

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 2 (1936)

Rubrik: IIa. Endurance: résistance aux efforts répétés statiques ou dynamiques

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

IIa

Endurance — Résistance aux efforts répétés statiques
ou dynamiques.

· Einfluß dauernder und wiederholter Belastung.

Influence of stationary and of repeated loading.

Leere Seite
Blank page
Page vide

II a 1

Contraintes de compression admissibles dans les sections de béton armé rectangulaires sollicitées excentriquement.

Zulässige Betondruckspannungen in rechteckigen Eisenbetonquerschnitten bei außermittigem Druck.

Permissible Concrete Stresses in Rectangular Reinforced Concrete Sections under Eccentric Loading.

Dr. techn. A. Brandtzaeg,
Professor an der Technischen Hochschule Trondheim.

Malgré les objections d'un grand nombre de spécialistes, on se sert encore généralement de la méthode de calcul usuelle pour le dimensionnement des sections de béton armé soumises à la flexion ou à la compression excentrée (calcul d'après le « stade II »). Cette méthode est à la base des prescriptions de presque tous les pays.

Dans des publications antérieures^{1 2} nous avons déjà indiqué une méthode de calcul suivant laquelle *les moments ou les charges de rupture* des sections rectangulaires de béton armé concordent très bien avec les résultats des essais. La *résistance* ainsi calculée permet de déterminer, pour toute section rectangulaire, jusqu'où le calcul d'après le « stade II » correspond à l'exigence que l'on obtienne le même *degré de sécurité* désiré pour des bétons de qualités différentes, des pourcentages d'armature différents et des excentricités différentes de la charge; elle permet en outre la détermination des contraintes admissibles. Autrefois on a spécialement étudié le cas de la flexion pure.³ Ici, nous voulons approfondir le cas de la compression excentrée; nous ne tiendrons pas compte de l'influence du flambage.

1° — Détermination mathématique des charges de rupture.

Il faut distinguer les sections *fortement armées* des sections *normalement armées*. Dans les premières, la rupture se produit dans la zone comprimée; l'étirement de l'armature tendue n'entre pas en ligne de compte. Dans les sections normalement armées, la rupture débute par l'étirement des fers ten-

¹ Anton Brandtzaeg: „Der Bruchspannungszustand und der Sicherheitsgrad von rechteckigen Eisenbetonquerschnitten unter Biegung oder außermittigem Druck“, Norges Tekniske Høiskole Avhandlingar til 25-ars jubileet 1935, F. Bruns Bokhandel, Trondheim, pages 677 à 763.

² Comme ¹, Det kgl. norske Videnskabers Selskabs Skrifter 1935, Nr. 31, F. Bruns Bokhandel, Trondheim.

³ Anton Brandtzaeg: „Die Bruchspannungen und die zulässigen Randspannungen in rechteckigen Eisenbetonbalken“, Beton und Eisen, 35^e année, fasc. 13, 5 juillet 1936, pages 219 à 222.

du, la zone comprimée se brise ensuite à cause de l'ouverture de la fissure de rupture. Dans les cas intermédiaires, les deux types de rupture se superposent. Tandis que pour la flexion simple le type de rupture n'est déterminé que par les propriétés des matériaux et le pourcentage d'armature, pour la flexion avec force longitudinale, la rupture dépend aussi de l'excentricité de la charge.

a) *Sections fortement armées.*

Dans le cas de la flexion avec compression excentrée, le raccourcissement du bord comprimé est beaucoup plus grand que celui d'un prisme soumis à une compression centrée, ϵ_0 . Ce raccourcissement à la rupture ϵ_{rB} influence la résistance de la section. On peut le représenter par le *degré de raccourcissement à la rupture* $\eta = \frac{\epsilon_{rB}}{\epsilon_0}$.

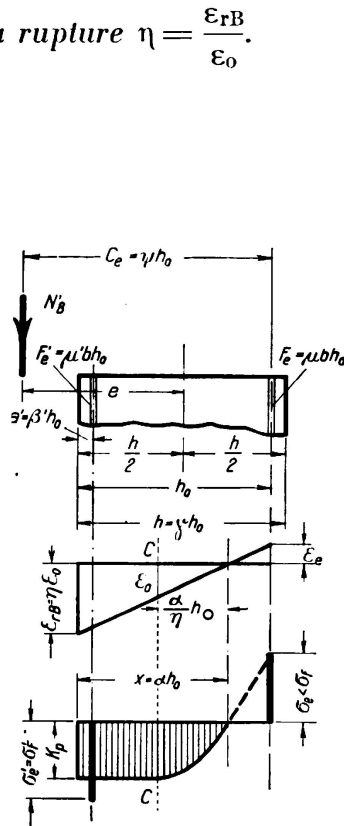


Fig. 1.

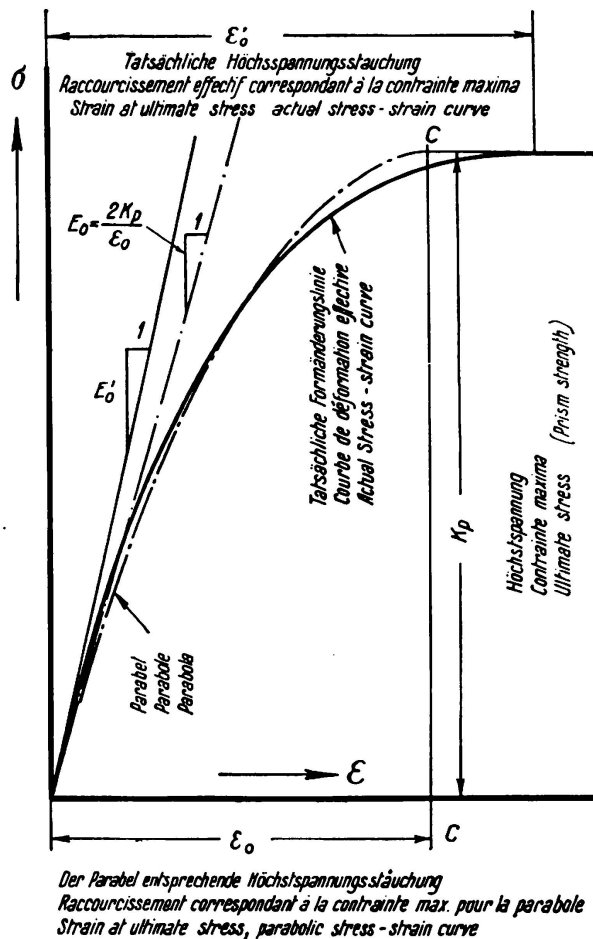


Fig. 2.

Pour la section fléchie ou excentriquement comprimée, on admet la répartition suivante des contraintes (fig. 1): Pour des raccourcissements plus faibles que ϵ_0 , raccourcissement pour lequel un prisme constitué du même béton et soumis à une compression centrée atteint sa contrainte de rupture K_P (fig 2), on obtient les contraintes de compression dans le béton à partir de la courbe de déformation du prisme (à droite de la courbe C-C, fig. 1 et 3); pour de plus

grands raccourcissements, les contraintes sont égales à la résistance de prisme K_P du béton. Les contraintes dans les fers se calculent à partir des déformations; des fers de compression en acier ordinaire auront dépassé la limite d'étirement avant la rupture. On ne tient pas compte des contraintes de traction dans le béton.

L'exactitude de la répartition des contraintes que nous avons admise est contrôlée par nos essais très complets [1, p. 728 et 2, p. 54 à 61]. *Saliger* a fait la même hypothèse en se basant sur ses essais.⁴

Pour le calcul on remplace la courbe de déformation effective par la *parabole de Talbot*:

$$\sigma = E_o \varepsilon \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} \right) \quad (1)$$

σ est ici la contrainte normale et ε le raccourcissement correspondant; ε_o est l'abscisse du sommet de la parabole (fig. 2) et E_o donne l'inclinaison de la tangente à l'origine. Il faut adapter aussi bien que possible la parabole à la courbe des déformations effectives par un choix approprié de ε_o et E_o (fig. 2). En général il faut prendre E_o un peu plus faible que le module d'élasticité réel du béton E' et ε_o un peu plus faible que le raccourcissement effectif dû à la contrainte maxima d'un prisme de béton, ε'_o [1 p. 738—739 et 2 p. 64—65].

D'autres courbes, comme celle donnée par *von Emperger*⁵ concordent un peu mieux avec la courbe de déformation effective, mais elles sont plus compliquées pour le calcul. Dans notre cas, la courbe de Talbot nous paraît suffisamment exacte. Lorsque l'on se sert de cette courbe au lieu de la courbe effective, la faute obtenue dans 9 essais que nous avons effectués pour la détermination de la charge de rupture était de $-4,6\%$ à $+1,0\%$, en moyenne $-0,48\%$ et pour la détermination du moment de rupture elle était de $-0,7\%$ à $+0,7\%$, en moyenne $+0,13\%$ [1, p. 732 et 2, p. 58, tableau 8, colonnes 13 et 14].

Le processus de calcul est différent, suivant que l'axe neutre se trouve, à la rupture, à l'intérieur ou à l'extérieur de la section.

Dans le premier cas on calcule le rapport $\alpha = \frac{x}{h_o}$ en partant de l'équation suivante:

$$\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3\eta} + \frac{1}{12\eta^2} \right] \alpha^3 - (1 - \psi) \frac{3\eta - 1}{3\eta} \alpha^2 + [2\eta\psi\mu - (1 - \psi - \beta') m' \mu'] \alpha - 2\eta\psi\mu = 0 \quad (2)$$

où $n = \frac{E_o}{E_e}$ (E_e = module d'élasticité de l'armature tendue) et $m' = \frac{\sigma'_F}{K_P}$ (σ'_F = limite élastique de l'armature de compression). Les autres expressions sont données aux fig. 1 et 3.

⁴ *R. Saliger*: „Versuche über zielsichere Betonbildung und an druckbewehrten Balken“, Beton und Eisen. 34^e année, 1935, fasc. 1 et 2, 5 et 20 janvier, pages 12 à 18 et 26 à 29.

⁵ *F. von Emperger*: „Die Formänderung des Betons unter Druck“, Association internationale pour l'essai des matériaux, Congrès de Zurich, 1931, pages 1149 à 1159. — Voir aussi Beton und Eisen, 35^e année, 1936, fasc. 10, 20 mai, page 179.

La charge de rupture est de:

$$N'_B = \frac{1}{\psi} \left[\alpha \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) - \frac{\alpha}{3\eta} \left(1 - \alpha + \frac{\alpha}{4\eta} \right) + m'\mu'(1 - \beta') \right] bh_o K_P \quad (3)$$

On obtient pour la contrainte dans l'armature tendue:

$$\sigma_e = 2n\eta \frac{1 - \alpha}{\alpha} K_P \quad (4)$$

Pour le deuxième cas, $\alpha > 1$ (fig. 3), on a deux équations pour la charge de rupture, à savoir, par suite de l'équilibre des forces longitudinales:

$$N'_B = \left[\frac{3\eta - 1}{3\eta} \alpha - \frac{\eta}{\alpha} (\alpha - \gamma)^2 \left(1 - \frac{\eta}{3\alpha} (\alpha - \gamma) \right) + m'\mu' + 2n\eta\mu \frac{\alpha - 1}{\alpha} \right] bh_o K_P \quad (5a)$$

et par suite de l'équilibre des moments par rapport au centre de l'armature de tension:

$$N'_B = \frac{1}{\psi} \left\{ \alpha \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) - \frac{\alpha}{3\eta} \left(1 - \alpha + \frac{\alpha}{4\eta} \right) + m'\mu'(1 - \beta') + \frac{\eta}{\alpha} (\alpha - \gamma)^2 \left[\frac{\alpha + 2\gamma}{3} - 1 + \frac{\eta}{3} \left(1 - \frac{\alpha + 2\gamma}{4} \right) - \gamma \frac{\eta}{\alpha} \left(\frac{1}{3} - \frac{\gamma}{4} \right) \right] \right\} bh_o K_P \quad (5b)$$

Pour calculer N et α à partir des équations il est préférable d'adopter une solution graphique.

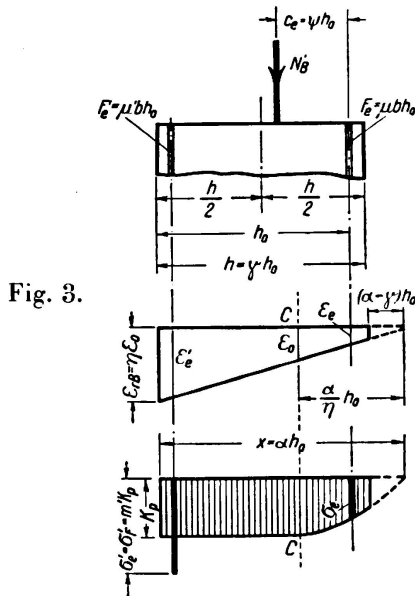


Fig. 3.

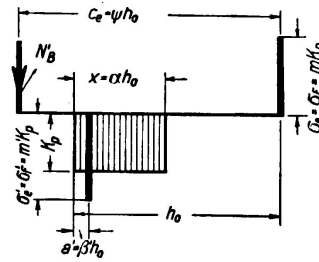


Fig. 4.

b) Sections normalement armées.

Dans le domaine de la rupture, aux environs immédiats de la fissure, on admet dans le béton une surface rectangulaire des contraintes de compression (fig. 4). L'erreur que l'on commet est très faible [1, p. 698 et 2, p. 24]. La contrainte de l'armature de traction est posée égale à la limite d'écoulement [voir 3, 4^e et 6^e].

parties]. Après l'apparition de l'écoulement, le retrait ou la contrainte de traction dans le béton ne peuvent exercer aucune influence visible. α et la charge de rupture s'obtiennent à partir de:

$$\alpha = -(\psi - 1) + \sqrt{(\psi - 1)^2 + 2 m \mu \psi - 2 m' \mu' (\psi - 1 + \beta')} \quad (6)$$

$$N'_B = \frac{1}{\psi} \left[\alpha \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) + m' \mu' (1 - \beta') \right] b h_0 K_P \quad (7)$$

$$\left(m = \frac{\sigma_F}{K_P} \right).$$

Lorsque la charge agit à l'intérieur de la section, l'équation (7) donne des valeurs assez élevées de N'_B , qui croissent très rapidement avec la décroissance de l'excentricité et l'augmentation du pourcentage d'armature. Pour $\psi < 1$ il faut considérer toutes les sections comme *complètement armées*; voir sous 5 et fig. 6.

2° — Les constantes K_P , n et η .

Les équations ci-dessus permettent la détermination de la résistance d'une section rectangulaire comprimée excentriquement, pour autant que l'on connaisse les constantes du matériau K_P , n (E_o) et η . Ces équations ne sont applicables que lorsque les constantes peuvent être données par une caractéristique connue de la qualité du béton, telle que la résistance à l'écrasement sur cubes K_W . Une relation aussi générale ne peut être établie pour aucune des constantes ci-dessus. La relation de la résistance à l'écrasement sur prismes, du module d'élasticité et du raccourcissement à la rupture par rapport à la résistance à l'écrasement sur cubes varie avec le degré d'humidité, la porosité du béton, le genre de ciment et d'agrégat, etc. Il est cependant possible de donner des relations qui, dans les cas ordinaires, sont suffisamment exactes pour la détermination générale de la variation de la résistance d'une section avec la qualité du béton, le pourcentage d'armature et l'excentricité de la charge. Afin d'obtenir, dans des cas particuliers, une meilleure concordance avec les résultats d'essais, il est bien de déterminer par des essais K_P et E_o pour le moins. En se basant sur nos essais ainsi que sur d'autres, on utilisera les relations suivantes pour du béton avec $K_W = 100$ à 300 kg/cm^2 :

$$K_P = 0,77 K_W \quad (8)$$

$$E_o = 95\,500 + 390 K_W \quad (9)$$

$$\eta = 1,25 + \frac{400}{K_W} - \frac{K_W}{400} \quad (10)$$

L'équation (10) donne la *valeur minima du degré de raccourcissement à la rupture*, qui fut déterminée d'après nos essais et ceux de Saliger.⁴ La validité plus étendue de cette relation ne peut être contrôlée que par de nombreux essais. Il est important de constater que le degré de raccourcissement à la rupture décroît avec une résistance croissante du béton [3, p. 221]. On serait sur le point

d'admettre que η décroît avec l'excentricité de la charge. Or les essais n'ont montré aucune régularité dans la variation de η avec l'excentricité [1, p. 739 et 2, p. 65, tableau 9 colonne 9].

3° — Comparaison entre les charges de rupture calculées et les charges de rupture effectives.

Nos essais [1 et 2] comprenaient 9 éprouvettes fortement armées et 4 normalement armées sollicitées à la compression excentrée. Ces éprouvettes avaient une armature simple avec $\mu = 0,70\%$ à $4,64\%$ et $\psi = 0,661$ à $1,855$. Le béton employé pour ces essais présentait des valeurs extraordinaires de K_P/K_W . Si l'on calcule avec la résistance sur prismes déterminée par des essais et aussi avec les valeurs effectives de E_0 et η [qui concordent à peu près avec les équations (9) et (10)], les charges de rupture réelles concordent très bien pour deux des trois groupes d'éprouvettes fortement armées. L'écart le plus fort est de 12% et l'écart moyen pour les six éprouvettes en question se monte à 5% [1, p. 744 et 2, p. 70, tableau 10]. Par suite d'irrégularités dans la compacité du béton de différentes éprouvettes, il n'est possible de tirer aucune conclusion du troisième groupe des éprouvettes fortement armées.

Pour les 4 éprouvettes normalement armées, la charge réelle de rupture est en moyenne de $8,8\%$ plus grande que la charge de rupture calculée, lorsque l'on calcule avec la valeur réelle de K_P . Lorsqu'au lieu de la résistance à l'écrasement sur prismes on introduit dans les équations (6) et (7) la résistance à l'écrasement sur cubes, la charge réelle de rupture est en moyenne de $1,7\%$ plus petite que la charge calculée. Il semble que la contrainte du béton puisse atteindre la résistance sur cubes dans la zone de rupture tout-à-fait limitée d'une éprouvette normalement armée; à titre de sécurité on calcule cependant avec la résistance sur prismes.

Les essais les plus complets que nous connaissions sur éprouvettes soumises à une compression excentrée sont ceux de *Bach et Graf*.⁶ Au tableau I, colonne 14 sont données les charges de rupture de 15 groupes d'éprouvettes. Dans les colonnes 2 à 12 sont indiqués les dimensions moyennes, le pourcentage d'armature et les excentricités de la charge. Ces valeurs sont tirées du rapport consacré à ces essais.⁶ La résistance moyenne sur cubes était $K_W = 225 \text{ kg/cm}^2$. On peut en tirer $K_P = 0,77 K_W = 173 \text{ kg/cm}^2$, ce qui concorde avec l'essai d'une éprouvette non armée, centriquement comprimée [6, tableau 24]. Suivant les équations (9) et (10) on a $n = \text{env. } 11,5$ et $\eta = \text{env. } 2,5$. Dans 6, le tableau 3 donne les limites élastiques des armatures de traction et de compression, d'où l'on détermine m et m' . Les constantes ainsi déterminées ont permis de calculer les charges de rupture des 15 groupes d'éprouvettes; elles sont données au tableau I, colonne 13. On peut voir à la colonne 15 que les charges calculées concordent très bien avec les charges effectives. Pour un groupe d'éprouvettes non armées, la charge calculée était de $15,3\%$ plus petite que la charge réelle; à part cette exception, les variations oscillent entre $-3,98\%$ et $+5,15\%$. Pour les 15

⁶ C. Bach et O. Graf: „Versuche mit bewehrten und unbewehrten Betonkörpern, die durch zentrischen und exzentrischen Druck belastet wurden“, Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, fasc. 166 à 169, 1914.

Tableau I.
Charges de rupture calculées et réelles pour la compression excentrée, d'après les essais de Bach et Graf 1914.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Eprouvette Nr.	Ar- mature	Excentricité de la charge, mesurée à partir de l'axe de l'éprouvette	Dimensions moyennes					Pourcentage moyen d'armature		• Position de la charge (fig. 1, 3, 4)		charges de rupture			Remarques
			b	h	a	h ₀	a'	μ	μ'	c _e	ψ = c _e / h ₀	calcu- lées N' _B	valeur moyenne d'essai N _B	N' _B - N _B N _B	
			cm	cm	cm	cm	cm	‰	‰	cm		tons	tons	‰	
75, 88, 142	0	10	40,1	40,2	0	40,2	0	0	0	30,1	0,749	138,0	136,0	+ 1,47	sans armature
76, 89, 143	0	15	40,1	40,1	0	40,1	0	0	0	35,05	0,874	69,3	81,8	- 15,30	„ „
82, 90, 97	4 ∅ 16	0	40,1	40,1	3,4	36,7	0	0,559	0	16,65	0,454	277,0	280,3	- 1,18	forte armature
85, 91, 94	„	20	39,9	40,1	3,6	36,5	0	0,564	0	36,45	0,999	93,6	93,0	+ 0,65	armature normale
86, 92, 95	„	30	40,0	40,1	3,6	36,5	0	0,567	0	46,45	1,272	57,9	60,3	- 3,98	„ „
87, 93, 96	„	50	40,0	40,1	3,9	36,2	0	0,570	0	66,15	1,830	28,9	30,0	- 3,67	„ „
107, 108	8 ∅ 16	10	40,0	40,1	3,7	36,4	3,1	0,558	0,560	26,35	0,724	198,3	202,5	- 2,07	forte armature
99, 102, 118	„	20	40,1	40,1	3,6	36,5	3,3	0,558	0,556	36,45	0,999	119,3	124,0	- 3,79	armature normale
119, 120, 121	„	20	40,1	40,2	3,6	36,6	3,3	0,558	0,555	36,50	0,998	119,0	123,3	- 3,49	„ „
100, 103	„	30	40,1	40,3	3,5	36,8	3,3	0,554	0,552	46,65	1,269	69,3	69,6	- 0,43	„ „
101, 104	„	50	40,2	40,2	3,6	36,6	3,3	0,558	0,552	66,50	1,818	33,3	32,4	+ 2,78	„ „
140, 141	8 ∅ 22	10	40,0	40,3	3,7	36,6	3,8	1,045	1,043	26,45	0,723	236,6	225,0	+ 5,15	forte armature
63, 122, 137	„	20	40,1	40,1	3,8	36,3	3,7	1,047	1,050	36,25	0,999	164,8	157,5	+ 4,63	„ „
123, 138	„	30	40,1	40,1	3,7	36,4	3,8	1,044	1,045	46,35	1,272	105,5	105,0	+ 0,48	armature normale
65, 124, 139	„	50	40,1	40,1	3,8	36,3	3,7	1,050	1,048	66,25	1,825	55,1	53,5	+ 3,00	„ „

Constantes du matériau: $\eta = 2,5$; $n = 11,5$. Pour des ronds de 16 mm: $\sigma_F = 3773 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma'_F = 3680 \text{ kg/cm}^2$, $K_P = 173 \text{ kg/cm}^2$.

Pour des ronds de 22 mm: $\sigma_F = 3672 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma'_F = 3751 \text{ kg/cm}^2$.

groupes, les charges de rupture calculées sont en moyenne de 1,13 % plus petites que les charges réelles.

Slater et Lyse ont fait des essais sur deux prismes non armés soumis à une compression excentrée.⁷ Les dimensions des prismes étaient $20,3 \times 20,3 \times 30,5$ cm, la résistance sur prismes se montait à $K_P = 285$ kg/cm² et la résistance sur cubes était vraisemblablement de $K_W = \text{env. } 370$ kg/cm². Après avoir déterminé η de l'équation (10), α de l'équation (2) avec $\mu = \mu' = 0$, et N'_B de l'équation (3) avec $\mu = 0$, on obtient $N'_B = 74,3$ t; la charge réelle de rupture était en moyenne $N_B = 70,5$ t, c'est-à-dire de 4,9 % plus petite que la charge calculée.

Dans les cas que nous avons étudiés ici, les charges de rupture calculées d'après les équations données concordent assez exactement avec les valeurs d'essai. En tous cas, ces équations peuvent servir de base à l'étude générale de la variation de la charge de rupture des éprouvettes excentriquement comprimées en fonction du pourcentage d'armature et de l'excentricité de la charge.

4° — Le degré de sécurité.

Les charges de rupture permettent de calculer les *charges admissibles* en les divisant par le *degré de sécurité*. On a suffisamment parlé dans des publications antérieures du choix approprié du degré de sécurité [1, p. 688 à 693; 2, p. 14 à 19 et 3, p. 221 à 222]. Si l'on désire une sécurité effective de 2, il faut relever, pour le béton, le degré de sécurité nominal jusqu'à 3,3 à 3,4 par suite de l'influence de la charge permanente ou répétée et par suite de la différence entre la résistance des éprouvettes et des grands éléments de construction. Pour une compression centrée, le *projet de nouvelles prescriptions norvégiennes pour le béton armé, NS 427*⁸ tient compte d'un degré de sécurité de 4,13, 3,85, 3,65 et 3,60 pour les 4 classes de béton A, B, C et D avec résistance sur cubes de 290, 230, 180 et 140 kg/cm². Les observations du processus de rupture dans des éprouvettes soumises à la compression centrée et excentrée montrent que pour la flexion et une compression excentrée il faut calculer avec un degré de sécurité de 10 % plus grand que pour une compression centrée [1, p. 751 à 754; 2, p. 77 à 80 et 3, p. 222]. Pour la flexion et une compression excentrée il faut donc un degré de sécurité de 4,54, 4,24, 4,02 et 3,96 pour les classes de béton A, B, C et D. C'est avec ces valeurs que nous avons calculé ci-après.

Pour les armatures il n'existe pas la même différence entre la sécurité effective et la sécurité nominale car pour l'acier 37 soumis à des charges répétées on peut admettre que la résistance à la traction est égale à la limite élastique qui sert de base, d'après les équations (6) et (7), au calcul de la charge de rupture des éprouvettes normalement armées. Le degré de sécurité nominal doit donc être égal à la sécurité effective désirée. Dans une section normalement armée, un coefficient de sécurité effectif de 1,8 devrait être considéré comme suffisant pour un matériau aussi homogène que l'acier.

⁷ W. A. Slater et Inge Lyse: „Compressive Strength of Concrete in Flexure as Determined from Tests of Reinforced Beams“. Proceedings of the American Concrete Institute, vol. 26, 1930. pages 852 à 859.

⁸ „Forslag til Norsk Standard. Regler for utførelse av arbeider i armert betong, NS 427, utarbeidet av Den norske Ingeniørforening“, annexé à la Teknisk Ukeblad, Nr. 38, 1935.

5° — Charges admissibles et limites.

La fig. 5 montre deux exemples de charges admissibles calculées d'après la théorie que nous venons d'exposer, à gauche pour armature simple et à droite pour armature double. Les hypothèses sont les suivantes: application de la charge à la distance $1,5 h_0$ de l'armature tendue (rapport du bras de levier des moments $\psi = 1,5$), $\gamma = 1,08$ et $\beta' = 0,08$ (fig. 1 et 3). Le béton a un $K_W = 180 \text{ kg/cm}^2$; $\eta = 3,03$ et $n = 12,7$ (béton C d'après le projet NS 427); limite élastique de l'armature $\sigma_F = \sigma'_F = 2000 \text{ kg/cm}^2$, $m = m' = 14,4$ (fer du commerce). La charge admissible $\frac{N_{adm}}{bh_0}$ rapportée à bh_0 est portée en ordonnées par rapport au pourcentage d'armature aussi bien pour les sections fortement armées [équations (2) à (5)] que pour les sections normalement armées [équations (6) et (7)]. Pour chaque valeur de μ , la plus faible des deux valeurs correspondantes de N_{adm} est déterminante (courbes en traits épais).

Le point d'intersection G des deux courbes est la limite entre les sections: *partiellement* armées, pour lesquelles la résistance de l'armature détermine la charge admissible et *totale*ment armée, pour lesquelles la charge admissible dépend de la résistance du béton.

Des courbes telles que celles de la fig. 5 seraient un moyen tout-à-fait approprié au dimensionnement des sections de béton armé soumises à une compression excentrée. Mais cependant le dimensionnement peut s'effectuer d'après de « stade II », lorsque les contraintes admissibles sont choisies de telle sorte que le calcul fournisse les véritables charges admissibles. Pour le domaine de l'armature partielle on y arrive assez exactement avec une seule valeur de la contrainte admissible de l'acier. Pour les sections totalement armées par contre, le calcul d'après

le « stade II » donne, avec une valeur fixe de σ_{badm} , des charges admissibles qui croissent avec le pourcentage d'armature beaucoup plus rapidement que les charges effectives (fig. 5 et 6). Cela ressort de la fig. 5, ainsi que de la fig. 6 où les charges admissibles réelles et calculées d'après le « stade II » sont données pour différentes valeurs de ψ , avec les mêmes hypothèses qu'à la fig. 5, à gauche. On constate qu'un degré de sécurité donné ne peut être conservé, pour une section complètement armée, qu'en adoptant une compression admissible propre du béton pour chaque pourcentage d'armature.

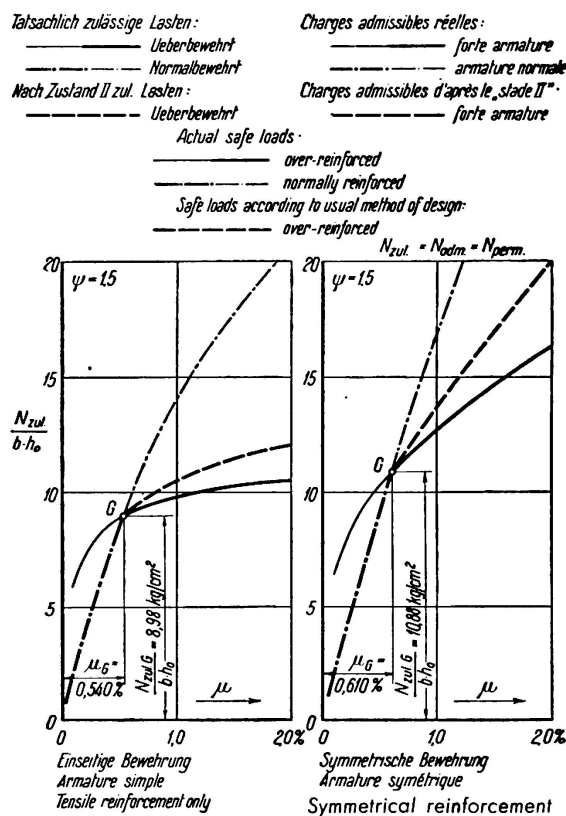


Fig. 5.

Charges admissibles réelles et calculées d'après le „stade II“ pour un béton C et pour $\psi = 1,5$.

On peut démontrer que, pour la flexion pure, la compression admissible réelle du béton est à déterminer par rapport à la limite [1, p. 688, 2, p. 14 et 3, p. 222] Il en est de même pour la compression excentrée, lorsque l'excentricité est grande. Pour de faibles excentricités par contre, il en est autrement car d'une part il n'existe en général aucune limite lorsque la charge agit à l'intérieur de la section, presque toutes les sections étant totalement armées (voir plus haut sous 1, b

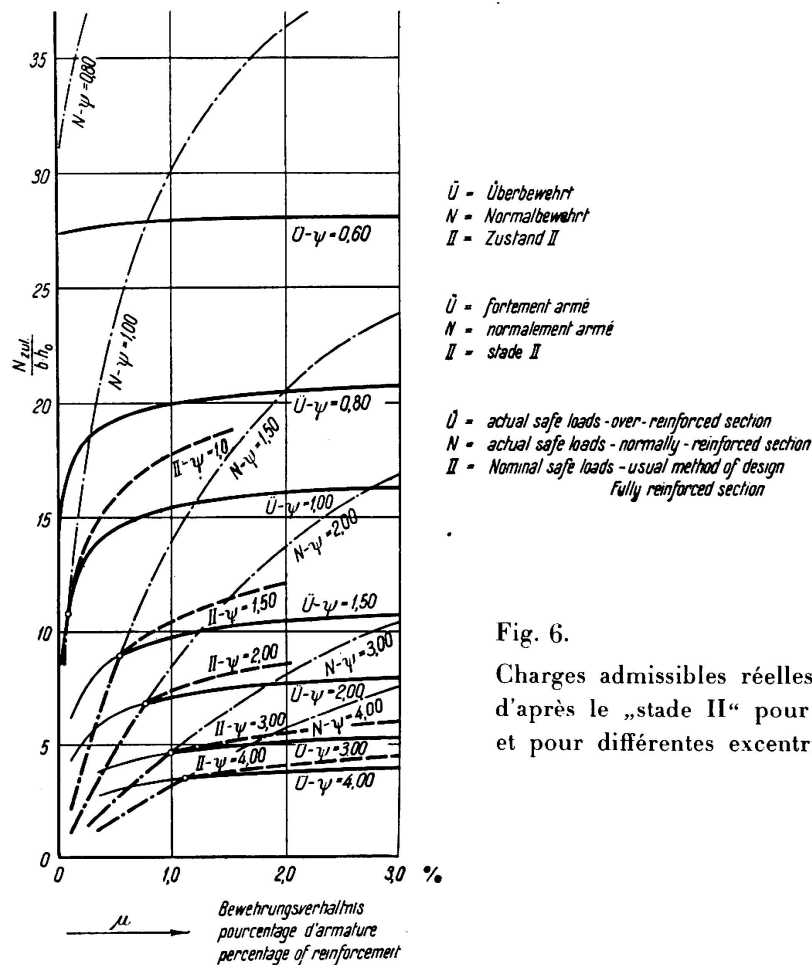


Fig. 6.

Charges admissibles réelles et calculées d'après le „stade II“ pour un béton C et pour différentes excentricités.

et la fig. 6), et d'autre part parce que même lorsque la charge agit bien en dehors de la section, le pourcentage d'armature correspondant à la limite est si faible qu'il est souvent nécessaire dans la pratique d'employer de plus fortes armatures.

6° — Compression admissible du béton.

Les charges admissibles déterminées suivant la théorie que nous venons d'exposer permettent de déterminer, pour le calcul d'après le «stade II», la compression admissible exacte du béton pour tout pourcentage d'armature et toute excentricité de la charge. Aux fig. 7 et 8 nous avons reporté les courbes des contraintes admissibles calculées pour le béton C avec les hypothèses indiquées

ci-dessus avec, en abscisse, le rapport du bras de levier des moments $\psi = \frac{C_e}{h_0}$. En outre nous avons dessiné une courbe des contraintes à la limite. Les com-

pressions admissibles du béton qui dépassent cette courbe sont sans importance car elles appartiennent au domaine d'armature partielle où les contraintes du béton ne peuvent pas être utilisées.

Les figures montrent, comme d'ailleurs on pouvait s'y attendre, que les compressions admissibles exactes du béton décroissent très rapidement avec l'excentricité de la charge et qu'elles s'approchent des valeurs de la compression centrée lorsque le point d'application de la charge se rapproche du centre de la section.

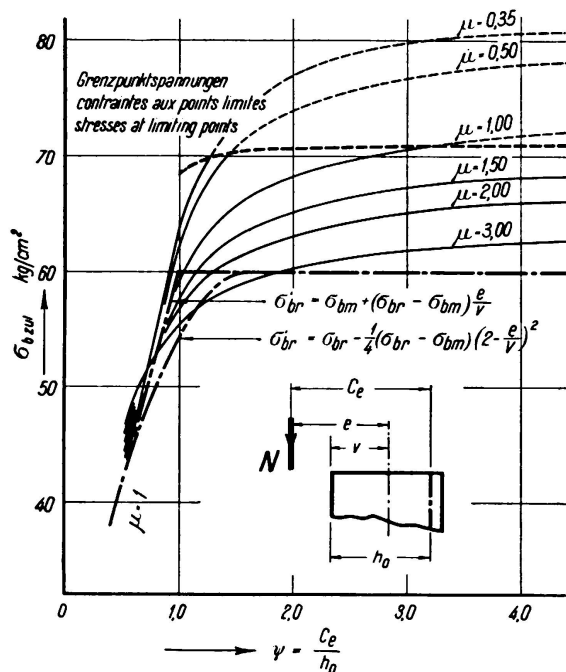


Fig. 7.

Contraintes admissibles réelles pour un béton C avec armature simple et pour différentes excentricités.

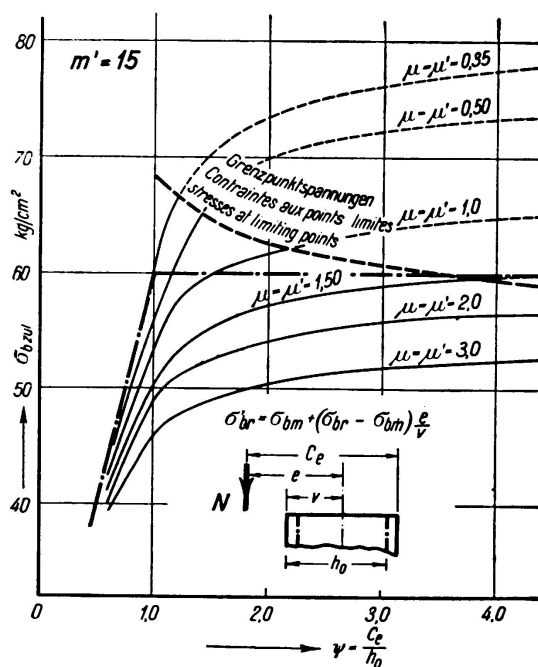


Fig. 8.

Contraintes admissibles réelles pour un béton C avec armature symétrique et pour différentes excentricités (calculées avec $m' = 15$).

Avec les hypothèses que nous venons d'indiquer, on obtient par exemple pour un béton C à armature simple les contraintes admissibles réelles que voici :

pour la flexion simple, contrainte limite: $\sigma_{badm1} = 71 \text{ kg/cm}^2$

pour une compression excentrée, armature 1 % :

lorsque la force agit au bord de la section

($\psi = 1,0$) $\sigma_{badm} = 59,6 \text{ kg/cm}^2 = 0,84 \sigma_{badm1}$,

lorsque la force agit au bord du noyau

($\psi = 0,63$) $\sigma_{badm} = 49,0 \text{ kg/cm}^2 = 0,69 \sigma_{badm1}$,

lorsque la force agit à la distance 0,135 h_0 du centre de gravité de la section

($\psi = 0,54$) $\sigma_{badm} = 44,8 \text{ kg/cm}^2 = 0,63 \sigma_{badm1}$.

Si dans ces différents cas on calcule avec la même contrainte admissible, on a un degré de sécurité beaucoup plus faible pour de petites excentricités que pour la flexion simple.

7° — La prise en compte de l'armature de compression.

Les fig. 7 et 8 montrent que les contraintes admissibles sont plus faibles pour les sections à armature symétrique que pour celles à armature simple. Il en est de même pour la flexion simple, ce qui ressort de la ligne en traits discontinus de la fig. 9; la contrainte admissible réelle (contrainte limite) est pour un béton C de 21 % plus faible dans une section à armature symétrique que dans une section à armature simple.

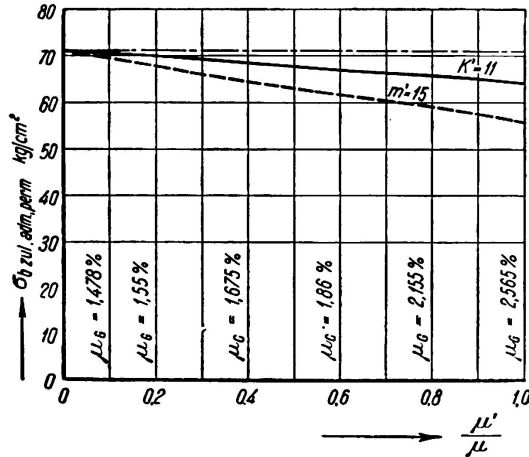


Fig. 9.

Contraintes admissibles réelles pour du béton C sollicité à la flexion simple et pour différentes armatures de compression (calculées en partie avec $m' = 15$ et en partie avec $k' = 11$).

prescriptions de la plupart des pays, du moins pour les qualités de béton considérées ici ($K_W = 180 \text{ kg/cm}^2$ ou $K_P \cong 140 \text{ kg/cm}^2$, résistance sur cylindres, $f'_c = 2000$ livres par pouce carré).

Au moment de la rupture de la poutre, la contrainte réelle de l'armature de compression est égale à la limite d'écrasement σ'_F , prise ici à 2000 kg/cm^2 , ce qui est un minimum toujours atteint dans les fers du commerce. $\sigma'_F = 2000 \text{ kg/cm}^2$ correspond environ à m' fois (15 fois) la résistance sur prismes K_P . Si la sécurité doit être la même dans les deux matériaux de la zone comprimée, il ne faut pas introduire pour la contrainte de compression de l'armature, comme dans l'équation (11), m' fois la contrainte admissible de compression par flexion mais m' fois la contrainte admissible de compression pour compression centrée. Au lieu de m' il faut donc introduire dans l'équation (11) un coefficient plus faible

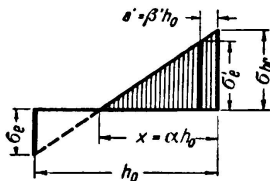


Fig. 10.

mais m' fois la contrainte admissible de compression pour compression centrée. Au lieu de m' il faut donc introduire dans l'équation (11) un coefficient plus faible

$$k' = m' \frac{\sigma_{bm}}{\sigma_{br}} \frac{\alpha}{\alpha - \beta'} \quad (12)$$

où σ_{bm} est la contrainte admissible du béton pour la compression centrée.

Dans la dernière partie (non encore publiée) du projet de nouvelles prescriptions norvégiennes il est tenu compte de cette contrainte réduite. Il faut introduire dans le calcul pour l'effort supporté par l'armature de compression m' -fois la contrainte du béton, dans le cas de la compression centrée, et $0,75 m'$ -fois la contrainte du béton, dans le cas de la flexion et de la compression excentrée.

A la fig. 9 nous avons représenté par un trait plein les contraintes admissibles dans la fibre extrême, calculées avec $k' = 11$ pour la flexion simple et à la

de la fig. 9; la contrainte admissible réelle (contrainte limite) est pour un béton C de 21 % plus faible dans une section à armature symétrique que dans une section à armature simple.

La détermination des contraintes admissibles réelles est basée sur le calcul ordinaire d'après le « stade II »; la contrainte de l'armature de compression est donc déterminée d'après l'équation (11) (fig. 10):

$$\sigma'_e = m' \sigma_{br} \frac{\alpha - \beta'}{\alpha} \quad (11)$$

où σ_{br} est la contrainte de compression par flexion, admissible dans le béton. Dans l'équation (11) on a calculé avec $m' = n = 15$, ce qui correspond aux

fig. 11 les contraintes admissibles du béton pour une compression excentrée et une armature symétrique. On voit qu'une grande partie de la différence entre les sections avec et sans armature de compression est compensée par l'introduction de $k' = 11$ au lieu de $m' = 15$. L'apport de l'armature de compression à la résistance de la section est évalué avec plus d'exactitude grâce au coefficient k' . Si la force de l'armature de compression a une influence sur la grandeur des contraintes admissibles réelles, c'est principalement parce que dans l'équation (12) nous avons calculé avec la valeur de $\sigma_{br} = 60 \text{ kg/cm}^2$ indiquée dans les NS 427, alors que d'après nos explications, la valeur exacte serait $\sigma_{br} = 71 \text{ kg/cm}^2$.

8° — Les contraintes admissibles du béton, indiquées dans les prescriptions.

Dans les prescriptions de la plupart des pays on ne tient que peu compte de la relation qui existe entre la compression admissible réelle du béton et l'excentricité de la charge (fig. 7, 8 et 11). Bien des prescriptions affirment que pour la compression excentrée, la contrainte admissible pour la compression centrée ne doit pas être dépassée lorsque la charge est calculée comme agissant centralement. Si par exemple la contrainte de compression du béton est pour la flexion $\sigma_{br} = 60 \text{ kg/cm}^2$ et pour la compression centrée $\sigma_{bm} = 38 \text{ kg/cm}^2$, comme l'indiquent pour un béton C les prescriptions norvégiennes, il faut déjà, d'après la prescription ci-dessus, calculer une section avec armature simple de 1 % avec la contrainte admissible de compression par flexion complète lorsque la force agit à $0,104 h_0$ du centre de gravité ($\psi = 0,508$). Suivant les hypothèses faites dans les paragraphes 5 et 6, la contrainte admissible exacte n'est que de $43,5 \text{ kg/cm}^2$ pour cette excentricité alors qu'elle est de 71 kg/cm^2 pour la flexion simple. La prescription donne donc un degré de sécurité d'environ 39 % plus faible pour la compression excentrée que pour la flexion simple.

Les nouvelles prescriptions américaines⁹ disent que pour la compression excentrée il faut multiplier par un facteur la contrainte admissible valable pour la compression centrée. Ce facteur est par exemple d'environ 1,163 pour $\psi = 1,0$, une armature de traction de 1,0 % et une armature de compression de 1,0 %.

Lorsque l'on n'emploie aucun fretage, la contrainte admissible est égale

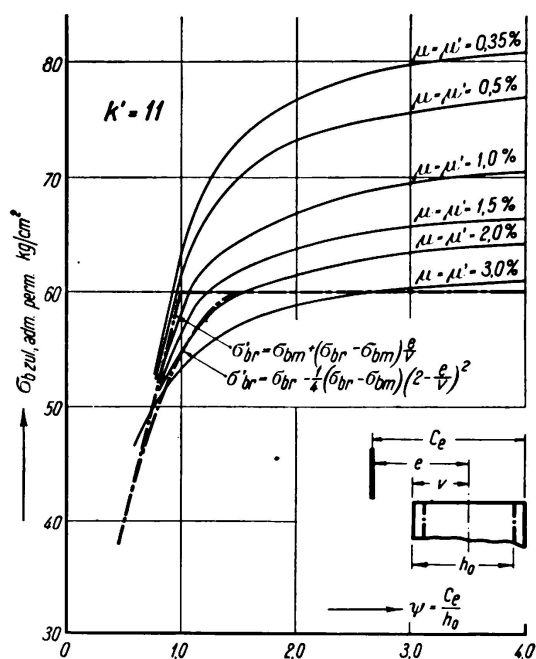


Fig. 11.

Contraintes admissibles réelles pour du béton C pour différentes excentricités et une armature symétrique (calculées avec $k' = 11$ au lieu de m'). (Cette figure est à comparer à la fig. 8.)

⁹ Building Regulations for Reinforced Concrete (A.C.I. 501-36 T), provisoirement admises le 25 févr. 1936, Journal of the American Concrete Institute, vol. 7, Nr. 4, mars-avril 1936, pages 407 à 444.

à $0,154 f'_c \cdot 1,163 = 0,18 f'_c$ (f'_c est la résistance du béton à la compression sur cylindres après 28 jours). La contrainte admissible de compression par flexion est donc de $0,40 f'_c$. Il ressort de la fig. 8 qu'avec $\psi = 1,0$ et $\mu = \mu' = 1,0\%$, la contrainte admissible exacte de compression par flexion est de $53,2 \text{ kg/cm}^2$ ou 75% environ de la contrainte admissible de compression par flexion (71 kg/cm^2) calculée pour une armature simple avec le même degré de sécurité. Le degré de sécurité serait donc le même que pour la flexion simple, si, dans le cas considéré, la contrainte admissible de compression du béton était de $0,30 f'_c$. Effectivement on ne tolère que $0,18 f'_c$; le degré de sécurité est donc, dans le cas considéré, d'environ 67% plus élevé que pour la flexion simple d'après les prescriptions de l'American Concrete Institute.

On constate donc que les prescriptions des différents pays sont à ce point de vue très diverses. D'après certaines prescriptions, le degré de sécurité est beaucoup plus faible pour la compression excentrée que pour la flexion simple et selon d'autres prescriptions au contraire plus élevé.

Dans le projet de nouvelles prescriptions norvégiennes, NS 427,⁸ on a essayé de mieux adapter aux valeurs exactes les contraintes admissibles pour la compression excentrée. Le calcul de la contrainte admissible dans la fibre extrême du béton s'effectuera de la façon suivante pour la compression excentrée:

a) lorsque la charge agit à l'intérieur de la section ($\psi < 1$):

$$\sigma'_{br} = \sigma_{bm} + (\sigma_{br} - \sigma_{bm}) \frac{e}{v}; \quad \frac{e}{v} < 1 \quad (13)$$

où σ_{bm} = contrainte admissible du béton pour la compression centrée,

σ_{br} = contrainte admissible du béton dans la fibre extrême pour la flexion simple,

e = excentricité de la charge, calculée à partir du centre de gravité de la section idéale,

v = distance du centre de gravité au bord comprimé.

b) lorsque la charge agit à l'extérieur de la section:

$$\sigma'_{br} = \sigma_{br}; \quad \frac{e}{v} > 1 \quad (14)$$

Aux fig. 7 et 11 nous avons porté à titre de comparaison les contraintes admissibles «exactes» et les lignes calculées d'après les équations (13) et (14). Même si ces prescriptions donnent un degré de sécurité variable, les contraintes indiquées s'adaptent très bien aux contraintes «exactes».

Il serait encore préférable de n'employer la contrainte de flexion admissible complète qu'à partir de $\frac{e}{v} = 2$ ($\psi = \text{env. } 1,6$) et de prescrire pour les faibles excentricités une allure parabolique au lieu d'une allure linéaire de la courbe des contraintes admissibles, comme suivant l'équation (13).

$$\sigma'_{br} = \sigma_{br} - \frac{1}{4} (\sigma_{br} - \sigma_{bm}) \left(2 - \frac{e}{v}\right)^2; \quad \frac{e}{v} < 2 \quad (15)$$

Les courbes correspondantes sont reportées aux fig. 7 et 11, elles concordent bien avec les valeurs minima des contraintes admissibles calculées suivant l'exposé ci-dessus.

IIa 2

Les méthodes de calcul des sections de béton armé sollicitées à la flexion.

Berechnungsverfahren von auf Biegung beanspruchten Eisenbetonquerschnitten.

The Calculation of Reinforced Concrete Sections Subject to Bending.

Dr. techn. Ing. E. Friedrich,
Dresden.

A. — Les prescriptions allemandes et autrichiennes.

I. Les prescriptions de la commission allemande pour le béton armé.

1° — La résistance.

D'après les prescriptions allemandes de 1932, § 17, il faut calculer les sections de béton armé soumises à la flexion en admettant que les allongements sont proportionnels à la distance du point considéré à l'axe neutre; il n'est tenu aucun compte de la collaboration du béton du côté tendu (calcul d'après le

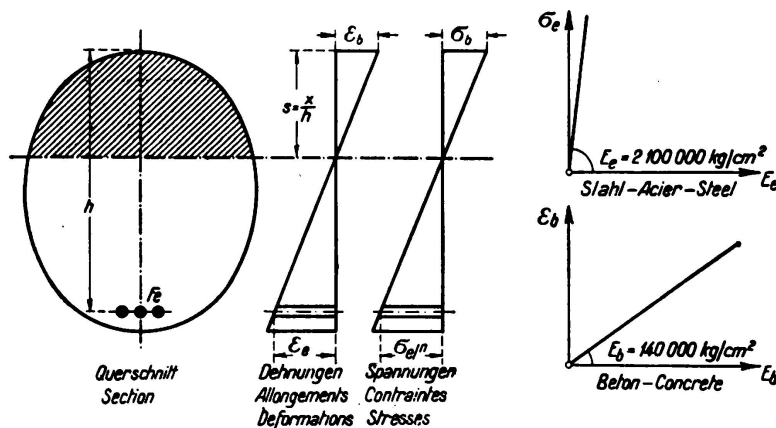


Fig. 1.
Prescriptions
allemandes.

stade IIb), fig. 1. Pour le rapport des modules d'élasticité de l'acier et du béton, il faut admettre $n = 15$. La relation existant entre la contrainte et l'allongement est considérée comme linéaire aussi bien pour l'acier que pour le béton (loi de Hooke).

Dans ce qui suit nous entendrons par résistance

$$T = \frac{M \cdot h}{J_i} \quad (J_i = \text{moment d'inertie idéal}).$$

L'expression $\frac{J_1}{h}$ est indépendante de la forme de la section et correspond, pour les sections homogènes, au moment résistant W . Elle représente la somme de la contrainte du béton augmentée de $\frac{1}{n}$ fois la tension des fers. On obtient une représentation très expressive de la résistance des sections de béton armé en reportant T en fonction de la distance de la fibre neutre $s = \frac{x}{h}$. Il sera bien de choisir la division de l'axe des abscisses de telle façon que les valeurs successives $\frac{1}{s}$ soient également distantes. Le calcul actuel d'après le stade IIb fournit pour la résistance dans le domaine du béton :

$$T = \frac{W_b}{s} \quad (W_b = \text{résistance sur cubes du béton})$$

et dans le domaine de l'acier :

$$T = \frac{\sigma_s}{n} \frac{1}{1-s} \quad (\sigma_s = \text{limite d'étirement de l'acier}).$$

La courbe de résistance (courbe de T - s) est, dans le système de coordonnées choisi, une droite dans le domaine du béton et une hyperbole dans le domaine de l'acier.¹

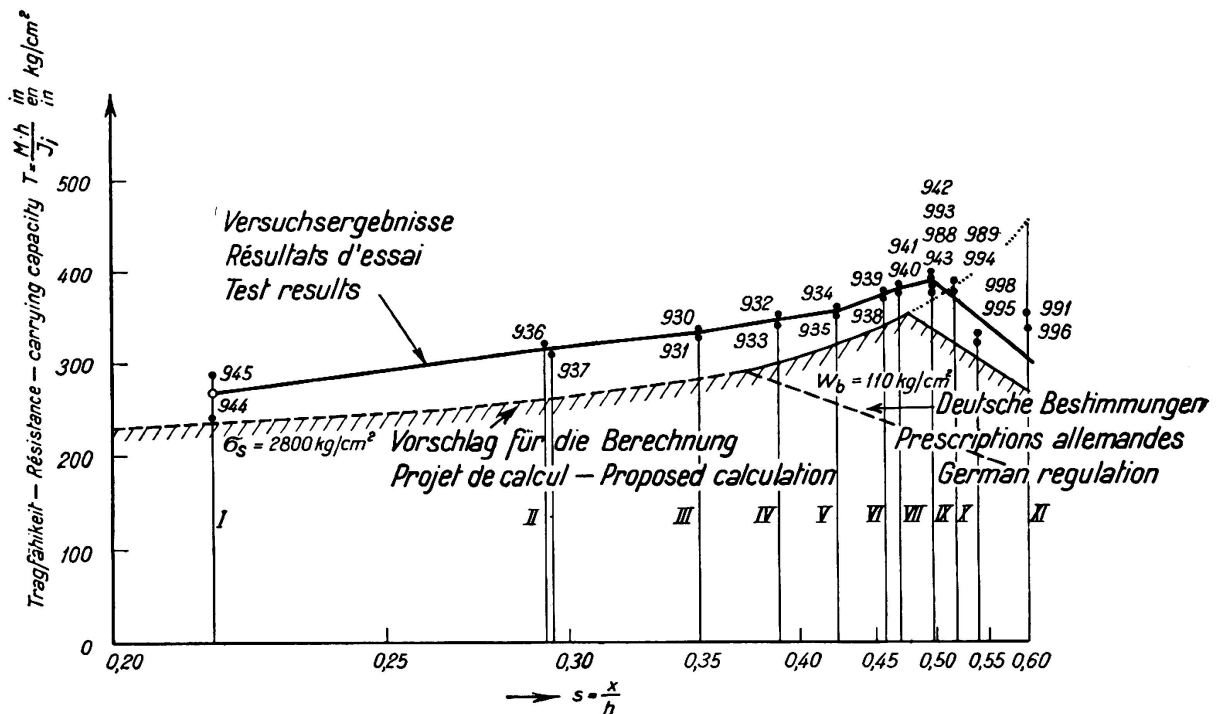


Fig. 2.

Courbes de résistance d'après les essais et le calcul (trait discontinu) et d'après le projet pour l'acier St. 37 (bord hachuré).

¹ E. Friedrich: „Über die Tragfähigkeit von Eisenbetonquerschnitten.“ Beton und Eisen, 1936, fasc. 9.

2° — Comparaison avec les essais.

A la fig. 2 nous donnons les essais effectués avec des sections rectangulaires armées d'acier 37; autant que cela était possible, nous avons maintenu la résistance sur cubes du béton à $W_b = 110 \text{ kg/cm}^2$ et la limite d'étirement de l'acier était $\sigma_s = 2800 \text{ kg/cm}^2$. Les sections furent modifiées de telle sorte que la résistance pouvait être donnée pour un grand domaine de s . A la fig. 2 nous avons comparé entre elles les résistances obtenues par calcul (trait discontinu, prescriptions allemandes) et les résistances déterminées par des essais. La comparaison montre:

- a) Dans le domaine où la limite d'étirement de l'acier détermine la rupture:
 - α) Les valeurs d'essai se trouvent toujours d'environ 10 % plus hautes que les valeurs obtenues par le calcul.
 - β) L'allure de la courbe de résistance est semblable, d'après le calcul et d'après l'essai. On ne peut pas relever la contrainte admissible dans le domaine de l'acier, entre autre à cause du danger de fissuration. Il n'y a pas de motif pour modifier la méthode de calcul dans le domaine a.
- b) Dans le domaine où la résistance du béton détermine la rupture:
 - α) On constate tout d'abord que la courbe de résistance suit, jusqu'à un pourcentage d'armature beaucoup plus élevé (à la fig. 2 jusqu'à de plus grandes valeurs de s), la courbe de résistance de l'acier.
 - β) La résistance obtenue par les essais se trouve, dans tout le deuxième domaine beaucoup plus haut que ne l'indiquent les calculs.

II. Les prescriptions autrichiennes.

Les prescriptions autrichiennes essayent d'éliminer l'insuffisance du calcul. D'après le projet établi par le Conseiller *F. von Emperger* et le Chef de Section *Haberkalt*, la limite des domaines de l'acier et du béton est ainsi relevée qu'elle correspond à une contrainte admissible de $15 \div 25 \%$ plus élevée que la contrainte admissible actuelle. Cependant on a maintenu les contraintes admissibles, d'où il résulte que la courbe de résistance fait un saut à la limite d'armature. On a deux inconvénients:

- a) Il peut se présenter des cas où la résistance obtenue par calcul décroît pour un accroissement de l'armature.
- b) Du fait que la limite d'armature a été rendue dépendante du pourcentage d'armature, ce projet n'est valable que pour des sections rectangulaires.

A la fig. 3, nous avons reporté la courbe de résistance obtenue d'après les prescriptions autrichiennes.

B. — Nouvelle proposition pour le calcul des sections de béton armé soumises à la flexion.

Dans la construction de béton armé, aussi bien pour les charpentes que pour les ponts, on s'efforce à éviter les goussets aux appuis et les armatures de compression.

Nous exposerons un projet permettant de satisfaire à ces exigences tout en conservant la même sécurité effective, c'est-à-dire en tenant compte des résultats des essais.

I. Dans le domaine où la limite d'étirement de l'acier détermine la rupture.

Les prescriptions de calcul en usage jusqu'à ce jour doivent être maintenues dans ce domaine. Lorsque la résistance sur cubes exigée est maintenue, on peut négliger le contrôle de la contrainte du béton.

II. Dans le domaine où la résistance du béton détermine la rupture.

1° — Principes de calcul.

a) La détermination de la fibre neutre.

Pour les moments faibles, on se trouve dans le stade IIb qui se conforme au calcul usuel, c'est-à-dire que le béton se fissure dans la zone tendue. Lorsque la

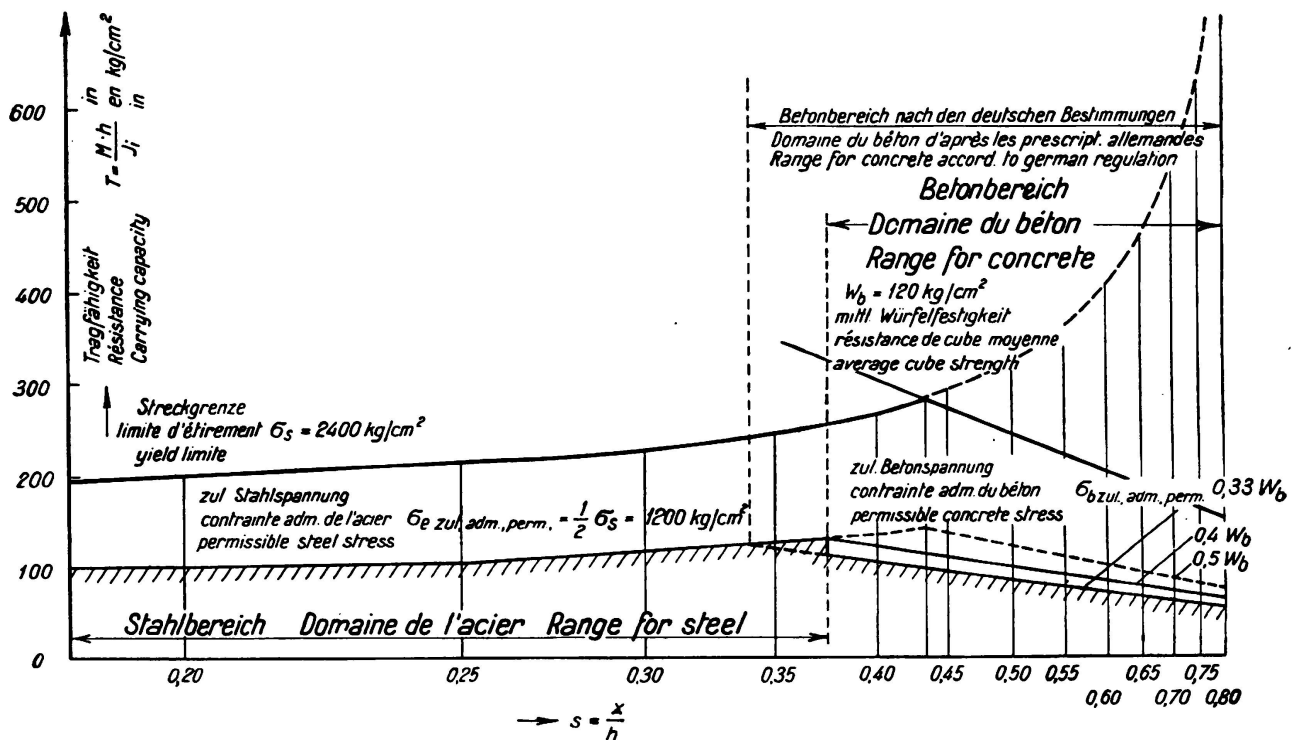


Fig. 3.

Courbes de résistance d'après les prescriptions autrichiennes.

fibre extrême du béton a atteint la résistance à la compression (on doit admettre ici la résistance sur prismes σ_p), la rupture de la poutre (admise par le calcul usuel) ne se produit pas encore, mais le stade IIb se transforme en un nouveau stade IIc caractérisé par le fait que le béton devient plastique du côté comprimé. La fibre neutre est conservée, c'est pourquoi la distance de cette fibre neutre se calculera de la façon la plus simple d'après la méthode usuelle.¹

$$s^2 + 2s\varphi - 2\psi = 0 \quad (1)$$

$$\left(\text{où } \varphi = \frac{f}{b \cdot h}, \quad \psi = \frac{\gamma}{b \cdot h^2} \quad \text{avec } f = n F_o + n F'_e,\right.$$

$$\left. \text{on obtient } \gamma = n F_o h + n F'_e h'\right).$$

b) La courbe contraintes-allongements de l'acier.

Le calcul est basé sur la loi de *Hooke* (fig. 4)

$$\sigma_s = E_e \cdot \varepsilon_e$$

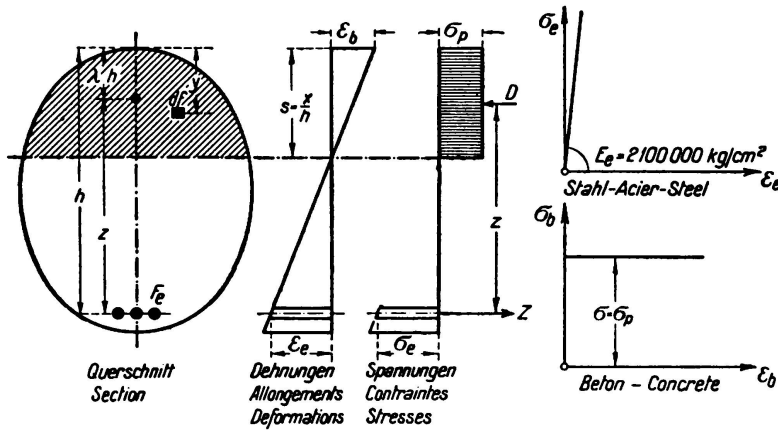


Fig. 4.
Hypothèses de calcul
d'après le projet pour
le calcul dans le do-
maine de rupture du
béton.

c) La courbe contraintes-allongements du béton.

La loi de la plasticité

$$\sigma_p = \text{const. (indépendant de } \varepsilon)$$

sert de base au calcul.

d) Hypothèse de Navier.

Dans le calcul on admet que les sections restent planes.

e) Equilibre.

En chaque section l'équilibre doit régner entre les forces extérieures et les forces intérieures.

2° — Le calcul.

D'après les hypothèses données sous 1° il est possible de calculer les sections de béton armé. On obtient la compression D à partir de l'équation :

$$D = \int_{F_w} \sigma_p \cdot df = \sigma_p \cdot \int_{F_w} df = \sigma_p \cdot F_w,$$

où F_w est la surface de béton agissante.

La force de traction est :

$$Z = F_e \cdot \sigma_e.$$

Comme l'équilibre doit régner, on peut poser l'équation :

$$Z = D$$

ou

$$F_e \cdot \sigma_e = F_w \cdot \sigma_p,$$

d'où

$$\sigma_e = \sigma_p \cdot \frac{F_w}{F_e}. \quad (2)$$

Le moment statique de la surface de béton agissante par rapport à la fibre supérieure est:

$$S_w = \int_0^{F_w} y \cdot df,$$

d'où l'on peut tirer la distance du centre de gravité $\lambda \cdot h$ de la surface de béton agissante:

$$\lambda \cdot h \cdot F_w = S_w.$$

Le bras de levier des forces intérieures est:

$$z = h - \lambda \cdot h = h \frac{h \cdot F_w - S_w}{h \cdot F_w}.$$

Le moment des forces intérieures doit être égal au moment extérieur M , d'où:

$$\begin{aligned} D \cdot z &= M \\ \sigma_p \cdot F_w \cdot h \cdot \frac{h \cdot F_w - S_w}{h \cdot F_w} &= M \\ \frac{S_w}{h} - F_w + \frac{M}{h \cdot \sigma_p} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

L'équation (1) donne la position de la fibre neutre. On peut tirer de l'équation (3) le moment de rupture M .

3° — Comparaison avec les essais.

Il faut vérifier à l'aide des formules données sous 2° les essais indiqués à la fig. 2 et effectués avec des poutres rectangulaires armées d'acier 37.

Pour les sections rectangulaires on a:

$$\begin{aligned} F_w &= s \cdot b \cdot h \\ S_w &= s^2 \cdot h^2 \cdot \frac{b}{2}. \end{aligned}$$

Afin de comparer la méthode de calcul indiquée ici avec la méthode usuelle, il est nécessaire de calculer la valeur:

$$T = \frac{M \cdot h}{J_i}$$

Pour les sections rectangulaires à armature simple on a:

$$\frac{J_i}{h} = b h^2 \frac{\left(1 - \frac{s}{3}\right) \cdot s^2}{2}$$

et en partant de l'équation (3)

$$T = \frac{M \cdot h}{J_i} = 2 \frac{\sigma_p}{s} \cdot \frac{1 - s/2}{1 - s/3}.$$

A la fig. 2 nous avons aussi reporté le nouveau projet de calcul (bord hachuré). En outre nous avons représenté à la fig. 5 une deuxième série d'essais effectués avec de l'acier à haute résistance (acier Isteg $\sigma_s = 4100 \text{ kg/cm}^2$). Au cours des essais on a déterminé une résistance sur prismes $\sigma_p = 94 \text{ kg/cm}^2$. La comparaison avec le calcul usuel montre que le nouveau projet présente une bien meilleure

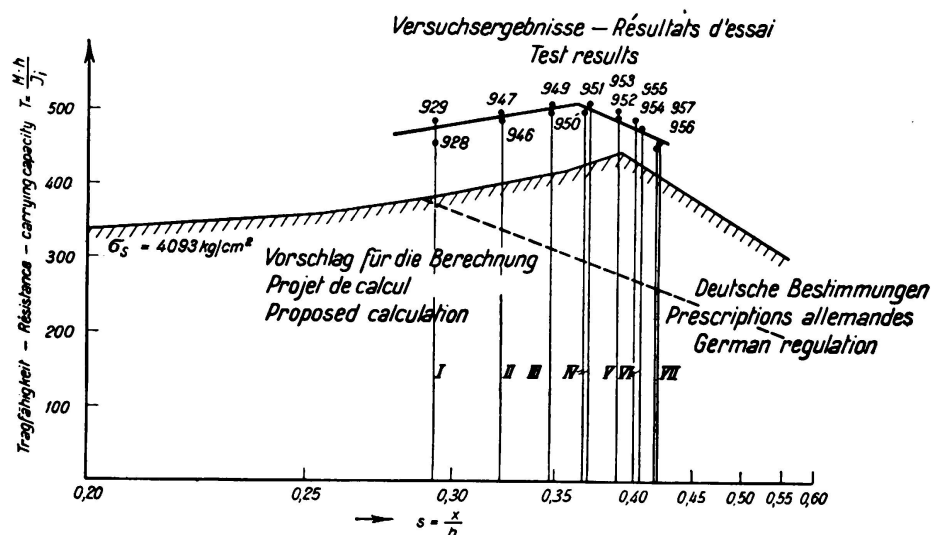


Fig. 5.

Courbes de résistance d'après le projet pour l'acier à haute résistance.

concordance. La fig. 6 représente la rupture de la poutre N° 957 (rupture dans le domaine du béton) et la fig. 7 la rupture de la poutre N° 947 (rupture dans le domaine de l'acier). Ces deux figures permettent de distinguer clairement les deux domaines.

C. — Propositions pour les prescriptions.

Maintenant que l'on a vu la manière permettant de faire concorder la résistance effective et la résistance obtenue par le calcul, nous allons faire des propositions pour les prescriptions.

1° — Contrainte de l'acier.

La contrainte admissible de l'acier doit être comme jusqu'à présent $\sigma_{e \text{ adm}} = \sigma_s/2$ s'il n'est pas nécessaire, par suite du danger de fissuration, de prendre une plus faible valeur comme admissible.

2° — Contrainte du béton.

Comme jusqu'à maintenant, il faut choisir une sécurité de trois vis-à-vis de W_b . Mais comme il faut introduire dans le calcul la résistance sur prismes comme contrainte du béton, il est nécessaire de réduire la contrainte admissible du béton par rapport aux prescriptions actuelles. En général on peut admettre comme résistance sur prismes 0,75 fois² la résistance sur cubes. On obtient ainsi comme contrainte admissible du béton $\sigma_{b \text{ adm}} = \frac{1}{4} W_b$.

² Coefficient de réduction de la résistance sur prisme pour une surcharge permanente immobile.

Pour $W_b = 120 \text{ kg/cm}^2$ on a $\sigma_{badm} = 30 \text{ kg/cm}^2$,
 „ $W_b = 160$ „ „ $\sigma_{badm} = 40$ „
 „ $W_b = 225$ „ „ $\sigma_{badm} = 56$ „

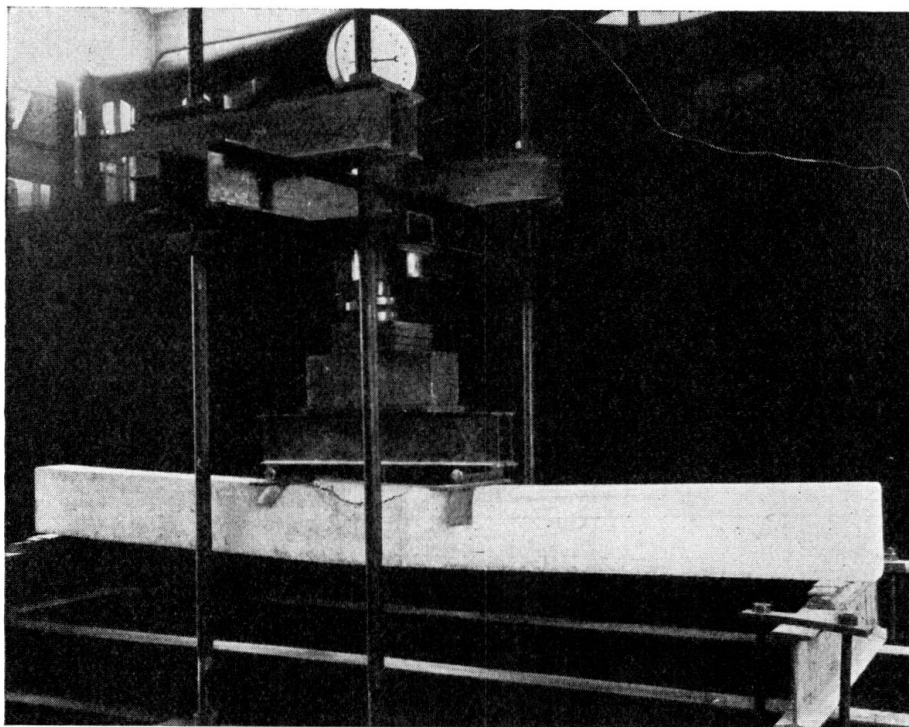


Fig. 6.

Rupture de la poutre No. 957 (rupture due à l'écrasement du béton).

3° — La limite d'armature pour des sections rectangulaires.

En égalant la résistance dans le domaine de l'acier à la résistance dans le domaine du béton, on obtient la limite d'armature.

La résistance dans le domaine de l'acier est:

$$\frac{M \cdot h}{J_i} = \frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{1}{1-s};$$

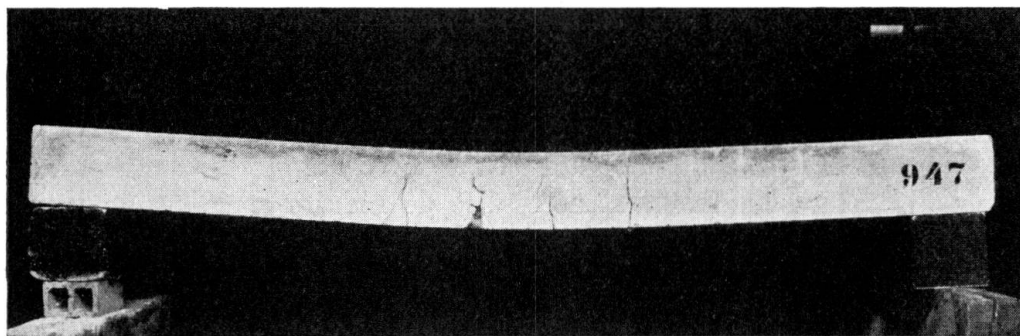


Fig. 7.

Rupture de la poutre No. 947 (rupture due à l'étirement des fers).

et la résistance dans le domaine du béton :

$$\frac{M \cdot h}{J_i} = 2 \cdot \frac{\sigma_p}{s} \cdot \frac{1 - s/2}{1 - s/3}.$$

Posons :

$$k = \frac{\sigma_s}{n \sigma_p},$$

on obtient alors s_G

$$s_G = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{3(1+3k)}{3+k}}. \quad (4)$$

Remarque finale.

Il existe de nombreuses propositions ayant pour but de faire concorder le calcul et l'essai. Si ces propositions doivent être admises pour les prescriptions, il est nécessaire de les contrôler objectivement par des essais. Notre proposition semble suffisamment justifiée pour la détermination de la limite d'armature dans les sections rectangulaires. Nous avons entrepris des essais pour l'acier à haute résistance.

Dans ces séries d'essais, nous avons pris aussi des poutres avec armature de compression afin de déterminer la variation de résistance des sections rectangulaires avec et sans armature de compression.

Notre proposition entraîne une utilisation plus régulière des matériaux. Il est souvent possible d'éviter ainsi les goussets aux appuis et les armatures de compression; on a ainsi une meilleure adaptation du béton aux exigences modernes de la construction (par exemple en construction de charpentes une vue inférieure plane des planchers en béton armé sur plusieurs appuis, des poutres d'épaisseur constante en construction de ponts, etc.). En même temps on a des avantages économiques car il est possible de réduire les coffrages et les fers.

IIa 3

Nouveaux essais effectués sur des poutres de béton armé.

Neue Eisenbetonbalkenversuche.

New Experiments on Reinforced Concrete Beams.

Ministerialrat Dozent Dr. Ing. F. Gebauer,
Wien.

Essais comparatifs pour étudier l'influence de la distance entre les fers et le parement, et l'influence de la disposition des étriers; essais sur poutres très fortement armées.

Le degré de sécurité d'un système en béton armé ne peut pas être déterminé avec exactitude à l'aide du calcul basé sur n ($n = E_a/E_b$).¹ Les résultats d'essais montrent de grands écarts entre le degré de sécurité réel et le degré de sécurité admis dans le calcul ou désiré.² Si l'on calcule les sollicitations des matériaux à partir du moment de rupture à l'aide du procédé de n , on obtient des valeurs qui s'écartent fortement, et dans les deux sens, des valeurs qu'il faut considérer comme déterminant la résistance des poutres³ — à savoir la résistance du béton sur cubes et la limite d'étirement de l'acier —. Les courbes d'allongement de l'acier et de compression du béton des poutres de béton armé montrent que l'on ne peut pas justifier le calcul basé sur n .⁴

Pour démontrer l'exactitude de notre manière de voir, nous avons exécuté plusieurs autres séries d'essais. Dans une série, nous avons soumis à l'essai des poutres avec différentes distances entre les fers et le parement ($e = 2$ et 5 cm). Nous avons en outre comparé entre elles des poutres avec étriers ordinaires et d'autres avec étriers inclinés de 45° .⁵ Les dimensions des poutres étaient $b : h = 20 : 20$ cm. L'armature se composait de 3 ronds de 10 mm en acier St. 37. Le pourcentage d'armature est donc 0,59 %. La résistance du béton à l'écrasement sur cubes atteignait 416 à 425 kg/cm², la limite d'étirement de l'acier 2859 à 2959 kg/cm². La portée était de 2,0 m. Les poutres d'une

¹ Stüssi: «La sécurité de la poutre rectangulaire en béton à armature simple», «Mémoires» de l'A.I.P.C., 1^{er} vol., Zurich 1932.

² Abeles: „Über die Verwendung hochwertiger Baustoffe im Eisenbetonbau“, Beton und Eisen 1935, fasc. 8 et 9.

³ Gebauer: „Berechnung der Eisenbetonbalken unter Berücksichtigung der Schwindspannungen im Eisen.“ Beton und Eisen 1934, fasc. 9.

⁴ Gebauer: „Das alte n -Verfahren und die neuen n -freien Berechnungsweisen des Eisenbetonbalkens“, Beton und Eisen 1936, fasc. 2.

⁵ Gebauer: „Vergleichsversuche über den Einfluß der Dicke der Eisendeckung und den Einfluß der Bügellage auf das Tragvermögen von Eisenbetonbalken.“ Beton und Eisen 1937, fasc. 8.

hauteur totale de 22 cm, soumises à deux charges concentrées distantes de 80 cm, ont donné une charge moyenne de rupture de 5,725 t tandis que celles d'une hauteur totale de 25 cm ont donné une charge moyenne de rupture de 6,06 t. En tenant compte de contraintes de retrait dans les armatures, le calcul donne des charges de rupture de 5,70 et 5,93 t. Si l'on néglige les contraintes de retrait dans les fers et les contraintes de traction dans le béton, le calcul fournit des charges de rupture de 4,50 à 4,57 t en tenant compte des dimensions réelles. Alors que les charges effectives de rupture ne s'écartent de celles fournies par le calcul que de + 0,4 et - 2,1 % pour la première méthode, ces écarts se montent à - 21 et - 25 % pour la dernière. Le calcul à l'aide de n montre que la limite d'étirement des ronds doit être atteinte pour une charge de 4,05 t, quelle que soit la hauteur de béton recouvrant les fers. L'écart par rapport aux charges effectives de rupture se monte dans ce cas même à - 29 et - 33 %.

Le calcul avec n donne pour la hauteur de la zone comprimée $x = 6,82$ cm alors que les fissures se sont étendues jusqu'à 1 cm de l'arête comprimée dans la poutre d'essai. Si l'on calcule la hauteur de la zone comprimée sans l'aide de n on trouve $x = 0,82$ cm.

La méthode de calcul de Steuermann⁶ fournit aussi — indépendamment du recouvrement des armatures — une hauteur de compression beaucoup plus grande que l'essai, par suite de l'hypothèse d'une répartition triangulaire des contraintes de compression. Par exemple pour $\sigma_{bz} = 25$ kg/cm², $x = 2,66$ cm et la charge de rupture est de 6,27 t. Du fait que la résistance du béton à la traction n'a pas été contrôlée, il est impossible d'établir une comparaison exacte dans ce cas.

L'allure des courbes d'allongement des fers et de compression du béton montrent clairement que, dans les cas considérés,⁵ la méthode avec n ne peut pas être considérée comme une méthode satisfaisante, ni pour le calcul de la rupture, ni pour le calcul des contraintes engendrées par la charge utile.

Nous avons consacré une autre série d'essais à l'étude du comportement des poutres très fortement armées.⁷ Nous avons construit 3 paires de poutres avec armatures de 3,14; 4,91 et 6,53 %. Les dimensions étaient les suivantes: $b : h = 20 : 20$ cm, hauteur totale 25 cm, portée 2,0 m. Les ronds étaient en acier St. 37; l'armature se composait de 4 ronds de 20 mm dans le premier cas, 4 ronds de 25 mm dans le second et 3 ronds de 30 mm plus 1 rond de 25 mm dans le dernier cas. Afin que la poutre ne cède pas sous l'effet des contraintes de cisaillement nous avons prévu de forts étriers inclinés en plus des fers principaux pliés. La limite d'étirement des fers était sans grands écarts de 2580 kg/cm² en moyenne. Une poutre de chaque paire fut essayée après 4 semaines et l'autre après 6 semaines. La résistance du béton se montait après 4 semaines à 466, 458 et 410 kg/cm² et après 6 semaines à 473, 512 et 514 kg/cm². Les charges de rupture des poutres étaient, dans l'ordre que nous

⁶ Steuermann: „Das Widerstandsmoment eines Eisenbetonquerschnittes.“ Beton und Eisen 1933, fasc. 4 et 5.

⁷ Voir également Gebauer: „Neue Balkenversuche zur Klärung der Schwindspannungsfrage und des Verhaltens von Balken bei außergewöhnlich starken Bewehrungen.“ Monatsnachrichten des österreichischen Betonvereins 1937, fasc. 5.

avons suivi ci-dessus: 22,0 et 22,0 t; 28,9 et 29,9 t; 32,9 et 36,0 t. Ces valeurs montrent clairement l'influence prépondérante de la résistance du béton.

Les charges de rupture calculées sans n , en se basant sur la limite d'étirement de l'acier, la résistance du béton à l'écrasement et une distribution uniforme des contraintes de compression sont, avec (et sans) prise en considération des contraintes de retrait, de 21,5 (20,0), 30,8 (28,7) et 33,1 (30,7) t pour les poutres essayées après 4 semaines et de 22,9 (20,4), 32,8 (29,7) et 40,4 (37,1) t pour les poutres essayées après 6 semaines. La comparaison des résultats du calcul et des essais montre que, pour les poutres armées à 3,14 %, la prise en considération des contraintes de retrait fournit de meilleurs résultats que leur abandon. En général les écarts ne sont plus très grands pour les poutres armées à plus de 4 %, que l'on tienne compte ou non dans le calcul des contraintes de retrait. Pour les poutres armées à 4,91 % et 6,53 % les résultats des essais se rapprochent plus de ceux du calcul sans les contraintes de retrait quoiqu'en tenant compte de ces contraintes l'écart ne monte à 12,2 % que pour une seule poutre (N° 64), donc très peu au-dessus des 10 % que nous avons pris comme erreur admissible. L'imprécision du calcul des contraintes de retrait et les difficultés d'exécution résultant de l'encombrement produit par les fers, expliquent clairement l'écart de 12 % cité ci-dessus, d'autant plus qu'immédiatement avant la rupture on a observé un affaissement du béton aux environs des crochets, ce qui explique que la résistance de cette poutre n'était pas aussi grande qu'elle aurait dû l'être.

Des essais effectués jusqu'à maintenant on peut aussi conclure que l'influence des contraintes de retrait est plus faible lorsque les armatures sont très fortes parce que le périmètre est faible par rapport à la surface des sections. Les ronds plus faibles, avec surface de contact relativement plus grande, sont beaucoup plus influencés par le retrait.

En nous basant sur les résultats des essais dont nous venons de parler, nous proposons l'abandon de la méthode de calcul avec n . Nous rappelons en outre que le Prof. Dr. Saliger a pris la même position dans l'article qu'il a publié dans la Publication Préliminaire, quoiqu'il néglige les contraintes de retrait et qu'il introduise au lieu de la résistance sur cube, la résistance sur prisme du béton, qui peut être jusqu'à un quart plus petite; le calcul lui donne ainsi des valeurs un peu plus petites que celles que nous avons obtenues dans nos essais.

IIa 4

Comportement du béton et du béton armé sous l'action des charges permanentes.

Das Verhalten von Beton und Eisenbeton unter dauernder Belastung.

The Behaviour of Concrete and Reinforced Concrete under Sustained Loading.

R. Dutron,

Directeur du Groupement professionnel des Fabricants de Ciment Portland Artificiel de Belgique, Bruxelles.

Dans cette brève communication, nous n'envisageons que l'influence des charges permanentes sur les constructions en béton armé, en nous appuyant sur des données expérimentales de laboratoire nombreuses, relatives au comportement du béton et du béton armé sous l'action de charges de compression, de traction et de flexion maintenues pendant 2 à 3 années. Nous associons aux déformations lentes sous charges permanentes, celles qui proviennent du retrait ou du gonflement.

Nous appuyons d'une manière toute particulière sur le rôle primordial joué dans le développement de ces déformations par les conditions de conservation des bétons.

S'il s'agit de fixer des données numériques pour ces déformations et pour les autres propriétés des bétons, il faut tenir compte de ce que l'ouvrage est: soit immergé ou enterré, soit soumis aux intempéries et variations saisonnières, soit enfin fermé et chauffé pendant une longue période de l'année.

La résistance R_b , le module d'élasticité E_b , la déformation plastique sous charge maintenue et enfin le retrait varient notablement suivant ces conditions d'exposition.

Voici quelques valeurs relatives moyennes de comparaison pour des bétons après 3 ans de conservation permanente.

	sous eau	à l'air (humidité 70 %)	à l'air sec (45 à 50 %)
R_b	1,00	0,75	0,60
E_b	1,00	0,80 à 0,85	0,65 à 0,70
Déformation plastique	1,00	2,00 à 2,25	3,00 à 4,00
Retrait	+ 1,00	-3,50 à -4,50	-5,00 à -6,00

Il est entendu que les valeurs numériques de ces propriétés des bétons varient beaucoup également avec les facteurs bien connus: dosage, granulométrie, âge des bétons.

Par suite de la déformation plastique sous l'action du poids mort et des surcharges permanentes, tout se passe comme si la valeur du module d'élasticité prenait une valeur réduite. Comme on le sait, il se produit en conséquence une modification correspondante dans la répartition des tensions entre le béton et les armatures. Cette modification est lente et, de même que la déformation, elle tend vers une limite dans le temps.

Dans des pièces comprimées en béton armé, conservées à l'air sec, et chargées à 22 à 24 % de la résistance du béton sur cube, les tensions de compression des armatures ont atteint 15 à 20 kg/mm² et au total 19 à 27 kg/mm² en y ajoutant la compression de retrait. Quand la charge du béton est de 30 à 32 % de la résistance sur cube on peut atteindre 20 à 30 kg/mm² dans les armatures et, dans certaines conditions d'essai à l'air sec, dépasser notablement la limite élastique de l'acier doux, lorsque la compression de retrait est ajoutée.

Dans des poutres fléchies, la zone comprimée se comporte d'une manière analogue; à l'air sec, la tension de compression de l'armature peut, exceptionnellement, compression de retrait comprise, se rapprocher de la limite d'élasticité de l'acier doux.

Par contre, dans la zone étendue, la majoration de la tension des armatures a été relativement faible, le bras du couple résistant ne s'est donc pas réduit de beaucoup malgré la déformation plastique du béton comprimé.

Il est intéressant de noter que la compression de retrait initial dans les armatures étendues s'est annulée au cours de la longue durée de maintien de la charge de flexion. La même constatation a été faite dans les armatures des éprouvettes de béton armé soumises à des charges permanentes de traction simple.

Dans toutes les poutres fléchies (Béton 60 kg/cm² — acier 12 kg/mm² — $m = 15$) exposées en permanence à l'air sec, la fissuration du béton étendu s'est manifestée déjà au cours du chargement, à cause des tensions de retrait du béton, et elle s'est accentuée pendant le maintien de la charge sans que toutefois les fissures s'ouvrent d'une manière bien apparente.

Après ces longues périodes de maintien sous charge, les résistances, tant du béton non armé à la compression et à la traction, que du béton armé à la compression et à la flexion *n'ont pas été inférieures aux résistances des mêmes pièces, conservées dans les mêmes conditions, mais n'ayant pas été soumises à l'action des charges*. Le caractère élastique des pièces armées subsiste entièrement, à partir des déformations permanentes acquises, au cours des déchargements et rechargements répétés opérés après 2 à 3 ans de maintien sous charge permanente.

Nous pouvons conclure que la résistance du béton armé n'est pas affaiblie par son maintien sous des charges importantes pendant une très longue durée. Il n'apparaît pas que l'on doive, par sécurité, tenir compte dans ce cas d'une charge de rupture R_b du béton réduite, ni que l'on doive diminuer le coefficient de 28/100 généralement admis. Bien que le dépassement de la limite élastique de l'acier ne semble pas présenter la même gravité pour les armatures comprimées

que pour les armatures tendues, il paraît cependant indiqué d'avoir recours à des aciers à haute limite élastique pour armer les zones comprimées du béton, dans les cas particuliers où l'importance des charges permanentes et les conditions d'exposition de l'ouvrage entraînent avec le temps de grandes déformations plastiques du béton et par suite des tensions excessives dans les armatures. Dans ces cas, l'efficacité et le rapprochement des étriers transversaux doivent spécialement être pris en considération. Enfin, dans ces mêmes conditions, le danger de fissuration doit particulièrement retenir l'attention.

II a 5

Rôle de la plasticité du béton et de l'acier sur la stabilité et la durée du béton armé.

Der Einfluß der Plastizität des Betons und des Stahles
auf Stabilität und Dauerhaftigkeit des Eisenbetons.

Effect of Plasticity of Concrete and Steel on the Stability
and Endurance of Reinforced Concrete.

R. L'Hermite,

Directeur Adjoint des Laboratoires du Bâtiment et des Travaux Publics, Paris.

Avant d'examiner l'influence de la plasticité des matériaux et particulièrement des constituants du béton armé sur la durée des constructions, il semble nécessaire d'examiner d'une façon précise leur plasticité effective et principalement l'influence sur celle-ci du régime de variation des efforts. Dans le texte d'une précédente discussion, j'ai cherché à montrer, grâce à une théorie mathématique simple, que la valeur des déplacements élastiques et plastiques ne dépendait pas uniquement de la charge actuelle mais des états antérieurs, en d'autres termes de la fonction de charge. Cette théorie ne prétend aucunement à se suffire à elle-même, elle a seulement la valeur d'une suite de syllogismes conduisant aisément des prémisses expérimentaux simples, aux conséquences plus difficiles à constater par les essais.

Si l'on soumet un acier à un effort dépassant sa limite élastique, celui-ci prend une déformation permanente. Cette dernière augmente plus ou moins avec le temps, quand sa charge reste constante, suivant une loi de fluage définie pour chaque qualité d'acier et pour chaque température. Le fluage, s'il est extrêmement petit pour les charges voisines de la limite d'écoulement, n'est pas nul. En effet, si la charge varie entre deux limites déterminées, la déformation permanente augmente très sensiblement avec le temps, ce phénomène ayant lieu même au dessous de la limite apparente d'élasticité à condition que la limite supérieure de la variation reste au-dessus de la charge critique de fatigue ou limite naturelle d'élasticité définie par *Bauschinger*. Ceci provient d'un échange d'énergie se produisant sous l'effet de l'hystérésis élastique et plastique entre la déformation élastique et la déformation plastique. L'action rapide d'une charge peut donc produire des effets contraires suivant son mode d'application: diminution de la plasticité pour un choc, augmentation de la plasticité pour les charges répétées, des vibrations entretenues ou des charges lentes.

L'importance pratique de ce phénomène apparaît quand on fait agir des efforts alternés ou ondulés sur des pièces de béton armé ayant subi une précontrainte

suivant le système de *M. Freyssinet*. On voit alors les aciers s'allonger lentement, la compression du béton diminuer, et dans certains cas, lorsque cette précontrainte est faible vis à vis des efforts appliqués, on voit apparaître des fissures de béton tendu. Enfin l'effet destructif des efforts répétés sur les aciers est d'autant plus élevé que les barres sont plus irrégulières, écrouies et oxydées. La limite de fatigue d'un crochet d'extrémité de barre est beaucoup plus faible que celle de la partie droite de la barre.

La forme générale de la courbe de déformation d'un béton ne semble pas pouvoir être déterminée par avance autrement que par une expérience. Il n'existe pas dans ce corps de limite d'élasticité fixe, celle-ci varie avec l'âge et dépend de la vitesse d'application des efforts. Tout ce que nous avons dit sur la plasticité de l'acier est encore valable ici à un degré beaucoup plus élevé. Les constantes d'hystérésis qui définissent la viscosité plastique et la viscosité élastique sont faibles et cette hystérésis élevée. La notion seule du coefficient d'élasticité n'a donc aucun sens dans les calculs des bétons armés si on ne lui adjoint pas les constantes définissant la plasticité, le fluage et l'hystérésis. Ceci, explique, en particulier, pourquoi on est jamais arrivé à se mettre d'accord sur la valeur du coefficient « m ».

L'effet de l'écoulement accéléré sous les efforts répétés existe également pour les bétons à un degré très élevé. Il existe dans l'écoulement plastique des phénomènes de frottement irréversible qui sont additifs et accélèrent l'adaptation par l'effet du couplage sur la déformation élastique dont j'ai parlé dans la précédente communication. En outre, cette adaptation est accompagnée de tous les facteurs qui sont habituellement adjoints au vieillissement: augmentation de la rigidité, de la résistance, diminution du retrait, etc. . . . Enfin, le béton est susceptible de montrer des phénomènes de fatigue sous les efforts répétés aussi bien que le métal. Un béton ayant une résistance à la rupture de 350 kg/cm^2 par exemple, soumis à des charges variant 500 fois par minute entre 50 et 300 kilogs se cassera au bout d'une heure, son coefficient d'élasticité aura varié pendant ce temps et la longueur de l'éprouvette aura diminué. Il existe encore pour ce solide une limite de fatigue définissant la charge ondulée au dessus de laquelle l'éprouvette se rompt au bout d'un nombre d'alternances limité. Par contre, en dessous de cette limite l'effet des charges répétées est de produire une augmentation de la résistance statique.

Un certain nombre d'expériences ont été faites aux *Laboratoires du Bâtiment et des Travaux Publics* sur des poutres fléchies soumises à des charges répétées. On a observé qu'il existait encore dans ce cas, une limite caractéristique de fatigue et qu'on pouvait à l'aide d'essais successifs sur des poutres semblables, construire une courbe de *Wöhler* présentant une première branche beaucoup plus inclinée que pour le béton seul ou l'acier seul. Enfin, on a observé que l'effet des charges successives était surtout d'accélérer les déformations plastiques. Nous en avons déduit, une méthode expérimentale accélérée d'étude de l'adaptation d'un élément de béton armé, les charges répétées ayant effectivement pour conséquence de vieillir artificiellement les constructions. Ceci, nous a permis d'observer que l'adaptation ne se produit pas d'une façon égale dans les parties tendues et les parties comprimées. Il apparaît également que relativement à la charge de rupture statique, la limite de fatigue du béton tendu est beaucoup plus faible

que celle du béton comprimé. Enfin, il faut encore avoir égard aux efforts relatifs acier-béton qui constituent l'adhérence. D'après nos essais l'adhérence semble être effectivement très sensible aux efforts répétés et un grand nombre de poutres se sont effondrées par glissement des barres, celles-ci ne s'étant probablement pas accomodées des déformations dues à la plasticité; dans d'autres cas la stabilisation de la barre après son premier glissement provoqua une fissuration importante du béton sans que cette dernière amène l'effondrement de la pièce.

Ces constatations nous font penser que le calcul de la déformation d'une pièce en béton est à partir des données élémentaires très complexe. Il ne semble pas être abordable dans l'état actuelle de nos connaissances autrement que par une grossière approximation. Les possibilités d'adaptation semblent être malgré tout très larges et l'approximation, aussi grossière qu'elle soit, montre que l'intuition des premiers constructeurs de béton armé qui avaient introduit la notion de continuité partielle était beaucoup plus près de la réalité que tous les calculs hyperstatiques élaborés par la suite.

IIa 6

Comportement des portiques en béton armé à l'amorce
de la rupture.

Das Verhalten von Eisenbeton-Rahmenkonstruktionen
bei beginnender Zerstörung.

The Behaviour of Reinforced Concrete Framed
Structures at Incipient Failure.

W. H. Glanville,
D. Sc., Ph. D., M. Inst. C. E., M. I. Struct. E.

et

F. G. Thomas,
B. Sc., Assoc. M. Inst. C. E., Garston.

Sous des contraintes de grandeur normale, il est probable que la distribution des moments dans une construction en portique de béton armé peut être convenablement déterminée par les calculs basés sur la théorie de l'élasticité. Des essais de mise en charge prolongée exécutés à la Building Research Station¹ et en Amérique² ont montré que la déformation lente du béton sous les contraintes normales n'exerçait pas une influence importante sur la distribution des moments dans un portique.

Lorsqu'une amorce de rupture se produit en un point quelconque de la charpente, les mouvements inélastiques de l'acier à sa limite d'écoulement ou du béton au voisinage de sa charge de rupture sont toutefois d'une telle ampleur que la théorie de l'élasticité cesse d'être valable. Les déformations de la partie affectée sont limitées par les déformations du reste de la charpente, de telle sorte que la rupture de cette partie peut se trouver différée jusqu'à ce que des déformations élastiques très importantes se soient produites par ailleurs. La charpente peut ainsi supporter de nouvelles charges sans rupture, la contrainte maximum dans la partie affectée tendant à rester pratiquement constante tandis que les moments et les contraintes augmentent dans le reste de l'ouvrage. Pour la commodité, nous désignerons dans ce rapport par « redistribution des moments fléchissants » les modifications intervenues dans la distribution des moments par rapport aux modifications qui se produiraient dans une construction travaillant d'une façon purement élastique.

Des essais effectués par *Kazinczy*³ sur des poutres continues à deux travées ont montré que lorsque l'acier constitue le facteur de rupture, une modification de l'importance relative des armatures en travée ou au-dessus de l'appui central par rapport à la quantité de fer nécessaire suivant la théorie de l'élasticité a pour conséquence une redistribution des moments telle que la résistance maximum soit atteinte à la fois dans la travée et sur l'appui. Des résultats semblables ont

* Voir les références bibliographiques à la fin du texte.

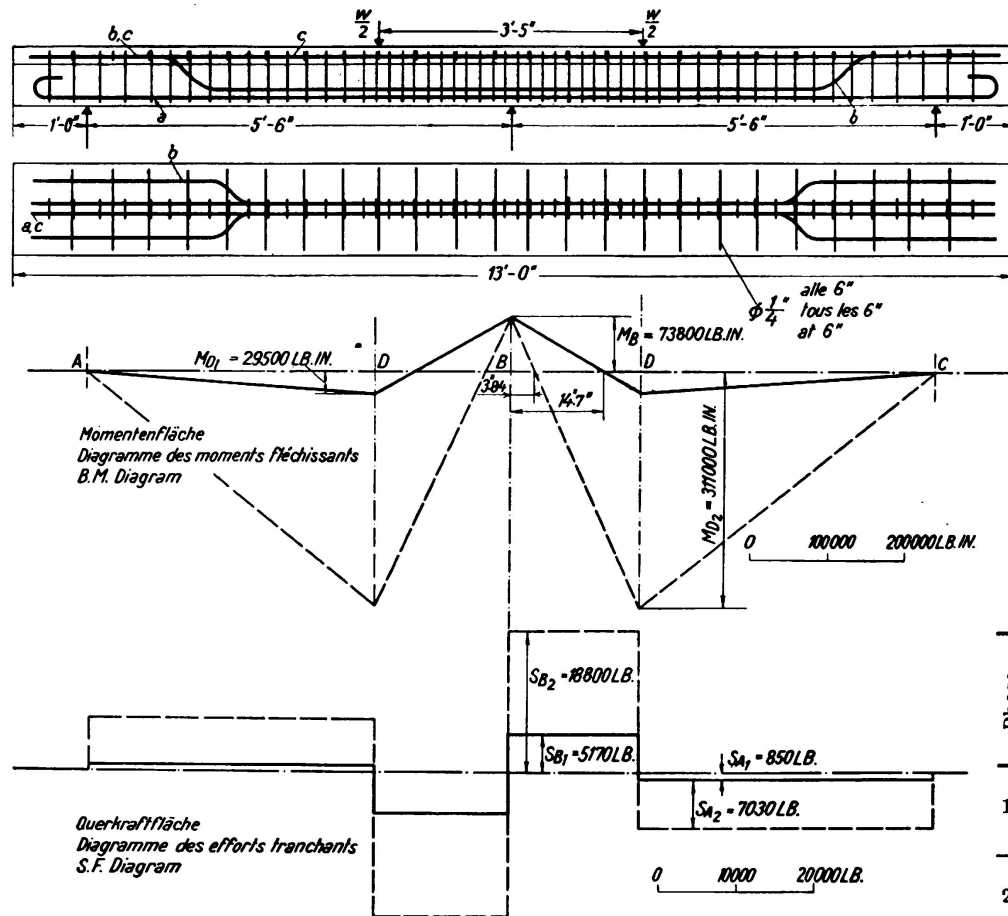
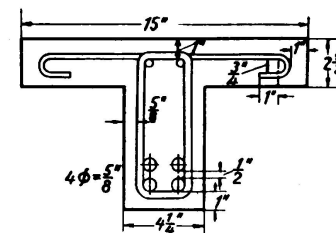


Fig. 1.

Redistribution des moments dans les poutres continues.
Rupture dans les armatures.

R.M.2.



Eisenliste - Liste des fers - Bars schedule			
Eisen Appareil No.	φ	No.	Form - Forme
a	5/8	2	12'-6"
b	5/8	2	7'-6" 7'-6"
c	3/8	2	12'-6"

Contraintes calculées en lb/in²

Phase	en B								en D								en A								W	s _B	R _B	R _A	R _C
	t	c	M	n	a	s	t _w	s _b	t	c	M	n	a	s _b	s	s	t _w	s _b	s	s	t _w	s _b	s	s	t _w	s _b			
1	44700	2545	73800	1,85	7,47	5170	162	6255	298	3740	285	29500	2,09	6,40	103	852	28	2170	30	10980	14,7	10340	852						
2			73800			18800	592	22700	1073	39100	3000	811000			874	7030	231	17800	251	50750	3,94	37600	7030						

Influence du poids mort

$M_B = 3800 \text{ lb in}$ $R_A = 204 \text{ lb}$
 $M_D = 0 \text{ lb in}$ $R_B = 476 \text{ lb}$

$u = 8000 \text{ lb/in}^2$ $m = 5,5$

été obtenus avec des poutres encastrées par la Commission Allemande du Béton Armé,⁴ pour la rupture par écoulement de l'acier. Une telle redistribution est à prévoir à cause de l'importance des déformations plastiques de l'acier à l'écoulement; toutefois, l'on ignore dans quelle mesure on peut compter qu'elle n'entraînera pas une rupture dans le béton. Nous n'avons pas connaissance d'essais antérieurs au cours desquels ait été étudiée l'influence des déformations plastiques du béton, à l'amorce d'une rupture, sur la limite de résistance d'une construction en portique.

Les essais décrits ci-après font partie d'une étude entreprise à la Building Research Station, en liaison avec la Reinforced Concrete Association, en vue de rassembler des informations précises sur l'importance des déformations plastiques dans les parties d'une charpente en béton armé qui sont soumises à des contraintes élevées. Ces investigations ont comporté des essais de destruction: A, sur des poutres continues à deux travées et B, sur des constructions en portique.

A. Essais de destruction sur poutres continues à deux travées.

Les essais ont porté sur des poutres continues à deux travées conçues comme suit:

- 1° affaiblissement de la section située au-dessus de l'appui central par adoption d'une faible quantité de fers de traction.
- 2° affaiblissement de la section située au-dessus de l'appui central par adoption d'un béton à faible résistance sans armatures de compression.
- 3° même conception qu'en 2° mais avec armatures de compression.
- 4° même conception qu'en 2° mais avec portée augmentée pour réduire les contraintes de cisaillement.
- 5° même conception qu'en 2° mais avec emploi d'un béton à faible résistance, âgé de 6 mois au lieu de 7 jours.

Tous les essais ont été faits deux fois; on a employé partout des agrégats de rivière.

1° — Rupture initiale dans les armatures de traction.

On trouvera à la fig. 1 tous détails sur les poutres et sur la position des charges employées pour déterminer l'influence d'une insuffisance d'armatures, d'après le calcul basé sur la théorie ordinaire de l'élasticité.

Dans le tableau de la fig. 1 et les tableaux suivants on a adopté les notations suivantes:

t	contrainte dans l'armature longitudinale de traction.	t_w	contrainte dans les étriers.
t'	contrainte dans l'armature longitudinale de compression.	s_b	contrainte d'adhérence.
M	moment fléchissant.	W	charge.
n	profondeur de l'axe neutre.	ξ_B	distance entre le point d'inflexion et B.
a	bras du moment résistant.	ξ_F	distance entre le point d'inflexion et la face du poteau.
S	cisaillement total.	s_E	contrainte d'adhérence en E (fers inférieurs).
s	contrainte de cisaillement.	R_A, R_B, R_C	réactions en A, B, C.

On remarquera qu'au-dessus de l'appui central où le moment est normalement maximum, il n'est prévu que deux fers de $\frac{3}{8}$ " de diamètre contre quatre fers de $\frac{5}{8}$ " en travée. On pourrait donc prévoir que la limite d'écoulement des fers de $\frac{3}{8}$ " sera atteinte pour une charge très faible et on pourrait s'attendre à ce que l'écoulement de ces fers provoque une redistribution des moments, la section située au-dessus de l'appui central étant ainsi progressivement soulagée, jusqu'à permettre une augmentation de la charge supportée par le système jusqu'à la rupture en travée.

Les moments effectifs au cours des essais ont été déterminés en mesurant la déformation dans la poutrelle-support en acier à une distance nettement dé-

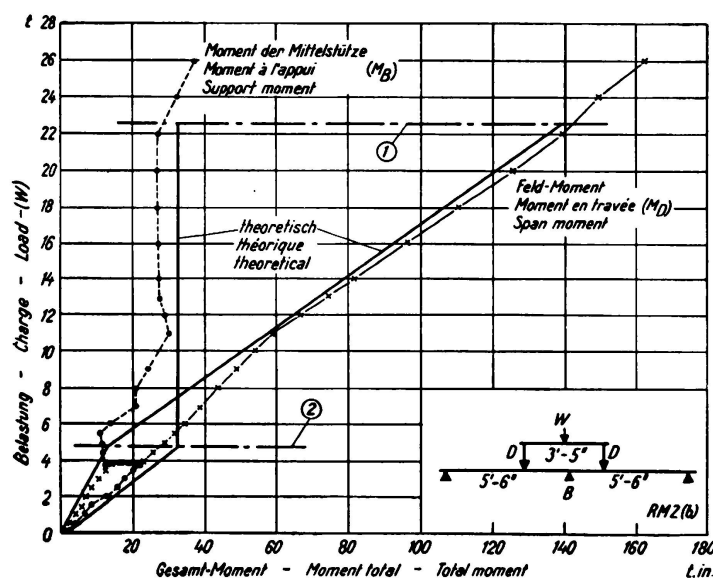


Fig. 2.

Essais sur poutres continues. Rupture dans les armatures (b). Béton 1 : 1 : 2 en poids au ciment Portland à prise rapide avec rapport eau/ciment de 0,44 en poids. Age à l'essai : 44 jours. Résistance du cube de béton : 6660 lb/in².

- ① Charge théorique de rupture générale.
- ② Charge théorique de rupture à l'appui.

que cette hypothèse conduit à une estimation très heureuse des moments effectifs en travée, pour l'essai considéré.

On a utilisé pour cet essai un mélange de béton à 1 : 1 : 2 en poids, préparé avec du ciment Portland à prise rapide. La poutre a été essayée à l'âge de 44 jours. Pour la deuxième poutre, on a employé un mélange à 1 : 2 : 4 en poids, avec ciment alumineux; la poutre a été essayée à l'âge de 6 jours. Dans la deuxième poutre et par suite de l'emploi d'un béton de ciment alumineux à résistance à la traction élevée, la participation du béton à la transmission des efforts de traction était telle que la contrainte dans les fers situés sur l'appui central a augmenté, au moment où est apparue la première fissure au-dessus de l'appui central, d'une valeur très faible jusqu'à la limite d'écoulement. Hormis cette influence, on n'a constaté aucune différence importante de comportement à la suite de l'emploi de deux types différents de ciment.

et en déduisant les réactions aux extrémités à partir d'un étalonnage antérieur de cette poutrelle. Les résultats obtenus pour l'une des deux poutres essayées sont portés sur la fig. 2.

L'amorce de la rupture au-dessus de l'appui central est nettement mise en évidence par une diminution brusque du moment en ce point, suivie d'une légère augmentation.

En supposant que le moment à l'appui central reste constant après le commencement de l'écoulement, on a calculé les moments résultants dans la portée; les courbes théoriques correspondantes sont reproduites sur le diagramme. Il est certain

Les fléchissements au milieu de la portée ont été mesurés par rapport à l'appui central à l'aide d'indicateurs à cadran. On n'a constaté aucune différence appréciable entre les fléchissements des deux poutres et, pour les $\frac{3}{4}$ de la charge de rupture, le fléchissement maximum n'était que de 0,1" environ. La poutrelle-support a fléchi au cours de l'essai, c'est pourquoi on a également mesuré l'affaissement des appuis d'extrémité par rapport à l'appui central. Cet affaissement affecte les moments pendant la phase élastique de l'essai; on en a donc tenu compte en calculant les courbes et contraintes théoriques indiquées sur les fig. 1 et 2.

Tableau I.

Largeurs maxima des fissures dans les poutres continues.

Série	Charge en tonnes	largeur maximum des fissures en pouces $\times 10^{-3}$											
		au-dessus de l'appui central						en travée					
		5	10	15	20	25	Écoulement ¹	5	10	15	20	25	Écoulement ¹
1. Rupture dans les armatures	(a)	0	15	30	42	60	0	0	1,3	2,3	2,6	3,8	0
	(b)	6	15	34	55	79	5	0	1,5	2,6	4,6	6,6	0
2. Rupture dans le béton (pas d'armatures de compression)	(a) ²	0	1,5	2,4	3,1	3,3	0,5	0	1,9	3,5	6,0	10,0	0,6
	(b)	0	1,3	2,2	2,6	2,6	1,2	0	1,3	2,2	3,3	3,9	0,7
3. Rupture dans le béton (avec armatures de compression)	(a)	1,0	3,1	3,7	4,6	5,5	3,4	0	0,9	1,6	2,4	3,5	1,3
	(b)	1,6	4,0	5,2	9,2	10,5	4,8	0	1,3	1,7	2,6	5,2	1,5
4. Rupture dans le béton (portée augmentée)	(a)	3,3	3,7	—	—	—	1,6	1,5	4,0	—	—	—	0,8
	(b)	0,1	1,0	—	—	—	0	1,3	4,2	—	—	—	0
5. Rupture dans le béton (béton de faible résistance à environ 6 mois)	(a)	0	1,6	2,7	2,6	1,5	—	0	1,3	2,5	3,6	5,0	—
	(b)	0	0,7	1,0	1,1	1,2	—	0	1,4	2,4	3,5	7,2	—

¹ La charge d'écoulement constitue la charge théorique de rupture à l'appui suivant la théorie de l'élasticité (voir tableau II).

² Les largeurs maxima des fissures dans la poutre (a) de la série 2 ont été mesurées à la profondeur du bord le plus chargé des armatures de traction; dans toutes les autres poutres, les mesures ont été faites à la hauteur du milieu du fer le plus chargé.

On trouvera au tableau I les largeurs maxima des fissures, mesurées au microscope portatif. La fissuration au-dessus de l'appui central a considérablement augmenté pendant la deuxième partie de l'essai, c'est-à-dire après que l'acier a commencé à s'écouler; peu avant la rupture finale, les fissures avaient des largeurs de 0,06 à 0,08". Ces fissures étaient environ dix fois plus larges que celles que l'on observe en général immédiatement avant l'écoulement de l'acier.

Les charges de rupture calculées 1° d'après la théorie de l'élasticité et 2° en supposant que les sections sur appui et en travée atteignent leur pleine résistance après la redistribution des moments, sont indiquées dans le tableau II ainsi que

Tableau II. Charges de rupture des poutres continuées.

Bases du calcul des moments fléchissants	Bases du calcul des moments résistants Essai n°:		Charges de rupture en tonnes									
			1. Rupture dans les armatures		2. Rupture dans le béton (pas d'armatures de compression)		3. Rupture dans le béton (avec armatures de compression)		4. Rupture dans le béton (portée augmentée)		5. Rupture dans le béton (béton de faible résistance à environ 6 mois)	
			RM 2 (a)	RM 2 (b)	RM 1 (a)	RM 1 (b)	RM 3 (a)	RM 3 (b)	RM 4 (a)	RM 4 (b)	RM 5 (a)	RM 5 (b)
Théorie de l'élasticité: pas de redistri- bution des mo- ments. Les char- ges correspondent à la rupture sur l'appui	Pas de redis- tribution des contraintes	Avec rapport «instantané» des modules d'élasticité	4,9	4,9	7,0	7,2	13,0	14,2	2,7	2,3		
	Redistribution des contraintes	$m = \frac{40000}{\text{résistance sur cube}} = \frac{40000}{u}$	5,0	4,9	7,6	7,8	19,5	19,8	3,0	2,5		
		Rupture dans l'acier. La con- trainte maximum dans le béton atteint la résistance sur cube. Rupture dans le béton $m = \frac{80000}{u}$	7,8	6,5	8,0	8,2	25,4	26,2	3,2	2,7		
Théorie de la redistribution des moments: rupture simul- tanée sur l'appui central et dans la portée	Pas de redis- tribution des contraintes	Avec rapport «instantané» des modules d'élasticité	22,7	22,6	20,8	21,4	25,7	28,1	9,8	8,6		
	Redistribution des contraintes	$m = \frac{40000}{u}$	23,0	22,6	27,8	28,5	35,0	36,3	13,0	11,8		
		Rupture dans l'acier. La con- trainte maximum dans le béton atteint la résistance sur cube. Rupture dans le béton $m = \frac{80000}{u}$	26,1	24,0	32,6	32,8	40,1	40,5	14,2	13,9		
Charge effective à laquelle se manifestent les premiers indices de rupture dans le béton			—	—	20,8	24,0	23,0	24,0	9,0	9,5	18,8	16,5
Charge limite effective supportée par poutre			29,1	28,7	27,5	28,6	27,6	28,9	13,4	13,0	33,0	27,5

les charges de rupture effectives. On observera que l'influence exercée par la redistribution des moments sur la capacité de charge d'une poutre continue peut être importante lorsque l'armature est faible au-dessus de l'appui central. Toutefois, la fissuration qui accompagne cette augmentation de la capacité de charge est très importante; en pratique, on ne peut donc tirer avantage de la redistribution des moments par suite de l'écoulement de l'acier que dans les cas où l'augmentation de la fissuration ne prend pas une importance excessive.

2° — *Rupture initiale dans le béton. Pas d'armatures de compression au-dessus de l'appui central.*

Dans les poutres prévues pour donner une rupture par écrasement du béton, tous les fers de traction des travées ont été reportés au haut de la poutre au-dessus de l'appui central afin qu'en ce point la compression soit supportée uniquement par le béton de la nervure. On trouvera sur la fig. 3 tous les détails concernant les poutres, les portées et la position des charges. Le béton a été préparé avec un mélange à $1 : 2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2}$ en poids au ciment Portland ordinaire, avec rapport eau-ciment de 0,66 en poids. Les essais ont été faits à l'âge de 7 jours, la résistance du béton étant la plus faible résistance (2250 lb/sq. in.) admise par le Reinforced Concrete Code of Practice. La résistance était effectivement de 10 % inférieure à cette valeur (voir appendice 1).

Afin de réduire les contraintes de cisaillement dans ce béton de faible résistance, les charges ont été appliquées à mi-portée et non pas au voisinage de l'appui central comme pour les poutres précédentes.

Les résultats sont indiqués sur la fig. 4. On remarquera que la rupture ne s'amorce pas au-dessus de l'appui à un endroit aussi nettement défini que dans le cas des poutres précédentes dans lesquelles il y avait écoulement de l'acier; on constate plutôt un passage progressif de la phase élastique à la phase plastique.

Au-dessus de l'appui, le béton a contribué à supporter la charge, sans perturbation apparente, longtemps après que cette charge ait atteint la valeur qui, d'après la théorie d'élasticité, devait engendrer dans la fibre extrême une contrainte égale à la résistance à l'écrasement sur cube. En fait, aucun signe de rupture n'a été décelé au-dessus de l'appui central avant que la charge n'ait dépassé le double de cette valeur.

Les valeurs mesurées des moments en travée concordent bien, ici aussi, avec les valeurs calculées en supposant un moment constant sur l'appui après dépassement de la limite élastique.

La largeur des fissures est restée faible pendant toute la durée de l'essai (voir tableau I) de sorte que l'on peut considérer la redistribution des moments comme sans rapport avec la fissuration, dans le cas où le béton a une faible résistance. Les fléchissements de la poutre ont été du même ordre de grandeur que dans les essais précédents.

3° — *Rupture initiale dans le béton. Armatures de compression au-dessus de l'appui central.*

Ces essais ont été prévus pour étudier le comportement des poutres en béton de faible résistance à la compression, avec une certaine quantité de fers de

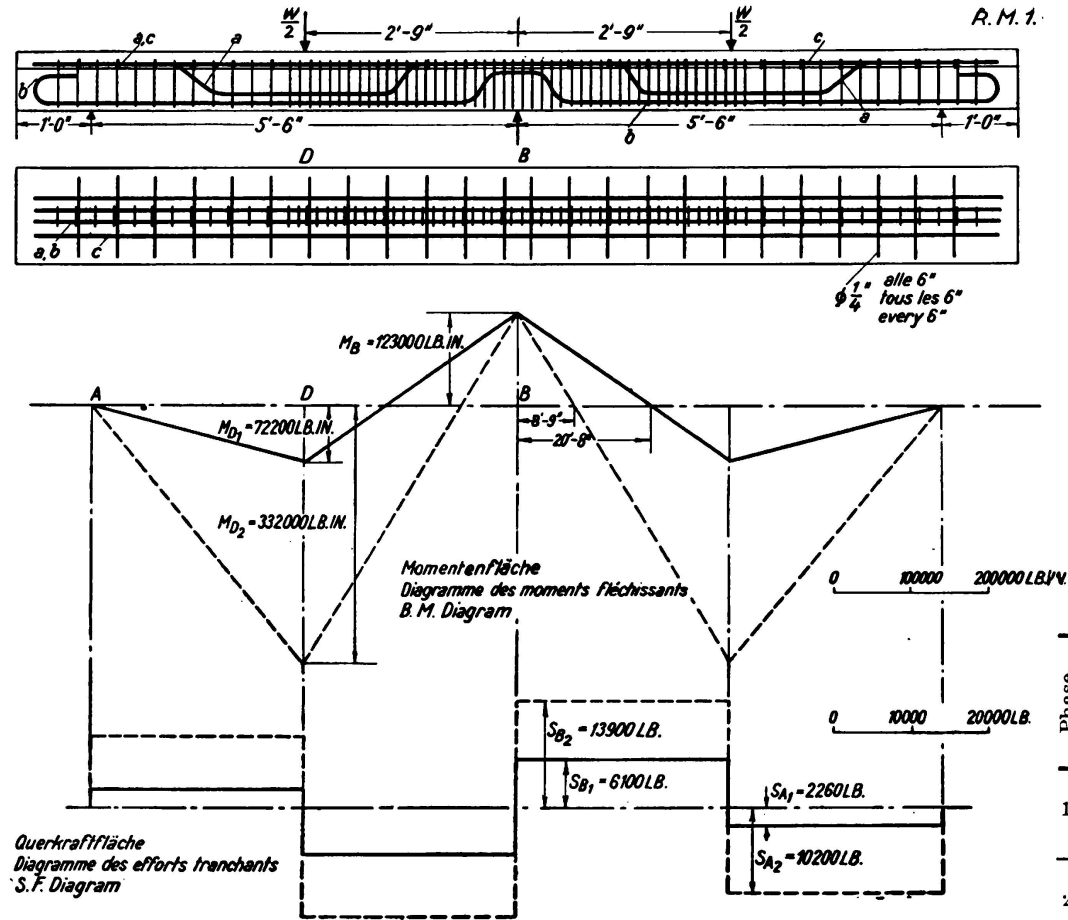
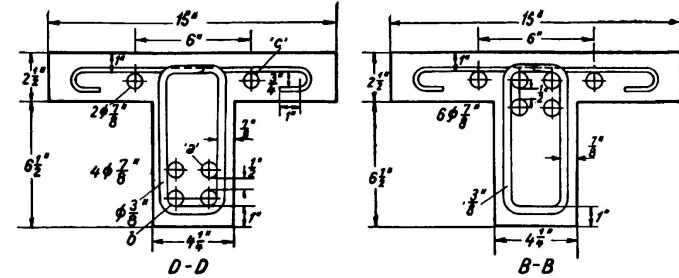


Fig. 3.

Redistribution des moments dans les poutres continues.
Rupture dans le béton.



Eisenliste - Liste des fers - Bar schedule			
Eisen Armature Bar	ϕ	No.	Form - Forme
a'	$\frac{7}{8}$	2	
b'	$\frac{7}{8}$	2	
c'	$\frac{7}{8}$	2	

Contraintes calculées en lb/in²

Phase	en B								en D						en A				W	ϵ_B	R _B	
	t	c	M	n	a	s	t _w	s _b	t	c	M	n	a	s _b	s	t _w	s _b					
1	6400	2050	123000	5,35	5,32	6100	270	7800	70	5180	445	72200	3,09	5,80	35	2260	80	4660	63	15800	20,8	12200
2			123000			13900	615	17700	159	23800	2050	332000	3,09	5,80	159	10200	366	21000	283	47300	8,9	27800

Influence du poids mort

$M_B = 4120$ lb in

$R_A = 200$ lb

$M_D = 910$ lb in

$R_B = 480$ lb

$u = 2050$ lb/in²

$m = 9,5$

compression; le système d'armatures était le même que dans le cas précédent, avec cette différence que les fers inférieurs étaient continus d'un bout à l'autre de la poutre, contribuant ainsi à supporter la compression au-dessus de l'appui central. Le mélange à $1 : 2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2}$ également (en poids) a été préparé avec du ciment Portland ordinaire; les essais ont été faits à l'âge des 7 jours; la résistance du béton (voir appendice 1) était un peu plus élevée que dans les essais précédents.

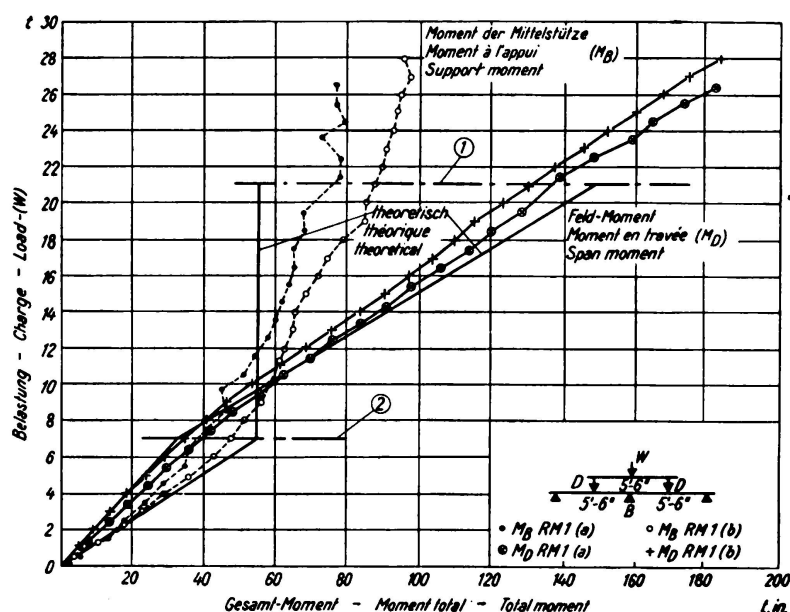


Fig. 4.

Essais sur poutres continues. Rupture dans le béton (pas d'armatures de compression). Béton $1 : 2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2}$ en poids au ciment Portland ordinaire avec rapport eau/ciment de 0,66 en poids. Age à l'essai: 7 jours. Résistance du cube de béton: 2050 lb/in².

- ① Charge théorique de rupture générale.
- ② Charge théorique de rupture à l'appui.

On a mesuré les moments sur l'ensemble du système et on a également constaté un passage progressif entre les deux phases de l'essai; il est intéressant de constater que les charges maxima (voir tableau II) sont presque les mêmes que dans le cas des poutres sans armature de compression.

On n'a observé aucune trace de rupture par compression au-dessus de l'appui central jusqu'immédiatement avant la rupture finale du système. La plus importante fissure de traction qui se soit manifestée sur cette section s'est refermée progressivement vers la fin de l'essai jusqu'à ne pas s'étendre au-delà de 2" à partir de l'arête supérieure de la poutre; ceci indique que la nervure dans son ensemble et même une partie de la dalle supportent effectivement les efforts de compression.

Les largeurs maxima des fissures sont indiquées dans le tableau I.

4° — Rupture initiale dans le béton. Poutres à portées augmentées.

Les poutres de la deuxième série comportaient des étriers très rapprochés les uns des autres au-dessus de l'appui central, afin d'éviter une rupture par cisaille-

ment du béton à faible résistance employé. On a pensé que ces étriers pouvaient fournir au béton un certain appui latéral, augmentant son aptitude à supporter la compression longitudinale. Pour vérifier cette hypothèse, on a préparé deux nouvelles poutres semblables à celles de la deuxième série, à cette différence près que la portée a été augmentée jusqu'à 12 pieds. On pouvait ainsi atteindre les moments de rupture avec des charges plus faibles et par suite réduire l'importance des armatures de cisaillement.

Les résultats obtenus ont nettement montré que la section située au droit de l'appui central n'était pas affaiblie par un plus grand écartement des étriers. L'augmentation de la charge, due à la redistribution, a été, en pourcent, approximativement la même que précédemment (voir tableau II) et le moment de rupture au droit de l'appui était effectivement plus grand que dans la deuxième série d'essais.

5° — Rupture initiale dans le béton. Age du béton $5\frac{1}{2}$ mois.

Les essais antérieurs avaient été faits sur des bétons de faible résistance âgés de 7 jours. Bien qu'il parût probable que l'importance de la redistribution due aux déformations plastiques du béton dût dépendre plus de la résistance du béton que de son âge, on a jugé opportun d'essayer à un âge plus avancé deux poutres semblables à celles de la deuxième série (sans armatures de compression). Pour obtenir une faible résistance à environ 6 mois, on a adopté pour la première poutre un mélange à 1 : 4 : 7 en poids avec un ciment Portland ordinaire; pour la deuxième poutre, on a choisi les proportions de 1 : 5 : 6 qui permettent d'obtenir un meilleur mélange, avec le même rapport eau-ciment de 1,05.

Les charges de rupture, qui sont indiquées au tableau II, ont été aussi élevées et dans un cas, plus grandes que celles que l'on avait précédemment obtenues. La résistance du béton n'était toutefois pas exactement connue, car les cubes coulés en même temps que les poutres ne permettaient pas d'estimer avec précision la qualité du béton de ces poutres elles-mêmes, par suite de la faible valeur de ce béton. Des échantillons ont été prélevés aux extrémités des poutres et essayés; les résultats obtenus indiquent tout au plus que ce béton était un peu plus faible que celui des essais précédents. Il n'est donc pas douteux que la redistribution obtenue avec le béton plus riche ne peut pas être attribuée au fait que le béton avait durci pendant une période relativement plus courte.

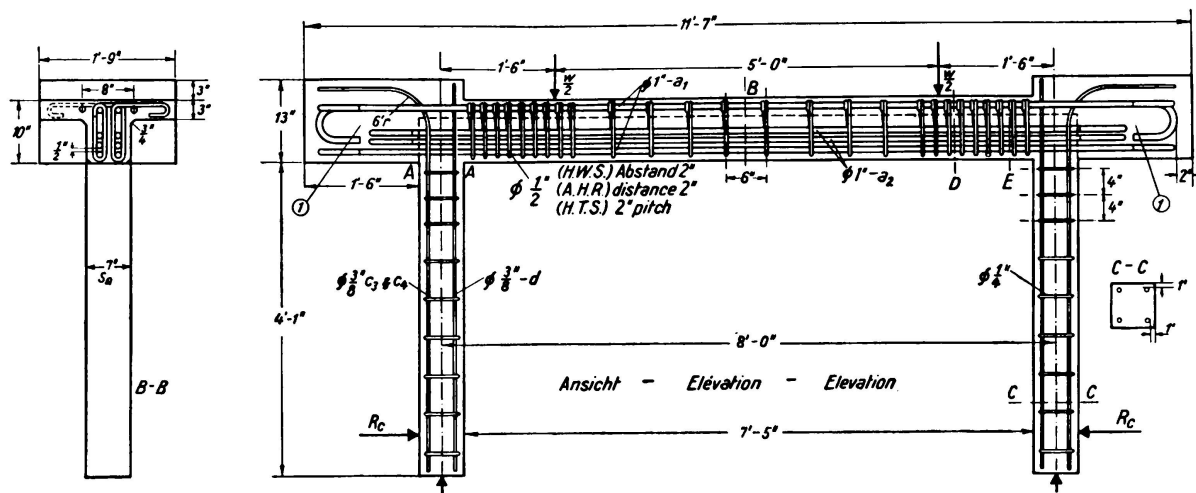
B. Essais sur portiques.

On a exécuté des essais pour déterminer dans quelle mesure la capacité de charge d'un portique simple en béton armé pouvait être améliorée par la redistribution des moments et des contraintes lorsque les efforts en tête de poteau atteignent des valeurs élevées.

Les conditions d'essai ont été les suivantes:

- 1° Rupture initiale des armatures de traction dans le poteau.
- 2° Rupture initiale du béton soumis à la compression dans le poteau.

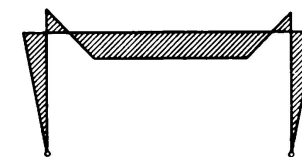
Deux portiques ont été essayés dans chaque cas.

Contraintes calculées en lb/in²)

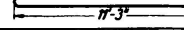

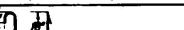

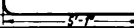
R.M.F.8

Phase	Poteau						Poutre, en B			Poutre, en D				ξ_F	s_E	W	R_C	
	c	t	M_A	S	s	s_b	c	t	M_B	S	s	s_b	t_w					
1.	I ₁	4200	47300	102000	2380	65	190	920	7000	206000	17300	415	155	7600	2,6	190	34500	2380
	I ₂	4800	47300	114000	2650	70	210	1200	9000	266000	21900	525	200	8700	2,3	242	43700	2650
2.		11000	47300	288000	6590	175	520	11000	40600	1240000	86000	2120	775	87600	0,2	—	172000	6590
													u = 11000 lb/in²			m = 5		

R.M.F.2. & R.M.F.3.



Momentenfläche (nicht maßstäblich)
 Diagramme des moments (non à l'échelle)
 Moment diagram (not to scale)

Eisenliste		Liste des fers	Bar schedule
Eisen Armature Bar	ϕ	Masse - Dimensions	Anzahl Nombre No. Of.
a ₁	1"		6
a ₂	1"		4
c ₃	3/8"		2
c ₄	3/8"		2
d	3/8"		4

- I₁ Moments d'inertie pour le calcul des moments, basés sur la section totale du béton, compte non tenu des fers.
 I₂ Dito, basés sur la section totale du béton, fers compris.

Fig. 5.

Redistribution des moments dans les portiques. Rupture dans les armatures.
 Tous les fers principaux de la poutre ont un diamètre de 1". Recouvrement de 1".
 ① Tous les crochets sur diamètre intérieur de 4". Longueur droite 4".

1° — *Rupture initiale des armatures de traction dans le poteau.*

La fig. 5 donne tous les détails au sujet des portiques et de la position des charges. On a conçu les armatures et la mise en charge de telle sorte que la poutre offre une résistance beaucoup plus grande que les poteaux. Au début de la rupture du poteau, la poutre elle-même offrait donc encore une grande réserve de résistance.

Pour assurer la rupture du portique par flexion et non pas par cisaillement ou glissement des fers, il a été nécessaire d'étudier spécialement les armatures de cisaillement et l'ancrage des fers. Il est évident que la redistribution des moments ne peut augmenter la résistance d'un ouvrage que lorsque celui-ci peut supporter les contraintes d'adhérence et de cisaillement résultant d'une telle redistribution. Les larges blocs disposés à la jointure des poutres et des montants n'ont été prévus que pour permettre un bon ancrage des armatures des poutres et des montants, afin que la rupture résulte de l'écoulement de l'acier.

On a adopté pour ces essais un béton à haute résistance préparé avec un ciment alumineux; on trouvera tous les détails à ce sujet dans l'appendice 2.

La charge horizontale a été appliquée par l'intermédiaire de deux ressorts à boudin travaillant à la traction et tendus entre les pieds des poteaux; des lames à arêtes vives transmettaient cette charge aux faces des poteaux. Les charges ont été appliquées à la poutre par l'intermédiaire de paliers et de rouleaux permettant à la poutre d'effectuer librement tout mouvement de rotation et de translation. Pour le premier essai, les pieds des poteaux étaient placés sur des paliers analogues; on a toutefois constaté que l'effort de frottement dû aux rouleaux

était suffisant pour affecter d'une manière appréciable la charge horizontale des ressorts destinée à empêcher tout écartement des pieds; par la suite, on a donc adopté un dispositif spécial combiné à arêtes vives.

Pendant les essais, des appareils indicateurs ont été placés aux pieds des montants pour mesurer les écartements; la charge horizontale exercée par les ressorts a été constamment réglée de manière à ramener les pieds des poteaux à leur position initiale. Les conditions ainsi réalisées étaient bien celles du portique à deux articulations à rotule.

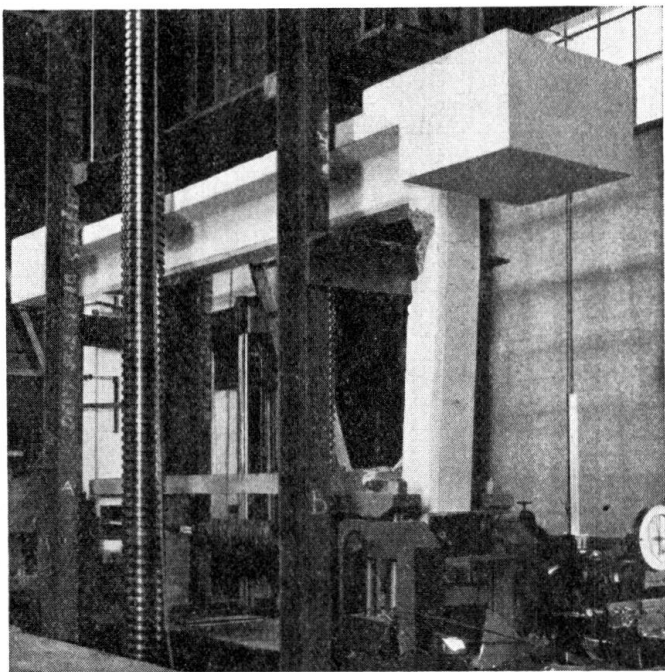


Fig. 6.

Essai sur portique de béton armé (Rupture dans le béton).

La fig. 6 représente l'un des portiques en cours d'essai.

Une charpente spéciale a été prévue pour empêcher toute rotation ou mouvement latéral de la poutre-support par rapport à la poutre supérieure de mise en charge, afin qu'aucun effort de torsion ou de flexion latérale ne puisse se trouver mis en jeu dans les poteaux.

Les principaux résultats du deuxième essai sont indiqués à la fig. 7. Les charges appliquées sont portées en fonction des réactions horizontales qui sont proportionnelles aux moments en tête des poteaux; quelques courbes théoriques sont également reproduites sur cette figure. L'une de ces courbes traduit la relation charge-réaction telle qu'elle est fournie pour le portique par les calculs basés sur la théorie de l'élasticité. Une série de courbes traduit la relation entre

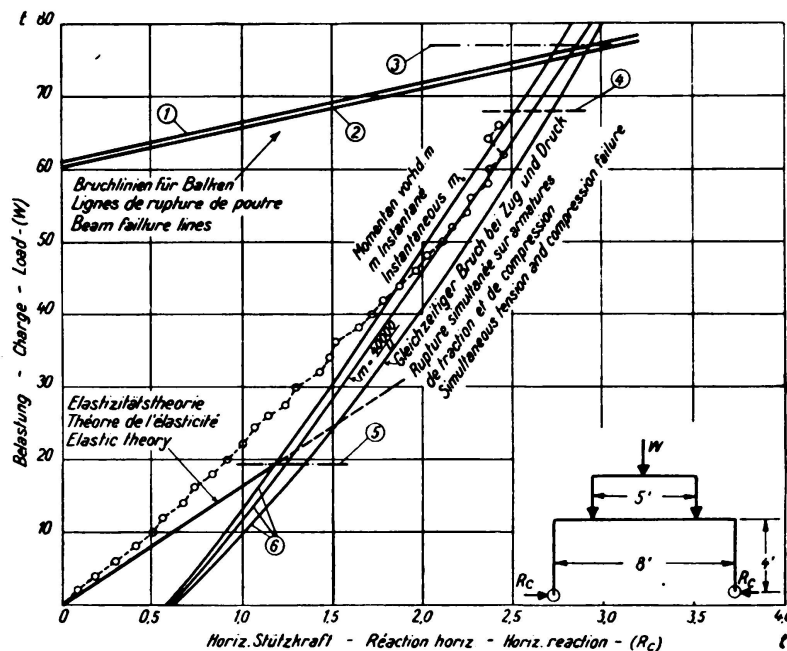


Fig. 7.

Essai sur portique RMF 3. (Rupture dans les armatures.) Réaction horizontale. Béton 1 : 2 : 4 en poids au ciment à haute teneur en alumine avec rapport eau/ciment de 0,60 en poids. Age à l'essai : 4 mois. Résistance du cube de béton : 11000 lb/in².

- ① Rupture simultanée par traction et par compression.
- ② m instantané et $m = \frac{40\,000}{u}$.
- ③ Charge de rupture générale (théorie de la redistribution).
- ④ Charge effective de rupture.
- ⑤ Charge de rupture de poteau (théorie de l'élasticité).
- ⑥ Lignes de rupture à la traction dans le poteau.

les charges et les réactions qui produisent l'écoulement de l'acier dans les hypothèses suivantes :

- 1° le rapport « instantané » des modules d'élasticité détermine la distribution des efforts ;
- 2° le rapport des modules d'élasticité est défini par $m = \frac{40\,000}{u}$;
- 3° la contrainte maximum dans le béton est supposée atteindre la résistance sur cube (u).

Le point où la première des courbes mentionnées ci-dessus coupe chacune des courbes données par l'étirement de l'acier détermine la charge pour laquelle se

Tableau III.
Charges de rupture des portiques.*

Bases du calcul des moments fléchissants	Bases du calcul des moments résistants ¹		Charges de rupture en tonnes			
			Rupture dans l'acier		Rupture dans le béton	
			RMF 2	RMF 3	RMF 4	RMF 5
Théorie de l'élasticité: pas de redistri- bution des mo- ments; les char- ges correspondent à la rupture en tête de poteau	Pas de redistri- bution des con- traintes	Avec rapport «instantané» des modules d'élasticité	19,5	19,5	21,2	15,0
	Redistribution des contraintes	$m = \frac{40000}{\text{résistance sur cube}} = \frac{40000}{u}$	21,3	21,3	24,0	18,3
		Rupture dans l'acier. La con- trainte maximum dans le béton atteint la résistance sur cube. Rupture dans le béton $m = \frac{80000}{u}$	25,0	25,0	27,5	21,4
Théorie de la redistribution des moments: rupture simul- tanée en tête de poteau et dans la portée de la poutre	Pas de redistri- bution des con- traintes	Avec rapport «instantané» des modules d'élasticité	75,0	75,0	46,0	41,7
	Redistribution des contraintes	$m = \frac{40000}{u}$	75,5	75,5	46,8	42,6
		Rupture dans l'acier. La con- trainte maximum dans le béton atteint la résistance sur cube. Rupture dans le béton $m = \frac{80000}{u}$	77,0	77,0	47,8	43,6
Charge effective à laquelle se manifestent les premiers indices de rupture dans le béton			65,0	64,0	40,0	38,0
Charge limite effective supportée par le portique			65,0	67,8	47,1	43,2

¹ Le moment résistant désigne dans ces tableaux le moment limite que la section puisse supporter.

serait produite la rupture du portique d'après la théorie de l'élasticité, compte tenu ou non de la redistribution des contraintes, suivant l'hypothèse que représente cette courbe. Ces charges font l'objet du tableau III.

En se basant sur la théorie la plus simple concernant la redistribution des moments (c'est-à-dire en supposant que la sollicitation des armatures de traction des poteaux reste en permanence à la limite d'écoulement), les réactions horizontales et par suite les moments doivent se conformer, après écoulement des armatures des poteaux, à la relation mise en évidence par l'une des courbes caractérisant la rupture dans les armatures (fig. 7), suivant l'importance de la redistribution qui se produit. On a obtenu expérimentalement des réactions horizontales qui étaient au début légèrement inférieures aux valeurs escomptées; la redistribution commence à une charge nettement faible, immédiatement après l'apparition

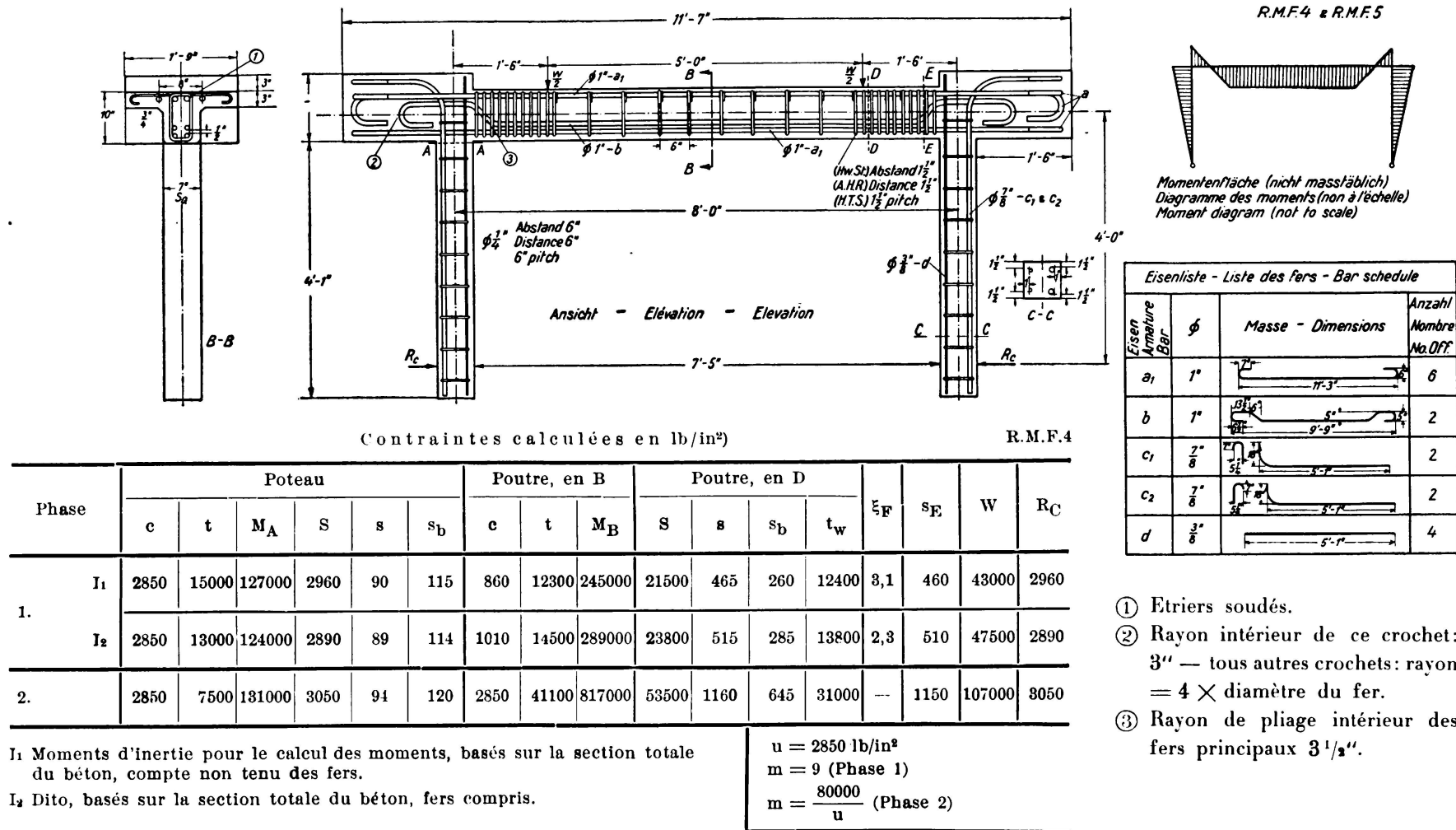


Fig. 8.

Redistribution des moments dans les portiques. Rupture dans le béton.
(Tous les fers principaux de la poutre ont un diamètre de 1". Recouvrement de 1".)

des fissures en tête de poteau. La courbe qui traduit les résultats expérimentaux se rapproche graduellement des courbes caractérisant la rupture dans l'acier, lorsque la charge croît et traverse la ligne correspondant à $m = \frac{40000}{u}$. L'amorce de la rupture dans le béton a d'ailleurs provoqué une chute soudaine dans l'allure de l'accroissement des moments; finalement, la rupture s'est produite par écrasement du béton.

Les courbes de rupture indiquent les valeurs de la charge pour lesquelles doit se produire la rupture de la poutre, pour le degré d'encastrement assuré par les différentes réactions horizontales; on constate que si le béton ne s'était pas rompu dans le poteau, on aurait pu obtenir une légère augmentation de la charge avant la rupture de la poutre.

Pendant tout l'essai, on a mesuré les déformations en tête des poteaux, ces déformations furent mesurées sur les faces des poteaux; aucune lecture directe n'a été faite sur les armatures elles-mêmes; les allongements des armatures ont été déterminés en supposant que toute section plane reste plane. Cette hypothèse n'introduit probablement pas une erreur très importante, sauf au cours des dernières phases de l'essai. L'allongement correspondant à une contrainte de 47 300 lb/sq. in. (limite d'écoulement, voir appendice 2) a été atteint pour une charge dépassant à peine 20 tonnes et l'allongement effectif a augmenté jusqu'à plus de quatre fois cette valeur avant que la rupture ne devienne imminente. La déformation du béton atteignait environ 32×10^{-4} aux premiers indices de rupture.

Le fléchissement de la poutre a été mesuré à l'aide d'appareils indicateurs à cadran, par rapport aux points d'application des charges. Ce fléchissement était égal au millième de la portée seulement, pour une charge égale environ aux trois-quarts de la charge de rupture. On a aussi mesuré l'allongement longitudinal total de l'intrados de la poutre; un peu avant la rupture du portique, le déplacement était égal environ à $\frac{1}{12}$ de pouce à chaque tête de poteau. Ce déplacement est insuffisant pour exercer, sous forme d'excentricité additionnelle, une influence appréciable sur les contraintes en tête de poteau.

On a constaté l'apparition de fissures en tête de poteau pour une charge d'environ 5 tonnes; ces fissures se sont progressivement élargies pendant l'essai; immédiatement avant la rupture, elles étaient environ deux fois plus larges que les fissures que l'on constate généralement lorsque les armatures atteignent leur limite d'écoulement.

2° — Rupture initiale du béton dans le poteau.

On trouvera à la fig. 8 tous les renseignements concernant les armatures employées pour le deuxième type de portique. Ici aussi, on a prévu une réserve de résistance dans la poutre. Les armatures de traction des poteaux ont été portées à 2 barres de $\frac{7}{8}$ " de diamètre au lieu de deux barres de $\frac{3}{8}$ "; on a employé un mélange à 1 : $2\frac{1}{2}$: $3\frac{1}{2}$ en poids avec ciment Portland ordinaire. Toutes indications de détail sur les résistances des armatures et du béton sont contenues dans l'appendice 2.

On a adopté une méthode d'essai identique à celle qui avait été employée pour le second portique de la série précédente et les valeurs des réactions horizontales

correspondant au premier portique sont indiquées à la fig. 9. On remarquera que la relation initiale entre la charge verticale et la réaction horizontale correspond bien avec le calcul suivant la théorie de l'élasticité. Suivant cette théorie, le béton devait s'écraser sous une charge d'environ 21 tonnes, c'est-à-dire sous la charge pour laquelle la droite passant par l'origine, sur la fig. 9, rencontre la ligne de rupture par compression pour un rapport des modules d'élasticité $m = 9$; ce

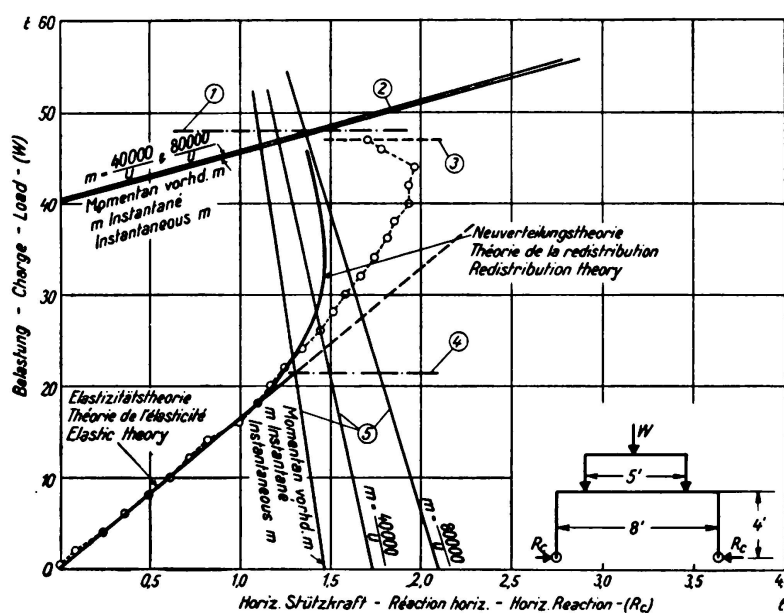


Fig. 9.

Essai sur portique RMF 4. (Rupture dans le béton.) Réaction horizontale. Béton 1: $2\frac{1}{2}$: $3\frac{1}{2}$ au ciment Portland ordinaire avec rapport eau/ciment de 0,66 en poids. Age à l'essai: 9 jours. Résistance du cube de béton: 2850 lb/in².

- ① Lignes de rupture de poutre.
- ② Charge de rupture générale (théorie de la redistribution).
- ③ Charge effective de rupture.
- ④ Charge de rupture de poteau (théorie de l'élasticité).
- ⑤ Lignes de rupture à la compression dans le poteau.

rapport représente en effet la valeur exacte pour le béton employé lorsque l'on néglige les déformations plastiques. Des courbes de rupture par compression basées sur des rapports de modules égaux à $\frac{40000}{u}$ et à $\frac{80000}{u}$ sont également tracées. La redistribution des contraintes dans la section de tête de poteau a été encore plus favorable que cette dernière courbe ne le fait supposer; ceci est dû probablement à une augmentation des efforts absorbés par le béton au-dessus des valeurs correspondant à une répartition linéaire des contraintes entre l'axe neutre et la face comprimée. Toutefois, si l'on se base sur cette dernière courbe à titre de sécurité, on constate qu'à moins d'une redistribution des moments, des indices de rupture apparaîtront dans le béton pour une charge d'environ 28 tonnes. S'il se produit effectivement une redistribution des moments, la charge pourra alors

augmenter avec réduction simultanée de la réaction horizontale jusqu'à rupture de la poutre pour une charge d'environ 48 tonnes. Cette redistribution s'amorce avant que l'on ait pu observer quelque indice de rupture; les variations approximatives de la charge et du moment sont indiquées à la fig. 9. La courbe effective met en évidence la marge de sécurité offerte par la théorie; les moments augmentent en effet plus que ne le prévoit la simple théorie de la redistribution, avec une chute brusque du moment après les premiers indices de rupture. La charge de rupture (47,1 tonnes) concorde bien avec la valeur prévue (voir tableau III); elle correspond à un écrasement du béton dans le poteau, accompagné d'un écoulement des armatures dans la poutre.

Les allongements en tête de poteau ont été mesurées comme précédemment; le calcul de l'allongement des armatures montre que les contraintes de traction ont été faibles d'un bout à l'autre de l'essai, mais que les armatures de compression ont travaillé à leur limite d'écoulement vers la fin de l'essai. Le fléchissement de la poutre et l'allongement de l'intrados ont encore été faibles; les fissures dans les poteaux ont été peu importantes; les fissures dans la poutre ont atteint une largeur d'environ 6 ou 7 millièmes de pouce, largeur qui va généralement de pair avec une contrainte dans le métal d'environ 40 000 lb/sq. in.

Dans le cas du second portique de cette série, la résistance du béton a été inférieure à celle du premier portique (voir appendice 2); toutefois, hormis les réductions de charges et de moments correspondantes, les résultats ont été tout à fait semblables à ceux que nous venons d'exposer. Ici aussi, l'adoption d'un rapport des modules d'élasticité de $\frac{80\,000}{u}$ ainsi que l'hypothèse suivant laquelle le poteau continuera à se déformer de manière à réaliser une redistribution des moments jusqu'à la rupture dans la poutre, ont permis de calculer avec exactitude les conditions de la rupture (voir tableau III).

Discussion des résultats.

A. Essais sur poutres continues.

On a groupé au tableau II les charges effectives de rupture des poutres continues ainsi que les valeurs calculées d'après différentes hypothèses. On remarque que pour toutes les poutres, la charge extrême supportée avant rupture du système était plus élevée que la charge théorique de rupture calculée suivant la théorie de l'élasticité. Cette augmentation de charge peut être attribuée à deux facteurs, résultant tous deux des déformations plastiques du béton ou de l'acier:

- 1° la redistribution des moments dans tout le système, redistribution qui provoque la rupture simultanée sur l'appui central et en travée;
- 2° la redistribution des contraintes sur les sections soumises à de fortes contraintes, redistribution qui relève les moments susceptibles d'être supportés par ces sections au-dessus des valeurs calculées d'après la théorie courante.

Dans le tableau II, les calculs des charges sont basés sur trois séries de moments résistants. Dans la première série, on a fait intervenir le rapport des modules d'élasticité m vrai ou « instantané », qui néglige toute déformation plastique du béton. Dans la deuxième série, on a supposé que la déformation

plastique du béton conduisait à une augmentation du rapport des modules d'élasticité, jusqu'à la valeur $m = \frac{40\,000}{\text{résistance sur cube}}$, valeur proposée pour les calculs par le « Code of Practice for the Use of Reinforced Concrete in Buildings ». ⁵ La troisième série de moments résistants est établie sur la base des hypothèses suivantes :

a) dans le cas d'une rupture initiale dans les armatures de traction, l'acier se prête à l'écoulement jusqu'à ce que la contrainte maximum dans le béton atteigne la résistance sur cube de ce béton.

b) dans le cas d'une rupture initiale dans le béton, le rapport des modules d'élasticité augmente effectivement jusqu'à une valeur donnée par $m = \frac{80\,000}{\text{résistance sur cube}}$. Si toutefois un écoulement des armatures de traction

se produit lorsque l'on adopte cette valeur plus élevée, le moment résistant est alors calculé comme dans le cas (a). Si la contrainte calculée dans les armatures de compression dépasse la limite d'écoulement lorsque l'on adopte le rapport m plus élevé, les calculs sont alors à modifier de telle sorte que la limite d'écoulement ne soit pas dépassée dans les armatures de compression.

D'après le tableau II on voit que si l'on calcule les moments de rupture d'après la théorie de l'élasticité, la charge théorique de rupture est plus petite que la charge maximum réelle, même si une redistribution des contraintes est possible.

Si cependant on tient compte d'une redistribution des moments sans tenir compte de la redistribution des contraintes, les charges théoriques pour rupture simultanée au droit de l'appui central et en travée sont également plus faibles que les charges qui peuvent être effectivement supportées, quoique la marge de sécurité ne soit pas aussi grande.

Si l'on fait intervenir simultanément la redistribution des moments et celle des contraintes, l'adoption d'un rapport m égal à $\frac{40\,000}{u}$ conduit à des charges théoriques qui ne sont pas très différentes des charges maxima effectives, sauf dans le cas des poutres confectionnées avec armatures de compression au-dessus de l'appui central et béton à faible résistance (série 3). L'emploi de la troisième méthode d'intervention de la redistribution des contraintes, faisant également intervenir la redistribution des moments, est nettement dangereuse, sauf dans le cas d'une rupture initiale dans les armatures; rappelons que dans ce cas la redistribution des moments s'accompagne d'un élargissement des fissures de traction (voir tableau I).

Les essais sur poutres avec armatures de compression ont fourni des résultats intéressants. L'adoption d'un rapport m très élevé pour l'évaluation du moment résistant d'une section conduit à une majoration des contraintes calculées dans les fers de compression; il ne semble pas à recommander de tabler sur ce procédé. Afin d'étudier plus complètement cette question, on a effectué quelques essais sur poutres simples en vue de mesurer les moments résistants des sections semblables à celles qui se trouvaient au-dessus de l'appui central dans les essais principaux. On a ainsi constaté que l'adoption du plus grand rapport des modules d'élasticité $m = \frac{80\,000}{u}$ peut être considéré comme rationnelle dans tous les cas

de rupture dans le béton, à l'exception de ceux dans lesquels il est prévu des armatures de compression. Dans ces derniers cas, les essais sur poutres simples ont montré que la redistribution des contraintes peut se produire dans la mesure correspondant à l'emploi du rapport plus faible $m = \frac{40\,000}{u}$, alors que les moments sur appui mesurés au cours des essais sur poutres continues ne sont pas beaucoup plus grands que ceux qui ont été calculés sur la base du rapport « instantané » des modules d'élasticité. Il peut toutefois se faire que les contraintes plus élevées de cisaillement, dans les poutres continues comportant des armatures de compression, aient été la cause de la faible valeur du moment supporté au-dessus de l'appui central. Il apparaît donc que lorsque des armatures de compression sont prévues au droit de l'appui, leur influence ne doit pas être prise en considération dans les calculs qui tiennent compte d'une redistribution des moments. Si l'on procède ainsi pour les poutres de la série 3, on obtient des charges calculées de 28,9 et de 31,6 tonnes (en adoptant un rapport m de $\frac{40\,000}{u}$) supérieures de 5 et 9 % respectivement aux charges effectivement atteintes. Si l'on néglige également l'influence des armatures de compression en travée, les charges calculées deviennent 23,4 et 25,2 tonnes respectivement; on retombe ainsi sur une marge de sécurité.

B. Essais sur portiques.

Il résulte nettement des essais qu'il peut y avoir une divergence considérable entre la capacité de charge limite effective d'un portique et la charge calculée d'après la théorie de l'élasticité et qui produit en tête de poteau, dans le béton ou dans les fers, une contrainte égale à la résistance limite du béton ou à la résistance de l'acier à l'écoulement. Il est important de noter qu'au cours de ces essais, on a pris des précautions spéciales pour éviter la rupture par cisaillement; on a prévu des étriers en acier à haute résistance étroitement espacés dans les poutres et des blocs d'ancrage spéciaux aux jonctions poutre-poteaux. La redistribution des moments ne peut se produire que si les armatures secondaires et les dispositifs d'ancrage des fers sont suffisants pour satisfaire aux conditions qui résultent de la redistribution.

Dans le cas de la rupture initiale dans les armatures, l'augmentation de charge due à la redistribution des moments et des contraintes a dépassé 200 %. Toutefois, il ne s'est pas produit dans ce cas une redistribution complète des moments, la charge de rupture de la poutre n'ayant pas été atteinte par suite de l'écrasement prématuré du béton dans le poteau quoique la résistance sur cube fût de 11 000 lb/sq. in. Dans de pareils cas, il n'est actuellement pas possible de calculer avec précision la charge pour laquelle doit se produire la rupture du béton, car elle dépend de la déformation du poteau après mise en écoulement des armatures. L'importance exacte de la redistribution qui se produit à la suite de l'écoulement de l'acier n'est pas nettement définie; d'autre part, cette redistribution conduit à une accentuation de la fissuration; il serait donc de bonne politique de la négliger jusqu'à plus ample informé.

Dans le cas d'une rupture initiale dans le béton, il y a également augmentation considérable des charges maxima supportées par les portiques à la suite de la redistribution des moments et des contraintes. Si nous admettons comme limite utile de l'augmentation de charge l'apparition d'indices d'écrasement sur les faces des poteaux, on constate d'après le tableau III que l'augmentation de la charge au-dessus de la valeur calculée d'après la théorie de l'élasticité a été de 90 % pour le premier portique et de 150 % pour le second.

Dans les deux cas, l'augmentation de la capacité de charge de la poutre résultant du moment dans les poteaux a été inférieure à 20 % alors que si les poteaux avaient été chargés axialement, ils auraient pu supporter une charge environ deux fois plus élevée que dans l'essai du portique. La nécessité de tenir compte de la flexion dans les poteaux est évidente.

Il semble que l'on puisse estimer l'influence exercée par la redistribution, dans des cas simples, lorsque la rupture dans le béton constitue le facteur déterminant, en faisant intervenir les hypothèses suivantes :

- 1° le rapport des modules d'élasticité peut être considéré comme égal à $\frac{80\,000}{u}$.
- 2° la tête des poteaux et la poutre atteignent leurs pleines résistances avant que ne se produise la rupture du système.

Dans tous les cas où l'adoption d'un rapport m élevé conduit, pour les armatures de traction, à des contraintes calculées plus élevées que la limite d'écoulement de l'acier, le calcul d'une section particulière doit se faire dans l'hypothèse de la mise en jeu simultanée de l'écoulement de l'acier et de la pleine résistance du béton.

D'après la fig. 9, il est évident que dans la section de tête des poteaux, la redistribution des contraintes s'est produite plus largement que ne le faisait prévoir l'adoption d'un rapport m de $\frac{80\,000}{u}$; d'après cette figure et d'après le tableau III, on constate que l'influence de la redistribution des contraintes (en faisant abstraction de la redistribution des moments) s'exerce par une augmentation d'environ 30 % de la charge de rupture pour la section particulière considérée. Cette augmentation peut, dans d'autres cas, ne pas être aussi marquée. Dans les essais sur poutres continues qui ont été également décrits ici, par exemple, l'augmentation du moment résistant, due à la redistribution des contraintes, n'a été que de 13 % environ pour la section située au droit de l'appui central, dans les séries 2 et 4. Dans les poteaux des portiques prévus pour rupture dans le béton, les armatures de compression adoptées étaient bien moins importantes que les armatures de traction, alors que normalement la section aurait dû être symétriquement armée. Etant donné la plus faible importance de la redistribution des contraintes dans les sections des poutres armées en compression, il serait peu judicieux d'adopter une valeur élevée pour le rapport des modules d'élasticité ; la valeur $m = \frac{40\,000}{u}$ semble devoir conduire à des résultats plus satisfaisants.

Conclusions générales.

On a constaté que par suite des déformations plastiques dans l'acier ou dans le béton, à l'amorce de la rupture, la redistribution des moments dans les structures en béton armé doit généralement se produire avant la rupture finale.

L'importance effective de la redistribution des moments dépend de nombreux facteurs et en particulier, dans une large mesure, de l'importance des déformations possibles dans les sections les plus faibles. Là où les sections les plus faibles peuvent mettre en jeu des déformations suffisantes, la redistribution sera complète et la rupture se produira simultanément aux sections principales. Des investigations complémentaires sont nécessaires pour déterminer les limites admissibles de déformation. Jusque là, il semble judicieux de ne pas s'écarter largement, dans le calcul, des nécessités qu'impose la théorie de l'élasticité.

Dans le calcul des ouvrages en béton armé sur la base de la redistribution des moments, il faut tenir compte de l'élévation des contraintes d'adhérence et de cisaillement qui accompagnent la redistribution.

Bibliographie.

¹ W. H. Glanville et F. G. Thomas: "The Redistribution of Moments in Reinforced Concrete Beams and Frames." *Journal of the Institution of Civil Engineers* 1936, N° 7, p. 291--329.

² F. E. Richart, R. L. Brown et T. G. Taylor: "The effect of Plastic Flow in Rigid Frames of Reinforced Concrete." *Journal Am. Conc. Inst.*, Vol. 5, pt. 3 (1934), p. 181--95.

³ G. von Kazinczy: „Das plastische Verhalten von Eisenbeton.“ *Beton und Eisen*, Vol. 32, (1933), fasc. 5, p. 74--80.

⁴ C. Bach et O. Graf: „Versuche mit eingespannten Eisenbetonbalken.“ *Deutscher Ausschluß für Eisenbeton*, fasc. 45 de 1920.

⁵ "Report of the Reinforced Concrete Structures Committee of the Building Research Board, with Recommendations for a Code of Practice for the Use of Reinforced Concrete in Buildings." H. M. Stationery Office, 1933.

Appendice 1.

Propriétés du béton et des armatures employés pour les essais sur poutres continues.

a) Béton.

Série	Poutre	Mélange de béton en poids	Rapport eau/ciment	Age à l'essai jours	Résistance sur cube en lb/sq.in.	Rapport «instantané» vrai des modules d'élasticité
1. Rupture dans les armatures	RM 2 (a)	H.A. 1 : 2 : 4	0,60	6	10,140	5,0
	RM 2 (b)	R.H.P. 1 : 1 : 2	0,44	44	6,660	6,0
2. Rupture dans le béton (pas d'armatures de compression)	RM 1 (a)	P. 1 : 2 $\frac{1}{2}$: 3 $\frac{1}{2}$	0,66	7	2,020	10,0
	RM 1 (b)	P. 1 : 2 $\frac{1}{2}$: 3 $\frac{1}{2}$	0,66	7	2,070	10,0
3. Rupture dans le béton (avec armatures de compression)	RM 3 (a)	P. 1 : 2 $\frac{1}{2}$: 3 $\frac{1}{2}$	0,66	7	2,250	9,5
	RM 3 (b)	P. 1 : 2 $\frac{1}{2}$: 3 $\frac{1}{2}$	0,66	7	2,470	9,1
4. Rupture dans le béton (portée augmentée)	RM 4 (a)	P. 1 : 2 $\frac{1}{2}$: 3 $\frac{1}{2}$	0,66	7	2,130	9,7
	RM 4 (b)	P. 1 : 2 $\frac{1}{2}$: 3 $\frac{1}{2}$	0,66	7	1,830	10,4

P. = Ciment Portland ordinaire. H.A. = Ciment alumineux.

R.H.P. = Ciment Portland à prise rapide.

b) Armatures.

Série	Diamètre des fers en pouces	Ecoulement en lb/sq.in. ¹	Rupture en lb/sq.in. ¹
1. Rupture dans les armatures	$\frac{5}{8}$	39,400	—
	$\frac{3}{8}$	44,700	62,200
2. Rupture dans le béton (pas d'armatures de compression)	$\frac{7}{8}$	40,200	56,500
	$\frac{3}{8}$	46,100	61,500
3. Rupture dans le béton (avec armatures de compression)	$\frac{7}{8}$	39,800	53,800
	$\frac{3}{8}$	46,700	62,700
4. Rupture dans le béton (portée augmentée)	$\frac{7}{8}$	37,900	53,300
	$\frac{3}{8}$	46,700	61,800
5. Rupture dans le béton (béton de faible résistance à environ 6 mois)	$\frac{7}{8}$	36,600	51,500
	$\frac{3}{8}$	45,800	61,400

¹ Dans tous les cas, les contraintes sont calculées d'après la section nominale initiale de l'armature.

Appendice 2.

Propriétés du béton et des armatures employés pour les essais sur portiques.

a) Béton.

Série	Poutre	Mélange de béton en poids	Rapport eau/ ciment	Age à l'essai	Résistance sur cube en lb/sq.in.
Rupture dans les armatures	RMF 2	H.A. 1 : 2 : 4	0,60	48 jours	10,500
	RMF 3	H.A. 1 : 2 : 4	0,60	4 mois	11,000
Rupture dans le béton	RMF 4	P. 1 : 2 $\frac{1}{2}$: 3 $\frac{1}{2}$	0,66	9 jours	2,850
	RMF 5	P. 1 : 2 $\frac{1}{2}$: 3 $\frac{1}{2}$	0,66	7 jours	1,850

P. = Ciment Portland ordinaire. H.A. = Ciment alumineux.

b) Armatures.

Série	Poutre	Diamètre des fers en pouces	Ecoulement en lb/sq.in. ¹	Rupture en lb/sq.in. ¹
Rupture dans les armatures	RMF 2	$\frac{3}{8}$	49,200	60,800
		1	41,500	63,700
		$\frac{1}{2}$ ²	66,900	106,000
	RMF 3	$\frac{3}{8}$	47,300	59,700
		1	40,600	65,700
		$\frac{1}{2}$ ²	63,800	107,000
Rupture dans le béton	RMF 4 et RMF 5	$\frac{7}{8}$	38,600	53,800
		1	41,100	63,000
		$\frac{1}{2}$ ²	64,700	107,000
		$\frac{3}{8}$	48,300	60,300

¹ Dans tous les cas, les contraintes sont calculées d'après la section nominale initiale de l'armature.² Acier à haute résistance employé pour les étriers.

IIa 7

Sollicitations et degré de sécurité des poutres réticulées en béton armé.

Beanspruchung und Sicherheitsgrad der Eisenbeton-Fachwerke.

Stressing and Factor of Safety of Reinforced Concrete Trussed Girders.

Dr. sc. techn. S. Mortada,
Egyptian State Railways, Bridges Dept., Cairo.

Les essais que nous avons exécutés sur des poutres réticulées en béton armé ont montré que ces systèmes résistaient extraordinairement bien aux chocs et aux sollicitations dynamiques.

Les essais en question furent effectués au Laboratoire fédéral d'essai des matériaux annexé à l'Ecole Polytechnique Fédérale à Zurich.¹ Les modèles employés étaient deux poutres réticulées en béton armé, semblables à celles qui se présentent dans la construction des ponts (fig. 1). La portée des poutres

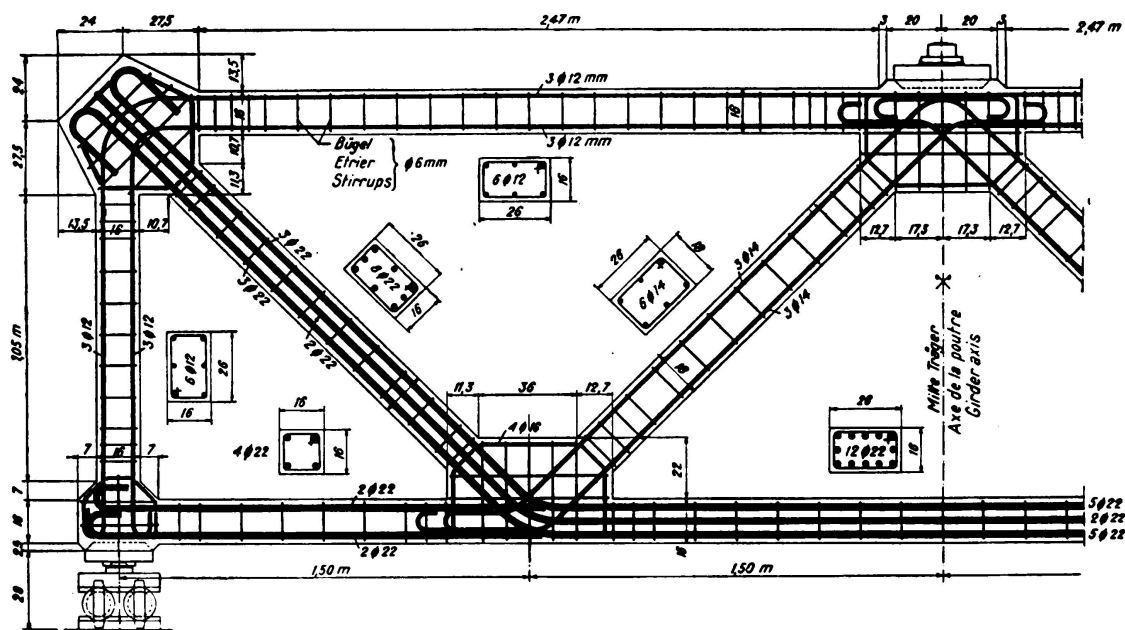


Fig. 1.

Plan de la poutre d'essai.

¹ Mortada: Beitrag zur Untersuchung der Fachwerke aus geschweißtem Stahl und Eisenbeton unter statischen und Dauerbeanspruchungen. Dissertation E.P.F. 1936.

était de 6 m, leur hauteur de 1,50 m. Ces poutres étaient dimensionnées pour une charge concentrée de 50 t, agissant au milieu de la travée.

Lorsque les essais furent exécutés, le béton était âgé de 90 jours; les caractéristiques du béton étaient les suivantes: résistance à la compression sur prismes

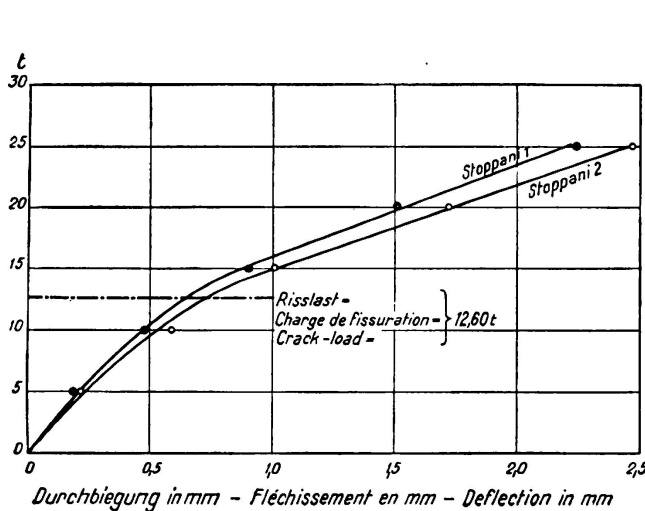


Fig. 2.

Détermination de la charge de fissuration.

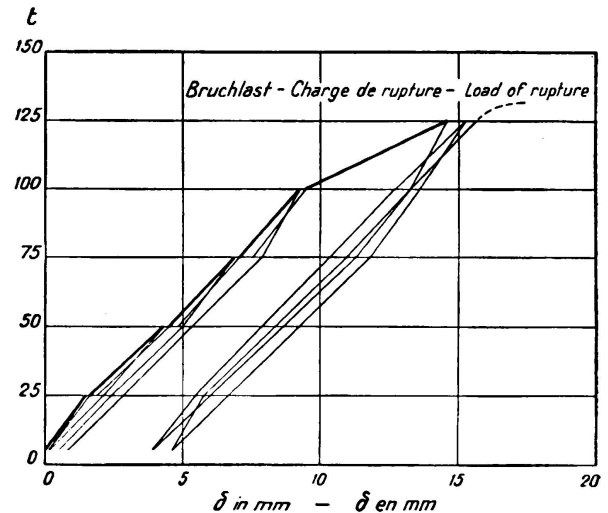


Fig. 3.

Essai de rupture: Diagramme de charge-décharge-déformation.

$p_{\beta d} = 360 \text{ kg/cm}^2$, résistance aux efforts répétés $\sigma_u = 220 \text{ kg/cm}^2 = \sim 0,6 p_{\beta d}$. Les armatures étaient des ronds en acier ordinaire dont la limite d'étirement était de 2700 kg/cm^2 , la résistance à la traction de 4200 kg/cm^2 .

Une poutre ne fut que statiquement sollicitée et nous avons déterminé son comportement vis-à-vis des charges statiques et finalement la charge statique

de rupture. La seconde poutre par contre fut soumise à des essais d'endurance, puis statiquement étudiée de la même façon que la première. Il était ainsi possible de déterminer l'influence de la fatigue sur le comportement statique et la résistance des ouvrages de ce genre.

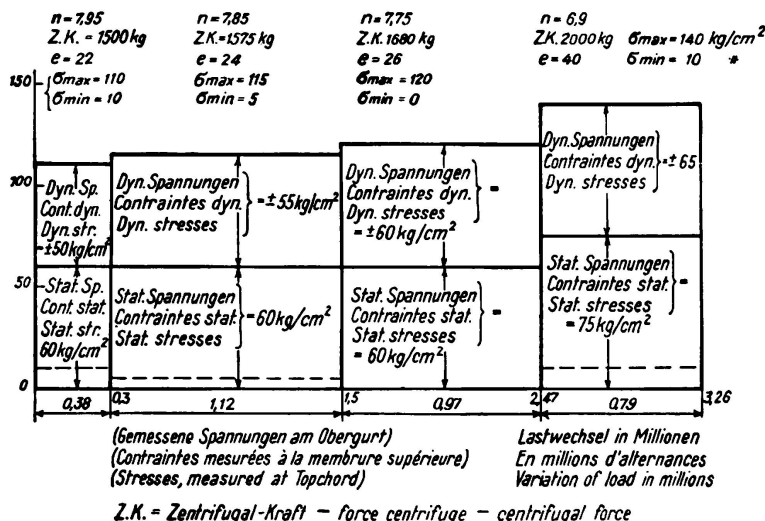


Fig. 4.

Essais de fatigue: Contraintes mesurées à différentes phases de l'essai.

engendre des irrégularités dans le diagramme des charges-déformations, ce qui permet de déterminer la charge de fissuration (fig. 2). Cette charge se monte

Des essais préliminaires ont servi à étudier la fissuration du béton ainsi que les déformations permanentes qui en résultent.

La fissuration du béton

au $1/4$ environ de la charge utile introduite dans le calcul. La contrainte moyenne de rupture par traction du béton (résistance à la traction), qui correspond à la charge de fissuration, se monte à 17 kg/cm^2 alors que la résistance du béton à la traction atteint 40 kg/cm^2 . Le grand écart existant entre ces deux valeurs est à attribuer:

- à la mise en tension préalable du béton par suite du retrait,
- à la fissuration du béton, incomplète par rapport à la totalité de la section.

La fissuration du béton entraînait naturellement de grandes déformations permanentes atteignant le 25 % environ des déformations élastiques engendrées par la charge utile.

Les contraintes secondaires sont très grandes dans les poutres réticulées de ce genre, et principalement dans les barres comprimées: elles se montaient à 110 %; en moyenne il faut calculer avec 70 %. Les contraintes de flexion étaient très faibles dans les éléments soumis à la traction.

On a pu constater une compression maxima de l'ordre de $220 \text{ kg/cm}^2 = 0,6 p_{\beta d} = \sigma_u$ (résistance du béton aux efforts répétés) au moment où les armatures atteignaient la limite d'écoulement; la surcharge correspondante se montait au double de la charge utile. Du fait que ces deux valeurs déterminent la résistance aux surcharges dynamiques, on constate que les poutres réticulées en béton armé offrent une sécurité de 2 vis-à-vis de la fatigue. Les déformations permanentes atteignaient 5,5 % des déformations totales sous l'effet de ces sollicitations (fig. 3); ce qui est admissible dans la pratique.

Le degré de sécurité par rapport à la rupture statique était de 2,6. Le rapport des coefficients de sécurité est donc de $2:2,6 = 77 \%$.

Les degrés de contrainte, ainsi que le nombre correspondant d'alternances de la charge, sont représentés à la fig. 4.

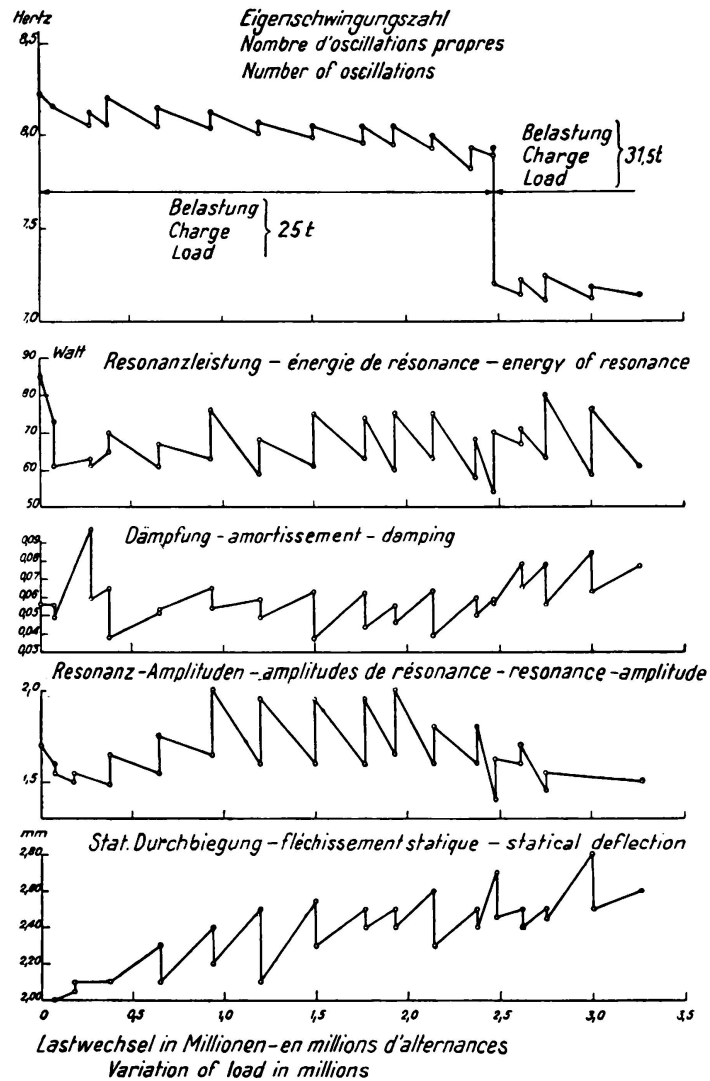


Fig. 5.

Essai de fatigue: Variation au cours de l'essai de différentes valeurs dynamiques.

Après un assez grand nombre d'alternances ($3\frac{1}{4}$ millions) à l'intérieur des limites admissibles de contrainte et un peu au-dessus de ces limites, ce qui correspond à l'état normal de service d'un pont, on n'a pu déterminer aucune modification appréciable des propriétés statiques ou dynamiques du modèle.

On a observé des phénomènes intéressants au cours de l'essai de fatigue (fig. 5). L'amortissement et le fléchissement statique augmentent au début de

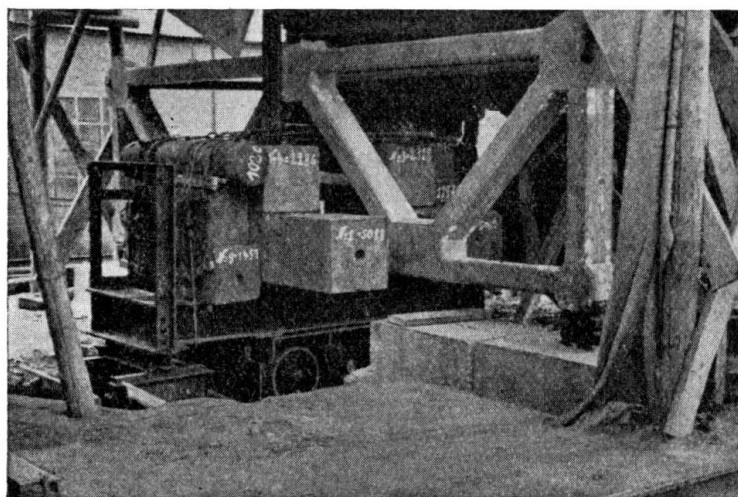


Fig. 6.

Disposition de l'essai de fatigue.

l'essai, ainsi donc, la force de résistance et le nombre de fréquence propre diminuent. Dans la détermination de la résonance, l'énergie utilisée par la machine d'essai (fig. 6), les amplitudes et le rapport entre le fléchissement total et le fléchissement statique décroissent avec la fatigue. On a constaté un certain rétablissement (regain de rigidité). A l'intérieur de certains intervalles de temps on a observé une permanence après un certain nombre d'alternances.

Le résultat le plus important pour la pratique de nos essais sur les poutres de béton armé est que :

Une sollicitation souvent répétée, mais à l'intérieur de certaines limites (résistance aux efforts variant entre 0 et une valeur déterminée), ne réduit en rien ni l'élasticité, ni la résistance ni même les propriétés dynamiques.

On peut admettre que la sécurité vis-à-vis des sollicitations répétées est assurée dans ces constructions, pour autant que le degré de sécurité vis-à-vis des sollicitations statiques est suffisant.

II a 8

La sécurité des ouvrages de béton armé.

Über die Sicherheiten der Eisenbetonbauten.

The Factor of Safety of Reinforced Concrete Structures.

A. J. Moe,

Beratender Ingenieur, Kopenhagen.

1° — *Définition du degré actuel de sécurité.*

La sécurité des constructions statiques est définie actuellement par des contraintes admissibles. Le coefficient de sécurité est en général le rapport entre la limite de rupture ou d'écoulement du matériau et la contrainte admissible.

Cette définition n'est cependant pas suffisante.

Au cours des ans on a découvert par hasard qu'ici ou là certaines conditions spéciales étaient nécessaires.

Exemple: Dans les murs de soutènement, il faut tenir compte et de la sécurité par rapport à la pression sur le sol et de la sécurité par rapport au basculement du mur.

Il en est à peu près de même pour les balcons.

Pour les cheminées en maçonnerie on a introduit une condition spéciale, à savoir que les tractions théoriques ne doivent pas s'étendre au-dessous du centre de gravité de la section.

Dans tous ces cas, les conditions spéciales sont à considérer comme des conditions de stabilité.

Il est intéressant de constater que les contraintes admissibles n'ont plus aucune signification pour les colonnes. Il est vrai que l'on prescrit encore actuellement des contraintes admissibles en fonction de la longueur de flambage mais ce n'est qu'une transcription de la formule.

Les colonnes sont dimensionnées actuellement pour une certaine charge multipliée par le coefficient de sécurité car il n'existe aucune relation entre la charge et la contrainte. On part donc de la charge de rupture dans le dimensionnement des colonnes. C'est donc le contraire du dimensionnement des armatures de traction où l'on admet que la cause de la rupture est un accroissement de l'allongement sans augmentation de la charge.

Il est donc impossible de donner une définition courte et simple du degré de sécurité dans les ouvrages statiques, tel qu'il est utilisé actuellement.

Il faut encore ajouter que le coefficient de sécurité par rapport aux sollicitations dynamiques est introduit sous forme de coefficient de charge. C'est encore une nouvelle conception de la sécurité, différente de celle qui adopte des contraintes admissibles.

2° — *Inconvénients du facteur actuel de sécurité dans son application aux systèmes portants.*

La forme actuelle du degré de sécurité présente l'inconvénient de ne pouvoir être définie brièvement et simplement.

La représentation de la sécurité par des contraintes admissibles n'a pas ou que peu de sens dans bien des cas importants (problèmes de stabilité, colonnes, sollicitations dynamiques).

Un autre inconvénient est qu'à côté de la règle générale il faille introduire une série de conditions spéciales très diverses. On détermine le coefficient de sécurité tantôt par rapport à la charge, tantôt par rapport à la rupture ou à la limite d'écoulement.

L'amélioration de la qualité des matériaux augmente l'importance des questions de stabilité. L'introduction de nouvelles conditions sera peut-être nécessaire.

Le fait que la règle principale de la sécurité ne soit pas absolue pour tous les cas de stabilité est un inconvénient.

Une autre lacune provient du fait que la forme de la sécurité ne permette pas d'attribuer une valeur différente aux différentes contraintes.

Il faudrait par exemple attribuer une autre importance à certaines contraintes propres et aux contraintes de montage qu'aux contraintes ordinaires engendrées par la surcharge dans l'ouvrage en service.

Le poids propre est multiplié par le même facteur de sécurité, qu'il agisse favorablement ou défavorablement; c'est encore là un inconvénient.

La plupart des cas, où des conditions spéciales sont nécessaires et où par conséquent les contraintes admissibles sont en général superflues, résultent d'une disproportion entre la charge et les contraintes.

L'absence de proportionnalité résulte, dans les colonnes, du fléchissement latéral. La cause principale est en général le fait que le poids propre et la surcharge mobile sont pour ainsi dire des grandeurs de types différents, ce qui signifie que les contraintes engendrées par le poids propre et la surcharge immobile et les contraintes produites par la surcharge mobiles ne peuvent pas être additionnées sans autre.

3° — *Inconvénients du facteur actuel de sécurité dans son application aux constructions de béton armé.*

Les inconvénients que nous venons de mentionner existent pour la plupart des constructions et pour tous les matériaux.

Les propriétés du béton armé rendent la forme usuelle de la sécurité tout spécialement inappropriée.

Première raison: le béton armé est un matériau hétérogène. Généralement, les armatures sont aussi bien que possible adaptées aux efforts de traction, c'est-à-dire que les conditions sont spécialement défavorables lorsque les efforts de traction se présentent à un autre endroit que celui qui a été admis. Ce fait engendre dans le béton armé une forte disproportion entre la charge et les contraintes. Le béton armé est beaucoup plus sensible que les matériaux homogènes aux variations du rapport entre les charges fixes et mobiles.

Ces variations sont spécialement dangereuses dans les arcs de béton armé. Pour tous les matériaux, l'arc est plus défavorable que les constructions en poutre.

Exemple: Un arc à deux articulations de 24 m de portée, 4 m de flèche, d'une épaisseur de 15 cm, armé haut et bas de 5 \varnothing 10 mm/m est sollicité de la façon suivante par une surcharge fixe de 400 kg/m² et une surcharge mobile de 100 kg/m²:

$\sigma_j \sim 943$ kg/cm² et $\sigma_b \sim 44,8$ kg/cm². Lorsque la seule surcharge mobile croît de 50 %, c'est-à-dire atteint 150 kg/m², les contraintes sont les suivantes:

$$\sigma_j \sim 1770 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_b \sim 65,9 \text{ kg/cm}^2$$

σ_j a donc augmenté de 87,5 % et σ_b de 47,2 %.

Dans le cas d'une dalle sur appuis simples, dimensionnée pour $g = 400$ kg/m² et $p = 100$ kg/m², une augmentation de p de 50 % ne relève que de 10 % les efforts σ_j et σ_b dans l'acier et le béton.

Ces chiffres ne demandent aucun commentaire.

Les constructions établies spécialement pour des surcharges immobiles sont très sensibles aux variations du rapport entre les surcharges fixes et mobiles. Les ouvrages de béton armé sont à ce point de vue plus défavorables que les ouvrages d'acier ou de bois, partiellement par suite du plus grand poids propre du béton, partiellement par suite de l'hétérogénéité.

Une autre raison en faveur de l'abandon de la méthode actuelle du calcul de la sécurité pour les constructions de béton armé est l'importance de l'état de rupture de ce matériau.

La loi de Hooke n'est pas valable pour le béton et le béton armé. Pour des raisons d'ordre économique on part cependant de cette loi pour déterminer les hypothèses servant au dimensionnement des sections. Ces hypothèses sont basées sur les essais de rupture.

Le calcul des forces agissant dans une section (moments, efforts normaux, etc.) est de plus en plus basé sur l'état de rupture.

L'importance toujours croissante de l'état de rupture amène au premier plan la question d'une définition logique de cet état de rupture. Les contraintes admissibles usuelles ne permettent pas de répondre à cette question.

Une troisième raison parle en faveur de l'abandon des contraintes admissibles pour la détermination de la sécurité: celle du poids propre.

Les constructions dont le poids propre est relativement grand supporteront plus facilement un excès de charge que les constructions dont le poids propre est faible.

Nous considérons une charge fixe, qui en peut pas croître indéfiniment au-dessus de la limite admise, qui ne peut pas devenir alternée et qui n'exerce aucun effet dynamique, comme plus favorable qu'une charge mobile. Il serait par conséquent juste de considérer une surcharge fixe comme plus favorable qu'une surcharge mobile dans la définition du degré de sécurité.

L'introduction d'un coefficient dynamique pour les charges mobiles est une conséquence de ce que nous venons de dire, mais la méthode usuelle de calcul, avec contraintes admissibles, est trop défavorable pour les charges fixes.

Cela est valable pour tous les matériaux, mais les inconvénients sont les plus grands dans la construction de béton. Le béton armé se trouve donc dans une situation plus défavorable que l'acier et le bois.

La méthode usuelle de calcul est encore illogique à un autre point de vue. Dans la plupart des pays, lorsqu'une construction présente quelques fautes graves on ne passe pas immédiatement à sa démolition, on exécute tout d'abord un essai de charge. Lorsque les erreurs sont graves, on appliquera un excès de charge (de 50 % par ex.) à l'endroit défectueux. Si la construction résiste d'une façon satisfaisante à cette mise en charge, on la considérera comme utilisable.

On a confiance en une construction qui offre une sécurité suffisante vis-à-vis de la charge mobile, sans se soucier de sa sécurité, non contrôlée, vis-à-vis des charges fixes. Nous devons encore dire qu'il peut être dangereux de soumettre une construction, calculée pour un rapport déterminé entre les charges mobiles et fixes, à des charges dont le rapport est sensiblement plus grand.

Le grand poids propre des constructions de béton armé est une propriété importante, il ne faut par conséquent pas le réduire plus qu'il n'est nécessaire.

4° — *Que doit couvrir le degré de sécurité?*

En quelques mots voici:

- a) Les erreurs et les inexactitudes des hypothèses de calcul.
- b) Les défauts du matériau.
- c) Les inexactitudes d'exécution.
- d) Les erreurs d'évaluation de la charge utile.

En d'autres termes: les contraintes secondaires, les tensions propres, certains efforts alternés, les contraintes additionnelles, les tensions de montage, les inexactitudes de calcul, les pures défauts du matériau, les inexactitudes dans les dimensions des pièces livrées par les usines (profilés), les inexactitudes de montage et d'exécution, les imprécisions du poids propre, certains excès de charge accidentels, les écarts dans la grandeur et la répartition de la charge utile admise, les surcharges exceptionnelles (essai de charge), etc.

Si l'on introduit des valeurs raisonnables pour les différentes erreurs et inexactitudes, leur somme ne peut pas être couverte par le coefficient usuel de sécurité. Ce dernier ne peut couvrir que certaines combinaisons *probables* des différentes erreurs.

Ces combinaisons probables peuvent aussi bien provenir de quelques grandes fautes que d'un grand nombre de fautes petites ou moyennes.

On peut démontrer qu'il n'est possible de couvrir les fautes de plusieurs des groupes cités qu'en introduisant dans le calcul une plus grande charge mobile. En général, on peut dire que l'on peut remplacer une charge fixe par une charge mobile, tandis que l'inverse est impossible.

Certains défauts du matériau font exception, la meilleure manière de les couvrir est d'admettre une limite de rupture ou d'écoulement réduite. Il faut se faire une idée très claire du but de la sécurité.

Nous sommes d'avis que la sécurité par rapport à la rupture est la plus importante. La sécurité par rapport à la fissuration, ou par rapport à tout autre phénomène semblable, est importante, mais ne vient qu'en seconde ligne.

5° — *Projet d'un nouveau degré de sécurité pour l'usage pratique.*

La forme actuelle du degré de sécurité est :

$$(1) \sigma_p + \sigma_g + \sigma_w + \sigma_t \leq \sigma_{adm} = \frac{1}{n} \sigma_B$$

Pour les colonnes :

$$(2) P_{adm} \leq \frac{1}{n} P_{rupture}.$$

Pour la stabilité :

$$(3) M_{favorable} \geq n' M_{défavorable}.$$

p se rapporte à la charge mobile

g » » à la charge fixe

w » » à l'action du vent

t » » aux contraintes dues à la température et autres effets semblables.

σ_B est la limite d'écoulement ou de rupture déterminée par des essais.

n et n' sont des coefficients de sécurité.

La première règle générale peut s'écrire

$$(4) n \cdot \sigma_p + n \cdot \sigma_g + n \cdot \sigma_w + n \cdot \sigma_t = \sigma_B$$

ou (5) $\sigma_{(n \cdot p)} + \sigma_{(n \cdot g)} + \sigma_{(n \cdot w)} + \sigma_{(n \cdot t)} = \sigma_B$

(Ce qui représente les contraintes engendrées par les surcharges multipliées par n).

(5) représente mathématiquement l'état de rupture et concorde avec (2) mais ne joue pas avec (3) car n' est généralement plus petit que n. La définition de la rupture n'est donc pas absolue. En outre, il est difficile de se représenter le poids propre multiplié par n. Pour les colonnes, cette abstraction est indispensable toutefois.

Dans notre projet, nous composons les équations (1), (2) et (3) en une seule, à savoir :

$$\sigma_{(n_g \cdot g)} + \sigma_{(n_p \cdot p)} \leq n_B \cdot \sigma_B = \sigma'_B. \quad (I)$$

L'ingénieur *Gerber* a présenté une proposition semblable sans toutefois la justifier.

n_g est le coefficient de sécurité pour le poids propre, n_p est le coefficient de sécurité pour la charge mobile et n_B , qui est plus petit que 1, est le coefficient de sécurité du matériau. Si l'on choisit les coefficients n_p et n_g de telle sorte que le rapport n_p/n_g soit suffisamment grand (par ex. égal à 1,5), la sécurité au basculement est automatiquement assurée dans les problèmes de stabilité et l'on n'a besoin d'aucune condition spéciale. σ_B est la limite de rupture ou d'écoulement, déterminée par un essai, c'est par exemple la résistance à la compression du béton après 28 jours. La valeur réduite $\sigma'_B = n_B \cdot \sigma_B$ peut être définie comme la *contrainte formelle de rupture*. Cette contrainte est simplement déterminée par $\sigma'_B = n_B \cdot \sigma_B$ et l'on peut calculer sans autre avec cette valeur.

La *charge formelle de rupture* est déterminée par $n_p \cdot p + n_g \cdot g$, etc. L'état *formel de rupture* d'une construction est déterminé par la contrainte formelle

de rupture et la charge formelle de rupture. Si l'on ne veut plus se baser, pour le calcul, sur la loi de *Hooke*, ce que nous avons fait en béton armé dans bien des cas, il faut remplacer le diagramme des contraintes-allongements par un diagramme formel des contraintes-allongements. Nous savons que les propriétés des matériaux, déterminées par des essais, ne sont pas directement valables pour les matériaux employés dans une construction. Il est préférable de déterminer a priori des propriétés formelles permettant d'établir des principes de calcul logiques et non pas de tout couvrir par un coefficient total de sécurité.

Si l'on a plusieurs forces extérieures, par exemple une charge utile verticale, du vent et des forces additionnelles (écoulement plastique du matériau, température, compressibilité des appuis) on peut tenir compte de la façon suivante de la combinaison probable

$$\sigma_{(n'_g \cdot g)} + \sigma_{(n'_p \cdot p)} + \sigma_{(n_w \cdot w)} + \sigma_{(n_x \cdot x)} = n_B \sigma_B \quad (\text{II})$$

ou n'_g et n'_p sont des valeurs plus petites que n_g et n_p de l'équation (I).

Cette méthode peut évidemment encore être développée, mais dans les conditions pratiques les deux conditions (I) et (II) suffisent. Les contraintes additionnelles provenant d'une indétermination statique sont moins dangereuses pour la rupture que les contraintes engendrées par la surcharge. En général elles sont plus petites que d'après le calcul avec la loi de *Hooke* car les lignes des déformations-allongements de nos matériaux sont inclinées vers l'axe des déformations. En outre, les contraintes additionnelles se réduisent lorsque des déformations plastiques se présentent. On peut donc choisir n_x plus petit que n_p et n'_p .

Lorsqu'une surcharge mobile prime par rapport aux autres, par exemple la surcharge verticale par rapport aux efforts du vent et du freinage, une seule condition de forme (II) suffit.

Il suffit donc en général d'établir une seule condition, à savoir la condition (II).

Il est illogique de prescrire deux conditions, une avec et l'autre sans contraintes secondaires, comme nous le faisons actuellement. Dans les constructions hyperstatiques, la condition $\sigma_g + \sigma_p \leq \sigma_{adm}$ sera vraisemblablement combinée avec quelques contraintes additionnelles. Contrairement à ce que l'on a pour $\sigma_g + \sigma_p + \sigma_x \leq \sigma_{adm, \text{relevé}}$, cette condition déterminera les dimensions, ce qui peut souvent se présenter. Dans ce cas, la sécurité est plus faible dans les constructions hyperstatiques que dans les constructions isostatiques.

Il est préférable de prescrire, comme dans notre projet, un coefficient de sécurité plus petit pour les forces additionnelles que pour les charges principales. Les forces additionnelles ne peuvent pas engendrer la rupture et les forces additionnelles maxima et la surcharge maxima ne se présenteront vraisemblablement pas en même temps.

On peut établir deux groupes de coefficients de sécurité, pour un calcul plus ou moins précis. Par exemple: $n_{g, 1}$; $n_{p, 1}$; $n_{x, 1}$ et $n_{B, 1}$ pour un calcul plus précis et $n_{g, 2}$; $n_{p, 2}$; $n_{x, 2}$ et $n_{B, 2}$ pour un calcul moins précis.

De telles prescriptions sont très pratiques pour la construction des charpentes.

Si l'on peut évaluer, au point de vue de la sécurité, certaines contraintes propres (par ex. les contraintes de montage qui existent dans une construction en service) et les contraintes résultant du poids propre, ce qui est tout-à-fait justifiable, les calculs seront simplifiés dans bien des cas. On peut par exemple simplifier de

la sorte le calcul des constructions du type *Melan*, en donnant un caractère spécial aux précontraintes qui se produisent dans l'armature rigide. En général, les conditions de sécurité que nous avons posées permettent de donner une position spéciale à certains efforts, sans pour autant compliquer les méthodes de calcul. Ce fait est très important car les anciennes méthodes de calcul ne permettent pas de tenir compte des différentes possibilités d'accroissement des différents types de contraintes.

En ce qui concerne les constructions du type *Melan*, il faut encore faire ressortir une particularité.

Si la précontrainte se monte, dans l'armature rigide, aux $\frac{2}{3}$ de la contrainte admissible, on ne peut solliciter la section qu'avec $\frac{\sigma_{j, adm}}{3 \cdot 15} (F_b + 15 F_j)$ d'après l'ancienne méthode de calcul. Cela n'a pas de sens. Si la précontrainte était égale à $\sigma_{j, adm}$, la section (béton + armature rigide + fers ronds) ne pourrait plus supporter aucune charge. S'il faut renoncer à tout accroissement de la précontrainte, il est nécessaire de transformer l'ancienne méthode de calcul et d'établir des prescriptions spéciales.

La méthode proposée simplifie les calculs de la façon suivante :

$$n_g \cdot \sigma_{j, \text{précontr.}} + n_g \cdot \sigma_{j, g, \text{final}} + n_p \cdot \sigma_{j, p, \text{final}} \leq n_B \cdot \sigma_B$$

et de même pour le taux de travail du béton. On calcule avec les surcharges de la construction et l'on additionne toutes les contraintes à la fin. Il faut seulement faire remarquer que le rapport n_p/n_g ne doit pas être choisi trop petit.

Le poids propre peut parfois devenir mobile, tant par rapport à sa grandeur que par suite d'une certaine mobilité. Il serait possible, dans ce cas, de considérer une certaine partie de la charge fixe comme mobile. Cependant ce n'est pas pratique car cela complique inutilement les calculs (on a affaire à deux charges mobiles au lieu d'une seule) et ensuite parce que la mobilité de la surcharge fixe est fortement limitée. Une grosse entretoise n'est pas fortement mobile. Par contre, on peut très bien admettre qu'une dalle n'a pas une épaisseur constante d'où il résulte que le poids propre n'est pas uniformément réparti, conformément à l'hypothèse faite.

Il est préférable de couvrir ce mouvement des charges fixes à l'aide du coefficient de sécurité des charges mobiles. Ce n'est que lorsque la charge fixe est très grande par rapport à la charge mobile que ce procédé ne suffit plus. Pour ces cas exceptionnels, il est logique et pratique de prescrire que la charge mobile totale ne se trouvera pas au dessous d'un certain pourcentage de la charge fixe totale — par ex. 10 % — pour chaque élément de la construction. Une telle prescription ne peut entrer en ligne de compte que pour les éléments principaux, faiblement chargés, des grandes constructions.

6° — *Les principaux avantages de ce nouveau projet.*

- a) Le nouveau coefficient de sécurité couvre beaucoup plus de choses que celui qui est généralement employé.
- b) Les deux principaux groupes d'effets que le coefficient de sécurité doit couvrir, à savoir les fautes du matériau et les erreurs de charges, ont tous les deux un coefficient de sécurité.

- c) Dans les problèmes de stabilité, il est possible de calculer directement la sécurité, sans conditions spéciales.
- d) Un grand poids propre, que l'on peut en général considérer comme favorable (vis-à-vis du danger d'explosion, des effets dynamiques, de l'isolation contre les bruits, etc.) ne sera pas inutilement considéré comme défavorable.
- e) Les constructions, qu'une auscultation précise a montré comme réussies, pourront être sans danger plus fortement sollicitées.
- f) C'est sans grands risques que l'on pourra augmenter la charge d'essai à l'endroit dangereux.
- g) Il faut dire que le véritable degré de sécurité d'une construction en service est égal au rapport entre la charge utile maxima absolue appliquée à la construction au moment de la rupture et la charge utile admise dans le calcul. Il faut ajouter encore que la sécurité calculée par rapport à la rupture ne doit pas s'éloigner de beaucoup de la sécurité réelle. Cette condition est remplie dans la méthode de calcul proposée, mais non dans la méthode usuelle.
- h) Le grand domaine que comprend notre coefficient de sécurité peut être traité d'une façon logique d'après notre proposition et il ne subsiste aucun point plus ou moins obscur comme dans les contraintes admissibles usuelles.
- i) Il est possible de déterminer les contraintes formelles de rupture, les charges formelles de rupture et par le fait même l'état formel de rupture.
- k) On peut indiquer des règles pour les écarts admissibles de la loi de *Hooke* dans les calculs approximatifs.
- l) La sécurité vis-à-vis des fissures, des charges répétées, etc. peut être atteinte avec les mêmes moyens et une beaucoup plus grande probabilité qu'avec la méthode usuelle.
- m) Les principes de calcul sont plus conséquents et les calculs statiques sont plus sûrs et plus simples, principalement dans les problèmes de stabilité, de pré-contraintes, etc.

Les valeurs du coefficient de sécurité doivent en fin de compte concorder avec les prescriptions concernant le calcul et l'exécution.

II a 9

Essais de flambement lent de baguettes en béton.

Versuche über das langsame Knicken an Betonkörpern.

Tests on the Slow Buckling of Concrete Sticks.

M. Coyne,

Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées, Paris

Une pièce prismatique chargée de bout est en état d'équilibre instable si la force appliquée est égale ou supérieure à la limite donnée par l'expression d'Euler $\frac{\pi^2 EI}{l^2}$.

Le mécanisme du flambement peut être en effet schématisé de la façon suivante: une légère excentricité de la charge donne un moment de flexion, qui détermine une première déformation; cette déformation a pour effet d'accroître le moment et il en résulte une deuxième déformation; et ainsi de suite. Si la série des déformations ainsi obtenues est divergente, la pièce flambe: c'est ce qu'exprime l'équation d'Euler, qui montre en outre que la limite de stabilité est indépendante de l'excentricité initiale.

Selon les règles habituelles de la résistance des matériaux, les déformations se produisent immédiatement après l'application des charges: il en résulte que la succession des phénomènes décrits ci-dessus est pratiquement instantanée; la rupture est brutale et aucun signe apparent ne la laisse prévoir.

Le béton se comporte autrement; il subit une première déformation à peu près instantanée et sa déformation s'accroît ensuite lentement avec le temps. Il paraît donc possible a priori que, pour certaines valeurs de la charge, la pièce prenne un état d'équilibre stable sous l'action des premières déformations, mais que la succession des déformations lentes constitue une série divergente caractéristique du flambement. Autrement dit, le raisonnement qui sert de base à l'établissement de la formule d'Euler est indépendant du temps. Tout se passe comme si le module d'élasticité «E» décroissait et devenait d'autant plus bas que la contrainte est plus forte et la durée d'application plus longue. C'est la valeur finale de «E»

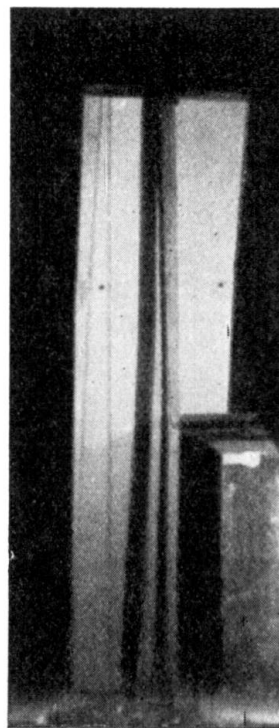


Fig. 1.

Photo montrant la flèche prise par une baguette en béton de 135 · 3 · 3 cm la veille de sa rupture.

qu'il faut introduire dans la formule d'Euler pour avoir la limite réelle de flambement lent.

Nous avons pensé qu'on pouvait rendre la chose particulièrement frappante en la réalisant en laboratoire et nous avons essayé de faire flamber lentement des pièces en béton.

Des baguettes de $135 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$ ont été exécutées en béton de petit gravillon au dosage de 350 kg de ciment artificiel, de superciment ou de ciment alumineux (fig. 1). Ces baguettes ont été chargées à l'aide d'une presse à levier.

Le tableau suivant donne les résultats de ces essais :

No des baguettes	Nature du ciment	Age de la baguette au moment de l'essai	Résistance du béton mesurée sur cubes 20×20 en kgs/cm ²	Charge appliquée		Résultat des essais	flèche	Coefficient d'élasticité calculé d'après la charge de flambement
				en kgs	en kgs/cm ²			
1	Artificiel	130 j.	260	780	86	flambement instantané	3 mm	210.000
2	id.	130 j.		580	64	une déformation commence à se produire, puis cesse de croître d'une manière sensible au bout de 6 j.; on augmente la charge à ce moment là		
id.				650	72	flambement à 14 jours		175.000
3	Super	19 j.		1120	124	flambement instantané		300.000
4	id.	19 j.		720	80	flambement en 15 minutes		195.000
5	Alumineux	3 j.	430 à 3 j.	1520	170	flambement instantané	4 mm	410.000
6	id.	8 j.		1070	118	flambement en 5 jours		290.000
7	Alumineux	4 j.	360 à 4 j.	1140	126	flambement instantané	3 mm	310.000
8	id.	4 j.		960	106	id.		260.000
9	id.	4 j.		900	100	id.		240.000
10	id.	4 j.		780	86	flambement en 5 minutes		210.000
11	id.	5 j.		650	72	flambement en 7 jours		175.000

Tantôt la pièce se rompt instantanément. Tantôt elle résiste indéfiniment. Mais entre ces deux limites extrêmes il est possible, après quelques tâtonnements, de faire apparaître le phénomène cherché, exemple :

Baguettes : 2 (2^{ème} essai), 4, 6, 10, 11.

Ces expériences ne constituent qu'une première ébauche de l'étude d'un problème qui mériterait un examen plus approfondi. Quelqu'incomplets que soient les résultats ci-dessus, il nous a cependant paru intéressant de les publier, car ils mettent bien en évidence l'existence du phénomène de flambement lent et les grandes lignes de son évolution.

On ne saurait trop insister sur le danger que présente ce phénomène dans la pratique et sur la nécessité d'adopter une valeur très faible pour le coefficient d'élasticité dans l'application de la formule d'*Euler*. Toutefois, il convient de constater que la déformation d'une pièce placée dans cet état d'équilibre instable commence à être visible peu de temps après l'application de la charge et qu'elle augmente progressivement jusqu'à atteindre des valeurs considérables. La rupture par flambement lent étant précédée de phénomènes visibles est donc moins dangereuse que la rupture par flambement instantané. La rupture elle-même est également brutale dans les deux cas.

Leere Seite
Blank page
Page vide