**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH

Kongressbericht

**Band:** 2 (1936)

Artikel: La ductilité de l'acier, l'action des efforts rapides et des efforts répétés

Autor: L'Hermite, R.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-3004

## Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

## **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

## Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 12.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

La ductilité de l'acier, l'action des efforts rapides et des efforts répétés.

Die Zähigkeit des Stahles, die Wirkung der raschen und der wiederholten Beanspruchungen.

The Ductility of Steel; the Effect of Rapidly Imposed and Repeated Loading.

R. L'Hermite,

Directeur adjoint des Laboratoires du Bâtiment et des Travaux Publics, Paris.

La plupart des travaux ayant trait à la ductilité de l'acier et à l'étude de ses conséquences sur la sécurité des ouvrages ne mettent pas en évidence d'une façon absolument nette l'influence du facteur «temps». Il est incontestable que ce facteur joue un rôle prépondérant surtout dans le cas où les actions extérieures agissent rapidement, c'est-à-dire quand les vitesses de mise en charge et les vitesses d'allongement sont élevées. Ceci est le cas des surcharges dites dynamiques, vis-à-vis desquelles les phénomènes d'adaptation ne peuvent généralement se produire.

La déformation relative de deux points d'un corps solide soumis à l'action d'une force F est la somme d'une déformation disparaissant plus ou moins rapidement avec F, dite déformation élastique visqueuse, et d'une seconde déformation permanente, dite déformation plastique. Ceci nous conduit à faire intervenir la notion d'actions héréditaires introduite par Voltera dans la physique. Dans ce cas particulier, nous dirons que l'application d'une force élémentaire dF ne produit pas immédiatement toute l'amplitude de la déformation autant élastique que plastique. Il existe un retard ou une réactivité dans la déformation autant à la charge qu'à la décharge; la conséquence de cette réactivité est un résidu de déformation multiplié par un facteur héréditaire  $\Phi \cdot \Phi$  est une fonction ayant une forme telle que sa valeur diminue indéfiniment avec le temps. Dans ces conditions, l'expression de la déformation élastique visqueuse est la suivante:

$$x(t) = \int_{0}^{t} M[(t - r), F] N(F) \cdot \frac{dF}{dr} dr$$

et l'expression de la déformation plastique la suivante:

$$x'(t) = \int_{0}^{t} \mathfrak{M}\left[(t - r), F\right] \mathfrak{N}(F) \cdot \frac{dF}{dr} dr$$

La première expression est valable dans tous les cas de charge et décharge, la seconde n'est valable que dans les cas ou  $\frac{dF}{dr}$  est positif. Pour le cas de charges répétées, par exemple, la déformation plastique est acquise dans la première mise en charge, elle n'intervient en première approximation que par une constante initiale.

Le calcul donne pour M (t), en première approximation, l'expression  $M=1-e^{-\lambda t}$  et pour N une fonction dépendant de la nature du solide envisagé. De même nous avons

$$\mathfrak{M} = \alpha - \beta \cdot e^{-\mu t}.$$

Nous retrouvons de cette façon un certain nombre d'expressions d'application courante:

écoulement plastique sous charge constante:

$$x'(t) = [\alpha t + \beta (1 - e^{-\mu t})] \sigma(F).$$

(Cette formule est exactement conforme à celle obtenue expérimentalement par le Professeur Roš).

Déformation élastique sous charge croissant suivant une loi définie:

$$x(t) = \frac{F(t)}{E} - \frac{1}{E} \int_{0}^{t} e^{-\lambda(t-r)} \frac{dF}{dr} \cdot dr$$

Dans le cas d'une charge linéaire on a:

$$x(t) = \frac{p}{E} \left( t - \frac{1 - e^{-\lambda t}}{\lambda} \right)$$

le premier terme représente la déformation élastique totale, le second le retard ou hystérésis élastique.

La déformation sous une charge sinusoïdale est:

$$x(t) = \frac{p}{E} \cdot \sin \varkappa \eta t - \frac{\varkappa \eta p}{E} \cdot \frac{\lambda \cos \varkappa \eta t + \varkappa \eta \sin \varkappa \eta t}{\lambda^2 + \varkappa^2 \eta^2}$$

le second terme représente la diminution d'amplitude de la déformation en fonction de la fréquence. C'est sa comparaison avec les données expérimentales de la flexion rotative qui permet de calculer le coefficient  $\lambda$ . Pour un acier au carbone ayant une limite de rupture de 60 kilogs au mm², nous avons trouvé  $\lambda = 5.25 \times 10^3$ .

La déformation totale sous une charge croissante est donnée par la formule:

$$\begin{split} X(t) = & \frac{F(t)}{E} - \frac{1}{E} \int_{0}^{t} e^{-\lambda (t-r)} \, \frac{dF}{dr} \, dr \\ & + \alpha \int_{0}^{t} \Re \left( F \right) \left( t - r \right) \frac{dF}{dr} \, dr + \beta \int_{0}^{t} \Re \left( F \right) \left( 1 - e^{-\mu \left( t - r \right)} \right) \, \frac{dF}{dr} \, dr \end{split}$$

L'examen détaillé de cette fonction montre que pour une charge totale déterminée la déformation plastique diminue quand la vitesse de mise en charge augmente. Le cas de charge rapidement croissante est très fréquent sur les ouvrages d'art; il est donc évident que l'on ne doit pas envisager pour l'ouvrage le même mode d'adaptation et les mêmes lois de plasticité lors de l'application d'un choc ou d'une surcharge lente.

L'étude expérimentale de ces questions nous a montré encore que dans le cas de charges répétées suivant un mode harmonique, le coefficient de viscosité élastique était variable dans le temps. En outre, nous avons observé que cette variation dépendait de l'amplitude de la charge. Pour une faible charge le coefficient  $\lambda$  diminue et tend vers une valeur  $\lambda$ ; le solide s'adapte aux efforts qui lui sont appliqués. Par contre, lorsque l'amplitude de la force est supérieure à une certaine valeur parfaitement définie, le coefficient  $\lambda$  tend à augmenter. La valeur de cette frontière entre les deux phénomènes est sensiblement la même que la limite de fatigue mesurée indépendamment pour le même solide. On trouve ici la liaison d'ordre phénoménologique qui manquait pour joindre la déformation à la rupture dans le cas des efforts répétés. Ceci est d'ailleurs en accord avec les mesures de la capacité d'amortissement suivant lesquelles les décréments logarithmiques d'oscillations engendrées par des impulsions successives vont en diminuant lorsqu'on se trouve en-dessous de la limite de fatigue et en augmentant lorsqu'on est au-dessus de cette limite.

Une autre série de questions que l'on peut explorer grâce à cette théorie est celle ayant rapport à la propagation des vibrations dans les solides. Qu'il nous suffise de dire que devant la fréquence élevée et les faibles amplitudes des vibrations acoustiques, par exemple, les phénomènes plastiques jouent un rôle restreint devant la propagation. Seule, l'hystérésis élastique peut avoir une importance. L'équation générale de propagation d'un ébranlement obtenue à partir de nos premières équations est:

$$\delta \frac{\mathrm{d}^2 \mathbf{u}}{\mathrm{d}t^2} = E \frac{\mathrm{d}^2 \mathbf{u}}{\mathrm{d}x^2} + \int_0^t \mathrm{e}^{-\lambda(\mathbf{t} - \mathbf{r})} \frac{\mathrm{d}^3 \mathbf{u}}{\mathrm{d}x^2 \mathrm{d}\mathbf{r}} \, \mathrm{d}\mathbf{r}$$

ou encore:

$$\delta\,\frac{d^2u}{dt^2}=E\,\frac{d^2u}{dx^2}+\frac{E}{\lambda}\cdot\frac{d^3u}{dx^2dt}-\frac{E}{\lambda^2}\,\frac{d^4u}{dx^2dt^2}+\ldots+(-1)^{n+1}\frac{E}{\lambda^n}\,\frac{d^{n+2}\,u}{dx^2dr^n}+\ldots.$$

 $\lambda$  ayant une valeur élevée, l'équation précédente peut être limitée aux deux premiers termes du second membre. Elle est alors exactement semblable à l'équation de propagation déjà connue pour les milieux visqueux  $\frac{E}{\lambda}$  étant le coefficient de viscosité.