

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 2 (1936)

**Rubrik:** VIII. Etude des terrains

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 26.12.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## VIII

**Etude des terrains.**

**Baugrundforschung.**

**Research concerning building ground.**

Leere Seite  
Blank page  
Page vide

# VIII

## Rapport Général.

## Generalreferat.

## General Report.

Dr. M. Ritter,

Generalsekretär der I.V.B.H., Professor an der Eidg. Technischen Hochschule, Zürich.

Vu le grand nombre d'inscriptions reçues pour la participation à la discussion du thème de «L'Etude des terrains», le présent rapport général a été limité à sa plus simple expression. Les rapports parus sur ce thème dans la Publication préliminaire, à savoir ceux de *Betting*, de *Casagrande*, de *Hertwig*, et de moi-même ne traitent que des sujets tout-à-fait particuliers du vaste domaine de l'étude des terrains. Le rapport de *Hertwig*, ainsi que le mien sont plutôt théoriques tandis que les rapports de *Betting* et de *Casagrande* contiennent des données sur les applications de la théorie, ce qui, pour la pratique, est tout aussi important que la théorie elle-même. Je ne vous donnerai ici qu'un aperçu succinct de ces rapports:

1<sup>o</sup> Le rapport de M. *Hertwig* sur *l'auscultation dynamique des terrains* est consacré aux méthodes développées depuis 7 ans par la Société allemande pour le développement de la mécanique du sol (Deutsche Forschungsgesellschaft für Bodenmechanik). Le principe de ces méthodes est le suivant:

On place sur le terrain à étudier un pulsateur qui met le terrain en oscillations contraintes. En augmentant la vitesse de rotation de la machine, les amplitudes des oscillations croissent d'abord lentement, puis toujours plus rapidement jusqu'à ce qu'il y ait résonance, c'est-à-dire jusqu'à ce que la fréquence du pulsateur coïncide avec la fréquence propre du terrain. Au-dessus de cette fréquence propre les amplitudes décroissent, ainsi que l'indique la théorie de l'oscillation contrainte d'une masse élémentaire. On peut calculer maintenant la fréquence propre et le coefficient d'amortissement du terrain à partir des courbes d'amplitude et d'autres valeurs relevées au cours de l'essai. De nombreux essais ont démontré que la fréquence propre, exprimée en hertz, fournit une mesure satisfaisante pour l'estimation de la pression admissible du terrain. La vitesse de propagation des ondes est également un excellent critère de la résistance du sol de fondation.

Ce procédé rend sans aucun doute de précieux services et présente, par rapport à l'essai statique de charge, le grand avantage d'une économie de temps. L'erreur que l'on introduit dans le calcul en utilisant l'équation différentielle de l'oscillation d'une masse élémentaire, alors qu'il s'agit en réalité de l'oscillation d'un système de masse très compliqué, n'est vraisemblablement pas grave; cette question a d'ailleurs été mise au point au cours de ces tout derniers temps.

2<sup>o</sup> *L'étude des états limites de l'équilibre* dans les masses de terre et de dépôt, exposée dans la Publication préliminaire, est basée sur le système de tensions classique de *Rankine*. L'auteur introduit le principe des surfaces de glissement et établit dans une forme simple l'équation de la pression qui s'exerce sur ces surfaces. C'est au mathématicien berlinois *F. Kötter* que l'on doit cette intéressante relation qui, pour autant que j'ai pu le constater dans la bibliographie, n'est presque pas connue en dehors des pays de langue allemande. L'établissement d'une équation exprimant la pression qui s'exerce sur la surface principale nous paraît offrir un intérêt plus grand encore car cette équation nous permettrait d'étudier d'une façon simple bien des applications importantes. Le calcul de la surcharge maxima d'une semelle de fondation, compatible avec l'équilibre, fut étudié déjà par *Rankine* et fut l'objet dans la suite de très nombreux travaux théoriques et expérimentaux. C'est à cette théorie qu'appartient également la détermination de la poussée des terres sur un mur de soutènement, à l'état limite de l'équilibre et en admettant des surfaces de glissement incurvées, problème dont la solution définitive n'est pas encore trouvée. La définition étonnamment simple de la cohésion, donnée par *Terzaghi*, permet d'étendre la théorie aux masses cohérentes en superposant aux systèmes de tension un système de pression hydraulique avec pression capillaire.

3<sup>o</sup> Le rapport du *Dr. L. Casagrande* sur *les affaissements observés aux ponts des autoroutes allemandes* est consacré à l'application à la pratique des résultats de l'étude des sols. L'auteur considère un très grand nombre d'ouvrages intéressants du réseau des autoroutes allemandes; il compare les affaissements prévus (déterminés à l'aide des essais de charge et du calcul d'après *Fröhlich*) avec les affaissements que l'on a observé jusqu'à aujourd'hui. Ce tableau comparatif est des plus précieux pour l'étude des fondations placées dans des conditions analogues.

4<sup>o</sup> *Monsieur l'ingénieur en chef Bretting* présente un rapport sur les fondations du pont de Storstrom au Danemark. Ce travail contient également de nombreuses indications, tirées de la pratique, sur les méthodes de fondation; il décrit une installation permettant de prélever, sans la détériorer, une éprouvette de terrain, un nouvel appareil conique pour le contrôle de la consistance des argiles ainsi que des investigations statiques intéressantes.

Nous avons reçu 19 inscriptions pour la participation à la discussion, preuve que ce thème, que nous avions déjà traité au Congrès de Paris, suscite toujours le plus vif intérêt. Quelques contributions à la discussion sont consacrées à l'emploi du coefficient d'élasticité du terrain, concept que vous connaissez tous. Nous savons aujourd'hui que cette valeur n'est qu'artificielle mais cependant, les calculs basés sur cette valeur, sont précieux et la statique pratique n'abandonnera jamais cette idée.

D'autres contributions à la discussion concernent la répartition de la pression dans un sol de fondation, la théorie de l'affaissement des couches d'argile et les méthodes géophysiques d'investigation. Les contributions consacrées au calcul des affaissements, en fonction du temps, offrent un intérêt tout-à-fait spécial.

## VIII 1

Sollicitations dans un ouvrage reposant sur un sol compressible.

### Beanspruchung eines Bauwerkes auf einem nachgiebigem Untergrunde.

The Stresses Imposed on a Structure by a Yielding Subsoil.

Professor Dr. Ing. F. Kögler,  
ord. Professor an der Bergakademie, Freiberg/Sa.

Dans toute cette étude nous admettons un terrain qui, sous la charge, ne peut que se comprimer et non pas céder latéralement.

#### I<sup>o</sup> — Cas du faisceau de forces.

Admettons que *l'ouvrage* ne possède *aucune rigidité* et qu'au contraire il soit complètement mou et mobile, c'est-à-dire composé de pièces indépendantes les unes des autres; ses parties s'affaîsseront exactement dans la même mesure que le sol sous l'effet de la charge. L'ouvrage suivrait ces affaissements sans opposer

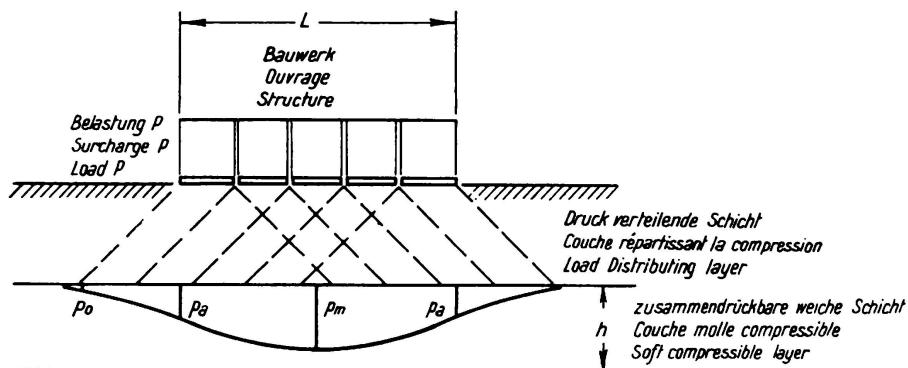


Fig. 1.

aucune rigidité; il ne pourrait supporter aucun moment de flexion. Nous voulons désigner par «*faisceau de forces*» cette mise en charge du terrain par une telle construction ou par plusieurs charges indépendantes.

La répartition de la pression dans le sol ne dépend plus maintenant de la rigidité de l'ouvrage: elle se propage de la façon usuelle, comme le représente la fig. 1. Une couche molle compressible, située à une certaine profondeur, est soumise aux pressions indiquées: au milieu, la pression maxima  $p_m$ ; au droit des

extrémités de l'ouvrage, la pression  $p_a$  et sur les côtés, la petite pression  $p_o$ . La répartition de la pression se calcule d'après les formules usuelles, par ex. aussi d'après le diagramme de *Steinbrenner*.

La compression de la couche mince correspondra à la répartition de la pression, suivant les pressions  $p_m$ ,  $p_a$  et  $p_o$  qui agissent à sa surface.

La construction doit s'affaisser d'une façon correspondant aux compressions de la couche molle, plus en son milieu, de  $z_m$  par ex., moins à ses extrémités, de  $z_a$  par ex. (fig. 2). Nous ne considérerons aucun effet égalisateur de la couche répartissante sur la couche molle, et qui pourrait avoir comme conséquence une certaine réduction de  $z_m$  et une augmentation de  $z_a$ .

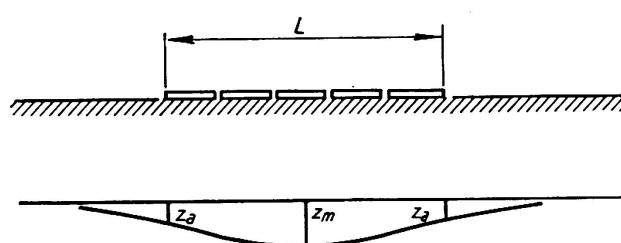


Fig. 2.

de l'ouvrage représente la flèche que subit l'ouvrage, constitué de différentes pièces indépendantes, *sans opposer la moindre résistance*, car, par définition, il ne possède aucune rigidité. La flèche de la construction se monte donc à:

$$s = z_m - z_a. \quad (1a)$$

## II<sup>o</sup> — Ouvrage rigide.

Si maintenant on admet que *l'ouvrage est rigide*, il ne suivra pas complètement cette déformation, au contraire, il lui opposera une certaine résistance dont la grandeur dépend de la rigidité de la construction. La conséquence en est que l'ouvrage ne fléchira pas autant en son milieu, ce qui signifie, qu'en ce milieu, le terrain ne se comprimera pas de  $z_m$ , mais seulement de  $z_m - \Delta z_m$ . L'ouvrage supporte donc une partie  $\Delta p_m$ , correspondant à sa rigidité, de la pression  $p_m$ . Le sol sera pour ainsi dire déchargé de  $\Delta p_m$ . L'ouvrage ne peut supporter la charge  $\Delta p_m$  qu'en s'appuyant à ses deux extrémités sur le sol, comme une poutre sur deux appuis; le sol supportera en ces points un excédent de charge  $\Delta p_a$  qui s'ajoutera à la pression  $p_a$ . En ces endroits, la couche molle subira donc une plus grande compression que  $z_a$ , par ex.  $z_a + \Delta z_a$ .

L'affaissement est encore plus grand au milieu qu'aux extrémités de l'ouvrage; la différence, c'est-à-dire le fléchissement de l'ouvrage, n'est plus aussi grande que dans le cas I du faisceau de forces; le fléchissement n'est plus maintenant que de:

$$\begin{aligned} s &= z_m - \Delta z_m - (z_a + \Delta z_a) \\ &= (z_m - z_a) - (\Delta z_m + \Delta z_a) \end{aligned} \quad (1b)$$

Cette réduction du fléchissement provient de la rigidité de l'ouvrage. Ce dernier supporte en son milieu la charge  $\Delta p$  et augmente sa pression de  $\Delta p_a$  aux deux extrémités, afin de travailler comme une poutre sur deux appuis. La charge de l'ouvrage est représentée à la fig. 3.

En ce qui concerne la *répartition* de la charge  $\Delta p_m$  et des réactions  $\Delta p_a$ , on en est évidemment réduit à des hypothèses, de même qu'en ce qui concerne le rapport de leur grandeur. Admettons une répartition telle que celle indiquée à la fig. 4: répartition parabolique des pressions, les quarts extérieurs de la longueur

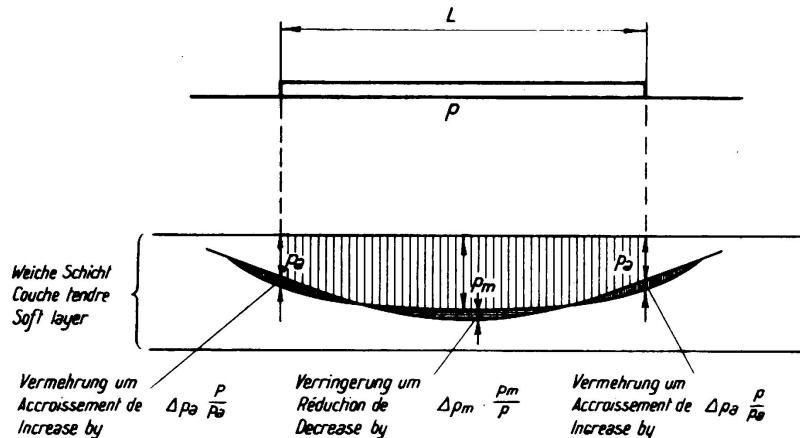


Fig. 3.

qui agissent comme appuis et la demi-longueur centrale est chargée. La somme des réactions  $\Delta p_a$  doit être égale à la somme des charges  $\Delta p_m$ , on peut donc écrire:

$$\frac{2}{3} \cdot \Delta p_m \cdot \frac{1}{2} L = 2 (\Delta p_a \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} L)$$

$$\Delta p_m = \Delta p_a = \Delta p. \quad (2)$$

La portée de la poutre simple ainsi chargée est  $l = \frac{3}{4} L$ .

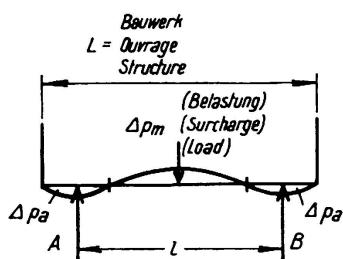


Fig. 4.

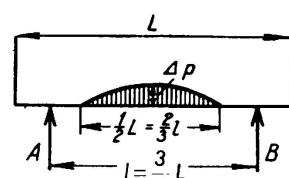


Fig. 5.

### III° — Charge supportée par l'ouvrage.

On peut tenir le raisonnement suivant pour déterminer la grandeur de  $\Delta p$ : *La flèche de la poutre chargée suivant la fig. 4 peut se calculer de deux façons différentes:*

1° *En tant que flèche d'une poutre sur deux appuis, d'après les formules usuelles de la résistance des matériaux; grandeur  $f_L$ , voir IV°.*

## 2° En tant que différence de compression de la couche molle

- a) sous le milieu de l'ouvrage par suite d'une charge  $p_m - \Delta p$ ,
  - b) sous les bords de l'ouvrage par suite d'une charge  $p_a + \Delta p$ ,
- calculée suivant les lois sur la compression du sol; grandeur  $s$ , voir V°. Les valeurs  $f_l$  et  $s$  doivent être égales entre elles.

## IV° — Calcul de la flèche de la poutre (suivant III° 1°).

La poutre est chargée et appuyée suivant la fig. 4. Au lieu de l'appui par les réactions  $\Delta p_a$ , réparties sur les longueurs  $\frac{1}{4}L$ , admettons simplement les réactions concentrées A et B. La portée est  $l = \frac{3}{4}L$ . La charge s'étend sur  $\frac{1}{2}L = \frac{2}{3}l$ . On peut calculer la flèche au milieu de la poutre de longueur totale  $L$  par rapport à ses extrémités libres en porte-à-faux.

a) La flèche de la poutre de portée  $l$ .

Comme on en est réduit à des hypothèses, un calcul précis n'a aucun sens. Le cas de charge de la fig. 5 est à peu près l'intermédiaire entre une charge

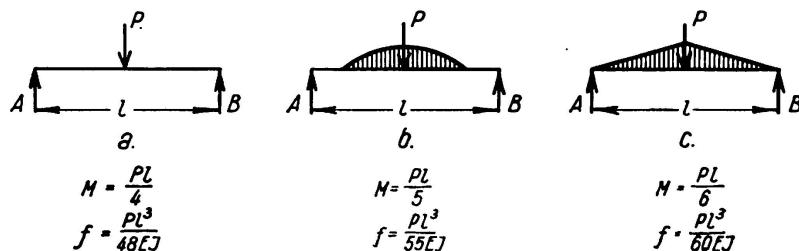


Fig. 6.

concentrée suivant la fig. 6a et une charge triangulaire suivant la fig. 6c. On peut donc admettre

$$\text{moment de flexion: } M = \frac{Pl}{5} \quad (3)$$

$$\text{flèche: } f = \frac{Pl^3}{55 EI} \quad (4)$$

On a donc:

$$\begin{aligned} P &= \frac{2}{3} \cdot \Delta p \cdot \frac{2}{3}l \cdot t = \frac{4}{9} \Delta p \cdot l \cdot t \\ M &= \frac{(\frac{4}{9} \Delta p \cdot l \cdot t)l}{5} = \frac{4}{45} \Delta p \cdot l^2 \cdot t = \frac{1}{20} \Delta p \cdot L^2 \cdot t \end{aligned} \quad (5)$$

$$f_l = \frac{\frac{4}{9} \Delta p \cdot l \cdot t \cdot l^3}{55 EI} = \frac{4}{495} \Delta p \cdot \frac{l^4 \cdot t}{EI} = \frac{\Delta p \cdot l^4 \cdot t}{124 EI} \quad (6)$$

où  $t$  est la profondeur de la charge et de l'élément portant, perpendiculairement au plan du dessin,

J le moment d'inertie de l'élément portant sur cette profondeur,

E le module d'élasticité du matériau de l'ouvrage.

b) *La flèche de la poutre de longueur L.*

Suivant ce que nous avons dit sous III, on se sert de la différence des affaissements entre le milieu de l'ouvrage et ses extrémités, c'est-à-dire de la flèche de la poutre de longueur L. D'après ce qui précède, on peut raisonner comme suit en se basant sur la fig. 7.

Le fléchissement  $f_1$  se propage au delà des appuis de la poutre de portée L sous forme de mouvement des extrémités libres. A la fig. 7 on a admis que la ligne de flexion était une parabole au-dessous de l. L'inclinaison des tangentes est donnée par  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 f_1}{l/2}$ .

D'autre part:

$$\begin{aligned}\Delta f &= \frac{L-1}{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{L-1}{2} \cdot \frac{2 f_1}{l/2} = 2 f_1 \cdot \frac{L-1}{l} \\ f_L &= f_1 + \Delta f = f_1 + 2 f_1 \cdot \frac{L-1}{l} = \frac{f_1}{l} (l + 2L - 2l) \\ &= f_1 \cdot \frac{2L-1}{l} = f_1 \left( 2 \frac{L}{l} - 1 \right).\end{aligned}$$

Du fait que  $l = \frac{3}{4} L$  on a:

$$\begin{aligned}f_L &= \frac{5}{3} f_1 = \frac{5}{3} \cdot \frac{\Delta p \cdot l^4 t}{124 EJ} = \frac{5}{372} \frac{\Delta p l^4 \cdot t}{EJ} \\ f_L &= \frac{5}{372} \cdot \frac{\Delta p \cdot L^4 \cdot t}{EJ} \cdot \left( \frac{3}{4} \right)^4 = 0,00426 \frac{\Delta p L^4 t}{EJ} \quad (7)\end{aligned}$$

V° — *Compression de la couche molle sous le poids de l'ouvrage (suivant III° 2°).*

Suivant la fig. 1, la couche molle supporte de la part de l'ouvrage les pressions  $p_m$  sous le milieu,  $p_a$  sous les extrémités lorsque le sol est soumis, à la base de la construction, à la pression p. Par suite de la rigidité de l'ouvrage, il se produit une diminution de la pression de  $\Delta p_m$  au milieu et une augmentation  $\Delta p_a$  aux bords, ainsi que l'indique la fig. 4; d'après l'équation (2) on a  $\Delta p_m = \Delta p_a = \Delta p$ . Cette modification de la pression à la base de l'ouvrage a pour conséquence une modification de la pression sur la couche molle située dans le soussol; on admet que ces dernières modifications se comportent dans le même rapport que les pressions sous la base de l'ouvrage et les pressions sur la couche molle entre elles. Dans cette hypothèse sont exprimées:

- 1° la répartition des pressions dans le sens de la longueur du bâtiment, comme indiquée à la fig. 1;
- 2° la répartition des pressions en profondeur, perpendiculairement au plan de la fig. 1,

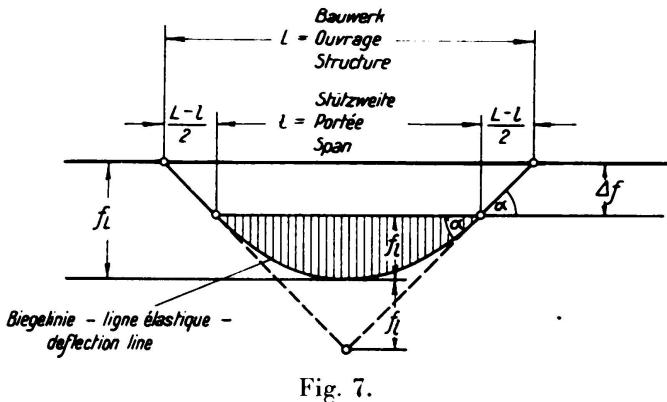


Fig. 7.

en d'autres termes, la distribution des pressions par la couche répartissante: la pression  $p$  à la base de l'ouvrage se modifie jusqu'à la couche compressible en  $p_m$  et en  $p_a$ , suivant la fig. 1.

*Les véritables modifications de la pression à la profondeur de la couche molle* sont donc:

$$\begin{aligned} \text{au milieu } \Delta p_m \cdot \frac{p_m}{p}, \quad \text{aux bords } \Delta p_a \cdot \frac{p_a}{p} \\ = \Delta p \cdot \frac{p_m}{p} \quad \quad \quad = \Delta p \cdot \frac{p_a}{p} \end{aligned}$$

les pressions sur la couche molle sont donc:

$$\text{au milieu } p_m = \Delta p \cdot \frac{p_m}{p}, \quad \text{aux bords } p_a + \Delta p \cdot \frac{p_a}{p}$$

voir fig. 3.

La compression de la couche molle d'épaisseur  $h$  se monte à:

$$\text{au milieu: } \left( p_m - \Delta p \cdot \frac{p_m}{p} \right) \cdot \frac{h}{K_m}, \quad \text{aux bords: } \left( p_a + \Delta p \cdot \frac{p_a}{p} \right) \cdot \frac{h}{K_a}$$

où  $h$  est l'épaisseur de la couche molle,  $K_m$  et  $K_a$  les modules de compressibilité du terrain de la couche molle sous le milieu de l'ouvrage et ses extrémités. Ces deux dernières valeurs sont à tirer des diagrammes de compression de la terre.

*La différence de ces deux compressions correspond à la flèche de l'ouvrage:*

$$s = \left( p_m - \Delta p \cdot \frac{p_m}{p} \right) \frac{h}{K_m} - \left( p_a + \Delta p \cdot \frac{p_a}{p} \right) \cdot \frac{h}{K_a}. \quad (8)$$

## VI° — Détermination de $\Delta p$ .

D'après III on doit avoir:  $f_L = s$ , c'est-à-dire

$$\left( p_m - \Delta p \cdot \frac{p_m}{p} \right) \frac{h}{K_m} - \left( p_a + \Delta p \cdot \frac{p_a}{p} \right) \frac{h}{K_a} = 0,00426 \cdot \frac{\Delta p \cdot L^4 t}{EJ}.$$

Il en résulte que:

$$\Delta p = \frac{h \left( \frac{p_m}{K_m} - \frac{p_a}{K_a} \right)}{0,00426 \cdot \frac{L^4 t}{EJ} + \frac{h}{p} \left( \frac{p_m}{K_m} + \frac{p_a}{K_a} \right)} \quad (9)$$

Dans la plupart des cas  $K_m = K_a = K$ , ce qui simplifie notre équation:

$$\Delta p = \frac{\frac{h}{K} \cdot (p_m - p_a)}{0,00426 \cdot \frac{L^4 t}{EJ} + \frac{p_m + p_a}{p} \cdot \frac{h}{K}} = \frac{p_m - p_a}{0,00426 \cdot \frac{L^4 \cdot t \cdot K}{EJ \cdot h} + \frac{p_m + p_a}{p}} \quad (10)$$

VII<sup>o</sup> — Résultat.

*La partie de charge supportée par l'ouvrage:  $\Delta p$ , et par le fait même les contraintes de flexion dans ce dernier sont déterminées:*

- 1<sup>o</sup> par la différence des pressions  $p_m - p_a$  (fig. 1) agissant sur la couche molle du sous-sol. La charge  $\Delta p$  croît proportionnellement à cette différence.
- 2<sup>o</sup> par la longueur  $L$  de l'ouvrage; la charge  $\Delta p$  décroît très rapidement avec l'accroissement de  $L$ . Lorsque  $L$  est très grand,  $\Delta p = 0$ .
- 3<sup>o</sup> par l'épaisseur  $h$  de la couche molle;  $\Delta p$  croît en même temps que  $h$ .
- 4<sup>o</sup> par le module de compressibilité  $K$  (rigidité) de la couche molle.  $\Delta p$  diminue avec l'accroissement de la rigidité de la couche molle.
- 5<sup>o</sup> par la rigidité  $EJ$  de l'ouvrage.  $\Delta p$  croît en même temps que  $EJ$ : un ouvrage complètement mou ne supporte aucune charge  $\Delta p$  et par le fait même aucune flexion; la charge provenant de la compressibilité du sol est plus grande dans un ouvrage très rigide que dans un ouvrage peu rigide.
- 6<sup>o</sup> Le dernier point ne dit pas encore que les contraintes de flexion sont plus grandes dans un ouvrage rigide que dans une construction molle. L'exemple numérique suivant prouve le contraire.

VIII<sup>o</sup> — Exemple numérique.

Soit un réservoir de béton armé (fig. 8) de 24 m de longueur, 12 m de largeur et 4 m de hauteur. Pression à la base  $p = 4,5 \text{ t/m}^2 = 0,45 \text{ atm}$ . Nature

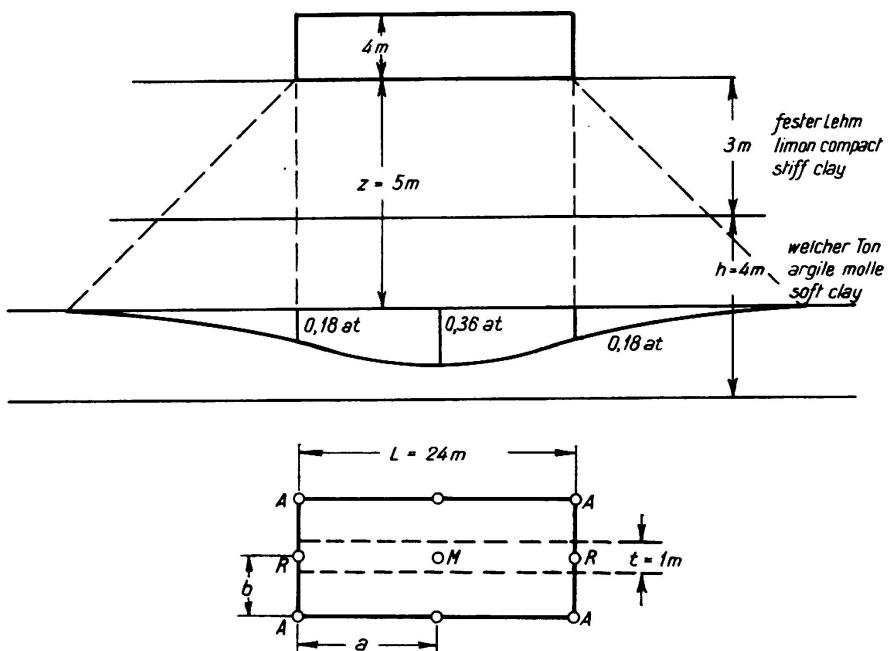


Fig. 8.

du sol: 3 m de limon compact et au-dessous 4 m d'argile molle avec module de compressibilité  $K = 60 \text{ kg/cm}^2$  dans la zone de compression. Détermination de la répartition des pressions suivant Steinbrenner:

$$\sigma_R = 0,18 \text{ atm}, \quad \sigma_M = 0,36 \text{ atm}.$$

La base du réservoir est renforcée par des nervures distantes de 3 m et dont les dimensions sont données à la fig. 9. Considérons une bande de largeur  $t = 1$  m le long de l'axe longitudinal du réservoir; cette bande a les caractéristiques suivantes:

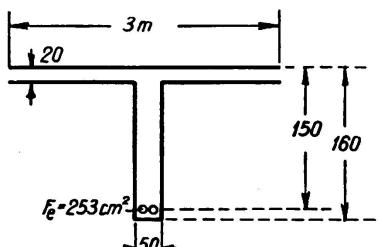


Fig. 9.

$$\begin{aligned} J &= 15,2 \cdot 10^6 \text{ cm}^4, \\ F_e &= 84,3 \text{ cm}^2; \\ W_b &= 2,37 \cdot 10^5 \text{ cm}^3, W_e = 1,78 \cdot 10^5 \text{ cm}^3; \\ E &= 1,5 \cdot 10^5 \text{ atm}. \end{aligned}$$

D'après l'équation (10) la charge du réservoir est:

$$\begin{aligned} \Delta p &= \frac{0,36 - 0,18}{0,00426 \cdot \frac{2400^4 \cdot 100 \cdot 60}{1,5 \cdot 10^5 \cdot 15,2 \cdot 10^6 \cdot 400} + \frac{0,36 + 0,18}{0,45}} \\ &= \frac{0,18}{0,93 + 1,2} = \frac{0,18}{2,13} = 0,085 \text{ atm} = 0,85 \text{ t/m}^2. \end{aligned}$$

On calcule d'après l'équation (5) les contraintes dans les nervures

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{20} \cdot 0,85 \cdot 24^2 \cdot 1 = 24,5 \text{ mt} \\ \sigma_b &= \frac{24,5 \cdot 10^5}{2,37 \cdot 10^5} = 10,3 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_e = 15 \cdot \frac{24,5 \cdot 10^5}{1,78 \cdot 10^5} = 206 \text{ kg/cm}^2. \end{aligned}$$

La flèche du réservoir par rapport à sa longueur  $L = 24$  m se monte, d'après l'équation (7), à:

$$f_L = \frac{4,26 \cdot 8,5 \cdot 3,318 \cdot 10^{13} \cdot 10^2}{10^3 \cdot 10^2 \cdot 1,5 \cdot 10^5 \cdot 15,2 \cdot 10^6} = \frac{10^{15}}{10^{16}} \cdot 5,27 = 0,53 \text{ cm.}$$

La compression de la couche molle en sous-sol, c'est-à-dire l'affaissement de la poutre en son milieu atteint, d'après l'équation (8):

$$\left(0,36 - 0,085 \cdot \frac{0,36}{0,45}\right) \cdot \frac{400}{60} = (0,36 - 0,0680) \cdot 6,67 = 1,95 \text{ cm.}$$

L'affaissement à l'extrémité de la poutre est de:

$$\left(0,18 + 0,085 \cdot \frac{0,18}{0,45}\right) \cdot \frac{400}{60} = (0,18 + 0,034) \cdot 6,67 = 1,42 \text{ cm.}$$

## IX° — Influence de la rigidité de l'ouvrage.

Pour donner une idée de l'influence de la rigidité de l'ouvrage, nous ajouterons ce qui suit à l'exemple numérique donné sous VIII°:

*Hypothèse:* Le moment d'inertie des nervures raidisseuses et leur moment résistant sont:

- a) deux fois plus grands, b) la moitié moins grands que précédemment.

La *hauteur de la poutre* reste donc inchangée dans cette hypothèse

$$\text{Cas a)} \quad \Delta p = \frac{0,18}{0,46 + 1,2} = \frac{0,18}{1,66} = 0,108 \text{ atm} = 1,08 \text{ t/m}^2.$$

Contraintes dans les nervures:

$$M = \frac{1}{20} \cdot 1,08 \cdot 24^2 \cdot 1 = 31,1 \text{ mt}$$

$$\sigma_b = \frac{31,1 \cdot 10^5}{4,74 \cdot 10^5} = 6,56 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_e = 131 \text{ kg/cm}^2.$$

La flèche du réservoir se monte à  $f_L = 0,334 \text{ cm}$ .

$$\text{Cas b)} \quad \Delta p = \frac{0,18}{1,86 + 1,2} = \frac{0,18}{3,06} = 0,06 \text{ atm} = 0,6 \text{ t/m}^2.$$

Contraintes dans les nervures:

$$M = \frac{1}{20} \cdot 0,6 \cdot 24^2 \cdot 1 = 17,28 \text{ mt}$$

$$\sigma_b = \frac{17,3 \cdot 10^5}{1,19 \cdot 10^5} = 14,5 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_e = 290 \text{ kg/cm}^2.$$

La flèche du réservoir atteint  $f_L = 0,743 \text{ cm}$ .

| Rigidité de l'ouvrage | $\Delta p \text{ t/m}^2$ | Contraintes                 |                             | Flèche de l'ouvrage |
|-----------------------|--------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------|
|                       |                          | dans le béton<br>$\sigma_b$ | dans les fers<br>$\sigma_e$ |                     |
| $\frac{1}{2} J$       | 0,60                     | 14,5 kg/cm <sup>2</sup>     | 290 kg/cm <sup>2</sup>      | 0,74 cm             |
| J                     | 0,85                     | 10,3 "                      | 206 "                       | 0,53 "              |
| 2 J                   | 1,08                     | 6,6 "                       | 131 "                       | 0,33 "              |

L'accroissement de la rigidité de la poutre réduit les contraintes de flexion lorsque la hauteur reste constante.

X° — Hauteur (rigidité) optima des poutres d'un ouvrage.

Il est aussi intéressant de savoir quelle influence a la *variation de la hauteur des poutres* sur la grandeur des contraintes. Pour cela considérons une simple section rectangulaire, comme l'indique la fig. 10;  $W = \frac{1}{6} t H^2$ ,  $J = \frac{1}{12} t H^3 = \frac{H}{2} \cdot W$ . D'après les équations (5) et (10) on a:

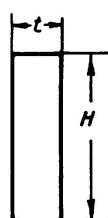


Fig. 10.

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{20} \cdot \Delta p \cdot L^2 t \\ &= \frac{1}{20} \cdot L^2 t \cdot \frac{p_m - p_a}{\frac{\alpha L^4 \cdot t \cdot K}{EJ \cdot h} + \frac{p_m + p_a}{p}} \end{aligned}$$

La contrainte de flexion est simplement

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{L^2 \cdot t}{20 W} \cdot \frac{p_m - p_a}{\frac{\alpha L^4 \cdot t \cdot K}{EJ \cdot h} + \frac{p_m + p_a}{p}}$$

et en introduisant les abréviations  $p' = p_m - p_a$  et  $p'' = \frac{p_m + p_a}{p}$ , ainsi qu'en remplaçant  $J$  et  $W$  par leurs valeurs:

$$\sigma = \frac{3 L^2 \cdot p' \cdot E \cdot h \cdot H}{120 \alpha \cdot L^4 \cdot K + 10 p'' \cdot H^3 \cdot E \cdot h}.$$

Et, en introduisant les abréviations

$$\beta = 3 L^2 \cdot p' \cdot E \cdot h, \quad \gamma = 120 \alpha \cdot L^4 \cdot K, \quad \delta = 10 p'' \cdot E \cdot h$$

notre équation se résume à

$$\sigma = \frac{\beta \cdot H}{\gamma + \delta \cdot H^3}.$$

On obtient la contrainte de flexion maxima à partir de la condition  $\frac{d\sigma}{dH} = 0$

$$H = \sqrt[3]{\frac{6 \alpha \cdot L^4 \cdot K}{p'' \cdot E \cdot H}} \quad (11)$$

On arrive au résultat tout-à-fait intéressant qu'il existe une *hauteur de poutre H défavorable* pour laquelle la *contrainte σ est maxima*. Avec les valeurs de l'exemple numérique ci-dessus, on obtient

$$\beta = 3 \cdot 2,4^2 \cdot 10^6 \cdot 0,18 \cdot 1,5 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^2 = 18,65 \cdot 10^{13} \text{ kg}^2 \text{ cm}^{-1}$$

$$\gamma = 1,2 \cdot 10^2 \cdot 4,26 \cdot 10^{-3} \cdot 2,4^4 \cdot 10^{12} \cdot 6 \cdot 10 = 10,16 \cdot 10^{14} \text{ kg cm}^2$$

$$\delta = 10 \cdot 1,2 \cdot 1,5 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^2 = 7,2 \cdot 10^8 \text{ kg cm}^{-1}$$

$$H = \sqrt[3]{\frac{25,56 \cdot 10^{-3} \cdot 33,17 \cdot 10^{12} \cdot 6 \cdot 10}{1,2 \cdot 1,5 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^2}} = \sqrt[3]{706 \cdot 10^3} = 89 \text{ cm} = 0,9 \text{ m.}$$

$$\sigma = \frac{18,65 \cdot 10^{15} \cdot H}{10,16 \cdot 10^{14} + 7,2 \cdot 10^{14} H^3} = \frac{186,5 \cdot H}{10,16 + 7,2 H^3},$$

lorsque  $H$  est exprimé en m.

Le calcul avec différentes valeurs de  $H$  donne:

$$H = 0,3 \quad 0,5 \quad 0,7 \quad 0,8 \quad 0,9 \quad 1,0 \quad 1,1 \quad 1,3 \quad 1,5 \text{ m}$$

$$\sigma = 5,51 \quad 8,43 \quad 10,33 \quad 10,75 \quad 10,90 \quad 10,85 \quad 10,38 \quad 9,32 \quad 8,13 \text{ kg/cm}^2.$$

La fig. 11 donne la représentation graphique de cette relation.

Lorsque la hauteur de la poutre se trouve *au-dessous* de la valeur la plus défavorable, les contraintes sont *plus faibles* dans la poutre, car cette dernière est *plus molle*, possède une rigidité moins grande et s'adapte mieux aux affaissements du sol.

Lorsque par contre la hauteur de la poutre se trouve *au-dessus* de la valeur  $H = 0,90$  m, les contraintes de flexion deviennent également *plus faibles* dans la poutre, car cette dernière est plus rigide et prend une plus grande partie de la charge, cependant son moment résistant croît avec le carré de la hauteur et

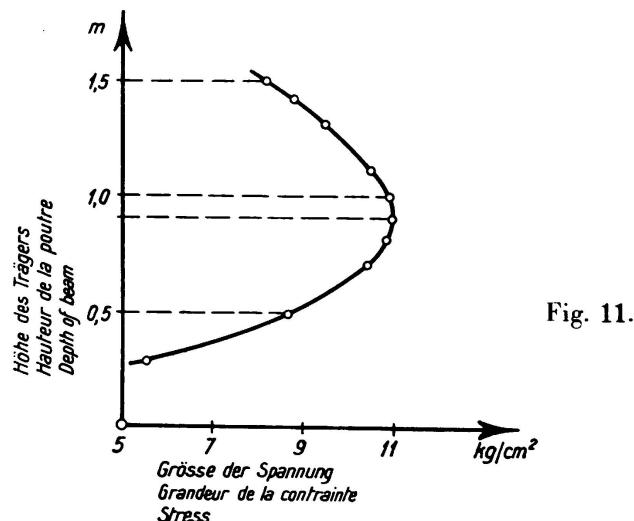


Fig. 11.

elle supporte plus facilement les moments de flexion produits par la charge plus grande.

On peut en tirer la *règle importante* qu'il faut donner aux ouvrages construits sur un sol compressible, une grande flexibilité qui leur permette de suivre *facilement les fléchissements* (ouvrages mous, décomposés par des joints en différentes parties) ou, au contraire, les rendre *très rigides et inflexibles* afin qu'ils puissent supporter facilement toutes les contraintes de flexion. *L'intermédiaire est ici mauvais*; il engendre dans l'ouvrage *les contraintes relativement les plus grandes*.

## VIII 2

### Essais pour déterminer la distribution des efforts dans la surface d'appui d'une fondation.

### Versuche zur Bestimmung der Spannungsverteilung in Gründungssohlen.

### Experiments to Determine the Distribution of Pressure over a Foundation.

Ing. Dr. techn. K. Hruban et Ing. Dr. techn. B. Hacar,  
Prague.

#### 1<sup>o</sup> — *But des Essais.*

On connaît la solution de *Boussinesq* du problème du solide limité à un plan horizontal, sur lequel agit une force perpendiculaire par l'intermédiaire d'un cylindre rigide (fig. 1). Si les déplacements verticaux de tous les points de la base du cylindre sont égaux, l'effort en un point quelconque M est

$$v_M = \frac{a}{2\sqrt{a^2 - x^2}} \cdot p,$$

p étant la valeur moyenne de la pression. En cas de problème à deux dimensions, l'expression analogue, due à *Sadowsky*, est

$$v_M = \frac{2a}{\pi\sqrt{a^2 - x^2}} \cdot p.$$

Les deux équations donnent la distribution des efforts, indiquée par la ligne  $v$  (fig. 1). Le minimum de la pression se trouve au centre C et peut avoir une

valeur de 0,5 p à 0,637 p, selon la forme de la surface d'appui. En réalité, les efforts ne peuvent être infiniment grands. A proximité du contour de la surface comprimée, il y aura des modifications, causées par les déformations plastiques, et il faut admettre que la ligne pointillée  $v'$  représente approximativement la répartition réelle des efforts. La courbe a donc une forme de selle, les deux maxima de pression se trouvent près du contour de l'aire chargée et dépendent des mouvements de glissement qui se produisent à l'intérieur des deux corps en contact.

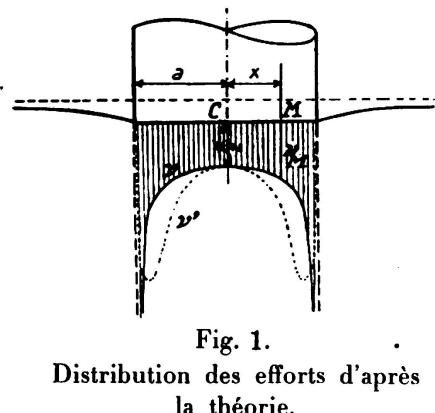


Fig. 1.  
Distribution des efforts d'après la théorie.

En est-il de même sous les fondations reposant sur des terrains compressibles? Cette question fut vivement discutée au cours de ces dernières années. Les essais

de MM. *Kögler* et *Scheidig*<sup>1</sup> exécutés à la surface d'une masse de sable, ont donné le maximum de pression au centre de la plaque de charge. Au contraire, les mensurations d'efforts dans la surface d'appui des piliers à Ludwigshafen<sup>2</sup> et à Niederfinow<sup>3</sup> indiquent clairement la forme de selle de la courbe de pression, en accord avec la théorie du solide élastique. Enfin, les expériences de M. *Press*<sup>4</sup> semblent confirmer que les deux cas peuvent se présenter sous certaines conditions.

Pour le calcul de vastes semelles de fondation ou du radier général, il est très important de connaître la distribution réelle des réactions du sol. Afin de contribuer à l'éclaircissement de ce problème, l'Association Tchécoslovaque de Recherches a entrepris des essais dont nous allons donner un bref aperçu.

## 2<sup>o</sup> — Disposition.

L'affaissement d'une fondation est due à deux phénomènes différents :

1<sup>o</sup> compression élastique du sol,

2<sup>o</sup> changements irréversibles de sa structure intérieure. Ceux-ci dépendent du rapport des tensions principales totales, provenant et de l'action de la charge et du poids des couches supérieures du terrain voisin, reposant sur le plan de la surface d'appui. Pour étudier le travail du terrain sur un modèle à échelle réduite, il est donc indispensable de mettre le sol d'essai au même état de contrainte qu'il subit sous une fondation réelle. Il faut alors employer non seulement un matériau d'essai d'une compacité correspondante à la nature, mais aussi appliquer aux côtés de la plaque de charge un poids, remplaçant la masse supérieure. Conformément à ces principes, notre modèle devait imiter la section d'un long mur, fondé à la profondeur habituelle. Comme matériaux d'essai, nous avons choisi les sables fins, dont le taux de fatigue admissible est généralement estimé à  $1 \text{ kg/cm}^2$  environ. Une série d'essais analogues a été effectuée sur une couche de caoutchouc.

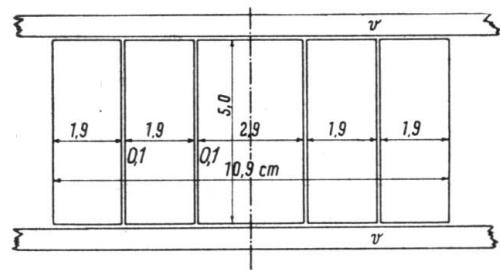


Fig. 2.

Plaque de charge, divisée en cinq parties.  
v = parois de verre.

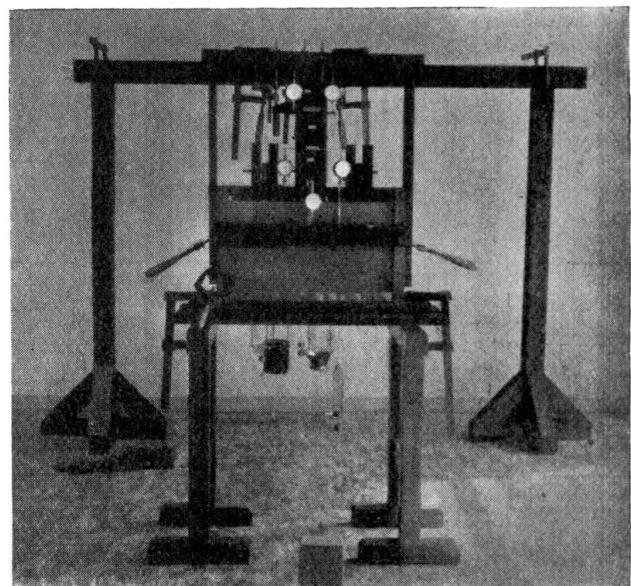


Fig. 3.  
Disposition générale de l'essai.

<sup>1</sup> Bautechnik 1929, p. 268, 828.

<sup>2</sup> Bautechnik 1932, p. 595; Bauingenieur 1933, p. 242, 473.

<sup>3</sup> Bautechnik 1934, p. 522.

<sup>4</sup> Bautechnik 1934, p. 569.

La disposition de nos essais était la suivante:

La plaque de charge était divisée en cinq parties (fig. 2) qui pouvaient être chargées par l'intermédiaire de trois petites tables rigides et s'enfoncer indépendamment l'une de l'autre. On mesurait leur déplacements par six appareils, indiquant directement les centièmes de millimètre et permettant d'en apprécier les millièmes. Les photographies ci-jointes (fig. 3 et 4) montrent les détails de la disposition.

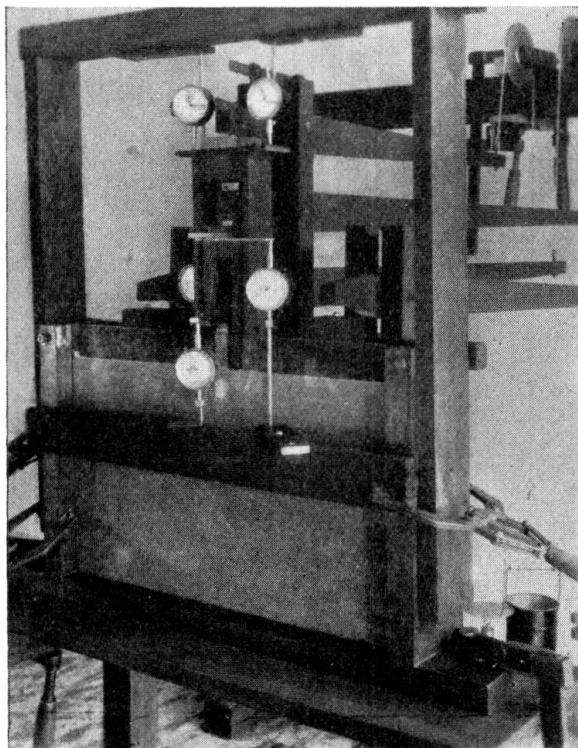


Fig. 4.  
Disposition des appareils de mesure.

A l'aide de cette installation, nous avons étudié les déplacements des parties de la plaque, en y appliquant diverses charges et en mesurant leurs enfoncements totaux (pendant l'action de la charge) et irréversibles (après son écartement). Jusqu'au mois de juillet 1936, nous avons effectué 16 séries d'essais (désignées par A, B . . .), chacune se composant de plusieurs mensurations (a, b . . .). Il fallait préparer de nouveau le matériau pour chaque série, parce que la compressibilité du sable se modifie à la suite de chaque mise en charge. Evidemment, il se forme des zones de plus grande résistance, les conséquences de la déformation irréversible se manifestent autrement au-dessous de chaque partie de la plaque et la consolidation du matériau s'effectue différemment pour chaque mode de distribution des efforts.

### 3° — Caractéristiques des matériaux employés.

| Désig-<br>nation | Poids<br>spécifique | Composition granulométr.<br>Restes sur tamis de mm |      |      |      |     |      | Teneur<br>en eau<br>%<br>du poids | Volume<br>des vides<br>%<br>du volume<br>total | Indice<br>de vide<br>e |
|------------------|---------------------|--|------|------|------|-----|------|-----------------------------------|--|------------------------|
|                  |                     | 2,0  | 1,0  | 0,5  | 0,25 | 0,1 | <0,1 |                                   |  |                        |
|                  |                     | kg/dm <sup>3</sup>                                 | %    | %    | %    | %   | %    |                                   |  |                        |
| Sable I          | 1,583               | —  | 4,3  | 47,8 | 44,8 | 2,2 | 0,9  | 3,6                               | 41,8   | 0,718                  |
| „ II             | 1,672               | —  | 4,3  | 47,8 | 44,8 | 2,2 | 0,9  | 3,6                               | 38,4   | 0,624                  |
| „ III            | 1,741               | —  | 4,3  | 47,8 | 44,8 | 2,2 | 0,9  | 1,8                               | 34,7   | 0,532                  |
| „ IV             | 1,768               | 24,6   | 20,7 | 26,7 | 25,5 | 2,0 | 0,5  | 0,9                               | 33,2   | 0,497                  |
| „ V              | 1,567               | —  | 4,3  | 47,8 | 44,8 | 2,2 | 0,9  | 0,5                               | 40,9   | 0,693                  |

La limite  $p_0$  de la proportionnalité de l'enfoncement du centre de la plaque à la charge appliquée se manifestait, quand la pression moyenne dans la surface d'appui atteignait à peu près  $2\frac{1}{2}$  fois la charge d'à côté.

Le corps d'essai en caoutchouc avait les dimensions de  $45 \times 14,3 \times 5,1$  cm. Il était constitué de bandes d'épaisseur moyenne de 0,68 cm collées ensemble et assis sur une couche tassée de sable IV de 20 cm de hauteur; autour de la surface d'appui n'agissait aucune charge.

#### 4<sup>o</sup> — Répartition uniforme de la charge.

La fig. 5 montre les compressions de la couche de caoutchouc. La ligne T (resp. I) est celle des enfoncements totaux (resp. irréversibles) causés par la fatigue uniforme de  $0,53 \text{ kg/cm}^2$ . Les propriétés différentes du sable se manifestent par la proportion prépondérante des enfoncements irréversibles; ceux-ci

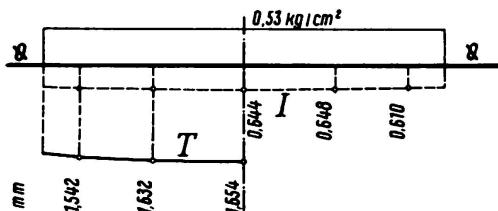


Fig. 5.

Charge répartie uniformément sur la couche de caoutchouc, essai Qa.

T = enfoncements totaux,  
I = enfoncements irréversibles.

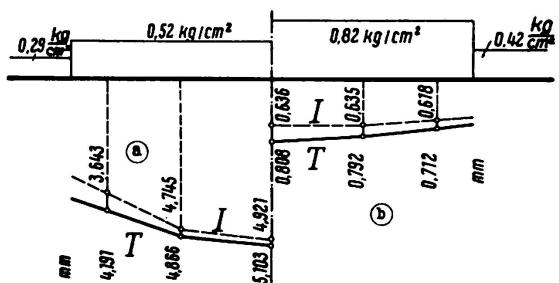


Fig. 6.

Charge répartie uniformément.

- a) Sable I, essai Eb ( $p_0 \approx 0,5 \text{ kg/cm}^2$ ),  
b) Sable III, essai Ha ( $p_0 \approx 1,0 \text{ kg/cm}^2$ ).  
T = enfoncements totaux,  
I = enfoncements irréversibles.

auront déterminé l'allure de la courbe T (fig. 6). Il en résulte que la distribution des efforts sous une plaque rigide dépend surtout de l'état d'équilibre du sol au-dessous de son contour, à savoir du rapport  $p : p_0$ .

a) Quand la disposition de l'essai correspondait aux circonstances générales qu'on rencontre dans la pratique, la proportion de l'enfoncement total des bords de la plaque à celui du centre était  $0,68 \div 0,98$  (0,88 en moyenne pour 11 essais avec charge de  $0,5 \div 1,1 \text{ kg/cm}^2$  sur la surface d'appui, la charge agissant autour de la plaque d'appui étant  $0,23 \div 0,49 \text{ kg/cm}^2$ , ce qui correspond à une fondation sise à  $1,5 \div 3$  mètres de profondeur sur un terrain de nature équivalente au matériau d'essai).

Pour obtenir des enfoncements égaux sur toute l'étendue de la plaque (cas d'une fondation rigide), il est donc nécessaire d'augmenter les charges à la proximité des bords. En admettant que la pression à l'extrémité de la plaque soit égale à celle d'à côté, on obtient la ligne de distribution en forme de selle, correspondant aux résultats précités des mensurations à la surface d'appui des piliers.

b) Quand on applique une charge assez élevée à la surface libre du sable, la ligne prend une forme inverse, le minimum d'enfoncement se trouve au centre de la plaque. La fig. 7 en donne un exemple. Dans le cas d'une plaque rigide, la

distribution serait indiquée par une ligne d'allure à peu près parabolique, connue par les essais de *M. Kögler*.

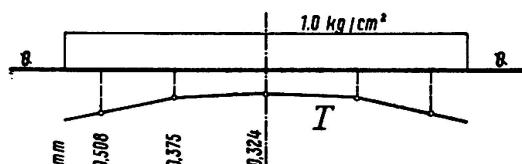


Fig. 7.

Charge répartie uniformément à la surface libre.  
Sable III, essai Oa ( $p_0 = \varrho$ ).

### 5° — Répartition, entraînant des enfoncements égaux.

Même sur les solides élastiques, cette répartition dépendra des mouvements irréversibles qui se produiront sous les bords de la plaque. Il n'est donc pas possible de calculer les rapports mutuels des charges partielles d'après l'influence de l'augmentation de l'une d'elles et il faut procéder par voie d'essai et de mensuration directe. La fig. 9 montre le résultat obtenu avec le caoutchouc. La différence entre les enfoncements mesurés ne s'élève qu'à 0,003 mm (0,3 %), ce qui correspond à la limite de précision des appareils de mesure. D'après les valeurs

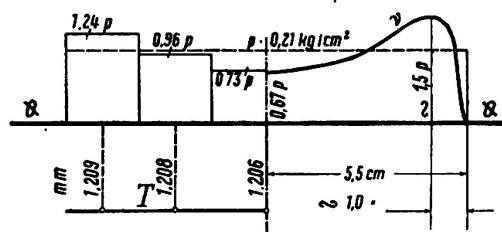


Fig. 8.

Répartition égalisant les enfoncements.  
Couche de caoutchouc chargée pour la première fois, essai Qh.

des charges appliquées, on arrive à tracer la ligne approximative de la distribution des efforts (v. fig. 8). Nos observations signalent une pression centrale un peu plus grande (de 5 % environ) que celle donnée par la théorie.<sup>5</sup>

Avec les sables, il n'était pas possible d'atteindre une telle précision et les résultats obtenus étaient moins réguliers. Pour tracer les lignes de distribution, nous avons ajouté aux charges partielles une petite correction calculée à l'aide d'autres

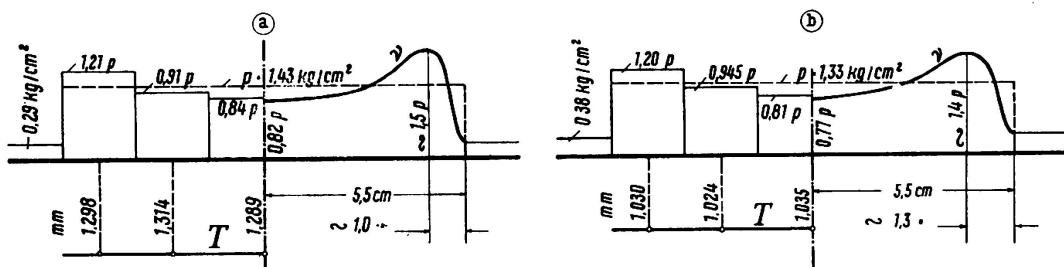


Fig. 9.

Répartition égalisant les enfoncements.  
a) Sable II, essai Fn ( $p_0 \approx 0,8 \text{ kg/cm}^2$ ).  
b) Sable III, essai Bl ( $p_0 \approx 0,9 \text{ kg/cm}^2$ ).

essais. Les exemples (fig. 9) indiquent les répartitions obtenues avec fatigue moyenne dépassant déjà d'une moitié la limite de proportionnalité, ce qui repré-

<sup>5</sup> Il faut remarquer que même le caoutchouc donne une ligne un peu modifiée, si on répète la mise en charge.

sente le maximum possible dans la pratique des constructions. Quand les charges seront moins grandes, la forme de la ligne  $\nu$  ressemblera plus à celle que nous avons trouvée pour le caoutchouc. Néanmoins, ces résultats numériques ne peuvent être généralisés, chacun d'eux dépendant des données de l'essai respectif. (Nous nous proposons de continuer ces essais avec d'autres sols et à plus grande échelle dans la nature.)

Afin de pouvoir observer le changement qui se produit, si la fatigue dépasse le taux généralement admissible, nous avons ajouté une série d'essais avec le sable sec et peu chargé aux côtés de la surface d'appui. La limite de proportionnalité  $p_0$  était ici environ  $0,5 \text{ kg/cm}^2$ , ce qui aurait donné une résistance admissible de  $0,75 \text{ kg/cm}^2$ . En sollicitant le sable à une pression moyenne de  $1,24 \text{ kg/cm}^2$  (c'est-à-dire  $2,5 p_0$ ), nous avons obtenu la répartition, nécessaire

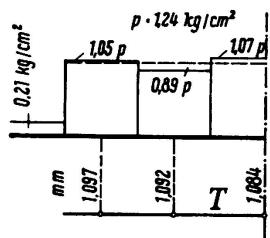


Fig. 10.

Répartition égalisant les enfoncements.  
Sable V, essai Ng ( $p_0 \approx 0,5 \text{ kg/cm}^2$ ).

pour égaliser les enfoncements, indiquée à la fig. 10. On remarque l'écoulement des efforts vers le centre. Il semble qu'avec des fatigues excessivement croissantes on parvienne enfin à une ligne de distribution de la forme de cloche, semblable à celle, observée à la surface libre.

#### 6° — Conclusions.

Le modèle employé étant de petites dimensions, il faut voir si les résultats mentionnés ci-dessus concordent avec les mesures effectuées sous de véritables dalles de fondation. Il en est ainsi, puisqu'en cas de problème à trois dimensions (surface d'appui carré ou rectangulaire pas trop longue), l'effort au centre devrait s'élever approximativement à une moitié de la pression moyenne. Nos essais donnent d'ailleurs l'explication des différentes allures des courbes de pression observées dans les divers cas.

Ajoutons encore que les très nombreuses mensurations, effectuées par l'institut de M. Klokner sur des terrains de fondation divers, ont déterminé les valeurs de leurs compressions élastiques et irréversibles. Le calcul montre que la flexion d'un fondement en béton armé cause une flèche qui est beaucoup moins grande que l'amplitude du tassement non élastique d'un sol compressible. En ce cas, on peut considérer toutes les dalles de fondation comme rigides.

Supposant la fondation sur une couche pratiquement homogène, on arrive ainsi aux conclusions suivantes:

*La distribution des efforts sous un élément de fondation est variable et dépend de l'état d'équilibre du sol. Jusqu'à ce que la fatigue moyenne ne dépasse pas la limite de proportionnalité de plus d'une moitié, la ligne de pression a la forme de selle et ses maxima se trouvent dans les quarts extérieurs de la largeur de la surface chargée. Une fatigue excessive entraîne le maximum de pression vers le centre.*

## VIII 3

Répartition des pressions sous une semelle élastique chargée uniformément et placée sur un sol élastique isotrope.

Druckverteilung unter einem gleichmäßig belasteten, elastischen Plattenstreifen, welcher auf der Oberfläche des elastisch-isotropen Halbraumes liegt.

The Distribution of Pressure Under a Uniformly Loaded Elastic Strip Resting on Elastic-Isotropic Ground.

H. Borowicka,

Assistent an der Technischen Hochschule, Wien.

Dans l'étude mathématique de la répartition des pressions sous une semelle élastique, nous sommes contraints de faire des hypothèses tant pour la semelle que pour le terrain sur lequel elle repose. L'hypothèse la plus simple consiste à admettre que les affaissements sont proportionnels aux pressions (hypothèse de *Winkler*). Cette façon de procéder permettait de traiter assez simplement toutes les questions mathématiques. Cette hypothèse fut cependant rejetée, tout spécialement par les physiciens du sol, car, suivant cette théorie, l'affaissement est indépendant de la grandeur de la surface de charge et la charge ne produit un affaissement qu'au-dessous de sa surface d'application. Il était donc nécessaire d'étudier la répartition des pressions sous une semelle élastique reposant sur un sol élastique-isotrope. La théorie de *Boussinesq* ne tient que partiellement compte des propriétés d'un sol naturel, mais elle fournit d'excellents résultats aux points de vue physique et qualitatif. L'étude du problème à l'aide de fonctions finies conduit à des développements très compliqués résolubles que dans les cas les plus simples. Il faut donc chercher une issue dans les développements en séries.

Nous voulons étudier ici la répartition des pressions sous une semelle élastique reposant à la surface d'un sol élastique-isotrope. Il faut évidemment admettre qu'il n'y a aucun frottement entre la semelle et le terrain. Nous avons présenté un travail semblable pour la plaque circulaire au congrès de mécanique du sol tenu à Cambridge (16).

Nous avons introduit les notations suivantes:

- $E_p$  : module d'élasticité de la semelle,
- $E_B$  : module d'élasticité du sol élastique-isotrope,
- $m_p$  : constante de Poisson de la semelle,
- $m_B$  : constante de Poisson du sol,
- $a$  : demi-largeur de la semelle,
- $h$  : épaisseur de la semelle,
- $N$  : rigidité de la dalle.

Désignons par  $\omega$  la déformation verticale de la surface du sol; dans la région  $x < a$  (fig. 1),  $\omega$  doit en même temps représenter la flèche de la semelle. Il en résulte qu'à la surface du sol élastique-isotrope les relations suivantes doivent être satisfaites:

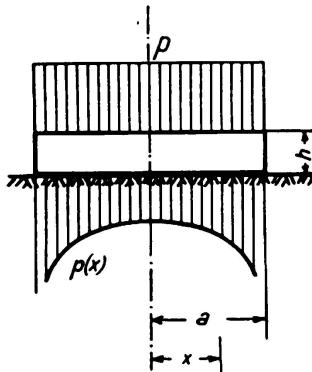


Fig. 1.

$$\left. \begin{array}{ll} x > a & \sigma_z = 0 \quad \omega \text{ quelconque} \\ x < a & \sigma_z = p(x) \quad \Delta\Delta\omega = \frac{1}{N} [p - p(x)] \end{array} \right\} \quad (1)$$

L'équation différentielle  $\Delta\Delta\omega = \frac{1}{N} [p - p(x)]$  est généralement appelée équation de la plaque. L'opérateur de Laplace, appliqué deux fois à  $\omega$ , fournit dans le cas considéré  $\frac{d^4\omega}{dx^4}$ .

Considérons d'abord la flèche de la plaque. La solution de l'équation différentielle homogène  $\frac{d^4\omega}{dx^4} = 0$  peut s'écrire sous la même forme que celle de la poutre:

$$\omega_1 = C_0 + C_2 \left( \frac{x}{a} \right)^2 \quad (2)$$

On pose comme intégrale particulière de l'équation non homogène une série exponentielle à coefficients inconnus:

$$\omega_2 = \sum_{n=2}^{\infty} A_{2n} \left( \frac{x}{a} \right)^{2n} \quad (3)$$

La fonction inconnue  $p(x)$  est également représentée par sa série exponentielle.

$$p(x) = \sum_{n=0}^{\infty} B_{2n} \left( \frac{x}{a} \right)^{2n} \quad (4)$$

L'équation de la plaque fournit la relation entre les coefficients  $A_{2n}$  et  $B_{2n}$ . En comparant les coefficients on obtient:

$$\begin{aligned} A_4 &= \frac{a^4}{24N} (p - B_0) \\ A_{2n+4} &= -\frac{a^4}{N} \frac{2n!}{(2n+4)!} B_{2n} \end{aligned} \quad (5)$$

La flèche de la plaque prend donc la forme:

$$\omega = C_0 + C_2 \left( \frac{x}{a} \right)^2 + \frac{p a^4}{24N} \left( \frac{x}{a} \right)^4 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^4}{N} \frac{2n!}{(2n+4)!} B_{2n} \left( \frac{x}{a} \right)^{2n+4} \quad (6)$$

Au point  $x = a$  aucun moment d'encastrement n'agit, on doit donc avoir  $\left( \frac{d^2\omega}{dx^2} \right)_{x=a} = 0$ . Cette condition donne pour  $C_2$ :

$$C_2 = -\frac{p a^4}{4N} + \frac{a^4}{2N} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+2)(2n+1)} B_{2n} \quad (7)$$

Dans l'équation (6), la flèche  $\omega$  est exprimée en fonction de  $x$ , respectivement des coefficients inconnus  $B_{2n}$ . Ainsi que nous l'avons déjà dit, cette flèche est en même temps la déformation élastique de la surface du sol dans le domaine de  $x < a$ . Désignons les variables par  $\xi$  et  $\zeta$  (fig. 2) on obtient pour l'affaissement au point  $x$ :

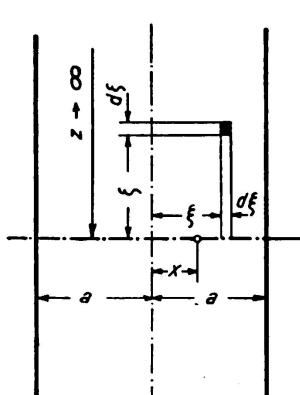


Fig. 2.

$$\begin{aligned}
 d\omega &= 2 \int_0^{\infty} \frac{1}{2\pi r} p(\xi) \cdot 2 \frac{m_B^2 - 1}{m_B^2 \cdot E_B} d\xi d\zeta \\
 \frac{m_B^2 E_B}{m_B^2 - 1} &= M \\
 r &= \sqrt{(\xi - x)^2 + \zeta^2} \\
 d\omega &= \frac{2}{\pi M} p(\xi) d\xi \int_0^z \frac{d\zeta}{\sqrt{(\xi - x)^2 + \zeta^2}} \\
 &= \frac{2}{\pi M} p(\xi) d\xi (\ln [z + \sqrt{(\xi - x)^2 + z^2}] - \ln |\xi - x|)
 \end{aligned}$$

Si on fait tendre  $z \rightarrow \infty$ , on obtient pour  $\omega$  des valeurs infiniment grandes. On forme donc la différence entre  $\omega_0$  (flèche au milieu de la plaque) et  $\omega$

$$\begin{aligned}
 d\omega_0 - d\omega &= \frac{2}{\pi M} p(\xi) d\xi \left\{ \ln \frac{z + \sqrt{\xi^2 + z^2}}{z + \sqrt{(\xi - x)^2 + z^2}} + \ln |\xi - x| - \ln |\xi| \right\} \\
 \lim_{z \rightarrow \infty} \ln \frac{z + \sqrt{\xi^2 + z^2}}{z + \sqrt{(\xi - x)^2 + z^2}} &= \lim_{z \rightarrow \infty} \ln \frac{1 + \sqrt{\left(\frac{\xi}{z}\right)^2 + 1}}{1 + \sqrt{\left(\frac{\xi - x}{z}\right)^2 + 1}} = \ln 1 = 0
 \end{aligned}$$

On obtient donc:

$$\omega_0 - \omega = \frac{2}{\pi M} \left\{ \int_x^a p(\xi) \ln (\xi - x) d\xi + \int_{-a}^x p(\xi) \ln (x - \xi) d\xi - 2 \int_0^a p(\xi) \ln \xi d\xi \right\}$$

Introduisons dans cette intégration suivant l'équation (4)  $p(\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} B_{2n} \left(\frac{\xi}{a}\right)^{2n}$  et remplaçons y les fonctions logarithmiques par des séries exponentielles, on obtient:

$$\begin{aligned}
 \omega_0 - \omega &= \frac{4}{\pi M} \sum_{n=0}^{\infty} B_{2n} \frac{a}{2n+1} \\
 &\quad \left\{ \left(\frac{x}{a}\right)^{2n} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{2r-1} \left(\frac{x}{a}\right)^{2r} - \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{2r} \left(\frac{x}{a}\right)^{2r} - \sum_{r=1}^n \frac{1}{2n-2r+1} \left(\frac{x}{a}\right)^{2r} \right\} \tag{8}
 \end{aligned}$$

On peut encore transformer l'équation (8) en permutant les sommes:

$$\begin{aligned}
 \omega_0 - \omega &= \frac{4a}{\pi M} \left\{ \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{2r-1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_{2n}}{2n+1} \left(\frac{x}{a}\right)^{2n+2r} - \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{2r} \left(\frac{x}{a}\right)^{2r} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_{2n}}{2n+1} \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{r=1}^n \left(\frac{x}{a}\right)^{2r} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_{2n}}{(2n-2r+1)(2n+1)} \right\} \tag{9}
 \end{aligned}$$

De l'équation (6) on tire pour  $x = 0$ ,  $\omega_0 = C_0$  et l'on obtient:

$$\omega_0 - \omega = -C_2 \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \frac{pa^4}{24N} \left(\frac{x}{a}\right)^4 + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^4}{N} \frac{2n!}{(2n+4)!} B_{2n} \left(\frac{x}{a}\right)^{2n+4} \quad (10)$$

On peut encore ajouter la condition d'équilibre

$$p = \frac{1}{a} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^a B_{2n} \left(\frac{x}{a}\right)^{2n} dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_{2n}}{2n+1} \quad (11)$$

Les équations (9) et (10) doivent être identiques. Cette condition est satisfaite lorsque les coefficients de chaque puissance de  $\left(\frac{x}{a}\right)$  sont égaux dans les équations (9) et (10). On obtient de cette façon un nombre infini d'équations pour les infiniment nombreuses inconnues  $B_{2n}$ . Si par exemple il faut établir la même équation, il faut trier tous les termes avec  $\left(\frac{x}{a}\right)^{2m}$ . Dans l'équation (10) il faut donc poser  $2n+4 = 2m$  ou  $n = m - 2$ . Dans l'équation (9) on a dans la première parenthèse  $2n+2r = 2m$  ou  $r = m - n$ . Le coefficient est donc  $\sum_{n=0}^{m-1} \frac{B_{2n}}{(2n+1)(2m-2n-1)}$ . Dans les deuxièmes et troisièmes termes entre parenthèses de l'équation (9) il faut poser  $r = m$ . On obtient ainsi pour les coefficients de  $\left(\frac{x}{a}\right)^{2m}$  (suivant l'équation (11))  $\frac{1}{2m} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_{2n}}{2n+1} = \frac{p}{2m}$  et  $\sum_{n=m}^{\infty} \frac{B_{2n}}{(2n-2m+1)(2n+1)}$ .

On obtient ainsi les équations suivantes en désignant par

$$K = \frac{2N}{Ma^3} = \frac{1}{6} \frac{m^2_B - 1}{m^2_P - 1} \frac{m^2_P}{m^2_B} \frac{E_P}{E_B} \left(\frac{h}{a}\right)^3 \quad (12)$$

et en remplaçant  $C_2$  par sa valeur donnée par l'équation (7)

$$\left. \begin{aligned} p &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_{2n}}{2n+1} \\ \frac{p}{2} + \frac{p\pi}{8K} &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_{2n}}{(2n+1)(1-2n)} + \frac{\pi}{4K} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_{2n}}{(2n+2)(2n+1)} \\ \frac{p}{4} - \frac{p\pi}{48K} &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_{2n}}{(2n+1)(3-2n)} - \frac{\pi B_0}{48K} \\ \vdots &\vdots \\ \frac{p}{2m} &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_{2n}}{(2n+1)(2m-1-2n)} - B_{2m-4} \frac{\pi}{2K} \frac{(2m-4)!}{2m!} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Il est facile de constater que les équations (13) sont satisfaites pour  $K = \infty$  par  $B_{2n} = \frac{2}{\pi} \frac{1 \cdot 3 \dots 2n-1}{2 \cdot 4 \dots 2n} p$ . Ce sont cependant les coefficients de la série exponentielle de la fonction

$$p(x) = \frac{2}{\pi} \frac{p \cdot a}{\sqrt{a^2 - x^2}}. \quad (14)$$

Pour  $K = 0$  on a  $B_0 = p$  alors que tous les autres coefficients sont nuls. La charge répartie se trouve donc immédiatement sur le sol élastique-isotope.

Nous avons calculé les équations (13) pour  $K = \frac{\pi}{3}$ ,  $K = \frac{\pi}{10}$  et  $K = \frac{\pi}{30}$  et  $p = 1 \text{ kg/cm}^2$ . Les résultats sont représentés à la fig. 3. Aux bords, les contraintes sont infinies pour des rigidités différentes de zéro. L'exactitude de ces résultats peut être illustrée par le raisonnement suivant: Dans une plaque de rigidité infinie la déformée de la plaque est un plan. La ligne représentant la déformée de la surface du sol présente un angle aigu sur les bords. Si par contre

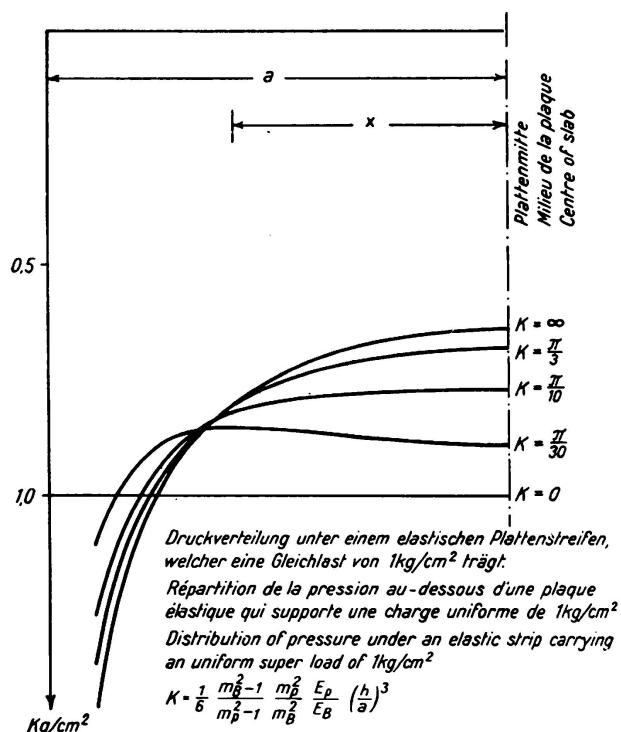


Fig. 3.

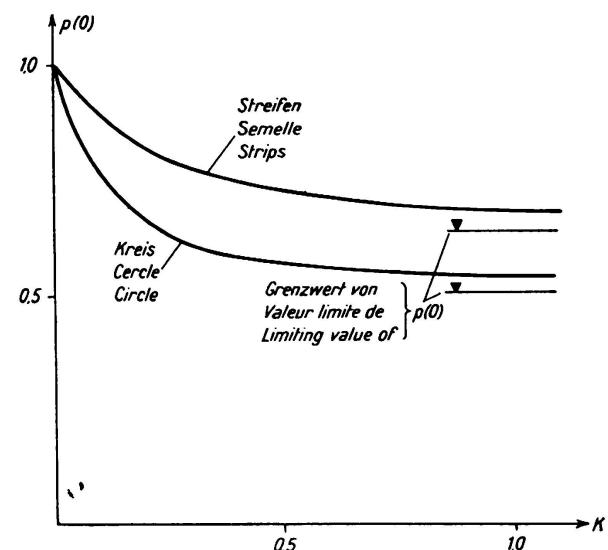


Fig. 4.

la plaque a une rigidité finie cet angle devient de moins en moins aigu sans cependant disparaître. Il en résulte que la pression aux bords devient également infinie — quoique plus lentement peut-être —. Si la plaque est soumise à une charge de  $p \text{ kg/cm}^2$ , au lieu de  $1 \text{ kg/cm}^2$ , les ordonnées des courbes représentées à la fig. 3 sont à multiplier par  $p$ . La résolution des équations 13 est assez laborieuse, car il est nécessaire de résoudre un grand nombre d'équations. A la fig. 4 nous avons représenté la valeur de la pression au milieu de la plaque en fonction de  $K$  pour la semelle et la plaque circulaire (16). Les courbes sont également valables pour  $1 \text{ kg/cm}^2$ . Pour la plaque circulaire et pour la semelle elles ont été calculées avec un coefficient de Poisson  $m = 4$ .

Boussinesq démontre dans son livre: Application des potentiels (Paris 1885), que la répartition des pressions sous une plaque circulaire absolument rigide s'obtient de la façon simple que voici: Imaginons que la charge agissant sur la plaque est uniformément répartie sur une demi-sphère dont le cercle de base

correspond au bord de la plaque, la projection sur la surface du sol de la charge ainsi répartie fournit la répartition cherchée des pressions. Monsieur *O. K. Fröhlich*, qui m'a proposé l'étude de ces questions, a transposé la construction de *Boussinesq* à la semelle rigide et a recommandé le contrôle pour un cas limite du calcul de la semelle élastique. Ainsi que le montre l'équation (14) la répartition des tensions pour la semelle rigide est justifiée par le procédé de *Boussinesq* employé pour le cas étudié.

### B i b l i o g r a p h i e.

- 1 *Winkler*: Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit, Prague 1867.
- 2 *Zimmermann*: Berechnung des Eisenbahnoberbaues. Berlin 1888.
- 3 *Fröhlich*: Berechnung von Fundamenten unter Berücksichtigung der Elastizität des Baugrundes. „Beton und Eisen“ 1913, fasc. 15 et 16.
- 4 *Hayashi*: Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage und ihre Anwendung auf den Tiefbau. Berlin 1921.
- 5 *Chwalla*: Die Stabilität eines elastisch gebetteten Druckstabes. Zeitschrift für angew. Math. 1927, fasc. 4.
- 6 *Schleicher*: Über Kreisplatten auf elastischer Unterlage. Berlin 1925. Nochmals Kreisplattenfundamente. „Beton und Eisen“ 1925, fasc. 12.
- 7 *Scheidig*: Nochmals Kreisplattenfundamente. „Beton und Eisen“ 1926, fasc. 6. Die Berechnungsgrundlagen durchgehender Fundamente und die neue Baugrundforschung. „Bautechnik“ 1931, fasc. 19.
- 8 *Wieghardt*: Über den Balken auf nachgiebiger Unterlage. „Zeitschrift für angew. Math.“ 1922.
- 9 *Prager*: Zur Theorie elastisch gelagerter Konstruktionen. „Zeitschrift für angew. Math.“ 1927, fasc. 5.
- 10 *Fröhlich*: Die Bemessung von Flachgründungen und die neuere Baugrundforschung. „Beton und Eisen“ 1935, fasc. 12.
- 11 *Melan*: Die Verteilung des Druckes durch eine elastische Schichte. „Österr. W. für den öffentl. Baudienst“ 1918, p. 394. Die Druckverteilung durch eine elastische Schichte. „Beton und Eisen“ 1919, fasc. 7/8. Der Spannungszustand der durch eine Einzelkraft im Innern beanspruchten Halbscheibe. „Zeitschrift für angew. Math.“ 1932, fasc. 6.
- 12 *Schleicher*: Zur Theorie des Baugrundes. „Bauingenieur“ 1926, p. 931 et 949.
- 13 *Fröhlich*: Druckverteilung im Baugrunde mit besonderer Berücksichtigung der plastischen Erscheinungen. Vienne 1934.
- 14 *Wolf*: Ausbreitung der Kraft in der Halbebene und im Halbraum bei anisotropem Material. „Zeitschrift für angew. Math.“ 1935, fasc. 5.
- 15 *Terzaghi et Fröhlich*: Theorie der Setzung von Tonschichten. Vienne et Leipzig 1936.
- 16 *Borowicka*: Influence of Rigidity of a Circular Foundation Slab on the Distribution of Pressures over the Contact Surface. Proceedings of the International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering 1936 Harvard University, Cambridge, Mass.

## VIII 4

Etude analytique des poutres sur sol élastique.<sup>1</sup>

Berechnung von Balken auf elastischer Bettung.<sup>1</sup>

Analysis of Bars on Elastic Foundation.<sup>1</sup>

M. Hetényi,

Ann Arbor, Michigan, U.S.A.

En adoptant l'hypothèse de *Winkler*, suivant laquelle les réactions réparties exercées par le sol sont proportionnelles en chaque point au fléchissement de la poutre au point considéré ( $p = Cy$ ), nous proposons deux méthodes d'analyse du problème. La première méthode est basée sur l'équation différentielle de la ligne élastique; nous l'appellerons «analyse exacte». Dans la seconde, la ligne élastique est représentée par des séries trigonométriques; nous la désignerons sous le nom d'«analyse approximative».

### I<sup>o</sup> — Analyse exacte.

Ainsi qu'on le sait, la solution de l'équation différentielle de la ligne élastique:

$$\frac{d^4y}{dx^4} + Ky = 0$$

prend une forme relativement simple lorsque la poutre est supposée infiniment longue. La question se complique lorsque l'on désire obtenir des solutions pour des poutres de longueurs finies. La méthode mathématique directe de détermination des constantes d'intégration à partir des conditions aux extrémités conduit à des expressions compliquées, ainsi que l'on peut le constater dans certains travaux. Nous nous proposons de montrer ici, qu'à partir de formules établies pour une poutre de longueur infinie et en faisant simplement intervenir le principe de la superposition, on peut obtenir une solution pour le cas d'une poutre de longueur finie.

A cet effet, nous soumettons à la charge donnée une poutre infiniment longue, puis aux points où il y a lieu de prévoir des extrémités effectives, nous appliquons certaines forces concentrées et certains moments qui créent en ces points des conditions d'extrémité. En procédant ainsi et au lieu de déterminer les constantes d'intégration à partir des conditions d'extrémité, nous créons précisément les conditions d'extrémité nécessaires, aux points envisagés, sur la barre de longueur infinie. Pour cette raison, nous désignerons les forces et les moments ainsi appliqués sous le nom de «*forces d'extrémité conditionnelles*».

<sup>1</sup> Extrait d'un rapport établi sous la direction du Professeur S. Timoshenko, à l'Université de Michigan, où l'auteur a été envoyé, de Budapest, Hongrie, sous les auspices de la société Jeremiah Smith.

Lorsqu'une force simple concentrée  $P$  agit en un point  $O$  sur la poutre de longueur infinie (fig. 1a), nous avons pour la partie qui se trouve à la droite du point  $O$  les expressions suivantes:

$$y = \frac{Ps}{2bk} A_{sx}; \quad y' = -\frac{Ps^2}{bk} B_{sx};$$

$$M = \frac{P}{4s} C_{sx}; \quad Q = -\frac{P}{2} D_{sx}.$$

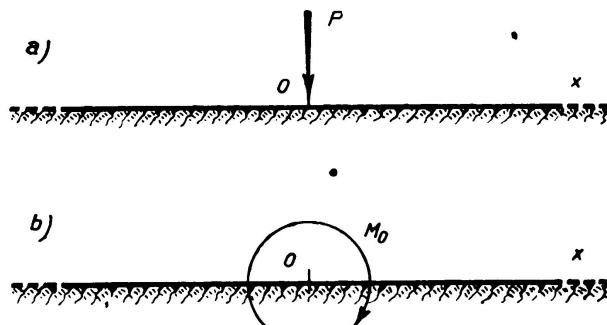


Fig. 1.

expressions dans lesquelles on désigne par:

$b$  la largeur de la poutre,  
 $k$  le module d'élasticité du sol en livres par pouce cube et dans lesquelles on a en outre:

$$s = \sqrt{\frac{bk}{4E}}$$

$$\left. \begin{array}{l} A_{sx} = e^{-sx} (\cos sx + \sin sx) \\ B_{sx} = e^{-sx} \sin sx \\ C_{sx} = e^{-sx} (\cos sx - \sin sx) \\ D_{sx} = e^{-sx} \cos sx \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Fonctions} \\ \text{caractéristiques} \\ \text{de Zimmermann} \end{array}$$

A la gauche du point  $O$ , on adoptera pour  $y'$  et pour  $Q$  des signes opposés. Pour un moment concentré  $M_o$  agissant en  $O$  (fig. 1b), nous avons du côté droit de la poutre les relations suivantes:

$$y = \frac{M_o s^2}{bk} B_{sx}; \quad y' = \frac{M_o s^3}{bk} C_{sx}; \quad M = \frac{M_o}{2} D_{sx}; \quad Q = -\frac{M_o s}{2} A_{sx}.$$

A partir des formules ci-dessus et par simple intégration, on peut obtenir des formules concernant le cas de charges réparties sur la poutre de longueur infinie.

Supposons maintenant qu'une poutre de longueur infinie soit soumise à quelques charges déterminées ( $P$  et  $q$ ), (fig. 2a) et proposons-nous de déduire de ce cas la solution du problème que pose une poutre de longueur finie comportant des extrémités libres en  $A$  et  $B$ .

En nous appuyant sur ce qui a déjà été établi, appliquons en  $A$  et en  $B$  des forces d'extrémité conditionnelles  $M_{OA}$ ,  $P_{OA}$ ,  $M_{OB}$ ,  $P_{OB}$  telles qu'elles annihilent les forces  $M_A$ ,  $Q_A$ ,  $M_B$  et  $Q_B$  qui se manifestent en ces points de la poutre infiniment longue sous l'influence de la charge prévue, créant ainsi en  $A$  et en  $B$  des conditions d'extrémités libres ( $M = 0$ ;  $Q = 0$ ).

Les quatre forces conditionnelles d'extrémité peuvent être déterminées à partir des quatre conditions d'extrémité; il est toutefois plus simple de transformer la charge initiale (fig. 2a) en composantes de charge d'une part symétriques (fig. 2b), d'autre part anti-symétriques (fig. 2c), de déterminer les forces d'extrémité conditionnelles séparément dans chaque cas, puis de les additionner ensemble. Nous obtenons ainsi, dans le cas de la symétrie (fig. 2b) et des extrémités libres, les relations suivantes:

$$P'_0 = 4 F'_I \{ Q'_A (1 + D_{sl}) + s M'_A (1 - A_{sl}) \}$$

$$M'_0 = -\frac{2}{s} F'_I \{ Q'_A (1 + C_{sl}) + 2 s M'_A (1 - D_{sl}) \}$$

et dans le cas de l'anti-symétrie (fig. 2c):

$$P''_0 = 4 F''_I \{ Q''_A (1 - D_{sl}) + s M''_A (1 + A_{sl}) \}$$

$$M''_0 = -\frac{2}{s} F''_I \{ Q''_A (1 - C_{sl}) + 2 s M''_A (1 + D_{sl}) \}$$

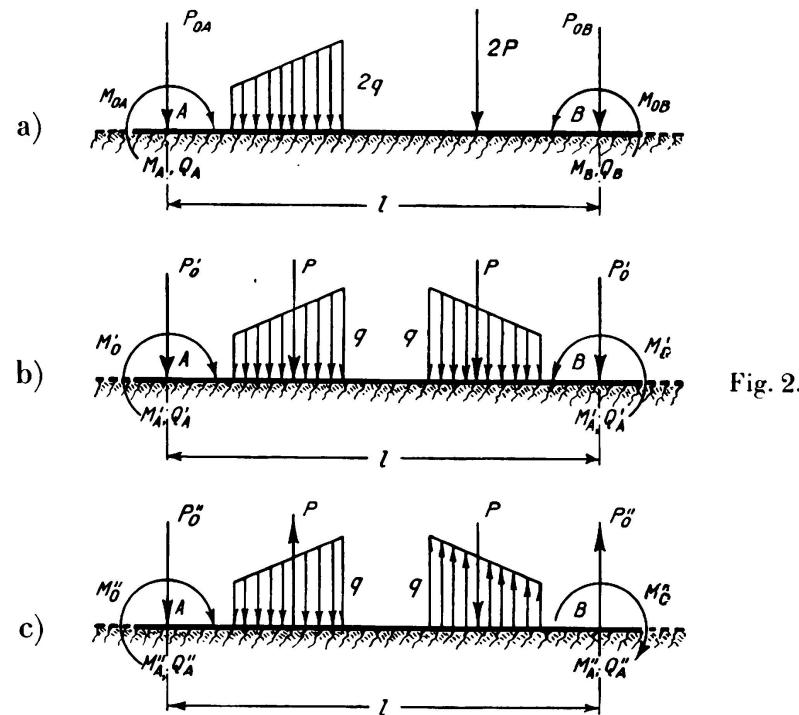


Fig. 2.

Dans les relations ci-dessus,  $M'_A$ ,  $Q'_A$ ,  $M''_A$  et  $Q''_A$  représentent les moments et efforts tranchants qui se manifestent en A respectivement à partir des composantes de charge symétriques et anti-symétriques; les symboles F représentent les fonctions indiquées sur la figure 3:

$$F'_I = \frac{1}{1 - e^{-2sl} + 2 e^{-sl} \sin sl}$$

$$F''_I = \frac{1}{1 - e^{-2sl} - 2 e^{-sl} \sin sl}$$

$$F'_{II} = \frac{1}{1 + e^{-2sl} + 2 e^{-sl} \cos sl}$$

$$F''_{II} = \frac{1}{1 + e^{-2sl} - 2 e^{-sl} \cos sl}$$

A l'aide de ces fonctions  $F$ , on peut obtenir des relations concernant les forces d'extrémité conditionnelles, pour des cas différents de ceux qui ont été exposés ci-dessus et qui comportent des extrémités libres. Toutefois, ces fonctions  $F$  se prêtent à d'autres applications que celles qui consistent à déterminer les forces d'extrémité conditionnelles. Par exemple, si une poutre de longueur  $l$  est soumise à une force concentrée  $P$  à l'extrémité A (fig. 4a), les déplacements et les rotations des extrémités peuvent être exprimés par les relations suivantes:

$$y_{A, B} = \frac{Ps}{bk} \left\{ \frac{F'_I}{F''_{II}} + \frac{F''_I}{F'_{II}} \right\}$$

$$\theta_{A, B} = - \frac{Ps^2}{bk} \left\{ \frac{F'_I}{F''_I} + \frac{F''_I}{F'_I} \right\}$$

Sous l'influence d'un moment  $M$  en A (fig. 4b), les déplacements et rotations des extrémités seront:

$$y_{A, B} = - \frac{Ms^2}{bk} \left\{ \frac{F'_I}{F''_I} + \frac{F''_I}{F'_I} \right\}$$

$$\theta_{A, B} = \frac{2Ms^3}{bk} \left\{ \frac{F'_I}{F''_{II}} + \frac{F''_I}{F'_{II}} \right\}$$

Dans le cas de supports simples aux extrémités (fig. 4c), les rotations des extrémités sous l'influence du moment  $M$  seront:

$$\theta_{A, B} = \pm \frac{Ms^3}{bk} \left[ \frac{F'_{II}}{F'_I} + \frac{F''_{II}}{F''_I} \right].$$

L'emploi complémentaire des fonctions  $F$  simplifie considérablement l'analyse des poutres continues et des poutres dont les sections ou les modules d'élasticité du sol varient par paliers:

Le même principe peut être appliqué lorsque la poutre est soumise non seulement à une charge transversale, mais également à des forces axiales et à des moments de torsion. Les flèches et leurs dérivées d'ordre supérieur seront toujours proportionnelles à la charge transversale, de telle sorte que l'on peut appliquer le principe de la superposition des forces d'extrémité conditionnelles. Cette question sera traitée d'une manière détaillée dans une étude ultérieure.<sup>2</sup>

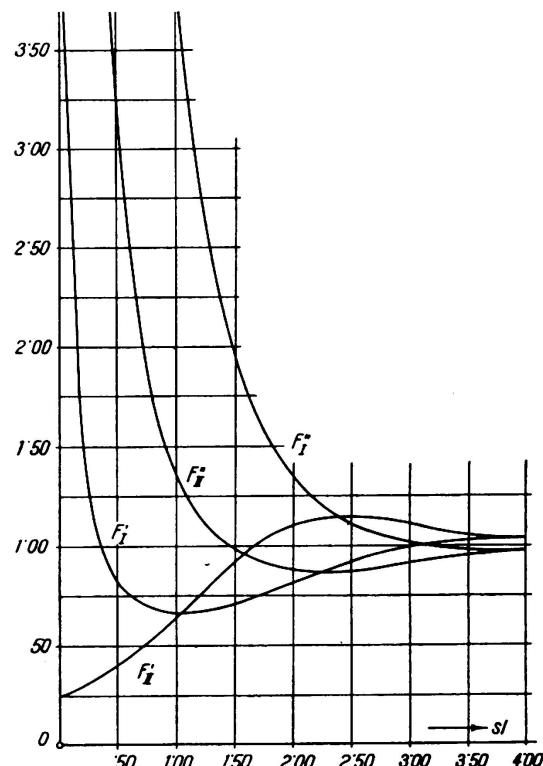


Fig. 3.

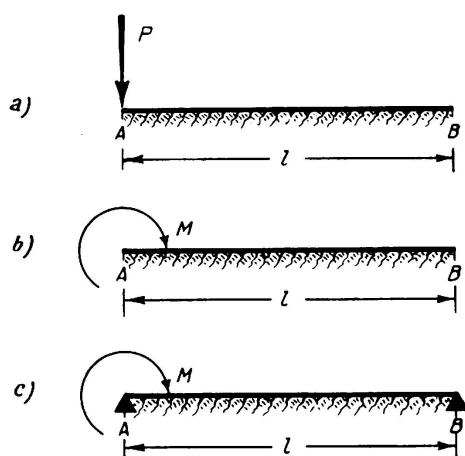


Fig. 4.

<sup>2</sup> Après avoir mis cette méthode au point, l'auteur a eu connaissance d'une étude russe due à M. H. V. Klischewitch; il a pu observer que l'auteur de cette étude appliquait les mêmes

II<sup>o</sup> — Analyse approximative.

Si l'on considère une poutre de longueur finie soumise à une force concentrée  $2P$  (fig. 5a), le fléchissement de cette poutre peut être considéré comme constitué par un déplacement vertical constant  $y_0$ , par une rotation angulaire  $\alpha$  et par les ordonnées de la ligne élastique  $A'B'$ , ces dernières pouvant être exprimées sous forme d'une série en sinus. Par suite, la déformation totale en un point quelconque situé à une distance  $x$  de l'extrémité de gauche peut s'écrire sous la forme :

$$y = y_0 + \alpha \left[ \frac{1}{2} - x \right] + \sum_{n=1,2,3..} a_n \sin \frac{n\pi x}{l}$$

Si la mise en charge initiale (fig. 5a) est décomposée en deux parties, l'une symétrique (fig. 5b), l'autre antisymétrique (fig. 5c), il n'y aura évidemment aucune rotation sur la première partie ( $\alpha = 0$ ) tandis que sur la seconde, il n'y

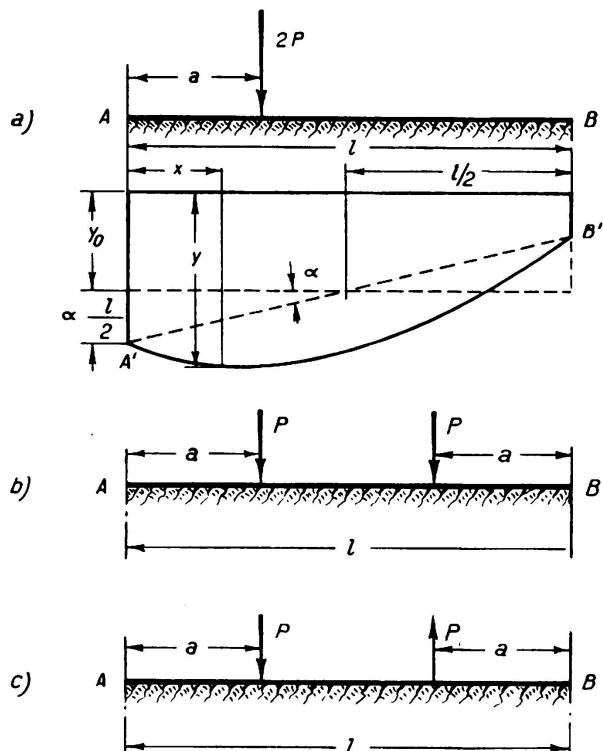


Fig. 5.

aura aucun déplacement vertical constant ( $y_0 = 0$ ). Si l'on considère les conditions d'équilibre et si l'on écrit l'égalité entre l'énergie de déformation de la barre et l'accroissement d'énergie potentielle dans le sol, on arrive aux résultats suivants :

Dans le cas de la symétrie (fig. 5b), la ligne élastique prend la forme suivante :

$$y = \frac{2P}{bkl} - \sum_{n=1,3,5..} a_n \left[ \frac{2}{n\pi} - \sin \frac{n\pi x}{l} \right]$$

où tout terme  $a_n$  peut être déterminé d'après la relation de corrélation :

$$2P \left\{ \sin \frac{n\pi a}{l} - \frac{2}{n\pi} \right\} = a_n \left\{ n^4 \frac{\pi^4 EJ}{2l^3} + \frac{1}{2} \right\} - \frac{4l^2 k}{\pi^4} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1,3,5..} \frac{1}{i} a_i$$

principes, à cette exception près que n'ayant pas transformé les charges en composantes symétriques et anti-symétriques, ses formules sont plus compliquées et qu'il s'est limité au cas de la poutre soumise uniquement à une charge transversale.

Dans le cas de l'anti-symétrie, l'expression de la ligne élastique prend la forme suivante :

$$y = \frac{12P(l-2a)}{bkl^3} \left( \frac{l}{2} - x \right) - \left[ \frac{12}{l\pi} \left( \frac{l}{2} - x \right) - 1 \right] \sum_{n=2,4,6\dots} a_n \sin \frac{n\pi x}{l}$$

expression dans laquelle les termes  $a_n$  peuvent être déterminés à partir de la relation suivante :

$$2P \left\{ \sin \frac{n\pi a}{l} - \frac{6}{n\pi l} (l-2a) \right\} = a_n \left( \frac{n^4 \pi^4 E J}{2l^3} - \frac{lbk}{2} \right) - \frac{12kl}{n\pi^2} \sum_{i=2,4,6\dots} \frac{1}{i} a_i$$

Quoique cette méthode soit désignée comme approximative, on peut réaliser tout degré d'approximation voulu, suivant le nombre des termes  $a$  que l'on fait intervenir.

Elle présente par ailleurs un avantage particulier sur la méthode précédente d'analyse exacte. Dans cette dernière, les dimensions de la poutre et le module d'élasticité du sol apparaissent sous forme de fonctions exponentielles et trigonométriques, de telle sorte qu'il est pratiquement impossible de trouver des expressions traduisant ces dimensions sous forme de quantités inconnues. Par contre, dans la méthode approximative, les quantités  $E$ ,  $I$ ,  $l$  et  $b$ ,  $k$  figurent séparément et peuvent être facilement déterminées. Ceci est tout particulièrement exact si l'on fait intervenir un seul terme de la série, auquel cas les expressions qui précèdent peuvent être utilisées comme formules pratiques de calcul.

Si nous considérons le cas d'une poutre simplement supportée aux extrémités, la ligne élastique peut être représentée sous forme d'une simple série de sinus de la forme :

$$y = \sum_{n=1,2,3\dots} a_n \sin \frac{n\pi x}{l}$$

Dans le cas de poutres ayant leurs extrémités encastrées, la ligne de déformation peut être écrite dans la forme approximative suivante :

$$y = \sum_{n=1,2,3\dots} \frac{1}{2} a_n \left( 1 - \cos \frac{2n\pi x}{l} \right)$$

Dans les deux cas, les termes  $a$  peuvent être déterminés d'après la condition du minimum d'énergie de déformation pour l'ensemble du système.

Cette méthode approximative peut être appliquée tout aussi bien lorsque la poutre est soumise non seulement à la charge transversale, mais aussi, en même temps, à des forces axiales. Les formules sont tout particulièrement applicables lorsque la poutre est relativement rigide ( $sl \leq \pi$ ). En pareils cas, le premier ou les deux premiers termes de la série sont généralement suffisants pour la détermination de la ligne élastique. Cette détermination étant faite, les courbes pour  $Q$  et  $M$  peuvent être déterminées par intégration, ce qui ne fera qu'augmenter la convergence des résultats.

Si la charge est divisée en plusieurs parties ou si la poutre est plus flexible, il est alors plus opportun d'adopter la méthode d'analyse exacte. Toutefois, si  $sl > 4$ , on peut en toute sécurité négliger la réaction exercée par les forces d'extrémité conditionnelles les unes sur les autres, ( $A_s = B_s = C_s = D_s = 0$ ). Si la longueur de la poutre est telle que la distance  $a$  entre la dernière charge et l'extrémité voisine ait une valeur telle que  $a > 4$ , on peut alors appliquer les formules simples pour la poutre de longueur infinie.

## VIII 5

L'étude des fondations et la mécanique du sol.

Untersuchungen über Gründungen und Bodenmechanik.

Research in Foundations and Soil Mechanics.

W. S. Housel,

Civil Engineering Department, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, USA.

### A. — Le développement moderne des essais de charge.

Depuis que les ingénieurs et les constructeurs témoignent d'un intérêt plus qu'occasionnel à l'aptitude du sol à supporter les charges des ouvrages, les essais de charge sont devenus la méthode la plus simple et la plus directe pour déterminer la résistance du sol. Autrefois, l'ignorance des exigences spéciales dont il faut tenir compte dans l'exécution des essais de charge et dans l'interprétation de leurs résultats, pour obtenir des renseignements utiles, a jeté un certain discrédit sur cette méthode. Aujourd'hui encore, ceux qui ne connaissent pas les derniers perfectionnements de ces essais peuvent les critiquer et les rejettent sans pouvoir leur reprocher autre chose que les erreurs dues à leur emploi imprudent.

Au cours de ces 10 ou 15 dernières années, l'emploi des essais de charge a réalisé de grands progrès en Europe et en Amérique, grâce aux travaux de quelques savants. Une série de principes parfaitement reconnus est aujourd'hui établie. Ces principes sont de la plus haute importance pour la pratique et ils démontrent l'erreur des premiers essais destinés à la détermination de la résistance du sol. On admet par exemple que la résistance du sol varie avec la forme et la grandeur de la surface portante. Il est donc évident qu'un essai effectué avec une seule surface portante de forme et de grandeur quelconques ne fournira pas des données suffisantes sur la résistance d'un terrain. Cette vérité indiscutable suffit à elle seule à infirmer la grande majorité des essais de charge effectués autrefois et un grand nombre de ceux effectués actuellement dans la pratique générale de construction. Il n'existe que relativement peu d'exemples de séries complètes d'essais de charge exécutés en tenant compte de ce premier principe.

Il existe en outre une série d'autres conditions que l'on doit étudier et exactement contrôler. Le mode d'application de la charge sur la surface portante et la mensuration des affaissements qui en résultent doivent être étudiés avec un soin beaucoup plus grand que cela se fait en général. Il faut soigneusement tenir compte du temps pour obtenir une relation exacte entre la charge et l'affaissement, sans influences dynamiques. La surface à charger doit être préparée, par

humidification ou séchage, sans troubler le sous-sol et sans modifier ses propriétés. Si les essais doivent être exécutés sans entraves, c'est-à-dire sans tenir compte de l'influence de la surcharge environnante, la fouille d'essai doit être suffisamment grande dans toutes les directions afin d'éliminer tout effet perturbateur. Lorsqu'au contraire les essais doivent tenir compte de la surcharge environnante il faut adopter des précautions spéciales en vue d'éviter un soulèvement du terrain autour de la surface portante. Si l'on néglige une des conditions qui influencent les essais, la valeur de ces derniers peut être réduite à zéro, il importe donc d'examiner avec soins chacun de ces détails.

Il n'est cependant pas difficile de satisfaire dans la pratique à toutes ces exigences et avec un peu d'expérience elles feront partie de la méthode d'essai. Les résultats acquis seront utilisables et leur interprétation conduira à des conclusions pratiques sur lesquelles on pourra se baser.

Le principal avantage des essais de charge réside dans le fait que le sol est étudié sur place, dans les conditions réelles auxquelles le soumettra l'ouvrage à ériger. De plus, la résistance est directement déterminée en tant que charge par unité de surface. De telles données ne requièrent pas une transposition par l'intermédiaire de formules impliquant des relations physiques complexes difficiles à concevoir et souvent contradictoires. Une série d'essais de charge fournit véritablement la résistance d'un sol car toutes les caractéristiques et propriétés qui, sous l'effet d'une charge peuvent influencer le comportement du sol, sont directement prises en considération.

Il faut reconnaître que les surfaces de charge sont beaucoup plus petites que les fondations qui supportent l'ouvrage, ce qui ne fait intervenir la résistance du sol que jusqu'à une profondeur relativement faible, probablement pas beaucoup plus grande que le diamètre de la surface portante. Lorsque la nature du sol varie fortement en profondeur, des essais complémentaires seront nécessaires; on en tient également compte dans la pratique. La partie du sous-sol influencée par la charge est un échantillon meilleur et plus vaste que celui que l'on pourrait étudier en laboratoire. On ne comprend par conséquent pas très bien les spécialistes de laboratoires qui voudraient rejeter l'essai de charge parce que trop petit pour fournir des résultats concluants alors qu'eux-mêmes ont une entière confiance en l'essai effectué sur des éprouvettes beaucoup plus petites transportées au laboratoire après avoir été enlevées du terrain hors de leurs conditions naturelles.

Les études sur la mécanique du sol et les fondations effectuées au cours de ces 9 dernières années à l'Université de Michigan, ont servi de base aux considérations générales que nous venons d'émettre sur les essais de charge. La plus grande partie du travail a été faite en relation avec des projets de grandes constructions et il était absolument nécessaire de fournir aux ingénieurs des données précises. Parallèlement aux essais effectués sur le chantier, nous avons exécuté des essais de laboratoire à l'aide de méthodes appropriées de la mécanique du sol; nous avons pu acquérir ainsi des résultats précieux et instructifs. Mais quelque intéressante qu'ait été l'étude de laboratoire il faut cependant dire que les valeurs pratiques exigées par l'ingénieur ont été obtenues par les essais faits sur place et que les études de laboratoire n'ont fourni que des données complémentaires. Dans ce qui suit nous exposerons aussi brièvement que possible la

méthode d'essai employée ainsi que les méthodes d'analyse et d'interprétation des essais de charge, telles qu'elles se sont développées au cours de ces investigations.

### I<sup>o</sup> — Méthode d'essai.

#### *Etude préliminaire.*

La première chose à faire pour étudier un sol d'une manière approfondie et sous les conditions réelles est d'étudier d'abord les questions posées par la construction projetée et d'aller sur place étudier les conditions du terrain de fondation. Cette investigation doit permettre de déterminer les propriétés générales du sol, l'existence des courants d'eau souterrains, la nécessité de plancher ou d'étayer la fouille ainsi que la possibilité d'effectuer sur le chantier des essais de charge. Cette investigation se fera par des forages qui, de toute façon, seront nécessaires dans la suite, ou par creusage d'une fouille qui pourra servir à l'exécution des essais de charge. Souvent on peut obtenir les données nécessaires au choix de la méthode d'essai à adopter dans le cas particulier en se basant sur l'expérience acquise dans d'autres travaux analogues et sur la connaissance générale des propriétés du sol.

Des échantillons de terrain prélevés avec précautions peuvent fournir à l'ingénieur expérimenté des renseignements assez exacts sur le genre du terrain, cependant le résultat d'une telle investigation visuelle ne permet pas de juger des propriétés physiques du matériau. Il est vrai que de nombreux ouvrages ont été érigés sur la base du résultat des essais de forage et que d'importantes décisions se sont appuyées sur ces essais, mais ce procédé doit être abandonné si l'on veut réaliser de vrais progrès dans l'étude scientifique des fondations. Les données fournies par les forages doivent être considérées comme provisoires jusqu'à ce que l'on ait étudié d'une façon plus approfondie les propriétés du terrain.

Pour établir un programme d'essais rationnel il faut connaître exactement l'ouvrage projeté et les propriétés générales du sol. L'estimation de la grandeur des charges, le type de construction, le fait que cette construction est rigide ou peut supporter sans dommages certains affaissements, la profondeur probable des fondations et la destination de l'ouvrage sont autant de facteurs qu'il faut connaître pour l'investigation projetée. La prise en considération de ces points de vue limitera à une ou quelques possibilités le choix du type de fondation ou la profondeur de cette fondation, possibilités qui doivent être soigneusement contrôlées par les renseignements fournis par des essais de charge exacts.

La profondeur à laquelle doivent se faire les essais peut être déterminée par l'étude d'échantillons prélevés sur les différentes couches de terrain, et ceci principalement lorsque le sol présente des différences évidentes aux différentes profondeurs. D'autre part, la profondeur peut être définitivement déterminée par les exigences de la construction projetée; la profondeur des fondations joue souvent un rôle beaucoup plus important que la résistance du sol au niveau de la fondation. Lorsque la hauteur à laquelle le sol doit être ausculté est déterminée, il faut vouer toute son attention à l'exécution des essais.

### *Appareils d'essai.*

Dans les essais que nous avons exécutés nous nous sommes servis de deux types d'appareils qui sont représentés aux deux figures suivantes:

La fig. 1 est une photographie de l'appareil de 60 t du type à balance, qui fut employé dans la plupart de nos essais.

La fig. 2 donne le schéma de cet appareil. Pour effectuer un essai on charge les plates-formes d'ancrage au moyen de barres de fer et la pression est transmise au sol de la façon indiquée sur la figure. On applique la charge dans la trémie et l'équilibre du fléau de la balance est établi par correction du contre-poids; le vérin est alors soulevé jusqu'à ce que le contact soit établi. L'augmentation de la charge est réalisée en versant une quantité d'eau déterminée dans le réservoir et en faisant agir le vérin de façon que le fléau de la balance soit horizontal. L'appareil est entièrement placé sur wagonnets et sur des voies Decauville, ce qui permet de le déplacer très facilement d'une fouille à l'autre.

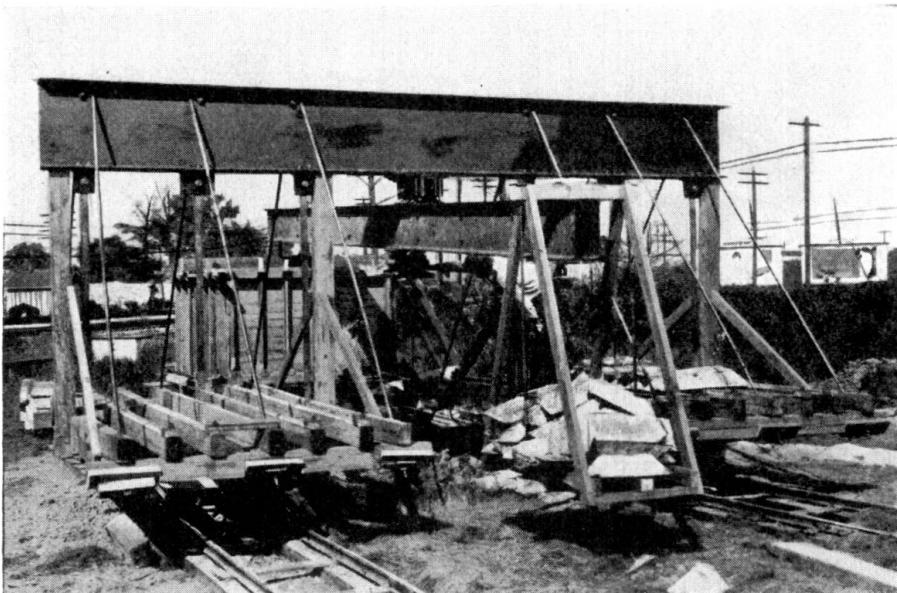


Fig. 1.  
Appareil d'essai de charge d'une puissance de 60 t.

Les affaissements sont enregistrés sur un papier à l'aide d'une aiguille (fig. 2). Les mouvements du poteau sont dessinés sur le papier et l'on obtient un diagramme continu des affaissements. Ce dispositif simple permet de déterminer rapidement et à chaque instant les affaissements et sa précision se monte à  $1/100$ ° de pouce. L'appareil que nous venons de décrire s'est révélé entièrement satisfaisant et remplit toutes les conditions pour fournir des valeurs utiles. Les augmentations de charge peuvent se faire rapidement et sans choc et grâce au système de fléau la charge appliquée est constante même au cours des affaissements. On peut déplacer l'appareil d'une fouille à l'autre sans nouveau montage et sans être obligé de décharger et de recharger les plates-formes d'ancrage. L'affaissement est donné avec précision à chaque instant de l'essai de charge ce qui permet de distinguer l'affaissement qui se produit immédiatement après

l'application de la charge de l'affaissement qui se produit durant un long espace de temps.

La fig. 3 donne une autre méthode d'exécution des essais de charge suivant laquelle la charge est appliquée au moyen d'un vérin hydraulique qui s'appuie

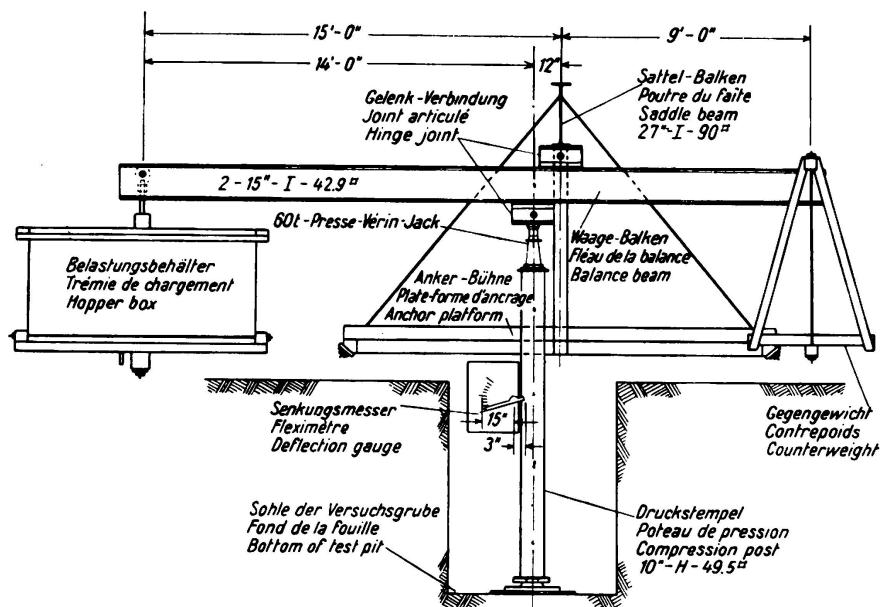


Fig. 2.  
Schéma de l'appareil de charge.

contre un réservoir ou une plate-forme chargée. Les accroissements de charge sont indiqués par un manomètre et les affaissements sont enregistrés au moyen

de l'instrument indiqué à la fig. 2 et dont nous venons de donner la description. Le chargement direct de la trémie s'est révélé assez satisfaisant cependant l'augmentation de la charge ne peut pas être appliquée avec la même précision que lors de l'emploi d'un fléau. Les manomètres que l'on trouve dans le commerce ne sont pas aussi sensibles qu'on le désirerait souvent et la charge appliquée oscille un peu même lorsque la pompe qui actionne le vérin travaille avec régularité. Malgré ces inconvénients, cette méthode fournit des résultats qui se trouvent entre des limites tout à fait admissibles pour la pratique.

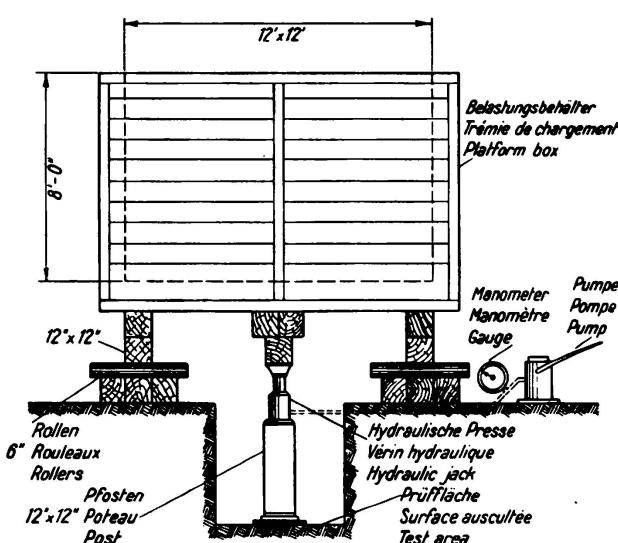


Fig. 3.

Essai de mise en charge d'un terrain à l'aide d'un vérin hydraulique.

La pratique ; elle peut donc très bien être employée lorsqu'on ne dispose pas de l'appareil à balance.

### Grandeur et forme de la surface portante.

La grandeur et la forme de la surface portante jouent un rôle de la plus haute importance dans cette méthode d'essai; dans les essais exécutés jusqu'à présent, cette surface variait de 1 à 9 pieds carrés. Nous avons effectué des essais avec des plaques de formes diverses et nous avons choisi la plaque ronde pour l'essai normal. L'influence de la forme de la plaque est représentée à la fig. 4 qui donne le diagramme des charges — affaissements pour 3 plaques de 4 pieds carrés de forme ronde, carrée et rectangulaire, où le rapport de la longueur à la largeur du rectangle se monte à 7:1.

Au cours des essais de charge nous avons remarqué que, sous l'effet des premiers degrés de charge, la concentration de pression le long du pourtour de la surface portante représente en général la plus grande partie de la résistance. Pour les plus hauts degrés de charge les plaques pénètrent dans le sol et l'on peut observer différentes surfaces de cession sur les bords, il en résulte une meilleure répartition de la résistance sur toute la surface portante.

L'importance relative de la résistance développée par le pourtour de la surface portante ainsi que de la résistance indépendante du pourtour peut parfaitement bien s'exprimer en fonction du rapport du périmètre à l'aire totale. Dans l'exemple que nous donnons, le rapport du périmètre à l'aire se monte à 1,77, 2,00 et 4,04 pour les surfaces ronde, carrée et rectangulaire. On peut constater que la charge correspondant à un affaissement donné est, dans les degrés inférieurs de charge, relativement plus grande pour une surface avec un grand rapport du périmètre à l'aire. Dans les degrés supérieurs de charge, la grandeur des résistances est inverse et l'on constate que les surfaces avec un rapport élevé du périmètre à l'aire supportent une charge relativement moins grande.

Cette variation de la résistance, qui dépend de la forme de la surface portante, doit être considérée comme un défaut des formes carrées et rectangulaires pour être en accord avec la répartition naturelle des tensions dans le sol. Dans un corps infiniment étendu et soumis à des forces agissant sur sa surface, les points de même tension se trouvent à des distances égales de la charge concentrée, c'est-à-dire que les courbes de tension sont circulaires dans les plans horizontaux. Une surface de charge circulaire engendre des compressions égales en tous les points de son pourtour, tandis que des surfaces carrées ou rectangulaires engendrent des surpressions dans les angles avant que les autres points du périmètre atteignent leur résistance maxima. On peut affirmer que pour les degrés inférieurs de charge, les plaques rectangulaires ont tendance à développer des surfaces d'influence qui correspondent au cercle circonscrit à la plaque. Pour les degrés supérieurs de charge la surface d'influence tendra vers le cercle inscrit car les surtensions dans les angles n'exercent plus d'influence sur la résistance.

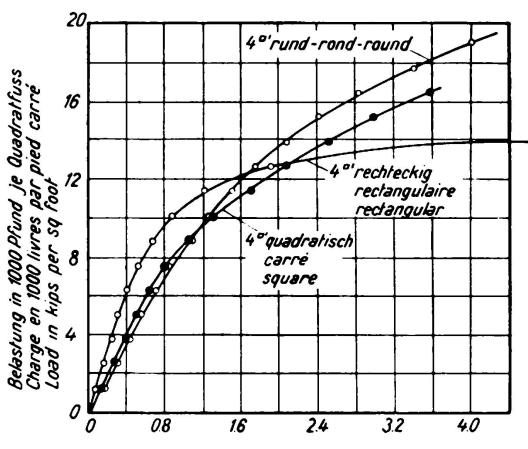


Fig. 4.  
Capacité de charge pour différentes formes de la surface de charge.

Lorsque l'on cherche à exprimer à l'aide de formules la résistance du sol en tenant compte de l'influence de la grandeur de la surface portante, il est important d'utiliser la même forme de plaque dans toutes les séries d'essais. On peut en outre recommander l'emploi des plaques circulaires car elles éliminent l'influence de la forme comme par ex. les pertes dues aux angles, pertes qui sont moins une fonction des propriétés du sol qu'un défaut dû à la méthode d'essai.

#### *Influence de la surcharge environnante.*

Le prochain point à considérer dans les essais est l'influence de la surcharge environnante. Lorsque les essais ont pour but la détermination de la résistance du sol sur la seule base de la cohésion, ils doivent être exécutés sur une surface parfaitement libre, sans aucune surcharge aux environs de la surface chargée. Cette condition est réalisée lorsque le diamètre de la fouille est au moins égal à trois fois le diamètre de la surface portante.

Les essais qui tiennent entièrement compte de la surcharge environnante doivent être effectués dans une fouille ayant exactement les dimensions de la surface portante. Dans les sols tendres il est nécessaire de battre un manchon ou un tuyau de même grandeur que la plaque de charge et d'exécuter l'essai au fond du tuyau. Les sols cohérents ont beaucoup moins tendance à se soulever et à recouvrir la plaque et l'effet de la surcharge statique peut être obtenu sans étayer les parois de la fouille.

Les investigations comprenant des essais avec et sans surcharge environnante, dans le but de déterminer l'influence de la surcharge, ont montré que la surcharge avait pour effet d'augmenter d'une valeur au moins égale à la surcharge la charge que peut supporter une surface portante donnée. On a d'autre part un surplus de résistance, à attribuer aux réactions qui agissent sur le pourtour; cet effet est cependant d'un ordre de grandeur assez faible. Dans les cas où des essais sans surcharge environnante doivent servir de base au calcul de fondations très profondes, la règle générale consistant à relever la pression que peut supporter le sol d'une valeur égale à la pression exercée par la surcharge, est une méthode qui s'est révélée excellente et qui peut se justifier tant théoriquement que par les essais. Cependant là où il est certain que les fondations de la construction projetée se trouveront en permanence sous l'action d'une surcharge environnante il est bon d'exécuter les essais d'une façon qui corresponde aux conditions exactes auxquelles sont soumises les fondations.

#### *Le facteur temps.*

Le facteur temps a une grande influence sur la méthode d'essai. Des investigations très complètes ont montré que pour des plaques de charge de la grandeur de celles employées dans les essais, il suffit de maintenir la charge constante durant une heure pour que l'affaissement mesuré corresponde, à une grandeur négligeable près, à l'affaissement total, pour autant que la charge se trouve au-dessous de la résistance-limite ou de la limite de cession du sol. Pour des charges qui dépassent la limite de cession, l'affaissement croît naturellement d'une façon continue; il est par conséquent important de maintenir l'intervalle de temps constant pour tous les accroissements de la charge et pour toutes les

grandeur de la surface portante. D'autre part, cette constance est de la plus haute importance dans la détermination de la variation de la résistance en fonction de la grandeur de la surface portante et par le fait même dans la détermination des tensions engendrées dans le sol.

#### *Mensurations de la charge et de l'affaissement.*

Au cours des essais, la charge sera augmentée en degrés suffisamment petits afin que l'on puisse déterminer une série de points du diagramme des charges-affaissements avant que ne soit atteinte la limite de cession. La grandeur de ces degrés de charge sera évaluée sur la base des investigations antérieures ou à l'aide d'un essai préliminaire.

Les affaissements sont enregistrés, ainsi que nous venons de l'exposer, immédiatement avant et après chaque application de force et en plus de cela à des intervalles de temps assez rapprochés avant chaque application d'une nouvelle charge. Le diagramme ainsi obtenu indique clairement le comportement du sol au cours de l'essai et permet à l'expérimentateur de déterminer le passage régulier au stade de l'affaissement continu.

#### II<sup>o</sup> — Interprétation des essais.

L'interprétation des résultats des essais dépend de quatre facteurs qui sont à observer dans les essais de charge. Ce sont: *le temps, la charge, l'affaissement et la grandeur de la surface portante.*

Les observations faites sur le chantier ont été faites de telle sorte que le facteur temps puisse être éliminé de l'interprétation des essais en ce sens que toutes les charges et tous les affaissements se rapportent aux mêmes intervalles de temps. On peut admettre que les affaissements mesurés, pour des charges qui se trouvent nettement au-dessous de la limite de cession, représentent l'affaissement total, indépendamment du temps, tandis que des charges situées au delà de la limite de cession fournissent une mesure de la vitesse d'affaissement pour une charge de grandeur donnée. Le but de notre investigation, qui tient compte des trois variables restantes, est de déterminer la charge pour laquelle on a un affaissement continu, tout en tenant compte des dimensions de la surface portante qui influencent les réactions et par le fait même la résistance.

#### *Diagrammes des temps-charges-affaissements.*

La première chose à faire dans l'interprétation des essais est de représenter pour chaque surface portante la relation qui existe entre le temps, la charge et l'affaissement, ceci afin de se donner une idée exacte du comportement du sol. La fig. 5 donne un diagramme typique des temps-charges-affaissements.

La charge et l'affaissement sont portés en abscisses et le temps en ordonnées. Le diagramme des temps-charges indique les étapes de l'application de la charge et le diagramme continu des temps-affaissements montre la façon dont s'est effectué l'affaissement total. Le diagramme des temps-charges-affaissements n'est qu'une représentation graphique des résultats des essais et n'est pas nécessaire à leur interprétation. Il donne cependant une idée claire des résultats des essais et constitue une base très précieuse. Les intervalles de temps durant lesquels

la charge a été maintenue constante sont de une heure et l'accroissement de l'affaissement pour chaque degré de charge est représenté sur le côté droit de la fig. 5 par un faisceau de courbes dans lequel l'affaissement est porté en fonction du temps pour les différentes charges. Les essais qui ont servi à l'établissement de cette figure ont été exécutés avec une plaque circulaire de 4 pieds carrés et représentent une des séries à trois essais utilisées pour l'analyse ci-dessous. Les affaissements sont pratiquement égaux pour les trois premiers degrés de charge de 3000, 6000 et 9000 livres par pied carré et ils donnent une relation linéaire entre la charge et l'affaissement, caractéristique d'un comportement élastique. Une grande partie de l'affaissement s'effectue au moment d'application de la charge et l'affaissement total est accompli après 20 minutes. Ces essais ont nettement fait ressortir les propriétés d'élasticité du sol et de même, le recul de 0,46 pouce, constaté à la fin de l'essai, indique un comportement

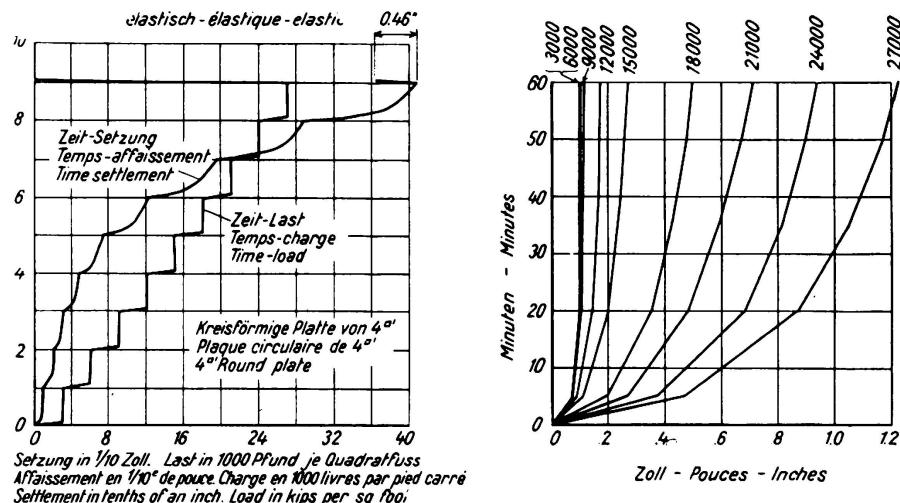


Fig. 5.  
Diagrammes des temps — charges — affaissements.

élastique. Après l'application d'une charge de 12 000 livres par pied carré, l'affaissement croît d'une façon continue durant tout l'intervalle de une heure, durant lequel la charge est maintenue constante. Chaque accroissement supplémentaire de la charge est caractérisé par un accroissement correspondant de l'affaissement. Ce diagramme des charges-affaissements permet de situer entre 9000 et 12 000 livres par pied carré la limite de résistance d'une surface portante de 4 pieds carrés. L'interprétation des résultats d'essais, que nous donnons plus tard, justifie cette conclusion et montre que la limite de résistance d'une surface portante de 4 pieds carrés se monte à 9630 livres par pied carré.

#### Diagrammes des charges-affaissements.

Le deuxième pas à faire dans l'interprétation des essais consiste à reporter l'affaissement total, mesuré pour chaque accroissement de la charge, en fonction de la charge en livres par pied carré et à éliminer le facteur temps. A la fig. 6 nous donnons une série de diagrammes non corrigés des charges-affaissements. La relation entre la charge et l'affaissement pour les premiers petits accroissements de la charge est portée à plus grande échelle à la fig. 6b. Il faut encore

effectuer deux corrections avant de pouvoir employer les résultats d'essai à la suite de l'analyse. Premièrement il faut tenir compte du fait que le poids de la plaque de charge, du poteau et de la presse représente un poids mort appliqué avant le relevé de toute mesure d'affaissement. Secondement il faut apporter une correction pour les affaissements initiaux anormaux afin que toutes les courbes se rapportent au même point de départ. Les affaissements initiaux anormaux résultent du fait qu'il est impossible d'obtenir un contact parfait entre la plaque et le sol avant l'application de la première charge. Ceci est tout spécialement le cas pour les grandes plaques où la pression résultant du poids mort est relativement faible. Pour les petites plaques le poids mort est suffisant pour établir un contact parfait entre la plaque et le sol avant l'application de la première charge.

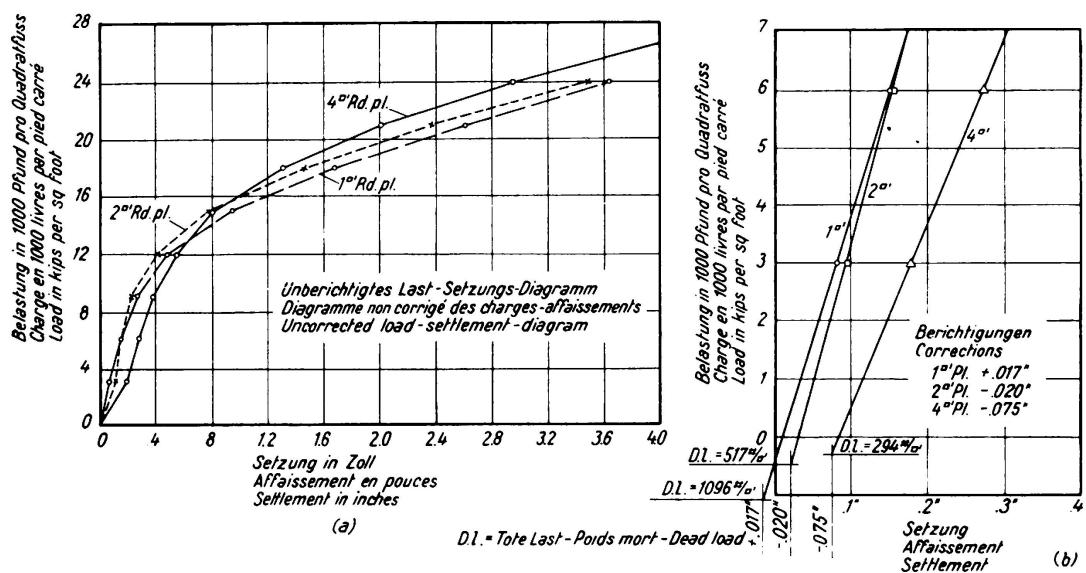


Fig. 6.

Diagramme non corrigé des charges-affaissements et corrections.

La correction due au poids mort s'effectue en ajoutant à l'affaissement mesuré une valeur proportionnelle à la pression engendrée par le poids mort et qui est à déterminer à l'aide de la meilleure relation linéaire entre la charge et l'affaissement, donnée par les premiers petits accroissements de la charge. L'affaissement initial anormal est déterminé par l'intersection des droites qui donnent le mieux la relation linéaire avec l'axe horizontal des affaissements; il faut le soustraire des affaissements mesurés. La correction totale est la somme des deux corrections partielles. Elle peut aussi être déterminée graphiquement en une seule fois, ainsi que l'indique la fig. 6 b, en prolongeant la ligne droite qui représente la relation entre la charge et l'affaissement au-dessous de l'axe horizontal d'une valeur qui correspond au poids mort. La correction totale est alors un affaissement qu'il faut ajouter ou soustraire pour que l'origine de la ligne tombe sur le zéro de l'affaissement.

Les diagrammes corrigés des charges-affaissements, représentés à la fig. 7, ont donc été établis en reportant l'affaissement corrigé par rapport à la charge totale, c'est-à-dire par rapport au poids mort et à la charge appliquée. Ces diagrammes donnent donc les résultats des essais qui doivent être employés

à la détermination des réactions produites par une variation de la charge pour des plaques de charge de différentes grandeurs et avec différents rapports du périmètre à l'aire totale.

*Relations de résistance.*

Pour déterminer la variation de la résistance par rapport à la grandeur de la surface portante on lit sur les diagrammes corrigés des charges-affaissements les charges correspondant aux différents affaissements. Une équation, exprimant cette variation, a été établie par la méthode statistique. L'interprétation d'une

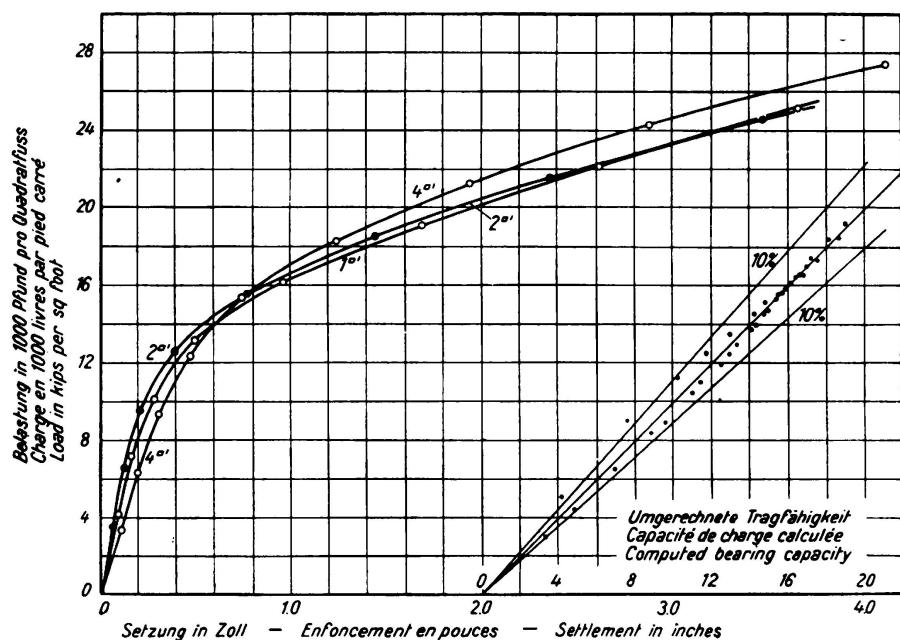


Fig. 7.

Diagrammes corrigés des charges-affaissements.

quinzaine de séries d'essais pour la détermination de la résistance a montré que le choix d'une relation linéaire entre la charge et le rapport du périmètre à l'aire concorde avec les résultats des essais.

Une telle équation linéaire a été établie sur le principe que la charge totale correspondant à une surface portante donnée peut être exprimée par l'action composée de deux réactions qui sont l'effort de cisaillement périmetrique et la pression de surface.

L'équation est la suivante:

$$W = mP + nA \quad (1)$$

où  $W$  = charge totale en livres

$m$  = effort de cisaillement en livres par pied du périmètre.

$n$  = pression de surface en livres par pied carré

$P$  = périmètre en pieds

$A$  = surface en pieds carrés.

La fig. 8 représente les conditions sous lesquelles se développent les réactions. La zone qui supporte la surface de charge est généralement désignée par cône de compression. Cette zone est elle-même composée d'une partie qui se trouve immédiatement au-dessous de la surface de charge, désignée sous le nom de prisme central. Une partie de la charge est transmise par cisaillement à la partie du cône de charge qui entoure le prisme central. L'accumulation de résistance au cisaillement, agissant sur le pourtour, engendre les réactions périphériques, désignées sous le nom d'effort de cisaillement périphérique. Jusqu'à présent, on n'a pas encore déterminé qu'elle était la variation de la résistance au cisaillement en fonction de la profondeur. C'est pourquoi dans notre équation nous avons introduit cette partie de la résistance sous forme d'une force concentrée sur le périmètre et nous l'avons exprimée en livres par pied courant.

Lorsque la charge croît, la résistance due au cisaillement périphérique ne suffit plus à supporter latéralement la force verticale et les charges supplémentaires seront supportées par le prisme central, sous forme de compression. Cette concentration de la charge sur le prisme central se prolongera jusqu'à ce que la résistance de ce prisme vis-à-vis des charges verticales soit détruite. Cette résistance a deux sources. Premièrement, la concentration verticale de la charge peut croître et être transmise vers le bas jusqu'à ce que la différence entre la pression verticale et la pression latérale dépasse la résistance du sol au cisaillement dans le plan incliné de l'effort de cisaillement maximum. Secondelement, on peut appliquer de nouvelles charges, sans que rupture se produise, aussi longtemps que la pression latérale exercée par la terre environnante sur le prisme central n'est pas dépassée. Ces différents facteurs sont réunis en une seule réaction, appelée pression développée, indépendante de la grandeur de la surface portante.

Dans la pratique, il est d'usage d'exprimer la résistance en livres par pied carré, il est donc préférable de transformer notre équation de la charge totale sous forme de pression moyenne appelée résistance. On peut obtenir cette équation en divisant par la surface portante les deux membres de l'équation de la charge totale, on a :

$$p = m \frac{P}{A} + n \quad (2)$$

Dans l'équation linéaire (2), utilisée pour l'interprétation des essais de charge, les réactions  $m$  et  $n$  sont inconnues et doivent être déterminées par résolution d'une série d'équations qui donnent en livres par pied carré les charges que peuvent supporter différentes surfaces portantes pour un affaissement de grandeur déterminée. Deux équations suffisent à la détermination des réactions  $m$

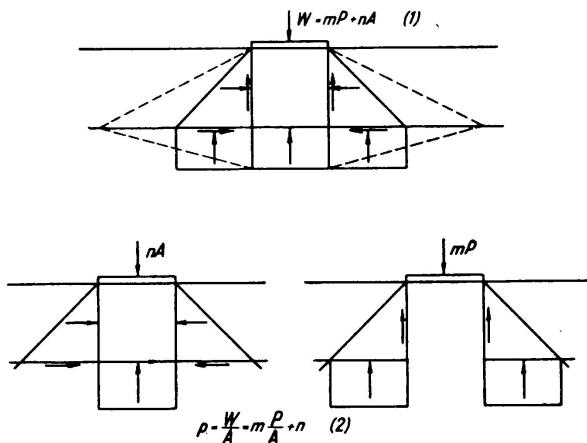


Fig. 8.  
Réactions fournissant l'équation linéaire de la capacité de charge.

et n. On a cependant constaté qu'il était bon d'étudier trois surfaces de charge ou même plus pour obtenir une bonne valeur moyenne pour ces facteurs. La variation des réactions pour toute la série des essais est déterminée par résolution d'une telle série d'équations pour différentes valeurs de l'affaissement.

A la fig. 9 nous donnons les valeurs des réactions m et n pour les séries d'essais qui comprennent les trois surfaces portantes données à la fig. 7. L'exactitude avec laquelle l'équation (2) reproduit les résultats des essais peut être déterminée par substitution des valeurs les plus vraisemblables de m et n et comparaison des résultats avec la charge effectivement mesurée par unité de surface pour chaque surface de charge. Une telle comparaison est donnée à la

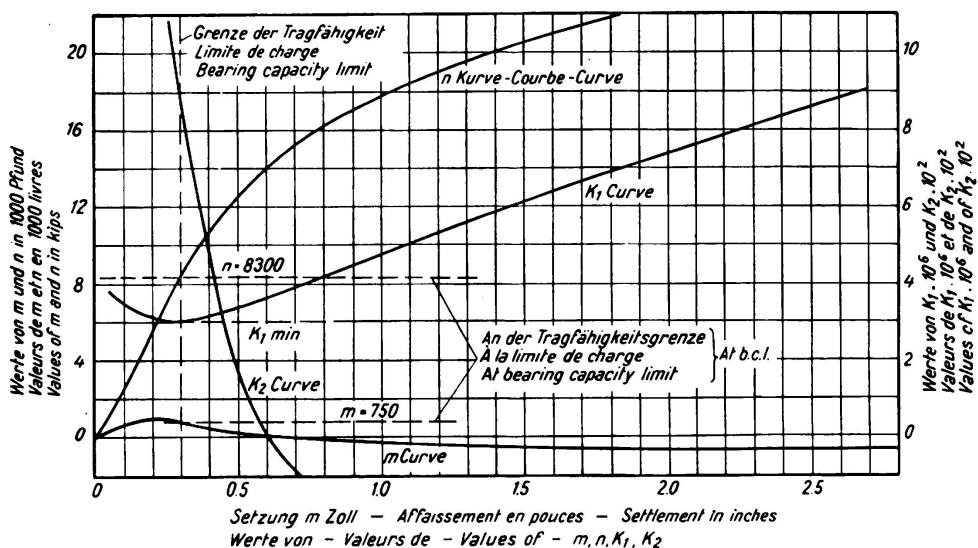


Fig. 9.  
Réactions et coefficients de résistance du sol.

fig. 7 où nous avons reporté les valeurs calculées de la résistance en regard des charges mesurées. A l'exception de quelques points situés dans le domaine des petites charges, la concordance entre l'équation et l'observation est bonne puisque l'écart ne dépasse pas 10 %; la validité de l'équation (2) à l'intérieur de l'exactitude des essais effectués suivant la méthode indiquée est ainsi démontrée.

#### Coefficients de résistance du sol.

Le but de toute interprétation des résultats d'essai des terrains est la détermination de la charge maxima qui peut être supportée sans affaissement excessif. Il suffit de considérer qu'il existe deux stades dans le comportement du sol, ce qui ressort des résultats des essais. Le premier stade est celui où le sol supporte la charge appliquée sans affaissement croissant ou excessif. Dans le deuxième stade le terrain est sollicité au delà de sa limite de cession, d'où affaissement continu et assez uniforme tant que les conditions de charge restent inchangées. On peut appeler *limite de résistance* le point de transition d'un stade à l'autre; la détermination de cette limite est le principal but des essais de charge et c'est vers ce but que tend l'interprétation des essais. Les courbes de m et de n données à la fig. 9 ne fournissent aucun critère pour la limite de résistance du sol. Pour

déterminer cette limite il est bien plutôt nécessaire de faire appel aux coefficients de résistance du sol  $K_1$  et  $K_2$  qui peuvent être tirés, ainsi que nous le montreront sous B, des valeurs d'affaissement mesurées:  $\Delta$ ,  $m$  et  $n$ ,  $K_1$  est la relation de l'affaissement à la pression développée, on peut le désigner par *coefficient d'affaissement* ( $K_1 = \frac{\Delta}{n}$ ). Ce coefficient correspond au module d'élasticité du sol, à la seule différence qu'il exprime l'affaissement total en tant que variation de volume dans le massif de terre limité par le cône de pression et non pas la déformation par unité de volume.  $K_2$  est le rapport du cisaillement périmetrique à la pression développée; on le désigne par *coefficient de réaction* ( $K_2 = \frac{m}{n}$ ). Il exprime la relation réciproque des deux réactions qui influencent la résistance.

La limite de résistance du sol est donc la valeur minima de  $K_1$  ou la valeur maxima de  $K_2$  suivant l'ordre dans lequel se développent les deux types de résistance. Pour un sol relativement très compressible la pression développée est faible pour les degrés inférieurs de charge et la plus grande partie de la charge appliquée est supportée par le cisaillement périmetrique. Lorsque l'affaissement croît et que la plaque de charge pénètre dans le sol, la pression développée croît et les valeurs de  $K_1$  décroissent, ainsi que le montre la fig. 9. Les valeurs décroissantes de  $K_1$  montrent que la pression développée croît plus rapidement que l'affaissement et indiquent une limite de résistance à laquelle la surface chargée est en équilibre lorsqu'aucune charge supplémentaire n'est appliquée. La valeur minima de  $K_1$  détermine la pression maxima développée dans les sols relativement très compressibles. La suite des valeurs croissantes de  $K_1$ , pour lesquelles l'affaissement croît plus rapidement que la pression développée montre que les affaissements ne croissent plus proportionnellement à l'accroissement de la résistance et caractérise le stade de l'affaissement continu. Les valeurs de  $K_2$  décroissent et ne présentent aucun retour critique dans leur comportement. La part de résistance qui revient au cisaillement périmetrique existait dans le premier stade de charge et, après qu'elle est complètement utilisée elle n'exerce plus aucune influence dans le stade des affaissements continus.

A la fig. 9, la limite de résistance pour la valeur minima de  $K_1$  correspond à un affaissement de 0,3 pouce où le cisaillement périmetrique  $m = 750$  livres par pied courant et où la pression développée se monte à  $n = 8300$  livres par pied carré. Comme exemple d'application des résultats d'essais de l'équation linéaire (2), nous calculerons la limite de résistance d'une plaque circulaire de 4 pieds carrés:

$$p = m \cdot \frac{P}{A} + n \quad (2)$$

$$\frac{P}{A} = 1,77 \quad m = 750 \quad n = 8300$$

$$p = 750 \cdot 1,77 + 8300 = 9630 \text{ livres/pied carré.}$$

Une autre série d'essais est représentée à la fig. 10, c'est un exemple dans lequel la valeur maxima de  $K_2$  détermine la limite de résistance. Dans ce cas, les essais de charge avec plaque circulaire ont été effectués sur le même sol

que les essais de l'exemple précédent, cependant une surcharge d'environ 1000 livres par pied carré agissait sur le sol environnant. La pression développée est montée jusqu'à 10000 livres par pied carré et le cisaillement périmetrique jusqu'à 2400 livres par pied courant; la limite de résistance correspondait à un affaissement un peu plus grand, de 0,45 pouce. La concordance entre les charges mesurées, en livres par pied carré et la résistance calculée à l'aide de l'équation linéaire est excellente.

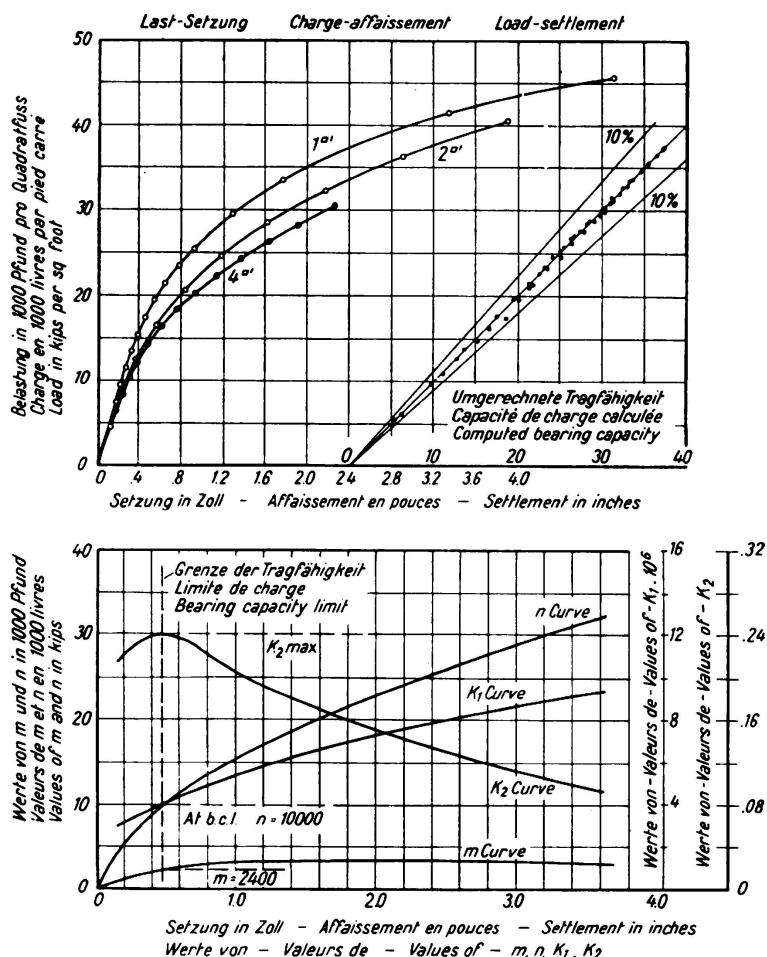


Fig. 10.

Coefficients de résistance pour sol incompressible.

Dans le cas d'un sol relativement peu compressible, pour lequel la résistance est grande par rapport à la variation de volume, la pression développée existe déjà de prime abord et l'effort de cisaillement périmetrique ne se développe que pour un accroissement de l'affaissement. Le résultat de ce renversement dans la succession du développement des réactions est que le coefficient d'affaissement  $K_1$  est plus grand pendant toute la durée de l'essai et l'on n'a aucune valeur critique. Le coefficient de réaction  $K_2$  croît par contre au cours du premier stade et atteint un maximum qui représente la charge maxima qui peut être transmise au sol par les efforts de cisaillement périmetrique. La valeur maxima de  $K_2$  est alors le critère de la limite de résistance.

### III<sup>o</sup> — Application pratique des résultats des essais de charge.

Les résultats des essais de charge peuvent directement servir à la détermination de la résistance d'une fondation projetée, grâce à l'application de l'équation (2) lorsque l'on admet un certain affaissement, ainsi que nous l'avons montré dans les exemples précédents.

Nous exposerons ci-dessous trois exemples où les essais de charge ont été employés de la manière indiquée et dans lesquels on a également observé les affaissements des ouvrages en service.

#### Passage sur voies de la rue Fort.

La fig. 11 montre les valeurs de  $m$ ,  $n$ ,  $K_1$  et  $K_2$  pour une série d'essais de charge effectués avec des plaques circulaires en tenant compte de la surcharge environnante; ces valeurs ont servi de base au projet de construction de six

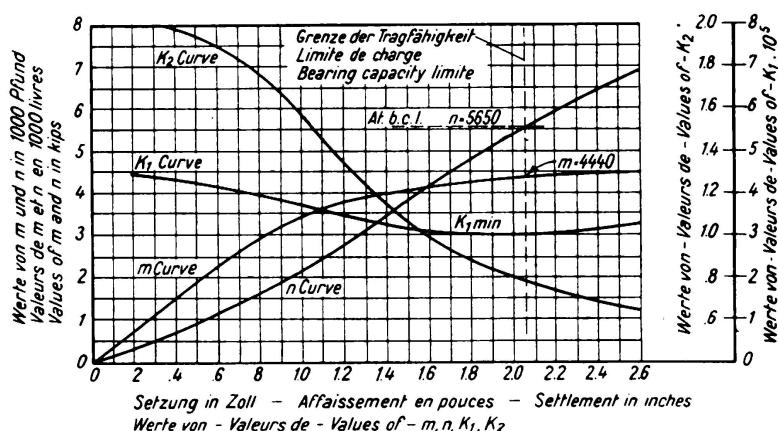


Fig. 11.

Résultats des essais de charge au passage sur voies de la rue Fort.

piliers pour un passage sur voies situé à Detroit (Michigan). Les valeurs données par l'essai de charge étaient les suivantes à la limite de résistance du sol:

affaissement  $\Delta = 2,05$  pouces,

effort de cisaillement périphérique  $m = 4440$  livres/pied,

pression développée  $n = 5650$  livres/pied carré.

Les piliers ont été projetés pour un affaissement d'un pouce sous l'action de la charge totale, c'est-à-dire pour le poids mort et la charge utile admise. Les affaissements ont été mesurés en trois points de chaque pilier. Une fois que tout le poids mort de la construction eut agi pendant trois mois sur les fondations, tout affaissement disparut et l'on ne put pas constater le moindre signe d'affaissement continu. Le tableau I donne une comparaison entre les affaissements réels et les affaissements calculés d'avance. Les valeurs de  $m$  et  $n$ , pour des affaissements de 1,0, 0,9 et 0,8 pouce ont été tirées des résultats des essais et la résistance a été calculée pour chaque pilier à l'aide de l'équation (2). On a déterminé l'affaissement probable pour le poids mort par interpolation entre les résistances calculées pour les affaissements admis.

Tableau I.

| Pilier              | Dimensions      |         | Surface      | Rapport | Pression verticale | Résistance pour des affaissements de |                          |                          |                     |                 |                     | Affaissements probables calculés par interpolation | Affaissements mesurés | Affaissements mesurés moyens |                         |
|---------------------|-----------------|---------|--------------|---------|--------------------|--------------------------------------|--------------------------|--------------------------|---------------------|-----------------|---------------------|--|-----------------------|------------------------------|-------------------------|
|                     | longueur        | largeur |              |         |                    | 1.0"                                 | 0.9"                     | 0.8"                     |                     |                 |                     |  |                       |                              |                         |
|                     | pieds           | pieds   |              |         |                    | $n = 2225$<br>$m = 3500$             | $n = 1940$<br>$m = 3270$ | $n = 1675$<br>$m = 2970$ |                     |                 |                     |  |                       |                              |                         |
|                     | pieds           | pieds   | pieds carrés | P/A     | livres/pied carré  | $m \frac{P}{A}$                      | $m \frac{P}{A} + n$      | $m \frac{P}{A}$          | $m \frac{P}{A} + n$ | $m \frac{P}{A}$ | $m \frac{P}{A} + n$ | pouces   | pieds                 | pieds                        | pieds                   |
| VIII 5 W. S. Housel | extrémité est   |         |              |         |                    |                                      |                          |                          |                     |                 |                     |  |                       |                              |                         |
|                     | 1 milieu        |         |              |         |                    |                                      |                          |                          |                     |                 |                     |  |                       |                              |                         |
|                     | extrémité ouest | 166     | 9            | 1494    | 0.234              | 2500                                 | 820                      | 3045                     | 765                 | 2705            | 700                 | 2375   | 0.84                  | 0.070                        | 0.061<br>0.980<br>0.060 |
|                     | extrémité est   |         |              |         |                    |                                      |                          |                          |                     |                 |                     |  |                       |                              |                         |
|                     | 2 milieu        |         |              |         |                    |                                      |                          |                          |                     |                 |                     |  |                       |                              |                         |
|                     | extrémité ouest | 166     | 9            | 1494    | 0.234              | 2380                                 | 820                      | 3045                     | 765                 | 2705            | 695                 | 2370   | 0.80                  | 0.067                        | 0.074<br>0.084<br>0.075 |
| 868                 | extrémité est   |         |              |         |                    |                                      |                          |                          |                     |                 |                     |  |                       |                              |                         |
|                     | 3 milieu        |         |              |         |                    |                                      |                          |                          |                     |                 |                     |  |                       |                              |                         |
|                     | extrémité ouest | 166     | 8            | 1328    | 0.262              | 2330                                 | 920                      | 3142                     | 860                 | 2800            | 775                 | 2450   | 0.76                  | 0.064                        | 0.074<br>0.078<br>0.066 |
|                     | extrémité est   |         |              |         |                    |                                      |                          |                          |                     |                 |                     |  |                       |                              |                         |
|                     | 4 milieu        |         |              |         |                    |                                      |                          |                          |                     |                 |                     |  |                       |                              |                         |
|                     | extrémité ouest | 166     | 7            | 1162    | 0.297              | 2350                                 | 1040                     | 3267                     | 975                 | 2915            | 885                 | 2560   | 0.74                  | 0.062                        | 0.083<br>0.072<br>0.084 |
| 868                 | extrémité est   |         |              |         |                    |                                      |                          |                          |                     |                 |                     |  |                       |                              |                         |
|                     | 5 milieu        |         |              |         |                    |                                      |                          |                          |                     |                 |                     |  |                       |                              |                         |
|                     | extrémité ouest | 150     | 9            | 1350    | 0.235              | 2550                                 | 825                      | 3050                     | 770                 | 2710            | 700                 | 2375   | 0.85                  | 0.071                        | 0.108<br>0.108<br>0.091 |
|                     | extrémité est   |         |              |         |                    |                                      |                          |                          |                     |                 |                     |  |                       |                              |                         |
|                     | 6 milieu        |         |              |         |                    |                                      |                          |                          |                     |                 |                     |  |                       |                              |                         |
|                     | extrémité ouest | 150     | 8            | 1200    | 0.263              | 2600                                 | 920                      | 3147                     | 860                 | 2800            | 780                 | 2455   | 0.84                  | 0.070                        | 0.073<br>0.082          |

La concordance entre l'affaissement des piliers et l'affaissement prévu en se basant sur les essais de charge est suffisamment exacte pour justifier la valeur des essais de charge bien exécutés. La seule discordance importante observée pour le pilier n° 5 est à attribuer principalement à des difficultés d'exécution, en effet, la fouille fut inondée par suite de fortes pluies. Aux environs immédiats des fondations, le sol fut perturbé et, avant le bétonnage, on a versé une couche de gros gravier au-dessous de la fondation. La tendance de l'argile à s'infiltrer dans les vides est probablement la cause du plus grand affaissement observé.

*Passage sur voies de la rue Miller.*

A la fig. 12 nous avons reporté les valeurs de  $m$ ,  $n$ ,  $K_1$  et  $K_2$  pour une série d'essais effectués par la Wayne County Road Commission en connexion avec la construction d'un important passage sur voies à la rue Miller à Détroit. Les

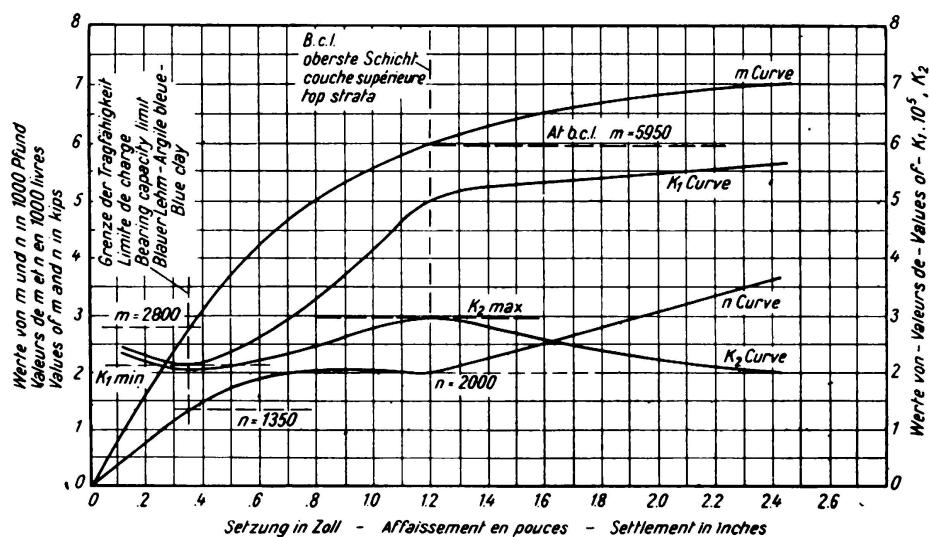


Fig. 12.

Résultats des essais de charge au passage sur voies de la rue Miller.

conditions du sol étaient quelque peu spéciales et elles étaient critiques pour l'exécution des grandes constructions projetées. Il a été nécessaire de construire les fondations des piliers sur une couche d'argile rouge de 18 pouces seulement; au-dessous de laquelle se trouvait une couche d'argile bleue très plastique s'étendant jusqu'à la profondeur de 100 pieds.

Les essais ont été effectués à la hauteur de la couche d'argile rouge dans l'espoir que l'action répartissante de cette couche de 18 pouces d'épaisseur suffirait à garantir l'appui de la charge appliquée. Les résultats de ces essais ont été très instructifs; ils ont indiqué deux limites de résistance, c'est-à-dire deux points critiques. La première limite de résistance critique est caractérisée par une faible valeur de  $K_1$  pour un affaissement de 0,35 pouce. La petite valeur de  $K_1$  ( $K_1 = \frac{\Delta}{n}$ ) représente la pression maxima que peut supporter le terrain sans

que l'on poussi observer un affaissement continu. Les valeurs de  $m$  et  $n$  sont respectivement 2800 livres/pied et 1350 livres/pied carré.

Lorsque l'on applique de nouvelles charges, la pression développée augmente très lentement et reste à peu près constante et égale à 2000 livres/pied carré pour une importante valeur de l'affaissement; elle présente plutôt même un certain recul. L'effort de cisaillement périmetrique présente en même temps un fort accroissement dû à la résistance au cisaillement de la couche supérieure d'argile rouge, ce qui fait ressortir l'excellente aptitude de la couche supérieure à répartir la charge sur la couche inférieure. Le point critique est caractérisé dans ce deuxième stade par un maximum de  $K_2$  ( $K_2 = \frac{m}{n}$ ). L'accroissement de la valeur de  $K_2$  est à attribuer au fait que  $m$  croît plus rapidement que  $n$ , ce qui montre la part de résistance qui revient à l'effort de cisaillement périmetrique. Le maximum de  $K_2$  et la décroissance des valeurs suivantes montrent que cette résistance est détruite et que la plaque de charge est arrivée au point où elle commence à pénétrer dans la couche supérieure.

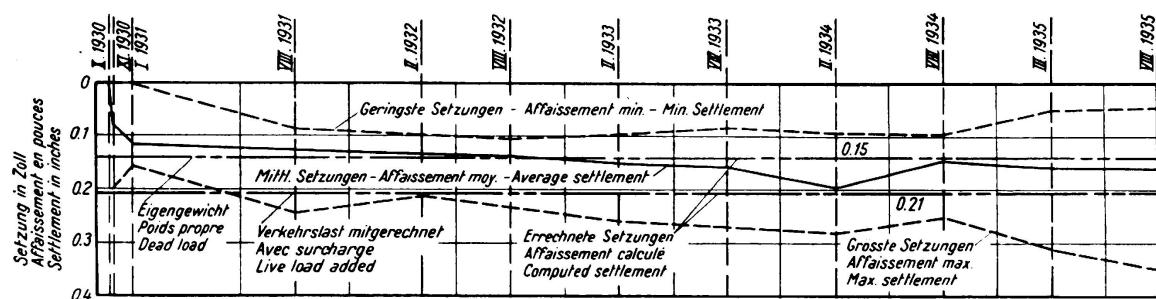


Fig. 13.

Affaissement des piliers du passage sur voies de la rue Miller.

Sur la base de ces essais on a construit 48 piliers avec semelles de fondation reposant sur la couche d'argile rouge et exerçant une pression totale de 1550 à 1700 livres/pied carré. On a mesuré les affaissements de quelques piliers après que les fondations des colonnes furent terminées. Les affaissements mesurés pour les nouvelles charges appliquées sont reportés à la fig. 13. Les affaissements prévus pour le poids mort et la charge utile sont également reportés. La bonne concordance entre les affaissements mesurés et les affaissements prévus pour le poids mort semble montrer que la charge utile n'a que peu d'influence sur l'affaissement. Nous avons également reporté l'affaissement moyen de tous les piliers et les affaissements maxima et minima des différents piliers. L'affaissement total moyen se monte actuellement à 0,16 pouce; il est un peu plus grand que l'affaissement de 0,15 pouce calculé pour le poids mort et un peu plus petit que l'affaissement calculé pour la charge totale.

Les affaissements observés au cours des quatre dernières années peuvent être négligés car ils ne se montent qu'à quelques centièmes de pouce; ils se trouvent donc dans les limites d'exactitude d'un niveling. D'autre part, les niveling reposent sur la moyenne d'un grand nombre d'observations et ils semblent

montrer une légère tendance à un accroissement des affaissements, ce qui est à attribuer à l'action de la charge utile. L'affaissement total auquel il faut s'attendre sous l'action des charges utiles admises dans le projet, se monte à 0,21 pouce.

### Réservoir du Nord-Ouest.

Le troisième exemple d'ouvrage dont les fondations ont été projetées sur la base des essais de charge est représenté à la fig. 14. Les fondations de ce réservoir d'une capacité de 2000000 de gallons ont été projetées d'après une série d'essais de charge exécutés par le Department of Water Supply de Détroit; ces essais sont donnés à la fig. 10. Le réservoir repose sur 20 colonnes uniformément réparties sur le pourtour. La fondation est une dalle annulaire de béton armé, de 21 pieds de largeur et 3 pieds d'épaisseur. Le diamètre extérieur de l'anneau

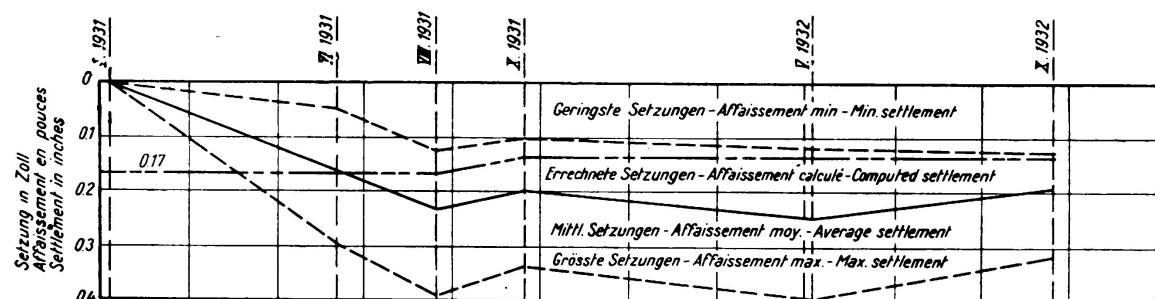


Fig. 14.

Affaissement des fondations du réservoir de Nord-Ouest.

est de 101,5 pieds et le rapport du périmètre à la surface est de 0,095. Les fondations exercent sur le sol une pression de 4600 livres/pied carré ce qui, suivant les résultats des essais de charge, devrait engendrer un affaissement d'environ 0,17 pouce.

A la fig. 14 nous avons comparé les résultats des mensurations de l'affaissement de la construction en service avec les affaissements prévus. L'affaissement est reporté sous forme de valeur moyenne des lectures faites aux 20 colonnes et nous avons également indiqué les maxima et minima des différentes lectures. La construction du réservoir fut terminée le 21 juin 1931 et le 19 août 1931 il était rempli. Le 20 octobre 1931 le réservoir n'était que partiellement rempli et on a pu observer un recul de l'affaissement total qui peut être considéré comme un recul élastique. La charge effective varie de temps en temps et dépend du remplissage; ces variations se reflètent dans les affaissements. L'affaissement total moyen jusqu'en octobre 1932 ne s'est monté qu'à 0,19 pouce et ne dépasse que de peu l'affaissement prévu. De 1932 à ce jour on n'a pu observer aucun nouvel affaissement. Le Department of Water Supply effectue chaque année des mesures d'affaissements sur tous les réservoirs et il n'a pu déterminer aucune variation dans la hauteur des fondations de cet ouvrage.

IV<sup>o</sup> — Conclusions.

Nous avons voulu montrer par ce mémoire que les essais de charge, lorsqu'ils sont bien exécutés et interprétés sur une base raisonnable, fournissent non seulement des conclusions utiles mais encore des valeurs que l'ingénieur peut directement employer pour la résolution de problèmes pratiques. Nous sommes d'avis que la science de la mécanique des terres doit développer et non pas empêcher la production d'instruments, de valeur vraiment pratique. Cette science ne doit pas non plus égarer le praticien par des théories compliquées de physique des terres. Lorsqu'on peut satisfaire à ces exigences, sans renoncer à une étude approfondie et aux principes de la mécanique des terres, il faut y recourir. Lorsque par contre ces exigences conduisent à des méthodes stupides, non basées sur un travail intellectuel, il ne vaut pas la peine de leur prêter attention.

Les problèmes de fondations ne peuvent pas être résolus par des formules de validité générale. Le grand nombre de facteurs qui interviennent dans la question et la variété des conditions rencontrées rendent nécessaire une étude spéciale de chaque problème. Même avec les méthodes d'essai les plus satisfaisantes et avec les théories les plus raisonnables d'interprétation des essais il est toujours nécessaire d'en étudier judicieusement l'application.

En ce qui concerne les essais de charge, leur application très instructive dans les exemples présentés, et dans d'autres cas encore, prouve clairement leur utilité; cette méthode a pu résister à toutes les critiques dirigées contre ses principes et son application. On a fait un sérieux effort pour développer cette méthode et ses bases en les simplifiant le plus possible sans cependant en sacrifier les principes. Cette méthode semble être actuellement la plus logique sur laquelle les spécialistes de la mécanique des terres et les ingénieurs constructeurs puissent se mettre d'accord.

## B. — Equation générale de l'affaissement d'une surface chargée.

Une équation générale représentant la relation entre l'affaissement, la grandeur de la surface portante et la charge a été obtenue par intégration de la déformation du sol à l'intérieur du cône de pression. A la fig. 15 nous avons représenté les relations sur lesquelles repose cette équation générale. Le problème comprend une surface portante finie, admise comme un carré de côté  $b$ . L'élargissement de la surface portante est représenté par la tangente  $r$  de l'angle de répartition. En admettant une répartition linéaire de la pression, la charge totale  $W$  se répartit à la profondeur  $h$  sur une surface dont la dimension des côtés est  $(b + 2rh)$ . Nous avons combiné une répartition rectangulaire avec une répartition triangulaire parce que c'est la représentation la plus satisfaisante de la répartition des pressions. La distribution latérale de la pression verticale peut être considérée comme un phénomène périométrique et cette méthode permet de séparer d'une manière appropriée les deux réactions différentes qui se développent. Si l'on admet cette répartition des pressions, la charge totale peut être représentée par une pression uniforme équivalente agissant sur une surface dont les côtés mesurent  $(b + rh)$  et dont la surface est  $(b + rh)$ .<sup>2</sup>

A une profondeur quelconque, située à la distance  $y$  de la surface, un élément d'épaisseur  $dy$  est soumis à une pression uniforme équivalente  $p_y$ . Le module de compressibilité  $I$  peut être défini comme la charge par unité de surface divisée par l'affaissement ou comme la déformation par unité d'épaisseur.

$$I = \frac{p_y}{d\Delta/dy} = \frac{W/(b+ry)^2}{d\Delta/dy}$$

$\Delta$  = affaissement total en pieds

$$d\Delta = I \frac{W dy}{(b+ry)^2}$$

$$\Delta = \int_0^h \frac{W dy}{I(b+ry)^2} = \frac{W}{I} \left[ -\frac{1}{r(b+ry)} \right]_0^h$$

$$\Delta = \frac{Wh}{I(b^2 + brh)} \quad (3a)$$

Exprimé par rapport à la résistance  $p$  et au rapport du périmètre à la surface

$$\Delta = \frac{pAh}{I \left( A + P \frac{rh}{4} \right)}$$

$$W = pA$$

$$P = 4b$$

$$A = b^2$$

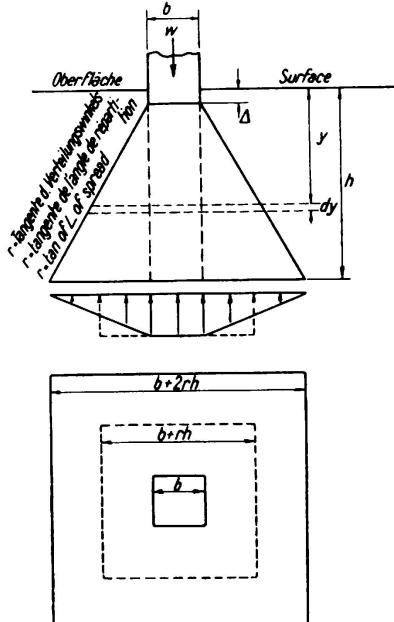


Fig. 15.

Distribution des pressions et des affaissements sous une surface chargée.

En introduisant

$$\frac{h}{I} = K_1 \quad \text{et} \quad \frac{rh}{4} = K_2$$

$$\Delta = \frac{K_1 p}{1 + K_2 \frac{P}{A}} \quad (3)$$

L'équation (3a) est une solution générale établie d'abord par *C. C. Williams*.<sup>1</sup> Sous cette forme elle est soumise à quelques restrictions car elle contient les grandeurs  $r$ ,  $h$  et  $I$  qui ne peuvent pas être mesurées directement dans la pratique. Il est nécessaire d'exprimer la relation générale de l'affaissement à l'aide de grandeurs qui peuvent être mesurées dans les essais. On peut le faire en introduisant les deux coefficients de résistance du sol  $K_1$  et  $K_2$  en utilisant l'équation (2) pour exprimer leur relation. L'équation (3) est une expression générale qui donne la relation entre l'affaissement, le rapport du périmètre à la surface et la résistance. Pour montrer la relation qui existe entre l'équation linéaire (2) et l'équation (3) il suffit de considérer l'affaissement

<sup>1</sup> *C. C. Williams*: The Science of Foundations — Its Present and Future, Trans. Am. Soc. of Civ. Eng., vol. 93, 1929, p. 309.

$\Delta$  comme constant et d'exprimer la résistance par le rapport du périmètre à la surface.

$$K_1 p = \Delta + \Delta K_2 \frac{P}{A}$$

$$p = \frac{\Delta K_2}{K_1} \frac{P}{A} + \frac{\Delta}{K_1}$$

$$p = m \frac{P}{A} + n \quad (2)$$

$$m = \frac{\Delta K_2}{K_1} \quad \text{et} \quad n = \frac{\Delta}{K_1}$$

$$K_1 = \frac{\Delta}{n} \quad \text{et} \quad K_2 = \frac{m}{n} \quad (\text{coefficients de résistance du sol}).$$

L'équation (3) ne contient que les deux coefficients  $K_1$  et  $K_2$  à part les variables: charge, affaissement et rapport périmètre-surface. L'équation (2) montre que les valeurs  $K_1$  et  $K_2$  sont exprimées en fonction de  $\Delta$ ,  $m$  et  $n$ , qui eux-mêmes peuvent être tirés des essais de résistance. Dans l'interprétation des essais,  $m$  et  $n$  ont été déterminés pour chaque affaissement donné et l'on constate que  $K_1$  et  $K_2$  sont constants pour les mêmes conditions. Les valeurs de  $m$  et  $n$  sont différentes pour différents types de sol et pour différents degrés de charge. Les coefficients  $K_1$  et  $K_2$  varieront également avec  $m$  et  $n$  et ils sont ainsi les coefficients qui expriment les propriétés essentielles du sol considéré; c'est en se basant sur les coefficients que l'on peut déterminer d'une façon définitive le comportement du sol pour différents degrés de charge.

## VIII 6

Etude géophysique basée sur les courbes wattmétriques obtenues dans l'essai de forage.

Bodenphysikalische Untersuchungen mit Hilfe von Bohrversuch-Wattkurven.

Geophysical Examination by Reference to Curves of Boring Wattage.

A. Pogány,

Ingenieur, Professor an der höheren Staats-Gewerbe-Schule, Kraków, Polen.

Deux méthodes permettent d'étudier les sols:

I<sup>o</sup> L'étude sur le terrain,

II<sup>o</sup> L'étude en laboratoire des éprouvettes de terre.

I<sup>o</sup> — *L'étude sur le terrain.*

L'étude la plus simple du terrain est certainement l'essai de charge qui, cependant, ne fournit pas des résultats sur lesquels on puisse entièrement se baser.<sup>1</sup> Contrairement à ce qui se passe en réalité, l'essai de charge ne dure que très peu de temps, la charge agit d'une manière tout-à-fait spéciale et la surface de charge a une forme et une grandeur tout-à-fait particulières. Les résultats acquis de la sorte ne sont pas directement valables pour la pratique<sup>2</sup> car il n'existe aucune loi simple de similitude pour les influences dont nous venons de parler. En outre, l'essai de charge ne livre qu'une constante de la géophysique qui, en général, ne suffit pas pour déterminer avec exactitude suffisante les phénomènes d'affaissement du sol. *Terzaghi*<sup>1)</sup> cite des cas où l'essai de charge donnait un affaissement de 1 cm alors que l'affaissement de la construction a atteint 1 m. L'essai de charge ne suffit donc pas pour estimer l'affaissement probable de l'ouvrage parce qu'il ne fournit pas des données assez précises.

Pour prévoir exactement les affaissements et les contraintes du sol il est nécessaire de déterminer plusieurs constantes géophysiques. Il est assez simple de prélever sur le chantier des éprouvettes de terre intactes et cela à toutes les profondeurs. A ce point de vue les essais de laboratoire présentent des inconvénients car les éprouvettes peuvent trop facilement être détériorées ou modifiées en cours de transport (humidité, pourcentage de pores, etc.).

Les méthodes les plus connues d'étude du terrain sur le chantier sont:

- 1° La méthode suédoise du cône,
- 2° La méthode de sondage par forage,
- 3° La méthode d'essai de *Kögler*,
- 4° La méthode d'essais dynamique de *Hertwig*.

1° La méthode du cône ne permet qu'un contrôle approximatif de la nature du sol et n'est utilisable que dans les terrains à structure très fine. Lorsque les grains sont gros, le cône cesse immédiatement de pénétrer.<sup>3</sup> Sur les grands chantiers on a essayé d'employer l'essai de compression sur éprouvettes placées dans un cylindre rigide. On utilise cette méthode pour comparer la résistance et la déformation d'éprouvettes prélevées à différents endroits et sur différentes couches. Ce procédé permet d'éviter les investigations coûteuses et compliquées mais elle ne convient pas aux investigations effectuées sur le chantier.

2° La méthode de sondage par forage<sup>4</sup> consiste à enfoncer dans le sol un foret hélicoïdal. La tige de sondage est soumise à une charge constante qui peut atteindre 100 kg. Cette méthode est une combinaison de l'essai de forage et de l'essai de charge. On mesure le nombre de tours, la grandeur de la charge et la pénétration. Le flambage et le fléchissement de la tige, ainsi l'obliquité de l'appareil, peuvent facilement être cause d'erreurs; cette méthode ne fournit donc aucun résultat satisfaisant et ne permet d'ailleurs qu'une investigation superficielle du sol. Par contre, cette méthode convient très bien au contrôle de la disposition des couches, à la détermination du degré d'humidité et de dégradation et à la détermination du niveau des eaux souterraines.

3° *Kögler* utilise deux appareils pour ses essais, une presse triangulaire avec sabots et un système en caoutchouc sous pression pneumatique. Pour les deux appareils, la pression est exercée dans le sens horizontal. Jusqu'à présent on ne connaît que mal la relation fonctionnelle entre les composantes verticales et horizontales.

4° La méthode dynamique de *Hertwig*<sup>5</sup> fournit un bien meilleur aperçu des conditions physiques du sol. On peut déterminer les nombreux coefficients en variant la fréquence et l'intensité. On peut exécuter les investigations dans toutes les directions et à toutes les profondeurs, ces essais embrassent donc une beaucoup plus grande partie du sol que les essais de charge statiques. L'emploi de cette méthode dans la pratique exige un grand nombre de résultats d'essais qui fait encore défaut à l'heure actuelle. L'hypothèse de *Hertwig* disant qu'il existe une relation fonctionnelle simple entre la constante élastique et l'affaissement (respectivement la résistance) doit être exacte. En outre, la méthode dynamique, pour autant qu'elle est exactement établie, fournit des résultats beaucoup plus exacts que la méthode statique car les déformations sont beaucoup plus grandes (80 fois plus grandes par exemple).

## II° *L'étude des échantillons au laboratoire.*

Pour effectuer des essais de laboratoire, il faut avant tout posséder des échantillons intacts du sol à étudier. Ces échantillons doivent provenir de tous les points et de toutes les profondeurs du sol de fondation dont il faut déterminer

les constantes physiques. Le travail à effectuer sur le chantier consiste donc à prélever systématiquement et précautionneusement des échantillons du sol, à faire une esquisse de la situation, des profils en long et en travers et à faire des trous et des forages pour déterminer l'épaisseur des couches et le niveau des eaux souterraines. La détermination des constantes physiques au laboratoire correspond à l'étude générale des matériaux dans les laboratoires d'essais.

Parmi les méthodes citées pour la détermination des constantes du sol, j'ai choisi l'essai de forage. On sait que dans l'étude des machines agricoles on a recherché la relation qui existe entre la forme des machines et les constantes du sol.<sup>6</sup> Dans mes investigations, j'ai attaché la plus grande importance à la détermination des constantes du sol, non seulement dans les couches supérieures, mais à toutes les profondeurs qui entrent en ligne de compte. L'appareil d'essai était une perceuse verticale à commande séparée à côté de laquelle était monté un tableau d'instruments de mesure transportable (voltmètre et ampèremètre avec wattmètre enregistreur) (fig. 1). La perceuse avait été construite pour travailler le métal; elle peut travailler à 40, 46 et 254 tours avec vitesse d'avancement de

$\frac{27,5}{254}$  et  $\frac{72}{254}$ . Nous avons employé

des forets à métaux cylindriques, de différents diamètres, des forets hélicoïdaux à travailler le bois et différents systèmes de forets pour la terre. Les essais de forage ont été exécutés partiellement sur le chantier et partiellement au laboratoire. Les échantillons non perturbés et placés dans des caisses de  $10 \times 10 \times 30$  cm ont été les suivants:

- échantillons naturels prélevés sur le chantier dans différents types de sols: sable (semé, secoué, sec, mouillé, soumis à différentes pressions), sable limoneux avec différents pourcentages de sable, différentes plasticités et soumis à différentes pressions.
- échantillons artificiels avec couches de sable et de limon.

Au cours du forage, le wattmètre enregistreur relève les courbes wattmétriques; les abscisses sont proportionnelles à la puissance utilisée, les ordonnées à l'avancement. Un grand nombre d'investigations nous a permis de tirer les conclusions suivantes:

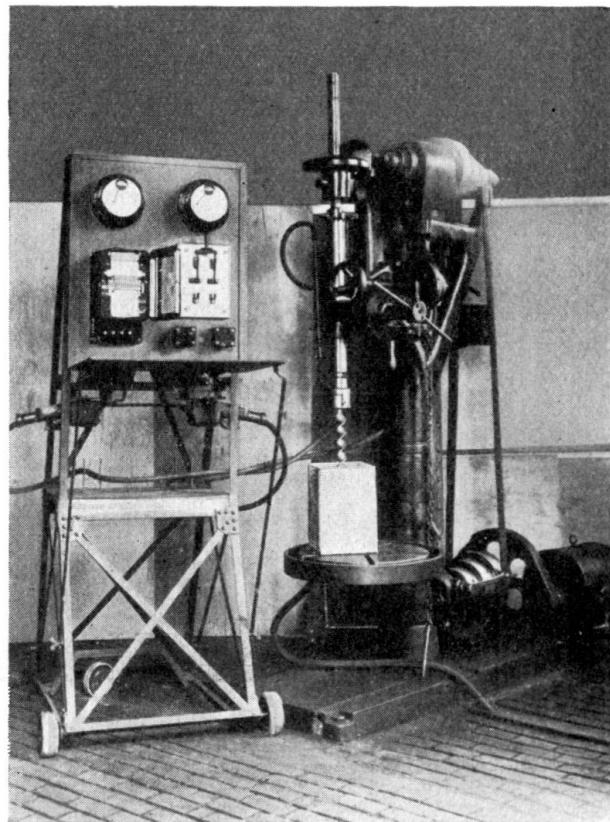


Fig. 1.

1. Chaque type de terrain présente, pour le même appareil de forage, le même nombre de tours et la même vitesse d'avancement, une courbe wattmétrique caractéristique, dépendant de l'humidité, respectivement de la plasticité de l'échantillon.
2. La variation de porosité modifie la courbe wattmétrique.
3. L'influence de la porosité et de la plasticité est plus grande pour un petit nombre de tours que pour un grand.
4. La variation de l'humidité joue un plus grand rôle avec les tarières à large spire qu'avec les forets hélicoïdaux et cylindriques.
5. Pour les sols sablonneux, la courbe wattmétrique est régulière avec les tarières à large spire, pour les sols plastiques elle croît fortement, d'une façon inversément proportionnelle au coefficient de plasticité (fig. 4).

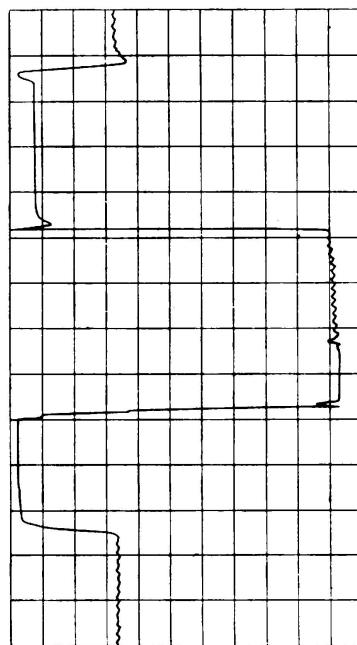


Fig. 2.

Diagramme wattmétrique d'un essai de forage dans un sol constitué de couches de densité et de porosité différentes.

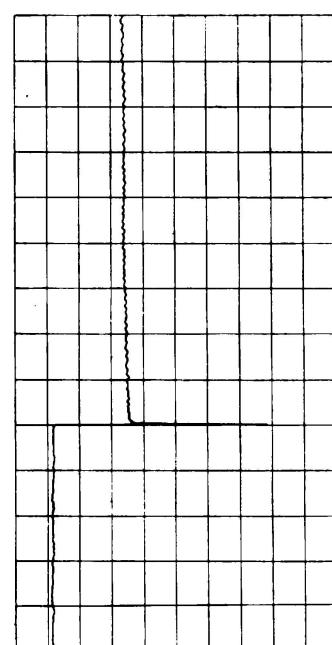


Fig. 3.

Diagramme wattmétrique d'un essai de forage dans un sol constitué de couches d'humidité différente.

6. La courbe wattmétrique donne avec d'autant plus d'exactitude les conditions locales que le foret est plus petit. Pour augmenter l'exactitude de l'investigation des conditions physiques, il suffit de construire de petits instruments de forage.
7. Plus le sol est uniforme et régulier, meilleurs seront les résultats obtenus (les erreurs sont fréquentes pour le gros sable et le gravier) (fig. 5 et 6).
8. Dans les investigations faites sur le chantier, il faut vouer toute son attention à la tige sur laquelle est fixé le foret. Pour atteindre de grandes profondeurs on a besoin d'une longue tige qui est soumise au danger

de flambage, ce qui fausse la position de la tarière. La courbe wattmétrique monte fortement dans ce cas et donne une fausse idée des conditions réelles.

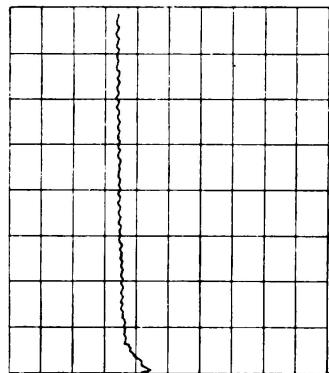


Fig. 4.

Diagramme wattmétrique d'un essai de forage avec tarière à large spire dans un sol limoneux.

9. Pour la détermination d'une constante physique donnée, il faut employer le foret le plus sensible à cette propriété physique. Il faut également choisir le nombre de tours et la vitesse d'avancement les plus appropriés. Ce n'est qu'un grand nombre d'essais qui permettra de déterminer le foret, le nombre de tours et la vitesse d'avancement qui fournissent les meilleurs résultats dans un cas donné. Les investigations faites par moi jusqu'à ce jour permettent cependant d'affirmer que certains types de forets sont très sensibles à certaines propriétés physiques alors que d'autres ne le sont pas du tout.

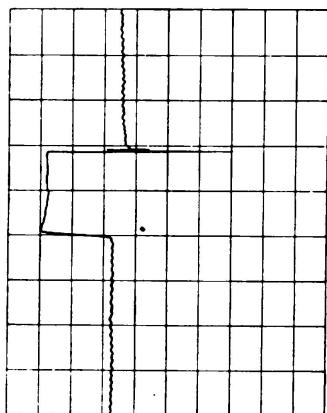


Fig. 5.

Diagramme wattmétrique d'un essai de forage dans un sol constitué de couches de limon, de tourbe et de sable.

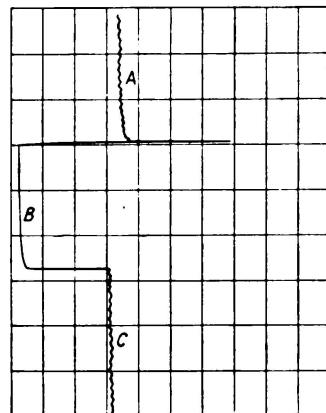


Fig. 6.

Diagramme wattmétrique.  
 A: sable artificiellement tassé.  
 B: sable artificiellement meuble,  
 C: sable à l'état naturel.

10. Pour éliminer des résultats des essais la faute due au frottement de la tige de forage il faudrait enlever la tarière après chaque essai, laisser tourner la tige seule, mesurer ainsi la courbe wattmétrique et tenir compte de ces valeurs dans l'analyse de la courbe wattmétrique fournie par l'essai de forage.

Mes investigations montrent clairement et sans équivoque que cette méthode convient très bien à la détermination sur le chantier des constantes physiques du sol. Pour obtenir une certaine base pour analyser avec sûreté suffisante les courbes wattmétriques de l'essai de forage il faut exécuter en laboratoire un grand nombre d'essais parallèles et il ne faut pas seulement contrôler les échantillons à l'aide de l'essai de forage mais encore à l'aide d'autres méthodes connues.

### Bibliographie.

- <sup>1</sup> Dr. Ing. *Karl von Terzaghi*: „Die Setzung der Fundamente und ihre Wirkung auf den Oberbau“. De Ingenieur 1935, Nos. 50 et 51, Bouw-en Waterbouwkunde 22 et 23.
- <sup>2</sup> *Aichhorn*: „Über die Zusammendrückung des Bodens infolge örtlicher Belastung“.
- <sup>3</sup> Dr. Ing. *W. Loos*: „Praktische Anwendung der Baugrundforschung“, p. 33.
- <sup>4</sup> Rapport de la Commission géotechnique des Chemins de fer de l'Etat suédois 1914—1922, p. 26—29.
- <sup>5</sup> *A. Hertwig*: „Die dynamische Bodenuntersuchung“, Bauingenieur 1931, fasc. 25/26.
- <sup>6</sup> *E. Wollny*: „Forschgn. Geb. Agrikult Phys.“ 20.50 1897/98, *E. Blank*: „Handbuch der Bodenlehre“ et Dr. Ing. *T. N. Gologurski*: „Die technolog. Prozesse bei der Bodenbearbeitung“ 1913.

## VIII 7

### Détermination expérimentale du coefficient de perméabilité.

Experimentelle Bestimmungen des Durchlässigkeit-Koeffizienten.

Experimental Determination of the Coefficient of Permeability.

M. Buisson,

Ingénieur E.P., Chef du Service de Contrôle des Constructions immobilières au Bureau Veritas, Paris.

La connaissance du coefficient de perméabilité est nécessaire dans tous les calculs relatifs à la vitesse des tassements, à l'écoulement liquide au travers des fondations des barrages, etc. . . .

Généralement, dans le cas des sols argileux, le coefficient de perméabilité est déterminé par deux méthodes dues à Mr le Professeur *Terzaghi*; la méthode directe, dans laquelle on utilise un montage spécial de l'eudomètre, et la méthode indirecte ainsi appelée parce que le coefficient  $K$  est déduit de l'observation de la courbe de tassement, à l'eudomètre également.

La méthode directe consiste à soumettre le sol une fois consolidé à une certaine pression hydrostatique produite par une colonne d'eau (de 50 cm environ de hauteur, et de section  $s$ ). Si  $H_1$  est la hauteur initiale de la colonne et  $H_2$  la hauteur au temps  $t$ ,  $2h$  la hauteur de l'échantillon dans l'eudomètre,  $S$  la section de l'eudomètre, le coefficient de perméabilité  $K_1$  est donné par la formule:

$$K_1 = \frac{2 sh}{S} \cdot \frac{1}{t} \cdot \text{Log. nép. } \frac{H_1}{H_2} \quad (1)$$

On effectue la correction de température pour ramener le coefficient à 10° centigrades.

La méthode indirecte consiste à observer la courbe de consolidation, à séparer sur cette courbe la partie voisine de l'origine pendant laquelle elle est une parabole. Si  $\Delta\epsilon$  est la variation d'indice des vides,  $\Delta z$  le tassement observé pendant le temps  $t$ , a le coefficient de compressibilité  $= \frac{\Delta\epsilon}{\Delta p}$ ,  $\Delta p$  la pression complémentaire appliquée après consolidation sous pression  $p_0$ , le coefficient  $K_2$  est donné par

$$K_2 = \frac{\Delta z^2}{4 \cdot \Delta p^2 \cdot a t} = \frac{\Delta z^2}{4 \cdot \Delta p \cdot \Delta \epsilon \cdot t} \quad (2)$$

Quelques difficultés sont rencontrées dans la méthode indirecte: On résoud facilement certaines d'entre elles: par exemple on observe souvent un affaissement fini instantané après quoi la courbe d'affaissement prend l'allure parabolique.

Il est facile de déterminer le sommet de la parabole par la méthode classique. On peut aussi en portant en ordonnées le carré des affaissements et en abscisses les temps, obtenir une droite ayant une certaine inclinaison. Par contre, dans certains cas, la courbe relevée n'est pas une parabole ou une droite suivant l'échelle d'ordonnées et alors la méthode ne peut donner une certaine approximation que si  $t$  est assez faible; mais la méthode manque alors de précision.

La comparaison des résultats obtenus par les formules 1 et 2 fait apparaître de très importantes différences entre  $K_1$  et  $K_2$  lorsque, et c'est souvent le cas, on se borne à observer  $H_2$  au bout d'un certain temps  $t$ , déterminé uniquement par la possibilité de faire une lecture précise.

#### *Causes des divergences observées. --*

Elles résultent de deux faits:

1<sup>o</sup> La formule 1 est basée sur la loi de Darcy qui suppose un régime permanent dans toute l'épaisseur du sol. Or, en général la mesure de  $H_2$  est effectuée alors que le régime permanent n'est pas établi. En effet, l'augmentation brutale de pression de 0 à  $H_1$  se transmet entièrement à l'eau de l'échantillon. Mais comme la pression ne peut que rester nulle à la partie supérieure, il s'ensuit qu'au bout d'un temps très petit, le gradient hydraulique entre l'eau de l'argile (à la pression  $H_1$ ) et l'eau extérieure (à la pression 0) est très grand. Par la suite, la pente hydraulique tend à décroître lentement suivant le processus indiqué à la figure 1.

Au début de l'opération, la vitesse de l'eau est donc plus grande qu'à la fin, et la perméabilité apparente est donc plus grande.

Soit  $q$  la quantité d'eau ayant traversé la surface de l'argile au temps  $t$  (cette quantité est la même à la face inférieure et à la face supérieure; d'ailleurs aucun gonflement n'est constaté).

Soit  $\epsilon$  l'indice des vides;  $H_1$ , la pression appliquée que nous considérerons comme constante dans l'opération, si  $\gamma$  est la densité de l'eau,  $K$  le coefficient de perméabilité  $c$ , le coefficient

de consolidation =  $\frac{K}{\gamma a (1 + \epsilon)}$   $a$  le coefficient de compressibilité égal à  $\frac{d\epsilon}{dp}$ ,  
2 $h$  la hauteur de l'échantillon.

La vitesse de passage soit  $\frac{dq}{dt}$  est donnée par la série de Fourier suivante:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{K}{\gamma} \cdot \frac{H_1}{h} \left( \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{\pi^2 cn^2 t}{4h^2}} \right).$$

elle tend vers la valeur limite du régime permanent

$$\frac{K}{\gamma} \cdot \frac{H_1}{2h}$$

qui résulte de la loi de Darcy, pour  $t$  infini.

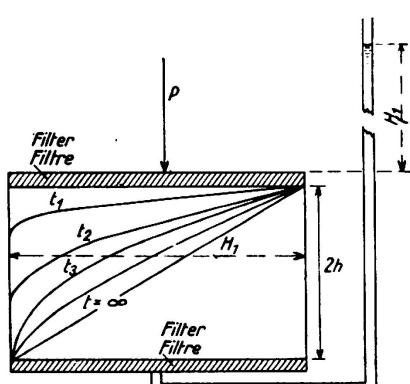


Fig. 1.

Distribution des pressions hydrauliques à l'intérieur d'une couche d'argile de  $t = 0$  à  $t = \infty$ .

Il est facile de voir que, dans le cas d'argiles dont le coefficient de consolidation  $c$  est souvent de l'ordre de  $10^{-3}$  le régime n'est pratiquement établi que 24 heures environ après le début de l'essai.

Les mesures effectuées en ne tenant pas compte de cette considération sont donc entachées d'une erreur qui est d'autant plus importante que la pression hydraulique est elle-même importante, car les valeurs déterminées par la formule (1) augmentent beaucoup avec  $H_1$ . Ce qui précède justifie dans une certaine mesure la méthode indiquée primitivement par Mr le Professeur *Terzaghi*; la pression hydraulique était en effet de 50 gr/cm<sup>2</sup>; de ce fait les écarts ne sont pas très considérables entre les coefficients obtenus, lorsque  $t$  varie. En effet, pour obtenir une lecture suffisamment précise, étant donné la faible quantité d'eau pénétrant dans le sol, on est alors obligé d'attendre assez longtemps de telle sorte que le régime est sensiblement établi au moment de la lecture. Par contre l'erreur devient très considérable dès que la pression hydraulique est augmentée, ce qui a été fait par certains expérimentateurs pour réduire la durée de l'essai. Les figures 2 et 3 montrent comment varie le coefficient  $K$  calculé suivant la formule (1) en fonction du temps et en fonction des pressions hydrauliques  $H_1$ . Elles montrent que la durée d'établissement du régime est sensiblement la même quelle que soit la pression hydraulique.

Si on veut conduire l'opération plus rapidement, ce qui nécessite une pression hydraulique plus forte pour obtenir une lecture précise on peut utiliser l'intégrale de Cauchy: elle donne un résultat pratiquement exact tant que  $\frac{c\pi^2t}{4h^2} < \frac{1}{10}$ . Avec  $c = 10^{-3}$   $t$  doit être inférieur à 40 minutes. En partant de cette intégrale on démontre que la quantité d'eau ayant pénétré dans le sol est donnée par la formule:

$$q = \frac{2SK_3H_1\sqrt{t}}{\gamma\sqrt{\pi c}}$$

D'où  $K_3 \frac{\pi q^2 \gamma}{4aS^2H_1^2t(1+\varepsilon)}$  puisque  $c = \frac{K_3}{\gamma a(1+\varepsilon)}$  (3)

Cette formule ne contient plus  $2h$  puisqu'on se place avec l'intégrale de Cauchy dans des conditions telles que l'épaisseur n'intervient pas. Puisque  $q = s(H_1 - H_2)$  on en déduit  $K_3 = \frac{\pi s^2 (H_1 - H_2)^2 \gamma}{4aS^2H_1^2(1+\varepsilon)}$ .

Les comparaisons effectuées montrent que cette méthode ne donne pas de bons résultats car les échantillons ont toujours une épaisseur trop faible.

Plusieurs faits semblent cependant établis: La durée pratique d'établissement du régime est d'autant plus longue que le coefficient de perméabilité est plus faible (cette durée est pratiquement de 1 à 2 heures lorsque  $K$  est de l'ordre de  $10^{-6}$  cm/min et de un jour lorsque  $K$  est de l'ordre de  $10^{-7}$  cm/min. Le coefficient de perméabilité trouvé au début de l'essai est souvent plus de 10 fois plus grand que le coefficient final et ceci est naturel, d'après ce que nous avons vu plus haut. Certains pensent pouvoir attribuer ce phénomène au colmatage.

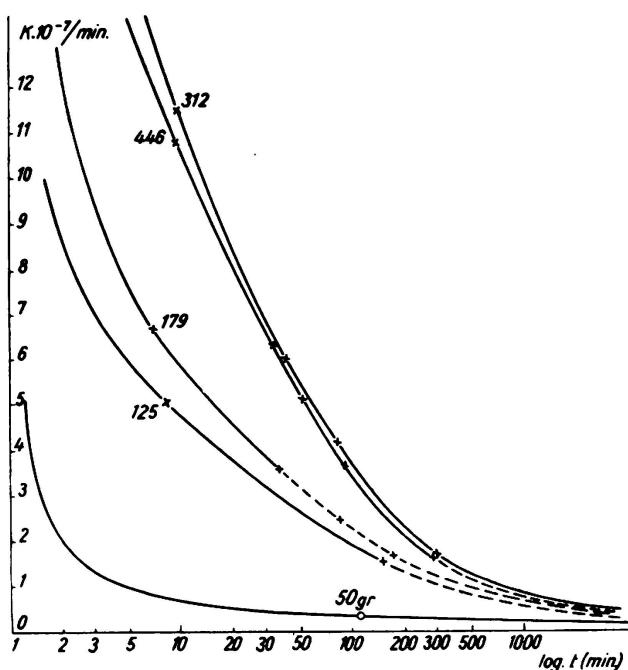
Nous ne sommes pas de cet avis, car s'il en était ainsi on ne devrait pas trouver les mêmes résultats lorsque l'on abaisse la pression à zéro, et qu'après

avoir attendu que les pressions hydrauliques intérieures s'égalisent, on recommence l'essai. Il semblerait en effet invraisemblable que le phénomène de colmatage ne soit pas permanent.

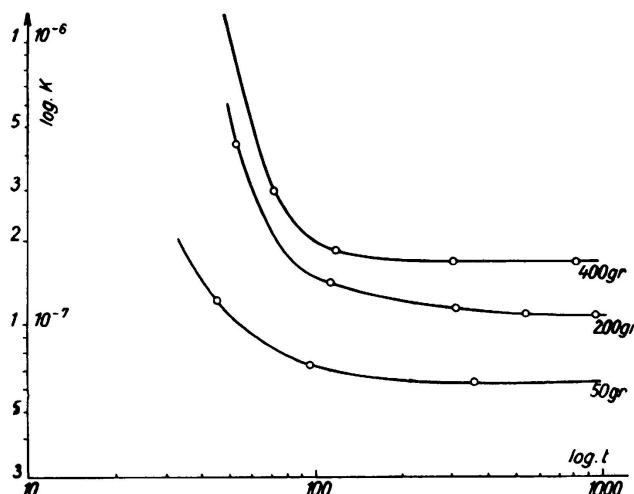
2° La deuxième cause de divergence entre les résultats obtenus par les deux méthodes résulte du fait que le coefficient final de perméabilité varie quelquefois

d'une façon très sensible avec le gradient hydraulique, pour une même valeur de la pression de consolidation.

D'une façon générale, le coefficient de perméabilité croît avec le gradient hydraulique surtout aux faibles pressions hydrauliques. Des anomalies sont constatées et la cause de ces phénomènes demeure encore obscure. Puisque, au cours des essais à l'eudomètre les courbes de consolidation servant à la détermination indirecte de  $K$ , sont obtenues au moyen de surpressions égales à la charge antérieurement appliquée pour les charges inférieures à  $3 \text{ kgs/cm}^2$  et  $1/2$  fois la charge antérieurement appliquée pour les charges supérieures, la pression hydrodynamique est d'un ordre de grandeur très supérieur à celle de  $50 \text{ gr/cm}^2$  servant habituellement à la détermination directe de  $K$ . Il en résulte que dans certains cas, le coefficient de perméabilité direct doit se trouver trop faible. Comme le coefficient obtenu directement sans attendre l'établissement du régime est trop élevé, les deux erreurs peuvent se compenser, et il arrive en effet assez fréquemment que les deux coefficients obtenus comme il est d'usage dans beaucoup de laboratoires coïncident. L'exposé précédent permet de comparer d'une façon plus précise les coefficients direct et indirect de perméabilité.



Sol suivant la loi de Darcy.



Sol ne suivant pas la loi de Darcy.

Fig. 2 et 3.

Valeur du coefficient de perméabilité en fonction du temps, sous diverses pressions hydrauliques.

La pression appliquée est constante.

Les résultats obtenus jusqu'à ce jour sont très encourageants. Certaines différences semblent néanmoins subsister. Cependant les écarts constatés ont été considérablement réduits dans beaucoup de cas. Les différences trouvées entre

le coefficient rapide et le coefficient final permettent de mieux comprendre le mécanisme du phénomène secondaire de consolidation. Tout concourt, dans l'essai de compression à l'eudomètre à amener une diminution du coefficient de perméabilité. Au fur et à mesure de la consolidation, la pente hydraulique diminue dans de très fortes proportions, de telle sorte que le coefficient de perméabilité diminue.

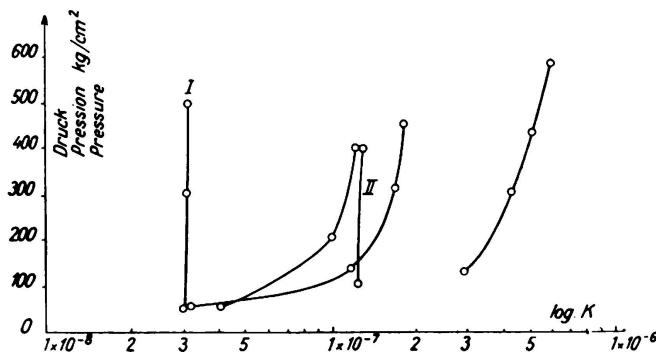


Fig. 4.

Valeur du coefficient de perméabilité réel (à régime constant) en fonction de la pression hydraulique, la pression appliquée restant constante dans chaque cas. Les sols N°. I et II suivent la loi de Darcy, mais non les autres.

Cependant le fait que la courbe de consolidation peut effectivement être assimilée à une parabole, tout au moins au début de la consolidation, montre que, pendant cette période au moins le coefficient de perméabilité reste sensiblement constant. Ceci prouve que le coefficient de perméabilité n'augmente pas d'une façon continue avec la pente hydraulique mais tend vers une constante. C'est du moins ce que nous avons pu constater dans un certain nombre de cas. Il semble que les questions relatives à la perméabilité devraient faire l'objet d'informations complémentaires. C'est ce que nous essayons de faire.

La mesure directe de la perméabilité se fait actuellement de la façon suivante au laboratoire du Bureau Veritas:

On mesure la quantité d'eau écoulée en fonction du temps au moyen d'un index en mercure se déplaçant dans un tube calibré et gradué horizontal. La pression est maintenue constante au moyen d'un récipient de très forte section qui peut lui-même être mis sous pression. Si le régime permanent n'est pas établi lorsque l'index atteint l'extrémité du tube gradué vers l'eudomètre, un dispositif permet de le faire déplacer rapidement en sens inverse sans que la pression change même momentanément.

### Conclusion.

Le coefficient de perméabilité ne peut être établi avec certitude que si le régime permanent est établi. La durée d'établissement de ce régime est d'autant plus grande que le coefficient de perméabilité est plus faible. Dans certains cas, le coefficient de perméabilité augmente avec la pression hydraulique.

## VIII 8

### Charges de rupture du sol sous les fondations.

Bruchlasten des durch Fundamente belasteten Bodens.

Breaking Loads on Subsoil Below Foundations.

M. Buisson,

Ingénieur E.P., Chef du Service de Contrôle des Constructions immobilières au Bureau Veritas, Paris.

Il s'agit dans ce qui suit des ruptures d'ensemble qui se produisent dans les sols compacts.

Dans des cas particuliers importants, on a pu exprimer d'une façon simple les tensions principales dans le sol, supposé isotrope, élastique indéfini et limité par le plan horizontal, en partant de la théorie de *Boussinesq* qui correspond à la distribution  $n = 3$  de Mr *Fröhlich*. Tel est le cas de la bande de largeur finie et de longueur indéfinie chargée uniformément qui a pour limite le cas du demi-plan chargé uniformément.

Les trajectoires des tensions principales sont bien connues ; ce sont des hyperboles et des ellipses orthogonales dans le premier cas, des paraboles orthogonales dans le deuxième. Dans le premier cas les extrémités de la bande sont les foyers, dans le deuxième cas, la limite de la partie chargée est le foyer de la parabole.

La limite de la zone plastique est définie par la condition de rupture bien connue

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin \varphi$$

où  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  tensions principales extrêmes sont exprimées en fonction des coordonnées ;  $\varphi$  est l'angle de frottement. Les trajectoires de rupture sont les isoclines de ces hyperboles et de ces paraboles, coupant ces courbes sous l'angle  $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ .

Dans le cas des hyperboles, il s'agit de courbes ayant l'allure de spirales et dont l'étude analytique est difficile. Mais dans le cas des paraboles, il est facile de voir que les isoclines sont aussi des paraboles, ayant pour foyer la limite de la partie chargée, et dont l'angle de l'axe avec la verticale est justement égal à l'angle  $\varphi$  (fig. 1).

Ce résultat est important car il permet de déterminer les conditions de rupture d'un sol sableux ou cohérent sous un mur de quai ou un mur de soutènement. En effet, on détermine facilement l'abscisse de l'intersection de la zone plastique et de l'horizontale.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Fröhlich*: Druckverteilung im Baugrunde, Vienne 1934, J. Springer.

C'est

$$x = \frac{q}{\pi \gamma} \cdot \frac{(1 - \sin \varphi)}{\sin \varphi} \quad (1)$$

$q$  est la charge unitaire,  $\gamma$  la densité apparente.

D'après les essais de l'auteur le mur est en état d'équilibre instable lorsque la courbe de rupture extrême passe par le point d'intersection de la résultante des forces agissant sur le mur et de la base du mur. Si on suppose que la densité

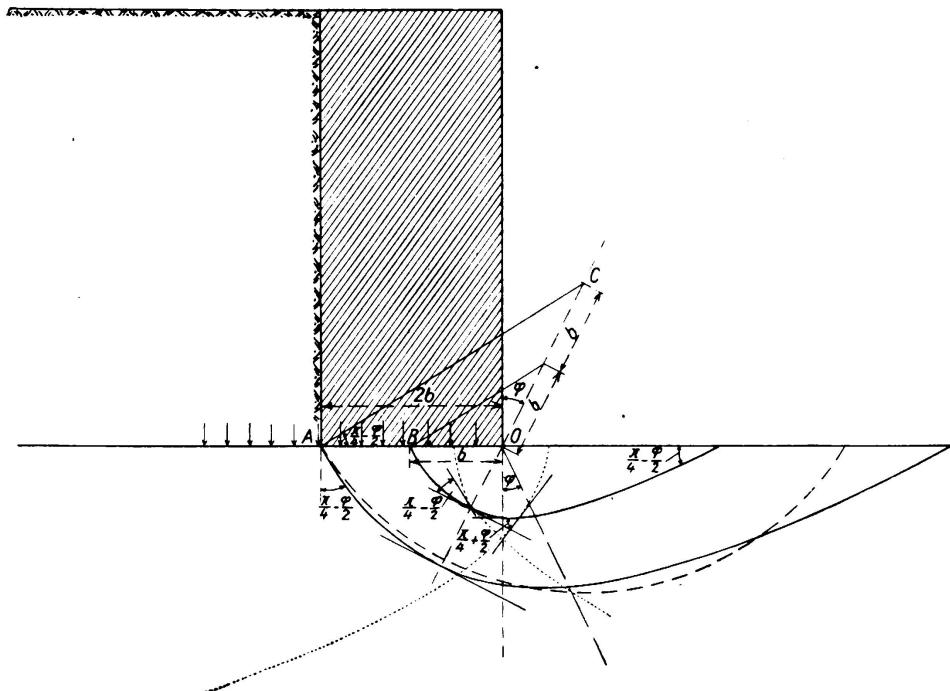


Fig. 1.

du mur est égale à la densité du sol la valeur de la charge unitaire de rupture supposée uniformément répartie est:

$$q = \frac{\pi \gamma b (1 + \sin \varphi) \sin \varphi}{(1 - \sin \varphi)^2} \quad (2)$$

où  $b$  est l'abscisse d'intersection de la résultante et de la base par rapport au pied du mur.

On peut également déterminer par la même méthode la longueur minimum des palplanches d'un mur de quai, ou d'une enceinte.

Dans le cas d'un sol argileux ayant une résistance au cisaillement égale à  $\tau_0$ , la charge limite est:

$$q_c = \frac{16 \tau_0}{3} \cdot \frac{1 + \sin \varphi}{\cos \varphi} \cdot \left(1 + \frac{\operatorname{tg}^3 \varphi}{V2}\right) \quad (3)$$

dans le cas du  $1/2$  espace plan chargé uniformément, alors que la condition de formation d'une zone plastique est

$$q = \frac{\pi \tau_0}{\cos \varphi}$$

Ces résultats peuvent être étendus en s'appuyant sur une constatation expérimentale qui est la suivante: Les trajectoires de rupture mises en évidence au cours

d'essais en surface notamment ceux indiqués par *Krey*<sup>2</sup> sont sensiblement des cercles concentriques dont le centre est facile à déterminer: Il se trouve à l'intersection de la droite inclinée de  $\varphi$  sur la verticale passant par le pied du mur et d'une droite passant par le point le plus éloigné de la semelle, d'où émane une trajectoire de rupture (fig. 2). Cette droite fait avec l'horizontale un angle de  $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ . Elle est en effet perpendiculaire à la droite faisant  $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$  avec la verticale et qui est tangente à la courbe de rupture, car en ce point la tension principale est verticale si on néglige le frottement sur la base. On voit que cette construction est la conséquence du résultat trouvé pour la parabole précédemment, et cela est naturel, car au voisinage de la fondation l'influence des points voisins

n'est sensible que pour les points vus du point considéré, sous un angle inférieur à  $50^\circ$  avec la verticale. La construction revient à remplacer la parabole par un cercle qui lui est tangent à son point d'intersection avec l'horizontale.

La même construction a été vérifiée par l'auteur et offre une bonne approximation dans le cas du modèle réduit d'un mur de quai sur cavalier (fig. 3).

A vrai dire dans le cas d'une charge superficielle, de surface finie, la partie extrême de la courbe s'éloigne quelque peu du cercle, et se rapproche davantage de sa tangente. On constate que, pratiquement l'angle de la courbe avec l'horizontale est supérieur à  $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$  que théoriquement il devrait

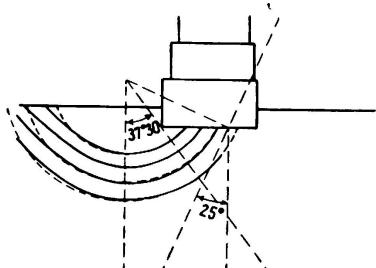


Fig. 2.

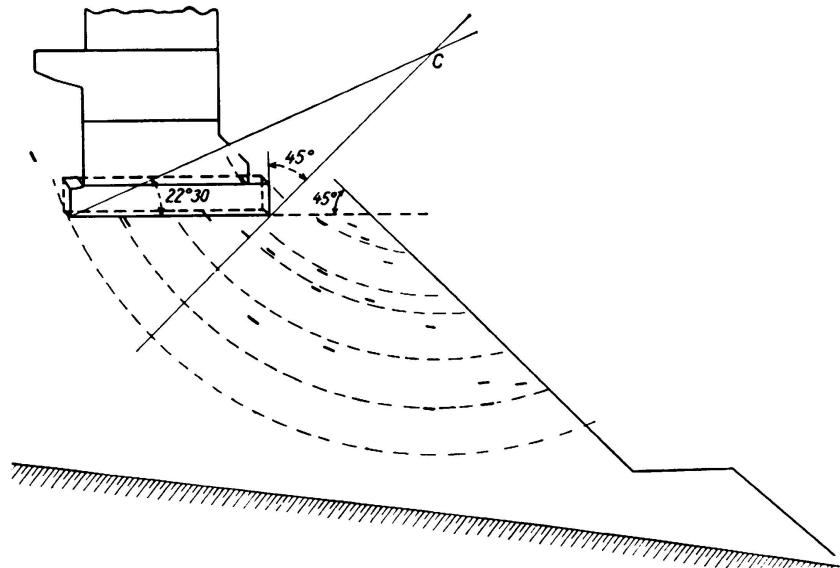


Fig. 3.

avoir. Puisque, théoriquement comme pratiquement les courbes de rupture les plus longues émanent des deux extrémités de la zone plastique, on peut sans grave erreur (et celle-ci ne peut être que favorable à la sécurité) poser que l'inter-

<sup>2</sup> *Krey*: Erddruck, Erdwiderstand, 4<sup>e</sup> Edition, p. 269 et suivantes.

section du cercle de rupture défini précédemment, et de l'horizontale coïncide avec celle de la limite de la zone plastique avec l'horizontale qui est

$$x = \sqrt{b^2 + \frac{2bq}{\pi\gamma} \cdot \frac{1 - \sin\varphi}{\sin\varphi}}$$

dans le cas de la bande indéfinie. Dans ces conditions on est sûr que les conditions de rupture sont réalisées tout le long de la courbe. Si on considère que la rupture est atteinte lorsque la trajectoire circulaire émane du centre de la bande l'abscisse d'intersection de ce cercle avec l'horizontale est  $x = 2b(1 - \sin\varphi)$  (fig. 1).

En égalant les deux valeurs de  $x$ , on obtient dans le cas de la bande indéfinie et d'un sol sableux chargé superficiellement :

$$q_1 = \frac{\pi\gamma b \sin\varphi (1 + 2 \sin\varphi) (3 + 2 \sin\varphi)}{2(1 - \sin\varphi)}. \quad (4)$$

Si la trajectoire de rupture extrême est supposée émaner de l'extrémité, on a alors :

$$q'_1 = \frac{2\pi\gamma b \sin\varphi (1 + 2 \sin\varphi) (3 + 2 \sin\varphi)}{1 - \sin\varphi} \quad (4')$$

Dans le cas d'un sol cohérent de résistance au cisaillement  $\tau_0$  avant chargement, la charge de rupture provoquée par un chargement rapide est alors :

$$q_c = \frac{4 \left( \frac{\pi}{2} + \varphi \right) (1 + \sin\varphi)}{1 + 2 \sin\varphi} \tau_0 \quad (5)$$

dans la 1<sup>e</sup> comme dans la 2<sup>e</sup> hypothèse ; elle ne dépend pas de  $b$ .

Puisqu'on connaît la charge de rupture sous la bande indéfinie on peut en déduire approximativement la charge de rupture dans le cas d'une surface de chargement carrée ou circulaire puisque les tensions à l'aplomb de la verticale du centre sont environ  $1/2$  de celles existant sous l'axe de la bande de même largeur. D'une façon très approchée, il suffirait donc de changer  $\frac{b}{2}$  en  $r$  et la charge de rupture serait dans les mêmes hypothèses que précédemment :

$$q_2 = \frac{\pi\gamma r (1 + 2 \sin\varphi) (3 + 2 \sin\varphi) \sin\varphi}{1 - \sin\varphi} \quad (6)$$

$$q'_2 = \frac{4\pi\gamma r (1 + 2 \sin\varphi) (3 + 2 \sin\varphi) \sin\varphi}{1 - \sin\varphi} \quad (6')$$

Mais, par une autre voie, l'auteur a montré que, dans le cas du carré, la charge de rupture peut être exprimée approximativement de la façon suivante en fonction de  $a$  demi-longueur du côté du carré :

$$q_3 = \frac{2\pi\gamma a \sin\varphi (1 + \sin\varphi) (1 + 2 \sin\varphi) (3 + 2 \sin\varphi)}{3(1 - \sin\varphi)} \quad (7)$$

ou

$$q'_3 = \frac{8\pi\gamma a \sin\varphi (1 + \sin\varphi) (1 + 2 \sin\varphi) (3 + 2 \sin\varphi)}{3(1 - \sin\varphi)} \quad (7')$$

Pour arriver à ce résultat, on recherche une expression approchée de l'abscisse d'intersection de la zone plastique avec le plan horizontal dans le cas d'une surface chargée voisine d'un carré et on l'égale à  $2b (1 + \sin \varphi)$ , abscisse d'intersection avec le plan horizontal du cercle de rupture passant par le centre.

On voit que :

$$\frac{q_3}{q_1} = \frac{4(1 + \sin \varphi)}{3}$$

pour  $\varphi = 30^\circ$  on a :

$$\frac{q_3}{q_1} = 2.$$

Pour des valeurs différentes de  $\varphi$ , le rapport ne s'en écarte pas beaucoup de telle sorte que l'approximation faite précédemment est justifiée.

La méthode de l'auteur rend particulièrement simple la recherche des conditions de rupture dans des cas où les méthodes actuelles sont défaillantes ou très longues. L'un des défauts essentiels des méthodes employées pour le calcul de stabilité des murs de soutènement est l'application de l'hypothèse de Navier aux sols.

Elle s'écarte des méthodes donnant pour résultat des exponentielles dans les formules de rupture, car celles-ci sont toutes basées sur des formes de surfaces de rupture en spirale logarithmique ayant pour centre le bord de la surface de chargement. Ceci ne paraît pas être en accord avec l'expérience, car on a déjà pu montrer que, dans le cas des essais de *Krey*, les surfaces de rupture sont sensiblement des cercles concentriques dont le centre a la position indiquée.

Des essais et vérifications sont en cours, ils feront l'objet de compte-rendus spéciaux qui seront publiés ultérieurement.

L'auteur expose en détail les questions résumées brièvement ci-dessus dans des articles devant paraître prochainement dans la revue „Travaux“.<sup>3</sup>

---

<sup>3</sup> Parus entre-temps: Travaux N°. 46, oct. 1936, N°. 48, déc. 1936, N°. 51, mars 1937.

# VIII 9

## Résistance des terrains.

## Tragfähigkeit des Baugrundes.

## Resistance of the Ground.

A. Caquot,  
Professeur à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.

L'étude de la résistance des terrains a fait dans ces dernières années de très grands progrès, et cette étude permet dès à présent de concevoir et de réaliser avec toute sécurité des travaux qui n'auraient pu être terminés auparavant qu'avec des tâtonnements nombreux ou avec des dispositions lentes et coûteuses.

C'est ainsi que nous avons pu construire rapidement des fondations sommaires très profondes, et arrêter à peu de frais des glissements extrêmement importants de couches géologiques qui se produisaient à la suite de travaux de terrassements. Il nous a suffi de réaliser fidèlement les conditions mécaniques auxquelles le calcul nous avait conduits.

Dans tous les cas, nous avons préalablement, en partant des caractéristiques expérimentales du sol, analysé avec grand soin les contraintes en toutes directions et pour chaque point du massif de terrain dont l'équilibre était essentiel à la construction.

Il n'est pas suffisant, en effet d'étudier l'équilibre d'une surface de glissement fixée à priori, mais il faut s'assurer qu'il existe partout un système général de contraintes compatible avec la stabilité.

Pour déterminer les conditions de l'équilibre nous disposons tout d'abord des lois physiques expérimentales auxquelles obéissent les glissements dans l'intérieur des terrains.

Ces lois élémentaires sont celles qui ont été formulées au dix-huitième siècle par le physicien *Coulomb*, et qui ont encore été vérifiées très récemment par un grand nombre d'expérimentateurs en tous pays.

Nous pouvons connaître aujourd'hui pour tous terrains la valeur des deux variables des lois de *Coulomb*, le frottement d'une part, la cohésion d'autre part.

Ces deux valeurs ne sont pas des invariants relatifs à une nature de terrain donné, mais dépendent essentiellement de la grandeur et de la durée des contraintes agissant sur ce terrain.

C'est à *Terzaghi* et à ses élèves que nous devons les méthodes expérimentales qui nous ont donné les premiers renseignements suffisamment exacts pour calculer avec sécurité l'ensemble des équilibres limites.

Nous concevons aujourd'hui tous les terrains de faible résistance comme un complexe formé de deux éléments, de grains solides d'une part, et d'eau interstitielle d'autre part.

Ce complexe du terrain, par la loi des grands nombres joue sensiblement comme un corps isotrope, mais qui aurait des propriétés très différentes, suivant la durée d'application des charges et par conséquent suivant la vitesse d'évolution du champ des contraintes et ceci par suite de la variation de masse de l'eau interstitielle dans l'unité de volume de terrain.

Les lois de similitude sont approximativement exactes, la variable temps, étant, toutes choses égales d'ailleurs, sensiblement proportionnelle à l'inverse du cube de la dimension linéaire des grains. C'est qu'en effet la loi de *Poiseulle-Darcy* se trouve applicable à l'écoulement de l'eau interstitielle. On retrouve même avec assez d'exactitude la similitude de la variable temps, quand la température varie, en explicitant la viscosité dans l'expression de la loi de *Poiseulle-Darcy*.

Comme la grosseur des grains varie des argiles aux sables au moins de un à mille le temps varie de un milliard à un, il en résulte que les phénomènes peuvent être parfois comparables en prenant pour unité de temps dans l'argile le siècle, dans certains sables la seconde.

A vrai dire la forme des grains et leur disposition joue aussi un rôle essentiel, de telle sorte que le constructeur doit être très prudent dans ces comparaisons, mais la grandeur de ces nombres doit être présente à l'esprit quand on veut comprendre ces phénomènes, la grosseur des grains de terrains pratiquement rencontrés variant au moins dans la proportion indiquée ci-dessus.

L'eau interstitielle peut avoir des mouvements très lents, et les phénomènes obéissent alors aux lois des équilibres statiques. Mais elle peut aussi avoir une vitesse non négligeable, et réagir sur les grains par les pertes de charge, conséquence de la viscosité. Il en est ainsi en particulier lorsque des conditions extérieures de pression hydraulique déterminent des courants d'eau entre les grains. Ceux-ci pouvant être suivant les cas continus, périodiques ou irrégulièrement variables. Les terrains de fondation soumis à ces influences accidentnelles peuvent être très stables pendant de longues années; puis obéir brusquement à des mouvements de glissement qui ruinent les ouvrages.

Ces dernières années viennent de nous faire connaître de nombreux accidents dus d'une part à une saison particulièrement humide pour des ouvrages terrestres, ou d'autre part à des vagues à longue période et grande amplitude pour des travaux maritimes.

Même dans le cas d'équilibre considéré pratiquement comme si l'écoulement très lent de l'eau interstitielle n'a d'autre cause que le système des contraintes, le terrain se comportera très différemment suivant la durée d'application des charges.

Une charge permanente considérée comme appliquée avec une vitesse nulle, ne met guère en jeu dans le complexe que les forces de frottement des grains les uns sur les autres. En effet le plus souvent les données expérimentales montrent que le terrain même d'argile se conduit alors comme un simple milieu pulvérulent.

Au contraire pour ce même terrain une charge brusque ne mettra en jeu que les forces de cohésion dues à l'eau interstitielle, et le terrain se conduira comme

un milieu à frottement nul et à résistance de cisaillement fixe, milieu auquel j'ai donné le nom de semi-liquides et dont les prototypes sont les métaux chimiquement murs, fer, cuivre, aluminium par exemple.

C'est pourquoi, dans un mur de soutènement, dans une culée de pont et dans bien d'autres ouvrages, les champs de contraintes relatifs aux charges permanentes et aux surcharges agissent d'une façon si différente, au point de vue de la stabilité générale.

Tous ces faits sont aujourd'hui accessibles au calcul, grâce aux données expérimentales qui leur servent de base, et qu'il faut fidèlement suivre quelle que soit leur complexité, si on veut faire oeuvre économique et durable.

Les progrès dans ce domaine sont déterminés essentiellement en premier lieu par la connaissance intime de la matière qui évolue physiquement et chimiquement, puis en second lieu à partir des lois expérimentales ainsi définies par la détermination mathématique fidèle des équilibres mécaniquement possibles dans l'ensemble de tels milieux.

Les résultats pratiques vraiment surprenants obtenus immédiatement en technique par l'étude physique et mathématique de ces questions nous permettent d'envisager dans un proche avenir des progrès encore plus considérables. Il faut seulement partir des données expérimentales certaines, définies avec tous leurs éléments vrais de complication, et ne pas simplifier artificiellement les lois naturelles pour les enfermer dans un cadre plus simple, facile à définir mathématiquement, mais qui n'enferme pas les faits avec une suffisante fidélité.

C'est pourquoi l'étude des fondations dépend si complètement des laboratoires pour définir toutes les fonctions expérimentales qui relient les multiples variables agissant essentiellement sur l'équilibre des sols de fondation et c'est pourquoi également cette étude dépend des moyens de sondage qui permettent de transmettre fidèlement aux laboratoires les échantillons des couches géologiques dans l'état physique réellement rencontré.

## VIII 10

# Consolidation, par injections, de sols de fondations sableux et graveleux.

Verfestigung von sandigem und kiesigem Baugrund durch Injektionen.

The Consolidation of Sand and Gravel Foundations by Injections.

P. Bachi,

Ancien élève de l'Ecole Polytechnique, Kremlin-Bicêtre (Seine).

Les sables et graviers sont souvent considérés comme des terrains de fondations médiocres en raison de leur instabilité et de leur tendance à l'affouillement.

Depuis quelques années, les spécialistes d'injection se sont occupés d'améliorer les qualités des sols et des résultats remarquables ont déjà été obtenus.

Ces résultats sont naturellement d'autant meilleurs qu'il s'agit de graviers et non de sables, et que la composition granulométrique du gravier se rapproche davantage de la composition granulométrique optimum des agrégats du béton.

Pratiquement, la composition granulométrique d'un béton n'est jamais la composition théorique la meilleure, car il faut bien tenir compte des matériaux disponibles. Et très souvent surtout quand il s'agit de faire un gros béton de fondation, on se servira simplement d'un matériau tout venant dragué par exemple dans le lit d'une rivière.

S'il s'agit justement d'un pont sur cette rivière, pourquoi, pour fonder les piles, ouvrir une fouille, draguer les matériaux, les faire passer dans une bétonnière pour les remettre dans la fouille, à l'état de béton: celui-ci pourra se faire en place, en injectant le ciment. L'économie sera considérable et le béton techniquement meilleur; la pénétration du ciment dans les vides de l'agrégat est d'autant meilleure que cette pénétration se fait à une pression plus élevée.

On peut affirmer que chaque fois qu'un matériau a une granulométrie telle qu'il peut donner, tout venant, un béton acceptable, il donnera, restant en place, un béton meilleur, par injection de ciment sous pression.

Certains praticiens contestent cette affirmation: de fait certains essais ont été décevants. C'est parce qu'ils ont été faits avec une technique insuffisante.

---

La condition primordiale du succès est d'opérer dans un volume ceinturé. Autrement le ciment cherchera toujours les cheminements de moindre résistance et n'imprègne pas d'une façon homogène les agrégats à bétonner.

Ce ceinturage peut avantageusement être fait par un rideau de palplanches, chaque fois que le battage en est possible. Dans le cas contraire, il peut être fait, moins précis, mais suffisant quand même par injections. Tout autour du volume de terrain à bétonner, on injecte à très faible pression la périphérie de ce volume par des forages très rapprochés, et on crée ainsi une sorte de batardeau qui remplace, pratiquement, sans lacune appréciable, le ceinturage de palplanche. La réalisation de ce batardeau entraîne sans doute certaines déperditions de ciment: l'exemple que nous allons citer, pris cependant dans un cas difficile prouve que ces déperditions sont relativement peu importantes et en tous cas, non prohibitives du procédé.

L'exemple que nous nous permettons de citer s'applique en effet non pas à un matériau graveleux formant un agrégat de sable et de gravier, mais à un sable avec prépondérance de grains très fins. Voici sommairement, comment se présentait le problème.

La route nationale de Paris à Barcelone traverse à Elne, dans le Département Français des Pyrénées-Orientales, un petit fleuve à régime torrentiel, le Tech. Le pont en maçonnerie qui date d'environ 150 ans, comprend quelques piles en rivière. Celles-ci reposaient sur une fondation en béton de chaux, reposant elle-même sur d'anciens pilotis. De fait, béton et pilotis avaient pratiquement disparus, et les malheureuses piles ne s'appuyaient pratiquement plus que sur le sable essentiellement affouillable, formant le lit de la rivière.

Entre le 14 et la 21 Novembre 1932, une crue violente et persistante du Tech affouilla de façon dangereuse les fondations des piles 2 et 3.

Pour la pile N° 2 les tourbillons avaient creusé sous le bec aval une cavité de 3 mètres de profondeur dans laquelle s'étaient accumulés les limons et les boues. Il en était résulté un affaissement vertical de la pile provoquant la fracture de la voûte qui la reliait à la pile N° 1.

La pile N° 3, au contraire, avait été déchaussée à son avant bec amont sur une profondeur de 4 mètres dans le sens vertical et des matériaux divers furent retrouvés jusqu'à 1,50 m sous la pile même.

Un affaissement très sensible de cette pile s'ensuivit plus important vers l'amont que vers l'aval et ce renversement accompagné d'un léger glissement de la pile toute entière vers l'aval provoqua la dislocation des deux voûtes prenant appui sur elles.

Diverses méthodes pour la remise en état du Pont d'Elne furent étudiées et celle à laquelle on s'arrêta comme étant la plus pratique et la plus économique, fut celle de la reprise par injection de ciment sous pression.

---

Il est sans intérêt pour des constructeurs métalliques de savoir comment fut réparé le tablier en maçonnerie.

Sans rentrer dans le détail, nous dirons donc simplement que la reprise des fondations des deux piles qui s'étaient affaissées fut opérée en deux phases différentes:

1° Exécution autour de chaque pile et à 2,50 m environ de leur paroi extrême, d'un ceinturage réalisé par une ligne de forages verticaux suffisamment rapprochés, injectés à faible pression d'un coulis de ciment artificiel, dosé d'une

façon générale à une partie de ciment pour une partie d'eau: ce ceinturage n'aurait pu être fait par palplanches, à cause de l'impossibilité de les battre en raison de la présence du Pont.

2<sup>o</sup> A l'intérieur du cuvelage ainsi réalisé et sous la pile elle-même injection de ciment à forte pression. On n'avait évidemment pas la prétention de transformer les sables sous-jacents en béton et même en mortier, mais on voulait les imprégner de ciment pour en augmenter la résistance à la compression et pour réduire leur facilité à l'érosion.

Le succès fut complet, puisque depuis trois ans que les travaux sont terminés l'ouvrage est resté parfaitement stable malgré de nouvelles crues.

---

Si les graviers et même beaucoup de sables sont pénétrables au ciment pour donner dans tous les cas, à moins qu'ils ne contiennent des matières étrangères, des bétons ou des matières de plus ou moins bonne qualité, il n'en est pas de même de certains sables particulièrement fins.

Aussi, pour ceux-ci, les praticiens d'injections se sont-ils préoccupés depuis quelques années de trouver autre chose, et par des procédés de silicatisation ils ont réussi à « pétrifier » des sables boulants.

En ce qui nous concerne nous avons fait des études et des essais de laboratoire extrêmement poussés, en particulier sur les sables Yprésiens qui constituent le sous-sol de Bruxelles, et nous avons parfaitement réussi à les agglomérer au point de transformer en bonnes fondations ce matériau inconsistant, terreur des architectes bruxellois.

Comme autre exemple de silicatisation de sables fins, nous citerons les travaux que nous avons actuellement en cours dans les fondations des piles du Pont de Neuilly sur la Seine, aux environs de Paris.

---

Pour conclure, nous demanderons au constructeur de ne pas rejeter à priori comme inacceptable un sous-sol de fondation graveleux et même sableux. Avant d'entreprendre des travaux très onéreux tels que: abaissement de nappes d'eau, congélation, caissons à air comprimé et même fonçage de pieux, qu'il demande au sondage et au laboratoire si son terrain n'est pas susceptible d'injection. Et le plus souvent l'injection sera la solution économique, la solution du bon sens, car d'une façon générale la nature a bien fait les choses, et demande simplement, dans certains cas, à être renforcée. Les injections ne font pas des choses sensationnelles: elles se contentent d'améliorer plus ou moins sensiblement les qualités d'un terrain de fondation, et, le plus souvent, c'est suffisant.

## VIII 11

Les ancrages dans le sol.

Verankerungen im Baugrund.

Ground Anchorages.

Dr. sc. techn. C. F. Kollbrunner,  
Ingénieur, Paris.

### I<sup>o</sup> — Introduction.

On emploie des ancrages partout où il s'agit d'absorber des forces de traction. Le choix d'un ancrage dépend en toute première ligne des propriétés physiques du sol considéré. Ce n'est qu'un spécialiste connaissant la structure géologique, les propriétés et la résistance du sol qui sera capable, sur la base d'essais soigneusement exécutés, de projeter un ancrage rationnel.

Comme la géotechnique est encore une science à ses débuts, la résistance de la terre est en général pas du tout ou très peu utilisée. C'est pourquoi les ancrages usuels sont des blocs de béton massifs de formes diverses, suivant le projet et la nature du sol. Cette solution est évidemment très simple mais elle est coûteuse car dans les sols peu résistants et immersés on se sert de grosses masses de béton et il est souvent nécessaire d'avoir recours à des coffrages et des retenues d'eau coûteux.

En renonçant à ces fondations massives, un ancrage ne peut être exécutés (s'il ne s'agit pas d'une roche solide) qu'au moyen de plaques ou de pieux d'ancrage. La première solution est employée pour les forces de traction horizontales ou légèrement inclinées tandis qu'on se sert des pieux pour les forces de traction verticales ou fortement inclinées.

Je ne parlerai ici que des ancrages par pieux.

### II<sup>o</sup> — Description des pieux de traction.

Les premières conditions pour l'application de pieux de traction sont les suivantes:

- 1<sup>o</sup> Une parfaite connaissance du sol (position et caractéristiques des couches géologiques).
- 2<sup>o</sup> Connaissance de la transmission des forces de traction du pieu dans le sol (conditions d'équilibre dans le sol).

On peut appliquer l'effort de traction soit à la tête, soit à la base de l'ancrage (fig. 1).

Dans le cas où il s'agit d'un véritable pieu d'ancrage (fig. 1: ancrage à la tête, ancrage à la base I/II) la traction est transmise au sol par frottement du fût. Un pieu sera d'autant plus apte à absorber des forces de traction élevées que sa surface sera plus irrégulière; on devrait donc donner la préférence aux pieux

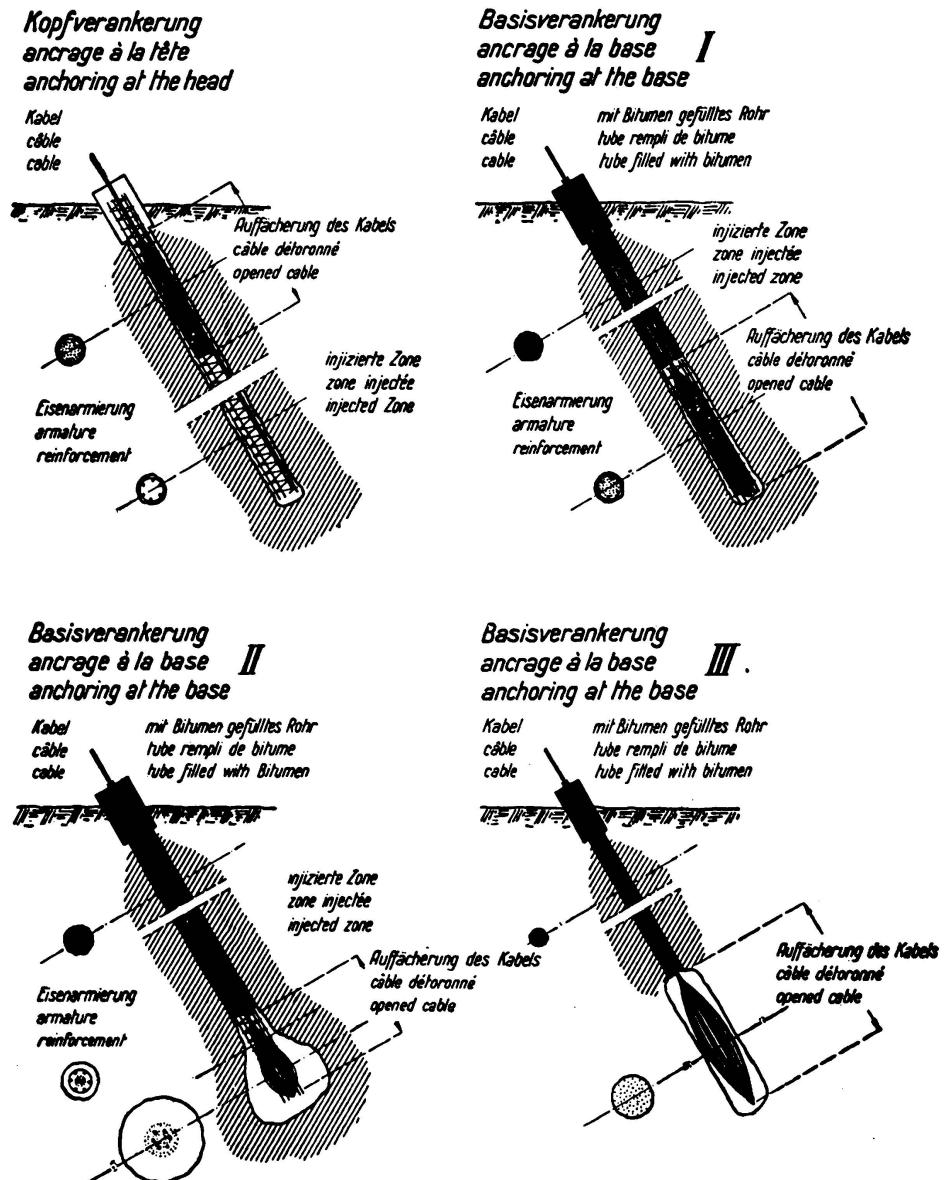


Fig. 1.

Ancrages par pieux forés.

moulés dans le sol, comprimés et injectés. Ils possèdent en effet les qualités suivantes:

- 1° Le forage et le prélèvement d'échantillons font connaître les caractéristiques exactes du sol.
- 2° La compression augmente le diamètre théorique du pieu et garantit une parfaite liaison au terrain car le béton pénètre dans les cavités.

3<sup>o</sup> Les injections créent autour du pieu toute une série de ramifications qui augmentent son frottement (fig. 2).

La fig. 3 montre un pieu hydro-comprimé et injecté; on voit nettement que le gravier et le sable autour de la base du pieu (celle-ci n'a pas été élargie mécaniquement) forment un tout avec cette dernière par suite des injections de ciment; de telles ramifications se trouvent tout le long du fût du pieu.

Si l'on utilise des pieux avec ancrage à la tête, c'est-à-dire si l'on ancre le câble à la tête du pieu, l'armature du pieu doit évidemment être dimensionnée

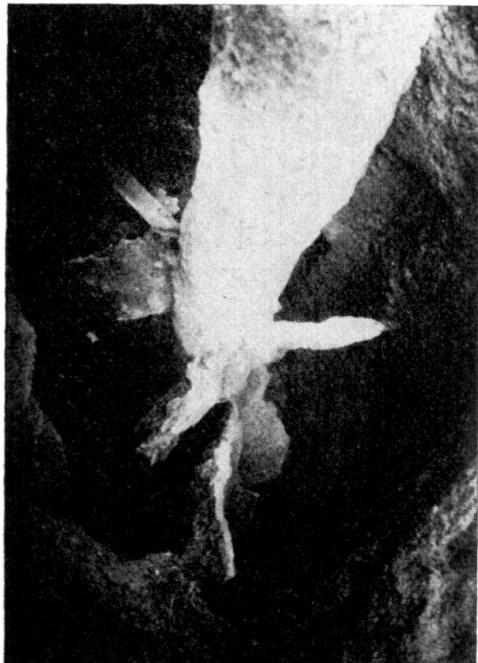


Fig. 2.

«Branches» causées par des injections de ciment.

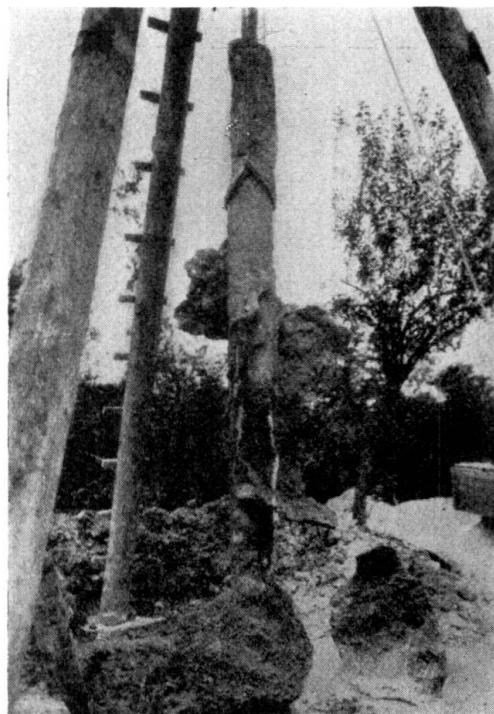


Fig. 3.

Pieu hydrocomprimé et injecté  
Système «Rodio».

pour supporter la totalité de la force de traction. Les déplacements du fût du pieu par rapport au sol avoisinant sont maxima à la tête et diminuent vers la base. C'est l'inverse qui se produit pour un pieu avec ancrage à la base. Les forces de traction sont transmises par un câble placé par exemple dans un tube rempli de bitume jusqu'à la base du pieu où le câble est ancré dans le béton. Il n'est pas nécessaire d'armer la partie supérieure du pieu car toute la traction est transmise par un câble indépendant du pieu. Les plus grands déplacements du fût du pieu par rapport au sol qui l'environne se produisent à la base du pieu; un pieu avec ancrage à la base est donc plus avantageux qu'un pieu avec ancrage à la tête.

III<sup>o</sup> — Essais.

La détermination mathématique de la résistance à la traction d'un pieu est un problème très délicat, même en admettant un sol homogène. Si donc un pieu traverse des couches différentes et de caractéristiques physiques et chimiques très variables, il est clair que dans l'état actuel de nos connaissances, une solution mathématique de ce problème d'un haut degré d'indétermination est presque impossible. Il faut encore ajouter que pour les pieux les plus efficaces (pieux moulés comprimés et injectés) le diamètre varie fortement (fig. 4) et l'injection de ciment assure une liaison avec le sol dont nous ne connaissons pas suffisamment l'extension.



Fig. 4.

Pieu hydrocomprimé et injecté avec diamètre variable.

d'autre part contre une forte construction de béton armé reliant entre eux les deux pieux de traction.

Les déplacements des têtes des trois pieux furent relevés à l'aide de fleximètres enrégistreurs placés sur une poutre qui de son côté était fixée dans le sol non influencé par l'essai (fig. 5).

La presse hydraulique utilisée pour les essais effectués à St Germain développait un effort maximum de 220 t, soit 110 t par pieu de traction. Il en résulte un déplacement des têtes de pieux de 2,85, resp. 3,15 mm. Après décharge, on mesura les déformations permanentes de 0,30, resp. 0,40 mm, c'est-à-dire que les  $\frac{7}{8}$  des déformations étaient élastiques et  $\frac{1}{8}$  seulement plastique (fig. 6). En calculant le frottement moyen du fût pour un effort

<sup>1</sup> H. Dörr: Die Tragfähigkeit der Pfähle (W. Ernst & Sohn, Berlin, 1922).

de 110 t et pour un diamètre de pieu théorique de 42,0 cm, on obtient une force de frottement de  $0,64 \text{ kg/cm}^2$ .

Il est aussi intéressant d'observer les essais faits dans un mauvais sol au Quai d'Orsay à Paris. Tandis que la tête du pieu d'ancrage D-18-5 se soulevait de 6,2 mm pour une traction de 83,5 t, et montrait une déformation permanente de 1,00 mm après décharge, la tête du pieu D-18-4 s'était fortement soulevée lorsque la force de traction eut dépassé 50 t. La cause en est l'influence défavorable d'une fouille voisine (diminution du sol entourant le pieu et par le fait même réduction de la résistance). On peut constater clairement

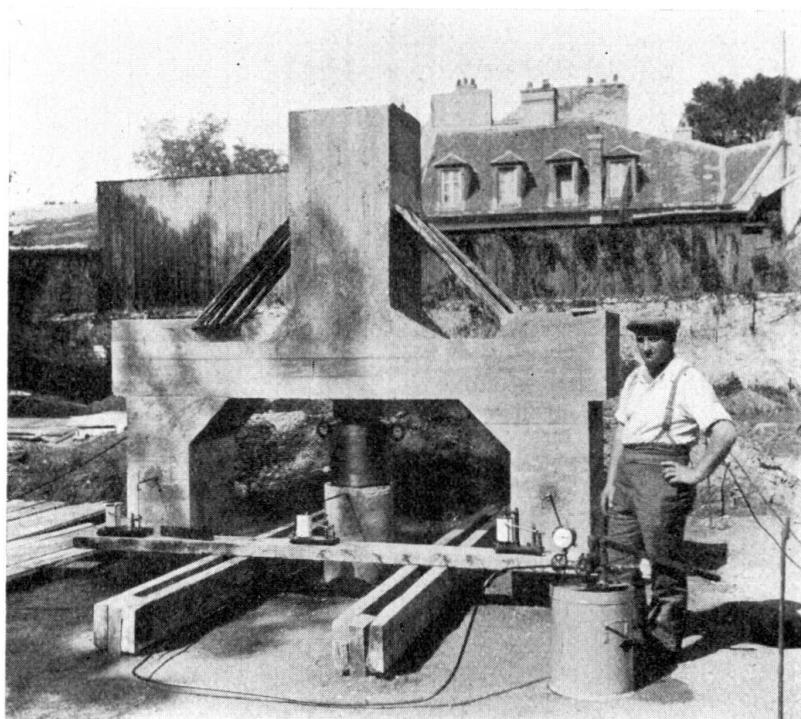


Fig. 5.

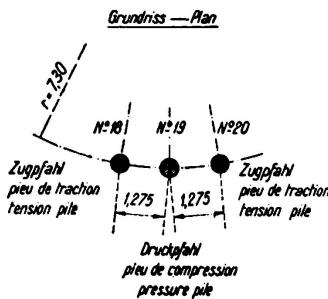
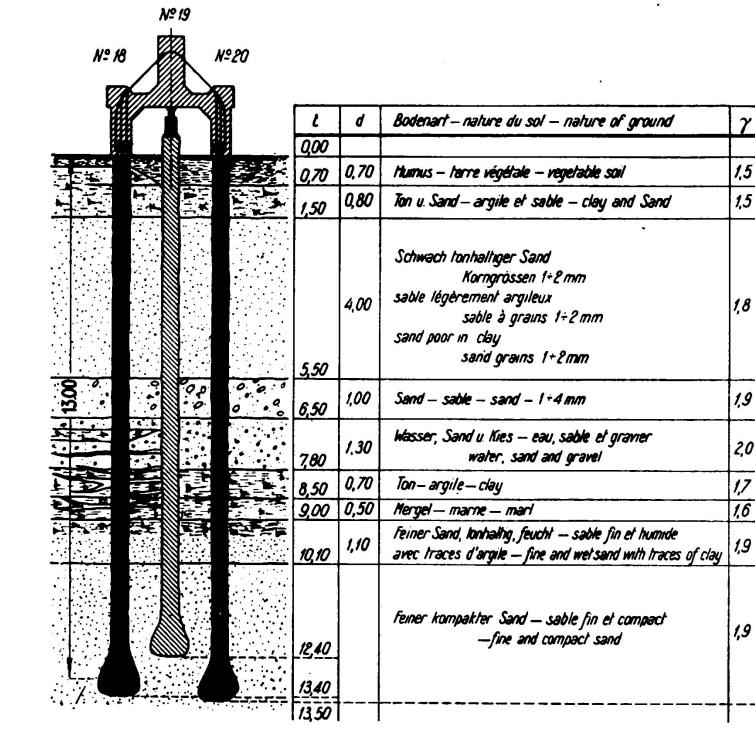
Essais de pieux. Pieux de traction avec ancrage à la tête.  
Disposition d'essais.

que ce mouvement se stabilisa rapidement (fig. 7). (Cela peut s'expliquer par le fait que la base du pieu a été si fortement appliquée au terrain que le pieu pouvait alors absorber une force beaucoup plus grande qu'au début.)

#### IV<sup>o</sup> — Application des pieux d'ancrage.

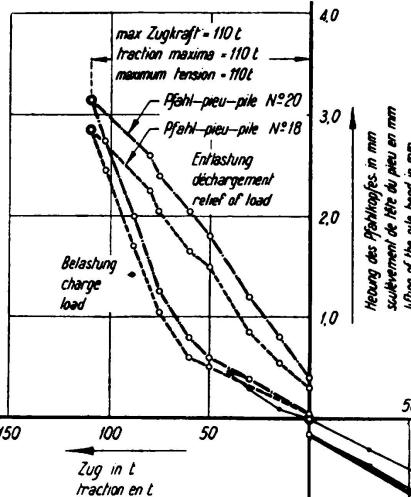
Actuellement on emploie souvent des pieux d'ancrage dans la construction des pylônes mais à l'avenir ils seront sûrement beaucoup employés dans la construction des ponts. On peut transformer des poutres simples en poutres rigidement ou élastiquement encastrées (fig. 8) et remplacer, pour des ponts suspendus, de grandes fondations de béton, par des groupes de pieux de compression et de traction (fig. 9).

Veruchsanordnung - disposition d'essai - arrangement of the test



*Tiefe in m*  
*l* = *profondeur en m*  
*depth in m*  
*höhe der Schichten in m*  
*d* = *hauteur des couches en m*  
*height of the layers in m*  
*spez. Gewicht in t/m<sup>3</sup>*  
 *$\gamma$*  = *poids spécifique en t/m<sup>3</sup>*  
*specific weight in t/m<sup>3</sup>*

**Zugpfähle - pieux de traction  
- tension piles -**



**Druckpfahl - pieu de compression  
- pressure pile -**

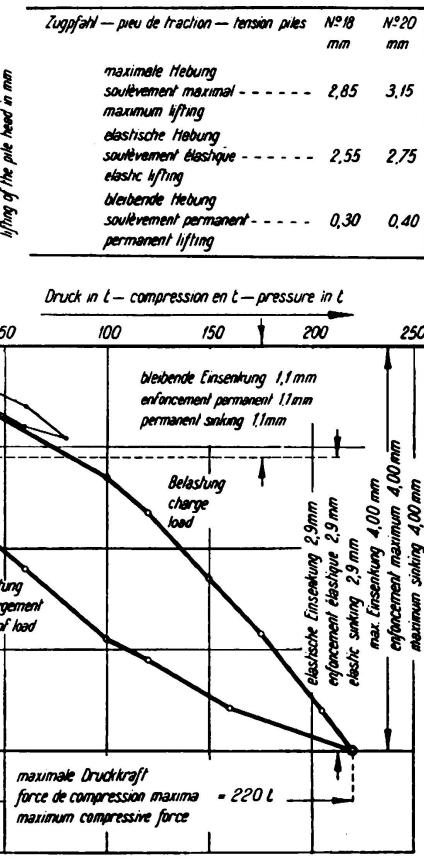
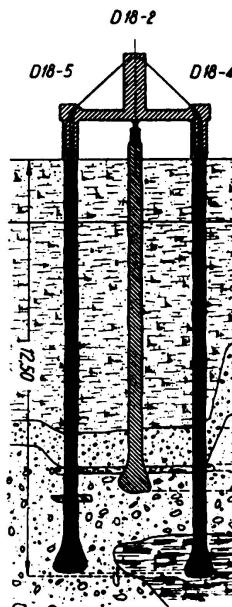
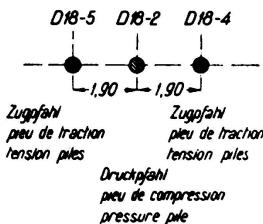


Fig. 6. Résultats de l'essai des pieux à St. Germain.

Versuchsanordnung — dispositon d'essaie  
arrangement of the test



Grundriss — Plan — Plan



Tiefe in m  
profondeur en m  
depth in m

Hohe der Schichten in m  
hauteur des couches en m  
height of the layers in m

Spez. Gewicht in t/m<sup>3</sup>  
poids spécifique en t/m<sup>3</sup>  
specific weight in t/m<sup>3</sup>

max. Zugkraft  
traction maxima  
maximum tension

83,5 t

Zugpfähle — pieux de traction  
— tension piles —

Druckpfahl — pieu de compression  
— pressure pile —

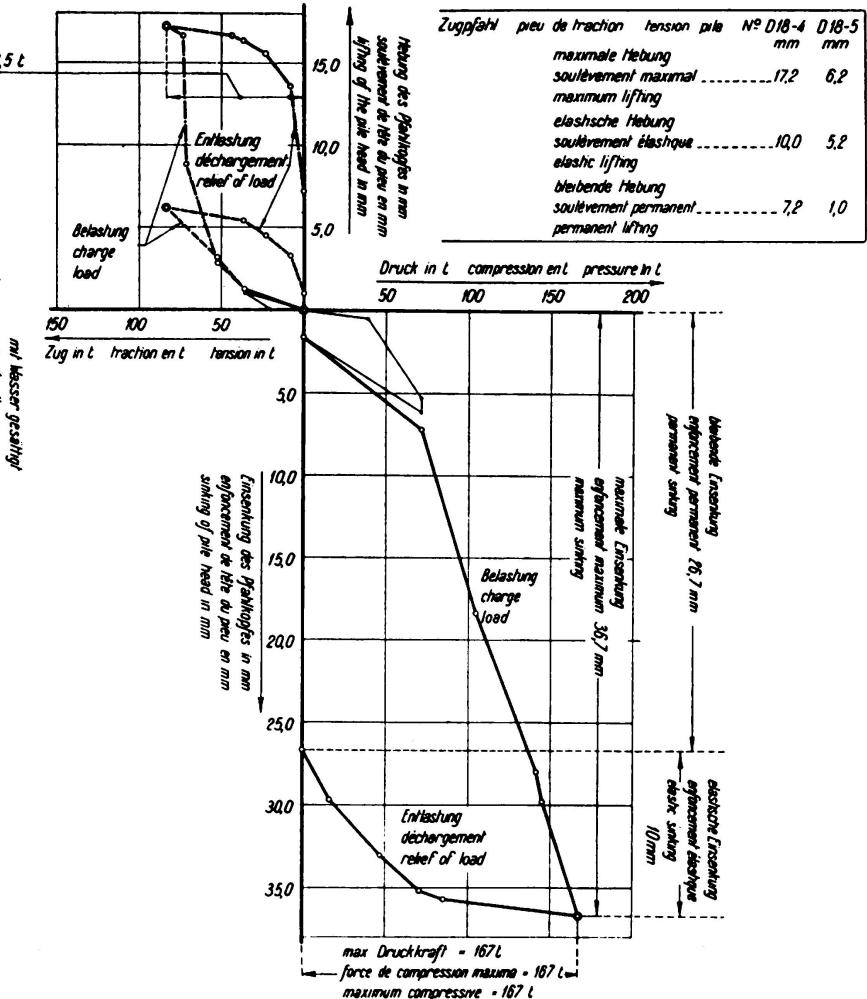


Fig. 7. Résultats de l'essai des pieux au Quai d'Orsay, Paris.

V<sup>o</sup> — Méthode de calcul. — Remarques finales.

Il existe actuellement encore un certain scepticisme en ce qui concerne l'application des pieux d'ancrage, scepticisme dû au fait que les résultats des essais ne sont pas encore suffisamment connus et qu'il n'existe pas encore de solution mathématique satisfaisante.

Pour les pieux de traction avec ancrage à la base (strictement pour l'ancrage à la base III de la fig. 1), il est cependant possible, en se basant sur les théories de *Boussinesq*<sup>2</sup> et de *Fröhlich*<sup>3</sup>, de calculer la répartition des tensions pour une masse élastiquement isotrope *limitée* et par le fait même pour une masse limitée en général et de déterminer, en partant de considérations

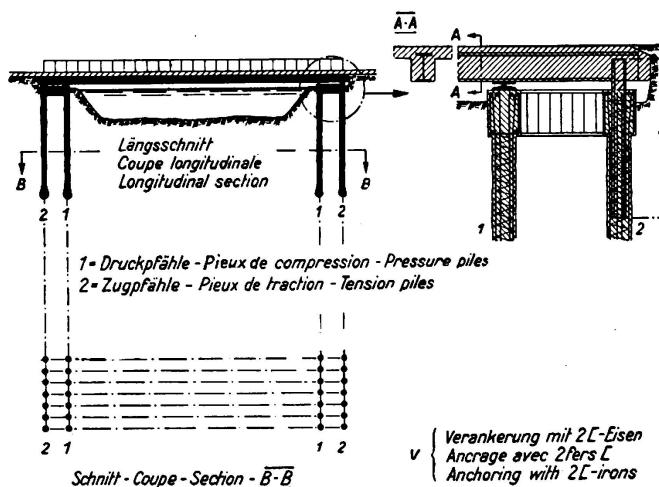


Fig. 8.

Pont à poutres avec des pieux de compression et traction.

ayant trait à l'équilibre, la longueur des pieux de traction. Les tensions imaginaires au-dessus de la surface du sol doivent en réalité être absorbées par l'espace situé au-dessous du point d'application de la force. Les conditions d'équilibre à une sphère imaginaire nous font voir que ces contraintes de compression imaginaires se transforment en contraintes de traction qui elles-mêmes viennent réduire les contraintes de compression existantes.

Ce problème, sur lequel je reviendrai ailleurs, est représenté schématiquement à la fig. 10.

Dans cette figure:

- $\sigma_z$  = contraintes verticales de compression,
- $\sigma_x$  = contraintes horizontales de compression,
- $\sigma_{Ez}$  = poussée verticale spécifique,
- $\sigma_{Ex}$  = poussée horizontale spécifique,

<sup>2</sup> *Boussinesq*: Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques. Paris 1885.

<sup>3</sup> *Fröhlich*: Druckverteilung im Baugrunde (Julius Springer, Vienne 1934). — Elementare Druckverteilung und Verschiebungen im elastisch-isotropen Vollraum. Der Bauingenieur 1934, fasc. 29/30.

Zone A = zone de transmission de la force,  
Zone B = zone de réduction de la compression.

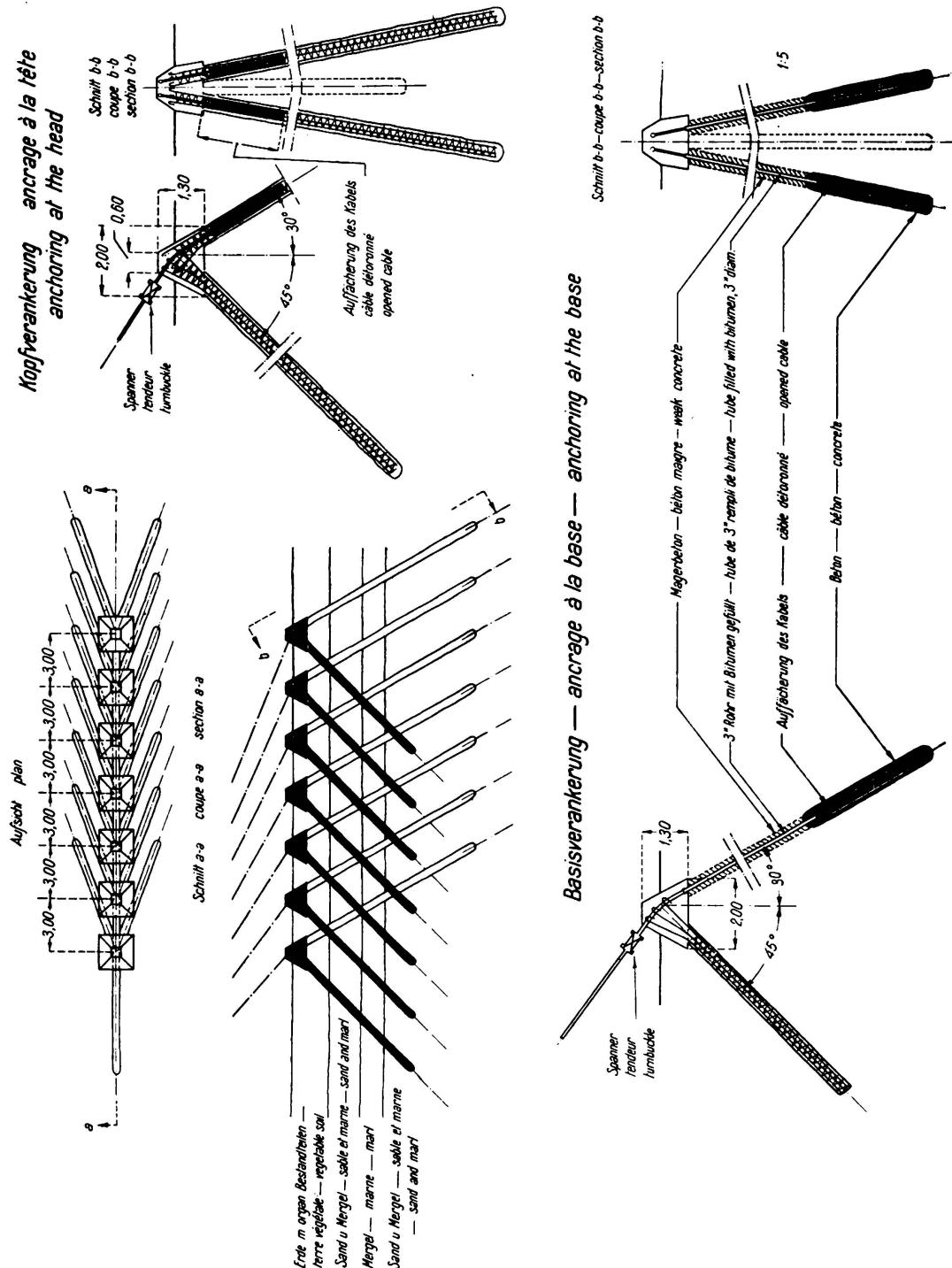


Fig. 9. Schéma d'ancrages d'un pont suspendu par pieux de compression et traction.

Pour le calcul de la répartition des pressions il est avantageux de décomposer la force ( $P$ ) transmise par le câble en ses composantes verticale et horizontale ( $P_V$  et  $P_H$ ), (fig. 11).

A l'aide de nomogrammes, préparés à une échelle suffisamment grande, on obtient rapidement une bonne représentation de la répartition des tensions dans

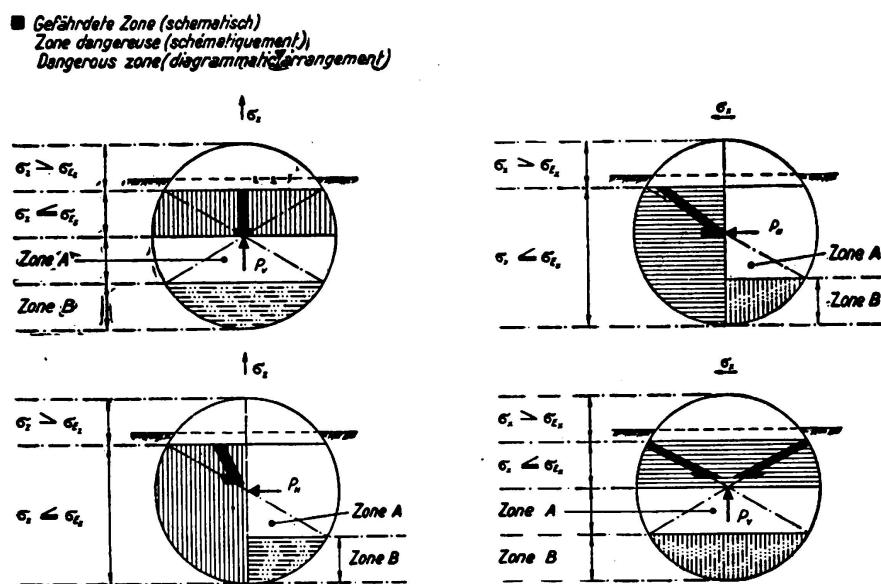


Fig. 10.

Répartition des pressions dans le sol. Considérations de l'équilibre.

le sol, même dans le cas compliqué où des pieux de compression sont combinés avec des pieux de traction.

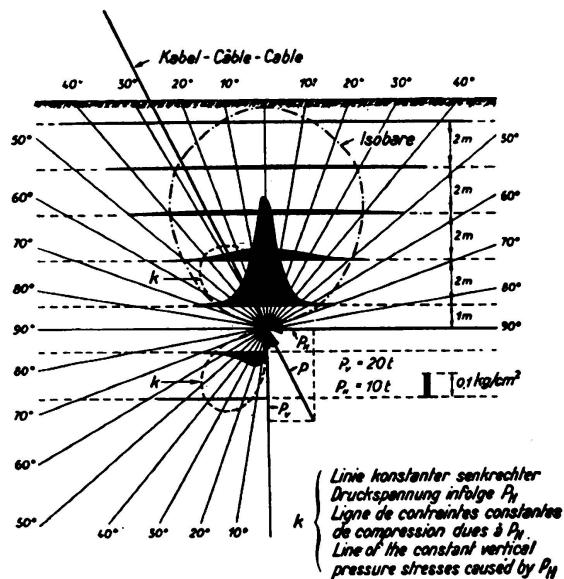


Fig. 11.

Répartition des pressions causée par la force P du câble.

A la fig. 12 nous avons représenté un tel nomogramme pour la détermination de la compression  $\sigma_z$  en fonction de P,  $\varphi$  et z; le nombre de la répar-

tition des tensions ou coefficient de concentration  $\nu$  est variable de 2 à 6. Pour la répartition de la compression dans une sphère, il faut diviser par deux les tensions obtenues.

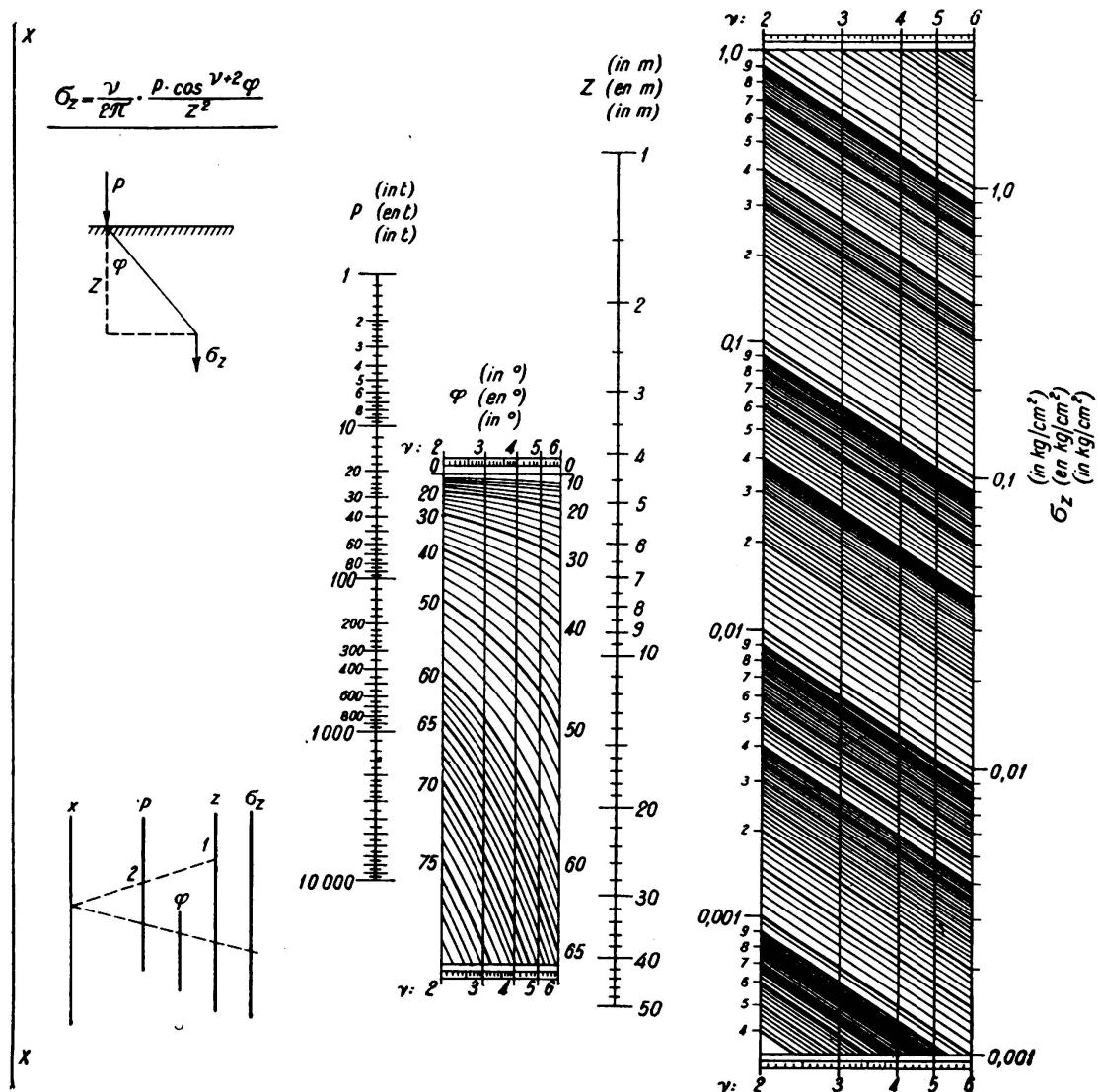


Fig. 12.

Abaque pour la détermination des tensions de compression  $\sigma_z$ .

# VIII 12

## Le tassemement artificiel des remblais.

## Verdichtung von Brückenrampen.

## The Artificial Consolidation of Embankments.

Regierungsbaurat Dr. Ing. habil. W. Loos,  
Berlin.

Au cours de ces dernières années, le tassemement artificiel des remblais et plus spécialement des remblais formant rampes d'accès aux grands ponts, a pris une importance de plus en plus grande. La longueur, la hauteur et la largeur de ces rampes ont augmenté car le tracé est plus vaste (grands diamètres, faibles pentes) et aussi par suite de l'établissement des passages sans

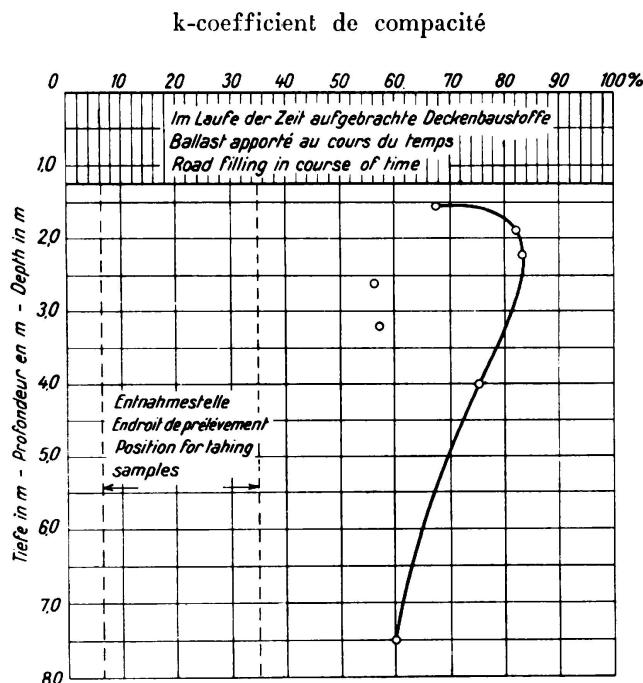


Fig. 1.  
Route Neisse-Ziegenhals.

croisement et des accès aux autoroutes. Le temps mis à disposition est aussi beaucoup plus court actuellement; autrefois on laissait un certain temps les remblais avant d'y poser la chaussée ou les rails, dans l'espoir que le tassemement s'effectue entretemps. Le fort accroissement du poids et de la vitesse des véhicules ne permet plus l'emploi de cette méthode de tassemement.

On a essayé de déterminer le degré de tassement atteint jusqu'à ce jour par des remblais de routes et de chemins de fer soumis au trafic. On a pu constater par exemple qu'un remblai de sable légèrement irrégulier construit en 1923 et soumis au trafic ferroviaire avait atteint le 60 % environ de sa



Fig. 2.

capacité de tassement alors qu'un remblai voisin constitué du même sable et également âgé de 12 ans n'était tassé que de 10, au maximum de 30 %. Un remblai de route, vieux de 100 ans et constitué d'un sable irrégulier peu cohérent était tassé de 60 à 80 % (fig. 1). Même si le tassement est fortement



Fig. 3.

influencé par la répartition des grains du matériau de remblayage il faut exiger pour les routes un tassement aussi régulier que possible de 50 % environ. Le vent et les intempéries n'exécutent pas tout ce travail à eux seuls.

## I°

1° La cause de l'affaissement souvent irrégulier des remblais est la stratification plus compacte de la terre nouvellement apportée<sup>1</sup> et en outre, lorsque

<sup>1</sup> Hertwig: Bodenverdichtung. „Die Straße“ 1934, fasc. 4, p. 106—108.

le sol est compressible, l'affaissement des couches de ce sol fortement chargées par le remblai.

2<sup>o</sup> Les affaissements durables, qui portent de graves préjudices au corps de la route, sont à attribuer à l'inclinaison trop forte des talus, à l'écoulement lent des sols cohérents, à la fissuration due à la sécheresse suivie de fortes

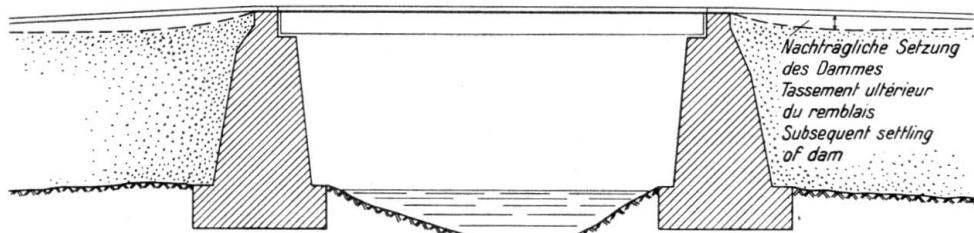


Fig. 4.

chutes de pluie (éboulements partiels), au gel, par suite de l'excès d'eau lors du dégel (appelés éboulements de printemps) et à la dégradation due aux intempéries.

3<sup>o</sup> Les chocs et trépidations du trafic soumettent le sable à une vibration et réduisent son pourcentage de pores, l'eau transporte les éléments fins dans les interstices des masses plus grossières et dans les vides des empierrements.

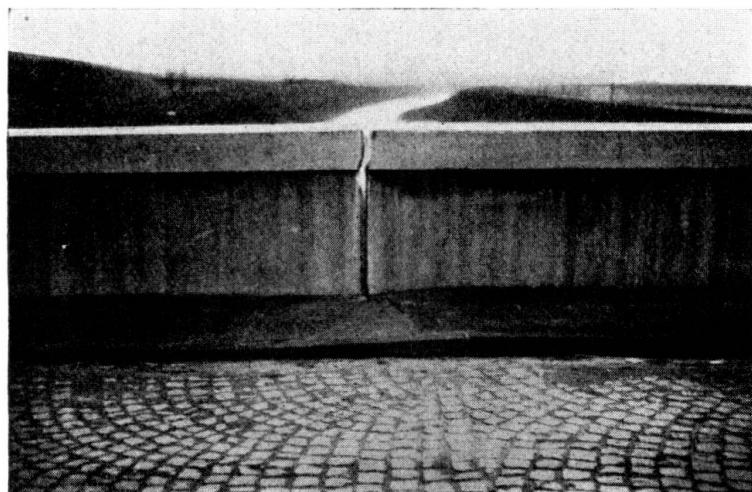


Fig. 5.

Ces phénomènes provoquent les inconvénients suivants:

Dans les remblais de *chemins de fer* un bourrage permanent (visible à la fig. 2 à la hauteur du ballast, par suite d'un éboulement), passage désagréable du remblai au pont, que l'on remarque en circulant. Dans les remblais de *routes*, détériorations de la chaussée, qui se répètent souvent durant une longue période et affaissements (fig. 3, 4 et 5). Ces effets se font tout particulièrement sentir lorsque les fondations du pont sont très profondes et lorsque le remblai est compressible (fig. 6).

II<sup>o</sup>

## Mesures préventives:

1<sup>o</sup> Détermination du degré de tassement du matériau dont on dispose.

Cette question est assez compliquée car on ne possède que quelques données d'observation et parce qu'il est nécessaire d'estimer dans une certaine mesure

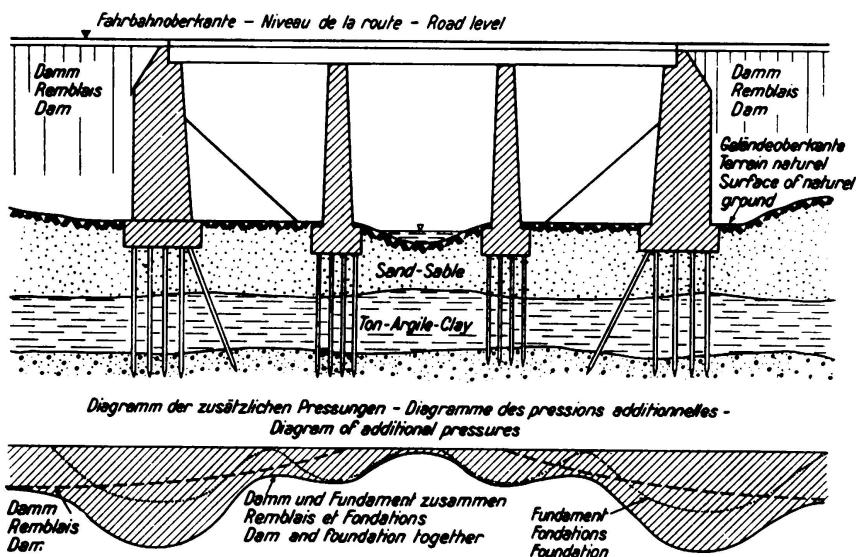


Fig. 6.

Coupe longitudinale schématique.

l'augmentation du poids et de la vitesse des véhicules. Nous venons de parler, dans l'introduction, de deux essais faits dans ce sens (fig. 1). Disons encore qu'il n'est pas possible de préparer sur le chantier un sable irrégulier et relativement compact par mélange de plusieurs sables. De telles questions

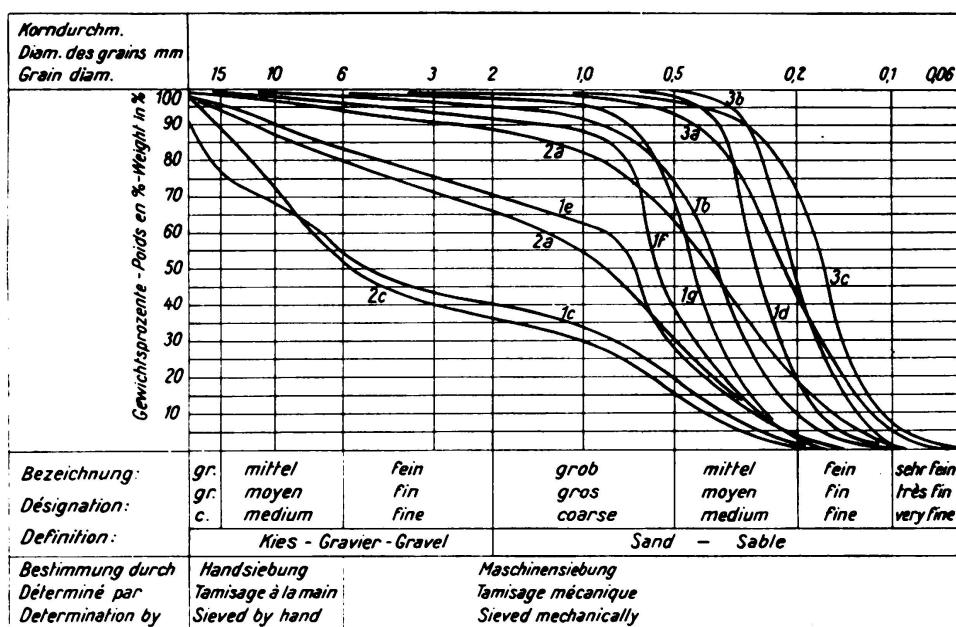


Fig. 7.

Courbes de répartition de la grosseur des grains.

se poseront souvent (par ex. de la façon représentée aux fig. 7 et 8); un mélange intime est impossible sur le chantier. Nos essais se sont d'abord limités principalement à des sols sablonneux afin d'établir les principes des

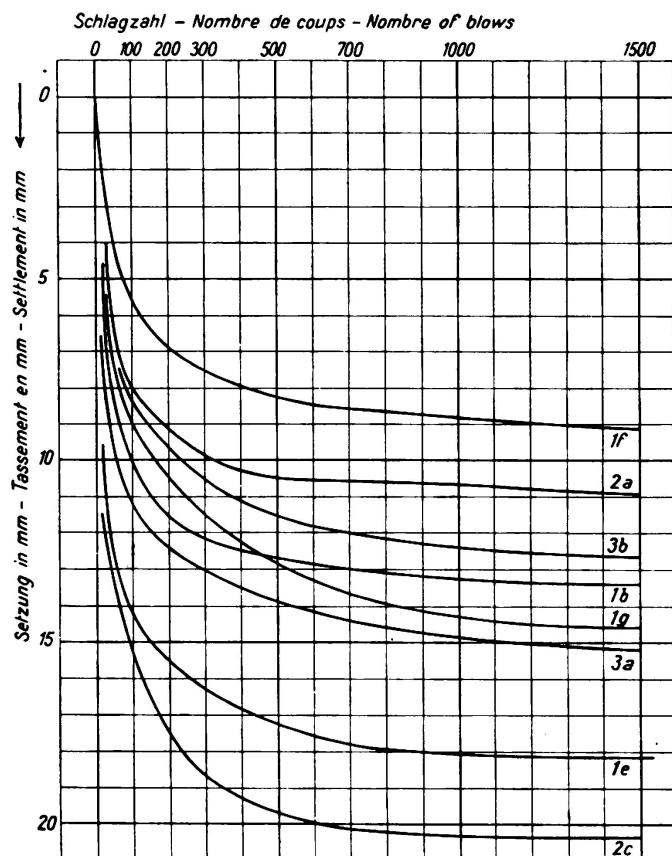


Fig. 8.

Nombre de vibrations déterminé.

(Les éprouvettes 1e, 2c ont été préparées avec le grand cylindre.)

relations existantes. En fin de compte, le *maximum de tassement* n'est pas aussi important que la *régularité du tassement* qui permet d'éviter les dégâts causés à la chaussée. Nous arrivons ainsi à un  $p_v$  d'environ 50—70 % du tassement possible, suivant la composition granulométrique.

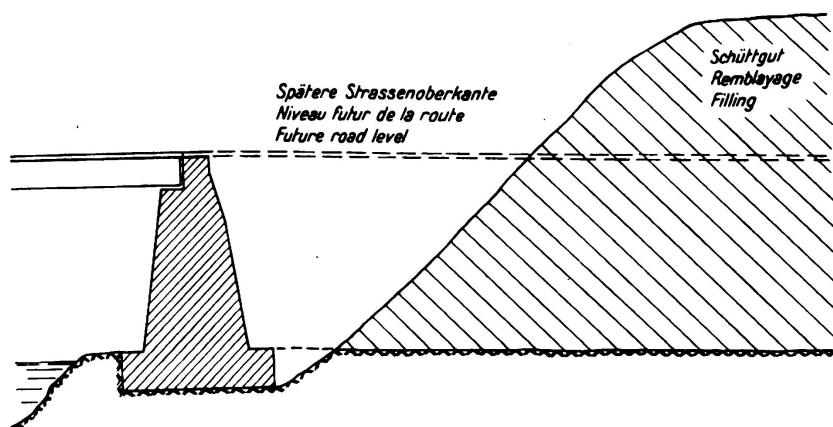


Fig. 9.

2<sup>o</sup> Comme nous venons de le dire, le tassement nécessaire n'est pas le même pour tous les genres de terrain (fig. 8). Il est recommandable d'exé-

cuter quelques essais sur le terrain dont on dispose pour en déterminer le degré de tassement possible.<sup>2</sup>

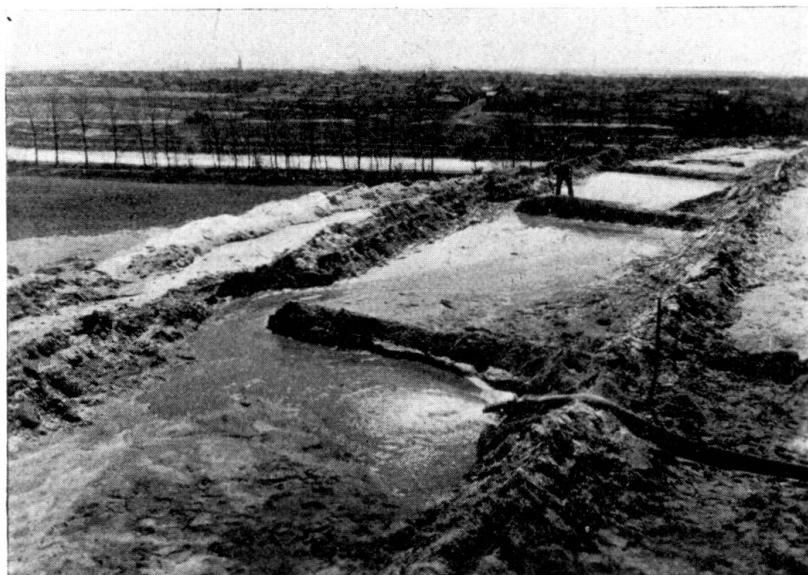


Fig. 10.

3<sup>o</sup> Méthodes de travail à employer sur le chantier. La méthode doit souvent être foncièrement différente pour les sols cohérents et pour les sols non cohérents (et parmi ces derniers pour les sables réguliers et les sables irré-



Fig. 11.

<sup>2</sup> *Loos et Lorenz*: Verdichtung geschütteter Dämme. 1<sup>er</sup> rapport, „Die Straße“, 1934/4. — *Loos*: Verdichtung geschütteter Dämme. 2<sup>e</sup> rapport, „Die Straße“, 1935/13. — *Müller et Ramspeck*: Verdichtung geschütteter Dämme. 3<sup>e</sup> rapport, „Die Straße“, 1935/18. — *R. Müller*: Verdichtung geschütteter Dämme. 4<sup>e</sup> rapport, „Die Straße“, 1936/16 — *W. Loos*: Verdichtung geschütteter Dämme. 5<sup>e</sup> rapport, „Die Straße“, 1936/17 — *W. Loos et H. Breth*: Die Nachprüfung der Verdichtungswirkung von Explosionsrammen auf bindigem Boden. 6<sup>e</sup> rapport, „Die Straße“ 1937/12.

guliers). Pour les sols cohérents il est presque impossible de réduire la durée du tassement autrement que par une mise en charge préalable de longue durée, ce qui est souvent possible. Un inconvénient persiste: la partie située

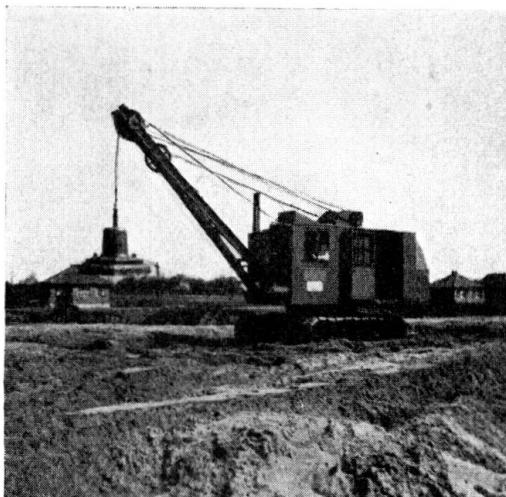


Fig. 12.

immédiatement derrière les culées ne peut être remblayée qu'en tout dernier lieu. Il est vrai que l'on peut apporter les masses de terre très près des culées et les déposer sur le remblai (fig. 9) ce qui met le sol sous pression préalable. Les procédés mécaniques permettront d'écraser les mottes et de

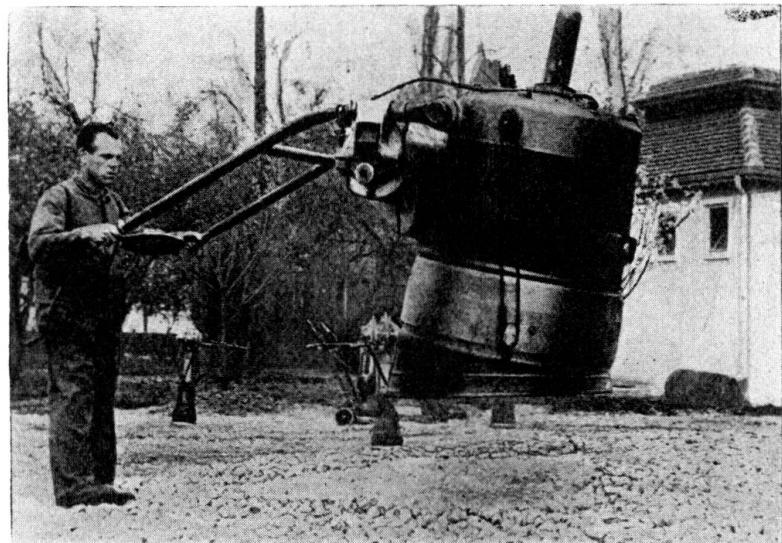


Fig. 13.

Grenouille Delmag de 1000 kg au travail.

supprimer des grands vides mais ne permettront pas d'éliminer l'eau intersituelle. Pour cela on pourra très bien rouler, damer et vibrer la terre en couche d'au plus 25 cm.

Il est beaucoup plus difficile de provoquer le tassement des remblais en blocs de rocher tels qu'on les a sur les chemins de fer et les autoroutes qui

franchissent des régions montagneuses. Seul un lourd damage entre en ligne de compte ici; on ne possède presque aucun résultat d'essais à ce sujet car le prélèvement d'échantillons est très difficile. Le danger est cependant faible

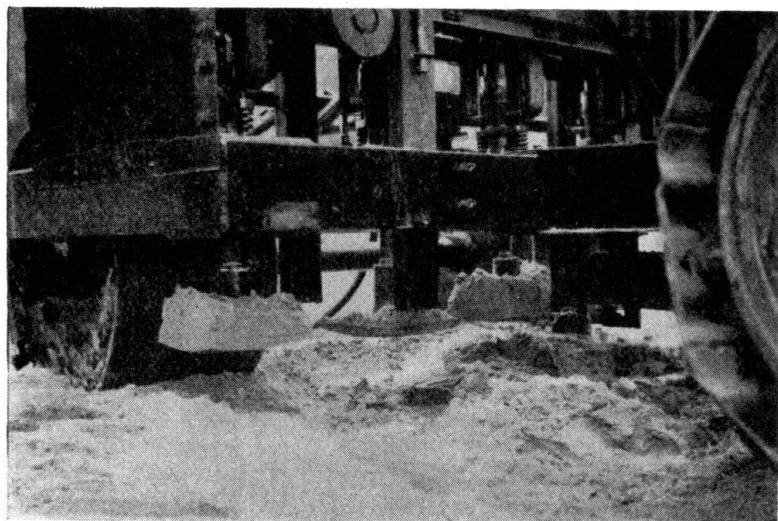


Fig. 14.

lorsqu'aucun matériau à grains fins ne se trouve au-dessus de ce remblayage et qui sans cela s'infiltrentaient dans les espaces libres.

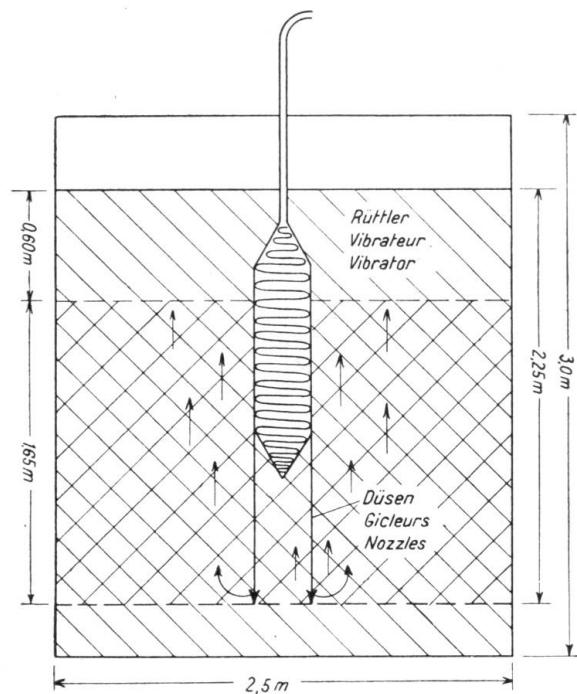


Fig. 15.

Essais de compacification par vibration interne.  
Tassement à 74 % du remblais.

Pour les terrains sablonneux on a utilisé jusqu'à ce jour différentes méthodes:

- le détrempage dont l'action est assez faible (fig. 10),
- le lavage, surtout employé dans la construction des canaux (fig. 11),
- le damage à l'aide d'un mouton (fig. 12),
- le damage à l'aide d'une sonnette à explosion (grenouille Delmag) (fig. 13),

- e) le damage à l'aide d'une machine à plusieurs pilons mus à l'électricité, à la vapeur ou à l'air comprimé (fig. 14),
- f) la méthode de vibration interne (fig. 15),



Fig. 16.

- g) le vibrateur\* de la maison Losenhausen (fig. 16),
- h) les rouleaux compresseurs avec nervures qui empêchent le dérapage (fig. 17).



Fig. 17.

Quant à l'effet et au contrôle du tassemement, le lecteur trouvera de plus amples renseignements dans la bibliographie<sup>3</sup>.

Il faut attacher la plus grande importance aux parties du remblai situées relativement près de l'ouvrage ou des culées. On peut recommander de placer

<sup>3</sup> Loos et Lorenz: Verdichtung geschütteter Dämme, 1<sup>er</sup> rapport, „Die Straße“, 1934/4. — Loos: Verdichtung geschütteter Dämme. 2<sup>e</sup> rapport, „Die Straße“, 1935/13. — Müller et Ramspeck: Verdichtung geschütteter Dämme. 3<sup>e</sup> rapport, „Die Straße“, 1935/18.

en ces endroits — même dans le cas d'un tassement artificiel — un revêtement provisoire (pavés), surtout lorsqu'on peut s'attendre à un affaissement de longue

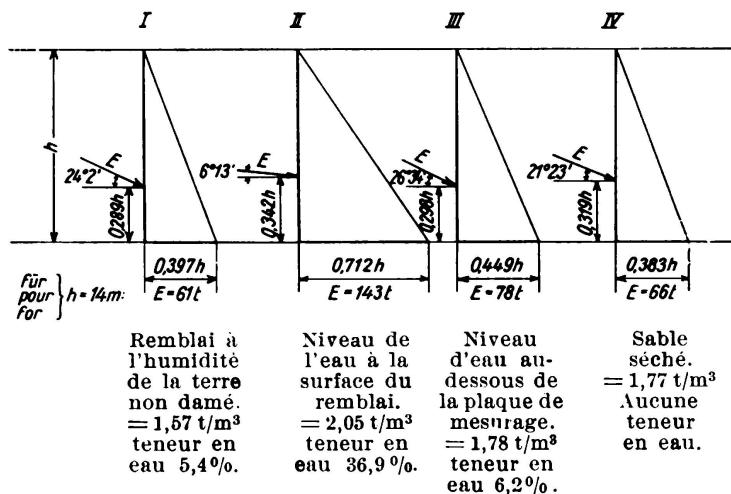


Fig. 18. Essais de poussée des terres avec niveau artificiel de l'eau souterraine.

durée (fig. 4). On évitera ainsi les passages très désagréables semblables à des tremplins de saut.

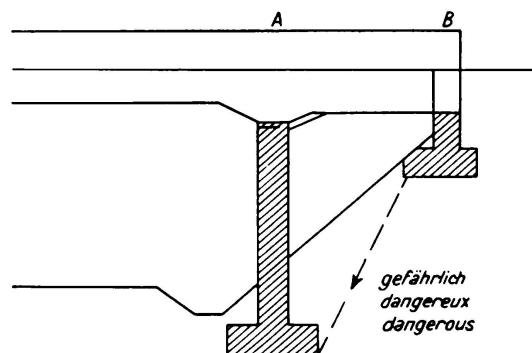


Fig. 19.

4° Dans le calcul des culées d'un pont il faudrait tenir compte du procédé de tassement artificiel projeté. Il faut être très prudent car un damage très

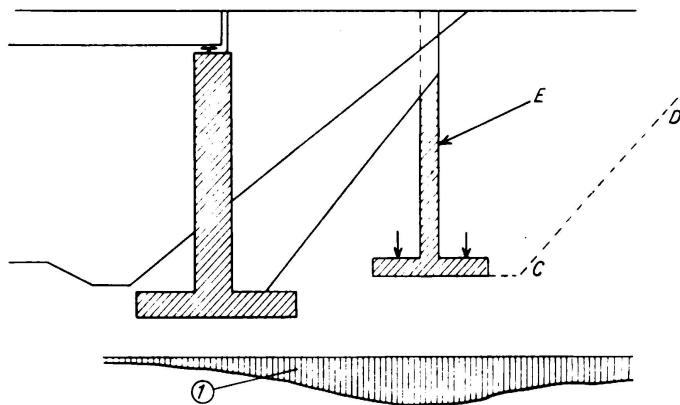


Fig. 20.

① Tassement possible par remplissage ultérieur et remblayage.

puissant peut être dangereux, le lavage augmente de la pression de l'eau la pression des terres (fig. 18) et tout procédé de tassement réduit provisoirement

et d'une façon plus ou moins grande l'angle de frottement interne, ce qui correspond à une augmentation de la poussée des terres surtout lorsque les culées sont du type représenté aux fig. 19 et 20. Il faut être tout spécialement prudent dans l'emploi des terres très compactes (marnes irisées, marnes cal-

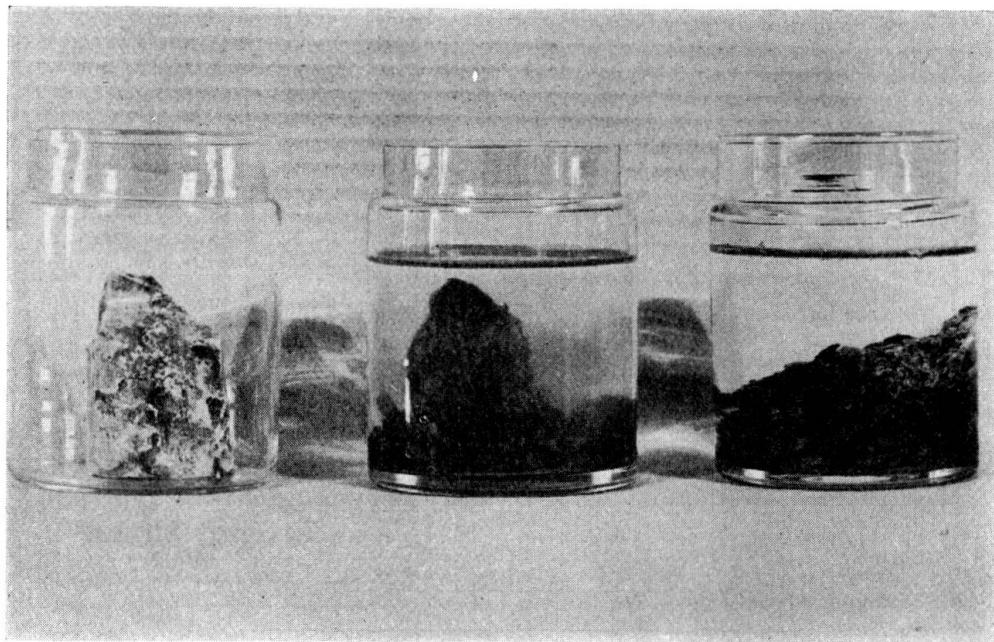


Fig. 21.

caires, etc.) qui se disloquent et s'écoulent à l'air, souvent même sans addition d'eau.

Il ne reste donc dans la pratique qu'à remblayer par couches d'épaisseur de plus en plus faibles en s'approchant des ouvrages — même dans les remblais où, à une certaine distance des ouvrages on travaille par couches de plus de 1 m avec emploi de lourdes machines à tassement artificiel — et de les tasser avec des machines légères — de 500 kg environ —.

## VIII 13

La consolidation électro-chimique des argiles.

Elektro-chemische Bodenverfestigung.

Electro-Chemical Consolidation of the Ground.

Dr. Ing. W. Bernatzik,

«Centre d'Etudes et de Recherches Géotechniques». Fondation M. G. Rodio, Paris.

Une argile placée entre deux électrodes est le siège de plusieurs phénomènes.

1<sup>o</sup> *Echauffement* de l'argile agissant comme une résistance électrique.

2<sup>o</sup> Décomposition de l'eau interstitielle (*electrolyse*).

3<sup>o</sup> Suivant la nature des électrodes, ces dernières se polarisent, ce qui engendre un courant inverse qui affaiblit le courant principal, c'est-à-dire qui augmente la résistance (*polarisation*).

4<sup>o</sup> Lorsque l'argile contient trop d'eau<sup>1</sup>, les grains d'argile peuvent se mouvoir librement; les grains d'argile chargés négativement (basiques) se déplacent vers l'électrode positive (anode) ou bien les grains chargés positivement (acides) vers l'électrode négative (cathode), c'est l'*electro-endosmose*.

Lorsque l'argile prédomine, c'est-à-dire lorsque les grains d'argile ne peuvent pas se mouvoir, l'eau interstitielle se déplace du pôle + au pôle — pour l'argile négative et inversément pour l'argile positive, c'est l'*electro-osmose*.

(Si d'autre part de l'eau s'écoule à travers un système de pores, il se forme une différence de potentiel électrique entre l'entrée et la sortie, c'est l'*electro-capillarité*.)

5<sup>o</sup> *Substitution des ions absorbés* par les grains d'argile par d'autres ions déterminés par le choix des électrodes et l'adjonction de produits chimiques et élimination des premiers par le courant. Actuellement on conçoit de la façon suivante ce phénomène<sup>2 3</sup>.

Les grains d'argile (macro-anions) ont une structure en treillis et ont à leur surface des valences électriques libres qui tendent à se saturer aux dépens de bases dissoutes dans l'eau interstitielle, c'est-à-dire que la surface réagit chimiquement. L'intérieur des grains reste inerte car toutes les valences sont saturées, donc en équilibre. Ces bases absorbées influencent à leur tour l'eau interstitielle avec une ampleur et une résistance différentes suivant la nature des bases. Ce

<sup>1</sup> Freundlich: Kapillarchemie. Leipzig 1930.

<sup>2</sup> Endell et Vageler: Der Kationen- und Wasserhaushalt keramischer Tone im rohen Zustand. Berichte der deutschen Keram. Gesellschaft E.V., septembre 1932.

<sup>3</sup> Endell et Vageler: Über die Natur der keramischen Tone. Berichte der deutschen Keram. Gesellschaft E.V., octobre 1933.

n'est qu'à l'extérieur de ce domaine que l'eau interstitielle est vraiment libre. Si maintenant on arrive à substituer d'autres bases à celles absorbées à la surface des grains d'argile, on modifie la résistance et l'épaisseur de la pellicule d'eau absorbée. Il en résultera une modification des caractères physiques de l'argile.

L'idée d'utiliser le courant électrique pour la consolidation du sol a été breveté par le *Dr. Leo Casagrande*. Les recherches que nous entreprenons et qui ne sont qu'à leurs débuts, se feront dans les laboratoires du « Centre d'Etude et de Recherches Géotechniques », Fondation M. G. Rodio, Paris. Elles ont pour but de mettre au point l'application pratique de ce procédé après une étude détaillée des phénomènes.

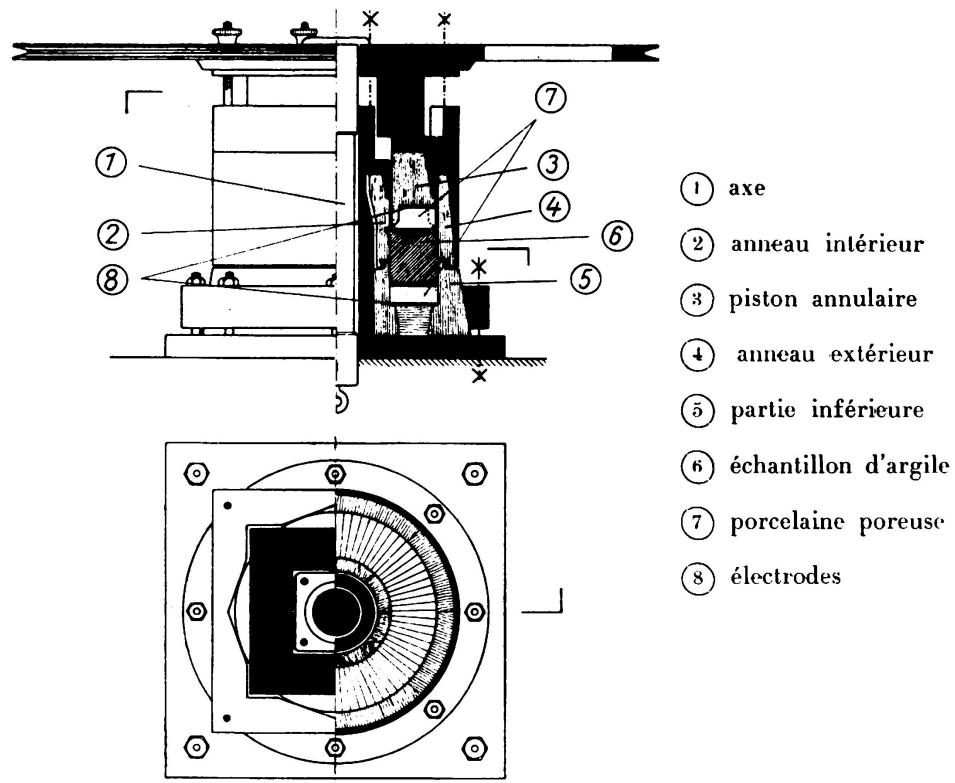


Fig. 1.

La fig. 1 représente la construction de l'appareil spécial permettant d'étudier l'action du courant électrique sur les argiles. L'éprouvette d'argile (6) de forme annulaire est placée entre deux pierres poreuses (7) de porcelaine, derrière lesquelles se trouvent les électrodes (8). L'appareil se compose d'un socle fixe (5), d'une partie supérieure mobile (3) et de deux anneaux mobiles (2 et 4). Le centrage des parties mobiles est assuré par un axe (1) qui supporte la charge verticale. Les anneaux mobiles (2 et 4) peuvent être enlevés du socle avant l'essai de cisaillement. Les pièces (2, 3 et 4) sont toutes trois carrées et peuvent être fixées entre elles pour l'essai de cisaillement.

La fig. 2 montre l'installation dans son ensemble, la fig. 3 le détail de l'appareil pour l'essai au cisaillement et la fig. 4 ce même appareil démonté.

Cet appareil permet de consolider une argile soumise à une surcharge donnée et possédant un pourcentage d'eau initial connu. On détermine alors la résis-

tance au cisaillement. On fait passer le courant et l'on mesure la variation de volume. Après cela on effectue un nouvel essai au cisaillement. On a ainsi pour la même éprouvette le module de cisaillement avant et après le traitement, la variation de volume durant le passage du courant, la teneur en eau au début et

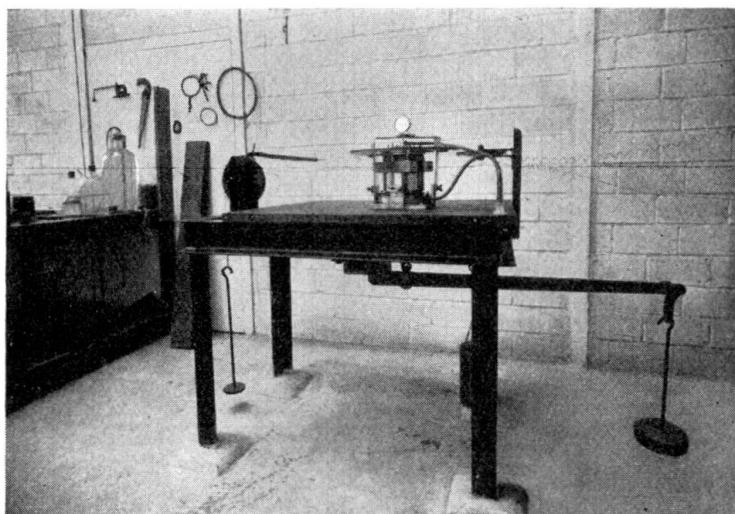


Fig. 2.

à la fin et les hauteurs théoriques de l'éprouvette d'argile. Les caractéristiques initiales de l'argile sont contrôlées à l'aide des essais normaux.

Les caractéristiques géotechniques des argiles utilisées sont données à la fig. 5; la fig. A représente le diagramme oedométrique et la perméabilité (valeurs de  $K$ ) pour la limite de liquidité prise comme état initial. Dans le même sys-

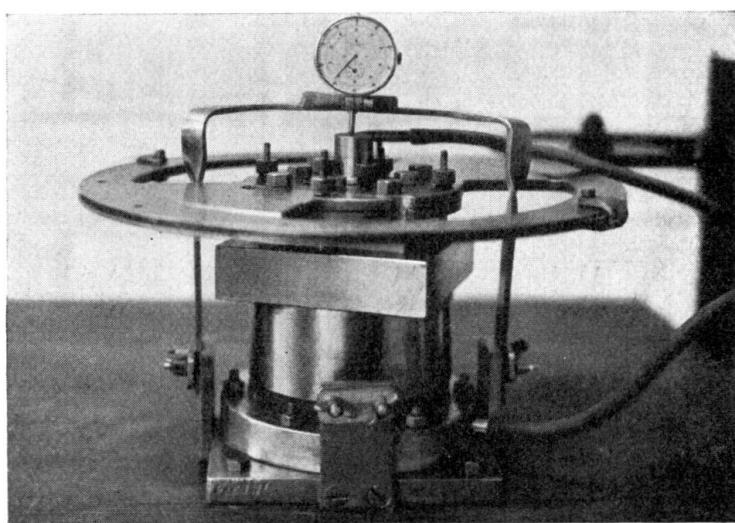


Fig. 3.

tème de coordonnées nous avons reporté, au bas, le diagramme oedométrique pour de l'argile à l'état où elle fut employée pour les essais.

La fig. B représente la courbe granulométrique de l'argile (légèrement thixotrope). La fig. C donne l'angle de frottement et la cohésion (application de la

force de cisaillement,  $1/40$  de la charge verticale par minute). La fig. D indique les valeurs de S, c'est-à-dire la quantité de bases échangeables par gramme d'argile et, au-dessous, les éléments se trouvant dans la solution.

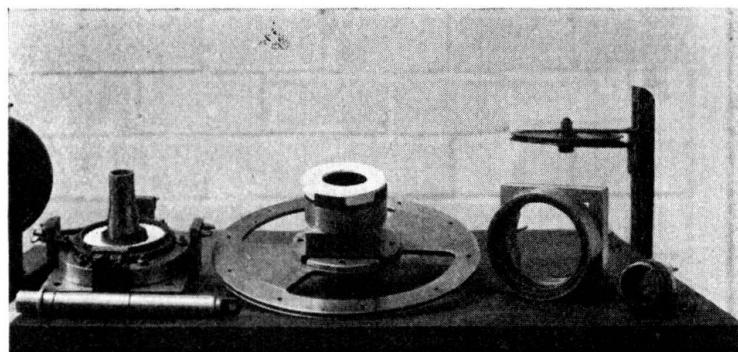


Fig. 4.

Cette analyse démontre que l'argile utilisée se prête mal aux expériences puisqu'elle ne contient que très peu de sodium; c'est en effet sur la substitution du sodium que repose principalement notre procédé. Si l'on a choisi cette argile,

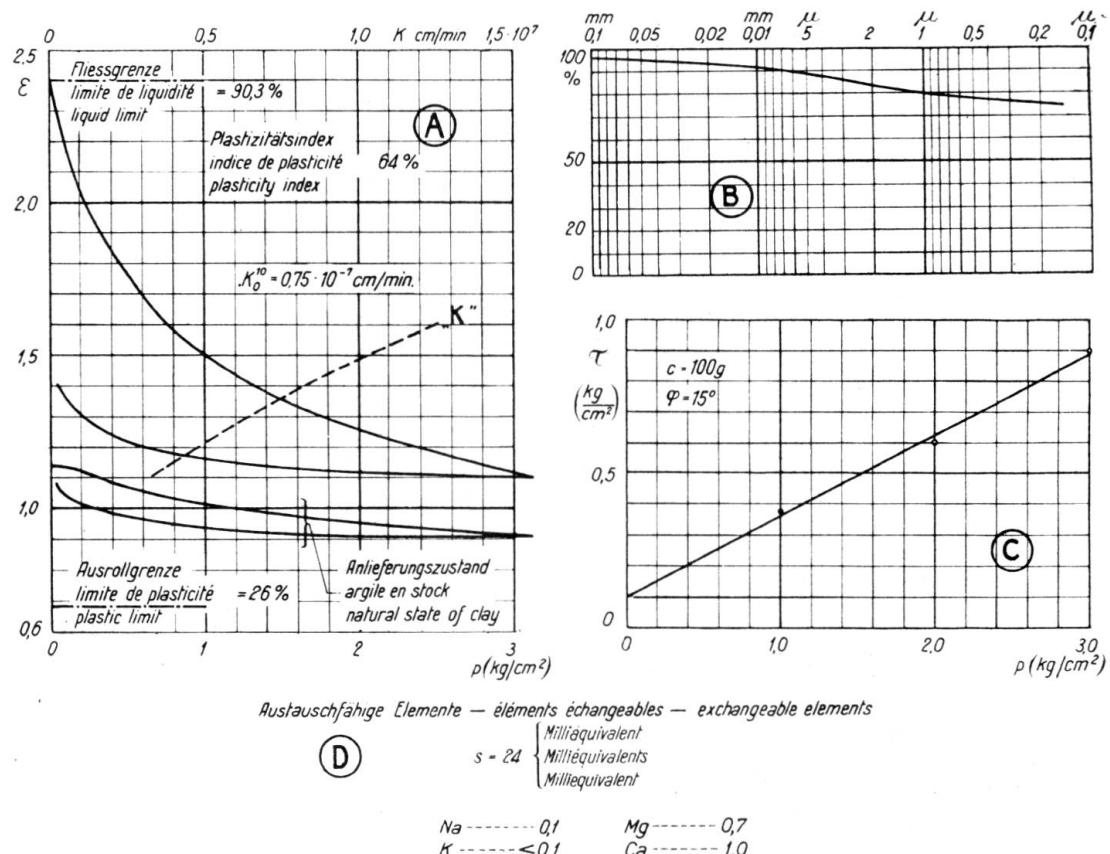


Fig. 5.

c'est parce que l'on peut se la procurer avec une consistance constante dans le commerce (argile de poterie).

Les premiers résultats d'essais sont donnés à la fig. 6; on les contrôle actuellement.

La fig. III donne les compressions produites par le passage du courant à travers trois échantillons placés dans trois cas de charge différents. La fig. IV montre la variation de volume en fonction du temps. La teneur en eau devrait s'abaisser dans la fig. III jusqu'aux points marqués d'un cercle noir. Si l'on détermine après l'essai le pourcentage d'eau, on constate que les indices de vide

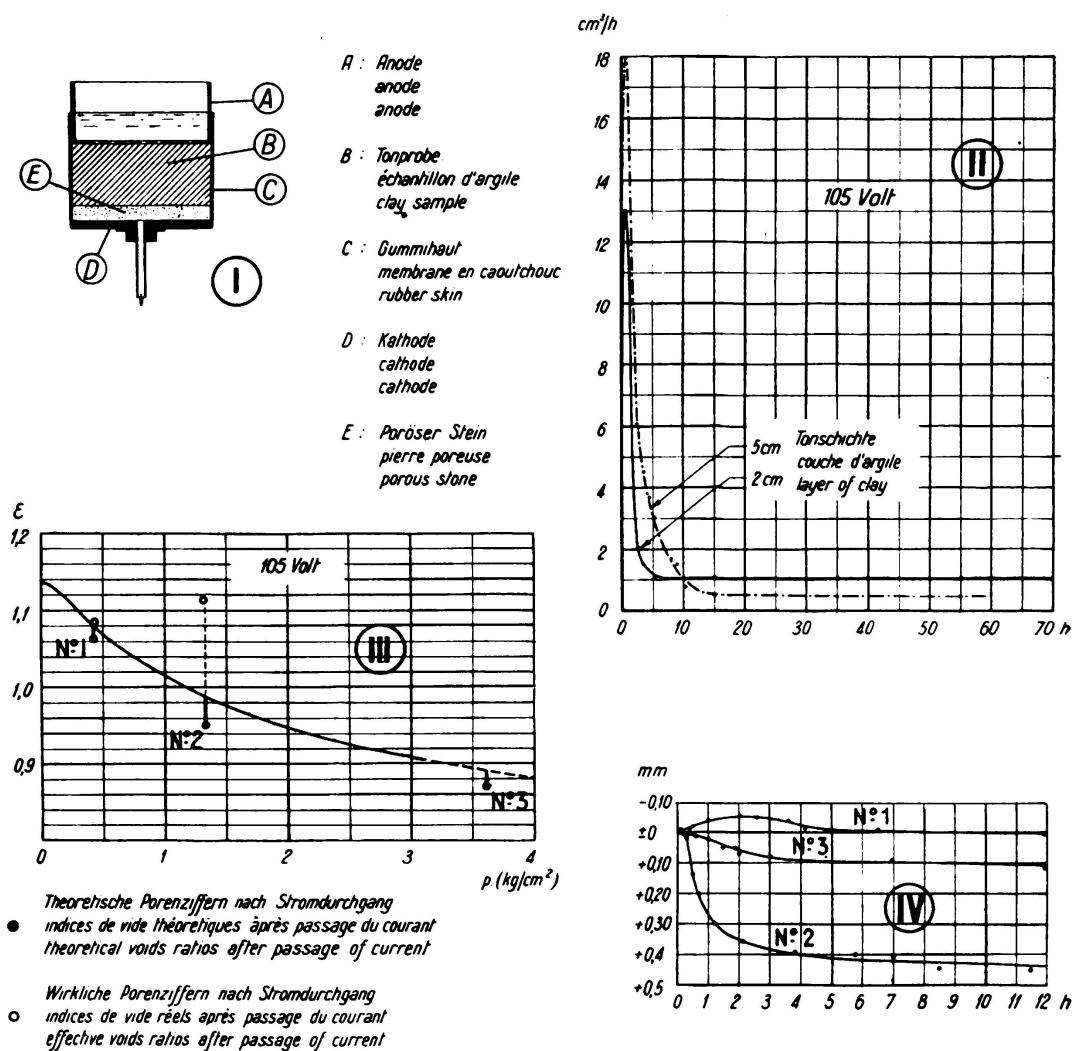


Fig. 6.

se trouvent beaucoup plus élevés. Les éprouvettes d'argile ne purent plus gonfler après l'essai de telle sorte qu'il s'est certainement effectué une faible absorption d'eau. Les véritables pourcentages d'eau sont si élevés que l'on doit admettre que le retrait provient en tout premier lieu d'une perte d'eau absorbée, c'est-à-dire de l'eau qui ne s'écoule pas de l'argile lors de la détermination usuelle du pourcentage d'eau (séchage à 105° C). Ces résultats seront contrôlés à l'aide d'un oedomètre.

Il est intéressant d'observer la rapidité avec laquelle varie le volume (fig. IV) ainsi que le gonflement initial de l'argile dans l'essai n° 1. Une deuxième série

d'essais explique cette rapidité (fig. I). Une argile (B) est placée dans une bague en caoutchouc (sans surcharge), au-dessus se trouve une pierre poreuse (E). De chaque côté sont les électrodes (A et D). On mesure la quantité d'eau qui s'écoule durant le passage du courant. Cette quantité d'eau est donnée à la fig. II en fonction du temps et pour une couche d'argile de 2 et 5 cm d'épaisseur. Après une forte perte d'eau au début, qui dure quelques heures seulement, le débit se stabilise et à partir de cet instant, seule l'électro-osmose doit entrer en jeu. Si l'on calcule la pression qui correspondrait à ce débit, on arrive à 5—6 atmosphères. On voit que des forces importantes entrent en jeu, forces qui naturellement doivent avoir une répercussion sur l'argile, c'est-à-dire que l'argile se consolide sous l'effet d'une « charge électrique » (ainsi qu'on le voit à la fig. IV). Cela se passe vraisemblablement même si l'échange de bases n'a pas lieu, c'est-à-dire sans perte d'eau interstitielle absorbée.

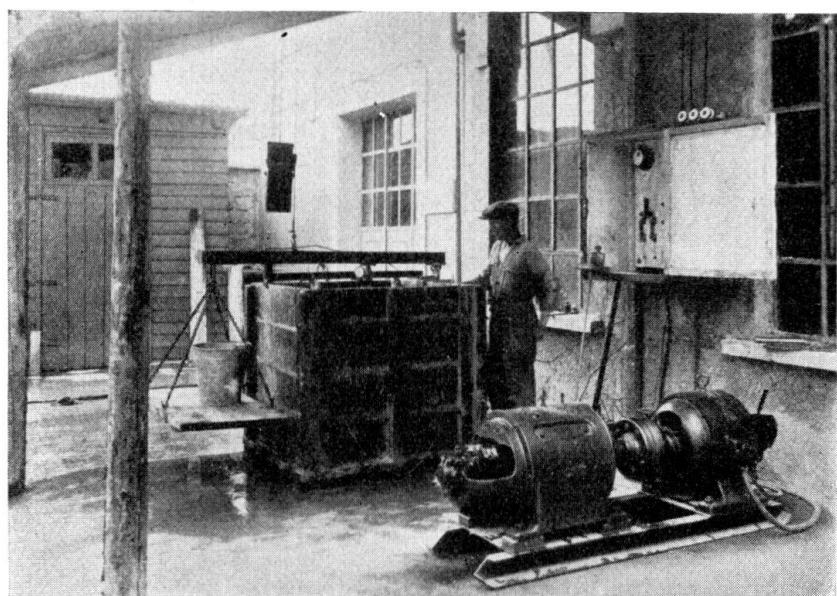


Fig. 7.

Avant ces recherches, le laboratoire géotechnique Rodio à Milan, avait entrepris un essai sur un mètre cube d'argile. Cet essai est intéressant car il s'agissait d'une argile chargée positivement (acide). L'eau interstitielle se déplaçait donc vers le pôle positif.

La fig. 7 montre la disposition de l'essai et la fig. 8 ses résultats.

La fig. A est une coupe à travers l'éprouvette d'argile. L'argile employée était assez liquide, donc bien en dessus de la limite de liquidité. Une sorte d'aiguille de Vicat permettait de mesurer de temps en temps la pénétration en différents points et par le fait même les modifications de l'argile. La fig. B donne la pénétration, la ligne discontinue après 19 heures et la ligne en traits-points après 32 heures de traitement. On constate qu'après 19 heures l'argile est consolidée dans une zone bien déterminée du côté de la cathode, alors que du côté de l'anode la consolidation décroît vers le centre. Au centre, l'argile n'a subi d'abord aucune modification. Au bout de 32 heures, l'éprouvette d'argile est presque complètement consolidée. Vraisemblablement la consolidation au pôle négatif se fait par

électro-endosmose, c'est-à-dire que les grains d'argile sont attirés vers la cathode et y forment une couche ferme par suite de la consolidation dans le sens horizontal. Dans la zone positive par contre, d'où part le mouvement des ions, la consolidation semble devoir être attribuée à l'échange des bases.

Après l'essai on a déterminé à nouveau les constantes géotechniques de l'éprouvette.

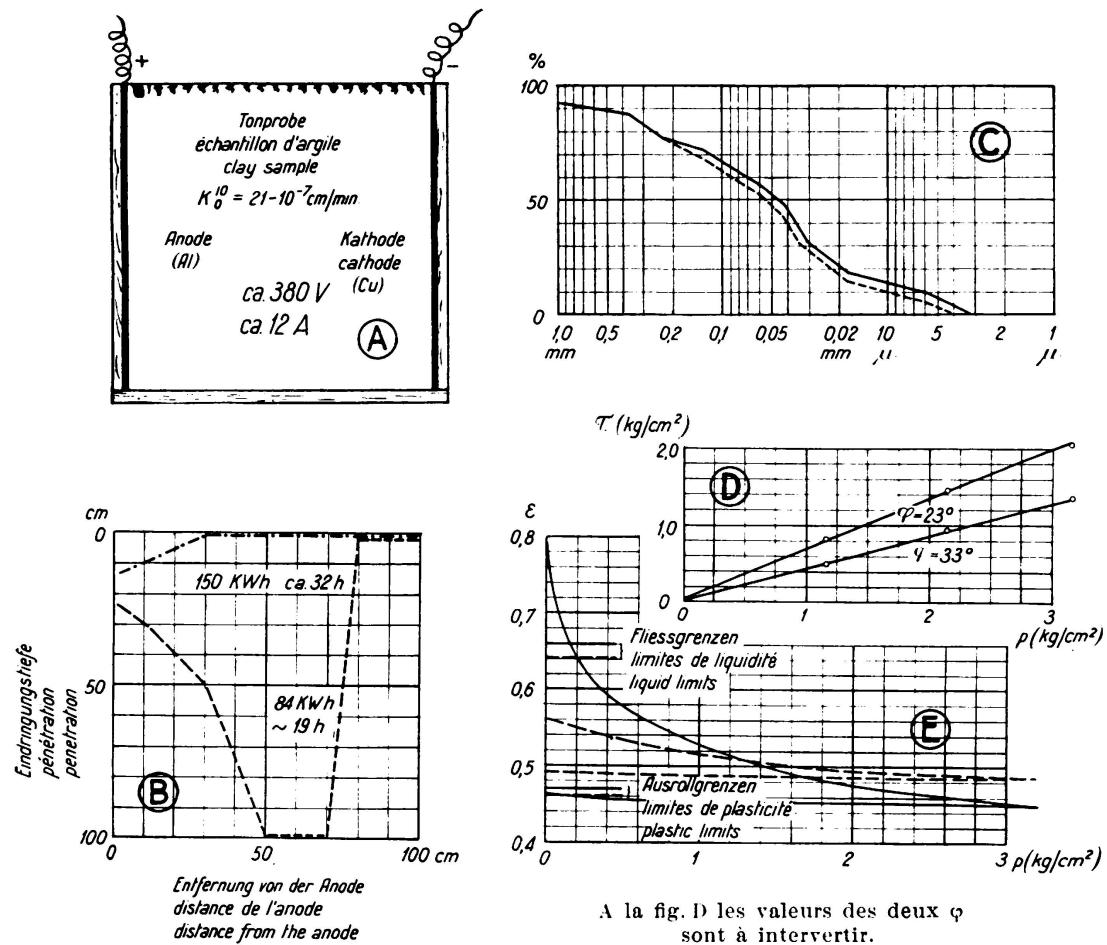


Fig. 8.

La nouvelle courbe granulométrique (fig. C, ligne discontinue) indique vraisemblablement une légère augmentation du diamètre des grains (méthode aérométrique). Ces derniers se décantent plus vite, probablement par suite d'une diminution de la quantité d'eau absorbée.

Le diagramme de cisaillement (fig. D) montre une variation de l'angle de frottement qui a passé de  $23^\circ$  à  $33^\circ$ .

Le diagramme de la fig. E donne la compressibilité avant (lignes continues) et après (lignes discontinues) le passage du courant. On constate que l'argile est devenue plus « stable » dans ses caractéristiques; son angle de frottement est devenu plus grand et sa compressibilité plus faible.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide