Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 2 (1936)

Artikel: Le développement du calcul des barrages arqués

Autor: Bažant, Z.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-2975

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 01.10.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

VI 1

Le développement du calcul des barrages arqués.

Entwicklung der Berechnung von Bogen-Staumauern.

Development of the Analysis of Arch Dams.

Z. Bažant,
Professor de l'Ecole polytechnique tchèque, Prague.

Introduction.

Les barrages en maçonnerie étaient construits d'abord droits et calculés de telle sorte que l'on prenait un élément entre deux profils verticaux de la hauteur maximale comme une poutre en haut libre et en bas encastrée, chargée par son poids propre et par la pression de l'eau. Les deux charges produisent une sollicitation à la flexion et à la pression qui permet d'utiliser faiblement la résistance de la maçonnerie, notamment quand on néglige la résistance à la traction. Pour éliminer les effets dangereux de la variation de la température, on construisait les barrages un peu incurvés en plan; mais on calculait les efforts comme pour un barrage droit. On supposait que le barrage incurvé s'accommodait facilement aux variations de longueur, produites par les changements de température, en modifiant seulement sa courbure. L'encastrement du barrage dans les flancs de la vallée devait contribuer à la sécurité pour le poids propre et la pression de l'eau. L'examen statique détaillé a montré qu'avec les grandes épaisseurs exigées par le calcul usuel, une petite courbure du barrage n'a pas les conséquences favorable que l'on en attendait. Si l'on envisage le barrage comme un arc horizontal chargé par la pression de l'eau, le calcul donne, vue la petite courbure et la grande épaisseur de l'arc, des tractions considérables: aux appuis, à l'extrados et à la clé de l'arc à l'intrados, et ces tractions peuvent produire des fissures verticales dans la maçonnerie du barrage[1]. Quoique l'on s'efforce d'éliminer par une épaisseur plus grande les tractions aux joints horizontaux, néanmoins il peut se présenter des tractions aux joints verticaux; le renforcement du barrage par un surplus de la maçonnerie est seulement apparent, parce que la maçonnerie n'est pas placée d'une manière correcte.

Calcul du barrage arqué comme un système d'arcs horizontaux indépendants.

En comparaison d'une poutre, libre à une extrémité et encartrée à l'autre, l'arc est un élément de construction beaucoup plus approprié, puisqu'il permet, en supposant une disposition correcte, une répartition des tensions plus uniforme et une meilleure utilisation de la résistance de la maçonnerie. La première application intelligente date de 1800 au barrage Meer Allum près d'Hyderabad

aux Indes[2] qui possède 21 arcs horizontaux entre piliers verticaux, et de 1845 au barrage, bâti d'après le projet de *M. Zola*[2] à Aix-en-Provence dans une vallée étroite, en forme d'une seule voûte horizontale.

Les considérations suivantes supposent en général que la face d'amont du barrage est verticale.

Les barrages arqués furent calculés d'abord approximativement de telle sorte que l'on prenait des arcs horizontaux aux différentes hauteurs comme des arcs indépendants, chargés par la pression de l'eau totale distribuée uniformément sur toute la longueur de l'arc. Cette méthode néglige la connexion mutuelle dans la direction verticale; elle néglige par conséquent les efforts tangentiels aux plans horizontaux entre les arcs voisins qui sont la conséquence de divers déplacements horizontaux. Pour un réservoir vide, le poids des couches supérieures se transmet aux arcs inférieurs comme dans un barrage droit; pour un réservoir plein, cette méthode envisage des éléments horizontaux comme des voûtes indépendantes, dont chacune supporte toute sa pression d'eau. Si la face d'amont est inclinée, la composante verticale de la pression d'eau s'ajoute au poids propre du barrage.[3] *Delocre* qui est l'auteur du premier traité théorique concernant les barrages arqués,[4] supposait approximativement le centre de pression au sommet et aux appuis de l'arc pour un barrage chargé par la pression d'eau aux limites supérieures du noyau de la section. *Pelletreau*[5] prend pour une pression d'eau radiale et uniformément repartie la ligne moyenne circulaire de la voûte horizontale pour la ligne des pressions (comme pour des enveloppes minces cylindriques, chargées de la même manière); il suppose donc une pression uniforme dans toutes les sections de la voûte. Cette méthode fut usuelle dans la majorité des cas notamment en Amérique (le premier barrage arqué est le barrage Bear Valley en Californie, construit en 1886); de même les nombreux barrages arqués en Australie étaient calculés par cette méthode qui est défendue encore par *H. Hawgood.*[6] Les barrages calculés de la sorte ont prouvé avoir une très bonne sécurité. La transmission des forces extérieures par l'action des arcs a naturellement pour conséquence une beaucoup meilleure distribution des efforts et une très grande diminution de l'épaisseur en comparaison des barrages, opposant à la pression d'eau seulement le poids de la maçonnerie et agissant comme des poutres verticales, libres en haut et encastrées en bas, ce que est très désavantageux, en ce qui concerne la distribution des efforts et l'utilisation de la résistance de la maçonnerie.

R. Ruffieux[7] fut le premier qui calculait la voûte horizontale d'un barrage arqué comme un arc élastique sans articulations (d'après la théorie de *J. Résal*); il prenait aussi en considération l'effet de l'effort normal qui est ici assez essentiel, et il se servait de la théorie de *l'arc mince.* La même méthode de calcul fut employée ensuite par *E. Mörsch*[8], *H. Ritter*[9], *C. Guidi*[10], *W. Cain*[11], *R. Kelen*[12] et *G. Ippolito.*[13]

En calculant le barrage arqué comme un système d'arcs horizontaux indépendants, on supposait ordinairement, comme pour des couches cylindriques minces, que les tensions sont distribuées uniformément selon l'épaisseur t, c'est-à-dire que la ligne moyenne circulaire est la ligne funiculaire pour une charge radiale uniforme p_2 à l'extrados de l'arc, ayant le rayon r_2 (fig. 1). Cela donne dans chaque section de l'arc l'effort normal $N_o = - p_2 r_2$ ou la tension

$$\nu_0 = \frac{N_0}{A} = -\frac{p_2 r_2}{b\,t} \tag{1}$$

pour un arc d'une largeur b, ayant l'aire de la section $A = b\,t$; l'effort normal N et la tension ν sont positifs en cas de traction. Au lieu de la pression p_2 sur l'extrados, on peut prendre la pression p, distribuée uniformément sur la ligne moyenne de rayon r; on a alors

$$p = p_2 \frac{r_2}{r}\,. \tag{2}$$

Cette méthode correspondrait au calcul d'un arc élastique, si l'on négligeait l'effet de l'effort normal, car alors la ligne des pressions coinciderait avec la ligne moyenne. Mais un examen plus détaillé a montré que l'on ne peut pas négliger l'effet de l'effort normal, même pour des arcs hauts. L'effort normal raccourcit la ligne moyenne qui se transformerait en un arc circulaire de rayon plus petit si les appuis étaient libres; mais puisque la portée de l'arc encastré aux appuis ne change pas, l'arc ne peut pas rester circulaire et c'est pourquoi la ligne funiculaire actuelle doit s'écarter de la ligne moyenne. La ligne moyenne, déformée par l'effort normal N_0, en supposant les appuis libres, peut

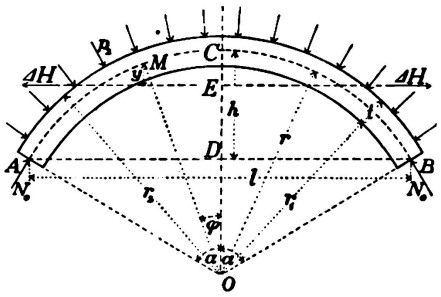

Fig. 1.

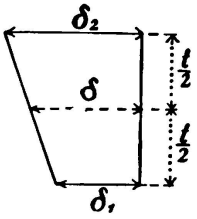

Fig. 2.

être amenée dans la position, où les appuis sont à leur emplacement original, en ajoutant une force horizontale ΔH au centre de gravité de la ligne moyenne comme une réaction additionnelle, agissant extérieurement aux deux appuis[8] (fig. 1); sa valeur est

$$\Delta H = \frac{N_0 \int \frac{\cos\varphi\, ds}{A}}{\int \frac{y^2\, ds}{J} + \int \frac{\cos^2\varphi\, ds}{A}} \tag{3}$$

pour une épaisseur constante

$$\Delta H = \frac{N_0\, l}{\frac{A}{J}\int y^2\, ds + \int \cos^2\varphi\, ds} = \frac{N_0\, l}{\left(\frac{12 r^2}{t^2} + 1\right)\left[\frac{l}{2r}(r-h) + \frac{s}{2}\right] - \frac{12 l^2 r^2}{s\, t^2}} \tag{3a}$$

où A = aire de la section, J = moment d'inertie et $s = 2r\alpha$ la longueur de la ligne moyenne.

La variation de la température, égale en tous points de l'arc, produit une force horizontale

$$H_t = \frac{\delta \varepsilon E l}{\frac{1}{J}\int y^2 ds + \frac{1}{A}\int \cos^2\varphi \, ds} \tag{4}$$

où δ = variation de la température, ε = coefficient de l'expansion par température et E = module d'élasticité. Si le changement de la température varie linéairement de δ_1 à l'intrados à δ_2 à l'extrados (fig. 2) dans toutes les sections, elle produit aux appuis seulement le moment

$$M'_t = -(\delta_2 - \delta_1)\,\varepsilon E \frac{\int \frac{ds}{t}}{\int \frac{ds}{J}} \tag{5}$$

pour une épaisseur constante

$$M'_t = -(\delta_2 - \delta_1)\,\varepsilon E \frac{J}{t}. \tag{5a}$$

Un examen détaillé, fait déjà par *H. Ritter*[9] et plus tard d'après lui par *A. Stucky*,[14] montra que l'effort tranchant aussi peut avoir une influence, assez considérable pour les arcs bas. Pour la déterminer, on doit remplacer le dénominateur de la formule (3) pour ΔH par une valeur générale

$$\int \frac{yy' ds}{J} + \int \frac{\cos^2\varphi \, ds}{A} + \beta \frac{E}{G}\int \frac{\sin^2\varphi \, ds}{A},$$

où β = coefficient de réduction pour l'effort tranchant (pour une section rectangulaire $= \frac{6}{5}$), G = module d'élasticité au glissement, y' = ordonnée de l'antipole de l'axe de gravité de la ligne moyenne par rapport à l'ellipse d'élasticité de l'élément d'arc envisagé. Pour matières isotropes $E/G = 2{,}5$, alors $\beta\, E/G = 3$. Pour les arcs minces on a approximativement $y' = y$ et pour une épaisseur constante on peut écrire

$$\Delta H = -\frac{p r t^2}{C_1 r^2 + C_2 t^2};\quad C_1 = 6\left(\cos\alpha + \frac{\alpha}{\sin\alpha} - \frac{2\sin\alpha}{\alpha}\right);\quad C_2 = \frac{2\alpha}{\sin\alpha} - \cos\alpha. \tag{3b}$$

H. Ritter[9] a calculé les tableaux pour C_1, C_2 ce qui facilite le calcul; ils sont aussi contenus dans le livre de *G. Ippolito*.[13] Une variation constante de la température donne une force horizontale

$$H_t = \frac{\delta \varepsilon E t^3}{C_1 r^2 + C_2 t^2} \tag{4a}$$

dans l'axe de gravité de la ligne moyenne, *Ritter* détermine l'influence de la variation de la température aussi dans le cas où la température varie dans la section d'après une courbe de zéro à l'extrados à une valeur maximale à l'intrados. Si la variation de la température est symétrique par rapport au centre de la section (réservoir à vide), elle produit la force horizontale H_t d'après la formule (4a), en désignant par δ la variation moyenne de la température dans la section.

Un examen très détaillé de l'arc chargé par une pression radiale fut donné dans le traité de *W. Cain*[11] et la discussion suivante, puis dans le traité de *F. A. Noetzli*[15] et la discussion de celui-ci. *W. Cain* publiait dans son traité et dans sa conclusion à la discussion[16] les formules finales pour le calcul des *arcs encastrés*, chargés par des pressions radiales uniformément reparties (fig. 3): La force horizontale H_c à la clé de l'arc est donnée par la formule

$$X = pr - H_c = \frac{pr}{\vartheta} \cdot 2 \frac{i^2}{r^2} \alpha \sin \alpha, \tag{6}$$

où $$\vartheta = \left(1 + \frac{i^2}{r^2}\right) \alpha \left(\alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha\right) - 2 \sin^2 \alpha + 2{,}88 \frac{i^2}{r^2} \alpha \left(\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha\right); \tag{6a}$$

i = rayon d'inertie $\left(i^2 = \frac{t^2}{12}\right)$, le facteur numérique $2{,}88 = \beta E/G$ (avec $E/G = 2{,}4$ pour le béton au lieu de $E/G = 2{,}5$ pour des matières isotropes et $\beta = \frac{6}{5}$ pour section rectangulaire). Le membre au facteur 2,88 provient de l'effort tranchant, dont l'influence peut être négligée pour les angles centraux $90^0 < 2\alpha < 120^0$;

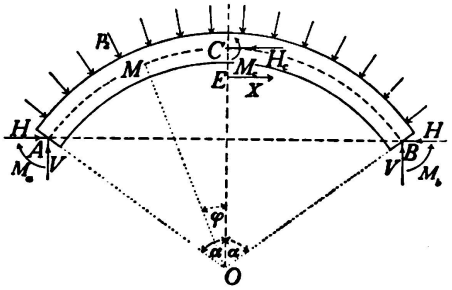

Fig. 3.

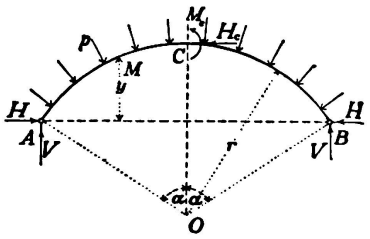

Fig. 4.

pour les angles plus petits et pour de grandes valeurs de t/r l'influence de l'effort tranchant peut être assez considérable. Au point M de l'arc, donné par l'angle φ de son rayon avec l'axe de symétrie, l'effort normal (positif pour la traction) est

$$N = X \cos \varphi - pr, \tag{7}$$

l'effort tranchant

$$T = X \sin \varphi \tag{8}$$

et le moment fléchissant (positif dans le sens de rotation des aiguilles d'une montre, s'il s'agit des forces à gauche)

$$M = - Xr \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} - \cos \varphi\right); \tag{9}$$

c'est aussi le moment au point M de la force X, substituant le côté droit et agissant à droite au centre de gravité E de la ligne moyenne, ayant l'abscisse $\overline{OE} = \frac{r \cdot \sin \alpha}{\alpha}$. Ces résultats signifient que l'on doit ajouter dans chaque section à l'effort normal $N_o = - pr = - p_2 r_2$ la force X à l'axe de gravité de la ligne moyenne.

Les charges radiales uniformes produisent à la clé de l'arc un déplacement (positif dans la direction du centre de l'arc)

$$\eta = \omega \frac{p r^2}{E t}; \tag{10}$$

où
$$\omega = \frac{\alpha}{\vartheta}(1 - \cos\alpha)\left[\left(1 + \frac{i^2}{r^2}\right)(\alpha - \sin\alpha) + 2{,}88\,\frac{i^2}{r^2}(\alpha + \sin\alpha)\right]. \tag{10a}$$

La variation de la température δ, égale en tous points de l'arc, donne une force horizontale

$$H_t = \delta\varepsilon \cdot \frac{EJ}{r^2} \cdot \frac{2\alpha\sin\alpha}{\vartheta} \tag{11}$$

passant par le centre de gravité de la ligne moyenne, et le déplacement de la clé de l'arc

$$\eta_t = -\ \omega \cdot \delta\varepsilon r; \tag{12}$$

ω est le coefficient donné par (10a). On a un bon contrôle des formules précédentes en ce sens qu'elles deviennent pour $\alpha = 0$, des formules pour une poutre droite encastrée aux deux extrémités; cela se fait en substituant à sin et cos des séries infinies et en admettant $\alpha = 0$.

S'il n'y a pas de jonction rigide entre l'arc et les fondations (ancrage des barres de l'armature), l'arc peut se fissurer aux appuis et il se rapproche alors de *l'arc à deux articulations,* spécialement lorsque l'arc est mince. On a alors (fig. 4), en négligeant l'influence de l'effort tranchant, ce qui est possible pour un arc mince,

$$X = pr - H_c = \frac{pr}{\vartheta'} \cdot 2\frac{i^2}{r^2}\sin\alpha, \tag{13}$$

$$\vartheta' = \alpha(2 + \cos 2\alpha) - \frac{3}{2}\sin 2\alpha + \frac{i^2}{r^2}\left(\alpha + \frac{1}{2}\sin 2\alpha\right), \tag{13a}$$

$$M = Xy. \tag{14}$$

N et T sont déterminés par les formules (7), (8). Le déplacement de la clé de l'arc est

$$\eta = \omega' \cdot \frac{p r^2}{E t} \tag{15}$$

avec
$$\omega' = \frac{1 - \cos\alpha}{\vartheta'}\left[\sin\alpha + \alpha(1 - 2\cos\alpha) + \frac{i^2}{r^2}(\alpha - \sin\alpha)\right]. \tag{15a}$$

La variation de la température δ, égale en tous points de l'arc, produit aux appuis des réactions horizontales

un déplacement
$$H_t = \delta\varepsilon \cdot \frac{EJ}{r^2} \cdot \frac{2\sin\alpha}{\vartheta'} \tag{16}$$

et de la clé:

$$\eta_t = -\ \omega' \cdot \delta\varepsilon r. \tag{17}$$

Cam. Guidi[10] transformait les équations valables pour *l'arc encastré,* en y introduisant des longueurs au lieu de fonctions trigonométriques. A l'effort

normal $N_o = - p_2 r_2 = - pr$, on doit ajouter en toutes les sections une réaction horizontale supplémentaire, passant par le centre de gravité de la ligne moyenne (voir fig. 1); sa valeur est

$$\Delta H = - \frac{pr}{\vartheta''} \cdot 2 \frac{i^2}{r^2}, \tag{18}$$

$$\vartheta'' = \frac{s}{l} + \frac{r-h}{r} - \frac{2l}{s} + 2 \frac{i^2}{r^2} \left(2 \frac{s}{l} - \frac{r-h}{r} \right). \tag{18a}$$

Le résultat représente les influences du moment fléchissant, de l'effort normal et de l'effort tranchant avec $\beta E/G = 3$ (comme pour des matières isotropes). Une variation de la température δ, égale en tous points de l'arc, donne la force

$$H_t = \frac{\delta \varepsilon E t^3}{6 \vartheta'' r^2}, \tag{11a}$$

passant par le centre de gravité de la ligne moyenne. Une pression radiale uniforme p produit le déplacement du sommet de l'arc

$$\eta = \frac{pr}{Et} h \left\{ 1 + \frac{1}{\vartheta''} \left[2 \frac{l}{s} - \frac{l^2}{4hr} \left(1 - 2 \frac{i^2}{r^2} \right) \right] \right\}, \tag{10b}$$

d'où l'on peut calculer de déplacement produit par une variation de la température constante d'après la formule

$$\eta_t = \eta \cdot \frac{\delta \varepsilon E t}{pr}, \tag{12a}$$

ce qui concorde avec la formule (12) provenant de *W. Cain*. *Guidi* facilite le calcul à l'aide de tableaux donnant pour différentes valeurs de l'angle central 2α les valeurs des rapports $\frac{s}{r}$, $\frac{s}{l}$, $\frac{l}{s}$, $\frac{l}{2r}$, $\eta : \frac{pr}{E}$ etc. Il examine aussi le cas d'une pression de l'eau non uniforme qui se présente pour les axes inclinés des arcs aux barrages à arcs multiples, puis l'influence du poids propre pour des voûtes à axe incliné, les voûtes à épaisseur variables et les piliers d'un barrage à arcs multiples. Déjà *H. Ritter*[9] calcule une voûte de forme générale et d'épaisseur variable.

Pour un calcul rapide préliminaire on peut employer avantageusement les simples formules données par *F. A. Noetzli*.[17] Il a négligé l'influence de l'effort normal et de l'effort tranchant, remplace la ligne moyenne approximativement par une paraole et néglige la différence entre la longueur de l'arc et sa corde, en supposant un arc peu élevé; il a obtenu

$$\Delta H = - 0{,}94 \, p_2 r_2 \frac{t^2}{h^2}. \tag{19}$$

Au lieu de 0,94 le coefficient suivant serait plus exact:

$$k_t = \frac{h^2 l}{t^3 \left(\int \frac{y^2 ds}{J} + \int \frac{ds}{A} \right)}; \tag{19a}$$

Noetzli apporte un nomogramme pour k_t, donnant les valeurs de ce coefficient pour divers angles centraux et divers rapports t/h. Le coefficient k_t n'est pas

encore exact, mais il tient compte de l'effort normal et de l'effort tranchant (approximativement, en prenant 1 au lieu de $\beta E/G = 3$): il donne des valeurs très proches des valeurs exactes, ce que *W. A. Miller*[18] a prouvé. *Noetzli* donne pour l'effet de la température la formule approximative

$$H_t = 0{,}94\, \delta \varepsilon E \frac{t^3}{h^2}, \tag{20}$$

ayant la même base que la formule (19); il prend la force H_t approximativement à la distance $\frac{h}{3}$ de la clé de la fibre moyenne. Le retrait du béton a la même influence qu'une variation de la température de -35^0 F ($= -20^0$ C); il donne dans la même ligne d'action, comme la variation de la température, la réaction horizontale

$$H_s = -0{,}94 \frac{E \cdot \Delta s}{l} \cdot \frac{t^3}{h^2}, \tag{21}$$

si l'on désigne par Δs le raccourcissement de la fibre moyenne par le retrait du béton.

On peut calculer les tensions normales et les valeurs extrêmes de M, N par la formule

$$\nu_{1,2} = \frac{N}{A} \pm \frac{Me}{J} = \frac{N}{bt} \pm \frac{6M}{bt^2}, \tag{22}$$

où $e = \frac{t}{2}$ signifie la distance de l'intrados et de l'extrados à la ligne moyenne. Autrement, on ajoute à la tension primaire $\nu_0 = -\frac{p_2 r_2}{bt}$, constante pour tout l'arc, les tensions supplémentaires aux fibres extrêmes, produites par une force horizontale ΔH agissant dans l'axe de gravité de la fibre moyenne; cette force donne dans chaque section le moment M et l'effort normal N, desquels on calcule les valeurs extrêmes des tensions $\nu_{1,2}$ par la formule (22).

Guidi[10] donne pour un arc d'épaisseur constante aux formules pour les tensions extrêmes dans le joint de la clé et aux appuis une forme très simple et publie, pour faciliter le calcul, les tableaux des coefficients qui se trouvent dans les formules. La tension à la clé est:

à l'intrados

$$\nu_1 = -p\left(\frac{r}{t} - \mu_1\right) - \varepsilon E\left(\delta \frac{t}{r} \mu_1 - \frac{\delta_2 - \delta_1}{2}\right), \quad \mu_1 - \frac{1}{\vartheta''}\left(\frac{s-l}{s} + \frac{t}{6r}\right), \tag{23a}$$

à l'extrados

$$\nu_2 = -p\left(\frac{r}{t} + \mu_2\right) + \varepsilon E\left(\delta \frac{t}{r} \mu_2 - \frac{\delta_2 - \delta_1}{2}\right), \quad \mu_2 = \frac{1}{\vartheta''}\left(\frac{s-l}{s} - \frac{t}{6r}\right); \tag{23b}$$

la tension à l'appui:

à l'intrados

$$\nu'_1 = -p\left(\frac{r}{t} + \mu'_1\right) + \varepsilon E\left(\delta \frac{t}{r} \mu'_1 + \frac{\delta_2 - \delta_1}{2}\right), \quad \mu'_1 = \frac{1}{\vartheta''}\left[\frac{l}{s} - \frac{r-h}{r}\left(1 + \frac{t}{6r}\right)\right], \tag{24a}$$

à l'extrados (24b)

$$\nu'_2 = -p\left(\frac{r}{t} - \mu'_2\right) - \varepsilon E\left(\delta \frac{t}{r} \mu'_2 + \frac{\delta_2 - \delta_1}{2}\right), \quad \mu'_2 = \frac{1}{\vartheta''}\left[\frac{l}{s} - \frac{r-h}{r}\left(1 - \frac{t}{6r}\right)\right].$$

Les formules supposent le changement de la température variable dans la section d'après une ligne droite (fig. 2) avec la valeur δ_1 à l'intrados, δ_2 à l'extrados et δ à la fibre moyenne.

L'épaisseur des barrages arqués atteint des valeurs considérables dans les parties inférieures par rapport au rayon de courbure et à la longueur de l'arc. Alors la condition principale du calcul usuel des arcs disant que les dimensions des sections doivent être petites par rapport au rayon de courbure et à la longueur de l'arc, n'est pas satisfaite. Pour des *arcs épais* (à grande courbure) on a la théorie connue plus exacte qui mène à la loi hyperbolique pour les tensions normales, ce que *H. Bellet*[19] à déjà remarqué; il essaya aussi un calcul plus exact de l'influence de l'effort normal et de l'effort tranchant, mais il arriva pour les tensions normales à la formule (de Lamé) pour enveloppes cylindriques épaisses, parce qu'il supposait que l'angle de deux sections voisines n'était pas changé par la déformation, ce qui est vrai seulement pour les enveloppes cylindriques épaisses, chargées par des pressions radiales uniformes.

De l'hypothèse que les sections planes restent planes après la déformation, ce qui mène pour les arcs épais à la loi hyperbolique des tensions normales,

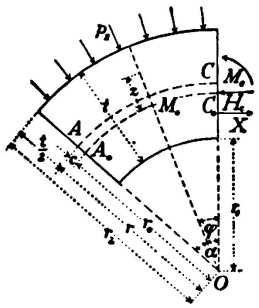

Fig. 5.

B. F. Jakobsen[20] déduisait une solution pour les arcs circulaires à section constante, chargés par des pressions radiales uniformes. *W. Cain*[21] dans sa contribution à la discussion sur le traité de *Jakobsen* donnait aux formules finales une forme plus convenable. Il obtient (fig. 5)

$$X = p_2 r_2 - H_c = \frac{p_2 r_2}{\vartheta_0} \cdot 2 \sin\alpha \frac{i^2}{r_0^2}. \tag{25}$$

$$\vartheta_0 = \left(\alpha + \frac{1}{2}\sin 2\alpha\right)\left(1 + \frac{i^2}{r_0^2}\right) - \frac{1 - \cos 2\alpha}{\alpha} + 2{,}88 \frac{r}{r_0} \cdot \frac{i^2}{r_0^2}\left(\alpha - \frac{1}{2}\sin 2\alpha\right), \tag{25a}$$

en désignant par r_0 le rayon de la fibre neutre qui diffère ici de la fibre moyenne; la différence est

$$r - r_0 = c = r - \frac{t}{\log \operatorname{nat}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}. \tag{26}$$

Les forces extérieures d'un côté de la section OM_0, formant l'angle φ avec l'axe de symétrie OC, donnent au point M_0 de la fibre neutre le moment

$$M = -X r_0 \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha} - \cos\varphi\right), \tag{27}$$

ce qui est le moment au point M_0 de la force X, agissant à droite, s'il s'agit de l'action de la moitié droite de l'arc, à la distance $r_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha}$ du centre O, c'est-à-dire au centre de gravité de la fibre neutre. Dans la section OM_0 on obtient aussi l'effort normal d'après la formule (7) $N = X \cos \varphi - p_2 r_2$
et l'effort tranchant d'après (8) $T = X \sin \varphi$;
cela signifie que l'on doit ajouter à l'effort normal $- p_2 r_2$, uniformément distribué dans la section, la force X agissant au centre de gravité de la fibre neutre perpendiculairement à l'axe de symétrie de l'arc.

Le moment M et l'effort normal N produisent à la distance z de la fibre neutre une tension normale

$$\nu = \frac{N r_0}{(r_0 + z) t} - \frac{M}{J} \cdot \frac{r_0 z}{r_0 + z}; \tag{28}$$

N est ν sont positifs en cas de traction, le moment M est positif, s'il agit dans le sens des aiguilles d'une montre pour les forces à gauche de la section, et z est positif au côté extérieur de la fibre neutre. La formule (28) détermine les tensions à l'extrados avec $z = \frac{t}{2} + c$, $r_0 + z = r_2$ et à l'intrados avec $z = -\left(\frac{t}{2} - c\right)$, $r_0 + z = r_1$.

La pression de l'eau produit un déplacement de la clé de l'arc (positif vers le centre O)

$$\eta = \omega_0 \cdot \frac{p_2 r_2 r_0}{E t}, \tag{29}$$

où* $$\omega_0 = \frac{1}{\vartheta_0} (1 - \cos \alpha) \left[(\alpha - \sin \alpha) \left(1 + \frac{i^2}{r_0^2} \right) + 2{,}88 \frac{r}{r_0} \cdot \frac{i^2}{r_0^2} (\alpha + \sin \alpha) \right]. \tag{29a}$$

Par rapport aux formules pour un arc mince, les formules pour l'arc épais donnent une traction plus petite et une compression plus grande; l'influence d'une grande courbure de l'arc est alors favorable.

Une constante variation de la température donne une réaction horizontale

$$H_t = \delta \varepsilon E t \frac{i^2}{r_0^2} \cdot \frac{2 \sin \alpha}{\vartheta_0}, \tag{30}$$

agissant à l'axe de gravité de la fibre neutre. Le déplacement de la clé de l'arc, provenant de la variation de la température, est

$$\eta_t = - \omega_0 \cdot \delta \varepsilon r_0. \tag{31}$$

Le calcul d'après les formules de *Cain* est facilité par les nomogrammes que *F. H. Fowler*[22] construisait pour les tensions normales à l'intrados et à l'extrados du joint à la clé et aux appuis, pour les arcs minces et épais. Les résultats numériques montrent que l'on peut négliger l'effort tranchant pour $t/r = 0{,}02$ à $0{,}06$.

---

* Il y a une erreur d'impression dans le traité de Cain (Transact. A.S.C.E., vol. 90, p. 541, formule 109); la comparaison avec l'équation précédente le montre clairement.

Les formules indiquées pour les arcs épais donnent de bons résultats, si l'épaisseur de l'arc n'est pas trop considérable. Pour les dimensions très grandes que l'on rencontre quelquefois dans les parties inférieures des barrages arqués, même ce calcul est inexact. Le calcul correct des tensions doit être basé dans ce cas sur la théorie mathématique de l'élasticité; *R. Chambaud*[23] a prouvé que cela mène ici à des résultats très bons. Il part des relations mathématiques de la théorie de l'élasticité et n'introduit aucune autre hypothèse que la loi de *Hooke*. *Chambaud* donne la solution pour un arc à section rectangulaire; elle peut être appliquée à tous les arcs épais (barrages arqués, tunnels et conduites souterraines), ensuite aussi aux enveloppes cylindriques épaisses. Cette théorie donne naturellement des formules compliquées, mais de nombreux nomogrammes permettent une application rapide et simple. Les résultats satisfont très bien à toutes les conditions de surface, excepte pour une petite partie aux appuis; on peut les adapter pour une distribution quelconque des forces extérieures à l'intrados et l'extrados, et pour une distribution quelconque des dilatations à l'intérieur de l'arc, par conséquent, pour les retraits variés en divers endroits (causés par ex. par la méthode de construction) ou pour les variations de température irrégulières. Cette solution a surtout une grande importance, parce qu'elle donne en général des résultats beaucoup plus favorables que la theorie de l'arc épais, mentionnée auparavant. La théorie usuelle des arcs épais (et encore plus la théorie usuelle des arcs minces, basée sur la distribution linéaire des tensions dans les sections) mène d'ordinaire aux tractions considérables à la clé de l'intrados et spécialement aux appuis de l'extrados, où d'après cette théorie se trouve le point le plus faible de la construction. De grandes tractions causeraient des fissures dans une voûte sans armature et la conséquence serait que la maçonnerie intacte formerait une nouvelle voûte capable de résister avec sécurité aux forces extérieures; *J. Résal*[1] fut le premier qui l'a remarqué (il supposait la voûte «active» comme parabolique), après lui *M. Malterre*[24] (avec une voûte «active» circulaire d'épaisseur constante et variable) et *L. J. Mensch*.[25] Le calcul exact d'après la théorie de *Chambaud* montre que les tensions actuelles sont beaucoup plus favorables; notamment les tractions à l'extrados disparaissent (ce qui est surtout important pour l'imperméabilité de la maçonnerie), les tractions à l'intrados sont limitées à une petite partie à la clé. Le calcul exact donne en somme de petites différences par rapport à la théorie usuelle des arcs épais, en ce qui concerne l'influence des moments fléchissants; une différence considérable se manifeste dans l'influence de l'effort normal qui dépasse l'influence des moments fléchissants pour les arcs épais, si l'on calcule exactement. Les différences de tensions concernent principalement le voisinage de l'intrados. Outre cela, le calcul exact envisage d'une manière propre les efforts tranchants. La théorie usuelle des arcs épais ne donne pas de bons résultats pour une épaisseur trop grande, parce qu'elle est basée sur des hypothèses qui ne sont pas correctes: elle néglige les tensions normales dans la direction radiale et détermine les tensions normales aux sections, comme si les sections planes restaient planes après la déformation. Notamment la dernière hypothèse n'est pas correcte pour des pièces courbes (arcs), puisqu'ici la détermination de l'influence de l'effort normal et de l'effort tranchant ne peut se faire séparément, comme pour les pièces droites. La théorie exacte donne pour les tensions normales (v_1 dans la direction du rayon, v_2 dans

celle de la tangente à l'arc et v_3 dans celle de l'axe de la voûte) et pour les tensions tangentielles τ (perpendiculaires à l'axe de la voûte) dans la section radiale et dans la section cylindrique) en général des courbes; la fig. 6 montre ces courbes pour la section à la clé $C_1 C_2$ et pour la section d'appui $A_1 A_2$ pour un arc de rayon $r = t = \overline{C_1 C_2} = \overline{A_1 A_2}$. Chambaud faisait son calcul pour un arc sollicité par des forces extérieures et des tensions intérieures symétriques au plan de la fibre moyenne. L'application à d'autres cas donne naturellement des résultats approximatifs.

Le calcul d'un barrage arqué comme un système d'arcs horizontaux supportant indépendamment la pression d'eau et les effets de la variation de température, du retrait et des gonflement du béton, peut être très convenable, si par ex. par construction en couches la liaison des couches dans le sens vertical est détruite; on peut le remarquer aux brusques déviations des lignes élastiques des sections

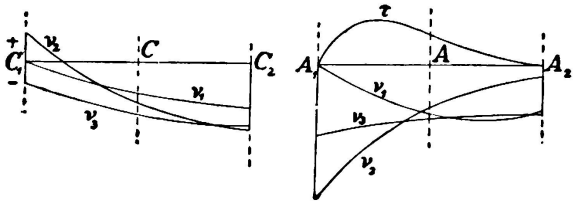

Fig. 6.

verticales.[15] Ce calcul serait exact, si le barrage était réellement divisé en arcs horizontaux indépendants avec les joints de dilatation horizontaux, remplis par ex. d'asphalte avec une tôle de cuivre pliée, pour obtenir l'imperméabilité; c'est la proposition de *A. Peña Boeuf.*[26] Autrement ce calcul est seulement approximatif.

Calcul du barrage arqué comme un système d'arcs horizontaux et des poutres verticales.

En réalité, les arcs horizontaux sont en connexion mutuelle dans le sens vertical et ne peuvent pas se déformer librement; cela provoque des réactions mutuelles entre les arcs horizontaux dans le sens verticale. Un calcul plus exact des barrages arqués considère le barrage divisé par sections horizontales en des arcs horizontaux et par sections radiales verticales en poutres verticales, en haut libres et en bas encastrées. Les forces extérieures sont divisées entre ces deux systèmes. Les conditions de leur distribution sont données par la déformation du barrage qui doit être la même en chaque point pour les deux systèmes. Si l'on considérait toutes les composantes de la déformation en chaque point (trois composantes de déplacement dans trois axes de coordonnées et trois composantes de rotation autour de ces axes), on aurait un calcul exact. Mais comme le calcul par cette méthode est pratiquement presque impossible, on le simplifie en négligeant toutes les rotations et les tensions dues à la torsion, en négligeant aussi la composante tangentielle du déplacement horizontal et les tensions respectives au glissement. On peut négliger aussi la composante verticale du déplacement, si l'on considère le barrage, après que la déformation par le poids propre est achevée. Il reste alors seulement la composante horizontale du déplacement,

perpendiculaire à la fibre moyenne de l'arc horizontal (déplacement radial), et par conséquence une seule condition pour chaque point, où la fibre moyenne de l'arc horizontal imaginé croise l'axe de la poutre verticale. Ainsi on substitue au barrage un système des poutres verticales et des arcs horizontaux qui s'appuient l'un sur l'autre simplement (sans encastrement[27]). Les tensions de torsion, négligées par cette méthode, diminuent en réalité un peu les tensions de flexion et augmentent la sécurité.

Le calcul correct par cette méthode serait difficile, puisque le déplacement d'un point quelconque de la poutre (ou de l'arc) dépend de toutes les charges agissant sur la poutre (sur l'arc). Les conditions d'un déplacement égal en tous points des arcs horizontaux et des poutres verticales mènent à des équations, dont chacune contient un grand nombre d'inconnues.

S. H. Woodard[28] simplifie le calcul en considérant la déformation du barrage seulement dans la section verticale, passant par les clés des arcs (où la hauteur du barrage est maximale); il suppose dans l'arc une simple compression, détermine la flèche de la clé comme pour un arc à deux articulations et admet la distribution de la pression d'eau entre le système des arcs horizontaux et des poutres verticales, calculée de la section des sommets, uniforme le long des arcs. *R. Shireffs*[29] cherchait à améliorer le calcul en déterminant la flèche de la clé de l'arc comme pour un arc encastré, employant autrement la même méthode de calcul; mais il a négligé l'influence de l'effort normal et sa formule est trop compliquée, et incorrecte, comme *W. Cain*[11] l'a montré. *H. Bellet*[19] détermine la distribution des pressions entre les arcs et les poutres en partant de la supposition incorrecte que la dilatation relative de la fibre moyenne de l'arc est en chaque point égale zéro.

H. Ritter[9] procédait dans un exemple numérique (publié en 1913) d'une façon approximative, en supposant sur chaque arc horizontal une charge radiale uniforme et en déterminant sa valeur par comparaison du déplacement de la clé de l'arc et de la poutre verticale dans la section passant par les sommets des arcs. D'une manière analogue *L. R. Jorgensen*[30] considère seulement la section verticale médiane, mais il calcule la distribution des pressions seulement avec une approximation grossière; *L. J. Mensch*[31] emploie pour le calcul de la distribution des pressions entre les arcs et les poutres la condition peu appropriée de l'égalité des travaux des forces intérieures. *J. Résal*[1] envisage aussi seulement la section médiane.

H. Ritter[32] a indiqué le principe d'un calcul plus exact de la distribution des charges entre les poutres verticales et les arcs horizontaux ainsi: La flèche au point quelconque M de la poutre verticale A B (fig. 7) peut être calculée à l'aide de sa ligne d'influence (c'est-à-dire la ligne élastique de la poutre A B chargée par P = 1 au point M); elle a une valeur

$$\eta_m = \Sigma P'_n \eta_{nm} \tag{32}$$

où P'_n désigne une charge agissant au point N sur la poutre. Cette flèche égale la flèche de l'arc horizontal au même point pour les charges $P''_n = P_n - P'_n$; P_n est la charge totale au point N. On obtient de la sorte autant d'équations que l'on a d'éléments horizontaux, en supposant la charge des arcs horizontaux uniforme et l'on a alors pour chaque arc horizontal une seule inconnue P''_n à cal-

culer avec ces équations. On pourrait procéder de même pour une section verticale quelconque du barrage et on trouverait pour différentes sections verticales des charges différentes pour les arcs horizontaux; la distribution des charges sur les arcs n'est par conséquent pas uniforme.

A. Stucky[14] fut le premier qui considérait en réalité (dans le calcul du barrage de la Jogne, fait en collaboration de *A. Rohn* au bureau de *H. E. Gruner* à Bâle) toutes les poutres verticales et tous les arcs horizontaux (les deux à section variable) et tenait compte non seulement des portées et hauteurs différentes des arcs, mais aussi des hauteurs différentes des sections verticales qui ont une influence essentielle sur leur rigidité et par conséquent sur la distribution de la pression d'eau entre les poutres verticales et les arcs horizontaux. La solution des équations résultantes peut être facilitée, en résolvant séparément le système des équations concernant chaque poutre verticale et en envisageant seulement les charges agissant sur une seule poutre. Les valeurs approximatives calculées de la sorte peuvent être corrigées des équations originales par itération. Mais parce qu'un accomplissement exact des hypothèses du calcul ne peut être garanti pour les barrages en maçonnerie en vue de leur construction et du matériau employé, on doit considérer chaque calcul du barrage comme approximatif; c'est pour

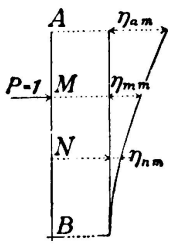

Fig. 7.

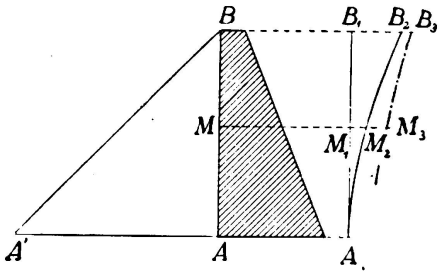

Fig. 8.

cela que les résultats du premier calcul approximatif sont souvent suffisants. On peut contrôler les résultats, en calculant les déplacements des poutres verticales et des arcs horizontaux pour la distribution des charges calculées; il suffit, si les deux déplacements en un même point ne diffèrent pas de plus de 10 %.

Une *méthode d'essai* pratique fut donnée par *F. A. Noetzli*[17] et complétée par *W. Cain*[33]. On doit avant tout s'informer, si les arcs horizontaux ont une action statique. A cette fin on détermine la ligne élastique $A_1M_2B_2$ (fig. 8) de la poutre verticale entre deux sections verticales radiales au milieu du barrage pour la pression d'eau totale AA'B. On calcule aussi les déplacements des arcs horizontaux, en supposant qu'ils supportent toute la pression d'eau. Si les déplacements des poutres verticales sont partout plus petits que ceux des arcs (ligne B_3M_3), les poutres verticales supportent toute la charge; les arcs pourraient être sollicités seulement, si la température s'élève et diminue leur déplacement. Ce cas se présente, si l'épaisseur du barrage est calculée, en négligeant l'influence des arcs (comme pour un barrage droit).

Dans un barrage d'épaisseur plus petite, une partie de la pression d'eau est supportée par les poutres verticales, l'autre partie par les arcs horizontaux. Les poutres verticales supportent à leur base toute la pression d'eau, parce que leur déplacement est là très petit (plus petit que le déplacement de l'arc pour toute la

pression d'eau). De la base à la couronne du barrage la charge des arcs croît approximativement d'après une ligne droite AB′ (fig. 9); dans la partie supérieure du barrage, les arcs, assez rigides, empêchent le déplacement de la poutre verticales (ils se déplacent moins que la poutre, de sorte qu'ils la soutiennent), et agissent par conséquent sur la poutre verticale avec des réactions opposées à la pression d'eau. Du diagramme de la pression d'eau AA′B, les arcs supportent la partie AB′B, les poutres verticales la partie AA′BB′ (AA′C′ est positif, C′B′B négatif). On envisage ici la section verticale la plus haute et l'on suppose sur les arcs approximativement une charge uniforme. Du diagramme de la charge pour la poutre verticale on obtient aisément (au mieux par calcul) les moments fléchissants et l'on détermine la ligne élastique de la poutre verticale comme un polygone funiculaire au diagramme des charges, ayant des ordonnées $M\frac{J_0}{J}$; J_0 est un moment d'inertie constant, J est le moment d'inertie de la section. Dans un point C choisi arbitrairement, toute la charge est supportée par l'arc. On détermine en C le déplacement du sommet de l'arc

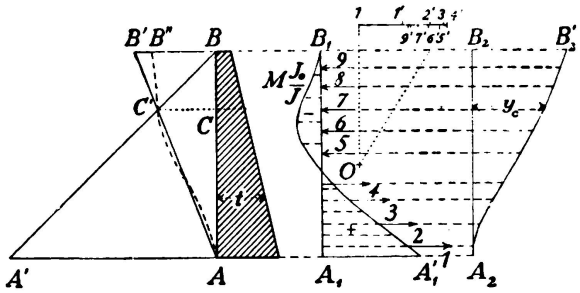

Fig. 9.

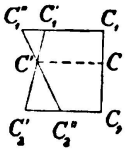

Fig. 10.

pour toute la pression d'eau. Si la poutre verticale possède en C un déplacement y_c plus grand que l'arc, il est nécessaire de choisir le point C plus en bas et de répéter le calcul. La position exacte de C est déterminée par une interpolation linéaire entre les deux points C_1, C_2, choisis auparavant (d'après la fig. 10, où $\overline{C_1C'_1}$, $\overline{C_2C'_2}$ sont les déplacements des arcs et $\overline{C_1C''_1}$, $\overline{C_2C''_2}$ les déplacements des poutres). Le point C connu, on compare les déplacements de la poutre et ceux des arcs sur toute la hauteur du barrage. D'ordinaire on n'arrivera pas à une concordance absolue. Pour avoir non seulement en C, mais aussi à la couronne des déplacements égaux, on doit changer le diagramme des charges pour les arcs horizontaux, en substituant la ligne droite C′B″ à C′B′; les arcs supportent alors la charge donnée par le diagramme AC′B″B et la poutre a une charge donnée par le diagramme AC′B″BA′ (AC′A′ est positif, C′B″B négatif). On change le point B″, jusqu'à ce que l'on obtient en C et B des déplacements égaux pour les arcs et la poutre. En d'autres points les déplacements ne doivent pas être les mêmes, car en réalité on devrait avoir une courbe au lieu de la ligne brisée AC′B″. On peut déterminer cette courbe, en prenant pour les arcs une charge plus petite (plus grande), où le déplacement calculé de l'arc soit plus grand (plus petit) que celui de la poutre.

La pression d'eau produit dans les poutres les plus grandes tensions au joint de base, où des tractions considérables pourraient se présenter sur la face d'amont. S'il n'y a pas là une armature, il peut se produire des fissures horizontales sur

la face d'amont, à la base du barrage. En ce cas, la poutre verticale ne se comporte pas comme une poutre parfaitement encastrée, mais seulement comme une poutre partiellement encastrée ou articulée à sa base. On peut alors trouver la solution correcte par essai, en choisissant la tangente à la ligne élastique à la base de la poutre; on fait ensuite le calcul indiqué auparavant et on constate si les déplacement de la poutre sont partout en accord avec ceux des arcs.

R. Chambaud[23] a indiqué aussi une méthode pour trouver la division des charges entre les arcs horizontaux et les poutres verticales. Il partait d'une loi quelconque (approximative) pour la part de la pression d'eau supportée par les arcs, supposait sur chaque arc horizontal approximativement une charge uniforme et calculait les déplacements des clés des arcs et les déplacements de la poutre verticale par les charges qui leur correspondent. Pour un second calcul, il introduit la demi-somme de ces déplacements, détermine d'elle la distribution des charges entre les arcs et les poutres, et répète le calcul. De cette manière il se rapproche des valeurs exactes. Il envisage aussi approximativement les tensions normales aux sections horizontales, avec leur valeur moyenne.

A. Rohn[34] recommande pour la premier calcul cette *méthode approximative:* On attribue à la poutre verticale une part du diagramme des charges AA'B

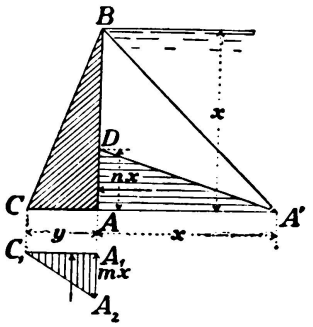

Fig. 11.

(fig. 11) de la pression d'eau totale, part triangulaire AA'D avec la base $\overline{AA'} = x =$ hauteur du barrage, et $\overline{AD} = n \cdot x$, où $n = \frac{1}{5}$ à $\frac{1}{2}$ pour $b/h = 1{,}1$ à 1,8; b est la longueur du barrage à la couronne, h = hauteur. Le reste de la pression d'eau agit sur les arcs horizontaux. Il recommande aussi de considérer toujours la *sous-pression d'eau* avec un diagramme de charge triangulaire $A_1 C_1 A_2$ (comme pour un barrage droit), où $\overline{A_1 A_2} = m \cdot x$ pour $m \leq 1$; à la partie supérieure du barrage il suffit de prendre $m = 0{,}8$. Pour un profil triangulaire du barrage, l'épaisseur nécessaire à la base est

$$y = n \cdot x \sqrt{\frac{1}{\gamma - m}}; \tag{33}$$

$\gamma =$ poids spécifique de la maçonnerie. Pour $m = 1$, $n = \frac{1}{4}$, $\gamma = 2{,}3$ (t/m³) on aurait $y = 0{,}22\,x$.

La distribution uniforme des pressions radiales sur les arcs horizontaux, supposée dans la majorité des méthodes approximatives de calcul, n'est pas

suffisamment exacte. La distribution de la pression d'eau entre les arcs horizontaux et les poutres verticales dépend très essentiellement de la forme du profil de la vallée. Il est alors néccessaire pour un calcul exact, d'envisager non seulement une (la plus haute) poutre, mais un nombre plus grand de poutres verticales et d'arcs horizontaux; *A. Stucky*[14] procédait déjà de la sorte. Une autre méthode d'essai a été donnée par *C. H. Howell* et *A. C. Jaquith*[35] qui choisissaient pour les arcs une charge non uniforme, déterminaient pour cette charge les déplacements des arcs et pour le reste de la charge les déplacements des poutres, et variaient successivement la charge des arcs, jusqu'à ce qu'ils obtenaient en tous points les déplacements des arcs et des poutres pratiquement égaux. Il est naturellement nécessaire de faire plusieurs essais, pour obtenir une coincidence satisfaisante. De la charge résultante on peut calculer les tensions dans les arcs et dans les poutres. *Howell* et *Jaquith* suppriment dans leur calcul les parties inactives (tendues) des arcs et des poutres, et ils limitent le calcul final du barrage (sans armatures) seulement aux parties travaillant à la compression; ils obtiennent

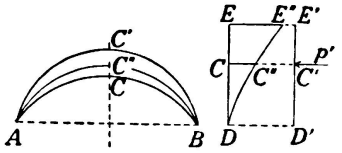

Fig. 12.

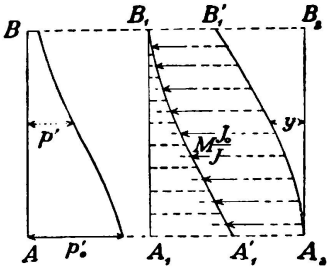

Fig. 13.

toujours des arcs d'une épaisseur variable et ils négligent l'influence de l'effort tranchant.

La comparaison de plusieurs cas montra que le calcul du barrage arqué comme un système d'arcs horizontaux indépendants n'est pas exact et qu'il exige aussi plus de maçonnerie, notamment si l'on calcule avec une approximation grossière les arcs comme couches cylindriques minces, comme cela se faisait autrefois. On ne devrait pas négliger dans les projets des barrages arqués l'influence des poutres verticales qui apparait en réalité toujours et change la charge et les tensions des arcs horizontaux. La dernière méthode de calcul peut être appliquée pour un profil quelconque de la vallée, aussi pour un profil dissymétrique.

L'influence des *changements de la température* qui peut produire des tensions plus grandes que la pression d'eau, peut être calculée par la même méthode que la pression d'eau. On peut même la remplacer (*Ritter*[9]) par une pression d'eau qui produirait les mêmes déplacements des arcs horizontaux que le changement de la température; cette pression d'eau équivalente se divise entre les poutres verticales et les arcs horizontaux de même que la pression d'eau réelle.

Une solution par essai de l'influence du changement de la température fut donnée par *F. A. Noetzli*[17] et améliorée par *W. Cain.*[21] On suppose encore le barrage divisé en poutres verticales et en arcs horizontaux. La fibre moyenne de l'arc ACB (fig. 12), fixé aux extrémités et autrement libre, adopterait par

le changement de la température la forme AC'B; le déplacement de la clé serait d'après la formule (31) pour arcs épais

$$\eta_t = \overline{CC'} = -\omega_o \cdot \delta \varepsilon r_o.$$

Ce déplacement est empêché par les réactions p' de la poutre verticale DCE; en les supposant constantes sur toute la longueur de l'arc, on a d'après (29) le déplacement

$$\eta' = \overline{C''C'} = \omega_o \cdot \frac{p' r_2 r_o}{Et}.$$

Le déplacement résultant est

$$y = \overline{CC''} = \omega_o r_o \left(\frac{p' r_2}{Et} - \delta \varepsilon\right). \tag{34}$$

La ligne élastique résultante de la poutre verticale est DC''E''. On détermine la charge p' par le calcul du barrage. A la base du barrage il y a

$$y = \omega_o r_o \left(\frac{p'_o r_2}{Et} - \delta \varepsilon\right) = 0, \text{ alors } p'_o = \frac{\delta \varepsilon Et}{r_2}.$$

On choisit à la couronne une petite pression spécifique (fig. 13) et dans la section verticale une courbe pour la distribution des pressions p' (au premier essai on peut choisir une ligne droite). Pour les charges choisies on détermine dans la poutre verticale les moments fléchissants M et les valeurs $M \frac{J_o}{J}$; J est le moment d'inertie de la section de la poutre, J_o un moment d'inertie constant. La ligne $M \frac{J_o}{J}$ représente la ligne de charge dont le polygone funiculaire donne la ligne élastique. Le calcul est correct, si les déplacements y des poutres verticales concordent avec les déplacements des arcs, calculés par la formule (34); les arcs ont la même charge p' que les poutres verticales, mais en sens opposé. S'il n'y a pas concordance, on doit corriger le calcul en changeant la ligne courbe de p'.

La diminution de la température peut être combinée avec le *retrait du béton;* si ε' représente le retrait par unité de longueur, le déplacement résultant du déplacement de la clé de l'arc est

$$y = \overline{CC''} = \omega_o r_o \left(\varepsilon' - \delta \varepsilon - \frac{p' r_2}{Et}\right); \tag{34a}$$

le changement δ de la température ici est négatif, la réaction p' des poutres verticales (l'équation contient sa valeur absolue) agit vers l'extérieur de l'arc. Le retrait du béton a la même influence qu'une diminution de température qui causerait le même raccourcissement que le retrait.

Une élévation de la température produit le déplacement du barrage en amont pour un réservoir vide; ce déplacement des poutres verticales a pour conséquence des tractions sur la face aval de la partie inférieure du barrage. Dans les arcs il y a par contre des tractions à la clé à la face amont; sans armature, des

fissures peuvent se produire ici. Pour un réservoir plein et avec une diminution de la température, le barrage se déplace vers l'aval; des tractions peuvent se présenter éventuellement dans les poutres à la partie inférieure de la face amont, dans les arcs à la clé à la face aval. On devrait disposer une armature convenable partout où il peut y avoir des tractions; autrement des fissures verticales pourraient se former successivement sur les deux faces aux sommets des arcs et pourraient influencer très défavorablement la sécurité du barrage. Si l'on néglige la distribution des charges entre les arcs horizontaux et les poutres verticales (en tenant compte seulement de la résistance des arcs), une construction malpropre peut avoir aisément pour conséquence des fissures horizontales, ce que semblent montrer les résultats des mesures effectuées à quelques barrages.[17]

Quant à l'étendue des changements de la température, *F. A. Noetzli*[17] recommande pour les hauts barrages qui ont à la base une épaisseur plus grande, de prendre à la couronne le changement de la température maximale (à peu près $+14^0$ C), à la base un changement nul et entre deux les changements variant d'après une ligne droite; pour un calcul exact il n'y a pas encore assez de résultats de mesures effectives. Au barrage *Arrow-Rock*[36] l'oscillation annuelle de la température à la couronne fut trouvée de 27^0 F, à la base $6{,}5^0$ F seulement. Il peut y avoir aussi diverses combinations du changement de la température à la face amont et aval; il est surtout nécessaire de considérer pour un réservoir vide les mêmes diminutions maximales de la température sur les deux faces, et pour réservoir plein diverses diminutions de la température à la face amont (jusqu'à la température la plus basse de l'eau) et à la face aval (jusqu'à la température la plus basse de l'air).

Dans les barrages épais, les variations de la température ne pénètrent pas de la même manière dans tout le barrage; *A. Stucky*[14] a fait un examen détaillé de cela. *G. Ippolito*[13] suivit en détail la pénétration des variations de la température de l'air dans la maçonnerie et déduit des formules simples pour la distribution de la température dans la maçonnerie; on peut s'en servir pour une construction quelconque en maçnnerie dans le calcul des changements journaliers et annuels de la température. Le même auteur examine aussi l'influence de l'élévation de la température pendant la prise du béton et donne des résultats de la mesure des températures à plusieurs barrages; il y en a peu et ils ne permettent pas d'arriver à des conclusions sûres. Les calculs donnent d'ordinaire pour les changements de la température des tensions trop grandes, lorsqu'on prend le changement de la température constant ou linéairement variable à travers l'épaisseur du barrage, ce qui ne répond pas à la réalité. Les déformations causées par les changements de la température peuvent avoir aussi une influence assez favorable sur la grandeur des tensions, s'il y a des déformations plastiques aux appuis ou à l'intérieur du barrage.

Une simple formule pour la pénétration des changements de la température dans l'intérieur d'une maçonnerie épaisse, dérivée des mesures américaines, est donnée par *H. Ritter*[9]

$$\delta = \frac{\delta_1}{\sqrt[3]{x}}, \tag{35a}$$

où δ est le changement de la température dans la maçonnerie à une distacne x de la surface, δ_1 le changement de la température de l'air. *G. Paaswell*[37] donne pour ce cas la formule

$$\delta = \delta_1 e^{-kx} \cos kx; \tag{35b}$$

k est une constante dépendant du matériau et du temps: pour le béton et la période d'un jour $k = 0{,}079$, pour le béton et la période d'une année $k = 0{,}00413$.

On peut éliminer les influences trop grandes des changements de la température et du retrait du béton par les *joints de dilatation*. Pour un barrage calculé comme une poutre en haut libre et en bas encastrée, ces joints sont au point de vue statique inoffensifs. Pour un barrage arqué, un trop grand nombre de joints de dilatation est désavantageux par rapport à la stabilité.

Calcul du barrage arqué comme une couche mince.

Le barrage arqué est en réalité une couche libre à la couronne et appuyée ou encastrée aux flancs et au fond de la vallée. Le calcul du barrage arqué comme une couche mince est très difficile. On doit partir des équations d'équilibre et de déformation d'un élément infiniment petit (comme dans le calcul des plaques) et satisfaire aux conditions données par les appuis aux flancs et au fond de la vallée et par la surface libre à la couronne. L'idée de ce calcul fut formulée dans son principe par *G. Pigeaud*.[3]

B. A. Smith[38] fut le premier qui essaya de calculer le barrage arqué comme une couche mince. Il simplifia le calcul, en considérant seulement la partie la plus

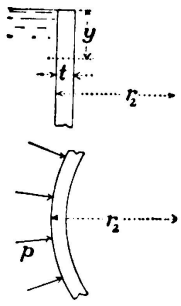

Fig. 14.

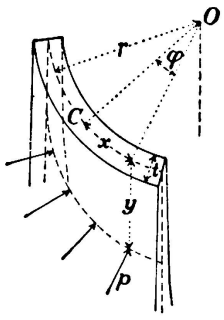

Fig. 15.

haute du barrage et en supposant, dans la direction horizontale, dans toute l'étendue du barrage les mêmes conditions que dans la section la plus haute: il élimina de la sorte la variabilité dans la direction horizontale (dépendance de l'angle φ). Il considère les conditions aux bords seulement pour la couronne et la base de la section verticale: cela concorde en réalité avec le calcul d'une enveloppe cylindrique de réservoir. La connexion des éléments dans le sens horizontal est envisagée, en ce qui corcerne les tensions, mais pas pour les déformations: il est seulement montré avec une approximation grossière que pour les angles centraux plus petits que 120°, le déplacement du sommet d'un arc horizontal peut être calculé comme un arc en demi-cercle, si l'on substitue pour le module d'élasticité E_0 de l'arc la valeur $\frac{2}{3} E_0$. *Smith* envisage aussi les efforts tranchants dans les plans horizontaux et des conditions d'équilibre des forces agissant sur l'élément

t. ds. dy (entre deux plans horizontaux, deux plans radiaux verticaux et les deux faces du barrage), de la déformation de la poutre verticale, produite par le moment fléchissant, et celle de l'arc horizontal provenant de l'effort normal (en négligeant les moments fléchissants dans les arcs) arrive à l'équation fondamentale

$$\frac{d^2}{dy^2}\left(C_1 \frac{d^2 z}{dy^2}\right) + \frac{E_0}{r_2^2} t z = p; \tag{36}$$

r_2 est le rayon de la face amont (fig. 14), p la pression extérieure (d'eau) uniformément repartie le long de l'arc horizontal, t = épaisseur du barrage, $C_1 = E_1 J = \frac{1}{12} E_1 t^3$ est la rigidité en flexion (pour un élément vertical de largeur égale à l'unité de longueur), E_1 le module d'élasticité pour la poutre verticale (il peut différer du module E_0 pour l'arc horizontal, s'il y a une autre armature dans les deux sens), z = déplacement radial et y = profondeur mesurée verticalement de la surface de l'eau (à la hauteur de la couronne du barrage). Le calcul présente le défaut que la poutre verticale, enlevée du barrage, est envisagée comme une poutre indépendante, sans connexion avec les autres poutres; alors le coefficient de *Poisson* ne rentre pas dans les équations.

Smith faisait le calcul pour un barrage d'épaisseur constante et pour un barrage, dont l'épaisseur varie linéairement, donc la section verticale est trapézoïdale. Dans le premier cas la solution est analogue à la solution connue pour l'enveloppe cylindrique du réservoir; seulement la constante de *Poisson* ne se trouve pas dans les résultats. Pour une épaisseur linéairement variable *Smith* donne une solution par séries sous forme des *fonctions* spéciales de *Michell;* le traité contient des tableaux numériques de ces fonctions, facilitant le calcul, et déduit la connexion de ces fonctions avec les fonctions complexes de *Bessel.*

W. Cain[33] montra dans un exemple numérique que les méthodes de *Smith* et *Noetzli* donnent des résultats absolument identiques, quoique *Noetzli* négligeait les efforts tranchants, ce qui est alors admissible. L'accord des deux méthodes est assez naturel, parce que leur fondement est en réalité le même: les deux envisagent la poutre verticale au centre du barrage et négligent la variation des valeurs dans la direction horizontale. La seule différence est que *Smith* intègre une équation différentielle, se sert alors d'éléments infiniment petits, tandis que *Noetzli* prend des éléments finis, mais cela n'a pas d'influence essentielle sur les résultats, si le nombre des éléments de la section verticale n'est pas trop petit.

G. Paaswell[37] déduit des relations fondamentales de la déformation et du travail de déformation l'équation différentielle générale pour la flexion d'une couche élastique:

$$p = \frac{EJ}{1-\mu^2}\left(\frac{\partial^4 z}{\partial y^4} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial^4 z}{\partial y^2 \partial \varphi^2} + \frac{1}{r^4}\frac{\partial^4 z}{\partial \varphi^4} + \frac{2^2}{r^2}\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + \frac{2}{r^4}\frac{\partial^2 z}{\partial \varphi^2} + \frac{z}{r^4}\right); \tag{37}$$

z = déplacement de la couche, y = distance verticale de la surface de l'eau (fig. 15), φ = angle mesuré dans un plan horizontal du plan de symétrie, r = rayon de la surface moyenne cylindrique, p = pression extérieure radiale (pression de l'eau), et μ = constante de *Poisson.* Pour $r = \infty$ (et $r\, d\varphi = dx$) l'équation (37) se transforme en équation fondamentale des plaques. *Paaswell* ne

détermine pas l'intégrale générale de l'équation (37); il donne seulement une solution particulière et déduit d'elle le rapport des moments fléchissants dans la poutre et dans l'arc. Il montre que les moments fléchissants de la poutre sont à la base du barrage beaucoup plus grands que les moments de l'arc, et que les moments des arcs à la partie inférieure du barrage changent de signe.

Dans la publication excellente «Report on Arch Dam Investigation, Vol. I.»[2] *H. M. Westergaard* s'occupe de la théorie du barrage arqué comme une couche mince; il considère pour les sections radiales et horizontales les efforts normaux et deux composantes de l'effort tranchant (dans la direction radiale et perpendiculaire), ensuite les moments fléchissants pour les sections verticales et pour les arcs horizontaux, et les moments de torsion; il suppose la même distribution des tensions comme dans les plaques: les tensions normales et tangentielles variables linéairement à travers l'épaisseur du barrage, en supposant un barrage de petite épaisseur. Il arrive, en partant de l'équilibre et de la déformation d'un élément pris dans toute l'épaisseur du barrage limité par deux sections horizontales infiniment proches et par deux sections radiales, à l'équation différentielle de la flexion du barrage

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\mu}{r^2}\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + K\left(\frac{\partial^3 z}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\mu}{r^2}\frac{\partial z}{\partial y}\right)$$
$$+ k\left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + \mu\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\mu}{r^2} z\right) - \frac{1}{N}\left(p - \frac{P_x}{r} + P_y r'' + \gamma t r'\right) = 0 \tag{38}$$

et l'équation différentielle des forces intérieures

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} - \frac{Et}{r}\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0. \tag{39}$$

Dans ces équations, z est le déplacement, r = rayon du cylindre de référence (fig. 15), x = distance mesurée sur ce cylindre dans la direction horizontale du plan vertical de symétrie (passant par l'axe de symétrie OC à la couronne), y = distance verticale de la couronne du barrage, t = épaisseur du barrage; ensuite $r' = \frac{dr_y}{dy}$, $r'' = \frac{d^2 r_y}{dy^2}$, r_y = rayon de la surface médiane (dépendant seulement de y), E = module d'élasticité de la maçonnerie, μ = constante de *Poisson* (= 0,15 pour le béton), $N = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)}$ = rigidité du barrage en flexion, $K = \frac{2N'}{N}$, $k = \frac{N''}{N}$, $N' = \frac{dN}{dy}$, $N'' = \frac{d^2N}{dy^2}$, p = pression d'eau sur l'unité de surface du cylindre de rayon r, γ = poids spécifique de la maçonnerie. P_x = effort normal par unité de longueur d'une section verticale radiale. P_y = effort normal par unité de longueur d'une section horizontale. Enfin, F désigne une fonction des tensions qui détermine les forces P_x, P_y, P_{xy} à l'aide des équations

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = P_x, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \gamma\int_0^y t\,dy = P_y, \quad P_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x\,\partial y}; \tag{40}$$

P_{xy} est l'effort tranchant vertical par unité de longueur dans la section radiale.

Dans la même publication, *W. Slater* déduit de l'équation différentielle pour une plaque, une équation différentielle plus simple pour la flexion du barrage arqué

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{A}{J r}(\lambda_x + \mu \lambda_y) = p \cdot \frac{1-\mu^2}{EJ}; \qquad (41)$$

A = aire de l'élément dans la section verticale radiale, J = son moment d'inertie, λ_x et λ_y sont les dilatations relatives dans les directions x et y.

Pour un calcul exact du barrage il serait nécessaire de résondre les équations différentielles (38), (39), en considérant les conditions de surface à la couronne, où le barrage est libre, et aux appuis. Cette solution fut donnée par *H. M. Westergaard*. En calculant le barrage, on peut envisager d'après *Fred. Vogt*[39] la déformation du sol de fondation (roc). Fred Vogt[40] déduisait les formules et calculait numériquement l'influence d'un *déplacement de la fondation rocheuse* du barrage en arc. Il arriva au résultat que le déplacement de la fondation rocheuse peut être très approximativement calculé, en prolongeant le barrage (jusqu'à une fondation fixe imaginaire, à une distance 0,45 t de la base. Le déplacement de la fondation change naturellement les tensions et les déformations d'un barrage arqué. Pour des épaisseurs petites, ce déplacement n'a aucune influence essentielle. Pour de grandes épaisseur (dans les parties inférieures des hauts barrages) le déplacement des fondations diminue le moment fléchissant à l'appui de l'arc et alors diminue aussi la traction à l'extrados de l'arc; par contre le moment fléchissant à la clé de l'arc et la traction à l'intrados croissent. Les tensions produites par le changement de la température, le retrait et le gonflement du béton deviennent en règle plus petites par suite du déplacement, le déplacement de la clé croît considérablement (jusqu'à une valeur double).

La résolution des équations différentielles fondamentales (38), (39) pour un barrage arqué est très compliquée et difficile. Pour des cas pratiques ordinaires cette méthode est trop laborieux.

Forme des barrages arqués.

On construisait d'abord les barrages arqués en général avec la face amont verticale et un rayon de courbure constant dans toutes les sections horizontales, ou même avec un rayon croissant vers la base. Une telle forme couvient pour une largeur constante dans toutes les sections horizontales, donc pour un arc entre piliers verticaux, quoique même là il soit préférable d'employer dans les parties inférieures avec épaisser plus grande un rayon plus petit, en vue d'obtenir des arcs plus flexibles. Si le barrage se trouve dans une vallée dont la largeur diminue vers la base, les arcs sont fortement surbaissés dans la pertie inférieure. En calculant le barrage comme un système de poutres verticales et d'arcs horizontaux (ce qui est admis dans les cas suivants), on obtient sur les arcs une petite partie de la pression d'eau, la plus grande partie étant supportée par les poutres verticales; par suite de la flexion dans les poutres verticales, cela exige beaucoup de maçonnerie. Il est pourtant mieux de diminuer le rayon de courbure de la couronne vers le bas; cela transmet la plus grande partie de la charge aux arcs, où

les tensions sont plus uniformes et la résistance du béton utilisée d'une façon meilleure *(Stucky*[14]*)*. *L. R. Jorgensen*[30] projette pour cette raison les barrages avec angle central constant dans tous les plans horizontaux; de tels barrages ont été construits très souvent en Amérique en de grandes dimensions. Mais la constance de l'angle central n'est pas nécessaire et l'on ne peut l'atteindre exactement en pratique.

L'idée de l'angle central constant fut exprimée déjà en 1879 par *Pelletreau*[5] qui détermina aussi le premier la meilleure valeur de l'angle central, en négligeant l'influence de l'effort normal, par la valeur approximative 134°, donnant le volume de l'arc minimal. Si l'on envisage l'influence de l'effort normal, d'après Ritter[9] le meilleur angle central se trouve entre 120° et 180°; dans cet intervalle le volume de la maçonnerie nécessaire ne change que peu. Pour éliminer les tractions dans un arc mince, chargé par des pressions radiales uniformes, on doit employer un angle central plus grand que 158°, si l'épaisseur de l'arc est constante; pour un angle central plus petit on peut éliminer les tractions à l'extrados des naissances, en augmentant l'épaisseur de l'arc aux naissances, si l'angle central est plus grand que 115°. Par rapport à l'influence des changements de la température, *Ritter*[9] montre qu'un arc semi-circulaire est le meilleur.

Les conditions de la plus grande économie possible sont examinées en détail par *Ippolito*[13] sur la base de la théorie d'un arc élastique d'épaisseur relativement petite; il envisage le barrage comme un système d'arcs horizontaux indépendants. Il montre que pour un arc d'épaisseur constante, le meilleur angle central est entre 133° et 180°, et qu'il dépend de la profondeur de l'eau; dans le cas d'une profondeur en mètres égale à la limite permise des tensions k en kg/cm², le meilleur angle est approximativement 180°. Il détermine ensuite pour un arc de largeur constante (donc pour un arc entre piliers verticaux) le meilleur angle central, pour lequel le volume de tout le barrage est minimum. Pour un barrage arqué dans une vallée dont la largeur diminue de haut en bas, il construisit des nomogrammes qui permettent, pour un angle central donné à la couronne, de déterminer le volume des arcs en diverses hauteurs (en cas de rayon constant de la surface médiane ou de la face amont), ensuite par addition, le volume de tout le barrage et, par une comparaison des résultats pour angles centraux différents, le meilleur angle central à la couronne, menant à un volume minimum de tout le barrage.

Pour une pression radiale uniforme, la meilleure forme de la fibre moyenne est un cercle, ce qui est aussi avantageux pour la construction. En réalité, la pression sur les arcs n'est pas uniforme, parce que par suite d'une résistance différente des poutres verticales de hauteur inégale (si l'on calcule le barrage comme un système d'arcs horizontaux et de poutres verticales) les arcs ont à supporter en divers points des portions différentes de toute la pression d'eau. Il serait naturellement possible d'adapter la forme du barrage à cette circonstance, en choisissant pour la fibre moyenne dans chaque section horizontale une ligne funiculaire pour les charges calculées, agissant sur l'arc *(Stucky)*[14]. L'économie éventuelle du béton serait probablement surpassée par les inconvénients rencontrés pendant la construction pour laquelle les arcs circulaires qui permettent aussi le calcul le plus simple sont les meilleurs.[41] En outre, le calcul de la

distribution des pressions à l'arc est assez compliqué et l'on ne peut pas le faire avec une exactitude absolue; si l'on adapte la forme de l'arc à la distribution des pressions calculée, il se peut qu'en réalité la distribution réelle des pressions soit différente et ne réponde pas à la forme déterminée de l'arc, et alors les tensions réelles pourraient excéder les valeurs extrêmes calculées.

Un profil triangulaire de la section verticale, convenable pour un barrage droit ou à petite courbure, où l'on peut négliger l'effet des arcs, ne convient pas pour les barrages arqués. Par rapport aux tensions, il y a avantage à faire le barrage mince et à agrandir son épaisseur vers les appuis aux flancs et au fond de la vallée *(Stucky)*,[14] spécialement pour les barrages de hauteur modeste (jusqu'à 30 m), où l'on ne peut pas atteindre la résistance considérable des charges échoit aux poutres verticales. Un grand nombre d'inconnues dans le calcul de la distribution des charges entre le système de poutres verticales et d'arcs horizontaux a pour conséquence que le barrage arqué est très sensible aux variations des dimensions; avec des variations convenables de l'épaisseur, on peut toujours améliorer l'utilisation de la résistance du matériau ou diminuer le volume de la maçonnerie, parce que ces variations peuvent changer essentiellement la souplesse des arcs horizontaux et des poutres verticales, et par conséquence la distribution des forces extérieures entre les deux systèmes, ce qui fut montré aussi par *Howell* et *Jacquith*[35].

Même pour les barrages arqués de grande hauteur, le renforcement aux appuis est avantageux, et dans des vallées plus larges aussi, une face amont verticale donne aux poutres verticales une rigidité plus grande.[35] L'effet de la *sous-pression* est beaucoup moins dangereux pour les barrages arqués que pour les barrages droits, puisque seuls les appuis aux flancs empêchent le renversement du barrage. Mais il est utile d'envisager la sous-pression surtout là où la plus grande partie des charges agit sur les poutres verticales.

Une précaution spéciale est nécessaire pour déterminer les dimensions du barrage aux endroits où la largeur de la vallée change brusquement. En ces endroits aussi la portée des arcs horizontaux adjacents change brusquement et ces arcs doivent avoir des déformations très différentes. Pour éviter les tensions tangentielles (au glissement) trop grandes, il convient d'établir en ces endroits des piliers puissants, donnant avec les flancs et le fond de la vallée une forme plus régulière à la circonférence du barrage arqué et permettant d'utiliser complètement la résistance de la maçonnerie, en évitant les tensions trop grandes *(Résal)*.[1]

G. S. Williams[42] a projeté pour le barrage Six-Mile Creek près Ithaka en USA. une forme singulière, avec l'intention d'éliminer l'action des poutres verticales et de porter toute la charge sur les arcs horizontaux. Le bas du barrage a la forme d'un coupole retournée qui fournit au barrage même à la base des appuis sûres; la pression d'eau sur la coupole compense en partie le poids du barrage.

Les coupoles de grandes dimensions furent employées dans le barrage Coolidge sur Gila River (Arizona)[43]. Le barrage d'une hauteur de 67,1 m, contient, entre deux piliers verticaux distants de 55 m et les flancs de la vallée, trois coupoles de forme ovale. Le barrage fut calculé comme un système d'arcs indépendants

que l'on a obtenus de chaque coupole par des sections planes, perpendiculaires aux droites inclinées des appuis.

La distribution des forces extérieures horizontales entre le système de poutres verticales et d'arcs horizontaux dépend du rapport de la hauteur à la longueur totale du barrage. Avec la longueur du barrage arqué croît la longueur des arcs horizontaux et leur souplesse, mais les poutres verticales restent également rigides. C'est pour cela que la grande partie des charges horizontales agit sur les poutres verticales et le barrage se rapproche successivement dans son action statique d'un barrage droit à hauteur constante, où toute la charge est supporté par des poutres verticales, sollicitées à la flexion et à la compression. Au contraire, dans les barrages plus courts la grande partie des charges horizontales échoit aux arcs horizontaux; avec la diminution de la longueur, l'action des poutres verticales diminue et celle des arcs horizantaux grandit. D'après les barrages construits et calculés, *Résal*[1] et *Stucky*[14] montrent que *l'action des arcs a une valeur remarquable seulement dans les barrages, pour lesquels le rapport de la longueur en couronne t à la hauteur h est* $l/h \leq 2{,}5$. Les barrages à longueur $l > 2{,}5\,h$, dont l'épaisseur est considérable, sont à calculer comme les barrages droits (à gravité). On peut négliger en ce cas l'action des arcs qui est insignifiante; elle est aussi utile à la stabilité du barrage, parce qu'elle soulage un peu, surtout dans la partie supérieure, les poutres verticales. Pour les barrages relativement minces, même plus longs, l'action des arcs horizontaux peut être considérable[35].

Les barrages arqués ont naturellement besoin de solides appuis aux flancs de la vallée; on peut les construire seulement si les flancs sont constitués d'une roche solide. Les arcs devraient être, aux naissances, approximativement perpendiculaires aux lignes horizontales du terrain, pour avoir des appuis sûres.

Si l'on calcule le barrage arqué d'une manière plus exacte, si l'on s'efforce de déterminer les tensions plus en détail et si l'on considère aussi l'influence de la température, on peut admettre des limites plus grandes des tensions (par analogie des constructions de ponts) par rapport au calcul superficiel usuel. *Stucky*[14] recommande en ce cas pour le béton la limite de compression jusqu'à 35 kg/cm² et la limite de traction jusqu'à 10 kg/cm². *Juillard*[41] objecte que l'on ne devrait pas dépasser les limites appliqués jusqu'à présent, tant qu'une expérience plus longue ne prouve pas la sûreté des nouvelles méthodes de calcul.

Les fatigues réelles dans un barrage arqué peuvent dépendre essentiellement du mode de construction[44]. Pour que l'action des arcs se fasse valoir, il est nécessaire que le barrage forme dans la direction verticale et horizontale un monolithe; toutes les considérations précédentes sur les tensions dans les barrages arqués supposent donc que toutes les couches sont bien jointes entre elles pendant la construction ou liées par des grandes pierres. S'il y a des joints de dilatation verticaux, l'action des arcs peut être considérablement réduite, ou même éliminée par les joints ouverts. Si les joints de dilatation étroits sont remplies plus tard dans toute leur étendue, alors les forces horizontales transversales (en arcs horizontaux) peuvent agir; le frottement dans les joints de dilatation, produit par la compression agissant sur eux, aide à cela. On peut alors calculer avec l'action des arcs (du moins en partie).

Confirmation de la théorie par les mesures et expériences.

On peut déterminer les tensions dans un barrage, en partant des déplacements mesurés, comme l'a montré *F. A. Noetzli*[15]. Soit Δs le raccourcissement de la fibre moyenne de l'arc (valeur absolue), la force horizontale, produite seulement par Δs, est

$$H = -k_f \cdot \frac{E t^3}{h^2 l} \cdot \Delta s, \tag{42}$$

où*

$$k_f = \frac{h^2 s}{t^3 \left(\int \frac{y^2 ds}{J} + \int \frac{\cos^2 \varphi \, ds}{t} + 3 \int \frac{\sin^2 \varphi \, ds}{t} \right)}; \tag{42a}$$

il s'agit ici d'un arc à une largeur $b = 1$; la signification des autres quantités est la même qu'auparavant (v. fig. 1). Les valeurs du coefficient k_f pour divers angles centraux 2α et divers rapports t/h sont contenues dans un nomogramme, établi par Noetzli. Approximativement, pour un arc parabolique, en tenant compte seulement des moments fléchissants, $k_f = 0{,}94$; l'influence des efforts normaux et tranchants y comprise, $k_f = 0{,}75$. Le raccourcissement de la fibre moyenne Δs donne approximativement, en supposant la fibre moyenne déformé circulaire (comme pour un arc à deux articulations), le déplacement du sommet de l'arc (positif dans le sens vers le centre de l'arc)

$$\eta \doteq \frac{3}{16} \cdot \frac{s}{h} \cdot \Delta s.$$

En introduisant Δs de cette équation dans (42), on obtient

$$H = -\frac{16}{3} k_f \cdot \frac{E t^3}{h s^2} \cdot \eta. \tag{43}$$

Les valeurs approchées $k_f = 0{,}75$, $\frac{s^2}{h} = 8{,}3\, r$ donnent

$$H \doteq -0{,}48 \frac{E t^3}{h^2 r} \cdot \eta; \tag{43a}$$

r est le rayon de la fibre moyenne. La force H passe par le centre de gravité de la fibre moyenne, donc approximativement à la distance $\frac{h}{3}$ de la clé de l'arc; on peut alors calculer facilement les tensions a la clé et aux naissances de l'arc.

Les formules de *Noetzli* peuvent donner, d'après *W. Cain*[45], des résultats suffisamment bons pour les angles centraux 0—30° et pour les arcs minces; pour les angles centraux plus grands et pour les arcs épais, les résultats peuvent différer considérablement de ceux du calcul exact.

En considérant la pression d'eau p (à la face amond) et la charge radiale uniforme p' (positive vers le centre de l'arc), provenant du changement de la

* Le numérateur de k_f devrait être $\frac{h^2 l^2}{s}$ au de lieu $h^2 s$, ce qui resulte de la déduction de la formule.

température et du retrait du béton, on obtient pour le déplacement de la clé de l'arc d'après *W. Cain*[21] une formule plus exacte

$$y = \omega_0 r_0 \left[\varepsilon' - \delta \varepsilon + \frac{(p + p') r_2}{E t} \right] \tag{44}$$

avec les mêmes signes que peux l'équation (34a); pour une diminution de la température, δ et p' seraient négatifs. On peut calculer de (44) la valeur $(p + p')$, cest-à-dire la charge radiale totale de l'arc (uniforme, comme on suppose), si l'on mesure le déplacement réel y et les autres quantités de la formule. Les relations (44), de même que (34, 34a) sont valables seulement, si tout l'arc considéré dans le calcul est en action, dons s'il n'y a pas de fissures produites par le retrait du béton ou par des tractions trop grandes.

S'il y a dans le barrage des fissures verticales qui altèrent l'action des arcs horizontaux (en changeant leurs sections), la mesure des déplacements et de la température devrait être faite à une époque, où les fissures sont fermées; de deux observations en divers moments on peut déduire, de la différence des valeurs observées, le déplacement y et le changement de la température δ que l'on doit introduire dans la formule. On doit aussi faire attention que l'on élimine les effets défavorables d'un module d'élasticité inégal (hétérogénité du béton) et d'une distribution non uniforme de la température. On parvient à cela, en mesurant les déplacements et la température dans une période de plusieurs jours, pendant laquelle la température de l'air ne change pas. Si le calcul, partant des valeurs observées, donne une pression p à peu près égale à la pression d'eau en bas du barrage ou même plus grande, cela prouve qu'il y avait des fissures verticales dans le barrage ou que la distribution de la pression d'eau était trop inégale; on ne peut alors pas employer les résultats de telles mesures.

Du déplacement radial mesuré η à la clé de l'arc horizontal, on peut calculer le moment fléchissant à la clé par la formule

$$M_0 = -a \cdot \frac{E t^3}{h r} \cdot \eta, \tag{45}$$

qui peut être appliquée aussi bien pour le déplacement produit par la pression d'eau que pour le déplacement engendré par la température. Le coefficient a possède la valeur: pour un arc encastré[21], si l'on considère l'influence de l'effort tranchant,

$$a = \frac{1}{6} \cdot \frac{\sin\alpha \left(1 - \frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)}{(\alpha - \sin\alpha)\left(1 + \frac{i^2}{r_0^2}\right) + 2{,}88 \frac{r}{r_0} \cdot \frac{i^2}{r_0^2} (\alpha + \sin 2\alpha)}, \tag{45a}$$

et pour un arc à deux articulations[16], en négligeant l'influence de l'effort tranchant,

$$a = \frac{1}{6} \cdot \frac{\sin\alpha (1 - \cos\alpha)}{\sin\alpha + \alpha (1 - 2\cos\alpha) + \frac{i^2}{r^2} (\alpha - \sin\alpha)}. \tag{45b}$$

Le coefficient a dépend seulement de l'angle central 2α et du rapport $\frac{i}{r}$; on peut

alors calculer a d'avance pour divers angles α et divers rapports $\frac{i}{r}$. On peut alors prendre a directement d'un tableau numérique établi de la sorte et déterminer M_o par substitution de a dans (45). De cela résulté la force $X = pr - H_c$, parce que M_o représente le moment de cette force X, agissant au centre de gravité de la fibre neutre, pour un arc encastré (dans la droite de jonction de deux articulations pour un arc à deux articulations); on calcule ensuite H_c et, de cette

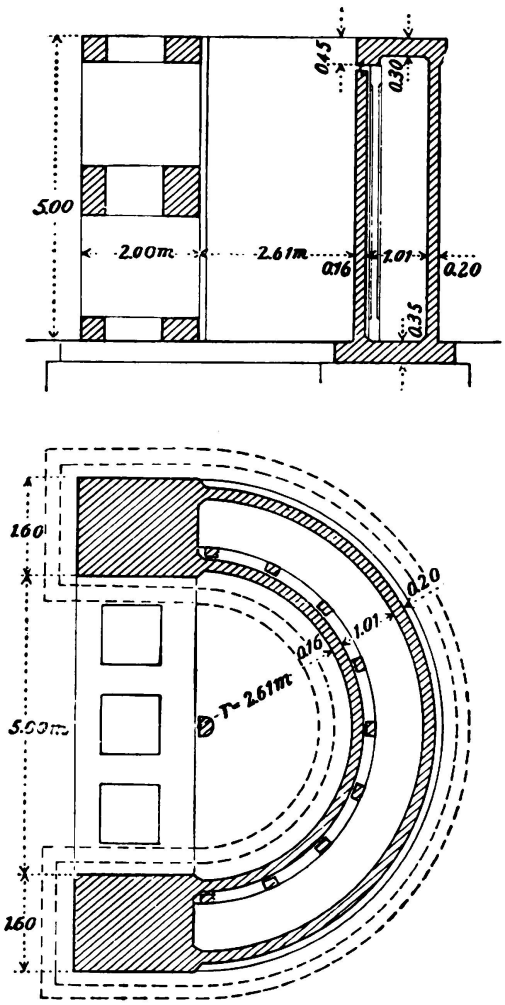

Fig. 16.

force et du moment M_o, les tensions dans la section de la clé de l'arc. En se servant des formules mentionnées auparavant, on peut déterminer de M_o et H_c le moment fléchissant et l'effort normal à la section à la naissance et les tensions à la naissance de l'arc.

Si l'action complète de l'arc est assurée dans tous cas de charge et de changements de la température, c'est-à-dire si le barrage arqué est tellement armé et fixé au roc sur les flancs de la vallée, que des fissures verticales ne peuvent se présenter, on peut calculer à l'aide de mesures exactes du déplacement et de la température le module d'élastacité E. Il est nécessaire pour cela de déterminer par le calcul (d'après *Smith* ou *Noetzli*) la charge radiale p' de l'arc horizontal;

E est alors donné par l'équation (34). Il est mieux d'éliminer le changement de la température, en employant les mesures des déplacements à diverses profondeurs de l'eau et pour une température égale.

Le calcul peut être contrôlé par mesures effectuées dans quelques cas sur des barrages actuels[46]; on peut aussi confirmer la théorie par des expériences systématiques sur modèles. Cam. Guidi[47] faisait des essais avec un modèle de barrage arqué en forme d'une voûte semi-circulaire de rayon 2,61 m, d'épaisseur constante de 16 cm et de hauteur de 5 m; il chargeait la voûte par la pression d'eau contenue entre cette voûte et une plus grande à même axe, distante de 1,01 m, d'épaisseur de 20 cm (fig. 16). Les deux voûtes étaient fixées aux fond et à deux grands piliers latéraux; la voûte extérieure étant aussi fixée à une dalle en béton en haut, mais la voûte intérieure finissait au-dessous de cette dalle et était jointe à la dalle d'une façon élastique, pour rendre possibles les épreuves de l'arc sous pression produite par des presses hydrauliques. Les essais ont montré que la ligne élastique de l'arc horizontal ne correspond pas à une pression d'eau uniforme, mais qu'elle est en bon accord avec une charge, comportant à la clé $^3/_4$ de la pression d'eau et croissant continuellement vers les appuis jusqu'à une pression d'eau complète; c'est ce que *Guidi* recommandait déjà dans son livre sur la statique des barrages[10].

Pour les essais sur modèles, *A. Mesnager* et *J. Veyrier*[48] proposaient en 1926 une très bonne méthode, permettant d'obtenir au modèle à échelle réduite les mêmes tensions que dans la construction réelle. En employant au lieu de l'eau un liquide à poids spécifique n-fois plus grand (par. ex. mercure avec le poids spécifique n = 13,6), on obtient dans le modèle, construit du même matériau que le barrage réel, et réduit à une échelle 1 : n, en chaque point les mêmes pressions extérieures et en conséquence les mêmes tensions qu'au point correspondant du barrage réel; la déformation sera proportionnelle. En employant pour le modèle un matériau à résistance m-fois plus petite et pour la charge un liquide de poids spécifique n, on obtient les mêmes résultats par rapport à la rupture avec un modèle à l'échelle 1 : m n. De telle manière, *Mesnager* et *Veyrier* essayaient le modèle d'un barrage à charge fractionnée* qu'ils projettaient pour une hauteur totale de 70 m (5 gradins de 14 m) sur la Dordogne à Marège[48]. Ils employaient pour la charge le mercure avec le poids spécifique 13,6 et fabriquaient le modèle en plâtre, préparé de telle façon que sa résistance était 7,33-fois plus petite que celle du béton; alors ils pouvaient employer un modèle à l'échelle $1 : mn = 1 : 13{,}6 \times 7{,}35 = 1 : 100$. Ils chargeaient le modèle jusqu'à la rupture et fixaient que le coefficient de sécurité de chaque arc dans la construction réelle serait de 3 à 5 d'après leur projet. Ils avaient trouvé aussi que les formules et les tableaux de Guidi sont bons et sûrs en pratique.

Les essais avec les barrages arqués furent faits à grande échelle aux Etats-Unis d'Amérique, où sur l'impulsion de *F. A. Noetzli* un barrage d'essai arqué fut construit en 1926 sur le Stevenson Creek en Californie; les essais furent décrits dans une publication spéciale[2]. Ces essais américains sont de la plus grande importence pour la confirmation des diverses théories, par leur grande

* Le premier barrage à charge fractionnée fut projetté par *Boulé* en 1894 pour le barrage sur le Nil à Assouan, ensuite en 1912 par *Rutenberg* en Italie.

étendue et par l'analyse soigneuse des résultats. Ils donnaient des resultats intéressants et montraient clairement quelles théories employées jusqu'ici sont correctes.

Sécurité des barrages.

Les barrages droits ont d'ordinaire un coefficient de sécurité petit, en règle à peine plus grande que 1,5. Cela est prouvé par les accidents qui se sont produits sur barrages droits. Au barrage de Bonzey, un réhaussement de 80 cm du niveau supposé de l'eau suffisait à produire la rupture[49]; le coefficient de sécurité n'était ici qu'un peu plus grand que 1. Beaucoup d'autres accidents étaient aussi causés par un réhaussement du niveau d'eau au-dessus du niveau extrême considéré dans le projet (à cause de l'insuffisance des déversoirs) et par l'inondation du barrage. La sécurité du barrage croît considérablement sans une modification du profil, par une courbure du barrage en plan; cela peut aussi essentiellement améliorer les effets défavorables des changements de température et du retrait du béton, qui peuvent être éliminés dans un barrage droit par des joints de dilatation.

Le coefficient de sécurité d'un barrage arqué est au contraire considérablement plus grand que celui du barrage droit. Cela est démontré aussi par le fait que les accidents aux barrages arqués sont très rares et causés pour la plupart par l'insuffisance des fondations les barrages (*Moyie River*[50], *Lake Lanier*[50] et *Gleno*[51] en Italie). Des barrages arqué bien construits ont une sécurité considérable, beaucoup plus grande que les barrages droits. Le barrage droit oppose à la pression d'eau seulement le poids de la maçonnerie. Si la pression d'eau croît seulement un peu (par un réhaussement non prévu du niveau d'eau), la compression maximale à l'extrémité aval du joint de base peut croître considérablement; la charge de rupture est souvent à la charge supposée dans le projet du barrage dans un rapport (coefficient de sécurité) dépassant de peu 1. La courbure du barrage agrandit considérablement sa sécurité; un barrage courbé est par sa forme seule assuré contre le renversement. Les essais de *M. Mesnager* ont montré que la charge supportée avec sécurité par le barrage, peut être élevée plusieurs fois avant la rupture; le coefficient de sécurité, donné par le rapport de la charge de rupture à la charge réelle, est ici semblable au coefficient de sécurité des autres constructions civiles.

Littérature:

[1] *J. Résal:* «Formes et dimensions de grands barrages en maçonnerie» (Annales des Ponts et Chaussées 1919, II, p. 165—221).

[2] „Report on Arch Dam Investigation, vol. I" (Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Mai 1928).

[3] *G. Pigeaud:* «Notes sur le calcul des barrages en voûte» (Génie civil 1922, vol. 81,p. 106).

[4] *Delocre:* «Sur la forme du profil à adopter pour les grands barrages en maçonnerie des réservoirs» (Annales des Ponts et Chaussées 1866, II, p. 212).

[5] *Pelletreau:* «Barrages cintrés en forme de voûte» (Annales des Ponts et Chaussées 1879, I, p. 198—218).

[6] *H. Hawgood:* „Huacal Dam, Sonora, Mexico" (Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1915, vol. 78, p. 564).

[7] *R. Ruffieux:* «Etude sur la résistance des barrages en maçonnerie» (Annales des Ponts et Chaussées 1901, I, p. 197—234).

[8] *E. Mörsch:* „Berechnung kreisförmiger Gewölbe gegen Wasserdruck" (Schweizerische Bauzeitung 1908, vol. 51, p. 233—235).

[9] *H. Ritter:* „Die Berechnung von bogenförmigen Staumauern", Karlsruhe 1913.

[10] *Cam. Guidi:* „Statica delle dighe per laghi artificiali" 1e ed. 1921, 3e ed. Torino 1928).

[11] *W. Cain:* „The Circular Arch under Normal Loads" (Proceedings of the Amer. Society of Civil Engineers 1921, vol. 47, p. 285—300).

[12] *R. Kelen:* „Die Staumauern", Berlin 1926.

[13] *G. Ippolito:* (trad. par. *J. Boudet:*) «Nouvelle contribution à l'étude des barrages en arc», Paris 1927.

[14] *A. Stucky:* «Etude sur les barrages arqués», Lausanne 1922 (Bulletin technique de la Suisse romande).

[15] *F. A. Noetzli:* „The Relation between Deflections and Stresses in Arch Dams" (Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1922, vol. 85, p. 284—307).

[16] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1922, vol. 85, p. 264—283.

[17] *F. A. Noetzli:* „Gravity and Arch Action in Curved Dams" (Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1921, vol. 84, p. 1—60).

[18] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1922, vol. 85, p. 334.

[19] *H. Bellet:* «Barrages en maçonnerie et murs de réservoirs» Paris 1907.

[20] *B. F. Jakobsen:* „Stresses in Thick Arches of Dams" (Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1927, vol. 90, p. 475—521.

[21] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1927, vol. 90, p. 522—547.

[22] *F. H. Fowler:* „A Graphic method for Determining the Stresses in Circular Arches under Normal Loads by the Cain Formulas" (Proceedings of the Amer. Society of Civil Engineers 1927, vol. 53, p. 1893—1917).

[23] *R. Chambaud:* «Le problème élastique des voûtes épaisses et des pièces à forte courbure», Paris 1926 (Génie civil).

[24] *M. Malterre:* «Calcul des grands barrages de réservoirs en forme de voûtes» (Annales des Ponts et Chaussées 1922, II, p. 223).

[25] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1902, vol. 85, p. 249.

[26] Annales des Travaux Publics de Belgique 1928, p. 142.

[27] *H. Juillard:* «Influence de l'encastrement latéral dans les grands barrages» (Schweizerische Bauzeitung 1921, vol. 78, p. 271).

[28] *S. H. Woodard:* „Analysis of Stresses in Lake Cheesman Dam" (Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1904, vol. 53, p. 108).

[29] In the discussion to „Lake Cheesman Dam and Reservoir" (Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1904, vol. 53, p. 155).

[30] *L. R. Jorgensen:* „The Constant Angle Arch Dam" (Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1915, vol. 78, p. 685).

[31] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers, 1915, vol. 78, p. 610.

[32] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers, 1921, vol. 84, p. 124.

[33] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers, 1921, vol. 84, p. 71—91.

[34] *A. Rohn:* „Beitrag zur Berechnung massiver Staumauern" Schweizerische Bauzeitung 1922, vol. 79, p. 126).

[35] *C. H. Howell* and *A. C. Jaquith:* „Analysis of Arch Dams by the Trial Load Method" (Proceedings of the Amer. Society of Civil Engineers 1928, vol. 54, p. 61—95).

[36] *A. J. Wiley:* in Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1921, vol. 81, p. 109.

[37] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1927, vol. 90, p. 567.

[38] *B. A. Smith:* „Arched Dams" (Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1919—1920, vol. 83, p. 2027—2093).

[39] Fred. Vogt: „Über die Berechnung der Fundamentdeformation", Oslo 1925.

[40] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1927, vol. 90, p. 554—567.

[41] *H. Juillard:* «Calcul des barrages arqués» (Schweizerische Bauzeitung 1923, vol. 81, p. 11).

[42] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1904, vol. 53, p. 182.

[43] Engineering News-Record 1926, vol. 96, p. 865.

[44] *D. C. Henny:* in Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1915, vol. 78, p. 685.

[45] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1922, vol. 85, p. 310—320.

[46] Schweizerische Bauzeitung 1923, vol. 81, p. 21.

[47] *Cam. Guidi:* «Etudes expérimentales sur les constructions en béton armé» (Traduit par A. Paris, Lausanne 1927, Bulletin technique de la Suisse romande).

[48] *A. Mesnager* et *J. Veyrier:* «Les barrages-réservoirs à voûtes et à charge fractionnée» (Annales des Travaux Publics de Belgique, 1928, p. 219—257).

[49] A. Mesnager: «Les barrages hydrauliques», Paris 1928.

[50] Engineering News-Record 1926, vol. 97, p. 616.

[51] Der Bauingenieur 1924, p. 382.

Résumé.

La construction des barrages arqués a passé jusqu'à ce jour par une longue période d'évolution. Aussi la théorie de ces barrages commencée par un traité publié en 1866, a évoluée des commencements très simples jusqu'à la perfection d'aujourd'hui. Les barrages arqués sont employés de plus en plus et leurs dimensions croissent toujours; ils garantissent la sécurité de la région située en aval. Il est intéressant de suivre l'évolution de leur théorie qui montre clairement, comment la pensée humaine pénètre le vrai sens et l'action de cette importante construction civile.

Au commencement, le barrage arqué était envisagé comme un *système d'arcs horizontaux indépendants,* résistant à la pression de l'eau et éventuellement à l'influence des changements de température et du retrait du béton. Le fondement de la théorie est ici le même que pour les arcs ordinaires, sollicités par des charges verticales. Toutefois, les charges radiales exigent une théorie un peu différente et spécialement plus complète que la théorie ordinaire des arcs verticaux. La théorie des arcs horizontaux fut successivement perfectionnée, en tenant compte de l'effort tranchant, en plus des moments fléchissants et de l'effort normal. Ensuite, la théorie des arcs minces fut remplacée par la théorie des arcs épais, au début approximative, puis exacte, basée sur la théorie mathématique de l'élasticité.

Les hauteurs toujours plus grandes des barrages ont conduit à la nécessité de considérer la liaison des arcs horizontaux dans le sens vertical. On est parvenu à cela en considérant le barrage arqué comme un *système d'arcs horizontaux et de poutres verticales.* La répartition des charges sur les deux systèmes fut calculée d'abord approximativement, en supposant une répartition uniforme des charges sur les arcs. La théorie fut perfectionée peu à peu et aujourd'hui on est capable de calculer exactement la répartition des charges sur les arcs horizontaux et les poutres verticales, pour les barrages symètriques ou assymétriques.

La dernière étape de la théorie du barrage arqué est la théorie de la *couche mince,* élaborée en pratique pour la première fois aux Etats Unis d'Amérique et perfectionnée dans ce pays.

Les ingénieurs américains, travaillant à la théorie des barrages arqués, ont aussi le grand mérite d'avoir exécuté à une grande échelle des *expériences* avec un barrage arqué de grandes dimensions et d'avoir comparé les résultats de ces épreuves avec les essais sur modèles. Ces expériences ont élucidé beaucoup de questions concernant la théorie des barrages arqués et promettent de montrer clairement la voie correcte pour la théorie et la construction de ces barrages.

Leere Seite
Blank page
Page vide