

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 2 (1936)

Artikel: L'influence des forces de freinage dans les ponts massifs

Autor: Mörsch, E.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-2961>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 17.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

IVb 5

L'influence des forces de freinage dans les ponts massifs.

Die Wirkung der Bremskräfte bei den massiven Brücken.

The Effect of Braking Forces on Solid Bridges.

Dr. Ing., Dr. techn. h. c. E. Mörsch,
Professor an der Technischen Hochschule Stuttgart.

La prise en considération des forces de freinage n'est pas seulement prescrite pour les ponts-rails mais aussi pour les ponts d'autostrades. Les forces de traction et de départ des locomotives agissent dans le même sens que les forces de freinage. Si jusqu'à présent les forces de freinage n'étaient pas du tout ou pas assez prises en considération dans les calculs statiques des ponts massifs, c'est parce que l'on ne possédait aucun procédé clair. On ne pourra obtenir de la clarté qu'en ne séparant pas des forces de freinage des forces qui les produisent. C'est pourquoi nous montrerons dans la suite comment il faut modifier les lignes d'influence des moments au noyau, etc. afin qu'elles englobent aussi le supplément engendré par les forces de freinage. Suivant le type de construction qui surmonte un arc ces modifications des lignes d'influence seront différentes.

D'après les prescriptions, il faut prendre les forces de freinage à la hauteur de la chaussée ou du rail. Selon les lois de la dynamique, l'effort de freinage de la voie de roulement sur le véhicule doit agir à la hauteur du centre de gravité lorsqu'il doit réduire la vitesse du véhicule. C'est pourquoi le déplacement de cette force de la voie de roulement au centre de gravité où on la porte deux fois en sens opposés, suivant la fig. 1, engendre un couple supplémentaire de forces. Il en

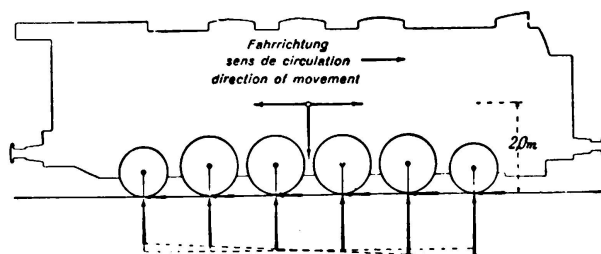


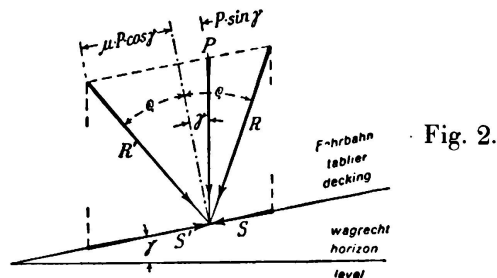
Fig. 1.

Forces agissant sur une locomotive freinée.

résulte que le poids du véhicule se reporte vers l'avant et se répartit irrégulièrement sur les différentes roues. Ces poids inégaux des roues peuvent donner des moments différents dans l'évaluation des lignes d'influence. Les règlements ne tiennent pas compte de cette distinction, en prévoyant l'application des efforts de freinage au niveau de la voie de roulement.

La force de freinage dépend encore de la pente du tablier, si l'on veut être plus précis. De même, lorsque l'on exécute les calculs ordinaires du système porteur pour un train avec charges *verticales*, ces charges contiennent déjà, lorsque la voie est en pente, une certaine partie de la force de freinage car elles ne sont pas dirigées perpendiculairement à la voie. Sur une voie en pente, un train ne peut rester immobile sans être freiné. D'après la loi du frottement, la résultante du poids et du frottement peut au plus être inclinée de l'angle de frottement ρ par rapport à la normale à la voie et l'on a $\mu = \operatorname{tg} \rho$.

Prenons le cas de la fig. 2 où la voie est inclinée d'un angle γ et admettons qu'un train descendant freine, on obtient à partir de la force de freinage S et



du poids P , la résultante R qui fait un angle ρ avec la normale. L'inclinaison maxima de R donne la force de freinage qui peut s'ajouter à la charge verticale P .

$$S = P \cdot \cos \gamma \cdot \operatorname{tg} \rho - P \cdot \sin \gamma$$

qui pour de petits angles γ peut s'écrire:

$$S = P (\mu - \sin \gamma)$$

Admettons au contraire qu'un train montant freine, on obtient, à cause de l'inclinaison opposée de la résultante R' , la force de freinage qui s'ajoute à la charge P :

$$S' = P \cdot \cos \gamma \cdot \operatorname{tg} \rho + P \cdot \sin \gamma, \text{ ou } S' = P (\mu + \sin \gamma)$$

Le coefficient de frottement μ est donné de $1/7$ dans les prescriptions des Chemins de fer du Reich.

Les poids des roues du véhicule complètement freiné agissent obliquement sur la voie et de même sur la construction au-dessus de l'arc. Lorsque l'on n'admet d'une façon tout-à-fait générale (aussi d'après DIN 1075, § 6) dans le sens longitudinal du pont, aucune répartition des charges par le tablier et la superstructure, ceci doit aussi être valable pour les charges des roues, légèrement inclinées par suite des forces de freinage. Ces conclusions nous conduisent à l'action exercée sur la voûte par le véhicule freiné, représentée aux fig. 3a et 3b pour les deux directions. Les forces obliques, parallèles entre elles, peuvent de nouveau être décomposées suivant leurs deux composantes, à leur point d'intersection avec l'axe de la voûte; mais ces charges P ainsi déplacées vers l'axe de la voûte ne se prêtent pas à l'évaluation des lignes d'influence des moments au noyau, car dans ce déplacement elles modifient leur distances réciproques. C'est pourquoi nous procédons de la façon suivante:

La fig. 3c nous montre que pour exprimer l'équilibre d'un arc à trois articulations, les moments M_x , M_k et spécialement les moments M_o d'un arc encastré ou à deux articulations il est indifférent que les deux forces P et S agissent dans leur position initiale ou par déplacement parallèle en un point quelconque de leurs résultantes. Laissons par conséquent les charges P sur la voie, nous obtenons leur effet par les lignes d'influences normales et la série de charge inchangée et il ne s'agit que de déterminer les modifications des moments au noyau, des réactions d'appui, etc. engendrées par les forces S correspondantes.

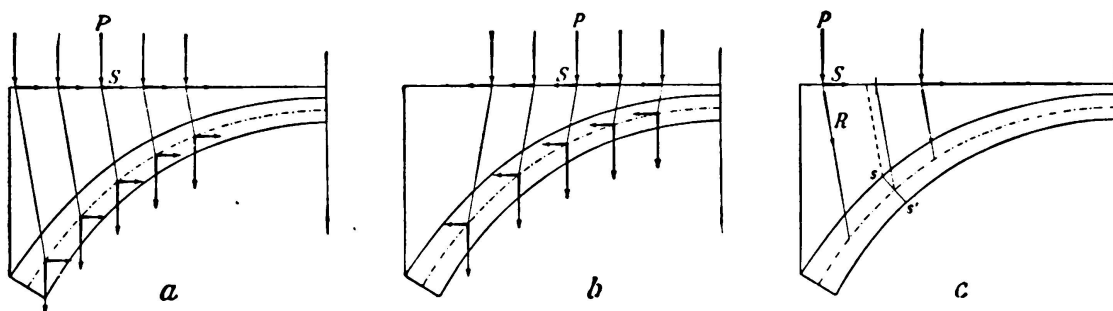


Fig. 3.

Action combinée des poids d'essieux et des forces de freinage dans les arcs à superstructure massive ou à superstructure creuse avec parois longitudinales.

Comme dans le calcul avec des charges verticales seulement, on doit admettre ici que les résultantes obliques R de P et S agissent directement sur l'axe de la voûte. C'est pourquoi la délimitation pour les forces P et S à gauche ou à droite d'une section d'arc $s-s'$ n'est plus ici la perpendiculaire élevée à son axe, mais le point où la parallèle à la résultante R passant par l'axe de la section coupe la voie. Cette délimitation peut être améliorée par la parallèle passant par le bord supérieur de la section $s-s'$. Elle varie d'ailleurs suivant le sens de freinage.

Pour une force $S = 1$ avançant sur la voie on peut déterminer les grandeurs correspondantes (moment, réaction d'appui etc.) qui doivent être reportées en ordonnées verticales au-dessous du point d'application de S à partir d'une verticale. De cette façon on obtient la ligne d'influence pour les forces de freinage seulement, ligne pour laquelle les valeurs sont identiques à celles des charges d'essieu P correspondantes, comme c'est le cas pour les lignes d'influence normales. Comme les forces de freinage sont une certaine partie des charges elles-mêmes, on peut ajouter leur effet aux ordonnées d'influence des charges d'essieu verticales de telle sorte qu'il suffit d'évaluer les lignes d'influence complétées ou résultantes pour la charge du train.

Dans les lignes d'influence résultantes, la limite des charges peut sensiblement être différente de celle des lignes normales, de telle sorte qu'elles fournissent un résultat plus exact que lorsqu'on évalue la ligne d'influence pour les forces de freinage, pour la position de la charge qui donne la valeur maxima dans la ligne d'influence normale. Souvent la différence n'est pas considérable. Malgré le déplacement, dont nous venons de parler, des démarcations entre les charges à gauche et à droite de la section, il faut se baser, pour l'évaluation de la ligne

d'influence complétée, sur la ligne d'influence normale, c'est-à-dire pour charges verticales. En effet, pour les systèmes isostatiques, seule se déplace la brisure située au-dessous de la section pour laquelle la ligne d'influence est valable. Pour les systèmes hyperstatiques où toutes les lignes d'influence représentent des lignes élastiques et peuvent être remplacées par des courbes ou polygones funiculaires, la ligne d'influence normale serait à prolonger tangentiellement jusqu'à la limite déplacée d'où partiraient de nouvelles ordonnées. Pratiquement la forme d'une ligne d'influence ne se modifie pas dans les environs de la clé où le déplacement n'est que faible et aux endroits où la courbure est faible. Dans les exemples suivants, il ne fallait prendre en considération la modification que dans les fig. 17 et 19 pour la ligne d'influence M_k des naissances et des culées d'un arc encastré où la ligne est fortement incurvée aux deux extrémités.

D'après les prescriptions allemandes il ne faut prendre pour les forces de freinage aucun supplément pour actions dynamiques, alors qu'il faut en admettre un pour les charges des essieux. On peut tenir compte de cette différence dans l'extension des lignes d'influence. Si par exemple le coefficient de choc $\varphi = 1,1$ et admettons que l'on doive calculer les forces de freinage avec $\mu = \frac{1}{7}$ des charges, il faut modifier les ordonnées de la ligne d'influence normale de $\frac{\mu}{\varphi} = \frac{1}{7,7}$ des ordonnées correspondantes de la ligne d'influence pour forces de freinage seulement.

Admettons maintenant que la voie monte d'un certain angle γ , il faut ajouter aux ordonnées d'influence normales, les ordonnées de la ligne d'influence M_k valable pour les seules forces de freinage, multipliées par $\left(\frac{\mu}{\varphi} \mp \sin \gamma\right)$, où le signe supérieur est valable pour la descente et le signe inférieur pour la montée. La résultante de $\varphi \cdot P$ et de la force de freinage correspondante a toujours avec une exactitude suffisante l'inclinaison $1 : \frac{\mu}{\gamma}$ par rapport à la normale à la voie.

Comme dans les ordonnées des lignes d'influence complétées pour les forces de freinage, on a représenté les apports des résultantes obliques R de P et S , on obtient de nouveau exactement les mêmes ordonnées lorsque l'on décompose les charges résultantes des essieux en composantes P et S dans un plan parallèle à la voie, situé au-dessous d'elle. La ligne d'influence résultante que l'on obtient ne sera pas plus déplacée horizontalement que le point d'application de P et S n'est lui-même déplacé latéralement. De toute façon, l'évaluation nous conduit aux mêmes valeurs limites.

Jusqu'à présent nous n'avons considéré que les ponts-rails et nous en ferons autant dans les exemples suivants. Pour les ponts-routes, il est prescrit, d'après la norme DIN 1072, une force de freinage de $\frac{1}{20}$ de la surcharge totale, avec foule sur toute la longueur du tablier, au moins pour chaque voie de roulement 0,3 du poids des camions. Ces deux apports à l'effet de freinage peuvent être déterminés au moyen des lignes d'influence des moments au noyau, etc. pour les forces de freinage seulement, car à cause de la petitesse des valeurs μ de $\frac{1}{20}$, la délimitation des charges varie d'une façon insignifiante. La prescription disant qu'il faut introduire toute la longueur de la chaussée avec la force de freinage

nous fait voir que pour un arc encastré on a des apports positifs et négatifs dans les lignes d'influence M_k pour les forces de freinage seulement. En général, il est tout aussi facile de tracer les lignes d'influence résultantes pour les ponts-routes et il faut admettre pour les forces de freinage $1/20$ de la surcharge humaine et 0,3 du poids des camions.

Les forces de freinage dans la poutre simple.

Si une force de freinage $S = 1$ appartenant à un poids d'essieu agit, dans la poutre représentée à la fig. 4, à droite de la section x , elle engendre un moment de flexion additionnel $M_x = -\frac{z}{l} \cdot x$. Si $S = 1$ agit à gauche de la section x , on a $M_x = -\frac{z}{l} \cdot x + h$.

Pour les forces de freinage seulement, on obtient la surface d'influence hachurée M_x . Le saut vertical de l'horizontale supérieure à l'inférieure se trouve

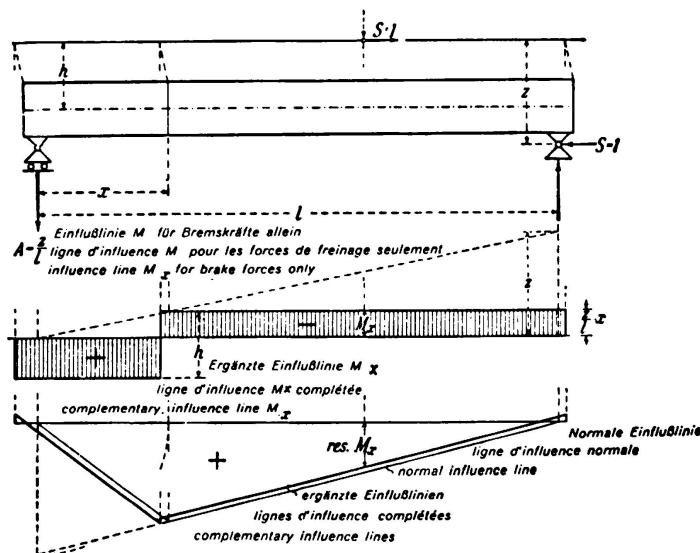


Fig. 4.

Ligne d'influence du moment de flexion M_x pour les forces de freinage dans le cas d'une poutre simple.

au-dessous de la délimitation des charges freinées agissant à droite et à gauche de la section x , c'est-à-dire au-dessous du point où la droite tracée à partir du bord supérieur de la section, sous l'inclinaison μ/φ par rapport à la verticale, coupe la voie de roulement. Les lignes épaisses représentent la ligne d'influence M_x complétée qui, lors de l'évaluation au moyen des charges d'essieu multipliées par le coefficient de choc φ , contient déjà l'apport des forces de freinage s'y rapportant. A part les moments M_x ainsi trouvés s'exerce encore une compression axiale $N_x = \mu \sum_0^x p$. Lorsque les forces de freinage sont dirigées vers l'appui mobile A, les signes changent et la compression axiale se transforme en une traction.

La force de freinage $S = 1$ engendre pour toute position un *effort tranchant* égal sur toute la poutre, soit $Q_x = -\frac{z}{l}$. C'est pourquoi les droites des lignes d'influence normales des efforts tranchants se déplacent de $\frac{\mu}{\varphi} \cdot \frac{z}{l}$ vers le haut ou vers le bas suivant le sens de freinage. La brisure entre les deux droites se trouve au même endroit que dans la ligne d'influence du moment M_x .

Lorsque la poutre repose suivant la fig. 5 à la hauteur de son axe, on a $z = h$ et les sommets des lignes d'influence M_x pour les forces de freinage seulement se trouvent à la hauteur indiquée sur la fig. 5. Si l'on modifie la ligne d'influence

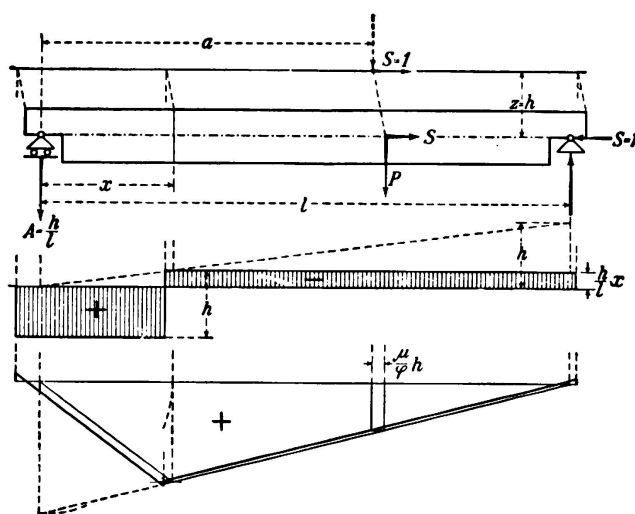


Fig. 5.

Ligne d'influence M_x de la poutre simple dont les appuis sont à la hauteur de l'axe.

normale M_x , les deux droites se déplacent dans le sens horizontal de la valeur $\frac{\mu}{\varphi} \cdot h$, elles se coupent de nouveau à la même profondeur. Lors de l'évaluation du triangle d'influence déplacé latéralement, on obtient par conséquent les mêmes moments de flexion que pour des charges immobiles, en faisant abstraction du coude qui se retrouve au sommet du triangle. Les forces de freinage n'agissent par conséquent que sur la force axiale $N_x = \pm \mu \sum_0^x P$.

On arrive à la même forme de ligne d'influence M_x complétée pour l'action des forces de freinage, en prolongeant la force freinée en a jusqu'à son intersection avec l'axe de la poutre et en décomposant cette force en la charge verticale P et la force de freinage S. Comme en cette position, S ne fournit aucun apport au moment, ce dernier ne dépend plus que de la charge P déplacée vers l'axe et pour $P = 1$ est représenté par l'ordonnée correspondante du triangle d'influence normal M_x . En reportant cette ordonnée d'influence verticalement au-dessous de la charge située sur la voie de roulement, on obtient la ligne d'influence M_x déplacée horizontalement vers la gauche de $\frac{\mu}{\varphi} \cdot h$ et qui contient l'effet de freinage.

Les forces de freinage dans une poutre continue.

Supposons que la poutre de la fig. 6 repose sur des appuis encastrés élastiquement et supposons encore qu'un des appuis extrêmes n'est pas déplaçable, on peut admettre que la poutre est appuyée à la hauteur de son axe. Sur la base des considérations que nous avons faites pour la poutre simple, il est facile de voir qu'on obtient de nouveau pour la ligne d'influence normale M_x (déplacée) complétée, la courbe de la ligne d'influence normale M_x déplacée de $\frac{\mu}{\varphi}$ qui fournit lors de l'évaluation les mêmes moments que pour des charges immobiles.

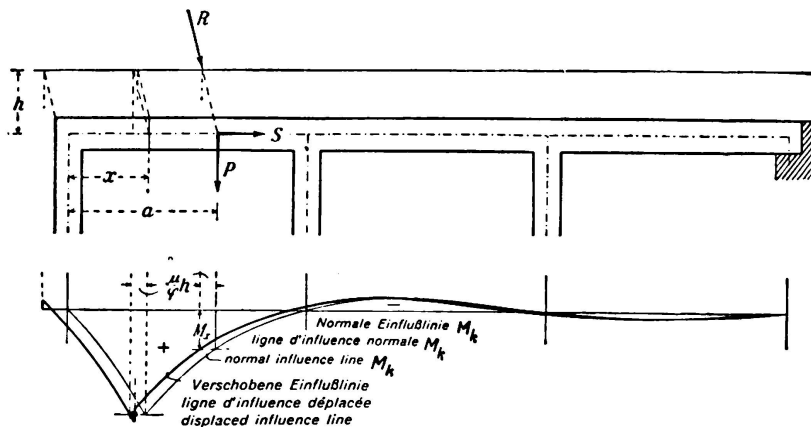


Fig. 6.

Ligne d'influence M_x de la poutre continue dont les appuis sont à la hauteur de l'axe.

Quant aux *efforts tranchants* la considération, avec résultantes R agissant à l'axe de la poutre, est justifiée. C'est pourquoi l'on obtient comme ligne d'influence complétée d'un effort tranchant Q_x en déplaçant horizontalement dans le sens opposé au sens de circulation, de $\frac{\mu}{\varphi} \cdot h$ la ligne d'influence normale Q_x . La brisure se trouve sous le point où la ligne tracée du bord supérieur de la section x , sous un angle $\frac{\mu}{\varphi}$, coupe la voie. L'évaluation ne donne des valeurs qu'à peine différentes de celles que l'on obtiendrait pour des charges immobiles.

Si notre poutre ne possède aucun appui indéformable, il faut considérer l'effet des forces de freinage sur les moments et sur les efforts tranchants aussi bien dans la poutre que dans les appuis. L'influence de chaque force de freinage peut être tirée des surfaces des moments et des efforts tranchants engendrées par une force 1 agissant suivant l'axe de la poutre. On peut par conséquent ajouter les apports des forces de freinage s'y rapportant aux valeurs limites déterminées pour les moments et les efforts tranchants engendrés par les charges immobiles. On peut aussi compléter les lignes d'influence normales avec les ordonnées des forces de freinage et l'on obtient ainsi des limites de charge un peu déplacées.

Pour une *poutre continue sur appuis mobiles* qui n'est pas appuyée à la hauteur de son axe, on peut de nouveau appliquer les considérations représentées à la fig. 6 avec force R déplacée vers l'axe de la poutre. D'après cela, les lignes

d'influence normales des moments de flexion et des efforts tranchants valables pour les forces P qui agissent ici peuvent être utilisées. Les forces S agissant dans l'axe de la poutre provoquent ici aussi une répartition additionnelle des moments et efforts tranchants qui provient du couple de moment $S(z-h)$ agissant au-dessus de l'appui sur la poutre (fig. 7). Comme nous l'avons déjà décrit tout à l'heure, on peut ou ajouter l'effet de ce couple aux valeurs limites

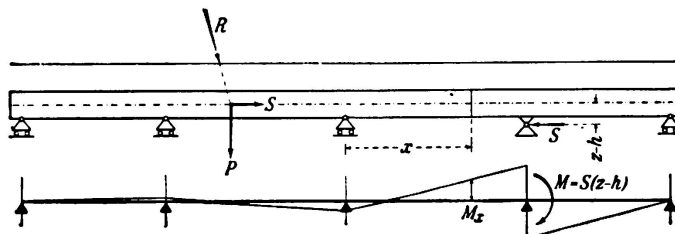


Fig. 7.

Représentation pour une poutre sur appuis simples des moments additionnels produits par le déplacement vers l'axe de la force de freinage S .

de M_x et Q_x pour charge fixe ou compléter leurs lignes d'influence avec les apports des forces de freinage que l'on doit prendre sans autre dans les surfaces des moments et des efforts tranchants. Par suite des forces de freinage, il existe encore dans la poutre une force axiale.

Les forces de freinage dans le cadre simple.

Dans un cadre encastré ou à deux articulations avec entretoise horizontale et montants de même hauteur, on décompose les charges freinées obliques R à leur intersection avec l'axe de l'entretoise en deux composantes P et S . On remarque que chaque force $S = 1$ agissant dans l'axe de l'entretoise engendre les mêmes réactions d'appuis et ainsi les mêmes moments additionnels en une section quelconque des montants et de l'entretoise. C'est pourquoi on peut assimiler les efforts de freinage S correspondant à une position quelconque des charges à une force agissant dans l'axe de l'entretoise et déterminer ainsi les contraintes additionnelles qu'elles engendrent.

Il est aussi possible de compléter les lignes d'influence des moments au noyau avec les apports des forces de freinage.

Les forces de freinage dans l'arc à trois articulations.

Elles influent sur les contraintes dans l'arc lui-même et dans les culées, c'est-à-dire sur les moments au noyau s'y rapportant ainsi que sur les efforts tranchants et normaux dans les articulations. Afin de rendre la chose plus claire, nous avons exagéré l'inclinaison de la voie dans les figures qui vont suivre.

Lignes d'influence des moments au noyau M_k pour un arc.

Sur la base des considérations de la fig. 3c nous faisons agir les forces P et S à la hauteur de la voie, lorsque la superstructure est massive suivant la fig. 8 et

nous déterminons les moments M_k engendrés par une charge mobile $S = 1$. Dans une section située à gauche de la clé on a :

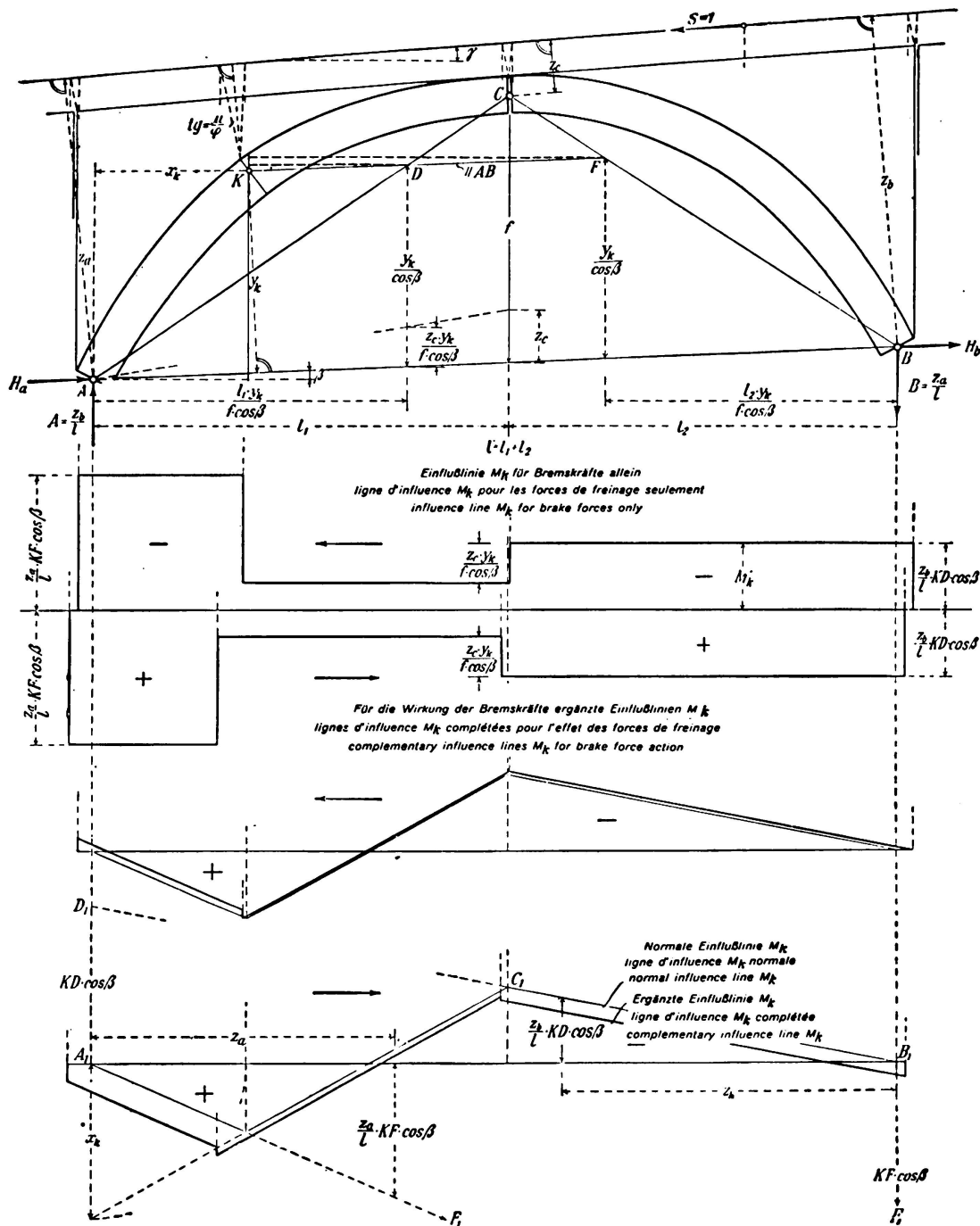


Fig. 8.

Lignes d'influence M_k pour forces de freinage pour un arc à trois articulations avec superstructure massive ou avec parois longitudinales.

Lorsque $S = 1$ agit à droite de la clé

$$M_k = A \cdot x_k - H_a \cdot y_k = \frac{z_b}{l} \cdot x_k - \frac{z_b \cdot l_1 \cdot y_k}{l \cdot f \cdot \cos \beta}$$

c'est-à-dire $M_k = -\frac{z_b}{l} \cdot KD \cdot \cos \beta$.

$KD \cdot \cos \beta$ est la distance horizontale du point D à la verticale passant par le point K du noyau. KD est parallèle à AB.

Si $S = 1$ est au-dessus de KC on trouve avec les expressions correspondantes pour A et H_a

$$M_k = \frac{z_b}{l} \cdot x_k - \frac{z_b \cdot l_1 \cdot y_k}{l \cdot f \cdot \cos \beta} + \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos \beta} = -\frac{z_b}{l} \left(\frac{l_1 \cdot y_k}{f \cdot \cos \beta} - x_k \right) + \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos \beta}$$

$$M_k = -\frac{z_b}{l} \cdot KD \cdot \cos \beta - \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos \beta}.$$

Entre les points K et C l'échelon de la ligne d'influence M_k pour les forces de freinage seules se trouve $\frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos \beta}$ plus bas que celui trouvé entre les points B et C.

Si $S = 1$ agit sur le tronçon d'arc AK, on calcule à partir de la droite:

$$M_k = -B(1 - x_k) + H_b \cdot y_k = -\frac{z_a}{l} \left(1 - x_k - \frac{l_2 \cdot y_k}{f \cdot \cos \beta} \right) = -\frac{z_a}{l} \cdot KF \cdot \cos \beta.$$

$KF \cdot \cos \beta$ est la distance horizontale du point F à la verticale passant par K.

La ligne d'influence M_k valable pour les seules forces de freinage se compose des trois échelons représentés à la fig. 8 avec signes différents pour les deux sens de circulation. La fig. 8 contient encore la ligne d'influence normale M_k (valable pour charges verticales) complétée pour les apports dus à la force de freinage d'une charge unitaire, en ce sens que l'on a introduit les ordonnées de la ligne d'influence M_k pour forces de freinage seules, multipliées par $\left(\frac{\mu}{\varphi} \mp \sin \gamma \right)$ pour circulation montante ou descendante. On obtient les lignes épaisses avec brisures aux mêmes endroits que dans la ligne d'influence étagée. Ces brisures se trouvent à l'intersection de la voie et de la droite inclinée de l'angle $1 : \frac{\mu}{\varphi}$ par rapport à la normale à la voie et passant par la limite de la chaussée et de l'arête supérieure du joint de la clé et par le bord supérieur de la section K. Suivant le sens de freinage, les limites des échelons se déplacent d'un côté ou de l'autre.

La fig. 9 représente un arc à trois articulations non symétrique avec tablier supporté par des colonnes. Dans ce cas, chaque force de freinage engendrée par une roue se trouvant sur la superstructure interrompue sera transmise par le tablier aux endroits R ou L où le tablier est fixé à l'arc. Les parois transversales et les colonnes sont trop élastiques pour pouvoir transmettre les forces de freinage dans la voûte. La section avec le point K au noyau se trouve à gauche de la clé dans la partie du tablier non directement fixée à la voûte. La force de freinage S agit de nouveau à la hauteur de la voie. Tant que $S = 1$ agit à droite de la clé, rien n'est changé dans les valeurs de A, H_a et M_k par rapport à la fig. 8. Il en est de même lorsque $S = 1$ se trouve dans la partie d'arc KC. Ce

n'est que lorsque cette force agit en A et K que l'expression de M_k varie par rapport au cas de la fig. 8, c'est-à-dire qu'elle reste exactement telle que si $S=1$ agissait dans l'intervalle KC car cette force n'est transmise dans la voûte qu'à droite de la section L. C'est pourquoi la ligne d'influence pour les seules forces de freinage ne présente que les deux échelons que l'on voit sur la fig. 9. Nous

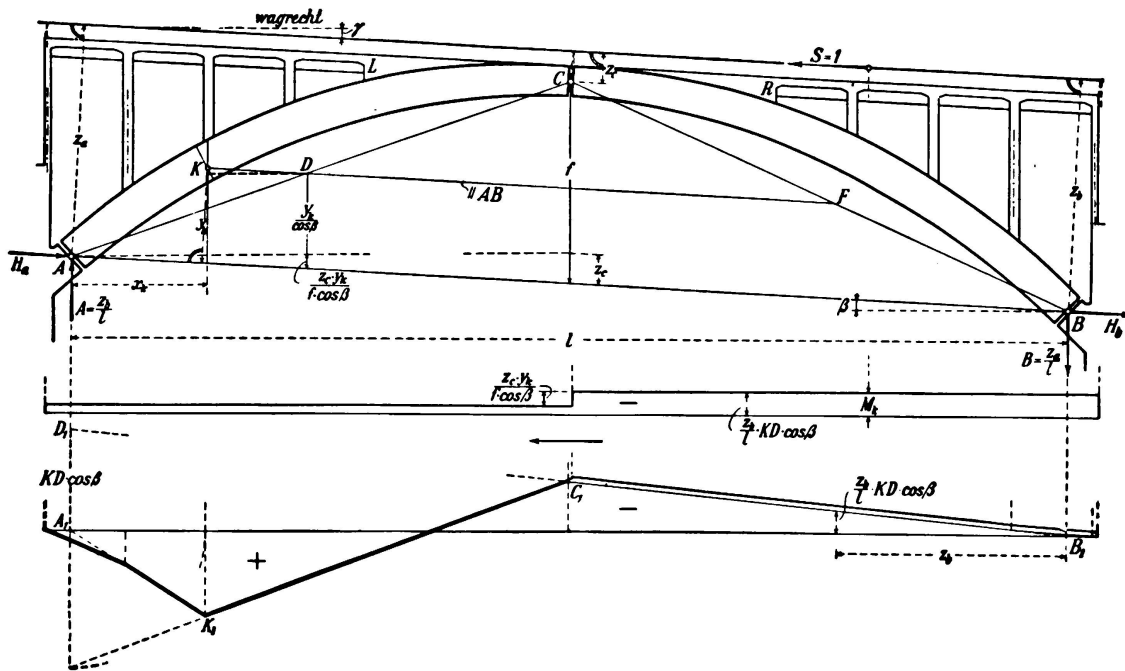


Fig. 9.

Lignes d'influence M_k pour forces de freinage pour un arc à trois articulations avec superstructure ajourée.

avons de nouveau représenté par des lignes épaisses et fines, les lignes d'influence M_k normale et complétée.

Lorsque la section d'arc contenant le point K se trouve entre L et C, toutes les équations pour M_k , correspondant à la fig. 8 sont satisfaites; c'est pourquoi la ligne d'influence étagée M_k pour les seules forces de freinage a la même forme que dans le cas d'une superstructure massive.

Pour la détermination des tensions et le dimensionnement pratiques il suffit de compléter les lignes d'influence normales M_k pour les effets de freinage en agrandissant les triangles positifs et négatifs.

Lignes d'influence M_k pour culées et pilier médian.

Tant que les moments au noyau proviennent des poids d'essieux au-dessus de l'arc, ils sont déterminés par les forces transmises aux culées par les articulations aux naissances ou au pilier médian. Comme ces forces sont indépendantes du type de superstructure, les lignes d'influence représentées aux fig. 10 et 11 sont aussi bien valables pour une superstructure massive que pour une superstructure ajourée.

Dans la fig. 10 on a pour $S = 1$ agissant à gauche de la clé et de droite à gauche:

$$B = \frac{z_a}{l} \quad \text{et} \quad H_b = \frac{z_a \cdot l_2}{l \cdot f \cdot \cos \beta}$$

et pour une section de la culée de droite:

$$M_k = B \cdot x_k - H_b \cdot y_k = -\frac{z_a}{l} \left(\frac{l_2 \cdot y_k}{f \cdot \cos \beta} - x_k \right) = -\frac{z_a}{l} \cdot KD \cdot \cos \beta$$

D est l'intersection de la droite parallèle à AB passant par K avec BC et $KD \cdot \cos \beta$ est la distance horizontale du point D à la verticale de K.

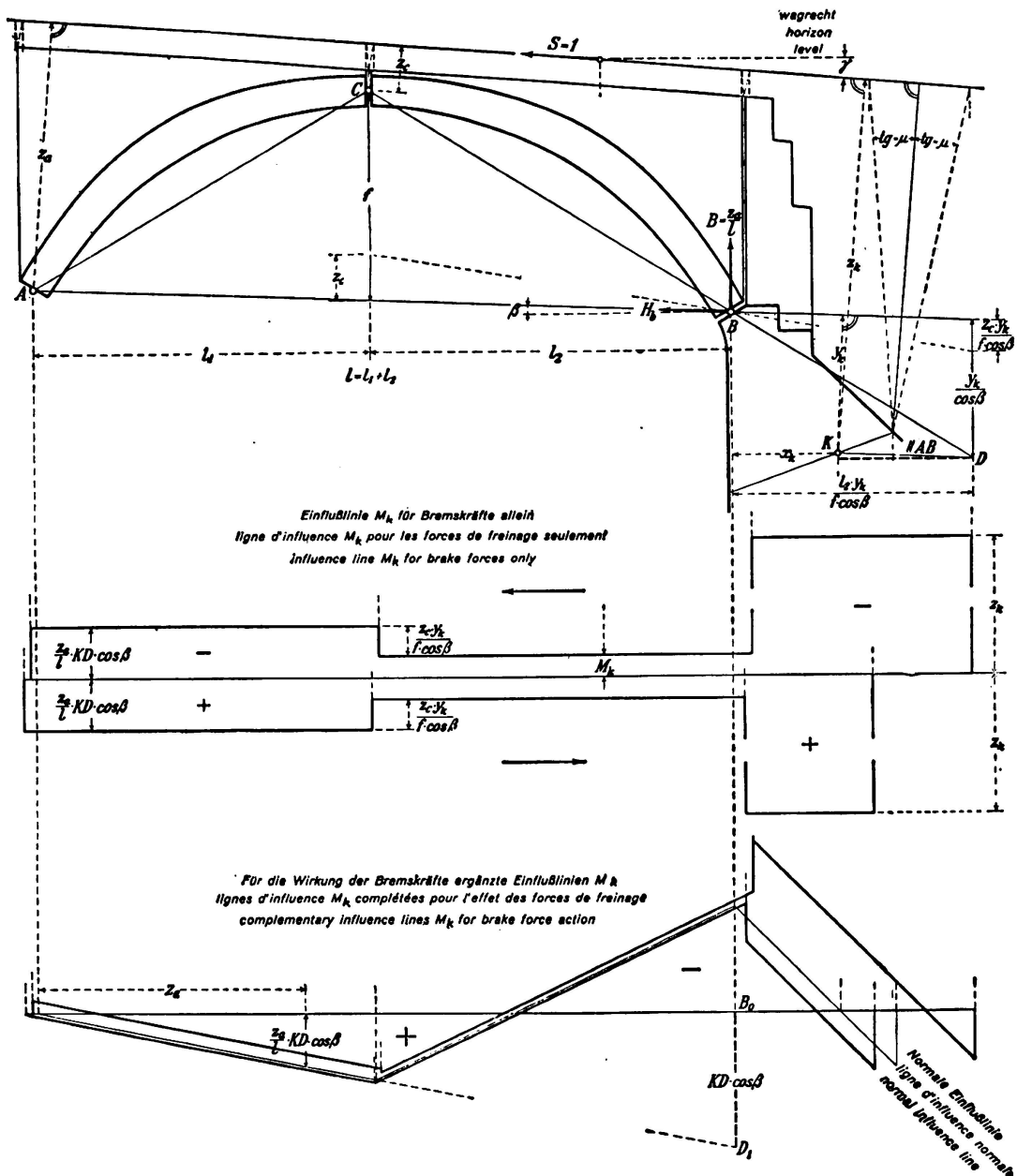


Fig. 10.

Lignes d'influence pour forces de freinage pour une section dans les culées.

Lorsque $S = 1$ est à droite de la clé, on a

$$B = \frac{z_a}{l} \quad \text{et} \quad H_b = \frac{z_a \cdot l_2}{l \cdot f \cdot \cos \beta} - \frac{z_c}{f \cdot \cos \beta}$$

et l'on obtient

$$M_k = -\frac{z_a}{l} \left(\frac{l_2 \cdot y_k}{f \cdot \cos \beta} - x_k \right) + \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos \beta} = -\frac{z_a}{l} \cdot KD \cdot \cos \beta + \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos \beta}$$

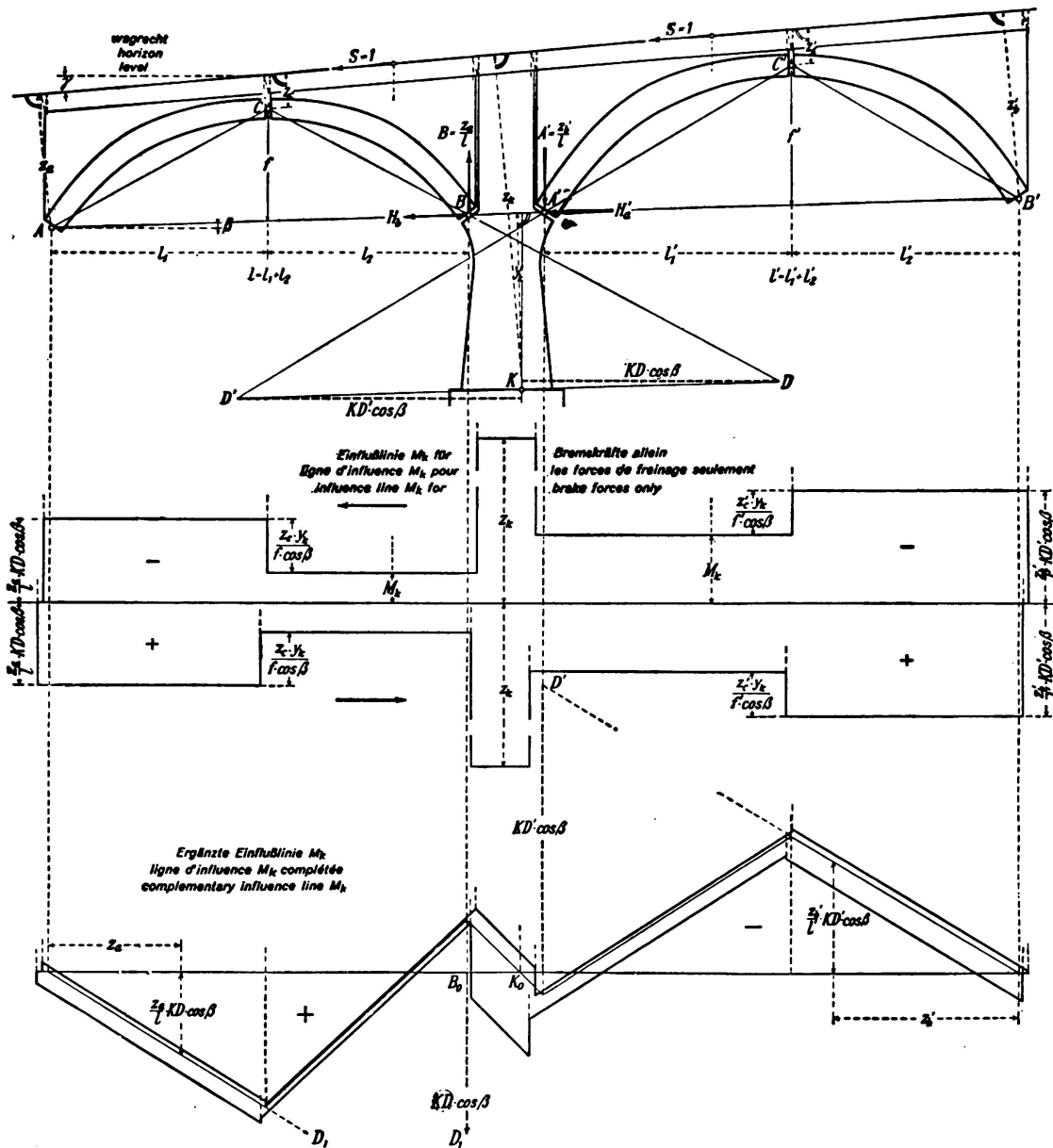


Fig. 11.

Lignes d'influence M_k pour forces de freinage pour une section dans la pile médiane.

La ligne d'influence se trouve donc, à droite de la clé, plus bas qu'à gauche de

$$\frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos \beta}$$

Admettons maintenant que $S = 1$ agit au-dessus de la culée elle-même, nous obtenons, d'après les considérations de la fig. 3c $M_k = -1 \cdot z_k$. Les forces de freinage agissent en réalité d'une manière très défavorable au-dessus des culées, car elles renforcent la poussée des terres sur le mur de soutènement avant l'articulation. La fig. 10 montre la ligne d'influence M_k échelonnée pour les seules forces de freinage ainsi que la ligne d'influence normale complétée M_k pour une section dans la culée. D'après la norme DIN 1075, il ne faut admettre aucun coefficient de choc pour les culées et les piles, donc $\varphi = 1$. Pour la descente et la montée, les lignes d'influence normales se déplacent vers le bas ou vers le haut de $(\mu \mp \sin \gamma)$ fois les ordonnées de la ligne échelonnée.

Les lignes d'influence M_k représentées à la fig. 11 pour un joint situé sur la pile médiane se tirent directement de la fig. 10 en considérant la pile médiane d'une part comme culée de droite de l'ouverture de gauche 1 et d'autre part comme culée de gauche de l'ouverture de droite 1'.

Lignes d'influence des efforts normaux et tranchants dans les articulations.

Les ordonnées de ces lignes d'influence étagées pour forces de freinage seulement s'obtiennent pour les arcs non symétriques de la façon la plus simple, graphiquement, en déterminant pour chaque position de la force $S = 1$ à droite et à gauche de la clé chaque fois les forces aux naissances d'après le triangle des forces et en les décomposant perpendiculairement et parallèlement à l'articulation considérée. Le type de superstructure ne donne aucune différence.

Dans la fig. 12, le triangle de forces (1) se rapporte au cas où la force S agit à droite de la clé et le triangle de force (2) au cas où elle se trouve à gauche. Les composantes N_c et Q_c agissant à la clé sont tirées chaque fois de la force à la naissance du côté non chargé. Les lignes d'influence normales des forces dans les articulations sont complétées dans la fig. 12 pour l'effet de freinage, en ce sens que l'on a ajouté ces ordonnées des lignes d'influence étagées multipliées par $\left(\frac{\mu}{\varphi} \mp \sin \gamma\right)$. La direction du joint d'articulation doit être, d'après DIN 1075, perpendiculaire à la ligne des pressions pour charge permanente.

Dans le cas d'un arc à trois articulations symétriques avec voie horizontale, il est facile de calculer les ordonnées des lignes d'influence échelonnées.

Les forces de freinage dans l'arc à deux articulations.

Il faut tout d'abord déterminer la ligne d'influence des forces de freinage sur la poussée horizontale, d'où l'on peut tirer les lignes d'influence des moments au noyau, etc.

Ligne d'influence de la poussée H_a .

Comme pour les forces de freinage seules la forme de la voûte s'écarte sensiblement de la ligne des pressions qui s'y rapporte, on peut ici négliger la déformation résultant des forces normales N_x qui sont partiellement des forces de traction et partiellement des forces de compression. On obtient ainsi pour la poussée horizontale

$$H_a = \frac{\int \frac{M_o \cdot y \cdot ds}{J}}{\int \frac{y^2 \cdot ds}{J}}$$

Par suite de la force de freinage $S = 1$ agissant sur la section a de la fig. 13, on a dans le système fondamental isostatique:

pour les sections x entre O et a $M_o = \frac{z_b}{l} \cdot x$

pour les sections x entre a et l $M_o = \frac{z_b}{l} \cdot x - z$

et l'on a alors:

$$\int \frac{M_o \cdot y \cdot ds}{J} = \int_0^a \frac{z_b}{l} \cdot \frac{x \cdot y \cdot ds}{J} + \int_a^l \left(\frac{z_b}{l} \cdot x - z \right) \cdot \frac{y \cdot ds}{J} = \frac{z_b}{l} \int_0^l \frac{y \cdot ds}{J} \cdot x - \int_a^l \frac{y \cdot ds}{J} \cdot z$$

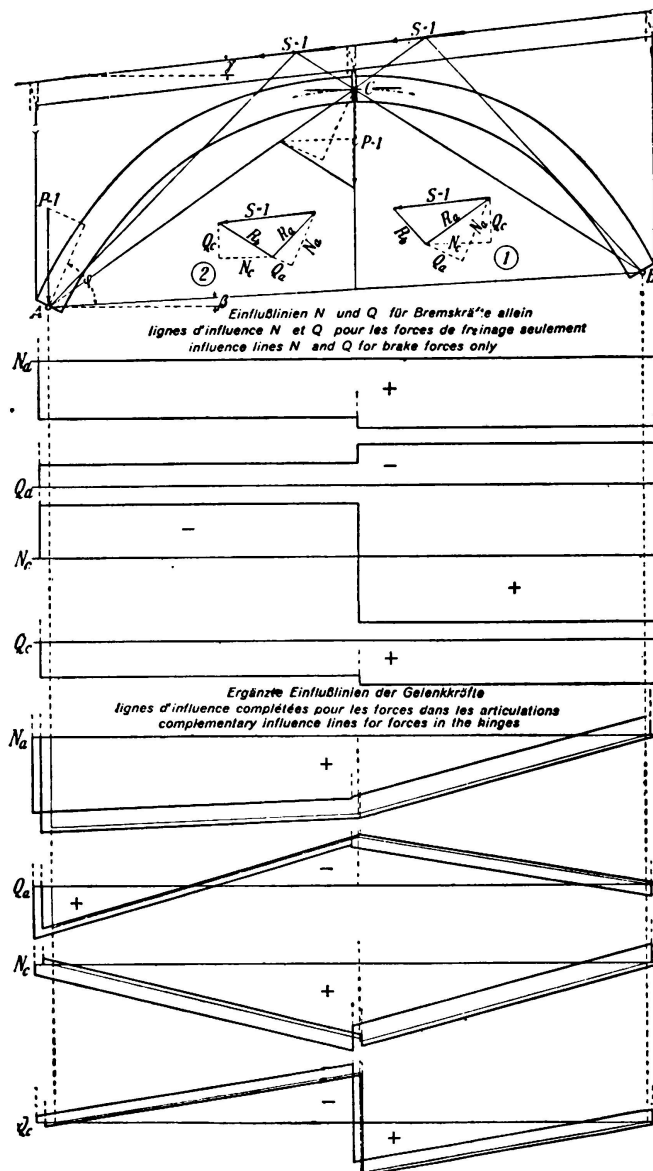


Fig. 12.

Lignes d'influence des efforts normaux et tranchants dans les articulations pour forces de freinage.

Si l'on introduit des éléments finis d'arc s et des poids élastiques $w_y = \frac{y \cdot s}{J}$, on obtient:

$$H_a = \frac{\sum_0^1 x \cdot w_y - \sum_a^b z \cdot w_y}{\sum y \cdot w_y}.$$

Les sommes du numérateur seront très simples à calculer en commençant à droite pour la deuxième somme et en déplaçant toujours la section a d'un élément vers la gauche. Les ordonnées de la ligne d'influence de H_a sont à reporter, à partir d'une horizontale, verticalement au-dessous du point où la ligne partant de l'axe de la section a sous un angle $\frac{\mu}{\varphi}$ avec la normale à la voie coupe cette

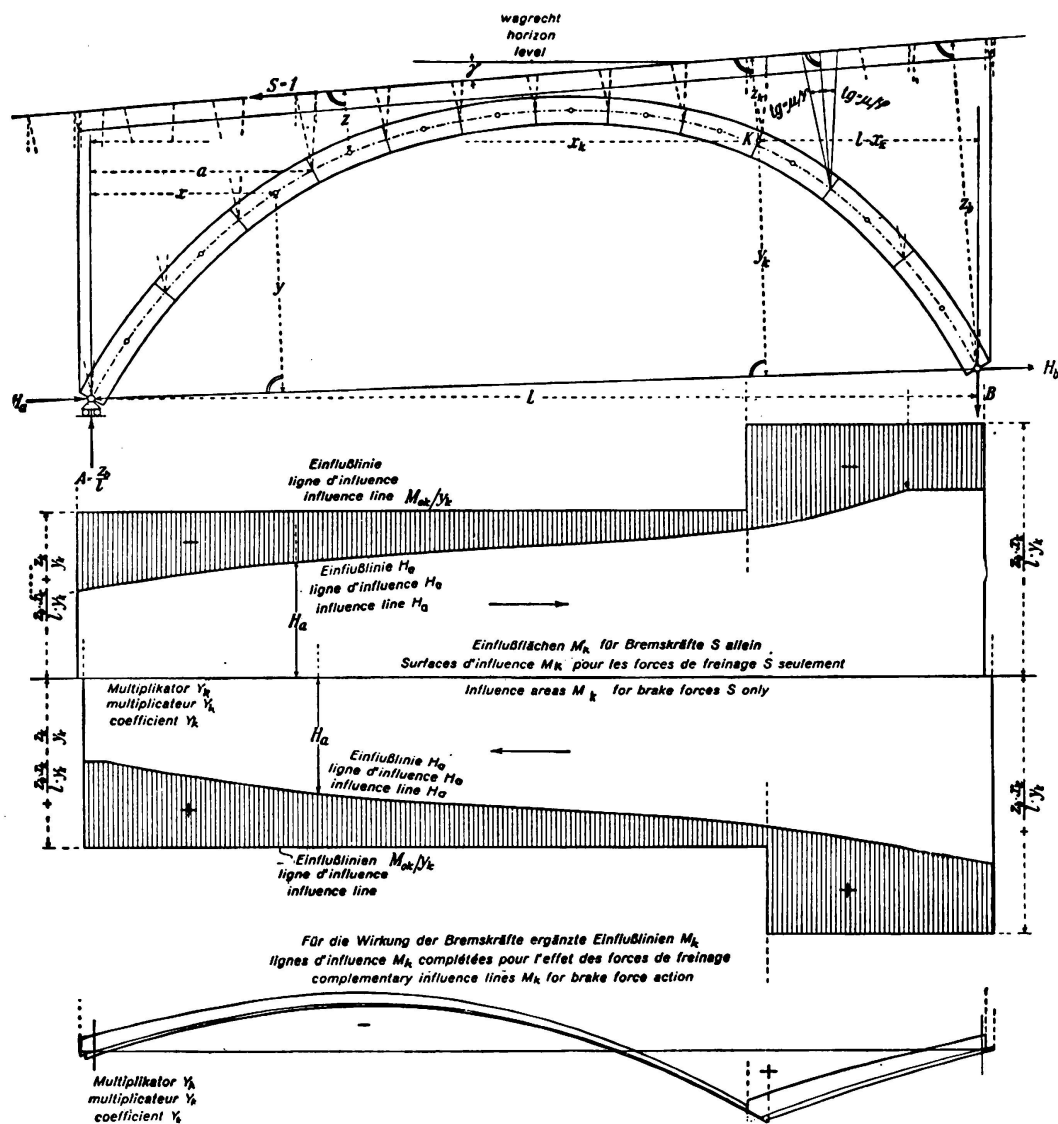


Fig. 13.

Lignes d'influence H_a et M_k pour forces de freinage pour un arc à deux articulations avec superstructure massive ou avec parois longitudinales.

dernière. Suivant les sens de freinage, les ordonnées et les lignes d'influence varient légèrement l'une par rapport à l'autre.

La surface d'influence d'un moment au noyau quelconque se trouve d'après la formule

$$M_k = M_{Ok} - H_a \cdot y_k = y_k \left(\frac{M_{Ok}}{y_k} - H_a \right)$$

comme différence des surfaces d'influence H_a et $\frac{M_{Ok}}{y_k}$. Lors de l'évaluation de la surface hachurée de la fig. 13, il faut tenir compte du multiplicateur y_k . La surface d'influence M_{Ok} pour forces de freinage seules est en escalier car pour $S = 1$ on a à droite de la section qui contient le point K :

$$M_{Ok} = A \cdot x_k = \frac{z_b}{1} \cdot x_k,$$

et lorsque $S = 1$ se trouve à gauche de cette section

$$M_{Ok} = A \cdot x_k - z_k = \frac{z_b}{1} \cdot x_k - z_k$$

Dans la fig. 13 on a dessiné en bas en traits fins la ligne d'influence $\frac{M_k}{y_k}$ d'une section de la moitié droite de l'arc. Elle est complétée pour les actions de freinage par les traits forts, en ajoutant ou retranchant les ordonnées des surfaces hachurées multipliées par $\left(\frac{\mu}{\varphi} \mp \sin \gamma \right)$. Pour la ligne d'influence normale H_a aucun sens pratique ne résulte du fait que le point d'application de la charge mobile $P = 1$ coïncide avec celui de $S = 1$, c'est-à-dire qu'ils ne se trouvent plus ici perpendiculairement au-dessus des limites d'éléments. Sous la section K elle-même, il existe, d'une courbe à l'autre, des raccords verticaux qui coïncident avec les escaliers de la ligne d'influence M_{Ok} pour forces de freinage.

Dans les arcs *symétrique* ou *symétrique inclinés*, où la ligne de liaison des articulations est parallèle à la voie, la somme des ordonnées d'influence H_a d'éléments symétriques est égale à 1, de telle sorte qu'il suffit d'exécuter les calculs pour la moitié de droite.

Nous avons établi, dans la fig. 3c, que l'on pouvait décomposer la résultante de la charge verticale et de la force de freinage en un point quelconque de la ligne d'action suivant ses deux composantes et que ces dernières doivent toujours exercer la même action sur une grandeur quelconque du système hyperstatique. C'est pourquoi l'on peut, dans le cas présent, décomposer en P et S les charges d'essieux obliques (freinées) dans un autre plan aussi, parallèle à la voie, comme par exemple le plan tangent à la clé. Si maintenant on poursuit le calcul des lignes d'influence H_a et M_k résultant de la force de freinage seulement jusqu'aux lignes d'influence complétées des moments au noyau, on remarque que ces dernières sont déplacées par rapport aux premières de la distance, mesurée sur la force freinée, des deux plans horizontaux. Lors de l'évaluation on obtient donc les mêmes valeurs limites.

Dans les arcs à superstructure ajourée, on ne peut plus choisir arbitrairement ce plan, car les forces de freinage qui se trouvent dans la partie supportée par des colonnes sont transmises *effectivement* à l'arc par le tablier aux points L et R où le tablier rencontre le dos de la voûte et lui est fixée. Afin d'obtenir des moments M_o satisfaisants, il faut décomposer les charges d'essieux freinées en leurs composantes P et S dans le plan médian de la dalle du tablier

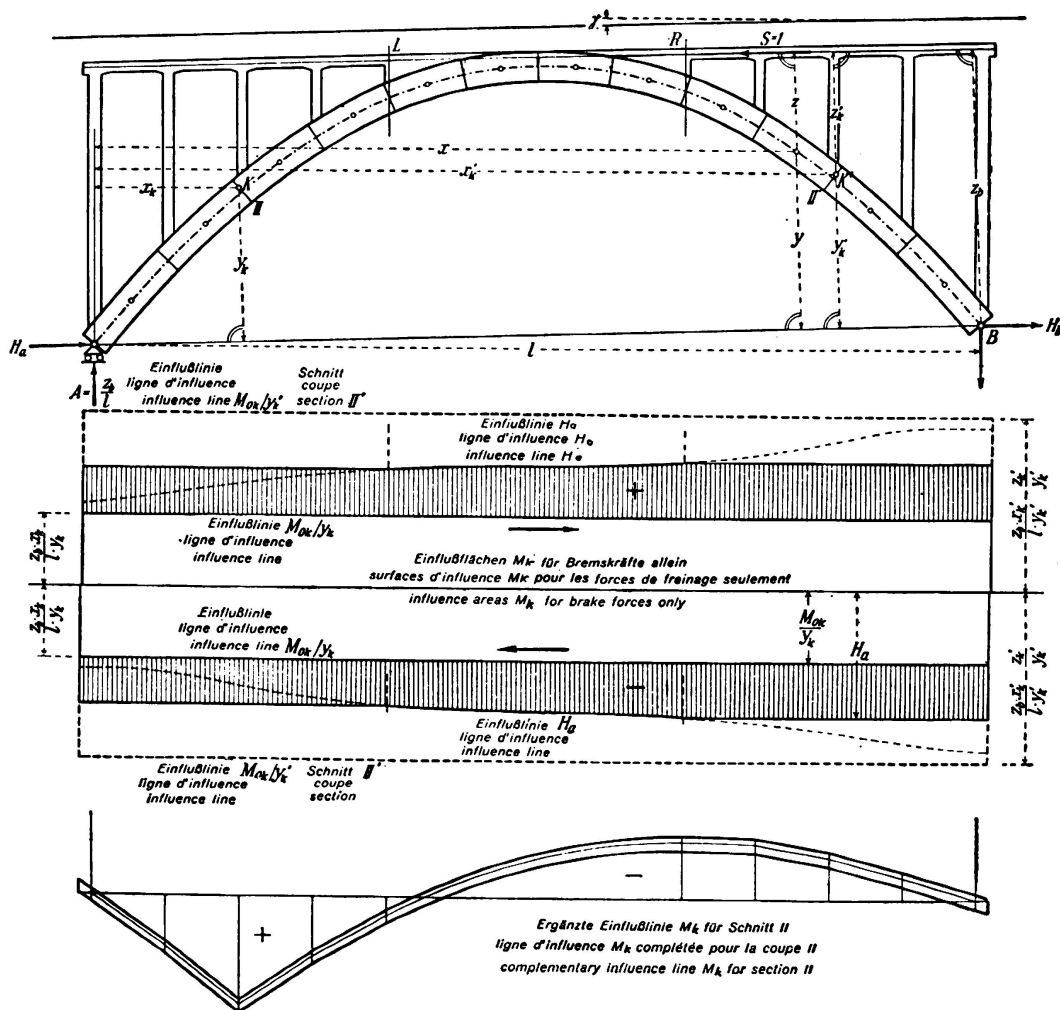


Fig. 14.

Lignes d'influence H_a et M_k pour les forces de freinage pour un arc à deux articulations avec superstructure ajourée.

et pour la force mobile $S = 1$ il faut conserver ce plan même dans la partie non ajourée des environs de la clé afin que les distances des charges servant à l'évaluation des lignes d'influence résultantes ne soient pas modifiées. Pour la même raison, ce plan doit être prolongé sur les culées et les piles lorsqu'il s'agit de leurs lignes d'influence M_x .

La fig. 14 représente un arc à deux articulations obliquement symétrique avec superstructure ajourée reliée à l'arc aux points L et R. On peut directement voir que l'intégrale du numérateur de H_a , pour une force $S = 1$ agissant entre L et R, ne varie pas par rapport à celle pour superstructure massive et que pour chaque

position de S sur la partie ajourée il faut calculer cette intégrale du numérateur comme si S agissait en L ou en K. C'est pourquoi la ligne d'influence H_a est horizontale de L à A et de R à B.

La surface d'influence M_{ok} pour forces de freinage seulement a, pour les sections d'arc situées entre L et R, une forme semblable à celle de la fig. 13. Toutefois si la section contenant le point K se trouve dans la partie ajourée entre A et L, on a pour toute position de la force $S = 1$ le moment $M_{ok} = A \cdot x_k$ et sa surface d'influence est un rectangle de hauteur $\frac{z_b}{l} \cdot x_k$. La forme rectangulaire se présente aussi lorsque la section se trouve dans la partie d'arc entre R et B, la hauteur en est alors $\frac{z_b}{l} \cdot x_k - z_k$. Dans la figure 14, nous avons représenté pour la section II la surface d'influence M_k pour les forces de freinage seulement en tant que surface différence (hachurée) d'après l'équation

$$M_k = y_k \left(\frac{M_{ok}}{y_k} - H_a \right)$$

Dans l'évaluation, il faudra tenir compte du multiplicateur y_k .

Lignes d'influence M_k pour culées et piles médianes.

Dans une coupe à travers la culée de gauche (fig. 15) il existe, lorsqu'une force $S = 1$ dirigée vers la gauche agit, dans la superstructure ajourée, dans le plan médian de la dalle du tablier, le moment au noyau

$$M_k = A \cdot x_k - H_a \cdot y_k = \frac{z_b}{l} \cdot x_k - H_a \cdot y_k.$$

La façon la plus simple de calculer les ordonnées d'influence M_k est de les représenter par la différence de deux surfaces, car au-dessus de la culée elle-même les ordonnées d'influence sont $M_k = -z_k$, c'est-à-dire égales à la perpendiculaire élevée de K sur le plan médian de la dalle du tablier qui est conservé comme plan de référence même au-dessus de la culée.

Pour une section passant par la culée de droite on a

$$M'_k = B \cdot x'_k - H_b \cdot y'_k = \frac{z_a}{l} \cdot x'_k - H_b \cdot y'_k.$$

On a portée dans la fig. 15 les lignes d'influence M_k et M'_k calculées d'après ces relations. Les limites se trouvent à gauche et à droite, au-dessous des points où les droites inclinées de l'angle μ par rapport à la normale à la voie et passant par le bord extérieur de la section coupent le plan médian du tablier. On a aussi tracé les lignes d'influence complétées des moments au noyau.

La ligne d'influence M_k pour une articulation sur une pile s'obtient à l'aide de la fig. 15 en considérant la pile médiane comme culée des deux ouvertures adjacentes. Nous supposons ici (comme ci-dessus pour les culées) qu'il s'agit d'une pile surbaissée et trapue, dont le fléchissement élastique peut être négligé.

Lignes d'influence des efforts normaux et tranchants pour les articulations des naissances.

Dans l'arc à deux articulations de la fig. 16, φ_a et φ_b représentent les angles formés par les forces aux naissances résultant de la charge permanente et la

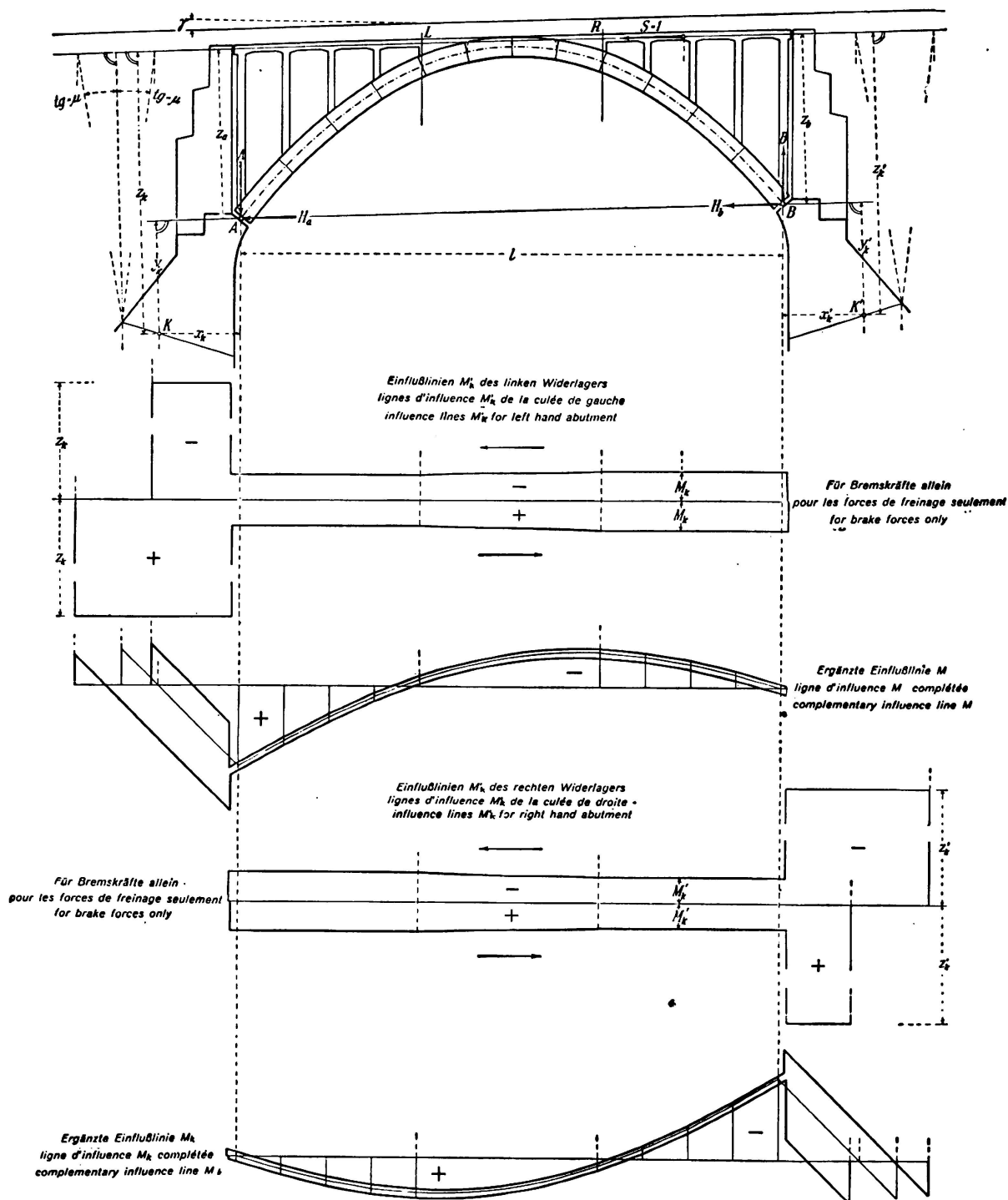


Fig. 15.

Lignes d'influence M_k pour forces de freinage pour une section dans les culées d'un arc à deux articulations.

ligne de liaison des articulations. Le plan tangent à l'articulation doit être perpendiculaire à ces forces.

La ligne d'influence de la *force normale* N_a sur l'articulation de gauche résultant de la seule force de freinage $S = 1$ dirigée vers la gauche, se déduit de l'équation

$$N_a = A \cdot \sin(\varphi_a + \beta) + H_a \cdot \cos \varphi_a = \frac{z_b}{l} \cdot \sin(\varphi_a + \beta) + H_a \cdot \cos \varphi_a.$$

Pour l'effort tranchant Q_a , l'équation suivante est valable :

$$Q_a = A \cdot \cos(\varphi_a + \beta) - H_a \cdot \sin \varphi_a = \frac{z_b}{l} \cdot \cos(\varphi_a + \beta) - H_a \cdot \sin \varphi_a.$$

C'est d'après ces relations que nous avons calculé les lignes d'influence N_a et Q_a représentées à la fig. 16.

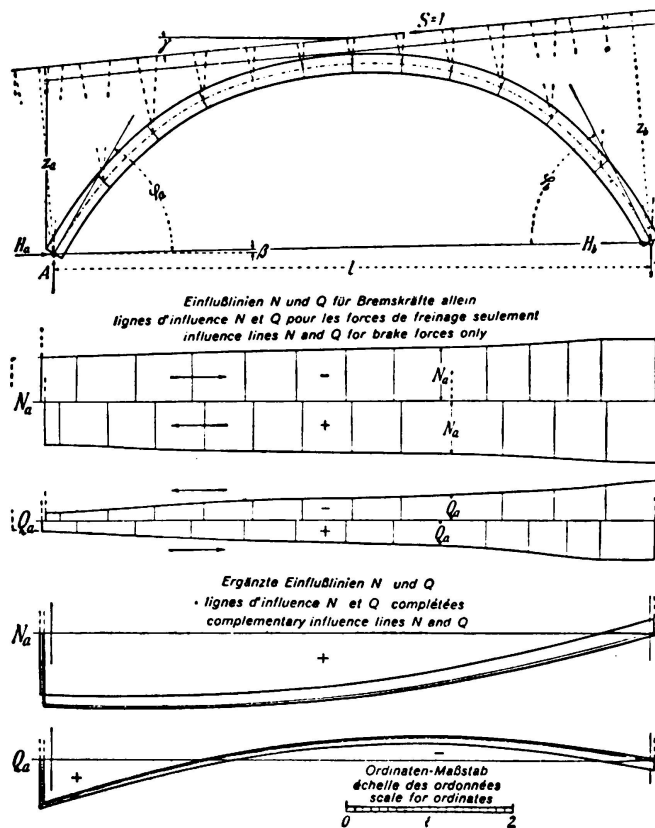


Fig. 16.

Lignes d'influence des efforts normaux et tranchants pour forces de freinage pour l'articulation de gauche d'un arc à deux articulations.

Les forces de freinage dans l'arc encastré à ses deux extrémités.

Pour les mêmes raisons que dans l'arc à deux articulations, on peut aussi, dans le cas de l'arc encastré, partir de la déformation résultant des forces normales N_x dans les équations pour les réactions d'appui. Nous partons du système fondamental de l'arc encastré à droite et en porte à faux; on a alors pour les

composantes de la force agissant à l'appui de gauche, déplacées au centre de gravité élastique O, les relations connues (Mörsch, Eisenbetonbau II, 3)

$$H = \frac{\sum M_O \cdot w_y}{\sum y \cdot w_y} \quad V = \frac{\sum M_O \cdot w_x}{\sum x \cdot w_x} \quad M = \frac{-\sum M_O \cdot w}{\sum w}$$

valables pour des forces extérieures de direction quelconque. Pour une force de freinage $S = 1$ agissant en «a» et dirigée vers la gauche (fig. 17), il existe dans la poutre en porte-à-faux du système fondamental entre a et B seulement les moments de flexion $M_O = -z$. Pour obtenir de là les ordonnées d'influence H, V, M pour les forces de freinage, on doit déterminer pour des valeurs croissantes de a

$$\sum M_O \cdot w_y = -\sum_a^{\frac{1}{2}} z \cdot w_y \quad \sum M_O \cdot w_x = -\sum_a^{\frac{1}{2}} z \cdot w_x \quad -\sum M_O \cdot w = \sum_a^{\frac{1}{2}} M_O \cdot w$$

Ces sommes se font de la façon la plus simple, par calcul, en faisant agir la force mobile $S = 1$ sur les limites de chaque élément d'arc en commençant par la droite et en calculant chaque fois la somme des moments statiques des poids élastiques $w_y = S \cdot \frac{y}{J}$, $w_x = S \cdot \frac{x}{J}$ et $w = \frac{S}{J}$ à droite du point d'application par rapport à la voie ou au plan médian de la dalle du tablier (suivant le type de la superstructure). Lorsque la force S avance, il s'ajoute chaque fois un nouveau terme. Les poids élastiques w, w_y et w_x ainsi que les sommes du numérateur sont déjà connus par le calcul antérieur de l'arc. Les ordonnées que l'on obtient sont à reporter chaque fois à l'abscisse a, c'est-à-dire sous le point où les lignes inclinées de l'angle $\frac{\mu}{\varphi}$ par rapport à la verticale élevées des limites des éléments coupent la voie. Suivant la direction du freinage, non seulement le signe varie, mais les lignes d'influence sont un peu déplacées l'une par rapport à l'autre dans le sens horizontal.

Dans la fig. 17, nous avons représenté pour des forces de freinage dirigées vers la gauche les lignes d'influence H, V et M déterminées par le calcul pour un arc symétrique avec tablier horizontal. L'ordonnée extrême de gauche de la ligne d'influence H est égale à 1, celle de la ligne d'influence M est égale à $y_o + z_s$. Dans le calcul sous forme de tables, apparaissent plusieurs valeurs qui s'étaient déjà présentées dans les lignes d'influence normales. La somme des ordonnées d'influence H de deux sections symétriques est égale à 1.

A l'aide des ordonnées d'influence H, V, M on obtient celles des moments au noyau pour une section quelconque de l'arc par suite des forces de freinage seulement au moyen de la relation:

$$M_k = M_{Ok} + M - H \cdot y_k - V \cdot x_k$$

en faisant agir $S = 1$ sur chaque limite d'élément en commençant par la droite et en inscrivant les apports comme pour les lignes d'influence normales, sous forme de table. $M_{Ok} = -z_k$ lorsque la force S dirigée vers la gauche agit à gauche de la section contenant le point K; si elle agit à droite on a $M_{Ok} = 0$. De cette façon, on a obtenu les lignes d'influence M_k pour forces de freinage

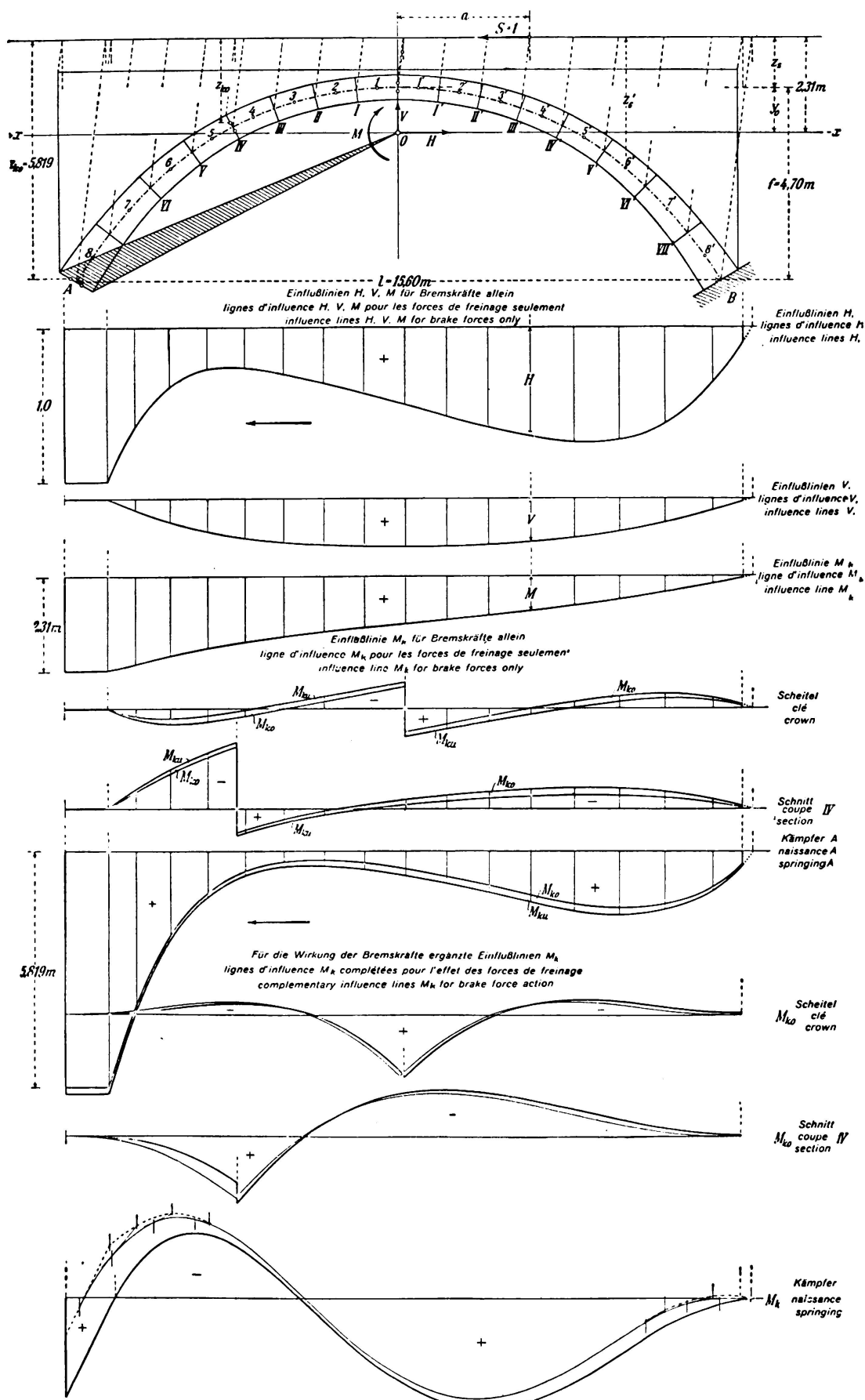


Fig. 17.

Lignes d'influence de H, V, M et des moments au noyau M_k pour forces de freinage pour un arc encastré avec superstructure massive ou avec parois longitudinales.

seulement des sections à la clé et aux naissances, ainsi que pour la section IV; elles sont représentées à la fig. 17. Nous avons encore dessiné pour ces sections les lignes d'influence M_k complétées pour l'action des forces de freinage. L'échelle des ordonnées des lignes d'influence normale représentées en traits fins a été choisie double du tracé de l'arc. Les lignes épaisses représentent ces mêmes lignes d'influence complétées avec les ordonnées multipliées par $\frac{\mu}{\varphi}$ des lignes d'influence M_k valables pour les forces de freinage seulement.

On voit qu'il est nécessaire ici d'améliorer aux deux extrémités, les lignes d'influence normales M_k des naissances en tenant compte du fait que les composantes verticales relatives à S, des charges d'essieux freinées à la hauteur de la voie, sont sensiblement déplacées latéralement par rapport aux limites d'éléments de la voûte s'y rapportant. Il faudrait par conséquent prolonger les tangentes à la courbe aux limites des éléments jusqu'aux charges P correspondantes. La courbe pointillée tracée par les points d'intersection ainsi obtenus représente l'allure de la ligne d'influence M_k améliorée. Aux autres points de la ligne d'influence normale, les corrections que nous venons de décrire donnent de si faibles déplacements qu'il est impossible de les représenter.

Remarquons encore que le système fondamental que nous avons choisi avec arc en porte à faux, encastré à gauche, s'est révélé comme très approprié, même pour le calcul avec les forces de freinage.

Lorsqu'il s'agit d'un arc non symétrique ou obliquement symétrique, rien n'est changé aux expressions des composantes d'appui H, V, M pour la force de freinage $S = 1$. L'axe des x est légèrement incliné et les z sont les verticales à la voie élevées aux milieux des éléments d'arc.

Dans le cas de l'arc représenté à la fig. 18, avec superstructure ajourée, il faut décomposer en P et S, comme dans le cas de la fig. 14, les forces freinées obliques dans le plan médian de la dalle du tablier et la force S n'est transmise à l'arc qu'aux points L ou R. C'est pourquoi leurs apports aux ordonnées de H, V, M restent constants au-dessous de la partie ajourée de la superstructure et égaux en L et R aux ordonnées des lignes d'influence correspondantes, qui entre L et R sont semblables à celles d'arcs avec superstructure massive mais cependant avec plan de référence S situé plus bas.

Les lignes d'influence sont tracées pour des forces de freinage agissant vers la droite. Dans les lignes d'influence H, V, M les lignes pointillées représentent les lignes d'influence qui seraient valables pour une superstructure massive.

Lignes d'influence M_k pour les culées d'un arc encastré.

Avec la désignation représentée à la fig. 19, on obtient pour une force de freinage $S = 1$ agissant vers la droite, le moment suivant dans une section de la culée de gauche:

$M_k = M + H \cdot y_k - V \cdot x_k$ où les signes des composantes sont pris en considération.

Pour une section de la culée de droite on a:

$$M'_k = z'_k - M - H \cdot y'_k - V \cdot x'_k$$

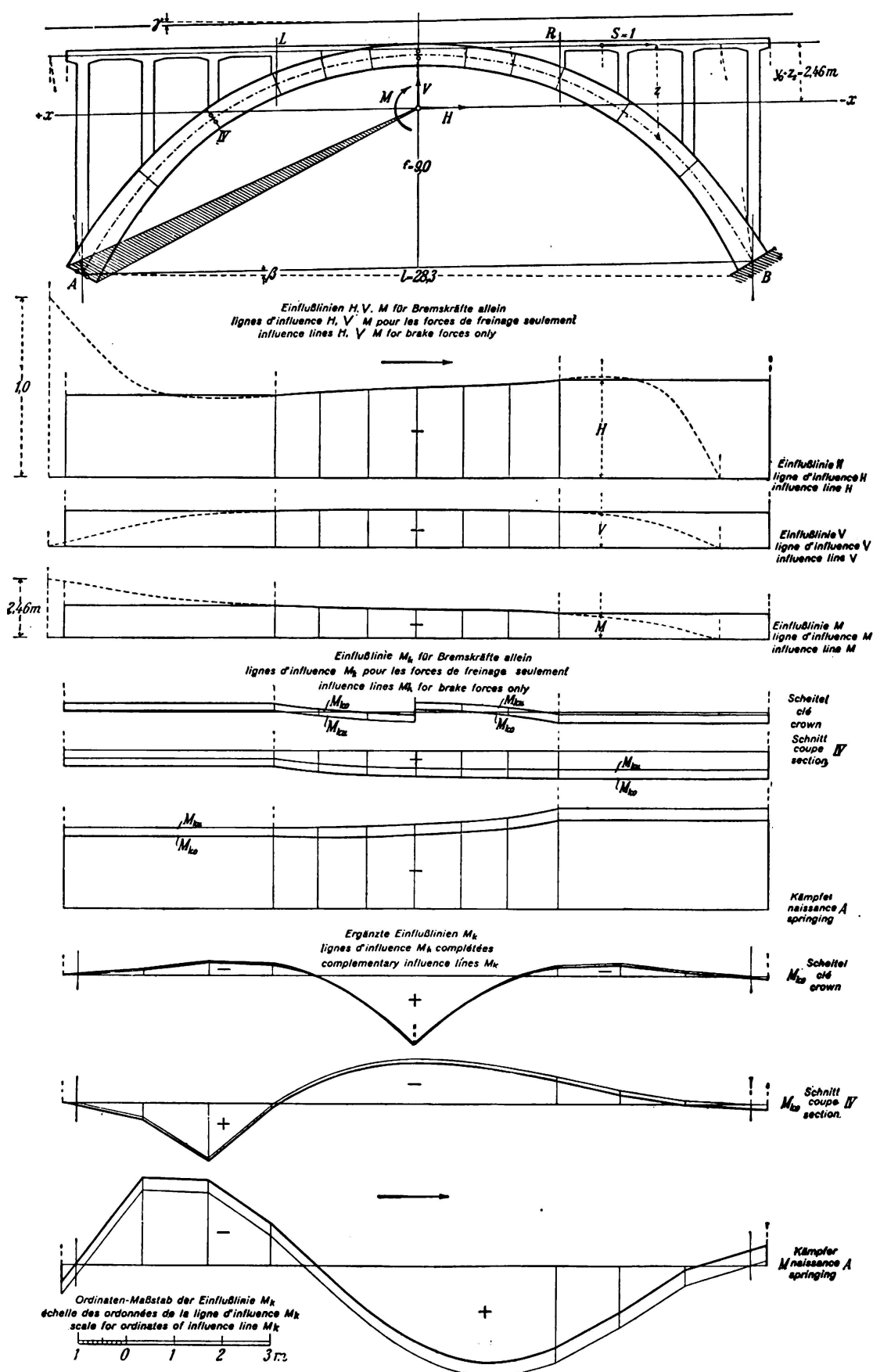


Fig. 18.

Lignes d'influence de H, V, M et des moments au noyau M_k pour forces de freinage pour un arc encastré obliquement symétrique avec superstructure ajourée.

De façon analogue, on obtient les lignes d'influence M_k pour les forces de freinage pour une section de la pile médiane en la considérant comme culée de l'une et de l'autre ouverture, en admettant qu'il s'agit d'une pile trapue dont on peut négliger la déformation élastique.

Résumé.

L'auteur étudie dans ce rapport l'influence des forces de freinage dans les différents types de poutres et d'arcs. La force de freinage est considérée comme faisant partie du poids des essieux et son influence sur les grandeurs qui entrent en ligne de compte: moments de flexion, moments au noyau et réactions d'appui, est représentée sous forme de lignes d'influence. Finalement ces influences sont combinées, avec celles des charges d'essieux verticales, en lignes d'influence résultantes qui, lors de leur évaluation, fournissent les valeurs limites, y compris l'apport donné par les forces de freinage correspondantes. La forme des lignes d'influence pour les seules forces de freinage varie suivant le genre de la superstructure des arcs, massive ou ajourée.

Leere Seite
Blank page
Page vide