**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH

Kongressbericht

**Band:** 2 (1936)

**Artikel:** L'influenece des erreurs de centrage sur la résistance des colonnes

métalliques

Autor: Fritsche, J.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-3010

## Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

## **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

## Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 30.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

L'influence des erreurs de centrage sur la résistance des colonnes métalliques.

Der Einfluß einer Ungleichartigkeit der Fehlerhebel auf die Tragfähigkeit einer Stahlstütze.

The Effect of Unequal Eccentricities on the Carrying Capacity of a Steel Column.

Dr. techn. J. Fritsche,
Professor an der Deutschen Techn. Hochschule, Prag.

Dans les constructions métalliques, la transmission de la force dans les barres comprimées n'est presque jamais précise et déterminée et l'hypothèse d'une compression centrée ou d'une compression avec excentricité égale aux deux extrémités ne doit être considérée que comme un moyen donnant une échelle de comparaison pour la résistance et déterminant l'influence de la forme de la section, de la longueur de la barre et de la grandeur de l'excentricité. Cette dernière grandeur est déterminée par la liaison rigide de la barre de treillis ou d'ossature métallique aux barres voisines et par les détails constructifs de cet assemblage. On ne peut la déterminer avec exactitude que lorsque l'on connait les contraintes secondaires du treillis. Le calcul de ces contraintes est toujours très ennuyeux et très long et l'on ne peut pas l'exiger d'un ingénieur-constructeur. On peut en outre se demander si leur influence sur la sécurité de l'ouvrage peut être directement comparée à celle des contraintes principales, si l'on tient compte du comportement plastique du matériau.

Actuellement on peut admettre que la grandeur approximative des contraintes secondaires, ainsi que la répartition de ces dernières dans les ouvrages, sont connues¹; les résultats des investigations théoriques ont été contrôlés par des mesures d'allongement, effectuées sur des ouvrages en service. On a pu en conclure que les excentricités du point d'application de la force sont le plus souvent différentes aux deux extrémités de la barre et que la ligne des pressions coupe en général l'axe des barres. La solution de ce problème ne présente aucune difficulté lorsque l'on admet un comportement élastique illimité du matériau; on se trouve en présence d'un problème ordinaire de tension et l'on pourrait parfaitement déterminer la sécurité d'une telle barre en se basant sur une contrainte admissible. Si par contre on tient compte des processus de déformation

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> M. Roš: Nebenspannungen infolge vernieteter Knotenpunktverbindungen eiserner Fachwerkbrücken. Rapport du Groupe V de la Commission technique du Syndicat des Ateliers suisses de construction de ponts et charpentes métalliques. Juin 1922.

plastique, le problème devient plus compliqué; on a à résoudre un problème de charges critiques et un dimensionnement basé sur une contrainte admissible ne peut plus garantir une sécurité égale pour toutes les barres.

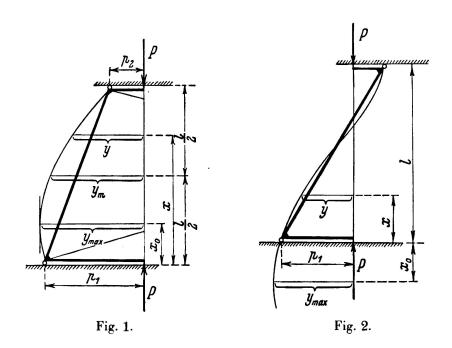
Dans l'étude mathématique de tous les problèmes de plasticité, la condition d'écoulement joue un rôle de toute première importance; cette condition d'écoulement est l'expression analytique les conditions pour lesquelles un acier doux passe de l'état solide élastique à l'état déformable plastique. On est d'accord aujourd'hui sur l'établissement de ces conditions pour les états de tension homogènes mais on peut se demander si on peut les appliquer sous la même forme aux états de tension hétérogènes. Une nouvelle hypothèse admet que la connaissance de l'état de tension local ne suffit pas pour prédire les phénomènes d'écoulement et que seule la considération de l'état de tension dans un plus vaste domaine permet de résoudre la question du danger d'écoulement. Cette « nouvelle condition d'écoulement » permet d'étudier mathématiquement, d'une façon beaucoup plus approfondie, la résistance effective d'une barre avec erreurs de centrage tout en tenant compte de la forme réelle de la section.

Lorsque les excentricités accidentelles sont égales aux deux extrémités, le moment maximum se produit au milieu de la barre, il coïncide donc avec v<sub>max</sub>. La résistance de la colonne est détruite lorsque la résistance de la barre en cet endroit est si fortement réduite par l'apparition subite d'un processus d'écoulement qu'un accroissement de la charge trouble l'équilibre entre les forces extérieures et les résistances internes. Les fléchissements transversaux croissent alors très rapidement et ne peuvent cesser d'augmenter que s'il se produit une solidification du matériau. Lorsque les excentricités accidentelles sont inégales, y<sub>max</sub> se déplace du milieu vers l'extrémité qui a la plus forte excentricité (fig. 1). Tant que y<sub>max</sub> se trouve à l'intérieur de l il n'y a pas de grands changements. Mais lorsqu'un maximum imaginaire de l'axe déformé se présente à l'extérieur de la barre et lorsque le moment de flexion est maximum à l'extrémité de la barre et égal à P · p<sub>1</sub>, des phénomènes totalement différents se produisent (fig. 2). L'apparition de la condition d'écoulement à l'extrémité de la barre n'entraine pas encore la destruction de sa résistance car la barre ne peut cèder sous l'effet de la charge, ni transversalement, ni dans le sens d'un écrasement inadmissible dans la direction de l'axe. L'écoulement d'une extrémité fixe ne peut entraîner aucune instabilité car la barre doit conserver sa forme et sa position: aucune modification n'est possible sans développement de force. La barre, déformée élastiquement seulement sur toute sa longueur, a toujours encore une influence sur le point devenu plastique; l'apparition de la condition d'écoulement ne signifie dans ce cas qu'une prédisposition à la déformation plastique.

Un accroissement de la charge modifiera les conditions aux appuis de la colonne et il est clair, après ce que nous avons dit ci-dessus, que la résistance n'atteint son maximum que lorsque le moment maximum à l'extrémité de la barre coïncide avec un maximum de la déformée; en ce point, la tangente à cette déformée doit être parallèle à la direction de la force.

Il est naturellement difficile d'expliquer exactement les processus qui ce développent en ce moment et il est évident que cet exposé ne peut être qu'approximatif. Désignons par P<sub>1</sub> la charge pour laquelle la condition d'écoulement est satisfaite à l'extrémité de la barre. A l'endroit devenu plastique la com-

pression P — P<sub>1</sub> se superpose à l'état de tension. En se basant sur les essais de *Hohenemser*<sup>2</sup> et *Prager*<sup>3</sup>, constitués par une torsion poussée jusqu'à l'écoulement et suivie d'une mise en tension, on peut conclure que, dans le cas d'une flexion poussée jusqu'à l'écoulement et suivie d'une mise en compression, le moment de flexion que peut supporter la section décroit progressivement. Un accroissement de la charge ne pourrait alors être transmis qu'à une barre avec articulation plastique à son extrémité. Par conséquent, l'écoulement provoque



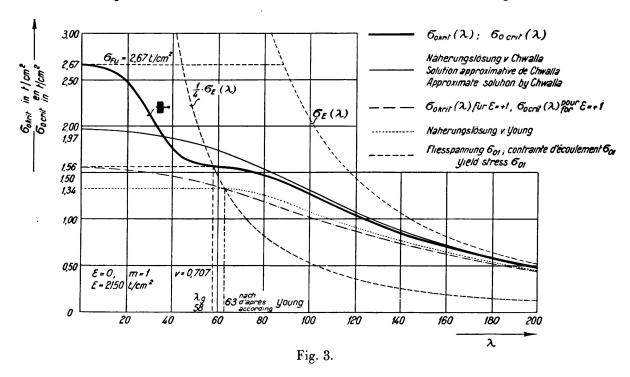
un certain centrage de l'accroissement de la charge en ce sens que, par suite de la plastification, le moment à l'extrémité de la barre,  $(P-P_1)\cdot p_1$ , provenant de l'accroissement de la charge et une partie constamment croissante du moment ayant engendré l'écoulement,  $P_1$   $p_1$ , doivent être supportés d'une autre manière par le système. La destruction de la résistance à la flexion à l'extrémité de la barre peut être exprimée de la façon suivante: on ajoute à l'endroit plastifié 2 moments aux forces extérieures agissant jusqu'alors, afin d'adapter la courbure de l'axe déformé aux nouvelles conditions aux appuis. L'accroissement du moment à l'extrémité de la barre, engendré par l'accroissement de P au dessus de  $P_1$ , s'oppose à un moment de sens contraire et de grandeur  $(P-P_1)$   $p_1$  et la réduction du moment d'écoulement, engendrée par la nouvelle force axiale, peut être influencée par un moment  $\Delta$  M que l'on peut calculer à partir de la condition d'écoulement. Il nous est impossible, par suite du manque de place, d'exposer ici les calculs compliqués y relatifs; on les trouvera dans un article que j'ai publié dans la revue «Der Stahlbau» Les fig. 3 et 4, tirées de cette

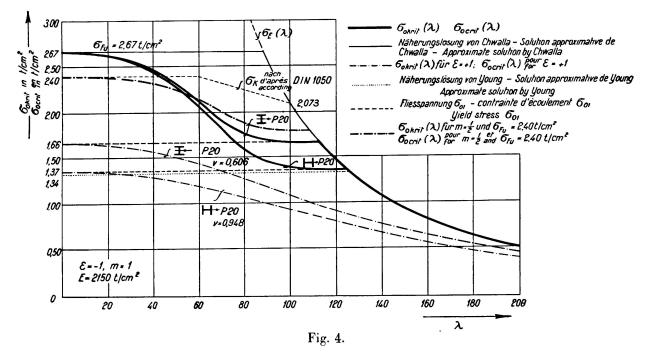
<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> K. Hohenemser: Neuere Versuchsergebnisse über das plastische Verhalten der Metalle. Zeitschrift für angew. Math. und Mech. 1931, p. 423.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> K. Hohenemser und W. Prager: Beitrag zur Mechanik des bildsamen Verhaltens von Flußstahl. Zeitschrift für angew. Math. und Mech. 1932, p. 1.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> J. Fritsche: Der Einfluß einer Ungleichartigkeit der Fehlerhebel auf die Tragfähigkeit außermittig gedrückter Stahlstützen. Der Stahlbau 1936, fasc. 23 et 24.

publication et qui se rapportent à deux cas: excentricité à une seule extrémité et excentricités égales et de sens contraire aux deux extrémités, montrent les résultats acquis. Ces résultats diffèrent sensiblement de ceux que l'on avait

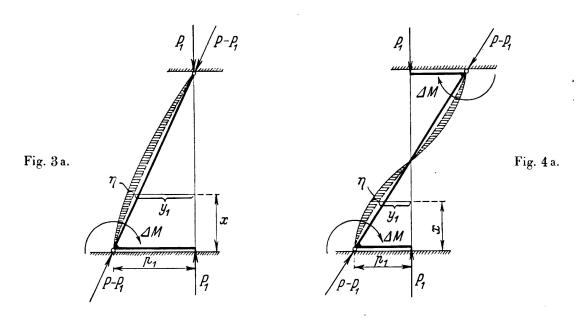




obtenus jusqu'à présent pour la compression centrée et pour la compression excentrée avec excentricités accidentelles égales.

Ainsi que nous l'avons dit, les conditions sont telles pour une barre de compression fixée rigidement dans un système que  $\varepsilon = p_2 : p_1$  tend vers -1.  $\varepsilon > 0$  ou  $\varepsilon = 1$  sont des cas très rares; en outre, dans de tels cas, les excen-

tricités sont en général petites, on ne peut donc pas baser une méthode de dimensionnement sur de telles exceptions. Pour  $\epsilon=-1$  les lignes  $\sigma_{o\,crit}$   $(\lambda)$  sont bien proches des lignes  $\sigma_K$   $(\lambda)$  qui expriment la résistance pour une compression centrée. Il me semble par conséquent justifié de partir de cette ligne pour l'établissement d'une «ligne des contraintes de flambage» pour le calcul des barres de treillis comprimées, comme c'est le cas par exemple dans les prescriptions allemandes, DIN 1050. Il ne s'agirait plus que de calculer ou d'évaluer, grâce à des mesures, les plus grandes excentricités qui peuvent se présenter et d'en tenir compte dans la construction d'une ligne  $\sigma_{crit}$   $(\lambda)$  valable pour toutes les barres comprimées. En général on n'introduira pas p mais le rapport de p



au rayon du noyau central k, rapport que l'on désigne par m. m=1 est sûrement trop grand, on se rapprocherait plus des conditions réelles en choisissant m=0.5. On obtiendrait ainsi une «ligne des contraintes de flambage» qui ne s'écarterait que peu de celle indiquée dans DIN 1050. Il serait en outre recommandable de s'écarter plus tôt de la ligne de *Euler*, pour  $1800 \text{ kg/cm}^2$  au lieu de  $2073 \text{ kg/cm}^2$ .

Je ne connais aucun essai destiné à contrôler ces résultats; de tels essais ne sont d'ailleurs pas faciles à exécuter car il faudrait d'abord trouver un appui qui permette de centrer la charge à partir de certaines limites de charge comme cela se produit dans une barre de treillis rigidement fixée. Il s'agit de réaliser au laboratoire pour une seule barre les conditions d'appui variables qui se présentent dans un système de la pratique. Je ne sais pas jusqu'à quel point cela est réalisable mais il serait très utile de connaître une telle disposition car elle permettrait d'étudier plus complètement le comportement réel d'une barre comprimée dans un ouvrage.