

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 2 (1936)

**Artikel:** Sur la plasticité dans les poutres continues sollicitées dynamiquement

**Autor:** Klöppel, K.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-3008>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 17.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# I 8

Sur la plasticité dans les poutres continues sollicitées dynamiquement.

## Beitrag zur Frage der Ausnutzbarkeit der Plastizität bei dauerbeanspruchten Durchlaufträgern.

Contribution to the Question of Utilising Plasticity in Continuous Girders Subject to Repeated Stresses.

Dr. Ing. K. Klöppel,

Leiter der technisch-wissenschaftlichen Abteilung des deutschen Stahlbau-Verbandes, Berlin.

Le Dr. *Hans Bleich*<sup>1</sup> a énoncé la loi suivante pour un matériau idéalement plastique :

»Lorsque, dans un système hyperstatique, il est possible d'engendrer, par le choix des grandeurs hyperstatiques, un état de contraintes résiduelles tel qu'en chaque point la somme de la contrainte résiduelle et de la contrainte maxima, déterminée d'après la théorie de l'élasticité, se trouve exactement au-dessous de la limite d'écoulement, le système est stable, même sous l'effet d'une surcharge répétée un nombre infini de fois«.

Cette loi peut être contrôlée par des essais d'endurance car la fréquence de mise en charge ne joue aucun rôle.

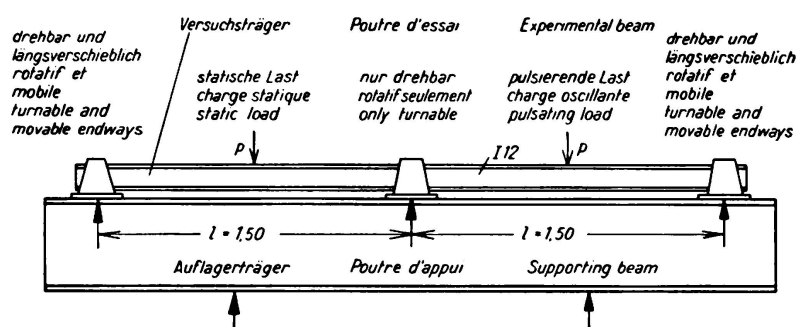


Fig. 1.

Disposition de l'essai.

Nous avons choisi une poutre (I 12) en acier de construction, reposant sur trois appuis distant de 1,50 m (fig. 1). Tous les appuis pouvaient supporter des forces de traction et de compression, les appuis extrêmes étaient en outre mobiles.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Revue „Der Bauingenieur“ 1932, fasc. 19/20.

<sup>2</sup> Les essais furent effectués au laboratoire d'essai des matériaux de Stuttgart (Prof. Graf).

La loi de *Bleich* réfute l'idée qu'une poutre capable de résister à plusieurs cas de charge séparément, résistera à tous ces cas de charge alternant un nombre quelconque de fois.

Nous avons représenté, à la fig. 1, les cas de charge choisis. Les installations dont nous disposions nous ont fait adopter une charge permanente à gauche et une charge ondulée à droite, avec petite charge permanente (200 kg) et une fréquence de 10 à la minute. Nous n'avions donc aucun état intermédiaire de décharge complète.

La grandeur de la charge  $P$  a été choisie d'abord de telle sorte que, d'après la théorie de l'élasticité, la limite d'écoulement ( $\sigma_F = M : W$ ) soit atteinte dans la section la plus sollicitée. La limite d'écoulement  $\sigma_F$  est égale à 2420 et 2730 kg/cm<sup>2</sup> pour les ailes des deux poutres de 12 m de longueur, sur lesquelles furent prélevées les deux éprouvettes de 3 m chacune.

D'après la loi de *Bleich* et en admettant l'état le plus favorable de tension résiduelle (fig. 2), égalisation des moments sur appui et en travée, on aurait

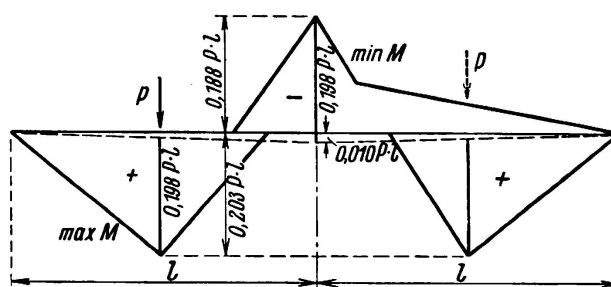


Fig. 2.

osé dépasser la limite d'écoulement dans la détermination de  $P$ , mais d'environ 2,5 % seulement car, dans les deux cas de charge, l'égalisation des moments est à peu près naturelle.

Pour  $P = 4210$  kg, la poutre a supporté 700 000 cycles sans que l'on ait pu déceler un signe quelconque de rupture par fatigue. Les flèches élastiques, lues à 1/100<sup>e</sup> mm près, correspondaient aux valeurs du calcul et les flèches permanentes étaient pratiquement nulles. Il n'y a donc aucune mise en tension provenant d'adaptation.

Nous avons ensuite augmenté la charge  $P$  de telle sorte que la limite d'écoulement soit dépassée de 20 %. Même sous cette charge, la poutre a supporté 630 000 autres cycles. Par rapport à la première charge, les flèches ont augmenté un peu plus rapidement que la charge. Nous avons interrompu l'essai car on ne pouvait pas s'attendre à une rupture par fatigue. Les flèches permanentes n'atteignaient que le 15 % environ des valeurs calculées de la façon suivante :

Pour obtenir au droit de l'appui central un moment résiduel de  $0,01 P \cdot l$ , il faut appliquer à l'extrémité de la poutre en porte à faux, choisie comme système isostatique de référence, une force  $0,01 \cdot P$ . Cette force engendre à l'extrémité de la poutre une flèche

$$f = \frac{0,01 \cdot P \cdot 2 l^3}{3 \cdot E \cdot J}$$

On obtient la même flèche dans le système isostatique de référence lorsqu'au milieu de la travée la flèche engendrée par plastification est égale à  $f/2$ . Dans ce cas on obtient, avec  $E = 2100 \text{ t/cm}^2$  et  $J = 328 \text{ cm}^4$ :

$$f/2 = \frac{0,01 P \cdot 150^3}{3 \cdot 2100 \cdot 328} = 0,0165 P.$$

La poutre déformée, considérée comme poutre sur trois appuis, possède encore une flèche élastique, correspondant à l'aire des moments de l'état de tension résiduelle; il faut donc soustraire de  $f/2$  la valeur  $\delta$ :

$$\delta = \frac{0,01 \cdot P \cdot l^3}{16 \cdot EJ} = \frac{0,01 \cdot P \cdot 150^3}{16 \cdot 2100 \cdot 328} = 0,0031 P.$$

La flèche permanente au milieu de la travée de gauche, pour l'état de tension résiduelle, est en mm:

$$\delta_{\text{perm.}} = (0,165 - 0,031) P = \mathbf{0,134 P}.$$

L'état de tension propre peut au plus tôt apparaître lorsque la limite d'écoulement  $\sigma_F$  est atteinte au milieu de la travée. On a donc pour  $P$ :

$$P \geq \frac{W \cdot \sigma_F}{0,203 \cdot l}$$

Par suite de l'effet d'égalisation que produit l'état de tension résiduelle, on peut relever  $P$  jusqu'à

$$P' = \frac{0,203}{0,198} P = \sim 1,025 P$$

La déformation plastique correspondante est

$$\delta_{\text{perm.}} = 0,134 P'$$

et elle ne doit pas augmenter pour une surcharge souvent répétée.

Les flèches élastiques pour une seule charge  $P = 1 \text{ t}$  au milieu de la travée de gauche sont (cas A)

$$\delta_{\text{él.}} = 0,734 \text{ mm}$$

et pour une charge dans les deux travées (cas B)

$$\delta_{\text{él.}} = 0,446 \text{ mm.}$$

Des essais exécutés, nous voulons en considérer deux d'un peu plus près. Les charges  $P$  étaient de 5,04 t et 5,83 t. La limite d'écoulement était  $\sigma_F = 2420 \text{ kg/cm}^2$  et le moment résistant  $W = 53,1 \text{ cm}^3$ . La charge correspondant à la limite d'écoulement fut dépassée de 1,2 et 1,38 fois. Dans les deux cas, aucune rupture par fatigue ne s'est produite après 500 000 cycles. Pour les deux cas de charge A et B, les fléchissements mesurés et calculés étaient les suivants au milieu de la travée de gauche:

Tableau 1.

Charge	Cas	$\delta_{el.} + \delta_{perm.}$		$\delta_{perm.}$	$\delta_{perm.}$
		mesuré	calculé	mesuré	calculé
5,04 t	A	3,65 mm	<b>4,37</b> mm	0,18 mm	<b>0,67</b> mm
	B	2,49 „	<b>2,92</b> „		
5,83 t	A	<b>5,25</b> „	5,055 „	<b>1,68</b> „	0,775 „
	B	<b>4,75</b> „	3,375 „		

Pour  $P = 5,04$  t, les valeurs mesurées sont plus faibles que les valeurs calculées. La véritable flèche permanente est très faible; quoique la limite d'écoulement soit dépassée de 20 % dans les ailes aucune plastification ne se produit. Pour  $P = 5,83$  t c'est le contraire, les flèches réelles sont les plus grandes. L'écart est spécialement grand pour les flèches permanentes. Dans le cas de charge B il se produit vraisemblablement un état de contraintes résiduelles supplémentaire; dans la travée de droite, on constate également des flèches permanentes mais aucune contre-flèche résiduelle. Les moments sur appui et en travées sont à peu près égaux. Les flèches permanentes n'ont plus augmenté dans la suite de l'essai. Il en résulte que les constructions dimensionnées suivant la loi de *Bleich* présentent, même vis-à-vis de la fatigue, une sécurité supplémentaire. Cette affirmation s'appuie sur l'allure non homogène des contraintes de flexion. Si les fibres extrêmes de la section atteignent la limite d'écoulement, les autres régions de la section opposent encore de la résistance aux déformations permanentes. On peut donc s'attendre à une augmentation de 16 % de la résistance. On obtient cette valeur en remplaçant  $W$  par  $2 S_x$  ( $S_x$  = moment statique de la demi-section, par rapport à l'axe des  $x$ ). Cet effet est encore accru du fait que la limite d'écoulement de l'âme est en général plus élevée que celle des ailes. En outre, des phénomènes de solidification, ainsi que l'effet d'une limite supérieure d'écoulement, peuvent encore augmenter la résistance. Finalement, les contraintes de laminage retarderont l'apparition de déformations permanentes jusqu'à une certaine contrainte, située au-dessus de la limite d'écoulement.

Nous avons ensuite étudié le cas A seulement car la différence entre le moment sur appui et le moment en travées est grande dans ce cas. L'état de tension résiduelle égalisant cette différence (moment sur appui =  $\frac{3}{2}$  [0,203 — 0,094]  $P \cdot l = 0,072 P \cdot l$ ) exigerait une flèche permanente de 5,75 mm. En réalité, la flèche permanente n'atteignait que 1,6 mm sous une charge  $P = 6,28$  t, correspondant à un dépassement de la limite d'écoulement de 1,3 fois ( $\sigma_F = 27,3$  kg/mm<sup>2</sup>). On a mesuré une flèche élastique de 4,6 mm, ce qui joue bien avec le calcul. Après 1 million d'oscillations, la poutre a cédé latéralement. Nous n'avons constaté aucune rupture par fatigue.

Les résultats acquis, théoriquement et pratiquement, ne pourraient servir au dimensionnement économique des poutres continues, soumises à des charges oscillantes, que si ces poutres ne présentent aucune entaille telle que trous ou

soudures d'angle. Cette restriction limite fortement l'emploi des assemblages et des constructions rivées. Par contre, il serait juste d'admettre, dans le sens du procédé de l'équilibre plastique, des contraintes plus élevées pour les poutres laminées, sans trous, reliées entre elles par des soudures bout à bout parfaites dont la surface serait usinée, et cela même pour des sollicitations répétées. Une instabilité prématurée peut cependant prohiber l'emploi de la méthode de l'équilibre plastique. En outre, il peut arriver que l'état de tension résiduelle le plus favorable ne puisse pas se produire lorsqu'il exige de très grandes déformations permanentes — c'est-à-dire dans les cas les plus importants du point de vue économique — parce que la capacité d'écoulement de la poutre n'est pas suffisante.<sup>3</sup> Dans ces cas, on ne peut évidemment pas calculer avec une égalisation des moments.

---

<sup>3</sup> Stüssi et Kollbrunner: „Bautechnik“ 1935, fasc. 21.

Maier-Leibnitz: „Stahlbau“ 1936, fasc. 20.

Klöppel: „Stahlbau“ 1937, fasc. 14/15.