Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 2 (1936)

Artikel: Contraintes de compression admissibles dans les sections de béton armé rectangulaires sollicitées excentriquement

Autor: Brandtzaeg, A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-3014

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

IIa 1

Contraintes de compression admissibles dans les sections de béton armé rectangulaires sollicitées excentriquement.

Zulässige Betondruckspannungen in rechteckigen Eisenbetonquerschnitten bei außermittigem Druck.

Permissible Concrete Stresses in Rectangular Reinforced Concrete Sections under Eccentric Loading.

Dr. techn. A. Brandtzaeg,
Professor an der Technischen Hochschule Trondheim.

Malgré les objections d'un grand nombre de spécialistes, on se sert encore généralement de la méthode de calcul usuelle pour le dimensionnement des sections de béton armé soumises à la flexion ou à la compression excentrée (calcul d'après le «stade II»). Cette méthode est à la base des prescriptions de presque tous les pays.

Dans des publications antérieures[1] [2] nous avons déjà indiqué une méthode de calcul suivant laquelle *les moments ou les charges de rupture* des sections rectangulaires de béton armé concordent très bien avec les résultats des essais. La *résistance* ainsi calculée permet de déterminer, pour toute section rectangulaire, jusqu'où le calcul d'après le «stade II» correspond à l'exigence que l'on obtienne le même *degré de sécurité* désiré pour des bétons de qualités différentes, des pourcentages d'armature différents et des excentricités différentes de la charge; elle permet en outre la détermination des contraintes admissibles. Autrefois on a spécialement étudié le cas de la flexion pure.[3] Ici, nous voulons approfondir le cas de la compression excentrée; nous ne tiendrons pas compte de l'influence du flambage.

1° — Détermination mathématique des charges de rupture.

Il faut distinguer les sections *fortement armées* des sections *normalement armées*. Dans les premières, la rupture se produit dans la zone comprimée; l'étirement de l'armature tendue n'entre pas en ligne de compte. Dans les sections normalement armées, la rupture débute par l'étirement des fers ten-

---

[1] *Anton Brandtzaeg:* „Der Bruchspannungszustand und der Sicherheitsgrad von rechteckigen Eisenbetonquerschnitten unter Biegung oder außermittigem Druck", Norges Tekniske Høiskole Avhandlinger til 25-ars jubileet 1935, F. Bruns Bokhandel, Trondheim, pages 677 à 763.

[2] Comme [1], Det kgl. norske Videnskabers Selskabs Skrifter 1935, Nr. 31, F. Bruns Bokhandel, Trondheim.

[3] *Anton Brandtzaeg:* „Die Bruchspannungen und die zulässigen Randspannungen in rechteckigen Eisenbetonbalken", Beton und Eisen, 35e année, fasc. 13, 5 juillet 1936, pages 219 à 222.

dus, la zone comprimée se brise ensuite à cause de l'ouverture de la fissure de rupture. Dans les cas intermédiaires, les deux types de rupture se superposent. Tandis que pour la flexion simple le type de rupture n'est déterminé que par les propriétés des matériaux et le pourcentage d'armature, pour la flexion avec force longitudinale, la rupture dépend aussi de l'excentricité de la charge.

a) *Sections fortement armées.*

Dans le cas de la flexion avec compression excentrée, le raccourcissement du bord comprimé est beaucoup plus grand que celui d'un prisme soumis à une compression centrée, ε_o. Ce *raccourcissement à la rupture* ε_{rB} influence la résistance de la section. On peut le représenter par le *degré de raccourcissement à la rupture* $\eta = \frac{\varepsilon_{rB}}{\varepsilon_o}$.

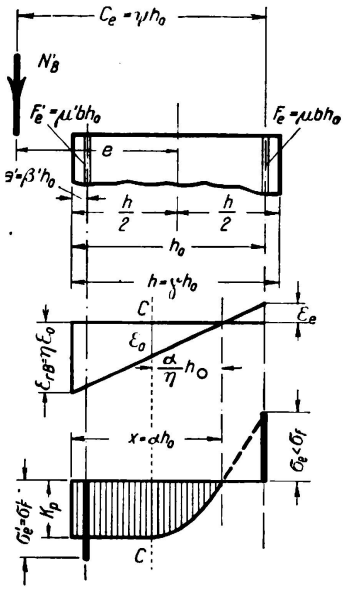

Fig. 1.

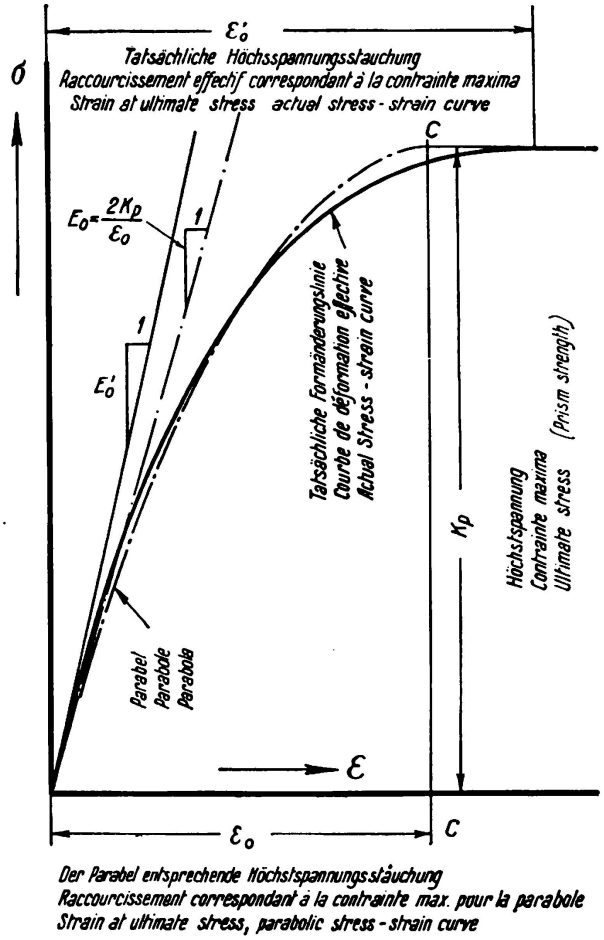

Fig. 2.

Pour la section fléchie ou excentriquement comprimée, on admet la répartition suivante des contraintes (fig. 1): Pour des raccourcissements plus faibles que ε_o, raccourcissement pour lequel un prisme constitué du même béton et soumis à une compression centrée atteint sa contrainte de rupture K_P (fig 2), on obtient les contraintes de compression dans le béton à partir de la courbe de déformation du prisme (à droite de la courbe C-C, fig. 1 et 3); pour de plus

grands raccourcissements, les contraintes sont égales à la résistance de prisme K_P du béton. Les contraintes dans les fers se calculent à partir des déformations; des fers de compression en acier ordinaire auront dépassé la limite d'étirement avant la rupture. On ne tient pas compte des contraintes de traction dans le béton.

L'exactitude de la répartition des contraintes que nous avons admise est contrôlée par nos essais très complets [1, p. 728 et 2, p. 54 à 61]. *Saliger* a fait la même hypothèse en se basant sur ses essais.[4]

Pour le calcul on remplace la courbe de déformation effective par la *parabole de Talbot:*

$$\sigma = E_0 \varepsilon \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right) \tag{1}$$

σ est ici la contrainte normale et ε le raccourcissement correspondant; ε_0 est l'abscisse du sommet de la parabole (fig. 2) et E_0 donne l'inclinaison de la tangente à l'origine. Il faut adapter aussi bien que possible la parabole à la courbe des déformations effectives par un choix approprié de ε_0 et E_0 (fig. 2). En général il faut prendre E_0 un peu plus faible que le module d'élasticité réel du béton E'_0 et ε_0 un peu plus faible que le raccourcissement effectif dû à la contrainte maxima d'un prisme de béton, ε'_0 [1 p. 738—739 et 2 p. 64—65].

D'autres courbes, comme celle donnée par *von Emperger*[5] concordent un peu mieux avec la courbe de déformation effective, mais elles sont plus compliquées pour le calcul. Dans notre cas, la courbe de Talbot nous paraît suffisamment exacte. Lorsque l'on se sert de cette courbe au lieu de la courbe effective, la faute obtenue dans 9 essais que nous avons effectués pour la détermination de la charge de rupture était de — 4,6 % à + 1,0 %, en moyenne — 0,48 % et pour la détermination du moment de rupture elle était de — 0,7 % à + 0,7 %, en moyenne + 0,13 % [1, p. 732 et 2, p. 58, tableau 8, colonnes 13 et 14].

Le processus de calcul est différent, suivant que l'axe neutre se trouve, à la rupture, à l'intérieur ou à l'extérieur de la section.

Dans le premier cas on calcule le rapport $\alpha = \frac{x}{h_0}$ en partant de l'équation suivante:

$$\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3\eta} + \frac{1}{12\eta^2}\right] \alpha^3 - (1 - \psi) \frac{3\eta - 1}{3\eta} \alpha^2 + [2 n\eta\psi\mu - (1 - \psi - \beta') m'\mu'] \alpha - 2 n\eta\psi\mu = 0 \tag{2}$$

où $n = \frac{E_0}{E_e}$ (E_e = module d'élasticité de l'armature tendue) et $m' = \frac{\sigma'_F}{K_p}$ (σ'_F = limite élastique de l'armature de compression). Les autres expressions sont données aux fig. 1 et 3.

---

[4] *R. Saliger:* „Versuche über zielsichere Betonbildung und an druckbewehrten Balken", Beton und Eisen. 34e année, 1935, fasc. 1 et 2, 5 et 20 janvier, pages 12 à 18 et 26 à 29.

[5] *F. von Emperger:* „Die Formänderung des Betons unter Druck", Association internationale pour l'essai des matériaux, Congrès de Zurich, 1931, pages 1149 à 1159. — Voir aussi Beton und Eisen, 35e année, 1936, fasc. 10, 20 mai, page 179.

La charge de rupture est de:

$$N'_B = \frac{1}{\psi}\left[\alpha\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)-\frac{\alpha}{3\eta}\left(1-\alpha+\frac{\alpha}{4\eta}\right)+m'\mu'(1-\beta')\right]bh_0K_P \qquad (3)$$

On obtient pour la contrainte dans l'armature tendue:

$$\sigma_e = 2\,n\eta\,\frac{1-\alpha}{\alpha}\,K_P \qquad (4)$$

Pour le deuxième cas, $\alpha > 1$ (fig. 3), on a deux équations pour la charge de rupture, à savoir, par suite de l'équilibre des forces longitudinales:

$$N'_B = \left[\frac{3\eta-1}{3\eta}\,\alpha-\frac{\eta}{\alpha}(\alpha-\gamma)^2\left(1-\frac{\eta}{3\alpha}(\alpha-\gamma)\right)+m'\mu'+2\,n\eta\mu\,\frac{\alpha-1}{\alpha}\right]bh_0K_P \qquad (5a)$$

et par suite de l'équilibre des moments par rapport au centre de l'armature de tension:

$$N'_B = \frac{1}{\psi}\left\{\alpha\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)-\frac{\alpha}{3\eta}\left(1-\alpha+\frac{\alpha}{4\eta}\right)+m'\mu'(1-\beta')\right.$$
$$\left.+\frac{\eta}{\alpha}(\alpha-\gamma)^2\left[\frac{\alpha+2\gamma}{3}-1+\frac{\eta}{3}\left(1-\frac{\alpha+2\gamma}{4}\right)-\gamma\frac{\eta}{\alpha}\left(\frac{1}{3}-\frac{\gamma}{4}\right)\right]\right\}bh_0K_P \qquad (5b)$$

Pour calculer N et α à partir des équations il est préférable d'adopter une solution graphique.

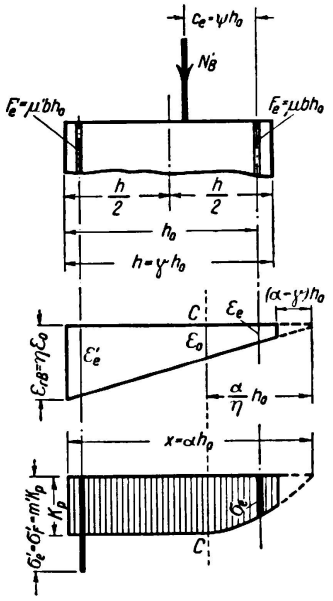

Fig. 3.

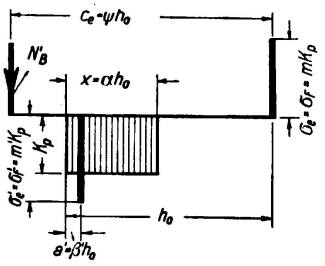

Fig. 4.

b) *Sections normalement armées.*

Dans le domaine de la rupture, aux environs immédiats de la fissure, on admet dans le béton une surface rectangulaire des contraintes de compression (fig. 4). L'erreur que l'on commet est très faible [1, p. 698 et 2, p. 24]. La contrainte de l'armature de traction est posée égale à la limite d'écoulement [voir 3, 4e et 6e

parties]. Après l'apparition de l'écoulement, le retrait ou la contrainte de traction dans le béton ne peuvent exercer aucune influence visible. α et la charge de rupture s'obtiennent à partir de:

$$\alpha = -(\psi - 1) + \sqrt{(\psi - 1)^2 + 2\,m\mu\psi - 2\,m'\mu'(\psi - 1 + \beta')} \tag{6}$$

$$N'_B = \frac{1}{\psi}\left[\alpha\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) + m'\mu'(1 - \beta')\right] bh_0 K_P \tag{7}$$

$$\left(m = \frac{\sigma_F}{K_P}\right).$$

Lorsque la charge agit à l'intérieur de la section, l'équation (7) donne des valeurs assez élevées de N'_B, qui croissent très rapidement avec la décroissance de l'excentricité et l'augmentation du pourcentage d'armature. Pour $\psi < 1$ il faut considérer toutes les sections comme *complètement armées*; voir sous 5 et fig. 6.

2° — Les constantes K_P, n et η.

Les équations ci-dessus permettent la détermination de la résistance d'une section rectangulaire comprimée excentriquement, pour autant que l'on connaisse les constantes du matériau K_P, n (E_o) et η. Ces équations ne sont applicables que lorsque les constantes peuvent être données par une caractéristique connue de la qualité du béton, telle que la résistance à l'écrasement sur cubes K_W. Une relation aussi générale ne peut être établie pour aucune des constantes ci-dessus. La relation de la résistance à l'écrasement sur prismes, du module d'élasticité et du raccourcissement à la rupture par rapport à la résistance à l'écrasement sur cubes varie avec le degré d'humidité, la porosité du béton, le genre de ciment et d'agrégat, etc. Il est cependant possible de donner des relations qui, dans les cas ordinaires, sont suffisamment exactes pour la détermination générale de la variation de la résistance d'une section avec la qualité du béton, le pourcentage d'armature et l'excentricité de la charge. Afin d'obtenir, dans des cas particuliers, une meilleure concordance avec les résultats d'essais, il est bien de déterminer par des essais K_P et E_o pour le moins. En se basant sur nos essais ainsi que sur d'autres, on utilisera les relations suivantes pour du béton avec $K_W = 100$ à 300 kg/cm²:

$$K_P = 0{,}77\,K_W \tag{8}$$

$$E_o = 95\,500 + 390\,K_W \tag{9}$$

$$\eta = 1{,}25 + \frac{400}{K_W} - \frac{K_W}{400} \tag{10}$$

L'équation (10) donne la *valeur minima du degré de raccourcissement à la rupture,* qui fut déterminée d'après nos essais et ceux de *Saliger.*[4] La validité plus étendue de cette relation ne peut être contrôlée que par de nombreux essais. Il est important de constater que le degré de raccourcissement à la rupture décroît avec une résistance croissante du béton [[3], p. 221]. On serait sur le point

d'admettre que η décroît avec l'excentricité de la charge. Or les essais n'ont montré aucune régularité dans la variation de η avec l'excentricité [1, p. 739 et 2, p. 65, tableau 9 colonne 9].

3° — Comparaison entre les charges de rupture calculées et les charges de rupture effectives.

Nos essais [1 et 2] comprenaient 9 éprouvettes fortement armées et 4 normalement armées sollicitées à la compression excentrée. Ces éprouvettes avaient une armature simple avec $\mu = 0{,}70\,\%$ à $4{,}64\,\%$ et $\psi = 0{,}661$ à $1{,}855$. Le béton employé pour ces essais présentait des valeurs extraordinaires de K_P/K_W. Si l'on calcule avec la résistance sur prismes déterminée par des essais et aussi avec les valeurs effectives de E_o et η [qui concordent à peu près avec les équations (9) et (10)], les charges de rupture réelles concordent très bien pour deux des trois groupes d'éprouvettes fortement armées. L'écart le plus fort est de $12\,\%$ et l'écart moyen pour les six éprouvettes en question se monte à $5\,\%$ [1, p. 744 et 2, p. 70, tableau 10]. Par suite d'irrégularités dans la compacité du béton de différentes éprouvettes, il n'est possible de tirer aucune conclusion du troisième groupe des éprouvettes fortement armées.

Pour les 4 éprouvettes normalement armées, la charge réelle de rupture est en moyenne de $8{,}8\,\%$ plus grande que la charge de rupture calculée, lorsque l'on calcule avec la valeur réelle de K_P. Lorsqu'au lieu de la résistance à l'écrasement sur prismes on introduit dans les équations (6) et (7) la résistance à l'écrasement sur cubes, la charge réelle de rupture est en moyenne de $1{,}7\,\%$ plus petite que la charge calculée. Il semble que la contrainte du béton puisse atteindre la résistance sur cubes dans la zone de rupture tout-à-fait limitée d'une éprouvette normalement armée; à titre de sécurité on calcule cependant avec la résistance sur prismes.

Les essais les plus complets que nous connaissions sur éprouvettes soumises à une compression excentrée sont ceux de *Bach* et *Graf*.[6] Au tableau I, colonne 14 sont données les charges de rupture de 15 groupes d'éprouvettes. Dans les colonnes 2 à 12 sont indiqués les dimensions moyennes, le pourcentage d'armature et les excentricités de la charge. Ces valeurs sont tirées du rapport consacré à ces essais.[6] La résistance moyenne sur cubes était $K_W = 225$ kg/cm². On peut en tirer $K_P = 0{,}77\ K_W = 173$ kg/cm², ce qui concorde avec l'essai d'une éprouvette non armée, centriquement comprimée [6, tableau 24]. Suivant les équations (9) et (10) on a $n =$ env. 11,5 et $\eta =$ env. 2,5. Dans 6, le tableau 3 donne les limites élastiques des armatures de traction et de compression, d'où l'on détermine m et m'. Les constantes ainsi déterminées ont permis de calculer les charges de rupture des 15 groupes d'éprouvettes; elles sont données au tableau I, colonne 13. On peut voir à la colonne 15 que les charges calculées concordent très bien avec les charges effectives. Pour un groupe d'éprouvettes non armées, la charge calculée était de $15{,}3\,\%$ plus petite que la charge réelle; à part cette exception, les variations oscillent entre $-3{,}98\,\%$ et $+5{,}15\,\%$. Pour les 15

---

[6] *C. Bach* et *O. Graf:* „Versuche mit bewehrten und unbewehrten Betonkörpern, die durch zentrischen und exzentrischen Druck belastet wurden", Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, fasc. 166 à 169, 1914.

Tableau I.

Charges de rupture calculées et réelles pour la compression excentrée, d'après les essais de Bach et Graf 1914.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Eprouvette Nr.	Armature	Excentricité de la charge, mesurée à partir de l'axe de l'éprouvette	Dimensions moyennes					Pourcentage moyen d'armature		• Position de la charge (fig. 1, 3, 4)		charges de rupture			Remarques
			b	h	a	h_o	a'	μ	μ'	c_e	$\psi = \frac{c_e}{h_o}$	calculées N'_B	valeur moyenne d'essai N_B	$\frac{N'_B - N_B}{N_B}$	
		cm	cm	cm	cm	cm	cm	%	%	cm		tons	tons	%	
75, 88, 142	0	10	40,1	40,2	0	40,2	0	0	0	30,1	0,749	138,0	136,0	+ 1,47	sans armature
76, 89, 143	0	15	40,1	40,1	0	40,1	0	0	0	35,05	0,874	69,3	81,8	— 15,30	„ „
82, 90, 97	4 ø 16	0	40,1	40,1	3,4	36,7	0	0,559	0	16,65	0,454	277,0	280,3	— 1,18	forte armature
85, 91, 94	„	20	39,9	40,1	3,6	36,5	0	0,564	0	36,45	0,999	93,6	93,0	+ 0,65	armature normale
86, 92, 95	„	30	40,0	40,1	3,6	36,5	0	0,567	0	46,45	1,272	57,9	60,3	— 3,98	„ „
87, 93, 96	„	50	40,0	40,1	3,9	36,2	0	0,570	0	66,15	1,830	28,9	30,0	— 3,67	„ „
107, 108	8 ø 16	10	40,0	40,1	3,7	36,4	3,1	0,558	0,560	26,35	0,724	198,3	202,5	— 2,07	forte armature
99, 102, 118	„	20	40,1	40,1	3,6	36,5	3,3	0,558	0,556	36,45	0,999	119,3	124,0	— 3,79	armature normale
119, 120, 121	„	20	40,1	40,2	3,6	36,6	3,3	0,558	0,555	36,50	0,998	119,0	123,3	— 3,49	„ „
100, 103	„	30	40,1	40,3	3,5	36,8	3,3	0,554	0,552	46,65	1,269	69,3	69,6	— 0,43	„ „
101, 104	„	50	40,2	40,2	3,6	36,6	3,3	0,558	0,552	66,50	1,818	33,3	32,4	+ 2,78	„ „
140, 141	8 ø 22	10	40,0	40,3	3,7	36,6	3,8	1,045	1,043	26,45	0,723	236,6	225,0	+ 5,15	forte armature
63, 122, 137	„	20	40,1	40,1	3,8	36,3	3,7	1,047	1,050	36,25	0,999	164,8	157,5	+ 4,63	„ „
123, 138	„	30	40,1	40,1	3,7	36,4	3,8	1,044	1,045	46,35	1,272	105,5	105,0	+ 0,48	armature normale
65, 124, 139	„	50	40,1	40,1	3,8	36,3	3,7	1,050	1,048	66,25	1,825	55,1	53,5	+ 3,00	„ „

Constantes du matériau: $\eta = 2{,}5$; $n = 11{,}5$. Pour des ronds de 16 mm: $\sigma_F = 3773$ kg/cm², $\sigma'_F = 3680$ kg/cm², $K_P = 173$ kg/cm².
Pour des ronds de 22 mm: $\sigma_F = 3672$ kg/cm², $\sigma'_F = 3751$ kg/cm².

groupes, les charges de rupture calculées sont en moyenne de 1,13 % plus petites que les charges réelles.

Slater et *Lyse* ont fait des essais sur deux prismes non armés soumis à une compression excentrée.[7] Les dimensions des prismes étaient $20{,}3 \times 20{,}3 \times 30{,}5$ cm, la résistance sur prismes se montait à $K_P = 285$ kg/cm² et la résistance sur cubes était vraisemblablement de $K_W =$ env. 370 kg/cm². Après avoir déterminé η de l'équation (10), α de l'équation (2) avec $\mu = \mu' = 0$, et N'_B de l'équation (3) avec $\mu = 0$, on obtient $N'_B = 74{,}3$ t; la charge réelle de rupture était en moyenne $N_B = 70{,}5$ t, c'est-à-dire de 4,9 % plus petite que la charge calculée.

Dans les cas que nous avons étudiés ici, les charges de rupture calculées d'après les équations données concordent assez exactement avec les valeurs d'essai. En tous cas, ces équations peuvent servir de base à l'étude générale de la variation de la charge de rupture des éprouvettes excentriquement comprimées en fonction du pourcentage d'armature et de l'excentricité de la charge.

4° — Le degré de sécurité.

Les charges de rupture permettent de calculer les *charges admissibles* en les divisant par le *degré de sécurité*. On a suffisamment parlé dans des publications antérieures du choix approprié du degré de sécurité [1, p. 688 à 693; 2, p. 14 à 19 et 3, p. 221 à 222]. Si l'on désire une sécurité effective de 2, il faut relever, pour le béton, le degré de sécurité nominal jusqu'à 3,3 à 3,4 par suite de l'influence de la charge permanente ou répétée et par suite de la différence entre la résistance des éprouvettes et des grands éléments de construction. Pour une compression centrée, le *projet de nouvelles prescriptions norvégiennes pour le béton armé, NS 427*[8] tient compte d'un degré de sécurité de 4,13, 3,85, 3,65 et 3,60 pour les 4 classes de béton A, B, C et D avec résistance sur cubes de 290, 230, 180 et 140 kg/cm². Les observations du processus de rupture dans des éprouvettes soumises à la compression centrée et excentrée montrent que pour la flexion et une compression excentrée il faut calculer avec un degré de sécurité de 10 % plus grand que pour une compression centrée [1, p. 751 à 754; 2, p. 77 à 80 et 3, p. 222]. Pour la flexion et une compression excentrée il faut donc un degré de sécurité de 4,54, 4,24, 4,02 et 3,96 pour les classes de béton A, B, C et D. C'est avec ces valeurs que nous avons calculé ci-après.

Pour les armatures il n'existe pas la même différence entre la sécurité effective et la sécurité nominale car pour l'acier 37 soumis à des charges répétées on peut admettre que la résistance à la traction est égale à la limite élastique qui sert de base, d'après les équations (6) et (7), au calcul de la charge de rupture des éprouvettes normalement armées. Le degré de sécurité nominal doit donc être égal à la sécurité effective désirée. Dans une section normalement armée, un coefficient de sécurité effectif de 1,8 devrait être considéré comme suffisant pour un matériau aussi homogène que l'acier.

---

[7] *W. A. Slater* et *Inge Lyse:* „Compressive Strength of Concrete in Flexure as Determined from Tests of Reinforced Beams". Proceedings of the American Concrete Institute, vol. 26, 1930. pages 852 à 859.

[8] „Forslag til Norsk Standard. Regler for utførelse av arbeider i armert betong, NS 427, utarbeidet av Den norske Ingeniørforening", annexé à la Teknisk Ukeblad, Nr. 38, 1935.

5° — Charges admissibles et limites.

La fig. 5 montre deux exemples de charges admissibles calculées d'après la théorie que nous venons d'exposer, à gauche pour armature simple et à droite pour armature double. Les hypothèses sont les suivantes: application de la charge à la distance 1,5 h_o de l'armature tendue (rapport du bras de levier des moments $\psi = 1{,}5$), $\gamma = 1{,}08$ et $\beta' = 0{,}08$ (fig. 1 et 3). Le béton a un $K_W = 180$ kg/cm²; $\eta = 3{,}03$ et $n = 12{,}7$ (béton C d'après le projet NS 427); limite élastique de l'armature $\sigma_F = \sigma'_F = 2000$ kg/cm², $m = m' = 14{,}4$ (fer du commerce). La charge admissible $\frac{N_{adm}}{bh_o}$ rapportée à bh_o est portée en ordonnées par rapport au pourcentage d'armature aussi bien pour les sections fortement armées [équations (2) à (5)] que pour les sections normalement armées [équations (6) et (7)]. Pour chaque valeur de μ, la plus faible des deux valeurs correspondantes de N_{adm} est déterminante (courbes en traits épais).

Le point d'intersection G des deux courbes est la limite entre les sections: *partiellement* armées, pour lesquelles la résistance de l'armature détermine la charge admissible et *totalement* armée, pour lesquelles la charge admissible dépend de la résistance du béton.

Des courbes telles que celles de la fig. 5 seraient un moyen tout-à-fait approprié au dimensionnement des sections de béton armé soumises à une compression excentrée. Mais cependant le dimensionnement peut s'effectuer d'après de « stade II », lorsque les contraintes admissibles sont choisies de telle sorte que le calcul fournisse les véritables charges admissibles. Pour le domaine de l'armature partielle on y arrive assez exactement avec une seule valeur de la contrainte admissible de l'acier. Pour les sections totalement armées par contre, le calcul d'après le « stade II » donne, avec une valeur fixe de $\sigma_{b\,adm}$, des charges admissibles qui croissent avec le pourcentage d'armature beaucoup plus rapidement que les charges effectives (fig. 5 et 6). Cela ressort de la fig. 5, ainsi que de la fig. 6 où les charges admissibles réelles et calculées d'après le «stade II» sont données pour différentes valeurs de ψ, avec les mêmes hypothèses qu'à la fig. 5, à gauche. On constate qu'un degré de sécurité donné ne peut être conservé, pour une section complètement armée, qu'en adoptant une compression admissible propre du béton pour chaque pourcentage d'armature.

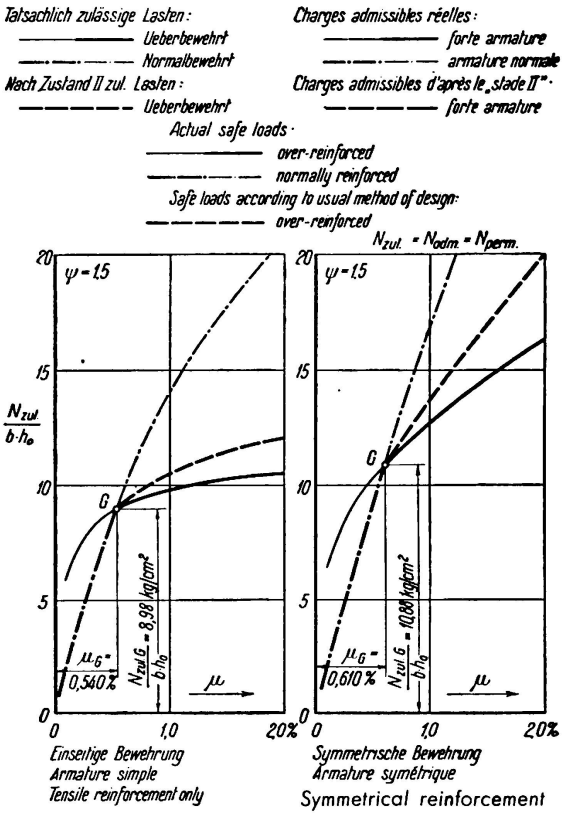

Fig. 5.

Charges admissibles réelles et calculées d'après le „stade II" pour un béton C et pour $\psi = 1{,}5$.

On peut démontrer que, pour la flexion pure, la compression admissible réelle du béton est à déterminer par rapport à la limite [1, p. 688, 2, p. 14 et 3, p. 222] Il en est de même pour la compression excentrée, lorsque l'excentricité est grande. Pour de faibles excentricités par contre, il en est autrement car d'une part il n'existe en général aucune limite lorsque la charge agit à l'intérieur de la section, presque toutes les sections étant totalement armées (voir plus haut sous 1, b

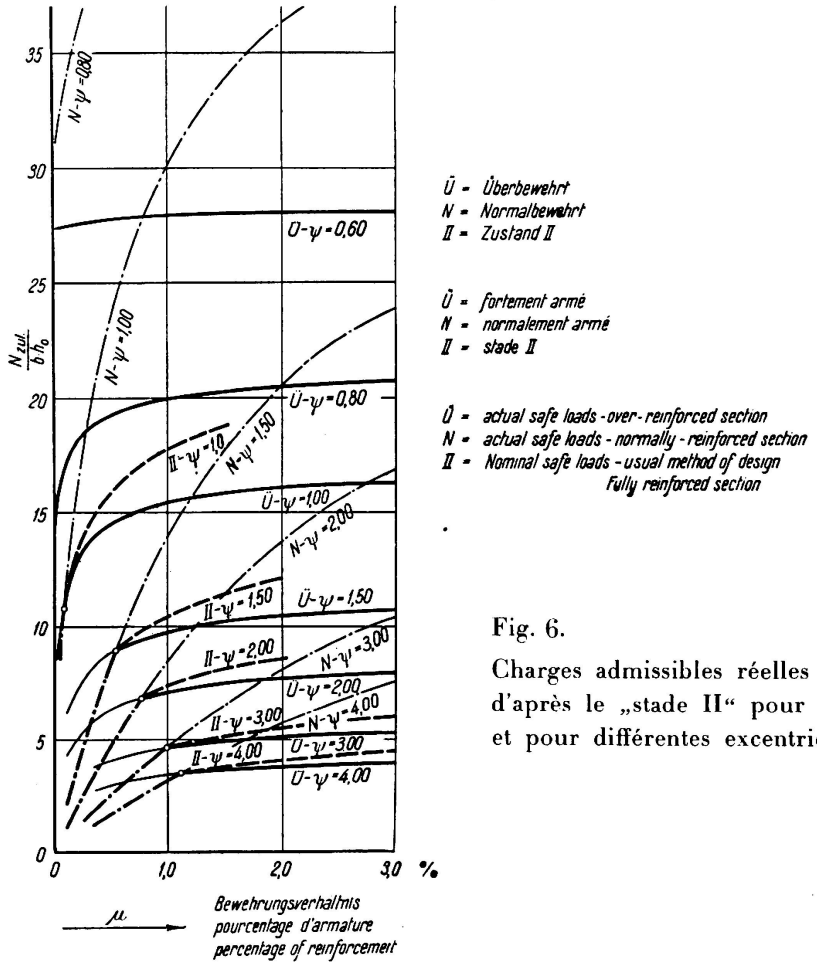

Fig. 6.
Charges admissibles réelles et calculées d'après le „stade II" pour un béton C et pour différentes excentricités.

et la fig. 6), et d'autre part parce que même lorsque la charge agit bien en dehors de la section, le pourcentage d'armature correspondant à la limite est si faible qu'il est souvent nécessaire dans la pratique d'employer de plus fortes armatures.

6° — Compression admissible du béton.

Les charges admissibles déterminées suivant la théorie que nous venons d'exposer permettent de déterminer, pour le calcul d'après le «stade II», la compression admissible exacte du béton pour tout pourcentage d'armature et toute excentricité de la charge. Aux fig. 7 et 8 nous avons reporté les courbes des contraintes admissibles calculées pour le béton C avec les hypothèses indiquées ci-dessus avec, en abscisse, le rapport du bras de levier des moments $\psi = \frac{C_e}{h_o}$. En outre nous avons dessiné une courbe des contraintes à la limite. Les com-

pressions admissibles du béton qui dépassent cette courbe sont sans importance car elles appartiennent au domaine d'armature partielle où les contraintes du béton ne peuvent pas être utilisées.

Les figures montrent, comme d'ailleurs on pouvait s'y attendre, *que les compressions admissibles exactes du béton décroissent très rapidement avec l'excentricité de la charge et qu'elles s'approchent des valeurs de la compression centrée lorsque le point d'application de la charge se rapproche du centre de la section.*

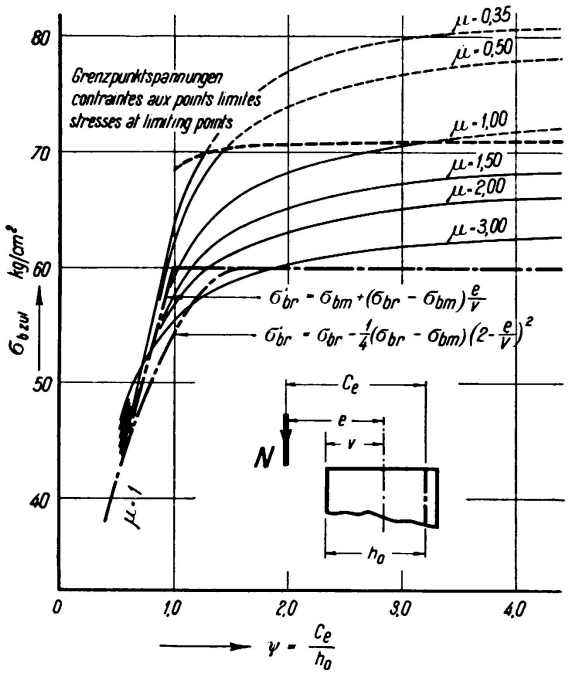

Fig. 7.

Contraintes admissibles réelles pour un béton C avec armature simple et pour différentes excentricités.

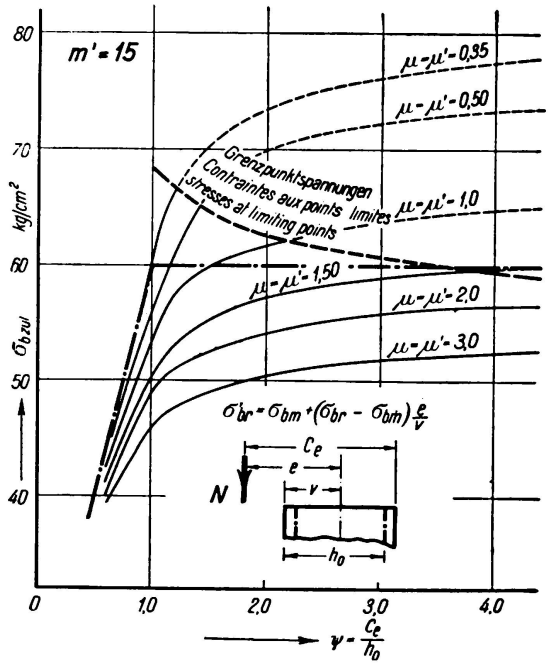

Fig. 8.

Contraintes admissibles réelles pour un béton C avec armature symétrique et pour différentes excentricités (calculées avec $m' = 15$).

Avec les hypothèses que nous venons d'indiquer, on obtient par exemple pour un béton C à armature simple les contraintes admissibles réelles que voici:

pour la flexion simple, contrainte limite: $\sigma_{b\,adm\,1} = 71$ kg/cm²

pour une compression excentrée, armature 1 %:

lorsque la force agit au bord de la section

($\psi = 1{,}0$) $\sigma_{b\,adm} = 59{,}6$ kg/cm² $= 0{,}84\ \sigma_{b\,adm\,1}$,

lorsque la force agit au bord du noyau

($\psi = 0{,}63$) $\sigma_{b\,adm} = 49{,}0$ kg/cm² $= 0{,}69\ \sigma_{b\,adm\,1}$,

lorsque la force agit à la distance 0,135 h_0 du centre de gravité de la section

($\psi = 0{,}54$) $\sigma_{b\,adm} = 44{,}8$ kg/cm² $= 0{,}63\ \sigma_{b\,adm\,1}$.

Si dans ces différents cas on calcule avec la *même* contrainte admissible, on a un degré de sécurité beaucoup plus faible pour de petites excentricités que pour la flexion simple.

7° — La prise en compte de l'armature de compression.

Les fig. 7 et 8 montrent que les contraintes admissibles sont plus faibles pour les sections à armature symétrique que pour celles à armature simple. Il en est de même pour la flexion simple, ce qui ressort de la ligne en traits discontinus de la fig. 9; la contrainte admissible réelle (contrainte limite) est pour un béton C de 21 % plus faible dans une section à armature symétrique que dans une section à armature simple.

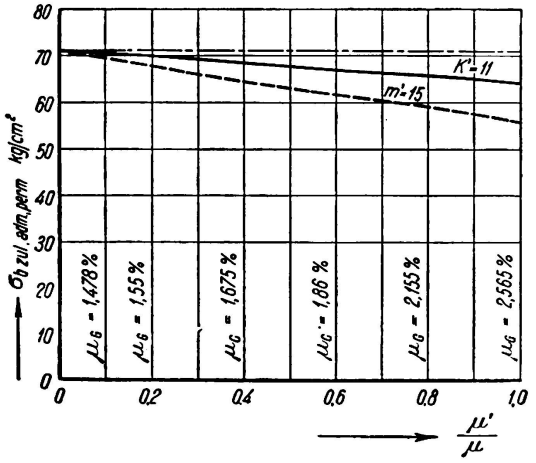

Fig. 9.

Contraintes admissibles réelles pour du béton C sollicité à la flexion simple et pour différentes armatures de compression (calculées en partie avec m' = 15 et en partie avec k' = 11).

La détermination des contraintes admissibles réelles est basée sur le calcul ordinaire d'après le « stade II »; la contrainte de l'armature de compression est donc déterminée d'après l'équation (11) (fig. 10):

$$\sigma'_e = m'\sigma_{br}\frac{\alpha - \beta'}{\alpha} \qquad (11)$$

où σ_{br} est la contrainte de compression par flexion, admissible dans le béton. Dans l'équation (11) on a calculé avec $m' = n = 15$, ce qui correspond aux prescriptions de la plupart des pays, du moins pour les qualités de béton considérées ici ($K_W = 180$ kg/cm² ou $K_P \cong 140$ kg/cm², résistance sur cylindres, $f'_c = 2000$ livres par pouce carré).

Au moment de la rupture de la poutre, la contrainte réelle de l'armature de compression est égale à la limite d'écrasement σ'_F, prise ici à 2000 kg/cm², ce qui est un minimum toujours atteint dans les fers du commerce. $\sigma'_F = 2000$ kg/cm² correspond environ à m' fois (15 fois) la résistance sur prismes K_P. Si la sécurité doit être la même dans les deux matériaux de la zone comprimée, il ne faut pas introduire pour la contrainte de compression de l'armature, comme dans l'équation (11), m' fois la contrainte admissible de compression par *flexion* mais m' fois la contrainte admissible de compression *pour compression centrée.* Au lieu de m' il faut donc introduire dans l'équation (11) un coefficient plus faible

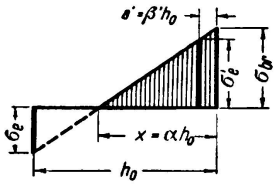

Fig. 10.

$$k' = m'\frac{\sigma_{bm}}{\sigma_{br}}\frac{\alpha}{\alpha - \beta'} \qquad (12)$$

où σ_{bm} est la contrainte admissible du béton pour la compression centrée.

Dans la dernière partie (non encore publiée) du projet de nouvelles prescriptions norvégiennes il est tenu compte de cette contrainte réduite. Il faut introduire dans le calcul pour l'effort supporté par l'armature de compression m'-fois la contrainte du béton, dans le cas de la compression centrée, et 0,75 m'-fois la contrainte du béton, dans le cas de la flexion et de la compression excentrée.

A la fig. 9 nous avons représenté par un trait plein les contraintes admissibles dans la fibre extrême, calculées avec k' = 11 pour la flexion simple et à la

fig. 11 les contraintes admissibles du béton pour une compression excentrée et une armature symétrique. On voit qu'une grande partie de la différence entre les sections avec et sans armature de compression est compensée par l'introduction de $k' = 11$ au lieu de $m' = 15$. L'apport de l'armature de compression à la résistance de la section est évalué avec plus d'exactitude grâce au coefficient k'. Si la force de l'armature de compression a une influence sur la grandeur des contraintes admissibles réelles, c'est principalement parce que dans l'équation (12) nous avons calculé avec la valeur de $\sigma_{br} = 60$ kg/cm² indiquée dans les NS 427, alors que d'après nos explications, la valeur exacte serait $\sigma_{br} = 71$ kg/cm².

8° — Les contraintes admissibles du béton, indiquées dans les prescriptions.

Dans les prescriptions de la plupart des pays on ne tient que peu compte de la relation qui existe entre la compression admissible réelle du béton et l'excentricité de la charge (fig. 7, 8 et 11). Bien des prescriptions affirment que pour la compression excentrée, la contrainte admissible pour la compression centrée ne doit pas être dépassée lorsque la charge est calculée comme agissant centriquement. Si par exemple la contrainte de compression du béton est pour la flexion $\sigma_{br} = 60$ kg/cm² et pour la compression centrée $\sigma_{bm} = 38$ kg/cm², comme l'indiquent pour un béton C les prescriptions norvégiennes, il faut déjà, d'après la prescription ci-dessus, calculer une section avec armature simple de 1 % avec la contrainte admissible de compression par flexion complète lorsque la force agit à 0,104 h_0 du centre de gravité ($\psi = 0{,}508$). Suivant les hypothèses faites dans les paragraphes 5 et 6, la contrainte admissible exacte n'est que de 43,5 kg/cm² pour cette excentricité alors qu'elle est de 71 kg/cm² pour la flexion simple. La prescription donne donc un degré de sécurité d'environ 39 % plus faible pour la compression excentrée que pour la flexion simple.

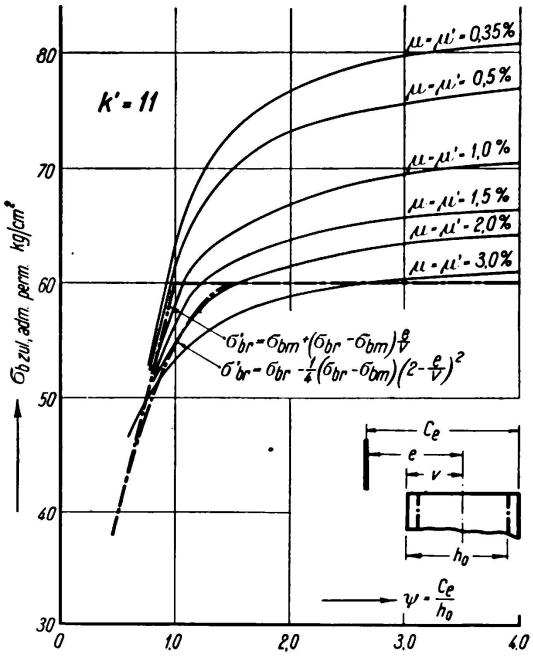

Fig. 11.

Contraintes admissibles réelles pour du béton C pour différentes excentricités et une armature symétrique (calculées avec $k' = 11$ au lieu de m'). (Cette figure est à comparer à la fig. 8.)

Les nouvelles prescriptions américaines[9] disent que pour la compression excentrée il faut multiplier par un facteur la contrainte admissible valable pour la compression centrée. Ce facteur est par exemple d'environ 1,163 pour $\psi = 1{,}0$, une armature de traction de 1,0 % et une armature de compression de 1,0 %. Lorsque l'on n'emploie aucun frettage, la contrainte admissible est égale

[9] *Building Regulations for Reinforced Concrete* (A.C.I. 501—36 T), provisoirement admises le 25 févr. 1936, Journal of the American Concrete Institute, vol. 7, Nr. 4, mars-avril 1936, pages 407 à 444.

à 0,154 $f'_c \cdot 1{,}163 = 0{,}18\ f'_c$ (f'_c est la résistance du béton à la compression sur cylindres après 28 jours). La contrainte admissible de compression par flexion est donc de 0,40 f'_c. Il ressort de la fig. 8 qu'avec $\psi = 1{,}0$ et $\mu = \mu' = 1{,}0\,\%$, la contrainte admissible exacte de compression par flexion est de 53,2 kg/cm² ou 75 % environ de la contrainte admissible de compression par flexion (71 kg/cm²) calculée pour une armature simple avec le même degré de sécurité. Le degré de sécurité serait donc le même que pour la flexion simple, si, dans le cas considéré, la contrainte admissible de compression du béton était de 0,30 f'_c. Effectivement on ne tolère que 0,18 f'_c; le degré de sécurité est donc, dans le cas considéré, d'environ 67 % plus élevé que pour la flexion simple d'après les prescriptions de l'American Concrete Institute.

On constate donc que les prescriptions des différents pays sont à ce point de vue très diverses. D'après certaines prescriptions, le degré de sécurité est beaucoup plus faible pour la compression excentrée que pour la flexion simple et selon d'autres prescriptions au contraire plus élevé.

Dans le projet de nouvelles prescriptions norvégiennes, NS 427,[8] on a essayé de mieux adapter aux valeurs exactes les contraintes admissibles pour la compression excentrée. Le calcul de la contrainte admissible dans la fibre extrême du béton s'effectuera de la façon suivante pour la compression excentrée:

a) lorsque la charge agit à l'intérieur de la section ($\psi < 1$):

$$\sigma'_{br} = \sigma_{bm} + (\sigma_{br} - \sigma_{bm})\,\frac{e}{v}; \qquad \frac{e}{v} < 1 \tag{13}$$

où σ_{bm} = contrainte admissible du béton pour la compression centrée,
σ_{br} = contrainte admissible du béton dans la fibre extrême pour la flexion simple,
e = excentricité de la charge, calculée à partir du centre de gravité de la section idéale,
v = distance du centre de gravité au bord comprimé.

b) lorsque la charge agit à l'extérieur de la section:

$$\sigma'_{br} = \sigma_{br}; \qquad \frac{e}{v} > 1 \tag{14}$$

Aux fig. 7 et 11 nous avons porté à titre de comparaison les contraintes admissibles «exactes» et les lignes calculées d'après les équations (13) et (14). Même si ces prescriptions donnent un degré de sécurité variable, les contraintes indiquées s'adaptent très bien aux contraintes «exactes».

Il serait encore préférable de n'employer la contrainte de flexion admissible complète qu'à partir de $\frac{e}{v} = 2$ (ψ = env. 1,6) et de prescrire pour les faibles excentricités une allure parabolique au lieu d'une allure linéaire de la courbe des contraintes admissibles, comme suivant l'équation (13).

$$\sigma'_{br} = \sigma_{br} - \frac{1}{4}(\sigma_{br} - \sigma_{bm})\left(2 - \frac{e}{v}\right)^2; \qquad \frac{e}{v} < 2 \tag{15}$$

Les courbes correspondantes sont reportées aux fig. 7 et 11, elles concordent bien avec les valeurs minima des contraintes admissibles calculées suivant l'exposé ci-dessus.