_k für Bremskräfte für einen Schnitt des Mittelpfeilers, indem man ihn als Widerlager der einen und andern Öffnung betrachtet, wobei vorausgesetzt ist, daß es sich um einen gedrungenen Pfeiler handelt, dessen elastische Ausbiegung vernachlässigt werden kann.

Zusammenfassung.

Es wird der Einfluß der Bremskräfte bei den verschiedenen Arten von Balken und Bogen untersucht. Dabei wird die Bremskraft als Bestandteil des Raddrucks aufgefaßt und ihr Einfluß auf die in Betracht kommenden Größen, wie Biegemomente, Kernmomente und Auflagerkräfte in Form von Einflußlinien dargestellt. Schließlich werden diese Einflüsse mit denjenigen der lotrechten Radlasten in resultierenden Einflußlinien zusammengefaßt, die dann bei der Auswertung mit dem normalen Lastenzug die Grenzwerte mit Einschluß der von den zugehörigen Bremskräften herrührenden Beiträge liefern. Je nach der Art des Aufbaus über den Gewölben, massiv oder durchbrochen, ist die Form der Einflußlinien für Bremskräfte allein verschieden.

IVb 6

Neuere Gesichtspunkte für den Bau großer Eisenbeton-Bauwerke.[1]

Tendances actuelles dans les grands ouvrages en béton armé.

Present-day Tendencies in Large-sized Reinforced Concrete Constructions.

Dr. Ing. C. Parvopassu,
Professeur à l'Ecole Royale d'Ingénieurs de Padoue.

Einführung.

Der Stoff, über den vor dieser Versammlung hervorragender Ingenieure kurz zu berichten mir der ehrenvolle Auftrag zugedacht wurde, ist schwierig; denn seine Behandlung bedingt die umfassende Kenntnis eines Gebietes, auf dem die kühnsten Leistungen der neuzeitlichen Technik der Baukonstruktionen zu verzeichnen sind.

Um sich dieser Aufgabe glänzend entledigen zu können, müßte man eine tiefe und langjährige Kenntnis der heikelsten Einzelheiten eines der am meisten verwickelten und fortgeschrittenen Gebiete der Wissenschaft und Praxis des Bauens besitzen. Ich werde mich damit zufrieden geben, wenn es mir gelingt, mich in nicht unwürdiger Form auszudrücken, indem ich die Erfahrung von mehr als dreißig Jahren Arbeit verwerte, die ich mit heißer Leidenschaft im theoretischen und experimentellen Unterricht und auf dem Bauplatze, dem Studium und den Anwendungen des Betons und Eisenbetons besonders bei großen Bauwerken widmete.

Berechtigung, Vorzüge und Möglichkeiten des Eisenbetons.

Bauwerke aus Eisenbeton von einiger Bedeutung gibt es erst seit weniger als fünfzig Jahren, und zwar von dem Augenblick an, in dem ihre Ausführung nach Überwindung der Bedenken und der Kritik, die alle Neuerungen auch in der Welt anerkannter Fachleute hervorrufen, ermöglicht wurde durch die Fortschritte in der industriellen Erzeugung langsam bindenden, natürlichen und künstlichen Zementes und die Kenntnis seines Verhaltens im Beton, und durch die genaue Ermittlung der physikalischen Eigenschaften, die es möglich machen, daß Beton und Eisen harmonisch zusammenwirken im Widerstande gegen die verwickelte Beanspruchung durch Zug, Druck und Schub in Bauteilen, die Biegung, Ab-

[1] Die Fußnoten sind Bemerkungen des Übersetzers.

scherung und Verdrehung ausgesetzt sind, sowie gegen reine Druck- und Zugbeanspruchungen.

Die ungewohnte Kühnheit ließ in der ersten Zeit solche Bauwerke als nicht den Anforderungen der Sicherheit entsprechend erscheinen, Anforderungen die mit Recht der schnellen und wirtschaftlichen Bauausführung vorangestellt werden. Es schien dies aber nur so; denn bald wurden in der ganzen Welt bedeutende Fortschritte im Umfang der großen Bauwerke, vor allem bei Straßenbrücken und -Überführungen, erzielt.

Auch in Italien entstanden bereits in den ersten Jahren unseres Jahrhunderts bedeutende Bauten nach der neuen Bauweise, Bauwerke mittleren und größeren Umfanges, die mit Recht als Pionierarbeiten gelten konnten, weil sie Merkmale des Ungewohnten aufwiesen. Heute ist die tüchtige Schar italienischer Techniker in der Lage, vermöge ihrer zähen Arbeit und der überlegenen Eigenschaften ihrer Heimstoffe noch weit kühnere und nützlichere Bauten zu erstellen; sie verfügt über gewöhnliche und hochwertige Zemente als Bindemittel, über ausgezeichnete Zuschlagstoffe und über geeignetes Bewehrungseisen.

Der Eisenbetonbau hat sich nunmehr als geeignet erwiesen, um sicher, formschön, mit geringen Abmessungen, schnell und ohne handwerkliche Schwierigkeiten zu bauen.

Bedenken, daß Festigkeit und Dauerhaftigkeit bei Eisenbetonbauten davon abhängen, wie der Beton verarbeitet wird, wie die Bewehrung verlegt wird und daß sie während des Betonierens in der vorgeschriebenen Lage verbleibt, haben keine größere Bedeutung als ähnliche Bedenken hinsichtlich der Empfindlichkeit der Stahlbauten, die auf den Eigenschaften der Spezialstähle beruht, aus denen Platten, Profileisen, Nieten, Schrauben, Hängeseile und Lager hergestellt werden, wobei dann noch die Ausführung von Nietung und Schweißung eine Rolle spielt.

Erfahrung, Gewissenhaftigkeit und Ehrlichkeit des Bauausführenden müssen als selbstverständlich vorausgesetzt werden, so daß nur Mitarbeiter mit erprobter wissenschaftlicher, technischer und schulmäßiger Bildung mit dem Entwurf und der Durchführung sowohl der großen wie der kleinen Bauwerke betraut werden. Es soll auch bei allen beteiligten Handwerkern die Liebe zur eigenen Kunst und ein hoher Korpsgeist vorhanden sein und schließlich darf während der Bauarbeiten nicht versäumt werden, die verwendeten Baustoffe und das Entstehen des Bauwerkes peinlich zu überwachen.

Werden solche Vorkehrungen getroffen, so sollte man keine Bedenken mehr haben, für die Ausführung der immer bedeutender werdenden Bauwerke, die unsere Zeit von der Technik der Baukonstruktionen erwartet, die Eisenbeton-Bauweise zu wählen. Da diese außerdem im allgemeinen wirtschaftlich überlegen ist, kann es nicht ausbleiben, daß geniale Baukünstler für die Betonbauweise einen Stil entwickeln werden, der den Gesetzen der Formschönheit entspricht.

Wenn von großen Eisenbetonbauwerken die Rede ist, so meint man vorzüglich solche aus dem Straßenbau, nämlich Brücken und Viadukte, Stützmauern und Gründungen, aber man versteht natürlich darunter auch größere Hochbauten, besonders erdbebensichere, wie die großen Skelettbauten, Rahmen- und Kragbauten, die großen Hallen- und Kuppelbauten, Hochhäuser, Silos, Türme, besonders Glockentürme, Masten für Freileitungen und Antennen, nicht zuletzt

Wasser- und Meerbauten, wie Gewölbestaumauern, Wassertürme, Wasserfassungen, Rohrleitungen größeren Durchmessers, Schiffsschleusen, Trockendocks, Wellenbrecher und Landungsbrücken und so manche Nebenbauten der großen Industrieanlagen.

Bei diesem ausgedehnten Anwendunggebiet ist es ein Leichtes, bereits jetzt vorauszusagen, daß die Berechnungsweise, die Güte der Baustoffe, die Baustelleneinrichtung und die Bauverfahren, die der Technik heute zu Gebote stehen, und die noch verbessert werden können, dazu führen werden, daß in einer nahen Zukunft Bauwerke von überraschender Größe und Formschönheit entstehen.

Entwicklung der großen Eisenbetonbauwerke.

Um die neuzeitlichen Bestrebungen in der Berechnung und Durchführung großer Bauwerke aus Eisenbeton besser verstehen zu können, dürfte ein kurzer Überblick über die Entwicklung dieser Bauten während der letzten dreißig Jahre angebracht sein, denn, wie bereits erwähnt, sind schon im Anfang dieser Zeitspanne kühne Bauwerke entstanden, die noch heute die Bewunderung der Techniker erheischen und zu weit kühneren Entwürfen in naher Zukunft berechtigen.

Aus dem Jahre 1906 stammt die Brücke von Pinzano über den Tagliamento, mit drei großen Bögen von je 48 m lichter Weite und 24 m Pfeilhöhe, sie enthält insgesamt 1800 m^3 Beton und besitzt eine selbsttragende Bewehrung aus Profil-Flußeisen in Fachwerkbauart. Die Bögen sind an den Enden eingespannt und haben nur im Scheitel Gelenke;[2] trotzdem könnten sie, weil ihre Mittellinie so geformt ist, daß eine mögliche Stützlinie nur wenig von ihr abweicht, als statisch bestimmte Systeme, wie Dreigelenkbögen berechnet werden. Die Fahrbahn, die auf flachen Viaduktbögen ruht, ist 6 m breit.

In das Jahr 1907 fällt die Brücke von Calvene über den Astico, mit eingespanntem Bogen, Stützweite 35 m, Pfeilhöhe 2 m; der Bogen ist starr mit den Widerlagern und dem Fahrbahnaufbau verbunden. Kurze Zeit darauf entstand die ähnliche Brücke über die Ourthe bei Lüttich, deren Bogen eine Stützweite von 55 m und eine Pfeilhöhe von 3,25 m aufweist. In der Zeit von 1909 bis 1911 überragt die äußerst kühne Brücke der Wiedergeburt über den Tiber in Rom: sie hat einen einzigen flachen Bogen mit 100 m Stützweite und 10 m Pfeilhöhe, der mit dem Fahrbahnaufbau und mit den Widerlagern starr verbunden ist; diese erstrecken sich 24 m weit in die Ufer hinein und sind wie der Fahrbahnaufbau über dem Bogen in Zellen aufgelöst. Dieses Bauwerk ragt durch Größe und Formschönheit hervor; es trägt eine 20 m breite Fahrbahn und wurde mit besonderer Sorgfalt und nach besonderen Richtlinien gebaut, die ein größtmögliches Zusammenwirken aller Teile gewährleisten sollen. Die Eiseneinlagen haben besonderen konvex-konkaven Querschnitt und sind in geeigneter Weise in der Querrichtung nach innen und nach außen versetzt angeordnet. In den Längswänden über dem Brückenbogen wurden Dehnungsfugen angeordnet, um die Schwindspannungen zu vermindern und übermäßige Spannungen durch die Temperaturschwankungen, denen das Bauwerk periodisch ausgesetzt ist, zu vermeiden.

[2] Nach Abb. 212 in Santarella, Arte e tecnica nella evoluzione dei ponti, Mailand 1930, haben die Bögen 3 Gelenke.

Im April 1910 wurde die Brücke in Auckland (Neuseeland) eingeweiht; sie hat einen einzigen eingespannten Bogen von 98 m lichter Weite und 56 m Pfeilhöhe.[3] Die Breite der Fahrbahn beträgt 12 m. Ein ähnliches Bauwerk mit 95 m lichter Weite, aber nur 20 m Pfeilhöhe, ist die Brücke über die Lavimerstraße und die Athertonstraße in Pittsburgh (Vereinigte Staaten), die ungefähr zu derselben Zeit entstand wie die vorige. In dieselbe Zeit fällt auch der Bau hoher und großer Gebäude in Eisenbeton für Wohnungs-, Büro- und Lagerzwecke in New-York und anderen Städten der Vereinigten Staaten und in Europa, ferner der Bau sehr hoher Fabrikschornsteine, die vielfach Hochbehälter mit bedeutendem Inhalt tragen, der Bau großer Saugüberfälle, wie derjenige bei Albeida für den Aragonien- und Catalogna-Kanal in Spanien, mit 4 m Innendurchmesser und 75 m Länge und einem Höchstüberdruck von 3 at, endlich der Bau wuchtiger Tribünen, Hallen und Kuppeln für Kampfbahnen, Versammlungsräume und Theater.

Vor allen anderen erwähnenswert ist die Jahrhunderthalle in Breslau, denn in diesem städtischen Bau wurden zum ersten Male die einzigartigen, zugleich technischen und architektonischen Möglichkeiten offenbar, die der Eisenbeton besitzt. Das großartige Gebäude wurde zur Feier des vor 100 Jahren über Napoleon errungenen Sieges errichtet. Es überdeckt einen kreisförmigen Grundriß, von 100 m Durchmesser durch ein Eisenbetongerippe; die Kuppel in der Mitte des Bauwerks hat eine Höhe von 42 m bei 65 m Durchmesser am Kämpfer, sie ruht auf einem Kreisring, der wieder von den vorderen Bögen der vier riesigen Apsiden getragen wird; in diesen Fußring sind die 32 großen Bogenrippen der Kuppel eingespannt. Ihre Verlängerung zur Erde hin bilden strebebogenartig die radialen Rippen über den Apsiden. Der riesige Versammlungsraum bedeckt 5500 m^2 und bietet Raum für 6000 Sitz- und 10000 Stehplätze.

In die Zeit von 1915 bis 1925 fällt der Bau der großen Wassertürme. Unter den größten verdient der 1924 in Padua für die städtische Wasserversorgung erbaute, erwähnt zu werden, dessen überdachtes Becken 20 m Durchmesser hat, bei einem Inhalt von 2000 m^3 und in einer Höhe von 40 m über Straßenniveau. Der Betonbau wurde hier mit Mauerwerk verkleidet, wodurch das Bauwerk das Aussehen eines stattlichen Turmes erhielt; unten im Turme ist eine Gedächtniskapelle eingebaut, die dem Andenken der bei den Luftangriffen auf Padua während des Weltkrieges Gefallenen gewidmet ist.

In diesem Zeitabschnitt, und zwar besonders im letzten Jahrzehnt, entstanden vor allem in Deutschland große Hochbauten, wobei die Architekten versuchten, einen neuen geeigneten Stil zu schaffen, was ihnen aber nach Ansicht des Verfassers bisher noch nicht vollständig gelungen ist.

Gleichzeitig entstanden in größerer Zahl bedeutende Brücken und Viadukte für Straßen und Eisenbahnen darunter auch zahlreiche und ansehnliche in Italien:

a) Balkenbrücken mit unten- oder obenliegender Fahrbahn, wobei eine größte lichte Weite von 140 m bei dem Fußgängersteg in Ivry bei Paris erreicht wurde;

---

[3] Nach dem Handbuch für Eisenbetonbau 3. Aufl. VII. Bd. Berlin 1921 hat der Bogen 3 Gelenke und 26 m Pfeilhöhe.

b) Bogenbrücken ohne und mit Gelenken. Die größte Spannweite wurde in der Brücke von Plougastel über den Elorn bei Brest erreicht, die nach einem kühnen Entwurf von *Freyssinet* in den Jahren 1928—1929 erbaut wurde. Sie hat drei flache Bögen mit Kastenquerschnitt von 186 m Stützweite. Es wurde hochwertiger Zement mit großer Festigkeit verwendet und der Beton dazu noch eingerüttelt. Das Ergebnis war so günstig, daß dieses Bauwerk für die zur Zeit im Bau befindliche Brücke über den Tranebergsund bei Stockholm als Vorbild diente. Diese hat zwei Bögen mit Kastenquerschnitt nebeneinander mit 6,20 m Innenabstand. Die Stützweite beträgt 181 m, die Pfeilhöhe 26,2 m. Die Gewölbe tragen eine insgesamt 27,50 m breite Fahrbahntafel mit zweigleisiger Eisenbahn und 19 m breiter Straße. Bei diesem Bauwerk wurde im Scheitel eine größte Druckbeanspruchung von 120 kg/cm² zugelassen. Der Zementgehalt im Beton betrug 300 bis 400 kg/m³.

Geringere Spannweiten, aber dennoch bis 90 m, wurden bei einer Reihe hervorragender italienischer Bauwerke erzielt: z. B. bei der Adda-Brücke für die Autobahn Mailand—Bergamo, bei den Brücken über die Brenta bei Primolano, über den Savio bei Monte Castello, über den Piave bei Belluno, über den Isonzo bei Plava, bei der Kanalüberführung über den Brembo und bei anderen mehr.

c) Bogenbrücken mit durch Zugbänder aufgehobenem Schub und mittels Hängestangen aufgehängter Fahrbahn. Die größte Spannweite[4] wurde bei der Brücke über die Oise in Conflans fin d'Oise in Frankreich erreicht. Diese hat eine lichte Spannweite von 126 m. Die Bogenrippen sind besonders leicht gehalten. Die aufgehängte Fahrbahn wirkt zugleich als Zugband. Geringere Spannweiten, jedoch über 90 m, erreichen die Brücke über die Lot bei Port d'Agrès, bei der die Hängestangen Streben eines Fachwerks bilden, und die Brücke über den Oned Mellègue in Tunesien mit Fachwerkträgern; die immerhin beträchtliche Spannweite von 74 m weist die Eisenbahnbrücke über den S. Bernardino in Intra in Italien auf.

d) Versteifte Stabbogenbrücken, bei denen ein überschlanker, tragender Bogen als Laibung starr mit der Fahrbahnabstützung und der Fahrbahntafel (die bei dieser Bauweise einen Teil des Tragwerkes bildet), sowie mit den Pfeilern und Widerlagern verbunden ist; ein Beispiel hierfür ist eine Brücke im Kanton Graubünden,[5] die durch beträchtliche Spannweite und kühne Flachheit hervorragt.

Neuzeitliche Bestrebungen. Wie bereits angedeutet, gehen die neueren Bestrebungen dahin, die lichte Weite bei Balkenbrücken mit zwei und mehr Stützpunkten, sowie bei gewöhnlichen Bogenbrücken, die einen Schub ausüben, und solchen mit aufgehobenem Schub bedeutend zu steigern.

Während manche noch vor wenigen Jahren die lichte Weite bei bogenförmigen Brückenfeldern auf wenige hundert Meter begrenzen zu müssen glaubten, kann diese lichte Weite, nach Ansicht ausgezeichneter Techniker, heute auf über

[4] Inzwischen durch die Brücke über die Seine bei La Roche-Guyon mit 161 m Stützweite überholt.

[5] Val Tschiel-Brücke. (Schweiz).

1000 m gebracht werden. *Freyssinet* hat 1930, auf dem Lütticher Kongreß, einen Entwurf für einen Brückenbogen von 1000 m vorgelegt; eine lichte Weite von 1400 m, d. i. ungefähr das siebenfache der bis jetzt erreichten 186 m, wurde von *H. Lossier* bei starkbewehrten Eisenbetonbögen als möglich bezeichnet, wobei er allerdings anerkennt, daß für lichte Weiten von mehr als 800 m die Verwendung von Stahl-Hängebrücken vorzuziehen sein dürfte. Für Balkenbrücken mit zwei oder mehr Stützpunkten hält *Lossier* lichte Weiten von 500 m, d. i. ungefähr das vierfache der bis jetzt erreichten größten von 126 m, für möglich.

Lossier spricht sich auch günstig über die gemischte Bauweise aus, bei der rostfreier Stahl für die nur auf Zug beanspruchten Gurte und Eisenbeton für Gurtungen, die auf Druck und Biegung beansprucht werden, Verwendung finden; diese Gurtungen müßten vorher hergestellt und dann am Bau verlegt und durch Autogen-Verschweißung mit herausstehenden Bewehrungsteilen verbunden werden, wonach die Verbindungsstellen mit schnell erhärtendem Zementmörtel von hoher Festigkeit geschlossen werden; solche gemischten Gebilde seien vor allem bei Hängebrücken zu empfehlen, bei denen Spannweiten bis rd. 5000 m möglich würden, d. i. etwa das fünffache der bis jetzt erreichten größten Spannweite von 1077 m, diese wurde bei der George-Washington-Hängebrücke über den Hudson in New-York erreicht, die ganz aus Stahl ist. Sie wird allerdings bereits von den 1270 m der jetzt im Bau befindlichen Brücke gleicher Art am Golden Gate über dem Meerbusen von San Francisco, übertroffen.

Es kann wohl behauptet werden, daß in dieser Richtung große Fortschritte bevorstehen.

Für Balkenbrücken und bogenförmige Tragwerke sind nach Ansicht des Verfassers *durchgehende Balken-* bzw. *Gelenkbögen mit teilweise aufgehobenem Schub* vorzuziehen.

Es herrscht Einigkeit darüber, daß bei diesen Gebilden die oben genannten Grenzen der Spannweiten trotz der unvermeidlichen Mängel der Bauausführung und der Ungewißheit bei der Berechnung infolge der Beschaffenheit und der nicht genau erfaßbaren Spannungszustände im Eisenbeton erreicht werden können. Solche Grenzwerte erscheinen vom Standpunkte des wirklich vorliegenden Bedarfs, der allein die mit den außerordentlichen Schwierigkeiten der Ausführung so großer Bauwerke verbundenen, sehr großen Geldopfer rechtfertigen könnte, etwas übertrieben, aber vom technischen Standpunkt bieten sie nichts Erschreckendes.

Wenn immer noch Einstürze vorkommen, so beruhen sie heute beinahe ausschließlich auf Fehlern in der Ausführung, und zwar schätzungsweise zu 90 % auf vorzeitiger oder unvorschriftsmäßiger Ausschalung und zu 10 % auf zufälligen Mängeln des Betons und der Eiseneinlagen, deren Festigkeit sehr hohe Werte erreichen können. Die Ungewißheiten der Berechnung können praktisch alle ausgemerzt werden, indem die Hypothesen mit der Wirklichkeit in Einklang gebracht werden, d. h. indem man die Theorie richtig deutet und die Nebenspannungen gründlich erforscht, die im allgemeinen den Bruch der auf Druck beanspruchten nicht umschnürten Teile sowie der auf Zug beanspruchten reichlich bewehrten Zonen mit zu knappem Betonquerschnitt hervorrufen.

Konstruktionsnormen und Berechnungsverfahren. Strenge Auswahl und sorgfältige Überwachung der Eigenschaften der Zuschlagstoffe, der Bindemittel und

der Eiseneinlagen und, andererseits, sachkundige Maßnahmen an den Baustellen beim Zusammensetzen und Verarbeiten des Betons, zu seinem Schutze während des Abbindens und Erhärtens und beim Ausschalen der einzelnen tragenden Bauteile werden in beinahe vollkommener Weise gewährleisten, daß das Bauwerk entwurfsgemäß ausfällt und fähig ist, die höchsten, statischen oder dynamischen Beanspruchungen, die ihm im Betriebe zugemutet werden können, mit voller Sicherheit aufzunehmen. Nach Ansicht des Verfassers könnten diese als Druckspannungen im Beton 250 bis 300 kg/cm² und als Zugspannungen im Eisen das Zehnfache dieser Werte erreichen.

Heute werden in allen Industrieländern Zemente mit sehr hoher Festigkeit hergestellt, mit denen es möglich ist, wenn die Beschaffenheit und Körnung des Kieses, des Splitts und des Sandes, das Mischungsverhältnis und der Wasserzusatz zweckmäßig gewählt werden, und besonders wenn der Beton durch Rütteln verdichtet wird, im laufenden Betriebe Würfel-Bruchfestigkeiten des Betons von 400, 500, 600 und mehr kg/cm² und beachtliche Zugfestigkeiten nach wenigen Wochen des Erhärtens zu erzielen. Solcher Beton hat ausgezeichnete elastische Eigenschaften bis zu den höchsten Druckbeanspruchungen, sodaß sich wechselnde Formänderungen sehr schnell einstellen und besitzt, falls die Eiseneinlagen gut verteilt sind, reichliches Ausdehnungsvermögen, ohne daß Risse entstehen. Für diese Eiseneinlagen verfügt man in allen Ländern über lange Stäbe aus nichtrostendem Stahl, dessen Bruchzugfestigkeit 52 bis 56 kg/mm² beträgt, bei Elastizitätsgrenzen über 30 kg/mm², Streckgrenzen über 40 kg/mm², Bruchdehnungen von 30 und 35 % und Einschnürungen von 60 und 70 %.

Solche Baustoffe ermöglichen, wenn sie mit den oben angegebenen Vorsichtsmaßnahmen angewendet werden, noch bedeutende Fortschritte in der Verminderung des Bewehrungsverhältnisses, in der Erhöhung der spezifischen Leichtigkeit (Verhältnis der Festigkeit zum Gewicht) des Betons, und infolgedessen, in der Vergrößerung der Hauptabmessungen der Tragkonstruktionen, woraus sich für die hohen Werte des Elastizitätsmoduls des Betons und des Stahles, eine stark erhöhte Starrheit und folglich eine Verminderung der Formänderungen aus Eigengewicht und Nutzlast ergibt. Die Berechnung der großen Eisenbetonbauten, bei denen die Schlankheit der Einzelteile im Widerspruch zur wirklichen Tragfähigkeit des Ganzen zu stehen scheint, geht heute zwangsläufig immer mehr unmittelbar und ausschließlich auf die theoretischen Grundsätze und auf die Versuchsergebnisse zurück, die aus den neueren Forschungen über das Gleichgewicht starrer Körper und Systeme und über das elastische Verhalten formänderungsfähiger Körper und Systeme, die statisch bestimmt oder überbestimmt gestützt sind, gewonnen wurden. Dabei wurden diese Körper oder Systeme statischen oder dynamischen Beanspruchungen und fortschreitenden oder periodischen Temperaturänderungen ausgesetzt, wobei sich ihr Spannungs- und Formänderungszustand nach mehr oder weniger bestimmten Gesetzen ändert.

Als derartige Systeme kommen besonders in Frage Tragwerke mit vollwandigen oder kastenförmigen Querschnitten, mit oder ohne Gelenke, und zwar Balken und Bögen, die einen Schub ausüben und solche, deren Schub durch an Drahtseilen aufgehängte Zugbänder aufgehoben ist, nicht zuletzt die mehrfachen

Rahmen, die mit den Stützen starr verbundenen, durchgehenden Bögen, die zylindrischen, kegeligen, kugelförmigen, ellipsoidischen, paraboloidischen usw. Schalen, aus denen Decken, Wände und Gewölbe gebildet werden, die Abstufungen und die verschiedenen Arten der Auflagen mit Gelenken oder durch Einspannung.

Die Versuche nahmen ihren Ausgang von den heute noch sehr entwicklungsfähigen Forschungen über die physikalischen und mechanischen Eigenschaften der hydraulischen Bindemittel, der gebrochenen und natürlichen Zuschlagstoffe, des Betons, der Bewehrung und des Eisenbetons. Abgesehen vom Bindemittel erstreckten sich diese Forschungen auf die Körnung der Zuschläge, auf das Mischungsverhältnis, den Gehalt an Bindemittel und Wasser und das Bewehrungsverhältnis, auf die Verfahren beim Verarbeiten des Betons, mit dem Ziele, möglichst dichten Beton mit verhältnismäßig hohem Raumgewicht zu erhalten, der während des Abbindens und Erhärtens wenig schwindet, hohen Elastizitätsmodul und hohe Druckfestigkeit erlangt, beträchtliches Haften der Eisen ergibt und bis zu hohen Zugbeanspruchungen mit der Bewehrung zusammenwirkt, ohne daß Risse entstehen. Man ist immer mehr bestrebt, diesen Forschungen wegen ihrer ausschlaggebenden Bedeutung solche anzugliedern, die sich mit dem elastischen Verhalten, insbesondere unter der Einwirkung großer beweglicher Lasten, von Bauwerken befassen, die bereits einige Jahrzehnte in Gebrauch sind und mit den seinerzeit für Beton und Bewehrung verfügbaren Baustoffen hergestellt wurden, sowie von neueren Bauwerken, mit kühneren Formen und Abmessungen, für die bereits die höherwertigen Baustoffe verwendet wurden, über die wir heute verfügen.

Die Vervollkommnung der Methoden zur theoretischen Vorausbestimmung der Spannungs- und Formänderungsverhältnisse und die daraus folgenden Entwurfsberechnungen und Ausführungen von Eisenbetonbauten stützen sich auf die Entwicklung der Theorien der verwickeltsten und schwierigsten Gebiete der Elastizität und der Festigkeit der Baustoffe.

Da es sich um nicht homogene und, wegen der physikalischen und mechanischen Eigenschaften der Baustoffe, noch weniger um isotrope Gebilde handelt, sind die Schwierigkeiten, die der Festlegung einer befriedigenden Berechnungstheorie, insbesondere bezgl. des Verhaltens der statisch unbestimmten Gebilde entgegenstehen, immer noch sehr groß und verzögern unvermeidlich den Fortschritt, aber die Anstrengungen zur Überwindung dieser Schwierigkeiten sind fruchtbringend.

Der ausgesprochene Mangel an Homogenität und Isotropie, beim Beton, der die Anwendbarkeit der Elastizitätslehre auf die Festigkeitsberechnungen in Frage stellt, läßt sich z. T. dadurch beheben, daß man geeignete Bindemittel und Zuschlagstoffe nimmt und daß man die Körnung der Gemische von Kies und Steinschlag mit Sand, ihr Mischungsverhältnis und den Gehalt an Bindemittel und Wasser zweckmäßig wählt und dadurch auch die Dichte des Betons günstig beeinflußt. Es kommt besonders darauf an, Kies oder Steinschlag mit solcher Körnung zu wählen, daß die Hohlräume auf ein Mindestmaß herabgesetzt werden, sodaß auch das Volumen des Zementmörtels vermindert wird, das erforderlich ist, um das Steinmaterial zu binden und die Hohlräume auszufüllen. Auf diese Weise erzielt man eine Verminderung des Mörtelanteils im

Verhältnis zum Steingerüst und zur gesamten Betonmasse, woraus eine Erhöhung der Bruchfestigkeit und des mittleren Elastizitätsmoduls bei Druck und Zug folgt, weil diese Eigenschaften mehr denen der harten Gesteine der Zuschlagsstoffe nahe kommen, als denen des mehr oder weniger plastischen Zementmörtels, der sie verbindet.

Die Betonmasse wird dadurch gegenüber Druckbeanspruchungen praktisch zu einer elastischen, homogenen und isotropen Masse, die Eiseneinlagen hauptsächlich zur Aufnahme von Zugbeanspruchungen enthalten kann; eine Erhöhung der Druckfestigkeit kann man durch Spiralumschnürung erzielen; angemessene Festigkeit gegen Zug-, Biegungs- und Scheerbeanspruchungen läßt sich durch Einlegen von Bewehrungsstäben in ausgezeichneten Richtungen erzielen, und zwar in *eine* Richtung für die schlanken Balken, in *zwei* zueinander senkrechten Richtungen für dünne, ebene oder gekrümmte Platten, in drei zueinander senkrechte Richtungen, die möglichst mit den Tangenten der wahrscheinlichen Spannungstrajektoren zusammenfallen, für Gebilde, die sich nach allen Richtungen des Raumes erstrecken und beansprucht werden.

Die ungleichmäßigen Temperaturdehnungen und -schrumpfungen, die auf mögliche, starke Temperaturerhöhungen im Innern des Betons während des Abbindens und auf die allmähliche Abkühlung unter nicht genau erfaßbaren Verhältnissen zurückzuführen sind, erzeugen unbestimmte innere Vorspannungen, die zurückbleiben und im Beton und in den Eiseneinlagen verborgene ansehnlich hohe Zug- und Druckbeanspruchungen bewirken können.

Derlei Wirkungen kann man teilweise dadurch abhelfen, daß man wenig Wärme entwickelnde Bindemittel wählt, wie sie die amtlichen Bestimmungen bereits in einigen Ländern vorschreiben, und daß man nicht mehr Bindemittel verwendet, als für die geforderte Festigkeit des Betons nötig ist. Gegebenenfalls können sehr große Betonmassen mittels Fugen in Blöcke unterteilt werden und, sobald der Temperaturausgleich eingetreten ist, können die Fugen geschlossen werden. Auch das Schwinden des Betons während des Abbindens und Erhärtens, eine Erscheinung, die vor allem auf die Ausscheidung des überschüssigen, nicht gebundenen Anmachwassers zurückgeht, führt dazu, daß unbestimmte, verborgene Spannungen im Beton und den Eiseneinlagen zurückbleiben; diese Spannungen können im unbewehrten Beton als Zugspannungen 20 bis 30 kg/cm^2 erreichen und sogar überschreiten, und außerdem mit Druckspannungen abwechseln, die noch viel beträchtlicher sind. Beim Eisenbeton, dessen Schwinden durch die Einwirkung der Eiseneinlagen geringer ausfällt, können ihnen im Beton Zugbeanspruchungen von der Größenordnung von 5 bis 15 und mehr kg/cm^2 entsprechen (umso größere, je größer das Bewehrungsverhältnis ist). Diesen Beanspruchungen halten Druckkräfte in den Eiseneinlagen das Gleichgewicht, die hundert- bis zwanzigmal größer sind (sie sind umso größer, je kleiner das Bewehrungsverhältnis ist).

Auch diesen Auswirkungen kann man teilweise abhelfen, indem man das Bewehrungsverhältnis möglichst klein annimmt, geeignete Schwindfugen anordnet und Beton mit nicht übermäßigem Zementgehalt wählt, und ihn mit möglichst wenig Wasser anmacht, wobei indessen genügend Wasser vorhanden sein muß, damit der durchgerüttelte oder weniger stark verdichtete Beton hinreichend beweglich wird, um die Verschalung satt auszufüllen und die Eisen-

einlagen vollständig zu umhüllen; endlich, indem man den fertigen Beton mittels geeigneter Berieselung während des Erhärtens und bis zur Ausschalung genügend feucht hält.

Zusammenfassung.

Der Verfasser gibt einen kurzen Umriß der Entwicklung der Technik großer Eisenbeton-Bauwerke und erläutert anschließend die gegenwärtigen Bestrebungen, für deren Berechnung und Ausführung, wobei er die dem Stoffgebiet eigentümlichen Schwierigkeiten und Ungewißheiten beleuchtet und die Maßnahmen erwähnt, durch die diese beseitigt oder vermindert werden können.