Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 2 (1936)

Rubrik: IV. Tendances actuelles dans le calcul et la construction des ponts et charpentes en béton armé

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 18.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

IV

Tendances actuelles dans le calcul et la construction des ponts et charpentes en béton armé.

Neuere Gesichtspunkte für die Berechnung und Konstruktion von Eisenbeton-, Hoch- und Brückenbauten.

Recent points of view concerning the calculation and design of bridge and structural engineering in reinforced concrete,

IV a

Surfaces auto-portantes.

Flächentragwerke.

Walled structures.

Leere Seite
Blank page
Page vide

IVa 1

Etude des voiles minces courbes ne subissant pas de flexion.

Einführung in die allgemeine Theorie der biegungsfreien Schalen.

Theory of Thin Curved Shells not Subjected to Bending.

Dr. ès sciences F. Aimond,
Ingénieur des Ponts et Chausée détaché au Ministère de l'Air, Paris.

1° — *Rappel des équations générales en coordonnées rectilignes de l'équilibre statique des voiles minces.*

Soit $z = f(x, y)$ l'équation de la surface en coordonnées rectilignes quelconques non nécessairement rectangulaires. L'état des contraintes en un point m du voile, est déterminé par la connaissance des contraintes n_1, n_2, Θ, agissant sur les éléments mm_1 et mm_2 respectivement parallèles aux plans zox et zoy. n_1 agit sur mm_2 parallèlement au plan zox, n_2 agit sur mm_1 parallèlement au plan zoy, Θ agit à la fois sur mm_1 parallèlement à zox, et sur mm_2 parallèlement à zoy (fig. 1). Désignons par α_1, O, γ_1 et O, β_2, γ_2 les coefficients directeurs des tangentes aux éléments mm_1 et mm_2, c'est-à-dire les projections suivant ox, oy, oz du vecteur unité portées par chacune de ces tangentes.

Supposons le voile chargé d'une manière quelconque, et appelons Xdxdy, Ydxdy, Zdxdy les composantes suivant ox, oy, oz, de la charge appliquée à l'élément $mm_1 m' m_2$ limité aux parallèles mm_1 et $m_2 m'$ au plan zox et aux parallèles mm_2 et $m_1 m'$ au plan zoy. L'étude des conditions d'équilibre des dits éléments conduit aux équations suivantes:

$$(1) \qquad \frac{\partial \nu_1}{\partial x} + \frac{\partial \Theta}{\partial y} = X$$

$$(2) \qquad \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \frac{\partial \nu_2}{\partial y} = Y$$

$$(3) \qquad r\nu_1 + 2s\Theta + t\nu_2 = \zeta$$

en posant

$$p = \frac{\partial f}{\partial x} \qquad q = \frac{\partial f}{\partial y} \qquad r = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \qquad s = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \qquad t = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

$$\zeta = Z - pX - qY,$$

$$\nu_1 = n_1 \frac{\alpha_1}{\beta_2} \qquad \nu_2 = n_2 \frac{\beta_2}{\alpha_1}.$$

2° — *Interprétation géométrique des quantités figurant dans les équations générales d'équilibre.*

La quantité ζ figurant au second membre de l'équation (3) n'est autre que la projection du vecteur (X, Y, Z) sur oz, cette projection étant effectuée parallèlement au plan tangent à la surface. Pour interpréter les quantités v_1, v_2 et Θ qui sont les inconnues des équations d'équilibre, définissons d'une manière générale ce que nous appellerons contrainte réduite. Par définition, la contrainte réduite s'exerçant sur un élément du voile est la projection sur le plan des xy de la force élastique s'exerçant sur cet éléments, divisée par la longueur de la projection de l'élément. On constate facilement que la répartition des contraintes réduites autour d'un point suit les mêmes lois que les contraintes réelles et en particulier la représentation de Mohr leur est applicable. Les quantités v_1, v_2, Θ, sont précisément les contraintes réduites relatives aux éléments qui se projettent suivant des parallèles aux axes des x et des y. On peut remarquer que les contraintes de cisaillement Θ se conservent en projection tandis qu'il n'en est pas de même des autres contraintes n_1, n_2.

3° — *Interprétation géométrique des équations générales d'équilibre.*

Les équations (1) et (2) expriment évidemment l'équilibre en projection sur le plan tangent. L'équation (3) exprime au contraire l'équilibre des forces appliquées normalement au voile. Pour l'interpréter géométriquement, prenons l'origine o du trièdre oxyz sur la surface, et orientons ox et oy suivant les directions de deux éléments arbitraires. Nous pouvons achever de définir complétement le trièdre oxyz en nous donnant d'une manière arbitraire la direction oz. L'équation (3) définit une relation linéaire entre les contraintes s'exerçant sur les éléments arbitraires ox et oy et la projection ζ effectuée sur oz parallèlement au plan tangent de la densité de la charge appliquée. Lorsqu'on change la direction oz sans toucher à ox et oy, chaque terme de la relation linéaire précédente est simplement multiplié par un même facteur.

Nous pouvons profiter de l'indétermination de la direction des éléments ox et oy pour simplifier l'équation (3). Si on dirige en particulier ces éléments suivant deux directions conjuguées de la surface, c'est-à-dire suivant deux directions conjuguées par rapport à l'indicatrice, le coefficient de Θ s'annule et l'équation (3) se réduit à une relation linéaire entre les contraintes longitudinales v_1 et v_2. On peut se demander s'il n'est pas possible d'orienter les éléments ox et oy de manière qu'il ne reste plus dans l'équation (3) qu'une seule contrainte. On voit immédiatement que cela n'est pas possible si la surface est convexe, c'est-à-dire si les rayons de courbure principaux sont de même sens et qu'au contraire cela est possible si la surface n'est pas convexe.

Plaçons-nous dans cette dernière hypothèse et distinguons deux cas, suivant que la contrainte qui reste dans l'équation (3) est une contrainte longitudinale ou le cisaillement Θ. Le premier cas n'est possible que si la surface est développable, c'est-à-dire si on peut la considérer comme l'enveloppe d'une famille de plans tangents dépendant d'un paramètre. Si l'on prend l'élément ox suivant la direction de la génératrice rectiligne qui passe en o, l'équation (3) se réduit à

$$(4) \quad r v_1 = \zeta$$

Le deuxième cas correspond aux surfaces à courbures opposées. Si l'on prend ox et oy suivant les directions des asymptotiques, l'équation (3) se réduit à

$$(5) \quad 2\,s\Theta = \zeta$$

L'interprétation des équations (4) et (5) est immédiate. Interprétons d'abord l'équation (4). Il est visible que les seules contraintes agissant sur un élément infiniment petit de la surface admettant une composante non située dans le plan tangent à la surface, sont les contraintes projetées suivant v_1, et l'équation (4) exprime simplement l'identité entre les projections des contraintes n_1 sur oz effectuées parallèlement au plan tangent et la projection effectuée dans les mêmes conditions de la charge appliquée.

Interprétons maintenant l'équation (5). Il suffit pour cela de considérer un quadrilatère élémentaire dont deux côtés consécutifs sont constitués par des arcs d'asymptotiques se croisant en o. Les contraintes longitudinales n_1 et n_2 appliquées à ce quadrilatère ont une résultante dans le plan tangent puisque cette résultante est la somme géométrique de la résultante des contraintes n_1 et de la résultante des contraintes n_2, et que chacune de ces deux dernières résultantes est nécessairement dans le plan osculateur d'un arc d'asymptotique, plan osculateur qui coïncide avec le plan tangent en vertu de la définition même des asymptotiques. Donc, la composante ζ des charges appliquées à la surface en dehors du plan tangent ne dépend que du cisaillement Θ. Il lui est d'ailleurs proportionell. Le coefficient de proportionnalité dont la valeur est $2s$ a une signification géométrique excessivement simple. C'est le quotient du double de la distance du sommet opposé à o dans le quadrilatère au plan tangent en o, cette distance étant comptée parallèlement à la direction oz, par le produit des longueurs d'arcs d'asymptotiques formant les côtés du quadrilatère.

4° — *Classification des voiles minces au point de vue de leurs propriétés mécaniques.*

Les considérations précédentes conduisent à classer les voiles minces en trois groupes. Le premier groupe comprend les surfaces développables comme les cylindres et les cônes, le deuxième groupe comprend les surfaces convexes comme la sphère, le paraboloïde elliptique, l'ellipsoïde, l'hyperboloïde à deux nappes, et, d'une manière générale, toutes les surfaces à double courbure engendrées par une courbe dont la concavité est dirigée vers le bas et qui s'appuie sur une directrice courbe dont la concavité est également dirigée vers le bas. Le troisième groupe comprend les surfaces à courbures opposées comme le paraboloïde hyperbolique, l'hyperboloïde à une nappe, les conoïdes, toutes les surfaces réglées non développables, et d'une manière générale, toutes les surfaces qui peuvent être engendrées par une courbe dont la concavité est tournée vers le haut et qui s'appuie sur une directrice dont la concavité est tournée vers le bas.

Cette classification nous est suggérée par l'interprétation géométrique de l'équation (3). Les voiles du premier groupe sont ceux pour lesquels l'équation (3) peut être mise sous la forme (4), les voiles du second groupe sont ceux pour lesquels l'équation (3) peut être mise sous la forme

$$(6) \quad rv_1 + tv_2 = \zeta$$

τ et t étant de même signe, les voiles du troisième groupe sont ceux pour lesquels l'équation (3) peut se mettre sous la forme (5).

Observons que pour les voiles du troisième groupe l'équation (3) peut également se mettresous la forme (6), mais r et t sont alors de signes contraires. Observons également que pour les voiles du deuxième groupe, l'équation (3) peut aussi être mise sous la forme (5), où Θ représente encore le cisaillement sur les asymptotiques, mais l'équation (5) n'est plus alors une équation à termes réels, s et t sont deux expressions purement imaginaires.

Les voiles du premier groupe sont caractérisés par la propriété que la composante normale de la contrainte s'exerçant sur les génératrices rectilignes, est en chaque point proportionnelle à la composante normale de la densité de la charge appliquée. Les voiles du second groupe sont caractérisés par la propriété que la contrainte de cisaillement purement imaginaire s'exerçant sur les éléments imaginaires d'asymptotiques, est proportionnelle en chaque point à la composante normale de la densité de la charge appliquée. Les voiles du troisième groupe sont caractérisés par la propriété que la contrainte de cisaillement s'exerçant sur les éléments d'asymptotiques est proportionnelle en chaque point à la composante normale de la densité de la charge appliquée.

On peut encore faire observer la différence suivante entre les voiles du deuxième et du troisième groupe. Si l'on considère en un point les contraintes longitudinales s'exerçant sur deux éléments conjugués, la composante normale de la charge appliquée, que l'on peut considérer comme la poussée au vide produite par ces contraintes longitudinales, est une forme linéaire de ces contraintes. Cette forme est à coefficients de même signe pour les voiles du deuxième groupe et à coefficients de signes contraires pour les voiles du troisième groupe. Il en résulte que la portance d'un voile du deuxième groupe peut être considérée comme produite par des contraintes longitudinales de même sens s'exerçant sur deux éléments conjugués, et que la portance d'un voile du troisième groupe peut, d'une manière analogue, être considérée comme produite par des contraintes longitudinales de sens contraires, s'exerçant sur deux éléments conjugués.

Lorsqu'il s'agit d'un voile du second groupe, on peut toujours choisir les éléments conjugués de manière qu'ils forment un réseau orthogonal et isotherme sur la surface associée ayant pour carré de l'élément linéaire la forme quadratique

$$r\,dx^2 + 2\,s\,dxdy + t\,dy^2.$$

Les coefficients des contraintes longitudinales correspondantes, dans la forme linéaire représentant la composante normale de la densité de la charge appliquée, sont alors égaux. On peut donc dire que dans les voiles du second groupe la composante normale de la densité de la charge à appliquer est proportionnelle à la somme des contraintes longitudinales s'exerçant suivant les éléments d'un système orthogonal et isotherme pour la surface associée.

Les différences de propriétés qui, nous venons de le voir, distinguent les voiles des trois groupes, ont une importance primordiale sur la nature des appuis que l'on peut se donner au pourtour des voiles pour parfaire leur

équilibre, et sur le mode de calcul effectif des contraintes dans les voiles en fonction des conditions au contour.

5° — *Etude des voiles du premier groupe.*

L'étude des voiles du premier groupe est une généralisation de l'étude des cylindres. L'équation (4) fait connaître, en chaque point du voile, la composante normale à la génératrice rectiligne passant en ce point, de la contrainte agissant sur un élément de cette génératrice. Par conséquent, si nous traçons sur la surface une famille de géodésiques coupant les différentes génératrices rectilignes sous un angle constant, nous connaîtrons la contrainte longitudinale agissant parallèlement à ces géodésiques sur les éléments de génératrices rectilignes. L'équation (2) nous fera alors connaître par une intégration immédiate la valeur du cisaillement sur les génératrices et les géodésiques, et la formule (1) par une nouvelle intégration, les contraintes longitudinales s'exerçant sur les éléments des géodésiques parallèlement aux génératrices.

La détermination des contraintes effectuée de cette manière n'est complète que si l'on se donne sur une courbe déterminée rencontrant une fois seulement chaque génératrice, les valeurs des contraintes s'exerçant sur les éléments de la dite courbe. On peut d'ailleurs aussi bien se donner sur deux courbes rencontrant chacune chaque génératrice une fois et une seule, une relation entre les composantes de la contrainte s'exerçant sur tout élément des deux courbes.

6° — *Etude des voiles du second groupe.*

Considérons un voile mince du second groupe. Nous avons vu que la composante normale de la densité de la charge appliquée était proportionnelle en chaque point à la somme des contraintes longitudinales s'exerçant sur des éléments d'un système orthogonal et isotherme pour la surface associée. Supposons que ces contraintes longitudinales soient égales. Leur valeur est alors bien déterminée en chaque point par la valeur de la composante normale de la densité de la charge. Nous avons ainsi satisfait à l'équation (3). Les équations (1) et (2) qui expriment l'équilibre dans le plan tangent ne seront alors satisfaites que si la composante tangentielle de la densité de la charge a une valeur déterminée, que l'on obtient en écrivant précisément les conditions d'équilibre parallèlement au plan tangent. Nous appellerons système fondamental de charges tout système de charges correspondant aux conditions précédentes, c'est-à-dire tel que les contraintes longitudinales s'exerçant sur des éléments d'un système orthogonal et isotherme pour la surface associée soient égales. Il est alors bien évident qu'un système quelconque de charges peut être considéré comme la somme d'un système fondamental et d'un système composé uniquement de charges tangentielles et que nous appellerons système complémentaire du système fondamental de charges.

Nous sommes ramenés ainsi à l'étude des systèmes complémentaires, c'est-à-dire des systèmes où la charge appliquée est tangente à la surface. Dans de tels systèmes, les contraintes longitudinales sur des éléments d'un système orthogonal et isotherme pour la surface associée, sont égales, et par suite la contrainte sur un élément quelconque ne dépend plus que de deux paramètres, par exemple les composantes de la contrainte s'exerçant sur un des éléments conjugués

précédents. Il est bien évident que l'on peut choisir arbitrairement ces deux paramètres. On voit facilement que l'on peut déterminer deux fonctions imaginaires conjuguées φ et ψ de manière qu'en prenant pour paramètres deux quantités que nous désignerons par S_φ et S_ψ, les forces élastiques agissant sur un élément quelconque de la surface soient une forme linéaire des expressions différentielles $S_\varphi\, d\psi$ et $S_\psi\, d\varphi$. Les équations d'équilibre dans le plan tangent montrent alors que la dérivée partielle de S_φ par rapport à φ et la dérivée partielle de S_φ par rapport à ψ sont des fonctions linéaires de S_φ et S_ψ. En éliminant l'un des deux paramètres, S_ψ par exemple, entre ces deux relations, on obtient une équation aux dérivées partielles linéaire du second ordre à caractéristiques imaginaires, à laquelle doit satisfaire le paramètre conservé S_φ.

Pour déterminer une solution de cette équation, on peut se donner la valeur de S_φ et d'une de ses dérivées sur une courbe arbitraire de la surface, à condition toutefois, étant donné que l'équation est à caractéristiques imaginaires, que certaines conditions d'analycité soient remplies. Si l'on remarque que se donner S_φ et une de ses décrivées sur une courbe revient à se donner S_φ et S_ψ sur cette courbe, et par suite la contrainte s'exerçant sur un élément quelconque de la courbe, on voit que, sous certaines réserves d'analycité, on peut déterminer les contraintes dans le voile, à condition de connaître les contraintes s'exerçant sur les éléments d'une courbe.

Les réserves relatives à l'analycité dont nous avons parlé ne sont pas des réserves de pure forme. Elles correspondent à une réalité physique qui est la suivante. On sait en effet que dans tous les problèmes où une fonction vérifiant une équation à caractéristiques imaginaires est déterminée par les valeurs qu'elle prend, ainsi qu'une de ses dérivées, sur une courbe donnée, la solution n'est pas une fonction continue des données c'est-à-dire qu'en faisant varier très peu les données, on peut obtenir des valeurs de la fonction aussi différentes que l'on veut en des points arbitrairement choisis. Il résulte de là que les états d'équilibre d'un voile convexe correspondant à des valeurs données des contraintes s'exerçant sur une courbe ne sont pas stables par rapport aux valeurs des contraintes sur cette courbe.

Pour obtenir des solutions stables, il faut envisager des conditions aux limites différentes de celles que nous avons envisagées. Au lieu de nous donner les valeurs des contraintes sur une courbe, donnons-nous sur une courbe fermée une relation entre les composantes des contraintes s'exerçant sur les éléments de la courbe. Si cette relation est convenablement choisie le problème pourra se trouver déterminé tout au moins à une ou plusieurs constantes près, la solution étant une fonction continue des données. L'équilibre correspondant sera un équilibre stable. Supposons par exemple que nous voulions que la contrainte le long de la courbe donnée ait une composante donnée normalement à une direction donnée, direction variable avec chaque point de la courbe. L'indétermination relative des paramètres S_φ et S_ψ permet de les déterminer de manière que S_φ représente le long de la courbe donnée la valeur de la composante normale à une direction donnée de la contrainte s'exerçant sur les éléments de la courbe. La théorie des équations intégrales permet alors de déterminer la fonction S_φ par une méthode analogue à celle qu'ont employée Fredholm et ses successeurs pour résoudre les problèmes du même type relatifs aux equations caractéristiques imaginaires.

7° — *Etude des voiles du troisième groupe.*

Considérons un voile mince du troisième groupe. La valeur de la composante normale de la densité de la charge détermine tout d'abord en chaque point du voile les contraintes de cisaillement sur les éléments d'asymptotiques. Supposons que les contraintes dans le voile se réduisent à ces cisaillements. Il faut et il suffit pour cela, que la composante tangentielle de la charge appliquée à un quadrilatère élémentaire d'arcs d'asymptotiques fasse équilibre à la projection sur le plan tangent de la résultante des efforts tangentiels appliqués aux éléments du quadrilatère. Nous appellerons système fondamental de charges, tout système de charges correspondant aux conditions précédentes, c'est-à-dire tel que les contraintes s'exerçant sur les éléments d'asymptotiques se réduisent à des cisaillements. Il est bien évident qu'un système quelconque de charges peut être considéré comme la superposition d'un système fondamental de charge et d'un système que nous appellerons encore système complémentaire et composé uniquement de charges tangentielles.

Nous sommes ainsi ramenés à l'étude de l'action des systèmes complémentaires. Pour cela nous remarquons encore que la force élastique s'exerçant sur un élément du voile peut encore se mettre sous la forme d'une forme linéaire d'expressions différentielles telles que $S_\varphi\, d\psi$ et $S_\psi\, d\varphi$, φ et ψ étant maintenant deux fonctions réelles, S_φ et S_ψ deux paramètres réels. Les équations d'équilibre suivant le plan tangent permettent alors d'exprimer les dérivées partielles de S_φ par rapport à φ et de S_ψ par rapport à ψ en fonction linéaire de S_φ et S_ψ. L'élimination de S_ψ entre ces équations conduit à une équation en S_φ linéaire aux dérivées partielles du second ordre à caractéristiques réelles. Les caractéristiques de cette équation aux dérivées partielles sont précisément les lignes asymptotiques.

Pour déterminer une solution de l'équation précédente valable dans un domaine D limité par un contour C décomposons ce contour en deux suites d'arcs Γ et Γ' tels que de tout point de D soient issues deux asymptotiques rencontrant Γ une fois et une seule, puis décomposons Γ en deux suites d'arcs Γ_1 et Γ_2 tels que toute ligne brisée d'arcs d'asymptotiques joignant tout point de Γ_1 à un point de Γ' ait ses sommets intermédiaires sur Γ_2 ou Γ', et qu'il n'existe aucune ligne brisée d'arcs d'asymptotiques ayant ses extrémités sur Γ_1 et ses sommets intermédiaires sur Γ_2. On obtiendra une solution unique valable dans D, en se donnant sur Γ_1 la valeur de la contrainte s'exerçant sur les éléments de Γ_1 et en se donnant sur Γ_2 une relation entre les composantes de la contrainte s'exerçant sur les éléments de Γ_2. La valeur de la solution sera donnée par la formule de *Riemann* appliquée successivement à différents sous-domaines du domaine D. Aucune condition d'analycité n'est ici requise et la solution obtenue est toujours une fonction continue des données. Par contre il n'existe pas en général de solution correspondant à une relation entre les composantes des contraintes s'exerçant sur les différents éléments de la courbe fermée C.

Lorsque le voile mince considéré est une surface réglée, l'équation aux dérivées partielles du second ordre peut se ramener à une équation linéaire aux dérivées partielles du premier ordre ne contenant qu'une dérivée, équation dont l'intégration est immédiate étant donné qu'on peut la considérer comme une équation

différentielle linéaire. Dans le cas où le voile mince est une quadrique réglée, la détermination des paramètres S_φ et S_ψ se réduit à deux quadratures.

8° — *Choix du système d'appuis dans les voiles minces des trois groupes.*

Le choix du système d'appuis dans un voile mince dépend essentiellement du groupe auquel il appartient. Nous distinguerons deux catégories d'appuis, les appuis simples pour lesquels les réactions dépendent d'un seul paramètre, et les appuis doubles pour lesquels les réactions dépendent de deux paramètres. Les composantes des contraintes que le voile transmet à un appui simple satisfont par conséquent à une relation connue a priori, tandis que les composantes des contraintes que le voile transmet à un appui double peuvent prendre des valeurs indépendantes. Par ailleurs, certaines parties du voile sur son contour peuvent ne comporter aucun appui, le bord est dit libre.

Nous nous proposons de rechercher comment il faut répartir les bords libres, les appuis simples et les appuis doubles au contour d'un voile mince pour que celui-ci soit soumis à un équilibre unique et stable.

Plaçons-nous tout d'abord dans le cas d'un voile du premier groupe. On pourra se donner un bord libre sur toute partie du contour ne comprenant pas de génératrice rectiligne, et rencontré une fois au plus par toute génératrice. Si le bord libre rencontre toutes les génératrices, la répartition des contraintes dans le voile est déterminée, et par suite, les autres bords devront comporter des appuis doubles. Le système d'équilibre correspondant est stable. Donnons-nous au contraire deux bords rencontrant chacun une seule fois toutes les génératrices et aménagés en appuis simples. On obtiendra encore un état d'équilibre stable du voile, à condition d'aménager le reste du contour, composé exclusivement de génératrices, en appuis doubles.

Considérons maintenant un voile du second groupe. Ce voile ne peut admettre de bords libres, car l'équilibre correspondant n'est pas stable. Mais on peut aménager l'ensemble du pourtour du voile en appuis simples, l'équilibre correspondant est bien déterminé et stable.

Considérons enfin un voile du troisième groupe et décomposons le contour en trois catégories d'arcs Γ_1, Γ_2, Γ' définis comme il a été indiqué au 7°. On pourra se donner un bord libre suivant Γ_1, des appuis simples suivant Γ_2, et des appuis doubles suivant Γ'. L'équilibre correspondant est bien déterminé et c'est un équilibre stable.

9° — *Propriétés géométriques et calculs géométriques des voiles du troisième groupe.*

Les voiles du troisième groupe présentent des propriétés géométriques remarquables qui permettent d'en faire un calcul graphique précis.

Interprétons tout d'abord géométriquement les paramètres S_φ et S_ψ et les fonctions φ et ψ introduits au 7°. S_φ et S_ψ sont les contraintes longitudinales s'exerçant sur les asymptotiques pour un système complémentaire de charges. φ et ψ sont des coordonnées curvilignes de la surface pour lesquelles les lignes de coordonnées sont les lignes asymptotiques.

Remplaçons les voiles minces par un système réticulaire gauche dont les mailles sont des quadrilatères rectilignes gauches formés par des cordes de lignes asymptotiques. Le système obtenu travaille comme la surface donnée, et l'assimilation des deux systèmes est légitime si les mailles sont suffisamment petites. Les charges appliquées au système réticulaire doivent être appliquées aux sommets du système réticulaire suivant le plan tangent à la surface.

Appliquons une force unique F en un sommet quelconque du système réticulaire. Cette force peut se décomposer suivant deux des barres passant en ce point et correspondant à deux lignes asymptotiques différentes. On transporte ainsi la force F à deux autres noeuds de la surface où on opère de même, et ainsi de suite. Si l'on suppose le contour de la surface divisé en trois catégories d'arcs Γ_1, Γ_2 et Γ' dans les conditions indiquées précédemment, et si l'on choisit convenablement les deux barres initiales suivant lesquelles on décompose la force donnée F, la transmission de la force F se fera par le processus indiqué sans qu'on rencontre jamais un bord libre. Si l'on rencontre un bord de Γ_2 supposé aménagé en appui simple, on pourra encore faire la décomposition entre la seconde barre aboutissant au sommet considéré sur Γ_2 et la direction de la réaction de l'appui simple. L'opération qu'on effectue ainsi est ce qu'on appelle une réflexion sur l'appui simple. En la continuant ainsi, on transmettra finalement la force F à toute une zone d'appuis doubles. On aura ainsi obtenu un équilibre du système compatible avec les réactions d'appuis, et cet équilibre sera stable. En opérant de la même manière pour chaque noeud chargé du système réticulaire, on aura déterminé l'état d'équilibre relatif au système complémentaire de charges en ne faisant intervenir que des décompositions de forces suivant la règle du parallélogramme. L'épure correspondante peut se faire facilement en projection sur un plan arbitraire.

La détermination géométrique des efforts dont nous venons de parler permet d'envisager l'équilibre d'un voile du troisième groupe comme résultant d'une propagation d'efforts s'effectuant suivant les arcs d'asymptotiques en partant des bords libres pour aboutir aux appuis doubles en se réfléchissant sur les appuis simples. Cette propriété est analogue à la propagation par ondes des phénomènes régis par des équations linéaires aux dérivées partielles du second ordre à caractéristiques réelles et comme elle, est due essentiellement à la nature réelle des caractéristiques des équations régissant l'équilibre des contraintes dans le voile considéré.

10° — *Exemples simples de voiles du troisième groupe.*

L'exemple le plus simple de voile du troisième groupe est fourni par le paraboloïde hyperbolique. Ce voile est caractérisé par la propriété que le cisaillement suivant les génératrices rectilignes est, à un facteur près, constant sur toute la surface, égal à la composante suivant l'axe du paraboloïde de la charge appliquée rapportée à l'unité de surface en projection sur un plan quelconque non parallèle à l'axe. D'autre part, les efforts dus au système complémentaire de charges se propagent suivant chaque génératrice sans qu'il se produise d'interférences entre les génératrices, de telle sorte qu'un effort tangentiel appliqué à un petit élément du voile ne fait sentir son effet que sur les bandes engendrées par les génératrices rencontrées. Après le paraboloïde hyperbolique, le voile du troisième groupe le

plus simple est l'hyperboloïde à une nappe. Ce voile possède en commun avec le paraboloïde la propriété que les efforts dus au systeme complémentaire se propagent suivant chaque génératrice sans interférence avec les autres génératrices. Il ne diffère du paraboloïde hyperbolique que par l'expression plus compliquée du coefficient de proportionnalité entre le cisaillement et la densité de la charge appliquée.

Viennent ensuite les surfaces réglées non développables et en premier lieu les conoïdes. Pour ces surfaces, le coefficient de proportionnalité entre le

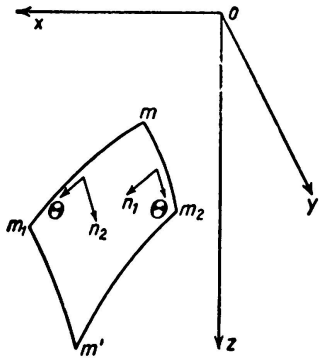


Fig. 1.

cisaillement sur les asymptotiques et la densité de la charge appliquée, a une expression beaucoup plus compliquée que pour les premières surfaces envisagées, mais ce qui les distingue surtout de ces surfaces, c'est que les efforts dus au système complémentaire se propagent en s'épanouissant sur la surface, les asymptotiques non rectilignes s'arc-boutant sur les génératrices rectilignes de la surface, de telle sorte qu'une force tangentielle appliquée à un petit élément intéresse toute une zone en éventail de la surface, comme dans les surfaces les plus générales du troisième groupe.

Les figures 2 et 3 montrent la différence entre les quadriques réglées et les autres surfaces du troisième groupe au dernier point de vue qui vient d'être signalé.

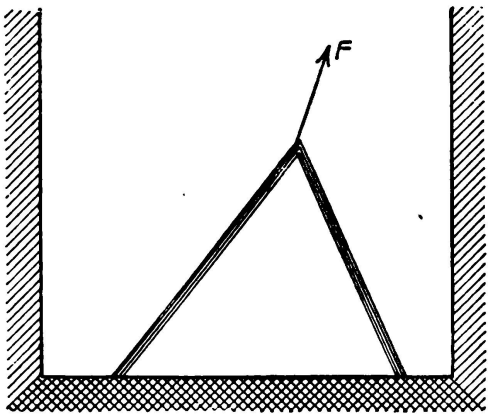


Fig. 2.
Mode de propagation des efforts tangentiels tans une quadrique réglée.

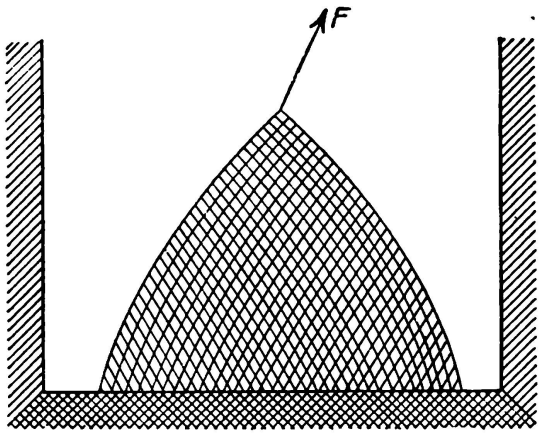


Fig. 3.
Mode de propagation des efforts tangentiels dans une surface quelconque du 3e groupe.

11° — *Conclusion.*

Si l'on excepte les voiles réglés développables comme les cylindres et les cônes qui forment une classe très particulière de voiles, l'ensemble des voiles à double courbure se divise en deux grandes familles suivant le signe de la courbure totale. Dans les deux familles de voiles, ce sont les lignes asymptotiques qui jouent le rôle essentiel dans la transmission des efforts tangentiels, et par suite dans la détermination de la nature des réactions d'appuis correspondant à des équilibres bien déterminés et stables. Lorsque les asymptotiques sont imaginaires, le voile ne peut admettre de bords libres, mais peut être limité à des bords aménagés tous en appuis simples. L'exemple courant d'appuis de cette sorte est constitué par un tympan plan à grande raideur dans son plan et sans raideur appréciable perpendiculairement à ce plan. Lorsque les asymptotiques sont réelles, on doit décomposer les bords du voile en bords libres, en bords avec appuis simples, et en bords avec appuis doubles suivant les règles déterminées que nous avons indiquées. Comme les appuis doubles peuvent constituer une difficulté au point de vue constructif, il y a avantage à chercher à en diminuer l'importance le plus possible, ce qui peut se faire de différentes manières en choisissant convenablement le tracé de la surface.

Si l'on se place strictement au point de vue de la facilité de calcul, les considérations qui précèdent laissent entrevoir que, parmi les voiles à double courbure, ceux donnant lieu à des calculs vraiment élémentaires sont les quadriques réglées.

Résumé.

Dans la construction des voiles minces en béton armé il s'agit d'abord de problèmes statiquement déterminés, indépendants de la théorie de la plasticité. La totalité de ces questions est traitée en liaison avec d'autres problèmes qui se présentent lors de l'exécution des voiles minces et avant tout en liaison avec les problèmes de la compatibilité des déformations conditionnées par l'état de tension calculé d'une manière isostatique.

L'auteur utilise l'hypothèse d'une répartition uniforme des tensions sur toute l'épaisseur de la section de telle façon que l'on peut admettre le voile concentré en sa surface moyenne.

Leere Seite
Blank page
Page vide

IVa 2

Les surfaces portantes dans la construction en béton armé.

Die Flächentragwerke des Eisenbetonbaues.

Shell Construction in Reinforced Concrete.

Dr. Ing. Fr. Dischinger,
Professor an der Technischen Hochschule, Berlin.

Douze ans après que la Société Dyckerhoff et Widmann, en collaboration avec la maison Zeiss de Jena, eut créé les voiles minces en coquille, constructions pour lesquelles les charges engendrent essentiellement des efforts restant dans la surface même, ce genre de construction a pris un grand essor grâce aux recherches de la théorie générale élaborée dans un temps extraordinairement court.

Avec cette théorie on a créé de nouveaux ouvrages dans le domaine des grandes halles et cela sur un plan beaucoup plus vaste encore que ce qui a été fait à l'aide des plaques et des dalles champignons. Au moyen des coupoles et des toitures ondulées, appelées ensemble du nom de "surfaces portantes", on peut obtenir des portées qui jusqu'à maintenant étaient considérées comme irréalisables.

Depuis la découverte de ces constructions, il s'est à peine écoulé 10 ans. Dans ce court laps de temps on a construit des halles de 100000 m² et de 100 m de portée.

Le présent rapport se compose de deux parties. Dans la première partie nous donnerons un résumé des progrès de la théorie depuis le dernier congrès et les développements obtenus en construction. La seconde partie est consacrée à la théorie des enveloppes cylindriques et des tuyaux.

1. Développement de la théorie des voiles depuis le dernier congrès, 1932.

Pour tout ce qui concerne les différentes formes des voiles dont il sera question ici, nous renvoyons au rapport de W. Petry II/4, présenté au congrès de Paris en 1932. Dans la même année parut la première partie du traité de U. Finsterwalder[1] concernant le problème des coupoles cylindriques (tonne) de Zeiss-Dywidag. Cette théorie considère une voûte cylindrique limitée par deux nervures, on a ainsi une poutre cintrée que l'on peut considérer comme une plaque creuse, dans laquelle le voile représente la plaque. A l'inverse des plaques ordinaires, dans lesquelles, pour de grandes distances des nervures, la plaque ne prend que fort peu des forces de compression, ici tout le voile travaille à la compression.

Cela vient de ce que dans la plaque ordinaire (fig. 1 a), la participation de la plaque aux efforts de compression N_x se fait par l'intermédiaire des efforts de cisaillement N_{xy} entre les nervures et la plaque.

La partie de la plaque ainsi sollicitée est fonction de la longueur de la poutre. Les efforts de compression ne se répartissent pas régulièrement suivant la largeur de la plaque, parce que les éléments de la plaque les plus éloignés de la poutre (nervure) subissent des déformations de cisaillement et donc ne participent plus à la répartition des efforts de compression.

Le mode d'action des plaques cintrées (fig. 1 b) est totalement différent car, comme on le voit dans l'équation 2 du chapitre suivant, en négligeant l'effort

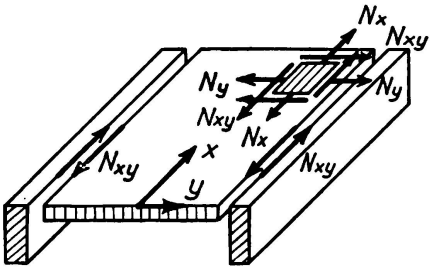


Fig. 1 a.

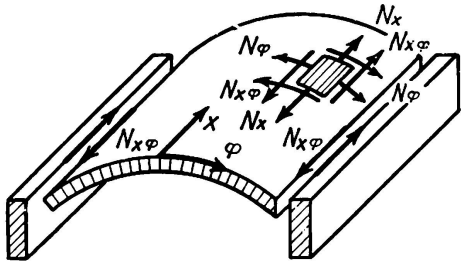


Fig. 1 b.

de cisaillement N_{xy} entre le voile et la nervure, il reste des efforts de compression N_x, qui proviennent des charges élémentaires et tout le voile participe donc sur toute sa largeur à la compression et cela d'autant plus que la courbure du voile est plus haute par rapport à la ligne des appuis.

Les voiles construits suivant des segments d'ellipse ont donc une capacité portante bien plus grande, que les voiles cylindriques. De plus, dans les voiles nervurés on a de bien moindres moments de flexion dans le sens du voile parce que les efforts de compression N_x, nécessaires pour contrebalancer le moment fléchissant extérieur (provenant de la poussée des autres voiles), proviennent en très grandes parties des poids propres élémentaires du voile et non des efforts de cisaillement N_{xy}. Les valeurs des moments fléchissants dans le sens de la voûte sont donc dépendantes des forces de compression N_x, qui proviennent de l'effet des forces de cisaillement N_{xy}. De ces considérations on déduit que pour des voiles très surélevés, les moments fléchissants sont bien moindres que dans les voiles cylindres. Je reviendrai plus tard sur ce point.

Entre le voile et la nervure on a 4 forces indéterminées, ce sont:
La force suivant le sens de la voûte N_φ, l'effort tranchant Q_φ, le moment fléchissant M_φ, l'effort de cisaillement $N_{x\varphi}$.

Pour les deux bords de la voûte on a ainsi 8 valeurs indéterminées et le problème du voile demande donc une équation différentielle du 8ème ordre ou bien un système de trois équations différentielles de cet ordre, parce que nous avons besoin de 8 constantes correspondant aux 8 valeurs statiquement indéterminées, pour les liaisons des deux joints entre le voile et les nervures. Pour résoudre ce problème, U. Finsterwalder partit de l'hypothèse que pour de grandes distances entre les deux joints, le voile n'est pas en état de transmettre des efforts par l'entremise des moments de flexion M_x et posa donc le moment $M_x = o$, l'effort tranchant correspondant $Q_x = o$ et le moment de torsion $= o$. Par suite de cette

simplification, il réussit à représenter le problème par une équation différentielle du 8e ordre, en introduisant une fonction de tension dans laquelle les forces internes du voile sont les dérivées de cette fonction de tension, comme dans la fonction de tension de Airy.

Pour des distances entre joints plus petites par rapport au rayon, des voiles cylindriques, les simplifications faites par U. Finsterwalder, soit $M_x = o$, $Q_x = o$, $M_{x\varphi} = o$ ne sont plus admissibles. Pour cette raison l'auteur s'est efforcé, dans le cas important de construction de halles, de trouver une solution rigoureuse du calcul des voiles cylindriques. Parce que pour ces ouvertures de voûte, les voiles doivent, eu égard à la sécurité au flambage, être renforcés par des nervures, j'ai étendu mon examen aussi aux formes anisotropes.[2] Il en résulte trois équations différentielles linéaires simultanées, à coefficients constants. Une solution particulière de ces équations différentielles, d'après H. Reissner,[3] est obtenue en mettant les surfaces de charges, représentées par des fonctions circulaires, sous la forme de double série trigonométrique. L'analyse montre que pour un tuyau fermé, il y a trois possibilités de transmission des efforts. Elles sont: 1) La transmission des efforts aux joints (fonds) par les forces d'extension (théorie des membranes), 2) la transmission des efforts aux raidissements (nervures) par le moment fléchissant M_x dans le voile (effet de dalle), 3) une assimilation de la partie chargée des harmoniques supérieures au moment fléchissant dans le sens annulaire. Cette assimilation est seulement possible parce que les harmoniques supérieures ne déterminent sur la totalité de la section annulaire aucune résultante verticale réelle de marge correspondante. La charge réelle est transmise par les effets 1 et 2 aux fonds. Pour satisfaire aux conditions aux limites des poutres de rives des voiles Zeiss-Dywidag, la solution praticulière citée ci-dessus doit être complétée par la solution d'un système homogène d'équations différentielles. Le système homogène d'équations différentielles doit satisfaire en même temps, comme cité ci-dessous dans le problème résolu en 1930 par K. Miesel,[3] à la donnée exponentielle $e^{m\varphi} \cos \lambda x$. Il en résulte que les trois équations différentielles se transforment en trois équations homogènes ordinaires, qui conduisent à une équation du 8e degré, de la solution de laquelle nous obtenons la longueur d'onde et l'affaiblissement d'une double oscillation partant des deux bords. Cette équation du 8e degré peut être résolue pour environ 100 cas différents. Les nombres donnés ci-dessus, pour les longueurs d'onde et les affaiblissements, sont portés en diagrammes qui donnent la possibilité d'avoir directement des valeurs sans calculer chaque cas. Avec l'analogie ci-dessus, il n'est pas seulement possible de déterminer les huit conditions aux limites le long des génératrices, mais aussi les conditions aux limites des fonds.

Le problème des "limites" des tuyaux cylindriques circulaires fermés a déjà fait, comme nous l'avons mentionné ci-dessus, l'objet d'une étude de M. K. Miesel en 1930 sur les perturbations aux "limites". De cela, M. Miesel a aussi pris en considération l'élasticité des disques raidissants, problème qui joue un grand rôle dans la construction des sous-marins. M. U. Finsterwalder s'est aussi occupé de ce problème, dans son travail mentionné sous 1) et a donné pour cela une solution, approchée de nouveau, sous la forme d'une fonction de tension, où maintenant, en opposition avec la solution correspondante pour les voiles Zeiss-Dywidag, ce ne sont pas les grandeurs M_x, Q_x, $M_{x\varphi}$, mais les valeurs M_φ, Q_φ,

$M_{x\varphi}$, qui sont négligées. Cette solution approchée donne avec un minimum de travail essentiel, pas pour toutes les grandes valeurs des harmoniques, une très bonne correspondance avec la solution rigoureuse de M. K. Miesel. Toutefois, pour nos problèmes de construction, il n' y a aucune haute valeur des harmoniques qui soit prise en considération.

Plus le voile sera raidi dans le sens de la voûte, contre la flexion, plus se rapprochera, dans les voiles Zeiss-Dywidag, la loi de répartition des forces de tension N_x de la loi de Navier, car alors le travail des moments fléchissants dans le sens de la voûte ne joue plus aucun rôle vis-à-vis de celui des forces d'extension

Plus la voûte sera mince, plus elle aura la tendance de diminuer les moments de flexion, ce qui entraîne une mauvaise répartition des forces d'extension.

Cependant, pour obtenir une meilleure répartition des forces N_x, ces voiles minces doivent être combinés avec des hautes poutres de rives.

J'ai déjà montré au début de mon exposé que pour des voûtes très surélevées, comme par exemple celles constituées par des segments plats d'ellipse, on obtenait des moments fléchissants moindres et de meilleurs effets de poutre.

Plus les voiles deviendront grands, plus il sera nécessaire de remplacer la forme cylindrique (circulaire) par la forme de voile surélevé.

Pour les grandes halles du Ministère de l'air on a utilisé presque exclusivement des voûtes de formes elliptiques, proposées par M. U. Finsterwalder et calculées d'après la théorie des voiles cylindriques, en remplaçant approximativement le segment d'ellipse par trois arcs de cercles.

Cela conduit naturellement à des calculs très compliqués, vue que ces éléments de voiles ont 4 côtés et que les oscillations partant de ces côtés s'influencent mutuellement. On a donc un pressant besoin d'une solution exacte et complète du calcul de la courbure elle-même. Cela a été trouvé par un de mes assistants et fera l'objet d'une dissertation ultérieure.

Les poutres portantes des voûtes qui nous occupent sont souvent calculées comme poutres continues sur plusieurs appuis. Comme les dites poutres ont par rapport à leur portée une grande hauteur, les moments sur appuis sont en grande partie très influencés par les déformations dues au cisaillement; Flügge[4] l'a déjà montré.

Pour des poutres élancées on sait que les déformations dues au cisaillement sont habituellement négligées. Pour les supports des voiles cela n'est pas toujours admissible. Dans le paragraphe II de mon exposé, j'ai montré complètement l'influence de ces effets de cisaillement sur les moments d'appuis et j'ai développé une méthode au moyen de l'équation des trois moments de Flügge, qui permet de calculer les moments d'appuis, ceci pour des portées et des marges quelconques, aussi bien dans le sens de la voûte que dans le sens de la longueur et cela pour des supports de voiles isotropes et anisotropes. Le problème du flambage prend toujours plus d'importance à mesure que les portées augmentent.

Nous avons deux cas à considérer:

a) le flambage du voile dans le jeu de la voûte,

b) le flambage dans le sens des génératrices.

Le premier problème avait été traité par R. von Mises[5] en 1914 dejà et le second plus tôt encore par Lorentz[6] et Timoschenko.[7] Ces deux problèmes se

combinent dans les coupoles de grandes dimensions avec de grands écartements des appuis, de telle sorte qu'en les étudiant séparément, pour les deux cas de flambage, on obtiendrait des résultats trop favorables. Ces cas de flambage combinés, si important pour les voiles, ont été résolus par W. Flügge[8], qui en a donné une solution très détaillée et applicable aux cas pratiques. Il en ressort que le flambage combiné agit de façon tout-à-fait défavorable. Les recherches de Flügge s'étendent aussi au cas de parois cylindriques circulaires, pour lesquelles on est clairement renseigné pour de grandes portées. Par une extrapolation, W. Flügge montre que ces équations s'étendent aussi au cas particulier du flambement des plaques.

Comme on suppose dans les conditions de flambage que les déformations du voile sont faibles par rapport aux épaisseurs, mais que d'autre part ces conditions sont déjà très difficiles à réaliser en pratique, puisqu'avec de grandes portées on obtient déjà des déformations sensibles, il faut exiger qu'on adopte pour les voiles des coefficients de sécurité au flambage notablement plus élevés que pour de simples arcs. On atteint aisément une sécurité suffisante en renforçant le voile au moyen de nervures. Ces mesures ont en plus l'avantage de diminuer les déformations et de supporter aussi les moments de flexion du voile. Dans presque tous les pays on a construit ces dernières années des voiles de dimensions croissantes. On a exécuté de tel voiles jusqu'à 60 m de portée pour les poutres et 45 m pour les arcs, soit de 2700 m^2 de base. Sur ces bases on a adopté pour les voiles à grande portée des sections transversales elliptiques. D'autre part on a exécuté un grand nombre de halles avec des arcs de 100 m de portée et un écartement relativement faible des poutres de rive. La fig. 2 donne la vue extérieure d'un hangar d'aviation du type avec arcs de grandes portées et la fig. 3 la vue intérieure d'un hangar avec arcs et poutres de grandes portées, dont la reproduction m'a été permise par le Ministère de l'air. Les fig. 4 et 5 montrent l'application de ces voiles aux bâtiments; la fig. 4 représente le hangar des camions postaux de Bamberg et la fig. 5 des voiles cylindriques circulaires disposées en sheds, pour une fabrique de tôle de Buenos Aires.

2) Les toits plissés.

Dans les toits plissés, le voile est remplacé par un polyèdre et la section de courbure continue par un polygône. Le problème est essentiellement le même que pour les voiles cylindriques. Les équations différentielles sont remplacées par d'autres équations différentielles du même ordre. Aux moments de flexion dus à l'effet de voile viennent s'ajouter ceux dus à l'effet de plaque, car les faces doivent premièrement transmettre leurs charges sur les arêtes du toit en provoquant des moments de flexion; ces efforts sont reportés sur les raidissements par des extensions dues à l'effet de voile, respectivement de "toits plissés". Le problème a été traité par E. Gruber[9] et G. Grüning,[10] d'abord en considérant les moments de flexion dus à l'effet de voile. Les deux auteurs ont négligé la résistance à la torsion des poutres des bords. Sur ce point, les travaux précédents ont été complété par R. Ohlig[11] qui a tenu compte de la résistance à la torsion des extrémités, de la même façon qu'on l'a toujours fait pour les voiles. A cause de leurs grands moments fléchissantes, ces types de poutres sont moins économiques que les voiles et comme le mieux est souvent l'ennemi du bien, on ne les a



Fig. 2.

pas exécutés jusqu'à aujourd'hui dans les grandes constructions. Cela tient aussi au fait que les brevets pour les voiles et les "toits plissés" se trouvent dans les mêmes mains, celles de la maison Dyckerhoff et Widmann A.-G.

3) Les coupoles polygonales composées de voiles cylindriques.

Comme on le sait, c'est d'après ce système qu'ont été exécutées les plus grandes coupoles massives existant actuellement, celle du marché couvert de Leipzig avec 76 m de portée et la coupole en arc de cloître du marché couvert de Bâle, de 60 m de portée. Tandis que la théorie de ces arcs de cloître est établie et



Fig. 3.

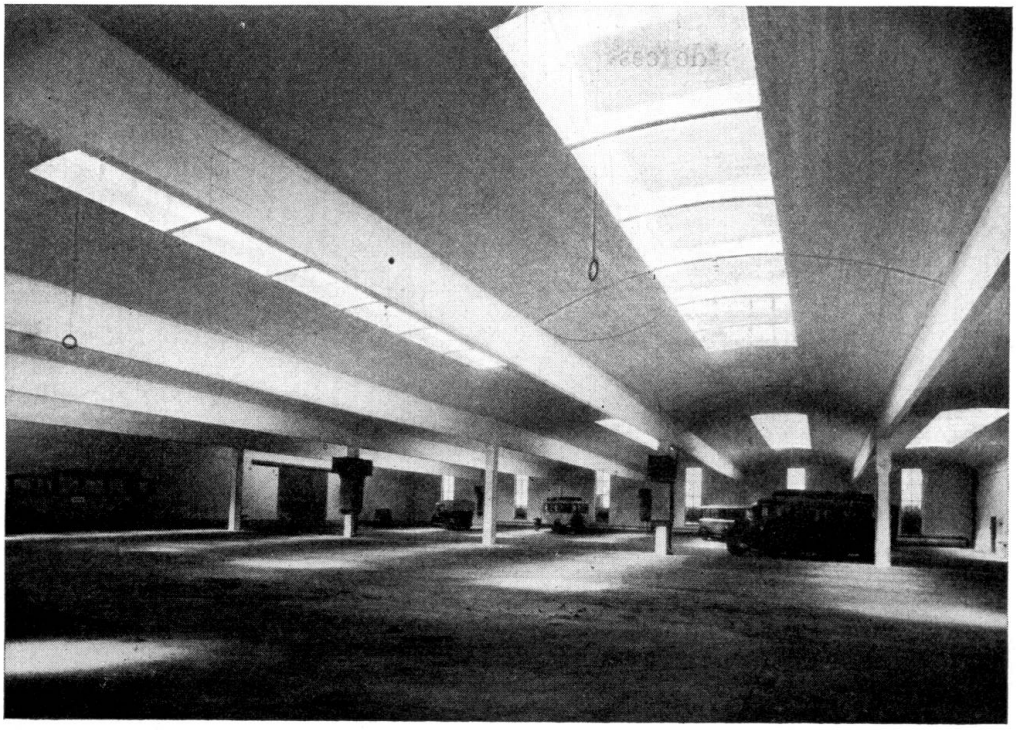


Fig. 4.
Hangar des autobus de Bamberg.

publiée[12] depuis longtemps, cela n'est pas le cas pour les arcs en croix. Avec ces arcs en croix, on construit des coupoles très belles au point de vue architectonique et irréprochables au point de vue acoustique. La fig. 6 montre une de ces coupoles, de forme octogonale. Indépendamment d'une bonne acoustique, ces coupoles donnent un éclairage excellent; des grandes fenêtres ménagées dans le

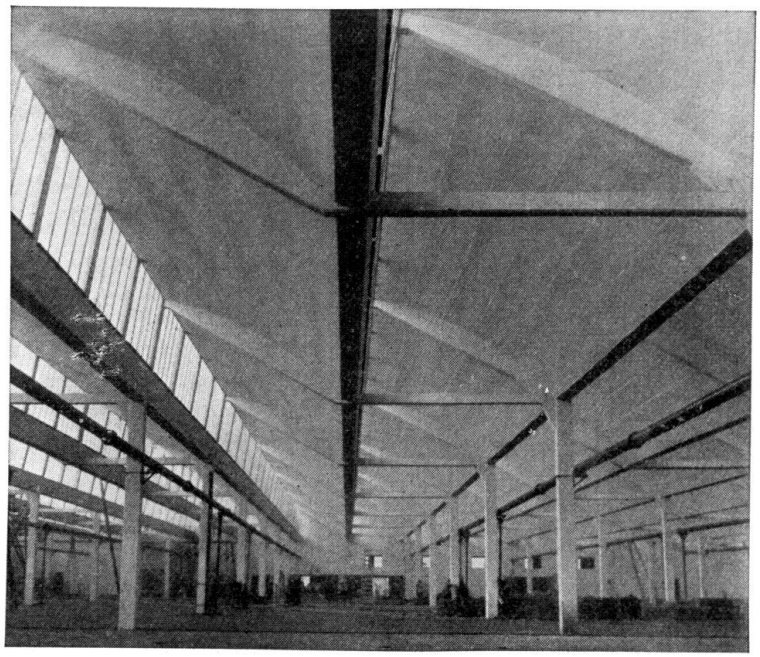


Fig. 5.

dôme, la lumière tombe au milieu de la salle par réflexion sur voûte cylindrique. J'ai développé la théorie de ces coupoles à l'occasion du concours de 1930 de l'Académie d'architecture (Beaux Arts) et j'ai montré qu'il est possible d'éliminer tout effort de flexion dans les arêtes de raidissement. Comme la place me manque pour la publier dans ce rapport, cette théorie sera publiée prochainement dans une revue.

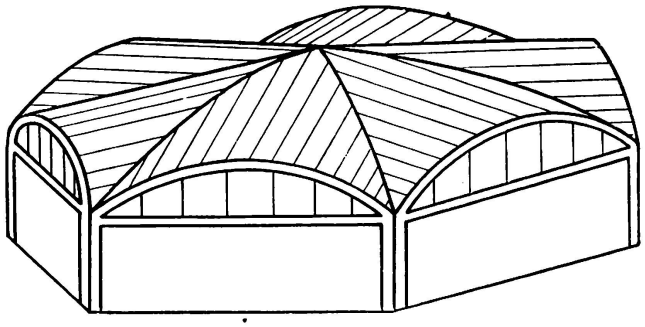


Fig. 6.

4) Les voiles à double courbure.

La théorie des voiles de révolution librement appuyés sur leur pourtour est déjà établie depuis longtemps. Dans le développement ultérieur des voiles à double courbure les types suivants sont importants:

a) Les voiles de révolution appuyés en quelques points seulement, pour lesquels "l'effet de coupole" est repris par un "effet de poutres" pour reporter les efforts sur les colonnes.

b) Les coupoles de "rotation" et de "translation" avec des bases carrées ou polygonales.

c) Les coupoles d'abside.

La théorie des diverses formes de coupoles à double courbure fut développée par moi en 1930 à l'occasion du concours déjà mentionné. La publication de cette étude, sous la forme d'un ouvrage, avait été prévue par l'Académie; mais par suite de manque de ressources, cette publication n'a pas pu être entreprise. Ces pourquoi, ces travaux ont été publiés sous une forme raccourcie dans la revue "Bauingenieur".[13] En ce qui concerne les voiles sur appui unique dont la forme est une surface de révolution, on doit remarquer que, les hauteurs de poutre et par conséquent les bras de levier des forces intérieures pour transmettre les charges vers les colonnes sont proportionelles aux portées des poutres et qu'aussi les contraintes découlant de l'effet de poutre sont indépendantes de la portée. Il découle de cela que l'on peut réaliser avec de telles constructions, aussi bien qu'avec les coupoles polygonales, de très grandes portées. Les voiles ne sont cependant pas exempts de phénomènes de flexion. D'après l'étude de A. Havers,[14] qui traite le problème de la distorsion de l'anneau de base d'un voile sphérique et qui en donne la solution au moyen d'une fonction sphérique, il est possible dès lors de déterminer les moments du flexion correspondants, ce qui est une nécessité absolue. L'application numérique sur un exemple, quoique laborieuse, serait hautement désirable pour délimiter nettement quelles portées peuvent être tolérées avec de telles formes de voiles et si elles sont économiques

comparativement aux voiles du type b), pour lesquels la transmission des efforts se fait presque exclusivement par des forces de compression et dont l'épaisseur est par conséquent fixée uniquement pour résister au flambage, car, même pour les grandes portées, les contraintes admissibles ne peuvent pas être appliquées. Le calcul des voiles de révolution dont la forme en plan est rectangulaire ou polygonale, peut s'effectuer d'une manière très simple d'après la méthode indiquée par l'auteur, au moyen de l'équation différentielle traduisant l'état de tension de la membrane élastique.

La fig. 7 montre un voile de ce type très plat, à base rectangulaire, qui fut exécuté pour un bâtiment de l'école technique de Dantzig; pour une portée de 12.00 m ce voile n'a que 0.77 m de flèche; le surbaissement est donc de 15,6, soit beaucoup plus que les ponts les plus élancés. Cette figure permet de reconnaître qu'un tel type de voile n'est pas autre chose qu'une plaque bombée qui se distingue des plaques habituelles en ce sens qu'elle travaille en compression. Sur la fig. 8 on voit un voile à double courbure à base rectangulaire, destiné à une halle à Klinker, à Beocin. Cette figure nous montre l'application de ce que l'on a désigné sous le nom de (c) voiles à absides. Comme je l'ai démontré dans l'article de la revue "Bauingenieur",[13] il se réalise dans cette demi-coupole l'état de tension d'une membrane, si les retombées sont raidies par un anneau. Puisque ces demi-coupoles peuvent être considérées comme des éléments de construction formant un ensemble stable par lui-même, leur rôle comme nouvel élément constructif des halles est très important, puisqu'elles permettent de raccorder des coupoles cylindriques à une base qui se rapproche de l'ovale. Ces demi-coupoles ont reçu une application en grand dans la construction des hangars pour avions de portées atteignant 40 m. Le hangar d'avions, représenté sur la fig. 3, est constitué par une longue voûte cylindrique qui se termine à ses extrémités par une coupole à abside. Enfin, la fig. 9 montre une demi-coupole du même genre destinée au pavillon de musique des bains de Schwalbach.

5) Le principe de la compensation statique des masses dans le calcul des voiles affins.

Les voiles examinés précédemment pouvaient être calculées à l'aide de l'équation différentielle de l'état de tension de la membrane, parce que le voile sphérique se laisse facilement traiter mathématiquement. Le principe de la compensation statique des masses nous permet d'une manière très simple de calculer aussi des voiles affins. J'ai développé ce principe en 1928 pour des cas déterminés;[15] en 1930, à l'occasion de l'étude déjà mentionnée, j'ai exposé le problème d'une manière générale, au moyen de l'équation différentielle et pour un voile de forme quelconque; cette étude a été publiée dans la reuve "Bauingenieur".[16] Il s'agit par exemple de calculer un voile à base elliptique, en partant d'un voile de révolution de forme fondamentale. Les nombreux problèmes qui peuvent être traités de cette manière sont indiqués dans le mémoire cité ci-dessus; il suffit de rappeler ici que les voiles de révolution affins peuvent se calculer d'une manière simple.

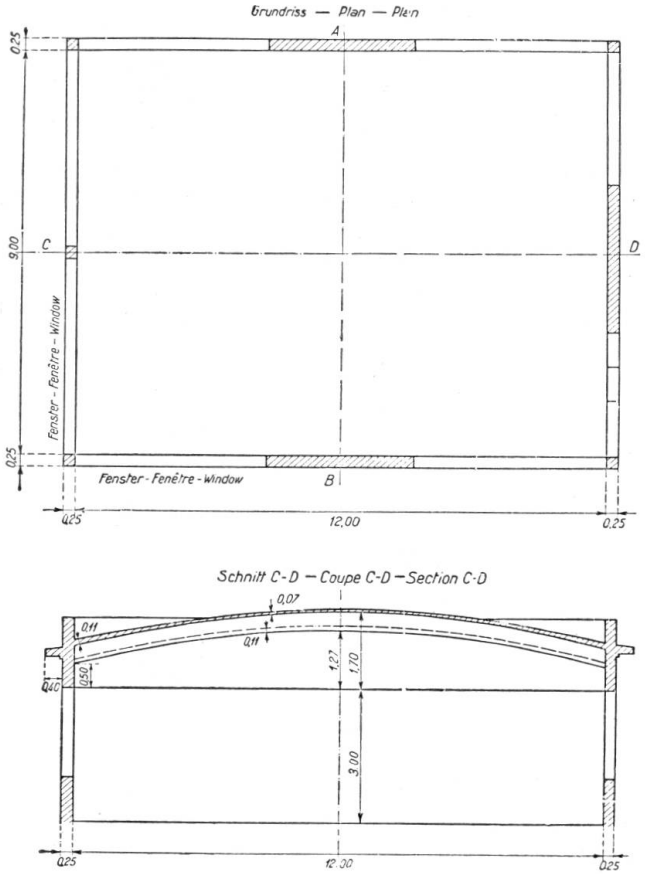


Fig. 7.

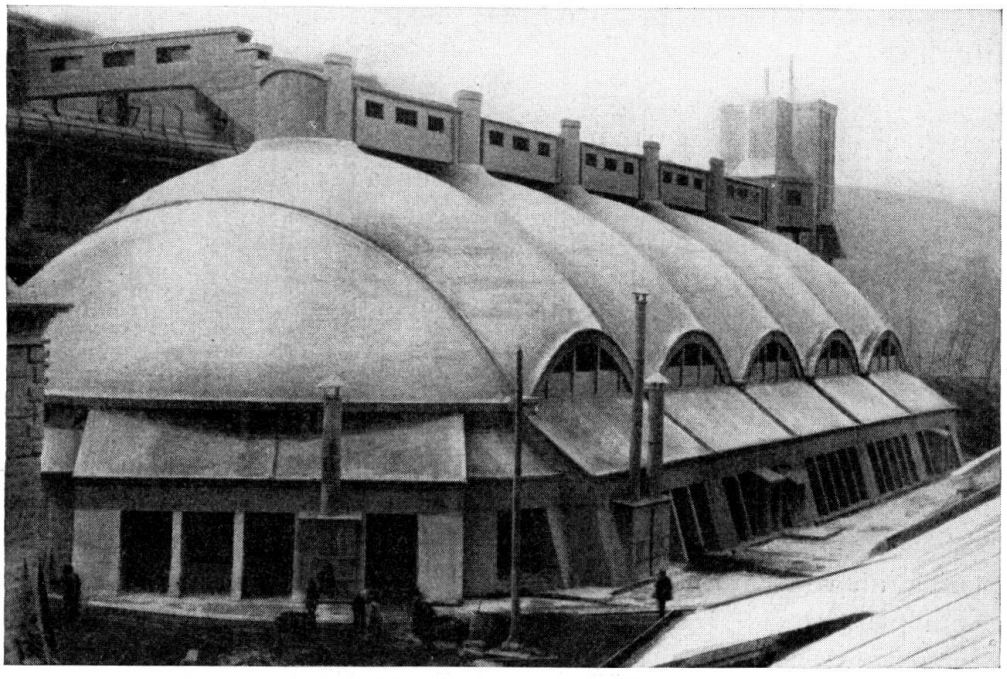


Fig. 8.

Hall à klinker, Beocin.

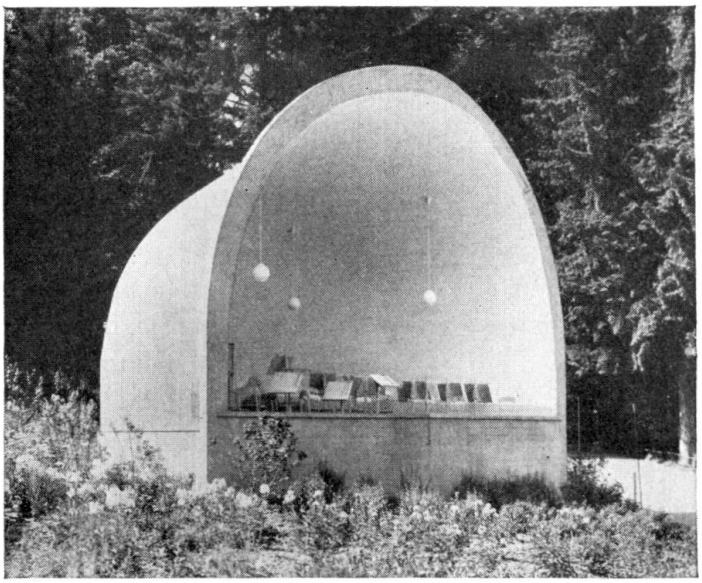


Fig. 9.
Pavillon à musique des bains de Schwalbach.

6) Voiles de forme entièrement arbitraire.

Les voiles de ce type ne peuvent pas être calculés à l'aide de l'équation différentielle des membranes, parce que nous ne pouvons pas intégrer les 3 équations differentielles aux dérivées partielles correspondantes. Nous devons choisir un autre chemin et résoudre ces équations par la méthode des différences finies.

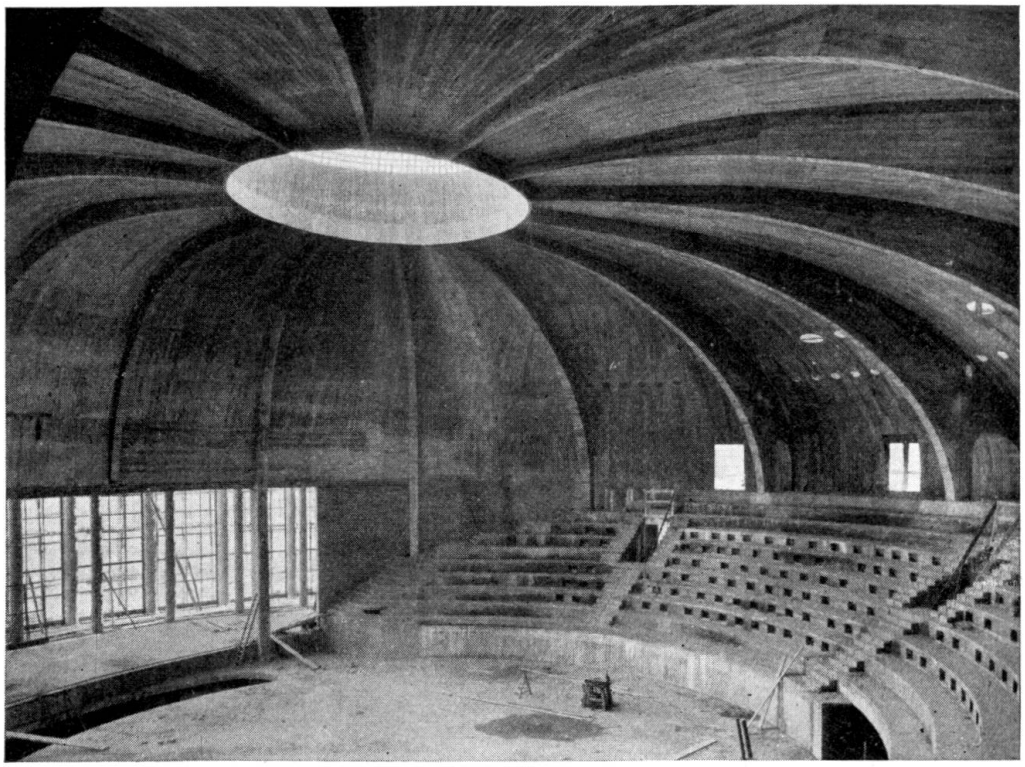


Fig. 10.
Maison du sport allemand. Berlin-Reichssportfeld.

Pucher, en 1931,[17] a donné une méthode simple et rapide conduisant à la solution de ce problème. Il est démontré que cette solution simple est possible, parce que les 3 équations différentielles peuvent être ramenées à une seule en introduisant une fonction nouvelle, la fonction de tension, qui, dès qu'elle est connue, permet de trouver complètement l'état de tension cherché. Les contraintes intérieures peuvent être déterminées d'une manière semblable à celle que l'on utilise dans la méthode de la fonction d'Airy. Puisque seule la répartition de la rigidité intervient sur la forme de la surface, toutes les constructions en voiles peuvent être calculées si les conditions sur le pontour sont données et si l'état de tension de la membrane est ainsi à déterminer. La méthode pour différences finies est toujours applicable si, comme déjà mentionné plus haut, une solution au moyen de l'équation différentielle est possible. Les derniers travaux français suivent la trace indiquée par Pucher. Le développement des méthodes de construction des coupoles en France se base sur cette théorie; la forme des coupoles appartient aux surfaces réglées non développables. Pour le cas spécial de la surface de translation, Flügge[4] a donné une solution analogue, au moyen des équations à différences.

Comme conclusion, je peux encore montrer une exécution intéressante, reproduite dans la fig. 10. Elle se rapporte à la coupole de la maison des sports allemands, érigée à l'occasion des Olympiades. Le projet a été établi par l'Architecte March et la disposition constructive par U. Finsterwalder. Le lanternau supérieur est placé excentriquement pour obtenir un bon éclairage. Dans cette construction, l'effet de coupole n'existe pas effectivement, parce que les secteurs isolés qui la constituent ne réagissent pas les uns sur les autres, à cause de la présence des nervures de raidissement.

Literature.

[1] *U. Finsterwalder:* Die Theorie der zylindrischen Schalengewölbe, System Zeiß-Dywidag, Association intern. des Ponts et Charpentes, Mémoires 1, 1932, et dissertation, Munich 1930, de même Ing. Arch., IVe vol. 1933.

[2] *Fr. Dischinger:* Die strenge Theorie der Kreiszylinderschale in ihrer Anwendung auf die Zeiß-Dywidag-Schalen, Beton und Eisen 1935, fasc. 16—18.

[3] *K. Miesel:* Über die Festigkeit von Kreiszylinderschalen bei nicht achsensymmetrischer Belastung, Ing. Arch. Ier vol. 1930.

[4] *W. Flügge:* Statik und Dynamik der Schalen, Editions Jul. Springer, Berlin 1934.

[5] *R. v. Mises:* Z. V.D.I. 58, 1914 p. 750 et ss.

[6] *R. Lorenz:* Z. V.D.I. 52, 1908, p. 1766 et ss.

[7] *S. Timoschenko:* Z. Math. Phys. 58 (1910), p. 378 et ss.

[8] *W. Flügge:* Die Stabilität der Kreiszylinderschale. Ing. Arch. IIIe vol. 1932.

[9] *E. Gruber:* Berechnung prismatischer Scheibenwerke. Association intern. des Ponts et Charpentes, Mémoires 1 1932, p. 225 et Mémoires 2 1934, p. 206.

[10] *G. Grüning:* Die Nebenspannungen der prismatischen Scheibenwerke, Ing. Arch. 3e vol. 1932.

[11] *R. Ohlig:* Beitrag zur Theorie der Prismatischen Faltwerke, Ing. Arch. 6e vol. 1935, et Die Nebenspannungen der Randträger prismatischer Faltwerke. Dissertation Darmstadt 1934. En ce qui concerne la théorie des membranes ad 9 et 11. cf. aussi *H. Craemer:* Allgemeine Theorie der Faltwerke. Beton und Eisen 1930, p. 276 et *G. Ehlers:* Die Spannungsermittlung in Flächentragwerken. Beton und Eisen 1930, p. 28.

[12] *Fr. Dischinger:* Theorie der Vieleckskuppeln, Diss. Dresde 1929 et Beton und Eisen 1929, p. 100.

[13] *Fr. Dischinger:* Die Rotationsschalen mit unsymmetrischer Form und Belastung. Bauing. 1935, fasc. 35—38.

[14] *A. Havers:* Asymtotische Biegetheorie der unbelasteten Kugelschale, Ing. Arch. 6 1935.

[15] *Fr. Dischinger:* Der Spannungszustand in affinen Schalen und Raumfachwerken, Bauing. 1936, p. 128, cf. aussi.

[16] *Fr. Dischinger:* Handbuch für Eisenbeton, 3e édition, 12e vol. 1928 et *W. Flügge*[4].

[17] *A. Pucher:* Beitrag zur Theorie tragender Flächen, Dissertation, Graz 1931 et sous le titre Über den Spannungszustand in doppelt gekrümmten Flächen, sous forme abrégée. Beton und Eisen 1934, fasc. 19.

Résumé.

Dans la première partie de ce rapport l'auteur donne un aperçu du développement de la théorie des différentes formes de voile depuis le dernier Congrès de 1932 et il parle des principes des travaux les plus importants.

Dans la deuxième partie l'auteur traite le problème du tuyau cylindrique renforcé et du toit Zeiss-Dywidag et il montre que dans ces voiles portants on ne doit pas négliger l'influence des déformations dues aux efforts tranchants sur les moments d'encastrement, ce qui n'est pas le cas pour les poutres élancées dans lesquelles ces influences que l'on sait très petites peuvent être négligées.

Leere Seite
Blank page
Page vide

IVa 3

Coupoles massives, réservoirs cylindriques et constructions semblables.

Massive Kuppeln, zylindrische Behälter und ähnliche Konstruktionen.

Solid Domes, Cylindrical Reservoirs and Similar Constructions.

Dr. techn. H. Granholm,
Dozent an der Königlichen Technischen Hochschule, Stockholm.

Le calcul exact des contraintes de flexion dans une coupole massive est très compliqué. Un travail de doctorat[1] présénté à l'Ecole polytechnique de Stockholm fait ressortir ces difficultés et l'on peut se demander si l'Ingénieur occupé dans la pratique trouvera le temps et l'occasion de calculer les dimensions d'une coupole sur la base de la théorie exacte. L'établissement des équations fondamentales est déjà compliqué et leur intégration exacte conduit à des séries qui sont difficiles à manier et qui ne convergent que lentement. Alors que la convergence est satisfaisante pour bien des épaisseurs de paroi, une modification de cette épaisseur peut faire disparaître cette bonne convergence. Même lorsque l'Ingénieur possède à fond la théorie mathématique de ce problème, le calcul d'un cas de charge déterminé exige beaucoup trop de travail. Il serait tout-à-fait impossible d'arriver à une méthode pratique en partant du chemin suivi par *Meissner, Bolle, Dubois, Honegger, Ekström,* etc. Par exemple, pour les coupoles sphériques, on obtient lors de l'intégration dans les cas les plus simples, des séries hypergéométriques qui ne peuvent être pour l'Ingénieur un instrument exact à cause de leur lente convergence.

En considération de ces faits, il importe avant tout, pour le développement plus ample de la théorie des coupoles, de se diriger vers des solutions qui satisfassent les exigences de la pratique, même si l'on doit introduire certaines approximations. Ainsi que l'a montré *Geckeler,*[2] il est possible de trouver par des moyens mathématiques relativement simples, une solution qui ne s'éloigne que peu de la solution exacte et qui est simple et agréable à employer lorsque l'épaisseur de la paroi et le rayon sont constants. La bonne concordance entre la théorie de *Geckeler* et la théorie exacte nous permet d'expliquer plus exactement la théorie approchée, lorsque l'on est au clair sur les hypothèses que l'on

---

[1] *John Erik Ekström:* „Studien über dünne Schalen von rotationssymmetrischer Form und Belastung mit konstanter und veränderlicher Wandstärke". Stockholm 1932.

[2] cf. par ex. „Handbuch für Eisenbetonbau", 6e vol., Berlin 1928.

introduit. On s'approche encore un peu plus de la théorie exacte en employant le procédé d'intégration asymptotique de *Blumenthal* et *Steuermann*, ce qui peut se faire même lorsque l'épaisseur de la paroi est variable. Ce procédé représente un gros progrès par rapport aux méthodes qui sont basées sur des solutions en forme de séries infinies, où l'on doit toujours supposer que l'épaisseur de la paroi varie suivant une fonction déterminée pour obtenir une solution.

Un examen plus approfondi des équations finales données par *Geckeler* montre que ces équations sont exactement du même type que celles pour une poutre sur appuis élastiques. L'analogie physique n'est pas non plus difficile à remarquer. On peut considérer comme une poutre le méridien de la coupole qui est soutenu par les cercles parallèles ou ceintures. Comme ceux-ci se laissent comprimer ou étirer ils correspondent au point de vue statique à des appuis élastiques.

Cette conception nous fait voir la statique de la coupole avec une exactitude suffisante. Pour l'établissement des équations d'équilibre, il n'est plus nécessaire de reprendre les équations différentielles de *Meissner* et il est possible de poser directement et simplement les équations nécessaires à l'aide de la théorie des poutres sur appuis élastiques. Ceci signifie, pour l'Ingénieur qui est dans la pratique qu'il n'a plus besoin de s'efforcer tout d'abord de comprendre la théorie classique, assez compliquée, de la coupole; de plus il peut établir de lui-même les équations nécessaires.

Les travaux de *Geckeler* montrent qu'il n'a lui-même pas complètement saisi la haute signification des approximations qu'il propose; c'est-à-dire qu'il n'a pas compris qu'en gros la coupole agit comme une série continue de poutres sur appuis élastiques. La manière de voir que je propose peut naturellement être étendue en ce sens que l'on peut considérer le méridien non comme une poutre mais comme un arc appuyé élastiquement sur les éléments annulaires de la coupole.

Par l'introduction de cette conception plus exacte, on obtient un aperçu plus juste de la statique de la coupole et les équations que l'on obtient ainsi sont les mêmes que celles de *Meissner*.

Il est notoire que spécialement dans les coupoles très plates, où par conséquent l'effet de voûte dans les éléments de méridien est très marqué, il est nécessaire d'introduire cette dernière manière de voir afin d'obtenir l'exactitude désirée. Plus la tangente à la coupole au droit de l'appui est inclinée, plus sera exacte la conception du méridien en tant que poutre sur appuis élastiques et dans le cas spécial où la tangente à la coupole est partout verticale, c'est-à-dire lorsque la coupole se transforme en un cylindre, cette manière de voir est tout-à-fait exacte.

Afin de faire mieux voir la simplicité du problème de la coupole traité de cette façon, j'ai calculé quelques problèmes et j'ai comparé les résultats ainsi obtenus avec ceux de la théorie exacte. La concordance est partout étonnement bonne.

Comme premier exemple, choisissons une coupole sphérique de béton armé d'épaisseur constante, $\delta = 16$ cm, de rayon $r = 1000$ cm et d'angle d'ouverture 40^0. Supposons que la coupole soit chargée par un liquide à la pression constante $p = 1{,}0$ kg/cm^2 et que l'arête soit complètement encastrée (fig. 1).

Si l'on calcule les contraintes dans cette coupole d'après la théorie des membranes, on obtient une compression dans le méridien $T_1 = \frac{p\,r}{2}$ et une compression dans les parallèles $T_2 = \frac{p\,r}{2}$. Ces contraintes dans le méridien et le parallèle sont constantes sur toute la coupole et la solution par la théorie des membranes

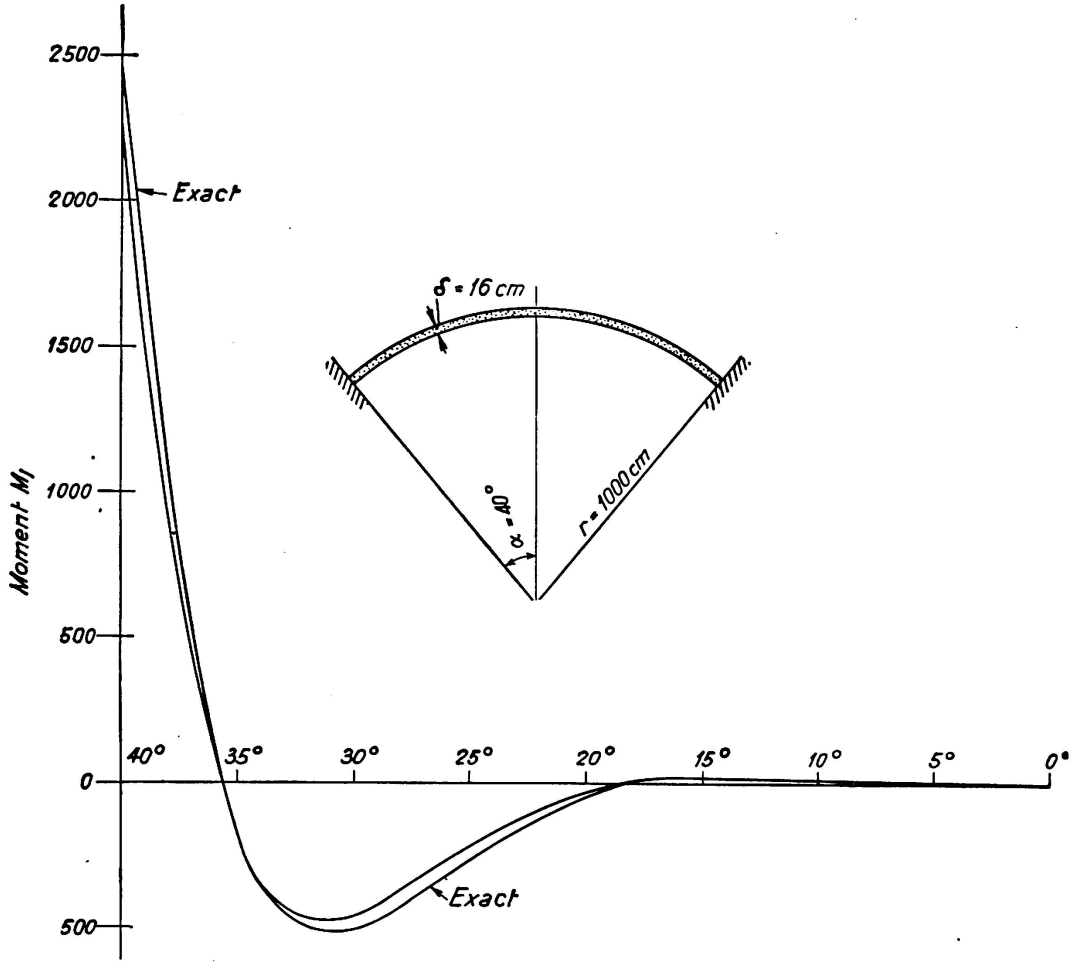


Fig. 1.

Comparaison entre la grandeur du moment méridien calculée d'abord d'après l'équation 5 et ensuite d'après la méthode exacte au moyen de séries hypergéométriques. Les écarts sont insignifiants pour la pratique.

est très simple. Sous l'effet de ces contraintes de compression T_1 et T_2 la coupole est comprimée de telle sorte que son rayon se réduit de $\frac{T \cdot r}{E\delta}$, c'est-à-dire $\frac{p\,r^2}{2\,E\,\delta}$. Cette réduction du rayon n'est pas grande; dans notre exemple, pour $E = 210\,000$ kg/cm², elle ne se monte qu'à 0,15 cm. Mais comme la coupole est fixée tout autour de son arête, elle ne peut pas modifier librement sa forme; les parties situées près de l'arête conserveront le rayon primitif mais plus on s'éloigne de l'arête, plus la liberté de mouvement de la construction est grande et plus les déformations pourront se produire librement. Quoique dans notre

cas la compression soit relativement faible, il se produit cependant aux environs des arêtes certaines perturbations qui engendrent des moments d'un ordre de grandeur tel que l'on ne peut pas les négliger.

Nous voulons rechercher maintenant quels moments sont engendrés dans une poutre sur appuis élastiques lorsque l'on admet qu'elle subit un fléchissement correspondant à la valeur que nous avons calculée ci-dessus $\frac{p r^2}{E 2 \delta}$. La relation entre le moment et le fléchissement est donnée par l'équation:

$$EJ \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = - M_1 \tag{1}$$

et l'influence de l'appui élastique des éléments de parallèle est exprimée par l'équation:

$$\frac{d^2 M_1}{dx^2} = \frac{E\delta}{r^2} \cdot y \tag{2}$$

Eliminons M_1 de ces deux équations, on obtient

$$\frac{d^2}{dx^2}\left[EJ \frac{d^2 y}{dx^2}\right] + \frac{E\delta}{r^2} \cdot y = o \tag{3a}$$

ou en admettant que la rigidité EJ est constante et égale à $\frac{E m^2}{m^2 - 1} \cdot \frac{\delta^3}{12}$ on a:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 4 k^4 y = o \tag{3b}$$

où

$$k^4 = \frac{3 (m^2 - 1)}{m^2} \cdot \frac{1}{r^2 \delta^2}$$

L'intégrale générale de l'équation 3b peut s'écrire sous la forme connue

$$y = e^{-kx} (A \cos kx + B \sin kx) + e^{kx} (C \cos kx + D \sin kx) \tag{4a}$$

c'est-à-dire que l'on peut considérer le fléchissement comme la somme de deux oscillations sinusoidales, l'un avec amplitudes décroissantes et l'autre avec amplitudes croissantes. On peut poser en général que les coefficients C et D sont nuls en admettant que la poutre n'est pas trop courte et que l'origine peut être déplacée au point d'où part la perturbation. Pour les coupoles fermées, on peut par conséquent écrire l'intégrale avec précision suffisante sous la forme:

$$y = e^{-kx} (A \cos kx + B \sin kx) \tag{4b}$$

Ici x désigne la longueur d'arc du méridien, mesurée à partir du bord de la coupole. Dans ce cas, il est facile de déterminer les constantes arbitraires en partant des conditions d'appui:

$$y = - \frac{p r^2}{2 E \delta} \quad \text{et} \quad y' = o$$

on obtient:

$$A = B = - \frac{p r^2}{2 E \delta}$$

et le fléchissement du méridien est ainsi

$$y = - \frac{p r^2}{2 E \delta} \cdot e^{-kx} (\cos kx + \sin kx).$$

Après introduction de cette valeur dans l'équation 1 on obtient l'expression suivante pour le moment dans le méridien:

$$M_1 = \frac{\sqrt{3}}{12} \, pr \, \delta e^{-kx} \, (-\cos kx + \sin kx) \tag{5}$$

Dans cette expression on a négligé la contraction du matériau c'est-à-dire que l'on a posé le nombre de Poisson $m = \infty$.

A l'aide des valeurs données dans le tableau I pour les fonctions $e^{-kx} \cos kx$ et $e^{-kx} \sin kx$, il est facile de représenter graphiquement l'équation 5. Dans la fig. 1, on voit très bien comment le moment dans le méridien M_1 varie avec l'éloignement du bord de la coupole. A titre de comparaison, nous avons donné les valeurs exactes calculées d'après la méthode de *Bolle* avec séries hypergéométriques.[3] Ainsi que l'on peut le voir, la concordance entre les résultats exacts et les valeurs approximatives est étonnement bonne c'est pourquoi il n'y a aucune raison de faire du problème de la coupole un travail mathématique étendu. Dans les coupoles avec angle d'ouverture plus grand que dans notre cas, la concordance entre les valeurs exactes et approchées est encore meilleure. Seulement pour les coupoles dont la pente aux appuis est très faible, l'influence des hypothèses que l'on a faites a une signification pratique. Remarquons en passant que de telles coupoles ne sont pas appropriées, à cause des fortes perturbations qui se produisent à la liaison de la coupole à la ceinture d'appui.

Pour le calcul des contraintes dans la coupole, il n'y a pas que le moment dans le méridien qui rentre en ligne de compte mais aussi les moments dans le parallèle M_2 et l'accroissement des compressions dans le méridien et le parallèle qui en résulte, car les conditions d'appui ne correspondent pas aux hypothèses de la théorie des membranes. Ces grandeurs M_2, ΔT_1 et ΔT_2 peuvent être calculées directement à partir des relations suivantes. La concordance entre les valeurs obtenues d'après la méthode approchée que nous donnons et celles obtenues par la méthode exacte est aussi très bonne, ainsi que l'on peut le voir d'après la comparaison donnée dans le tableau II.

L'établissement des expressions mathématiques pour les forces supplémentaires ΔT_1 et ΔT_2 se fait de la façon la plus simple par application de l'analogie, en considérant le méridien comme une poutre sur appuis élastiques. Le supplément de la compression dans le méridien, ΔT_1, peut être considéré comme l'effort de cisaillement dans la poutre multiplié par cotg α, où α est l'angle formé par le méridien et le plan horizontal. On obtient

$$\Delta T_1 = \operatorname{cotg} \alpha \, EJ \cdot \frac{d^3 y}{dx^3}. \tag{6}$$

Le supplément de compression dans le parallèle ΔT_2, est une mesure pour l'effet d'appui élastique et ΔT_2 est par conséquent directement proportionnel au fléchissement y du méridien, donc

$$\Delta T_2 = \frac{E\delta}{r} \cdot y. \tag{7}$$

---

[3] cf. *Ekström*, p. 124.

Tableau I.

Valeurs des fonctions $e^{-kx}\cos kx$, $e^{-kx}\sin kx$, $e^{-kx}(\cos kx - \sin kx)$ et $e^{-kx}(\cos kx + \sin kx)$

kx	$e^{-kx}\cos kx$	$e^{-kx}\sin kx$	$e^{-kx}(\cos kx - \sin kx)$	$e^{-kx}(\cos kx + \sin kx)$
0	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000
$\frac{\pi}{8}$	0.6239	0.2584	0.3655	0.8823
$\frac{\pi}{4}$	0.3225	0.3225	0.0000	0.6450
$\frac{3\pi}{8}$	0.1179	0.2845	— 0.1665	0.4024
$\frac{\pi}{2}$	0.0000	0.2079	— 0.2079	0.2079
$\frac{5\pi}{8}$	— 0.0536	0.1297	— 0.1833	0.0761
$\frac{3\pi}{4}$	— 0.0671	0.0671	— 0.1342	0.0000
$\frac{7\pi}{8}$	— 0.0592	0.0245	— 0.0837	— 0.0347
π	— 0.0432	0.0000	— 0.0432	— 0.0432
$\frac{9\pi}{8}$	— 0.0269	— 0.0112	— 0.0157	— 0.0381
$\frac{5\pi}{4}$	— 0.0139	— 0.0139	0.0000	— 0.0279
$\frac{11\pi}{8}$	— 0.0051	— 0.0123	0.0072	— 0.0174
$\frac{3\pi}{2}$	0.0000	— 0.0090	0.0090	— 0.0090
$\frac{13\pi}{8}$	0.0023	— 0.0056	0.0079	— 0.0033
$\frac{7\pi}{4}$	0.0029	— 0.0029	0.0058	0.0000
$\frac{15\pi}{8}$	0.0026	— 0.0011	0.0037	0.0015
2π	0.0019	0.0000	0.0019	0.0019
$\frac{17}{8}\pi$	0.0011	0.0005	0.0006	0.0016
$\frac{9}{4}\pi$	0.0006	0.0006	0.0000	0.0012
$\frac{19}{8}\pi$	0.0002	0.0005	— 0.0003	0.0007
$\frac{5}{2}\pi$	0.0000	0.0004	— 0.0004	0.0004
$\frac{21}{8}\pi$	— 0.0001	0,0003	— 0.0004	0.0002
$\frac{11}{4}\pi$	— 0.0001	0.0001	— 0.0002	0.0000
$\frac{23}{8}\pi$	— 0.0001	0.0001	— 0.0002	0.0000
3π	— 0.0001	0.0000	— 0.0001	— 0.0001

Le moment dans le parallèle M_2 s'obtient de la façon la plus simple en déterminant les modifications de courbure du parallèle[4] et l'on obtient en négligeant l'influence de la contraction

$$M_2 = \operatorname{cotg} \alpha \cdot \frac{EJ}{r} \cdot \frac{dy}{dx}. \tag{8}$$

Introduisons dans les équations 6, 7 et 8 l'équation pour le fléchissement du méridien

$$y = -\frac{pr^2}{2E\delta} e^{-kx} (\cos kx + \sin kx)$$

on obtient les expressions suivantes pour ΔT_1, ΔT_2 et M_2:

$$\Delta T_1 = -\cot \alpha \frac{pr^2 \delta^2}{6} k^3 e^{-kx} \cos kx \tag{6a}$$

$$\Delta T_2 = -\frac{pr}{2} e^{-kx} (\cos kx + \sin kx) \tag{7a}$$

$$M_2 = \cot \alpha \frac{pr \delta^2}{12} k e^{-kx} \sin kx. \tag{8a}$$

Le tableau II contient les valeurs calculées ainsi pour les contraintes dans le méridien et le parallèle et les moments dans le parallèle en comparaison avec les valeurs exactes.

Tableau II.

Comparaison entre les valeurs approchées et exactes des contraintes dans le méridien et le parallèle et les moments dans le parallèle.

Pente du méridien α	$T_1+\Delta T_1$ approché kg/cm	$T_1+\Delta T_1$ exact kg/cm	$T_2+\Delta T_2$ approché	$T_2+\Delta T_2$ exact	M_2 approché kg cm/cm	M_2 exact
40°	443	439	0	0	0	0
35°	474	481	215	193	99	113
30°	503	504	437	427	62	73
25°	506	508	517	520	12	17
20°	503	504	518	523	— 8	— 10
15°	501	501	511	510	— 9	— 14
10°	499	499	501	501	— 5	— 9
5°	499	498	499	498	0	— 3

Le problème que nous venons de calculer correspond aux conditions d'appui les plus simples. Afin de démontrer l'applicabilité de cette méthode à des conditions d'appui compliquées, j'ai calculé une coupole jointe à un cylindre suivant la fig. 2. Afin de simplifier le problème, dans une certaine mesure, on a admis que la pression de l'eau est constante sur la coupole. Ce problème fut complètement résolu par *Ekström* avec les mêmes hypothèses. Le tableau III contient

[4] cf. par exemple *Föppl*, „Drang und Zwang", 2e vol., Berlin 1928.

les valeurs exactes pour le moment dans le méridien, M_1 et pour la contrainte dans le parallèle, T_2.

Pour toutes les constantes de la coupole, nous utiliserons l'indice 1 et pour les constantes du cylindre l'indice 2.

Le calcul de cette construction fut effectué de la manière suivante. Si la coupole intérieure et le cylindre sont libérés l'un de l'autre et s'ils peuvent se déformer sans entrave sous l'effet de la surcharge, on obtient d'après la théorie de la membrane:

une réduction du rayon de la coupole de $\frac{p r_1^2}{2 E \delta_1} = \frac{p \cdot 10^4}{E} \cdot 3{,}12$ cm

une augmentation du rayon du cylindre de $\frac{p r_2^2}{E \delta_2} = \frac{p \cdot 10^4}{E} \cdot 1{,}72$ cm.

La paroi du cylindre forme donc un petit angle avec la verticale de $\frac{10}{E} \cdot 1{,}72$ (cf. fig. 2).

Comme cette déformation n'est pas conciliable avec les conditions d'appui réelles, il faut introduire des forces et des moments supplémentaires pour tenir

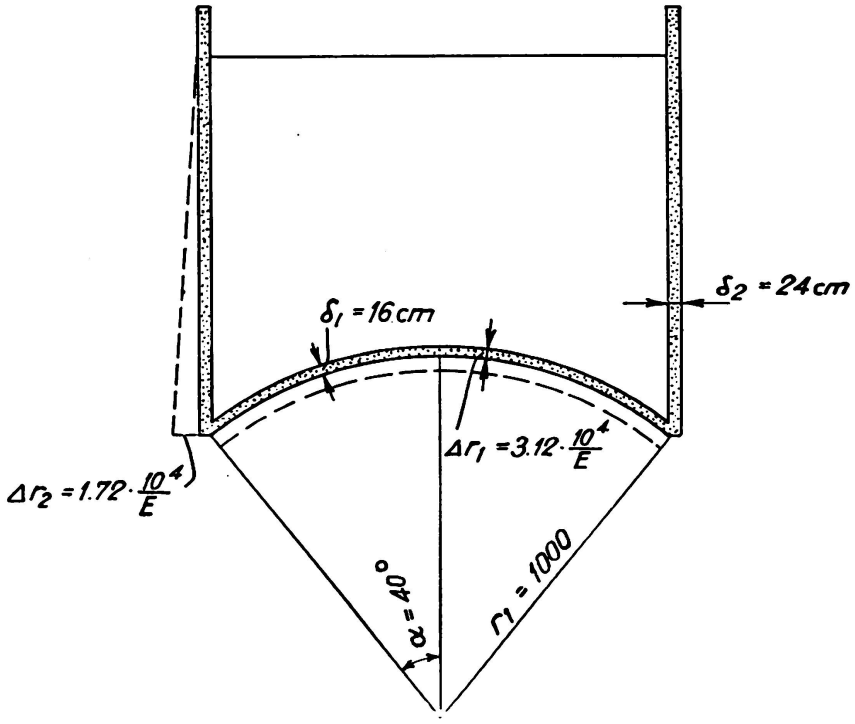


Fig. 2.

compte des conditions de continuité. Ces conditions de continuité sont les suivantes:

Le cylindre et la coupole doivent avoir le même fléchissement et la même variation d'angle au point de liaison et le point de liaison doit en outre être en équilibre quant aux moments et aux forces agissantes. Ceci représente quatre conditions d'appui qui peuvent s'exprimer par quatre équations d'où l'on peut tirer toutes les inconnues: déformations, moments, etc.

Afin de simplifier l'établissement des équations nous donnons ci-dessous les expressions générales pour le fléchissement et ses dérivées. On a

$$\begin{aligned} y &= e^{-kx} [A \cos kx + B \sin kx] \\ y' &= k\, e^{-kx} [(B - A) \cos kx - (A + B) \sin kx] \\ y'' &= 2\, k^2\, e^{-kx} [- B \cos kx + A \sin kx] \\ y''' &= 2\, k^3\, e^{-kx} [(A + B) \cos kx + (B - A) \sin kx] \end{aligned} \qquad (9)$$

La première condition que les fléchissements du cylindre et de la coupole doivent être égaux au bord, s'exprime par l'équation suivante:

$$- A_1 \sin 40^0 + A_2 = \frac{p \cdot 10^4}{E} (3{,}12 \sin 40^0 + 1{,}72).$$

Pour que les déformations d'angle soient égales on doit avoir:

$$k_1 (B_1 - A_1) = k_2 (B_2 - A_2) - \frac{10}{E} \cdot 1{,}72$$

et pour l'équilibre des moments on peut poser:

$$k_1^2\, EJ_1\, B_1 = k_2^2\, EJ_2\, B_2.$$

La dernière condition doit exprimer que la réaction horizontale, résultant de la surcharge de la coupole intérieure par l'effort de cisaillement dans le cylindre ainsi que par l'effort de cisaillement et la contrainte du méridien dans la coupole, doit être supportée, c'est-à-dire que

$$- 2\, k_1^3\, EJ_1 (A_1 + B_1) \frac{1}{\sin 40^0} - 2\, k_2^3\, EJ_2 (A_2 + B_2) = p \cdot 500 \cdot \cos 40^0.$$

Par élimination on peut tirer de ces quatre équations pour $p = 1$ kg/cm² les valeurs suivantes pour les constantes

$$A_1 = - 15{,}35 \cdot \frac{10^4}{E} \qquad B_1 = - 7{,}16 \cdot \frac{10^4}{E}$$

$$A_2 = - 6{,}13 \cdot \frac{10^4}{E} \qquad B_2 = 2{,}05 \cdot \frac{10^4}{E}.$$

Le problème est ainsi complètement résolu; on peut maintenant calculer sans difficulté les moments, etc. pour chaque point du cylindre et de la coupole. Le tableau III donne une comparaison entre les valeurs calculées et les valeurs exactes pour le moment de méridien et la contrainte dans le parallèle de la coupole. La concordance est satisfaisante dans tous les points.

Ces deux exemples nous montrent que la méthode proposée est pratiquement utilisable pour résoudre le problème et qu'elle donne facilement les résultats à trouver.

Ainsi que nous l'avons déjà dit, la solution approchée donne des résultats d'autant plus exacts que la coupole a une forte pente et que l'épaisseur est mince. Ce dernier point surtout a une grosse importance, ainsi que l'a démontré entre autres *Steuermann*[5]. L'équation exacte pour le fléchissement du méridien ne

[5] *E. Steuermann:* „Some Considerations on the Calculation of Elastic Shells", Congrès international de mécanique, Stockholm 1930.

Tableau III.

Moments de méridien et compression dans le parallèle de la coupole d'après la fig. 2.

Pente du méridien α	M_1 approché kg cm/cm	M_1 exact kg cm/cm	$T_2 + \Delta T_2$ approché kg/cm	$T_2 + \Delta T_2$ exact kg/cm
40°	— 5280	— 5560	— 1950	— 1930
35°	1450	2250	— 800	— 540
30°	1980	2200	401	613
25°	596	764	618	639
20°	— 6	9	572	593
15°	— 99	— 141	520	526
10°	— 54	— 80	498	498
5°	— 8	— 15	495	493

contient pas comme l'équation 3b que les expressions du quatrième ordre et de l'ordre nul mais aussi des expressions avec dérivées du premier, deuxième et troisième ordre qui cependant sont toutes multipliées avec des polynomes de cot α. Lorsque α croît, le sens de ces expressions diminue et pour $\alpha = 90^0$, c'est-à-dire pour le cylindre, ces expressions tombent complètement ce qui fait que l'équation 3b est alors tout-à-fait exacte. La réduction de l'épaisseur de la coupole a une influence semblable sur l'équation différentielle complète. On voit directement d'où cela provient. Lorsque l'épaisseur de la paroi est faible, le sens de la compression du méridien n'est que restreint par rapport à l'influence de la variation de courbure. En d'autres termes, cela signifie que le travail des forces normales par suite de la compression du méridien peut être négligée, dans les coupoles minces, vis-à-vis du travail des moments de méridien et des contraintes du parallèle.

Dans les problèmes que nous avons traités jusqu'à présent, nous avons toujours admis une épaisseur constante. Lorsque l'épaisseur δ est variable, on ne peut pas partir de l'équation 3b mais il faut employer l'équation 3a. Comme la théorie simple de la poutre sur appuis élastiques donne des résultats suffisamment exacts dans les cas cidessus, c'est-à-dire avec épaisseur constante, c'est une raison pour admettre qu'il doit en être de même lorsque l'épaisseur est variable.

La théorie de la poutre sur appuis élastiques avec moments d'inertie variable et appuis variables a été étudiée jusqu'à présent par différents savants,[6] en général à l'aide des séries. Les résultats obtenus sont malheuresement plus ou moins inutilisables actuellement. Par suite de la grande parenté qui existe entre les équations 3a et 3b, il est naturellement évident que les solutions des deux équations ont en gros la même construction mathématique. C'est pourquoi l'on peut admettre que l'on peut écrire la solution de l'équation 3, par exemple, sous la forme suivante:

$$y = ue^{\pm z} (A \cos z + B \sin z) \qquad (12)$$

[6] cf. par exemple *Hayashi:* „Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage", Berlin 1921.

où u et z sont certaines fonctions de x. Par l'emploi du procédé d'intégration asymptotique de *Blumenthal,* il est possible de déterminer les fonctions u et z de telle sorte que l'équation 12 représente vraiment, avec une très bonne approximation, une intégrale de l'équation 3a.

Si comme précedemment nous introduisons la rigidité de la poutre $EJ = \frac{E\delta^3}{12}$, nous obtenons pour les fonctions u et z les expressions suivantes:

$$u = \frac{1}{\sqrt[4]{\delta^3}} \tag{13}$$

et

$$z = \sqrt[4]{3} \int \frac{dx}{\sqrt{r\delta}}. \tag{14}$$

On obtient ce résultat de la façon suivante: Opérons la dérivation de l'équation 3a, nous obtenons après simplification l'équation

$$y^{IV} + p_1 y''' + p_2 y'' + p_3 y' + p_4 y = o \tag{15}$$

où

$$p_1 = 6\frac{\delta'}{\delta}$$

$$p_2 = 3\left(\frac{\delta'^2}{\delta^2} + \frac{\delta''}{\delta}\right)$$

$$p_3 = 0$$

$$p_4 = \frac{12}{r^2\delta^2}$$

Multiplions les équations

$$\begin{aligned} v &= f(z) \\ v' &= f' z' \\ v'' &= f' z'' + f'' z'^2 \\ v''' &= f' z''' + 3 f'' z' z'' + f''' z'^3 \\ v^{IV} &= f' z^{IV} + f''(4 z' z''' + 3 z''^2) + 6 f''' z'^2 z'' + f^{IV} z'^4 \end{aligned}$$

où f' représente $\frac{df}{dz}$ et z', $\frac{dz}{dx}$, par les facteurs Q_4, Q_3, Q_2, Q_1 et 1 et additionnons les, nous obtenons en posant égal à 0 le membre de gauche, premièrement l'équation:

$$v^{IV} + Q_1 v''' + Q_2 v'' + Q_3 v' + Q_4 v = o \tag{16}$$

et secondement lorsque l'on pose les facteurs f', f'' et f chacun pour soi égal à zéro

$$\begin{gathered} z^{IV} + Q_1 z''' + Q_2 z'' + Q_3 z' = o \\ (4 z' z''' + 3 z''^2) + 3 z' z'' \cdot Q_1 + z'^2 Q_2 = o \\ 6 z'^2 z'' + z'^3 Q_1 = o \end{gathered} \tag{17}$$

De ces équations, on peut tirer Q_1, Q_2 et Q_3 tandis que la fonction f (z) est déterminée par la condition

$$f^{IV} z'^4 + Q_4 f = o \tag{18}$$

Si l'on choisit le facteur Q_4 égal à $4z'^4$, notre équation 18 devient

$$\frac{d^4 f}{dz^4} + 4f = o$$

c'est-à-dire

$$f(z) = e^{\pm z}(A\cos z + B\sin z) \tag{19}$$

où Z est déterminé par la condition:

$$\frac{dz}{dx} = \sqrt[4]{\frac{Q_4}{4}} \tag{20}$$

Si l'on introduit dans l'équation 15: $y = uv$ on obtient après introduction et division par u:

$$\begin{aligned} &v^{IV} + v'''\left(\frac{4u'}{u} + p_1\right) + v''\left(\frac{6u''}{u} + \frac{3u'}{u}p_1 + p_2\right) + \\ &+ v'\left(\frac{4u'''}{u} + \frac{3u''}{u}p_1 + \frac{2u'}{u}p_2 + p_3\right) + v\,p_4 = o \end{aligned} \tag{21}$$

En posant égaux les coefficients pour v et v''' dans les équations 16 et 21 on peut déterminer les fonctions inconnues Q_4 et u. On obtient alors $Q_4 = p_4$ et par suite d'après l'équation 20

$$z = \int \sqrt[4]{\frac{p_4}{4}}\,dx$$

$$\text{ou avec} \quad p_4 = \frac{12}{r^2\delta^2}; \qquad z = \sqrt[4]{3}\int \frac{dx}{\sqrt{r\delta}} \tag{14}$$

De la condition $\frac{4u'}{u} + p_1 = Q_1$, on obtient, en employant la dernière des équations 17

$$\frac{4u'}{u} = -p_1 - \frac{3}{2}(\log p_4)'$$

$$\text{ou} \quad u = \frac{1}{\sqrt[4]{\delta^3}} \tag{13}$$

Si l'on résume le résultat des calculs ci-dessus on peut écrire la solution de l'équation 3a en négligeant les expressions qui contiennent le facteur e^{+z}, sous la forme suivante:

$$y = \frac{1}{\sqrt[4]{\delta^3}}\,e^{-z}(A\cos z + B\sin z) \tag{12a}$$

où z est déterminé par la condition

$$z = \sqrt[4]{3}\int \frac{dx}{\sqrt{r\delta}}.$$

Au premier aspect, l'équation 12a paraît peut-être incommode et peu appropriée à un emploi pratique à cause de la construction compliquée de la fonction z et du facteur supplémentaire $\frac{1}{\sqrt[4]{\delta^3}}$. Dans la pratique, le cas se pose plus simplement. Il n'est pas nécessaire de donner la fonction z autrement qu'al-

gébriquement et c'est pourquoi elle peut être calculée très facilement en partant de l'équation 14, par exemple par la règle du trapèze. La dérivation de l'équation 12a donne des expressions assez compliquées lorsque l'on n'introduit aucune approximation. Remarquons que les dérivées z'', z''', u'' et u''' sont petites et par conséquent peuvent être négligées pour les dimensions qui se présentent dans la pratique. On obtient des dérivées de la forme suivante:

$$\begin{aligned} y &= u\, e^{-z} (A \cos z + B \sin z) \\ y' &= u\, z'\, e^{-z} [(B - \mu A) \cos z - (A + \mu B) \sin z] \\ y'' &= 2\, u\, z'^2\, e^{-z} [-(\mu B + \nu A) \cos z + (\mu A - \nu B) \sin z] \\ y''' &= 2\, u\, z'^3\, e^{-z} [(A + \mu_1 B) \cos z + (B - \mu_1 A) \sin z] \end{aligned} \tag{9a}$$

où

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{u'}{uz'} \\ \mu &= 1 - \nu \\ \mu_1 &= 1 - 3\,\nu. \end{aligned}$$

Dans le cas où l'épaisseur est constante on obtient $\nu = 0$ et $\mu = \mu' = 1$ et les équations ci-dessus sont exactement les mêmes que les équations 9.

Les équations 9a sont construites de la même manière que les dérivées données dans les équations 9 pour une poutre avec rigidité constante. Le calcul d'une coupole d'épaisseur variable se laisse par conséquent exécuter de la même manière et sans beaucoup plus de peine que dans le cas d'épaisseur constante. Les exemples calculés ci-dessus (cf. fig. 1 et 2) sont aussi figuratifs pour le cas où δ est variable et les équations d'équilibre sont à établir de même en apportant seulement les modifications éxigées par la différence entre les équations 9 et 9a.

Dans le problème de la coupole, nous n'avons pas considéré le fait que la poutre-méridien s'amincissait vers le haut et avait une largeur nulle à la clé de la coupole, nous avons plutôt admis une largeur constante. Ceci correspond à la réalité lorsque la coupole est cylindrique mais, dans les coupoles en général, il existe dans chaque hypothèse une certaine approximation. Si nous considérons ce retrécissement, nous pouvons écrire, pour une coupole sphérique, le moment d'inertie de la poutre-méridien à une distance angulaire α de la clé de la façon suivante:

$$J = \frac{\delta^3}{12} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_o} \tag{21}$$

Avec cette expression pour le moment d'inertie, nous obtenons pour les fonctions u et z

$$u = \frac{1}{\sqrt[4]{\delta^3}} \cdot \frac{1}{\sqrt[8]{\sin \alpha}}$$

et

$$z = \sqrt[4]{3} \int \frac{1}{\sqrt{r\delta}} \cdot \sqrt[4]{\frac{\sin \alpha_o}{\sin \alpha}} \cdot dx.$$

Les relations ci-dessus concernent principalement le problème de la coupole mais il est évident que l'on peut les appliquer à un réservoir cylindrique et à des constructions semblables qu'il faut considérer comme cas particuliers. Les méthodes usitées pour le calcul de tels réservoirs[7] ainsi que leurs développement

en séries peuvent être avantageusement remplacées par la méthode donnée ci-dessus. On rencontre un cas spécial intéressant de ce problème dans le calcul des barrages en arc massifs. Jusqu'à présent on partait, pour résoudre de tels problèmes, de l'équation 3b et l'on introduisait une valeur moyenne de l'épaisseur de la paroi.[8]

En traitant l'équation 3a d'après la méthode ci-dessus, on peut sans difficulté tenir compte de l'anisotropie en différentes directions et à différents points de la construction. Il peut s'agir d'une pure qualité du matériau ou d'une pure anisotropie constructive. Par exemple, par l'introduction de différentes quantités de fer d'armature dans différentes directions, le module apparent d'élasticité du matériau est variable pour les différentes directions, ce qui doit être considéré comme anisotropie du matériau; pour introduire une anisotropie constructive dans un réservoir cylindrique ou une coupole on peut placer des poutres de renforcement dans la direction de la génératrice ou du méridien. Dans de telles conditions on ne peut pas écrire l'équation 3a sous la forme de l'équation 15; les coefficients p_1 à p_4 ont l'aspect suivant:

$$p_1 = \frac{2\,(E_1 J)'}{E_1 J}$$

$$p_2 = \frac{(E_1 J)''}{E_1 J}$$

$$p_3 = 0$$

$$p_4 = \frac{E_2\,\delta}{r^2\,E_1 J}$$

et les fonctions z et u apparaissent sous la forme suivante:

$$z = \int \sqrt[4]{\frac{E_2\,\delta}{4\,r^2\,E_1 J}} \cdot dx$$

et

$$u = \sqrt[8]{\frac{r^6}{E_1 J\,E_2^3\,\delta^3}}$$

Mais comme on emploie pour u et pour z une expression mathématique, l'introduction des équations 22 et 23 n'apporte aucune complication des calculs.

Résumé.

Par la décomposition des voiles en deux faisceaux de poutres qui se croisent on peut obtenir une représentation plus claire du mode d'action statique de la construction. Les moments et les contraintes qui se produisent peuvent être calculés comme pour la poutre sur appui continu élastique. Comme la théorie exacte conduit à des solutions en forme de séries infinies qui ne convergent que lentement dans certaines conditions, la méthode donnée ici présente des avantages pratiques.

---

[7] cf. *Lorenz:* „Technische Elastizitätslehre", Berlin 1913. *H. Reißner:* „Beton und Eisen" 7, 150, 1908. *T. Pöschl* et *K. Terzaghi:* „Berechnung von Behältern", Berlin 1913.

[8] cf. *N. Royen:* „Tvärödammen vid Norrfors kraftverk" (Le barrage de Tvärö à l'usine de Norrfors), revue Betong, cahier 2, 1926.

IVa 4

Ouvrages à parois minces renforcées ou non par des raidisseurs.

Versteifte und unversteifte Flächentragwerke.

Shell Structures with or without Stiffeners.

R. Vallette,
Ingénieur aux Chemins de fer de l'Etat, Paris.

La question des ouvrages à parois minces ayant été traitée au Congrès de Paris, c'est la tendance qui s'est manifestée depuis cette époque que nous examinerons.

On peut distinguer deux sortes d'ouvrages à parois minces: ceux où la rigidité de la paroi a été prise en compte dans la résistance de système, et ceux où cette résistance a été complétement négligée, la paroi étant alors considérée comme apte à résister aux seuls efforts dirigés tangentiellement à la surface du voile, qu'elle constitue, et qui travaille alors comme une simple membrane.

On envisagera donc:

1° — Les parois minces rigides,
2° — Les membranes.

Nous examinerons ici les ouvrages à parois minces rigides, les ouvrages à paroi-membrane faisant l'objet d'une étude de Mr *Aimond*.

I — Ouvrages à parois minces rigides.

A — *Construction.*

Généralites. — Dès le début de la construction en béton armé on a fait contribuer les parois minces constituées par le hourdis à la résistance générale de l'ossature. Cette utilisation du monolithisme est d'ailleurs une des caractéristiques importantes du béton armé. Mais une utilisation plus complète de la résistance des parois fut envisagée par la suite, ces parois devenant l'élément résistant principal de la construction: paroi porteuse des réservoirs, des silos, des voûtes etc. . . .

Application aux constructions.

1° — *Réservoirs.* — Dans les réservoirs la paroi porteuse fut intégralement employée dans les fonds, les encorbellements, les coupoles de couverture, mais la rigidité de la paroi n'a qu'exceptionnellement été prise en compte.

2° — *Silos.* — Dans les silos l'utilisation de la paroi porteuse d'abord partielle devint totale suivant le processus indiqué par *M. Freyssinet* au Congrès de Paris et auquel nous ne voyons rien à ajouter, aucune nouvelle orientation ne s'étant manifestée depuis.

3° — *Constructions voûtées.* —

a) *Voûtes courantes.* —

Dans le domaine de la voûte courante en berceau, auto-portante entre appui, les dimensions tendent à s'accroitre notablement et l'on a pu projeter dans un cas concret un berceau de 51,50 m × 51,50 m appuyé seulement aux quatre angles, dont la paroi était intégralement auto-portante et ne comportait que de petites nervures raidisseuses tout à fait secondaires sans qu'aucune poutre de bordure ne vienne contribuer à la

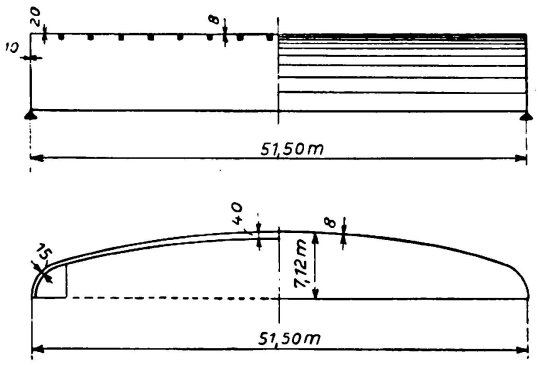


Fig. 1.
Berceau de 51,50 m de portée.

résistance (fig. 1) — (Projet *Boussiron*). On peut considérer ce genre de construction comme l'aboutissement du type de comble employé en France depuis 1910 par divers constructeurs et utilisant une partie de la paroi voûtée comme poutre porteuse (poutre de retombée) entre les poteaux de long pan plus ou moins espacés. A l'origine la hauteur de voûte OA utilisée était faible (fig. 2) et une nervure de bordure ON contribuait à la résistance; par la suite on augmenta la hauteur OA intéressée, on supprima la nervure active ON et on accrut beaucoup la portée entre poteaux; dans le stade actuel toute la voûte est utilisée avec une portée quelconque sans poutre de bordure.

b) — *Autres types de voûtes.* —

1° — Un type particulier de construction voutée est constitué par les hangars d'Orly.[1] Ils peuvent être considérés comme l'exemple le plus remarquable et le précurseur des systèmes autoportants à nombreuses petites travées tels qu'ils furent utilisés par la suite en Europe Centrale.

On y trouve en effet des travées de 7,50 m d'ouverture et de 90 m de portée, la résistance des parois étant entièrement intéressée dans la flexion générale (Construction Freyssinet-Limousin).

[1] Voir le Génie Civil 22 septembre au 6 octobre 1923.

2° — Une variante du type d'Orly a été réalisée à Cherbourg pour l'établissement de hangar double à avions. La voûte est constituée uniquement d'éléments minces (fig. 3) qui, comme à Orly, assurent seuls la résistance du système; la paroi devient en outre autoportante entre poteaux de long pan (Projet Sté Rabut-Constructeur Subileau).

3° — Les voûtes conoïdes (Freyssinet-Limousin) formant shed ont été appliquées à de multiples ouvrages (Ateliers de Montrouge, de Caen, de Fontenay . . .) elles ont fait l'objet d'une étude de *M. Fauconnier* parue dans le 2ème volume de Mémoires de notre Association ce qui nous dispense de nous étendre à leur sujet, elles sont auto-portantes entre poteaux de long pan.

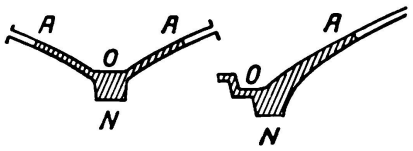


Fig. 2.

Poutre de retombée.

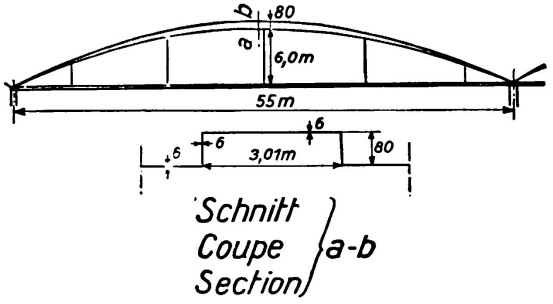


Fig. 3.

Hangar double de Cherbourg.

4° — *Autres construction.* — D'autres types de combles: coupoule sur plan carré, voûtes d'arêtes, arc de cloître etc . . . ont été envisagés par divers auteurs à l'occasion de concours ouverts par le Service des bases aériennes pour l'exécution de hangars à avions mais ces types ne sont pas assez fixés pour qu'on puisse y voir une orientation, ni en faire état.

Une construction remarquable d'une nature toute différente a été établie près de Paris pour l'essai des avions, c'est la grande soufflerie de Chalais-Meudon.[2] Elle comporte un certain nombre d'éléments à parois minces auto-portants et principalement un tube diffuseur elliptique de dimensions imposantes (fig. 4) qui ne comporte que 2 points d'appuis espacés de 34 m et est intégralement porté par sa paroi de 7 cm d'épaisseur simplement raidie par des nervures tous les 3,60 m (Construction Limousin).

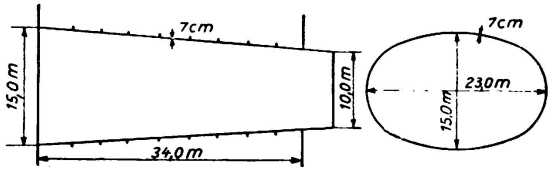


Fig. 4.

Tube diffuseur de la soufflerie de Chalais-Meudon.

5° — *Conclusions.* — En résumé on peut discerner en France dans le domaine de la construction à paroi mince rigide, d'une part un effort diffus vers la recherche de types nouveaux de comble sans orientation nette vers un type déterminé et d'autre part, pour les types bien fixés, une tendance certaine vers l'utilisation complète de la faculté portante des parois, allant jusqu'à

[2] Voir le Génie Civil du 3 novembre 1934.

intéresser la section complète de la construction (grandes voûtes de comble, tube de Chalais-Meudon) quand la portée le justifie et tout en conservant le type pur de l'ouvrage mince sans addition de «poutre de bordure» pour les voûtes, ou d'autres éléments porteurs, ce que l'on peut regarder comme une caractéristique de la construction française.

B — *Calcul.* —

1° — *Parois planes.* — Nous signalerons pour le calcul des parois planes porteuses la méthode indiquée par *M. L'Hermite* dans le Génie Civil de 29 avril 1933.

2° — *Voûtes auto-portantes diverses.* — L'utilisation de la paroi de voûtes comme «poutre de retombée» pour reporter sur les appuis les charges des retombées, a suivi de près l'apparition des premiers combles voûtés en béton armé.[3] Cette poutre qui intéressait une faible partie de la voûte fut considérée par les constructeurs comme une poutre droite ordinaire, isolée et calculée comme telle; cela conduisait à des éléments surabondants, mais pour de faibles portées entre poteaux l'excédent de matière engagée n'est pas pratiquement à considérer et il n'y a pas lieu de recourir à des méthodes de calcul plus poussées.

Dans les cas, d'ailleurs peu courants, où la conception de l'ouvrage conduisait à de grandes portées entre poteaux, la hauteur de voûte à intéresser entrainait à un profil nettement courbe qui demandait une étude spéciale. Nous savons que certains constructeurs (notamment M. Boussiron) bien qu'ils ne l'aient pas publiée, eurent une solution personnelle de cette question. Nous avons nous-mêmes par la suite donné une méthode simple[4] qui, d'une part, met au point le calcul d'une telle poutre et qui, d'autre part, traite le calcul du berceau complet de forme quelconque ne portant qu'à ses extrémités.

Cette méthode étend au profil courbe à paroi mince la théorie de la flexion et en tire les conséquences au point de vue des efforts secondaires introduits, elle met en évidence notamment les flexions transversales produites dans un anneau de voûte par les actions tangentielles dirigées suivant les directrices du berceau. Appliquée à de grandes portées cette méthode s'est montrée complète et très sûre et donne des résultats qui concordent avec les observations faites sur des modèles, sur une voûte d'expérience, et sur des ouvrages construits.

3° — *Autres ouvrages.* — Ce même calcul s'applique aux ouvrages formant un tube complet et nous avons été amenés à donner la méthode utilisée pour le calcul du grand diffuseur de la soufflerie de Chalais-Meudon (décrit ci-dessus) telle qu'elle est exposée dans le compte rendu des travaux de cet ouvrage.[5]

Pour les coupoles, dont le type normal relève d'un calcul banal, la rigidité de la paroi n'intervient que pour les charges isolées, leur effet est très localisé et le plus souvent on rentre dans le cas des membranes à cause des systèmes de méridiens et de parallèles que l'on trouve en tout point.

Pour les autres types de couverture à paroi rigide il n'y a pas eu en France

[3] Voir le Génie Civil du 27 janvier 1934.
[4] Génie Civil du 27 janvier 1934.
[5] Génie Civil du 3 novembre 1934.

d'exposé de méthode de calcul dans les publications techniques, leur étude est imparfaite et reste encore du domaine personnel des constructeurs.

4° — *Conclusion.* — Les méthodes de calculs des systèmes à parois minces rigides conservent en France les principes de simplicité qui ont été la règle pour l'étude des constructions en béton armé. Il s'agit en effet d'un matériau et de systèmes complexes et variables, et il serait vain de vouloir rechercher des lois exprimant tous les phénomènes qui interviennent dans leurs conditions de travail sous une charge; il y a lieu de ne retenir que les faits principaux qui sont des résultantes et sont traduits par des lois simples (loi de Hooke, loi de Navier . . .) approchées mais sûres.

Le but n'est d'ailleurs pas ici d'obtenir une solution mathématique pure, il s'agit seulement de chiffrer suffisamment bien tous les efforts qui apparaissent dans un système défini pour qu'il n'y ait ni excès de matière ni sous-évaluation notables. La recherche de cette solution pratique sur les bases simples indiquées doit cependant se faire en usant de toutes les ressources de l'art du calcul pour aboutir à des solutions particulières sûres et facilement applicables, mais il est utile de remarquer que dans l'histoire des constructions en béton armé les méthodes de calculs définitives, épurées, n'ont été établies qu'après la réalisation des types par nos grands constructeurs.

L'imagination, le sens technique, le sentiment des efforts inséparables des créations dans l'art de bâtir, avaient suffi au constructeur pour concevoir, déterminer et calculer le type créé. Une force peut toujours en effet être approximativement chiffrée quand elle est bien mise en évidence qualitativement et c'est ce dernier point qui demande les recherches les plus attentives dans les nombreux éléments de détail que comporte une construction en béton armé, sa solution exige ce bon sens technique qui fait les bons constructeurs.

Le calcul des voiles minces rigides a suivi cette évolution et il conserve la tendance très nette à ne pas s'écarter de la simplicité et de la clarté pour évaluer tous les efforts notables qui apparaissent dans l'analyse du type de construction envisagé.

Résumé.

On étudie ici les constructions à paroi mince dans lesquelles la rigidité réelle de la paroi est prise en compte, et spécialement les constructions voûtées.

Après quelques lignes d'historique, on indique que dans le stade actuel on utilise en France dans ces constructions, uniquement et intégralement, la paroi mince comme élément porteur sans addition d'aucune poutre de bordure, — que le systéme soit à petits voûtes multiples (type hangar d'Orly), à grande voûte unique, ou en anneau (soufflerie de Meudon).

On indique ensuite que le calcul des systèmes est d'autre part traité avec la netteté qui a tooujours été la règle en France pour l'étudde du béton armé, ce qui, en conduisant à une conception claire des efforts en jeu, permet au constructeur d'appliquer librement et de developper les types créés.

Leere Seite
Blank page
Page vide

IV b

Ponts de grande portée.

Weitgespannte Brücken.

Wide-span bridges.

Leere Seite
Blank page
Page vide

IVb 1

Tendances actuelles dans les grands ouvrages en béton armé.

Neuere Gesichtspunkte für den Bau großer Eisenbeton-Bauwerke.

Present-day Tendencies in Large-sized Reinforced Concrete Constructions.

S. Boussiron, Paris.

Les ambitions dans la conception des grands ouvrages en béton armé ont été fidèlement entretenues, sinon provoquées, par les progrès dans la fabrication du ciment et par les études sur sa meilleure utilisation avec des agrégats donnés.

Les résistances à l'écrasement de 400 kilogs à 450 kilogs qu'il est possible d'obtenir dans un chantier sans recourir à des soins exceptionnels (dont la constance ne pourrait être certifiée) permettent d'adopter un coefficient de travail de 100 kilogs en chiffre rond pour le béton armé et de 150 kilogs pour ce béton fretté à 1,10 %. Ce coefficient peut même n'avoir comme limite que 0,6 de la résistance à l'écrasement, soit 240 kilogs si l'on frette à 3,6 %.

Mais plus que jamais on doit dire ici que la solution d'un grand problème n'est pas l'amplification d'un problème moyen. L'adoption de tels taux déclanche l'action de phénomènes divers dont l'étude doit être approfondie.

L'influence de la charge permanente dans les grandes portées, réclame une réduction de toutes les sections à leur juste limite mais cela doit être accompagné d'une vérification sérieuse du degré de stabilité de ces sections en prévision d'un accroîssement des charges ou d'un déplacement de la fibre moyenne. Il faut donc des méthodes de calcul, sûres pour déceler toutes les fatigues, rapides pour que l'auteur du projet n'aperçoive pas trop tard les incidences des dispositions conçues.

Enfin, la construction des grands ouvrages ne peut être envisagée qu'avec des solutions pratiques et sûres pour les échafaudages qui sont l'élément le plus important de la dépense.

Nous indiquons ci-après les tendances que l'on peut dégager de ce qui a été fait en France dans ce domaine au cours des dernières années.

PREMIÈRE PARTIE. —

Dispositions et calculs.

Nous bornons notre exposé aux ponts en arcs. Les arcs constituent en effet la seule solution à laquelle le béton armé est économiquement apte dès qu'il

s'agit de portées dépassant 100 mètres. Toute autre solution ne serait que l'adaptation de la construction métallique ou des ponts suspendus et aurait pour défaut de mettre l'Ingénieur en présence d'efforts de tension et d'assemblage qui, sans être irréalisables, sont loin d'être une application judicieuse du béton armé.

L'étude de ces ouvrages en arc marque actuellement une nette tendance vers une détermination plus scientifique de leurs caractéristiques: forme, surbaissement, taux de travail.

Jusqu'alors la forme générale adoptée pour les ponts en arc était celle des ponts en maçonnerie, perpétuée depuis l'origine de ces ouvrages. Aucune recherche systématique n'avait été entreprise pour déterminer l'influence de la forme et des autres caractéristiques de l'arc sur les efforts produits dans les sections ni leur répercussion sur la grandeur même des sections. La première recherche dans ce sens fût faite à l'occasion de la construction du Pont de Fin-d'Oise[1]; par la suite cette recherche fût complétée par diverses études[2] qui fixent exactement les conditions scientifiques d'établissement de ces ouvrages.

Comme la pleine application de ces études vient seulement d'être faite à l'occasion de la construction du dernier grand pont en arc réalisé (Pont de la Roche-Guyon sur la Seine), nous pensons que, pour exposer la méthode de détermination rationnelle d'un arc, le mieux est de décrire les recherches qui ont été faites pour fixer les caractéristiques de cet ouvrage, c'est-à-dire:

1°) — Etude de l'influence de la forme de l'arc (variation des moments d'inertie des sections).

2°) — Choix du surbaissement.

3°) — Choix de la forme des sections.

4°) — Choix du taux de travail du béton.

Nous montrons ensuite qu'on peut en déduire la portée limite des ponts en arcs et comparons le type adopté avec d'autres types d'arcs.

Nous donnons enfin avec quelques détails le mode de calcul précis qui a servi à déterminer les efforts dans l'arc étudié.

Dans un deuxième chapître, nous exposons d'autre part quelques considérations sur les arcs à trois articulations ordinaires et spéciaux.

Chapitre Ier.

Arcs hyperstatiques.

1°) — *Variation des moments d'inertie.* —

Examinons la courbe enveloppe des moments maxima qui se produisent dans un arc à inertie et à section réduites constantes (courbe I, fig. 1) qui a le centre de gravité de la fibre moyenne au $^1/_3$ de la flèche (fig. 2a).

Si, conservant le même moment d'inertie à la clé, par des variations d'inertie appropriées on augmente le moment maximum aux reins, automatiquement

[1] Voir le Génie Civil du 1er Février 1930.

[2] a) Vallette, Génie Civil du 9 Mai 1931 et 2ème Volume des Mémoires de l'Association Internationale des Ponts et Charpentes.

b) Chalos, même ouvrage.

celui des naissances diminue. Les courbes enveloppes des moments ont l'allure de celles marquées II sur la figure 1. Elles correspondent à des arcs à loi d'inertie réduite décroîssant de la clé aux naissances, ayant le centre de gravité de la fibre moyenne dans les deux tiers inférieurs de la flèche (fig. 2b) tendant à la limite vers l'arc à deux articulations (fig. 1) pour lequel le moment aux reins atteint le plus grand maximum.

Par contre, si les variations d'inertie diminuent le moment aux reins, on constate que le moment aux naissances augmente. Les courbes enveloppes telles

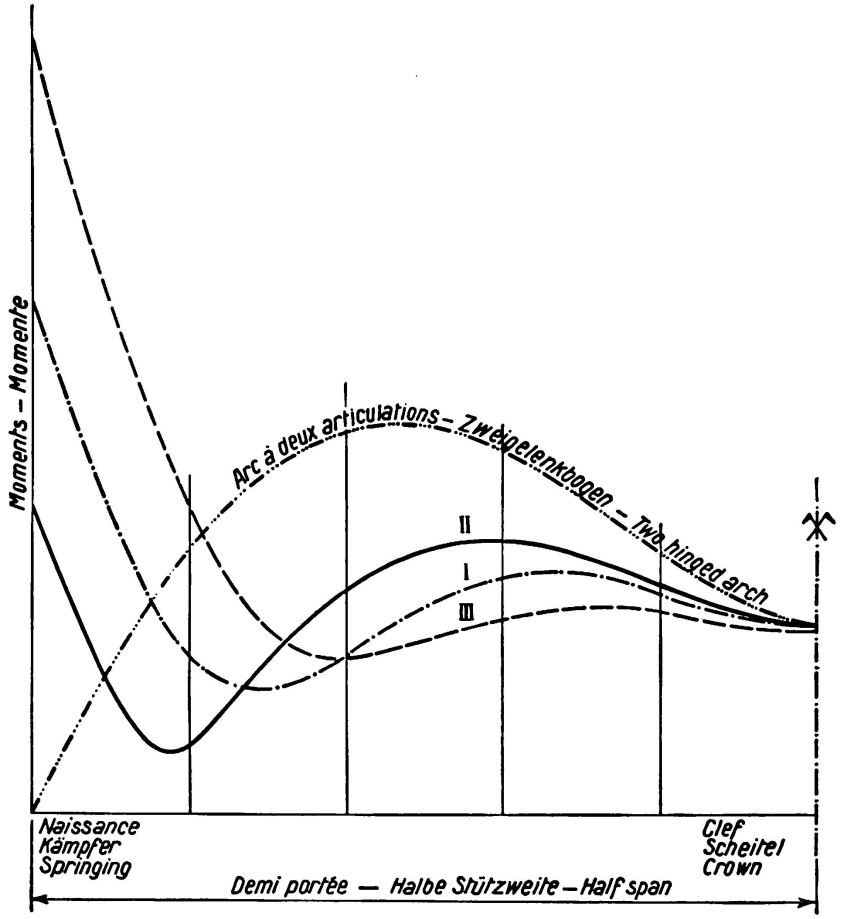


Fig. 1.

Courbes enveloppes des moments pour trois arcs de même portée, de même surbaissement, et même inertie de clef mais des types I, II et III ainsi que pour l'arc à deux articulations à section réduite constante de même inertie de clef que les précédents.

que III (fig. 1) appartiennent à des arcs à loi d'inertie réduite corîssant de la clé aux naissances, ayant le centre de gravité de la fibre moyenne dans le $^1/_3$ supérieur de la flèche (fig. 2c) et tendant à la limite vers deux consoles réunies par une articulation au sommet.

Il est évident qu'entre les deux cas extrêmes, les plus petits de ces moments maxima seront donnés lorsque la loi d'inertie sera telle qu'ils soient égaux aux naissances et aux reins. Cette recherche aboutit à l'arc type particulier qui a déjà été utilisé en France en 1929 pour la construction du Pont de Conflans-Fin-d'Oise de 126 mètres de portée et qui vient de recevoir une application plus

intéressante encore avec le pont de 161 mètres de portée, sur la Seine, à la Roche-Guyon construit par nous (fig. 3 et 4).

En raison du développement que nous avons donné à l'étude de cet ouvrage, nous le prendrons comme base de comparaison avec les conceptions différentes.

Pour le faire, avec plus de clarté, il est nécessaire de fixer préalablement le choix des autres caractéristiques de cet arc.

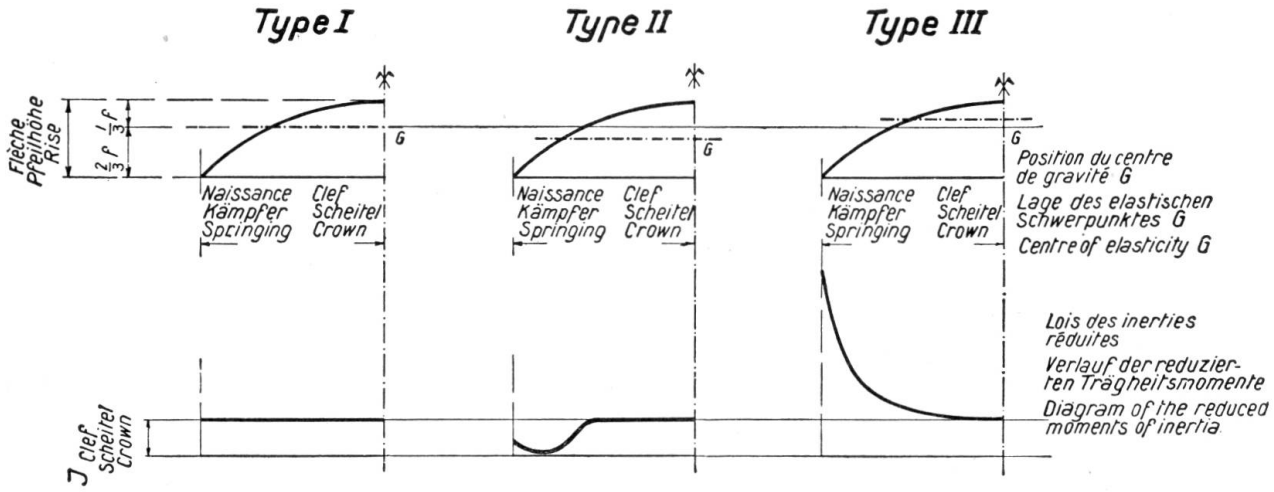


Fig. 2.

Position des axes principaux d'inertie passant par le centre de gravité G de la fibre moyenne et loi des inerties réduites pour les arcs de type I, II et III.

2°) — *Choix du surbaissement.* —

Pour déterminer les conditions de ce choix, on a établi les courbes B (fig. 5) qui donnent la variation de la section moyenne en fonction du surbaissement. L'examen de la courbe 80 — 161 — II, qui correspond à l'arc de 161 mètres

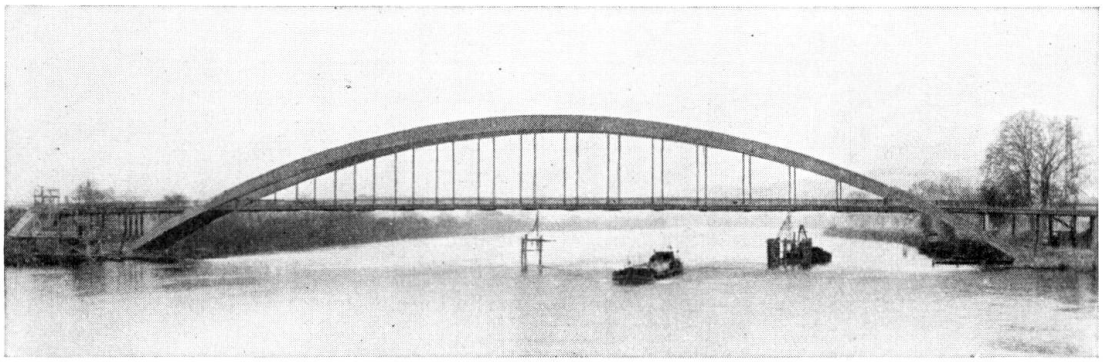


Fig. 3.

Arche de 161,00 m sur la Seine à la Roche-Guyon.

de portée de la Roche-Guyon avec taux de travail maximum de 80 kilogs par centimètre carré, montre que, si la flèche passait du $^1/_7$ au $^1/_5$ de la portée, la section moyenne tomberait de 4,42 m² à 3,64 m² soit un rapport de 1,21 entre ces deux aires.

Avec un taux de travail élevé, les variations de section sont loin d'être aussi rapides. La courbe 125 — 161 — II, montre que, pour le même ouvrage avec

le taux de travail de 125 kilogs, la section moyenne varierait de 1,95 m² à 2,23 m² si l'on possait d'un élancement de 5 à un élancement de 7 (Voir fig. 5). Le rapport des sections moyennes s'abaisse à $\frac{2,23}{1,95} = 1,14$. En fait, en tenant compte des développements correspondant aux deux flèches, les volumes de matériaux ne sont plus que dans le rapport $\frac{1,10 \times 1,95}{1,054 \times 2,23} = 1,09$.

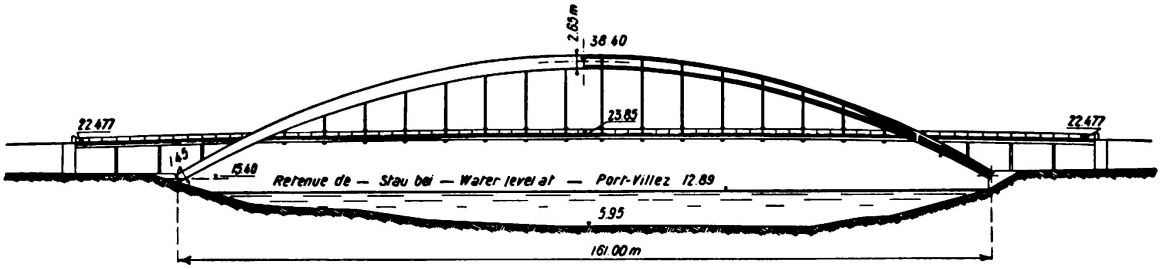


Fig. 4.

Pont de la Roche-Guyon. Demi-élévation et demi-coupe longitudinale.

Les effets du vent sont plus intenses sur un arc de grande hauteur et peuvent nécessiter un supplément de matière. Ce supplément diminuerait encore ce rapport de 1,09.

En définitive, dans ce cas particulier, le facteur déterminant dans le choix de l'élancement sera l'augmentation de la poussée qui lui est à peu près proportion-

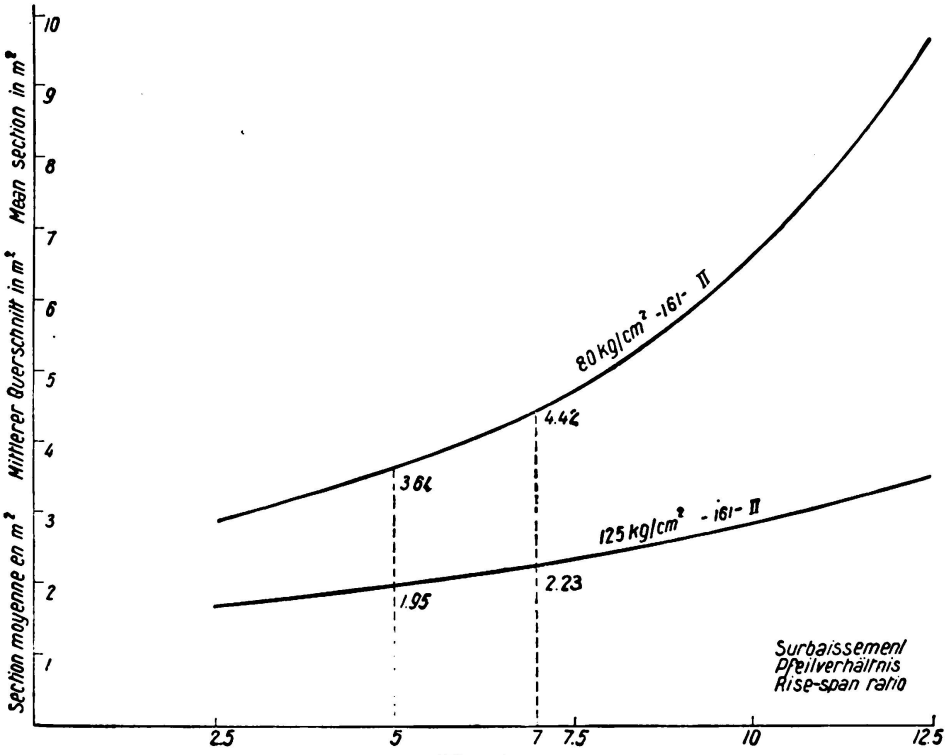


Fig. 5.

Courbes B.

Variation de la section moyenne en fonction du surbaissement pour un arc du type II de 161,00 m de portée et pour des taux de travail de 80 kgs et de 125 kgs par cm².

nelle. Sans grande répercussion sur la section moyenne, on accommodera le degré de réduction de la poussée, selon la facilité d'établissement des culées, avec les conditions d'exécution et d'esthétique. A la Roche-Guyon, nous avons adopté le surbaissement de $^1/_7$ qui proportionne justement la hauteur d'arc au

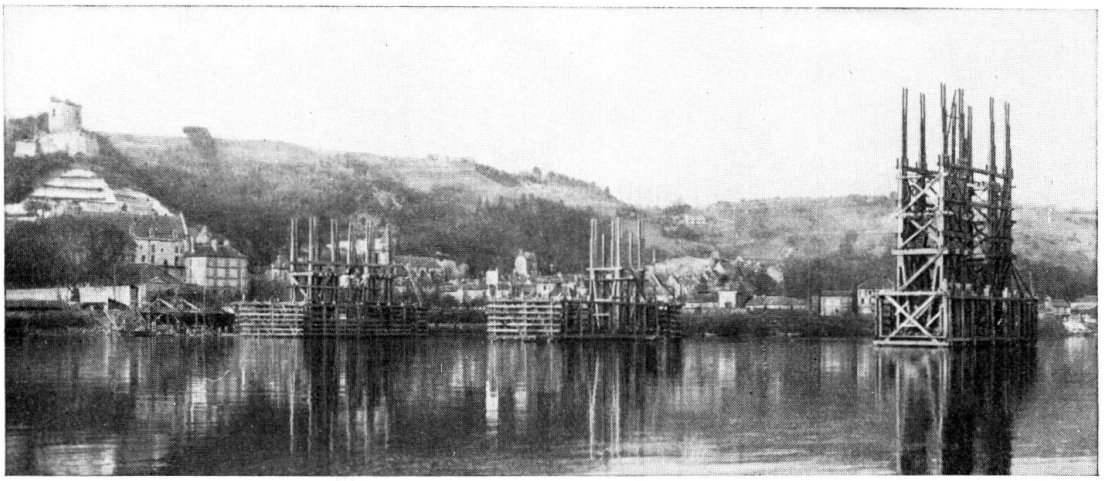


Fig. 6.

Pont de la Roche-Guyon.
Vue sur les falaises. Rive droite.

dessus du tablier avec le paysage que dominent les falaises de la rive droite (fig. 6).

La limitation de la flèche est d'ailleurs en concordance avec l'intérêt qu'il y a à restreindre la hauteur d'échafaudage au dessus du tablier.

Ces conclusions ne s'appliquent qu'aux types d'arc dont la variation des moments d'inertie est judicieusement étudiée; pour les autres, le surbaissement peut avoir, suivant le taux de travail, une influence considérable sur les sections.

3°) — *Choix de la forme de la section.* —

L'analyse de l'influence de la composition de la section sur le taux de travail (cf *M. Vallette* G. C. 9 Mai 1931) montrerait qu'il faut prendre une section large et à membrures minces.

Là encore, pratiquement, pour un arc à tablier suspendu, nous sommes limités par la nécessité de ne pas augmenter outre mesure la portée des pièces de pont.

C'est pourquoi nous avons adopté une largeur de 1,40 m dans toute la partie des arcs située au dessus du tablier. Ensuite, pour avoir un rapport $\frac{h}{l}$ le plus petit possible puisque nous nous trouvons en présence d'un grand arc surbaissé (cf *M. Vallette* G. C. 9 Mai 1931), nous avons élargi progressivement l'arc jusqu'à 3,00 m de largeur et diminué sa hauteur jusqu'à 1,45 m soit moins de $^1/_{110}$ de la portée. (Voir fig. 7, 8, 9.)

4°) — *Choix du taux de travail.* —

Le choix d'un taux de travail approprié est des plus importants comme le montre la courbe pleine C (Fig. 10) qui donne les variations de la section

moyenne en fonction du taux de résistance pour un arc de 161,00 m surbaissé au $^1/_7$ et supportant les surcharges et les différences de température imposées.

Si nous n'avions pas analysé ces variations, nous aurions pu être tentés, pour éviter de fretter le béton, de prendre un taux de travail courant. L'examen de la courbe montre immédiatement que, pour une limite de 80 kilogs par centi-

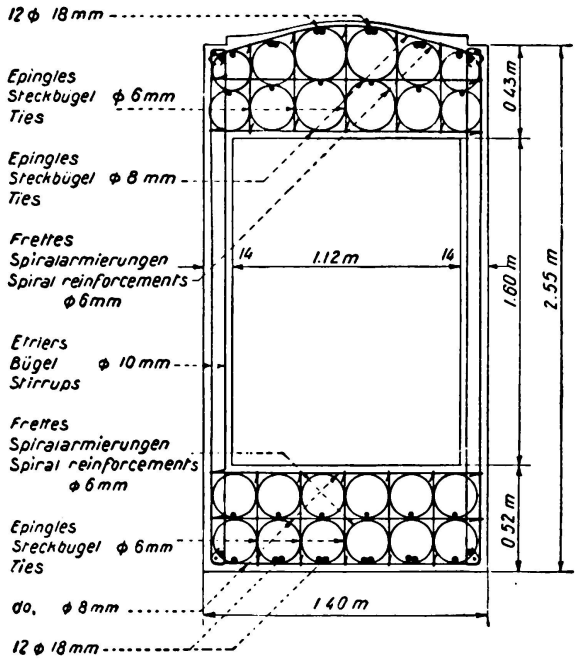


Fig. 7.

Coupe transversale à la clef.

mètre carré, la masse de l'arc eut été le *double* de celle nécessaire pour réaliser l'arc au taux choisi de 125 kilogs par centimètre carré.

(Courbe 161 — 7 — II, les courbes I et III sont relatives à d'autres lois de variation des moments d'inertie dont il sera question plus loin dans l'étude comparative.)

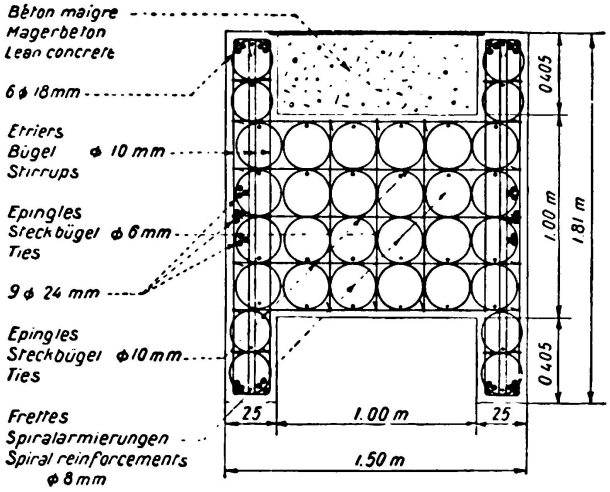


Fig. 8.

Coupe transversale aux reins.

Ce choix était conditionné par la double nécessité d'obtenir l'arc le plus réduit et une sécurité suffisante contre l'accroissement trop brusque de la fatigue par suite de causes accidentelles. Pour une très faible diminution de section cet accroissement peut être considérable dans la branche horizontale de l'hyperbole

correspondant aux arcs «légers». C'est pourquoi nous nous sommes arrêtés à 125 kilogs par centimètre carré. Nous avons eu la preuve de la stabilité en vérifiant pour plusieurs sections que les coefficients de travail de 12 kilogs par millimètre carré sur les armatures tendues et de 180 kilogs pour le béton ne sont pas dépassés quand la surcharge est doublée.

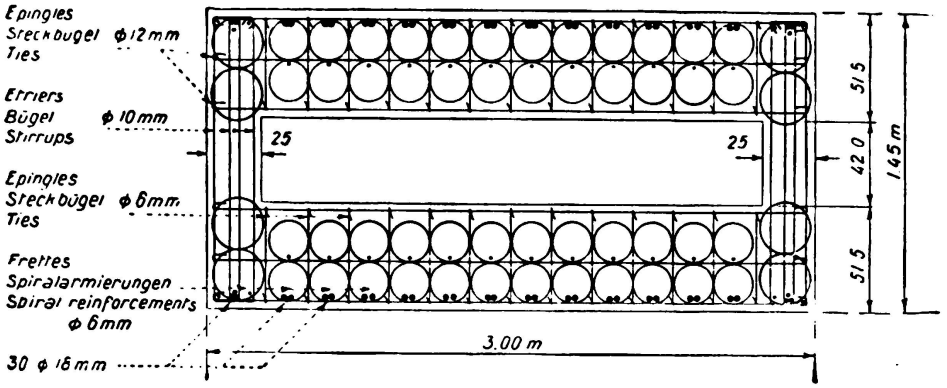


Fig. 9.

Coupe transversale aux naissances.

Les courbes C permettent aussi de trouver sur chacune d'elles un point tel qu'à une diminution de la section correspond un accroîssement dR du taux de travail tel que $\frac{d\Omega}{dR}$ = constante.

Cette dernière condition définit la stabilité d'un arc par la valeur de la tangente à la courbe au point correspondant au taux de travail choisi (ou par un multiple de cette tangente lorsque l'échelle des Ω et l'échelle des R sont diffé-

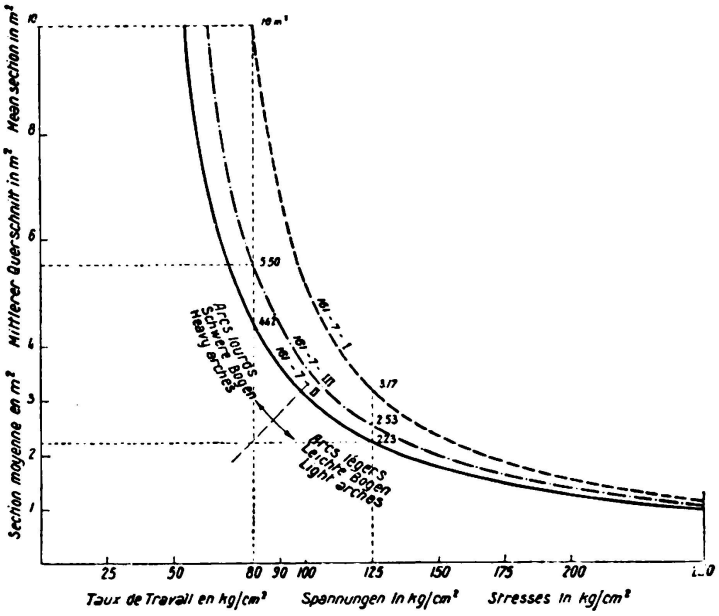


Fig. 10.

Courbes C.

Variations de la section moyenne en fonction du taux de travail pour trois types d'arc de 161.00 m de portée et surbaissés au 1/7.

rentes et que, par suite, la courbe est déformée). Toutes ces considérations et les études précitées ont conduit à la relation approchée:

$$l = \frac{\varepsilon R^n}{e^\alpha}$$

5°) — *Portées limites des arcs.* —

La constante α étant fournie par le type d'arc, pour un même surbaissement $\frac{1}{e}$, les constantes ε et n, convenablement déterminées, conservent aux arcs sensiblement la même stabilité et par suite le même caractère, lourd ou léger. La formule ci-dessus donne donc le moyen pratique de choisir la résistance du béton en fonction de la portée et du surbaissement. Comme nous l'avons vu ce choix est capital pour établir un arc à la fois économique et stable.

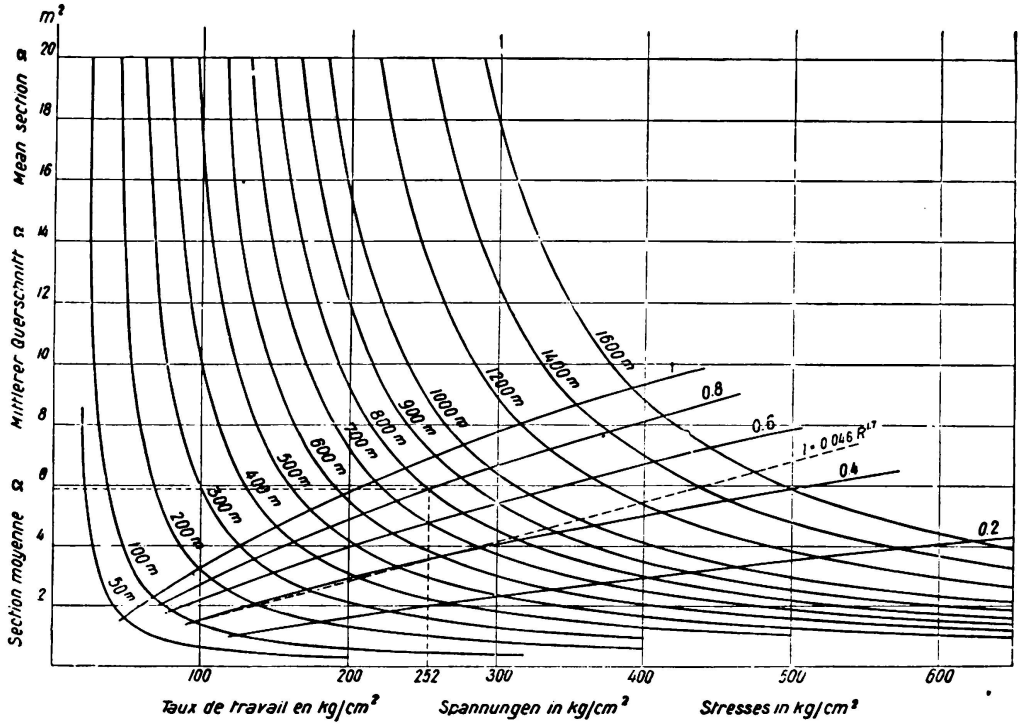


Fig. 11.

Courbes C.

Courbes de variation de la section moyenne en fonction du taux de travail et courbes de stabilité pour des arcs de surbaissement 1/5 mais de portées différentes. La surcharge pour un arc (pour pont-route) est supposée de 2 tonnes par mètre et les variations de température de $\pm$ 25°.

Grâce à cette formule, nous pouvons encore déterminer immédiatement la limite l de portée des arcs.

Nous avons tracé sur la figure 11, pour des portées croissantes, les courbes C représentant, en fonction du taux de travail R, les variations de la section moyenne d'arcs du type II surbaissés au cinquième.

Cette figure donne les courbes d'égale stabilité pour les arcs légers. La courbe marquée I sépare les arcs lourds des arcs légers. Avec les échelles choisies elle

correspond à la valeur $\frac{d\Omega}{dR} = 0{,}005$. Pour la Roche-Guyon, nous avons pris $\frac{d\Omega}{dR} = 0{,}0025$, soit 0,5 avec les échelles du graphique.

Pour la stabilité 0,4, nous avons tracé en pointillé (figure 11) la courbe obtenue par la loi approchée ci-dessus. Cette loi offre l'avantage d'augmenter un peu la stabilité pour les très grandes portées.

On remarquera que les courbes sont tracées en admettant que pour toutes les portées, les arcs supportent chacun une charge de 6600 kilogs par mètre linéaire en plus de leur poids propre: 2000 kilogs pour la surcharge et 4600 kilogs pour le tablier, les suspentes, le contreventement et tous les autres ouvrages accessoires. Cela correspond à une largeur libre de 8,00 m. Les courbes ci-dessus sont telles que, à très peu de chose près, la section moyenne des arcs est en proportion de la surcharge, celle-ci étant elle-même proportionnelle à la largeur.

Ceci résulte de la formule générale (2) établie par *M. Vallette* (2ème volume des Mémoires de l'Association. Zurich 1934).

$$\Omega_0 = pl \frac{C_5 e\lambda + C_6 \frac{e}{\lambda} + \frac{C_8}{\lambda'} + \frac{C_1 l}{2a^2 h} + \frac{C_2 h e^2}{2l}}{R - C_4 \lambda l e + C_7 \frac{a^2}{\lambda} \left(\frac{h}{l}\right)^2 e^2 - C_3 \frac{h}{l} \times \frac{e}{2}}$$

L'application de cette formule à des arcs du type II (Type La Roche-Guyon) après détermination des coefficients C donne la formule (3) pour la section aux naissances

$$\Omega_0 = pl \frac{0{,}124\, k_1 e\lambda + 0{,}0376 \frac{e}{\lambda} + 0{,}329 \times \frac{1}{\lambda'} + 5{,}95 + 0{,}00163\, e^2}{R - 0{,}191\, \lambda l e + t^0 e\, (0{,}0025 \frac{e}{\lambda} - 0{,}603)}$$

Pour les arcs du type I de moment d'inertie réduit et de section réduite constants on aurait (4)

$$\Omega_0 = pl \frac{0{,}121\, k_1 e\lambda + 0{,}04 \frac{e}{\lambda} + 0{,}35 \times \frac{1}{\lambda'} + 3{,}57 + 0{,}005\, e^2}{R - 0{,}28\, \lambda l e + t^0 e\, (0{,}0127 \frac{e}{\lambda} - 1{,}54)}$$

Pour les arcs du type III définis par *M. Chalos*, Ingénieur des Ponts et Chaussées, Chef du Service Central d'Etudes Techniques du Ministère des Travaux Publics[3] mais amélioré par le choix des sections creuses, d'aire réduite sensiblement constante on aurait (5)

$$\Omega_0 = pl \frac{0{,}125\, k_1 e\lambda + 0{,}038 \frac{e}{\lambda} + 0{,}33 \times \frac{1}{\lambda'} + 4{,}85 + 0{,}002\, e^2}{R - 0{,}248\, \lambda l e + t^0 e\, (0{,}0037 \frac{e}{\lambda} - 0{,}61)}$$

[3] Voir 2ème Volume des Mémoires de l'Association. Zurich 1934.

Dans ces formules k_1 représente le rapport du poids du tablier et des accessoires, à la surcharge. Même dans le cas où ce rapport varierait de 2 à 3, ce qui est l'extrême limite, la répercussion de cette variation sur la formule serait insignifiante. Il convient de spécifier que les formules 3, 4 et 5, ne sont valables que pour les ponts routes et pour les mêmes paramètres $\frac{h}{l}$ et a^2; [4] les coefficients relatifs aux ponts de chemin de fer les modifieraient.

Si nous prenons pour exemple une portée de 800,00 m avec une largeur libre de 16,00 m, la figure 11 montre que la section Ω d'un arc à stabilité 0,8 serait de: $5{,}90 \times 2 = 11{,}80\ m^2$ avec une fatigue de 252 kilogs.

Avant que soient entrés dans la pratique courante les procédés nouveaux dont on attend un accroissement de la résistance du béton, les procédés courants permettent déjà d'envisager une telle portée.

Du fait que le coefficient de travail du béton fretté peut être augmenté à discrétion par le pourcentage des frettes, la seule limite est 0,60 de la résistance à l'écrasement du béton non fretté.

Une mise en oeuvre soignée permet de garantir une résistance minimum de 420 kilogs à 90 jours, ce qui correspond bien à la fatigue ci-dessus de 252 kilogs.

Cette possibilité, en ce qui touche la capacité du matériau, ne doit cependant pas faire perdre de vue les difficultés du problème en ce qui concerne l'exécution dont l'élément essentiel est l'échafaudage. Cette question sera traitée plus loin.

6°) — *Comparaison avec d'autres types d'arcs.* —

Nous comparerons le type d'arc II utilisé (fig. 12) avec deux autres types parfaitement définis:

L'arc parabolique encastré à section réduite constante (I) toujours cité dans tous les cours de résistance des matériaux.

Un type d'arc intéressant, à inertie réduite croissant de la clé aux naissances selon la loi:

$$J' = \frac{J_{clef}}{1 - \frac{K-1}{K} m^\gamma}$$

préconisé par *M. Chalos* qui a donné des tables pour en effectuer le calcul rapide (Association Internationale des Ponts et Charpentes, 2ème Volume des Mémoires, Zurich 1934). m désigne le paramètre $\frac{x}{a}$, rapport de l'abcisse à la demi-portée de l'arc et K est le rapport entre les moments d'inertie réduits de naissance et de clé.

Il est à remarquer que pour $K = 1$ on retrouve l'arc I.

Nous avons supposé les arcs de ces deux types construits dans les mêmes conditions que ceux de la Roche-Guyon avec les mêmes données de surcharge et de température.

[4] h: hauteur de la section, r: rayon de giration $= ah$, Ω: aire de la section. $J = \Omega a^2 h^2$.

Pour réduire leur section moyenne au minimum, nous les avons même fait bénéficier des études de *M. Vallette* en ce qui concerne la composition de la section. Ils ont donc la forme d'un caisson rectangulaire de 1,40 m de largeur pour toute la partie située au dessus du tablier et s'élargissant ensuite progressivement jusqu'aux naissances. Cet élargissement est modéré par la nécessité de réaliser un moment d'inertie de naissance qui, pour les deux types précités, dépasse cinq fois la valeur du type de la Roche-Guyon et qui, par conséquent, oblige à conserver une section épaisse.

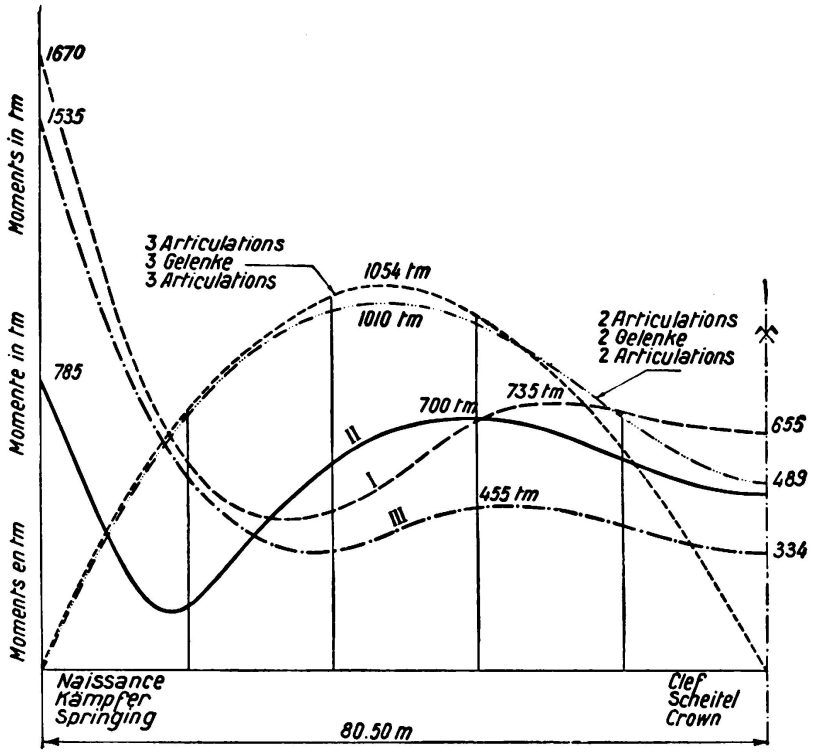


Fig. 12.

Courbes enveloppes des moments maxima pour le pont de la Roche-Guyon supposé établi avec cinq types d'arcs différents.

La figure 13 donne les courbes des moments d'inertie réduits J' et des sections réduites Ω' utilisés dans les calculs précités pour les trois types d'arcs.

En supposant, comme pour l'arc de la Roche-Guyon, que le tracé de la fibre moyenne est la courbe des pressions des charges permanentes et que les contractions fixes sont compensées, nous avons pu, grâce aux lois de similitude, tracer pour ces arcs les courbes qui donnent les variations de la section moyenne en fonction du taux de résistance (fig. 10 Courbe C. I et III).

La supériorité du type d'arc à égalisation de moments s'affirme nettement pour les arcs de stabilité moyenne. En pratique, ce sont d'ailleurs les seuls à considérer, les arcs lourds n'étant pas économiques et les arcs très légers étant trop instables. Ainsi pour le taux de travail de 125 kilogs choisi à la Roche-Guyon, donnant une section moyenne de 2,23 m², il aurait fallu 3,17 m² pour un arc à section réduite constante et 2,53 m² pour un arc du type de *M. Chalos* en prenant $K = 5$ et $\gamma = 2$.

Nous soulignons que, pour obtenir ce résultat, nous avons modifié ce dernier arc pour qu'il soit intégralement d'égale résistance et travaille partout à 125 kilogs.

Dans ce but, nous avons pris une loi quelconque pour les aires et nous n'avons suivi rigoureusement que la loi des moments d'inertie vrais:

$$J = \frac{J \text{ clé}}{\left(1 - \frac{4}{5} m^2\right) \cos \alpha}$$

C'est en effet la seule qui soit prépondérante et conditionne la distribution des efforts; les aires des sections n'interviennent que par leur moyenne.

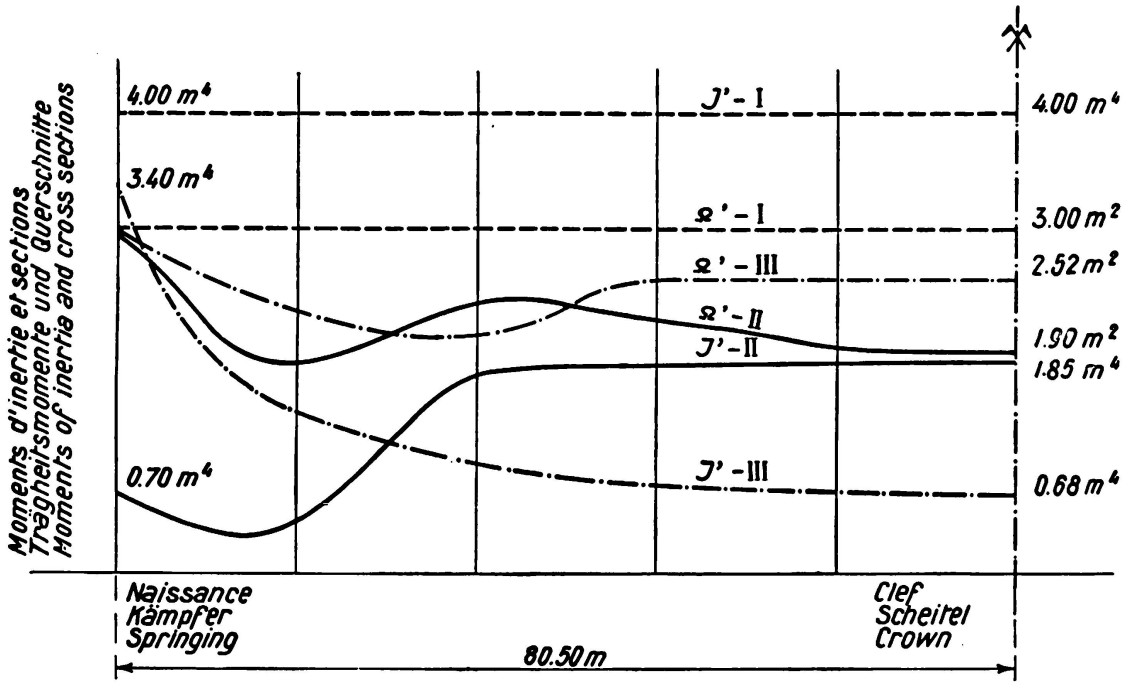


Fig. 13.

Valeurs des moments d'inertie réduits et des sections réduites en tous les points de l'arc de la Roche-Guyon pour les types I, II et III. Ces valeurs ont servi à l'établissement des courbes C de la fig. 10 et des enveloppes fig. 12.

L'avantage du type que nous avons adopté, déjà grand, en ce qui concerne la diminution du cube de béton, est incontestable pour les culées. Il donne des moments les plus réduits aux naissances comme le montre la figure 12 où nous avons tracé les courbes enveloppes des moments maxima. Au gain sur les moments s'ajoute celui dû à l'effort normal, les réactions d'appui s'établissant ainsi:

Type II la Roche-Guyon	M = 785 tonnes mètres
	N = 1850 tonnes
Type III de *M. Chalos* avec loi des aires quelconque	M = 1535 tonnes mètres
	N = 2060 tonnes
Type I à section réduite constante	M = 1670 tonnes mètres
	N = 2200 tonnes

On pourrait nous objecter qu'un arc à deux articulations eut évité tous moments aux culées. Mais lorsqu'on atteint des efforts normaux de 2000 tonnes

par arc, les articulations deviennent, ou difficiles à réaliser en béton fretté car il faut atteindre des largeurs de l'ordre de 5,20 m par arc, ou coûteuses si l'on adopte des pièces en acier moulé. De plus, la section moyenne est plus forte qu'avec l'arc encastré du type que nous avons utilisé. A titre indicatif, nous avons figuré la courbe enveloppe des moments maxima dans le cas d'un arc à 2 articulations appliqué à la Roche-Guyon (fig. 12).

Il appert de ce qui précède qu'il est possible d'obtenir des arcs ayant sensiblement le même taux de travail dans une section quelconque quelle que soit la loi d'inertie choisie, c'est-à-dire qu'on peut toujours faire un arc d'égale résistance en béton armé en faisant varier la forme et l'aire des sections. Mais parmi tous ces arcs d'égale résistance, il en existe deux qui donnent la masse minimum à mettre en oeuvre: l'un est l'arc à inertie croîssant de la clé aux naissances suivant la loi donnée par *M. Chalos,* l'autre est celui à inertie décroîssante du type utilisé à la Roche-Guyon. Selon le cas concret qu'on a à réaliser, l'avantage passera à l'un ou l'autre suivant le surbaissement et l'importance relative de la charge permanente et des surcharges. Pour le type III, il faudra naturellement choisir au mieux K et γ.

La loi de *M. Chalos* convient particulièrement aux ponts à tablier supérieur pour lesquels l'intérêt que présente l'amincissement à la clé au point de vue de la hauteur libre se concilie avec l'esthétique en offrant une réminiscence des beaux ponts en maçonnerie épaissis aux naissances. Il faut évidemment pour cela que le sol soit apte à la résistance aux moments sur piles et culées.

Comme exemple des grands ouvrages construits d'après cette Loi, nous citons le Pont sur la Loire à Bas-en-Basset construit par la Société de Constructions Industrielles et de Travaux d'Art (fig. 14). La portée est de 112,00 m.

Le profil de l'arc est une parabole du 4ème degré.

La hauteur de la section à la clé est de 1,90 m.

Elle augmente progressivement jusqu'à 3,275 m aux naissances.

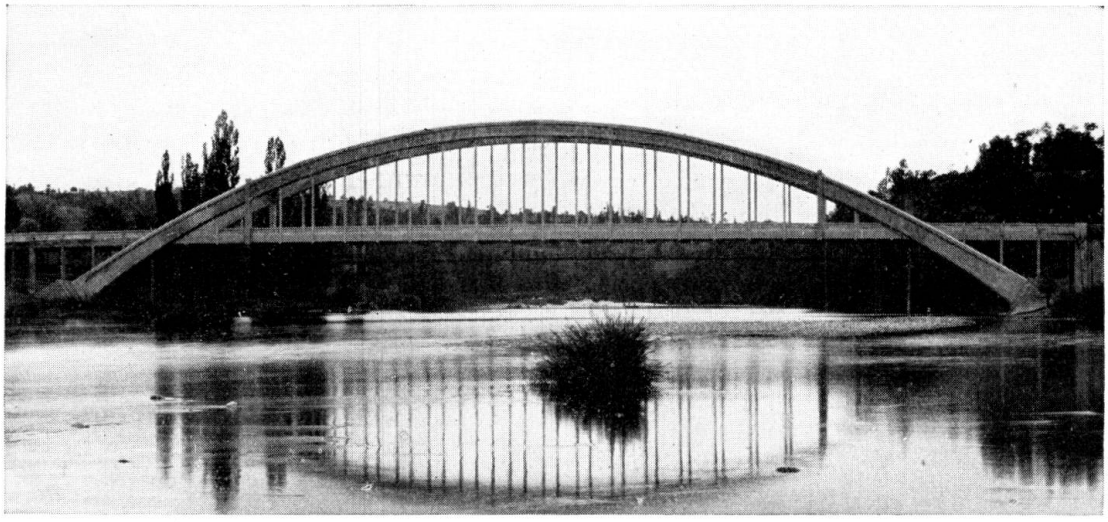


Fig. 14.

Pont sur le Lignon.

On remarquera l'heureuse adaptation de ce type d'ouvrage au paysage. Presque rien de la nature n'est caché par les éléments de résistance qui se bornent à l'arc et au tablier. Tout s'aperçoit à travers les minces suspentes.

La fig. 15 représente le pont sur le Lignon.

7°) — *Calculs.* —

Réserve faite sur le coefficient de stabilité au dessous duquel il ne serait pas prudent de descendre et dont les épures de la forme des figures 10 et 11 donneront la mesure, les formes légères sont les seules à envisager pour les ponts de grandes portées.

En contre-partie de cet avantage, elles demandent des déterminations plus précises que les formes massives dont le poids propre est un élément de stabilisation des efforts. Mais, le but à atteindre justifie l'effort de recherche nécessaire. D'ailleurs, les lois de similitude générale[5] permettent de ne faire cette étude qu'une fois pour toutes pour un arc type; les efforts et les sections dans un arc de même forme mais de portée, flèche, résistance du matériau quelconques, s'en déduisent par simple proportion.

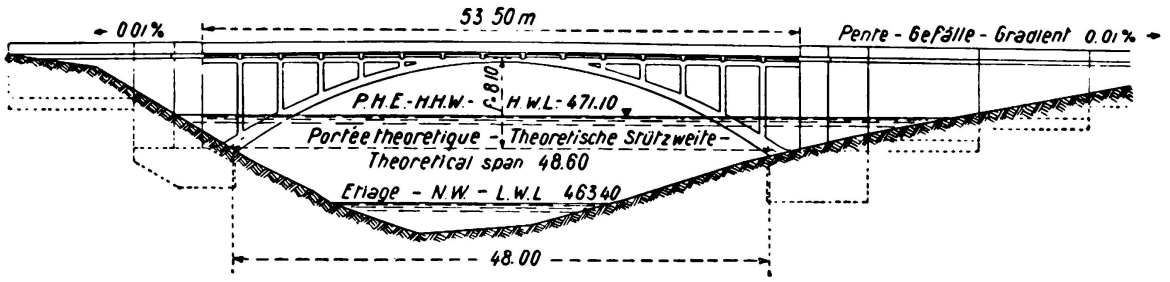


Fig. 15.

Pont de Bas en Basset.

Nous avons tenu à en faire la vérification à l'occasion du Pont de la Roche-Guyon.

Une épure type ayant été établie depuis quelques années pour la forme d'arc adoptée, l'application de la similitude nous a donné les valeurs ci-après:

aux naissances	M = — 796	tonnes mètres
	N = 1842	tonnes
aux reins, à 32,00 de la clé	M = + 710	tonnes mètres
	N = 1646	tonnes
à la clé	M = + 520	tonnes mètres
	N = 1620	tonnes

A titre documentaire, nous avons refait, par les méthodes les plus précises, les déterminations directes pour l'arc de la Roche-Guyon.

Nous avons utilisé les formules stables et les procédés de calcul graphique décrits par *M. Vallette* dans les Annales des Ponts et Chaussées (VI 1925).

La méthode graphique est la seule qui rende tangible le sens dans lequel on doit faire varier les données pour obtenir certaines distributions d'efforts. C'est la seule qui permette de tenir compte intégralement des anomalies de sections telles que des variations assez rapides d'inertie en certains points.

[5] *M. Vallette,* Génie Civil du 9 Mai 1931.

De plus, avec elle, toutes les causes d'erreur sont pratiquement éliminées. Sa sensibilité est considérable puisqu'elle nous a permis de rectifier la courbe des poussées à moins de 0,5 % près.

Contrairement à ce que pensent certains auteurs, elle peut être utilisée sur toute la portée de l'arc. Il n'est pas nécessaire de recourir au calcul pour avoir les effets d'une charge placée près des naissances. Il suffit d'adapter le procédé en ces points en prenant des origines différentes pour les abcisses, ce qui permet de préciser davantage certaines constantes.

Les moments, efforts normaux et efforts tranchants, ont été déterminés directement à l'aide de l'épure des réactions, chaque sommet étant pris au droit d'une suspente.

Nous donnons les réactions pour les suspentes paires, la courbe des intersections et les courbes enveloppes des réactions d'appui (fig. 16). Cette épure est tellement sensible, qu'il est impossible de faire une erreur sur la position des

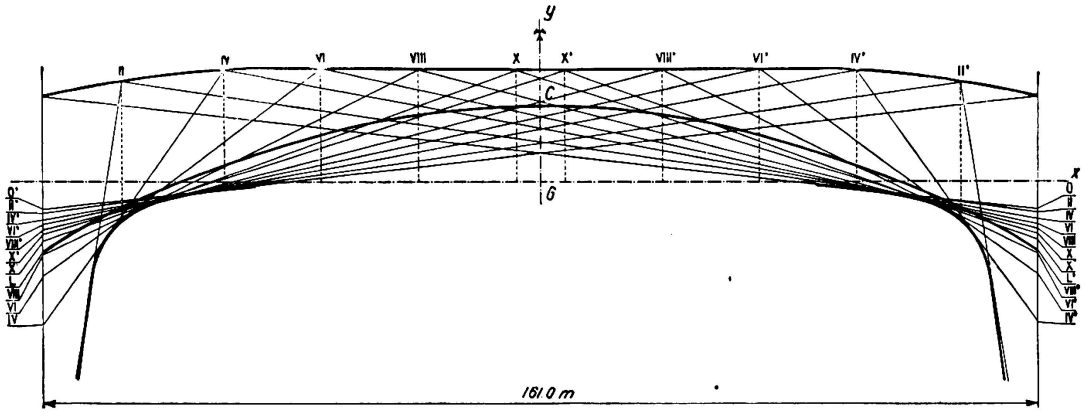


Fig. 16.

Courbe d'intersection et courbes enveloppes des réactions d'appui pour les arcs du pont de la Roche-Guyon.

réactions. Ces dernières sont à la fois astreintes à se succéder dans l'ordre, sans chevauchement, pour réaliser la courbe enveloppe et à découper sur les verticales des culées, des segments qui croissent suivant une loi régulière et définie.

Nous avons admis que les fatigues maxima étaient données en tous points par le moment maximum combiné avec l'effort normal qui lui correspond. En l'espèce, cette hypothèse est très proche de la vérité.

Les efforts trouvés d'après cette méthode sont:

aux naissances	M = — 785	tonnes mètres
	N = 1842	tonnes
aux reins, à 32,00 m de la clé	M = + 702	tonnes mètres
	N = 1641	tonnes
à la clé	M = + 490	tonnes mètres
	N = 1615	tonnes

Si nous comparons avec les valeurs données précédemment par les lois de similitude, nous constatons qu'elles étient nettement suffisantes pour déterminer

l'arc d'une façon absolue et que l'emploi exclusif de cette épure eut été parfaitement justifié, même avec les petites différences de tracé (funiculaire des charges permanentes) que comportent toujours deux arcs réels.

La seule indétermination du calcul ne pourrait donc résider que dans la valeur du coefficient d'élasticité du béton pour le calcul de l'effet des contractions. Mais avant de procéder, à la Roche-Guyon, à la compensation des effets ultérieurs de retrait et des charges du tablier, nous étions édifiés sur la valeur de ce facteur capital.

Nous avions fait pour cela des expériences très intéressantes au pont sur l'Oued Chiffa, sous la voie normale de Chemin de Fer d'Alger à Oran.

Chaque arc établi en béton armé vibré avait la forme d'un caisson rectangulaire de 5,00 m de largeur. Le type adopté était celui à inertie décroissante de la clé aux naissances; il était imposé par le grand surbaissement, les effets considérables des surcharges (locomotives) et les variations de température très importantes en Algérie.

Pour opérer avec précision, nous avions préalablement abaissé les cintres car, dans d'autres opérations semblables nous avions remarqué que la précision des observations eut été faussée par le fait que la détente du tassement des bois maintient l'appui des arcs sur le cintre au delà des reins. La hauteur dont il faudrait surélever les arcs pour les libérer de cette action verticale de haut en bas est de beaucoup supérieure à celle qui correspond à la compression voulue pour le décintrement et la compensation et cela occasionnerait des moments fléchissants importants.

Le cintre abaissé après clavage par les vérins, il suffit d'agir convenablement sur ceux-ci pour obtenir les déformations théoriques et parvenir à une position de l'arc où la courbe des pressions des charges en oeuvre coïncide sensiblement avec la fibre moyenne. L'arc est alors sans effort secondaire parasite. Nous définissons cette position: état neutre de l'arc. Cet état est obtenu lorsque l'arc est ramené par les vérins à la position qu'il occupait primitivement sur cintre (moins l'abaissement $\int N \frac{ds}{E\Omega} \times \frac{dy}{ds}$ correspondant aux compressions qui est toujours négligeable dans ce cas), l'ouverture du joint étant sans rotation.

Connaissant alors la pousée qui, à l'état neutre est centrée sur la fibre moyenne et le raccourcissement réel ε de l'arc, nous possédons des bases sûres pour déterminer le coefficient d'élasticité E. Ce coefficient a été trouvé égal à $2{,}1 \times 10^6$ pour le premier arc et à $2{,}3 \times 10^6$ t. par mètre carré pour un deuxième arc. Les opérations étaient faites 18 jours après l'achèvement du bétonnage de chaque arc.

Ceci s'applique à du béton au dosage de 400 kilogs. Nous étions donc en droit d'adopter à la Roche-Guyon, où le dosage est le même, la valeur $2{,}2 \times 10^6$.

Dans la deuxième partie de ce rapport, relatif à la construction des ouvrages, on verra que cette valeur a été, à très peu de chose près, corroborée par les observations minutieuses qui ont été faites pendant les opérations de décintrement des éléments successifs de bétonnage et de l'arc fini, ainsi que pendant les compensations.

Chapitre II.

Arcs à trois articulations.

Pour ces arcs, les calculs sont très simples puisque les réactions sont connues sans aucun recours aux déformations élastiques et sans intervention de la température et du retrait.

A titre de comparaison, nous avons tracé sur la figure 12 la courbe des moments maxima sur un arc de même tracé que celui de la Roche-Guyon, mais à trois articulations.

L'aire des M dx donnant la mesure du moment moyen est plus grande que celle des types II et III, plus petite que celle des arcs I et IV, l'inégalité de répartition des moments passant de 0 à un maximum ne répondant pas à une bonne utilisation de la matière. L'avantage que pourrait conférer à ce type la suppression du moment sur culée a comme rançon le dispositif d'articulation coûteux dont la pratique ne nous paraît pas devoir convenir aux grandes portées en raison des grandes fatigues locales introduites dans le béton. Il est évident que si le coefficient de stabilité choisi rend admissible et judicieux un coefficient de travail dépassant 125 kilogs dans les sections courantes, on aura de la peine à réaliser les articulations autrement qu'avec des pièces en acier moulé étudiées avec soin pour tenir sans des limites étroites d'indétermination du point de passage des réactions à travers les surfaces en contact.

Pour les grands surbaissements, il faudra apporter toute son attention sur les déplacements de ce point si l'on emploie le dispositif connu de roulement d'une surface convexe sur une surface concave de plus grand rayon ou plan, ce déplacement pouvant atteindre une grandeur non négligeable sous l'effet du retrait ajouté à celui de la température dans compter un autre effet, celui des compressions lentes sur lequel l'Ingénieur *Freyssinet* a attiré l'attention des Constructeurs il y a quelques années et qui fait l'objet d'observations en vue d'en déterminer les lois.

Dans les arcs à trois articulations, les phénomènes ci-dessus acquièrent une importance plus grande en raison de la liberté angulaire. Ainsi, pour un retrait de 0,22 mm par mètre que l'on doit compter après décintrement, l'arc encastré de la Roche-Guyon s'abaisse de 0,0548 m tandis que l'arc à trois articulations de même portée et de même flèche s'abaisserait de 0,067. Il en est de même pour un abaissement de température de 20 degrés.

Si des circonstances particulières conduisaient à exécuter des arcs à trois articulations de grandes portées et à grand surbaissement, nous jugerions prudent de réserver le moyen de replacer les vérins de décintrement au bout d'un temps de service pour rétablir les arcs dans leur position après le retrait ou après l'effet de compressions lentes.

Il est juste toutefois de reconnaître que, jusqu'à des portées de 100 mètres, le type à trois articulations a pu fournir des solutions intéressantes. Une des dernières applications a eu lieu sur la Meuse avec deux ponts d'une portée de 97 mètres et de 9,00 m de flèche d'après les projets de la *Société Charles Rabut et Cie* (fig. 17 et 18).

L'auteur du projet a judicieusement tiré parti de la faculté qu'offre la disposition des arcs en dessous. Le hourdis du tablier sert de zône de compression

de part et d'autre de la clé jusqu'au point où, s'il s'agit d'un tympan évidé il y a intérêt, tant au point de vue de l'aspect qu'à celui de l'économie, à limiter la hauteur des âmes. A la suite, les arcs ont leur propre hourdis de compression suivant la courbure.

L'auteur du projet a pu ainsi, à son gré, accroître la stabilité de l'arc dont la hauteur aux reins atteint 3,50 m soit environ le $^1/_{28}$ de la portée. Il s'est mis

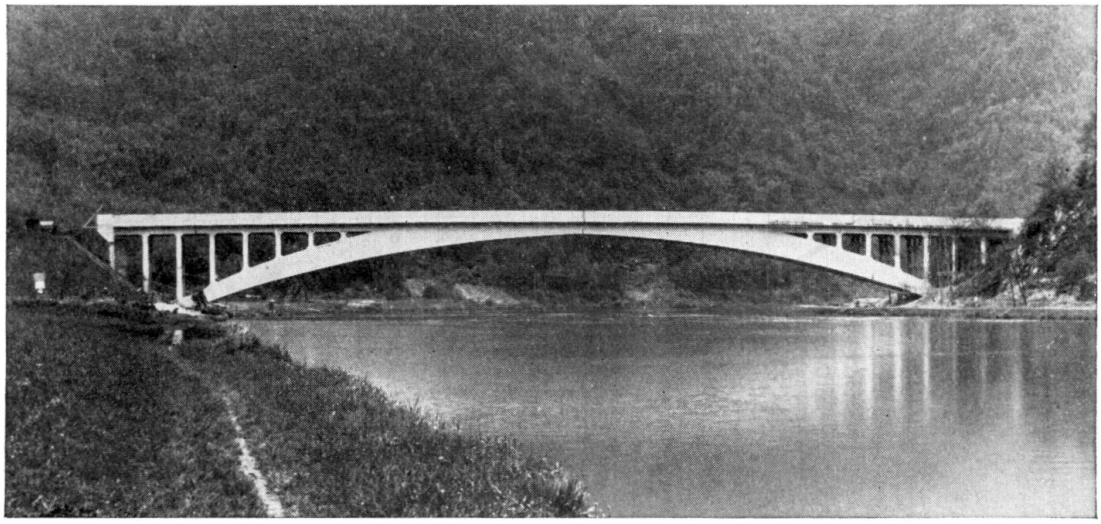


Fig. 17.

Pont de 97,00 m de portée sur la Meuse à Laifour (3 articulations).

ainsi à l'abri de l'indétermination du passage des réactions dans l'épaisseur de 0,42 qu'il a fallu donner aux articulations.

Une contreflèche de 0,15 m a été réservée en prévision de l'abaissement ultérieur sous l'effet des phénomènes dont nous avons parlé.

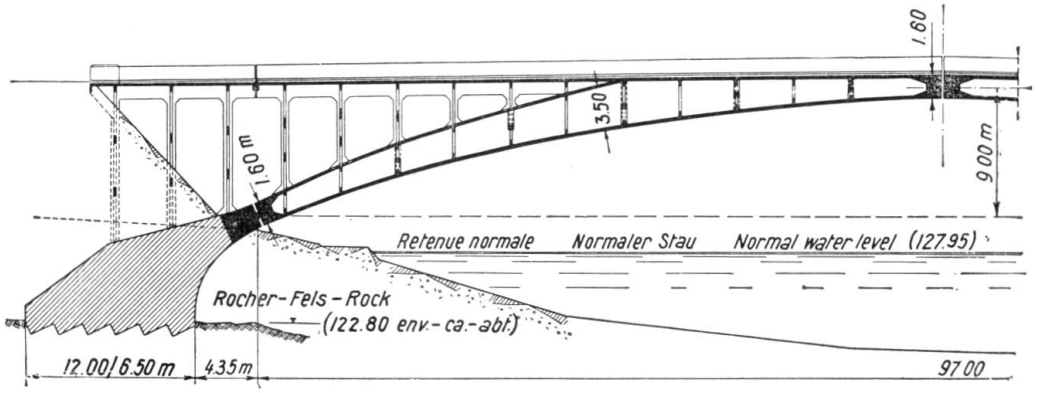


Fig. 18.

Pont de Laifour. Coupe longitudinale.

Dans le système à trois articulations, il est intéressant aussi de citer un dispositif qui s'inspire de l'espoir mis dans les poutres paraboliques à treillis pour franchir les grandes portées. Il consiste à diminuer et même à détruire l'effet dans le tirant par l'inclinaison des réactions à l'aide d'une bielle inclinée sous le tablier (fig. 19). Les trois articulations se trouvent en A B C.

La bielle A B détermine exactement la direction des réactions d'un côté et, par conséquent, celle du côté opposé. La poutre parabolique est traitée exactement comme une poutre à réaction verticale avec cette différence que l'effort de tension dans le tirant est remplacé par une poussée sur les culées. Les treillis dont l'effort est déterminé par la composante verticale des réactions sont exactement les mêmes.

Nous avons fait la première application de ce dispositif en 1925 pour la construction du pont de 91 mètres de portée, sur le Lot, à Port-d'Agrès dont la figure 16 reproduit les dispositions (Génie Civil du 18 Février 1928).

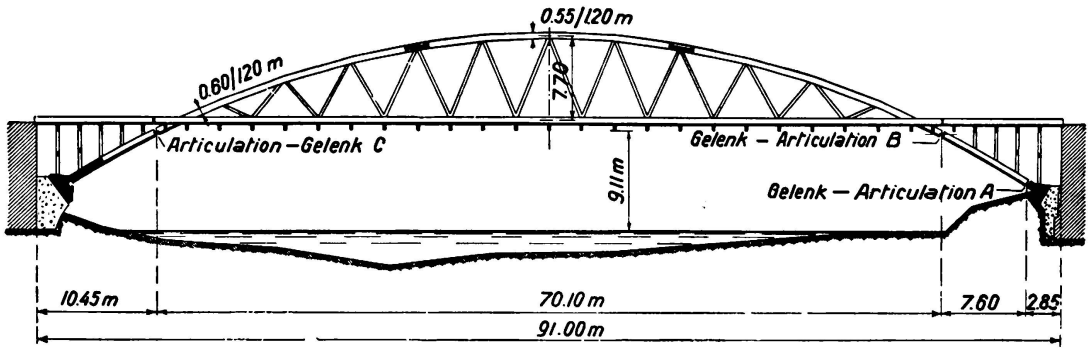


Fig. 19.

Pont de 91,00 m de portée sur le Lot à Port-d'Agrès. 3 articulations sous le tablier.

La maison *Christiani et Nielsen* vient de faire une application plus importante avec une portée de 143 mètres sur la même rivière à Castelmoron, (fig. 20), avec cette différence que les barres de treillis sont nues.

La suspension du tablier à la membrure supérieure par les barres de treillis, crée des efforts de tension qui se retranchent des efforts de compression produits par la surcharge dans sa position la plus défavorable.

Les constructeurs écrivent que, au pont de Castelmoron, la tension a toujours été prépondérante et qu'ainsi aucune des barres n'a jamais cessé d'être active.

Au pont de Port-d'Agrès, la compression subsistait dans presque toutes les barres mais avec une faible valeur qui excluait toute crainte de flambage.

La prépondérance de la tension doit forcément disparaître avec l'augmentation de la portée parce que la compression due aux surcharges est proportionnelle à la portée tandis que la tension due au poids du tablier est à peu près constante.

L'enrobement des barres de treillis de grandes longueurs en vue de résister à la compression et les dispositions à prendre pour éviter leur flambage entraînent à des complications telles qu'on peut très nettement affirmer que, pour les grandes portées, la poutre parabolique ne procurerait pas la solution la plus économique.

Il y a même un fait qui obligerait à les proscrire au delà d'une certaine limite. Dès que les barres de treillis ont une grande longueur et font un petit angle, ce qui arrive vite puisque la base de la triangulation est limitée par la portée des longerons, les allongements et les raccourcissements de ces barres sous l'effet des surcharges provoquent des déformations auxquelles se prêtent mal la membrure supérieure et le tablier. Les moments qui en résultent deviennent d'un ordre tel qu'au delà d'une portée de 150 mètres, sinon plus tôt, on sera

amené à donner la préférence à l'arc autostable sans liaison triangulaire avec le tablier.

Reconnaissant le degré que peut atteindre le caractère hyperstatique intérieur du système, les Constructeurs du Pont de Castelmoron ont eu le soin d'envisager la mise hors de cause de l'une des deux barres de chaque noeud par la prépondérance de la compression. L'utilisation de l'effet de l'inclinaison des barres restantes est intéressante lorsque l'esthétique n'en souffre pas. Les moments qui se produisent dans l'arc avec des suspentes droites sont diminués des moments $\frac{Ph}{tg\,\alpha}$ (fig. 20) produits par la composante horizontale.

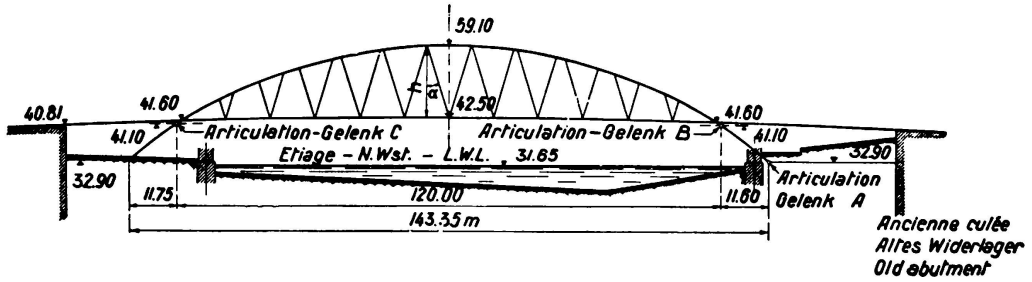


Fig. 20.

Pont de 143,00 m de portée sur le Lot à Castelmoron. 3 articulations sous le tablier.

DEUXIÈME PARTIE.

Construction.

La construction des grands ponts en arc s'oriente de plus en plus vers l'étude des procédés d'exécution au premier rang desquels se placent les échafaudages dont, sans aucune atteinte à la sécurité, il importe de concevoir des dispositions économiques si l'on veut que le béton armé reste une solution judicieuse.

Nous donnons dans un premier chapitre des indications sur les échafaudages récents et décrivons assez longuement, à titre d'exemple nouveau, ceux qui ont été utilisés à la Roche-Guyon.

Dans un deuxième chapitre nous exposons plus succintement les procédés d'exécution récemment utilisés.

Chapitre Ier.

Échafaudage.

De tout temps, les Constructeurs de Ponts ont tendu à traiter comme une oeuvre d'art l'échafaudage lui-même sur lequel sont posés les éléments avant d'acquérir la résistance par leurs réactions mutuelles.

Les exemples abondent de ponts en maçonnerie où le plus de science et d'art ont été dépensés dans l'échafaudage.

Il devait en être de même pour le béton armé qui a succédé à la maçonnerie dans la résolution de plus grands problèmes.

Quelle que soit la grandeur de l'oeuvre, les Annales de la Construction ne sépareront jamais du Pont de *Plougastel* le souvenir de l'échafaudage qui a servi à l'édifier. Les Ingénieurs ne cesseront pas d'y trouver un des plus beaux

exemples de l'adaptation des moyens d'exécution à ce que la nature nous offre, et du parti qu'un constructeur réfléchi peut tirer des éléments qui, à d'autres égards, lui sont hostiles. Ceux qui ont eu à étudier le même projet ont été saisis par le mouvement des marées dans cet estuaire et par la quasi impossibilité d'appui entre les deux rives espacées d'environ 600 mètres. Pourtant, sous la maîtrise du chef, avec quelle docilité le flot ne s'est-il pas prêté à porter trois fois le cintre unique de 150 mètres à marée montante, à le poser sur ses appuis à marée descendante.

Puissante et coûteuse installation, certes, pour cette utilisation de si grandes forces naturelles, mais combien judicieuse puisque le cintre devait servir trois

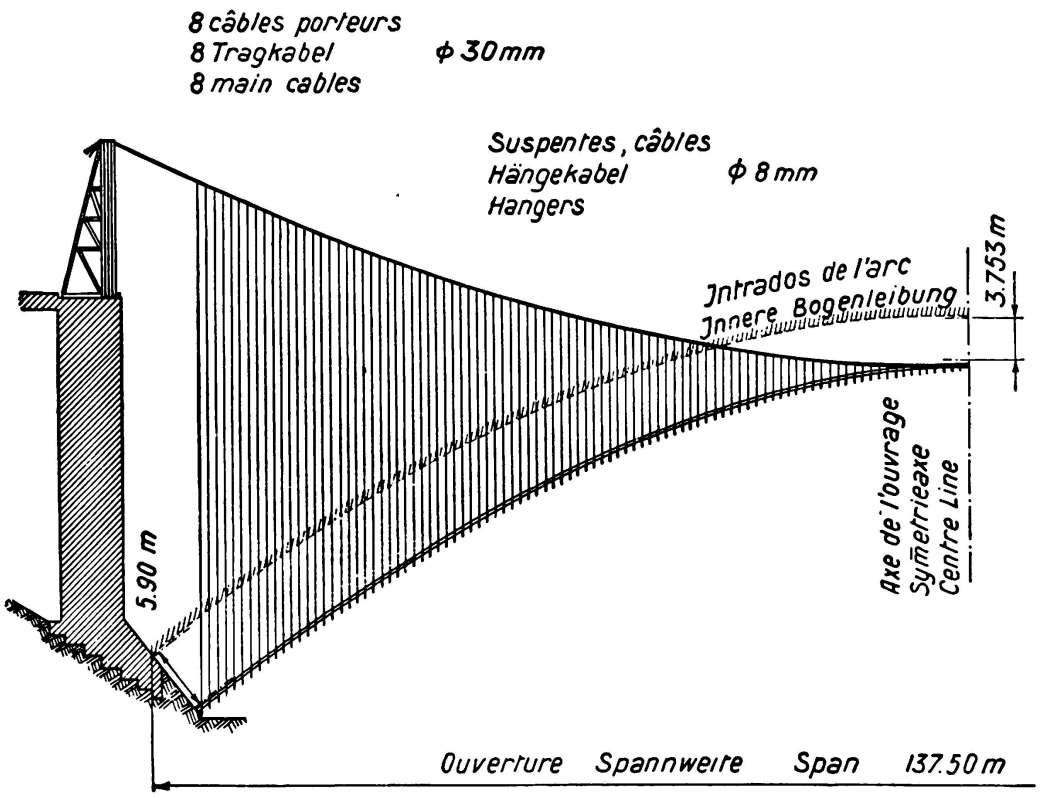


Fig. 21.

Pont de la Caille de 137,50 m d'ouverture. Montage de l'échafaudage par câble suspendu.

fois. Manoeuvre difficile et délicate car il fallait tout prévoir pour réussir l'opération dans un temps strictement déterminé par les marées; mais l'Entreprise Limousin, appliquant les procédés *Freyssinet*, avait déjà maintes fois donné la preuve qu'elle pouvait ne pas hésiter à affronter les problèmes les plus délicats de la construction.

La situation du Pont des *Usses* (Haute-Savoie), dit Pont de la *Caille*, méritait aussi que fûssent étudiées des dispositions spéciales pour son échafaudage. Le ravin profond d'environ 150 mètres ne pouvait servir d'appui à des palées d'échafaudage et pourtant il s'agissait d'une ouverture libre de 140 mètres.

Les dispositions étudiées par l'Ingénieur *Caquot* sont un précédent précieux de la solution de montage des cintres dans le vide à l'aide d'un câble suspendu (fig. 21 et 22).

Dès la constitution des premières fermes porteuses le renforcement du cintre se fait dans la mesure voulue pour porter le premier anneau de béton comme le ferait un pont en bois. La rigidité voulue est obtenue par le treillis multiple qui relie les membrures.

Il y a dans cette solution une application judicieuse du pont suspendu à la construction des cintres des grands ouvrages; nous avons le sentiment qu'elle devra toujours se présenter à l'esprit quand il s'agira des grandes portées que le béton armé ambitionne à juste titre.

L'échafaudage du pont de la Roche-Guyon nous a servi d'étude aux mêmes fins. Déjà la portée de 161 mètres est la plus grande qui ait été franchie avec

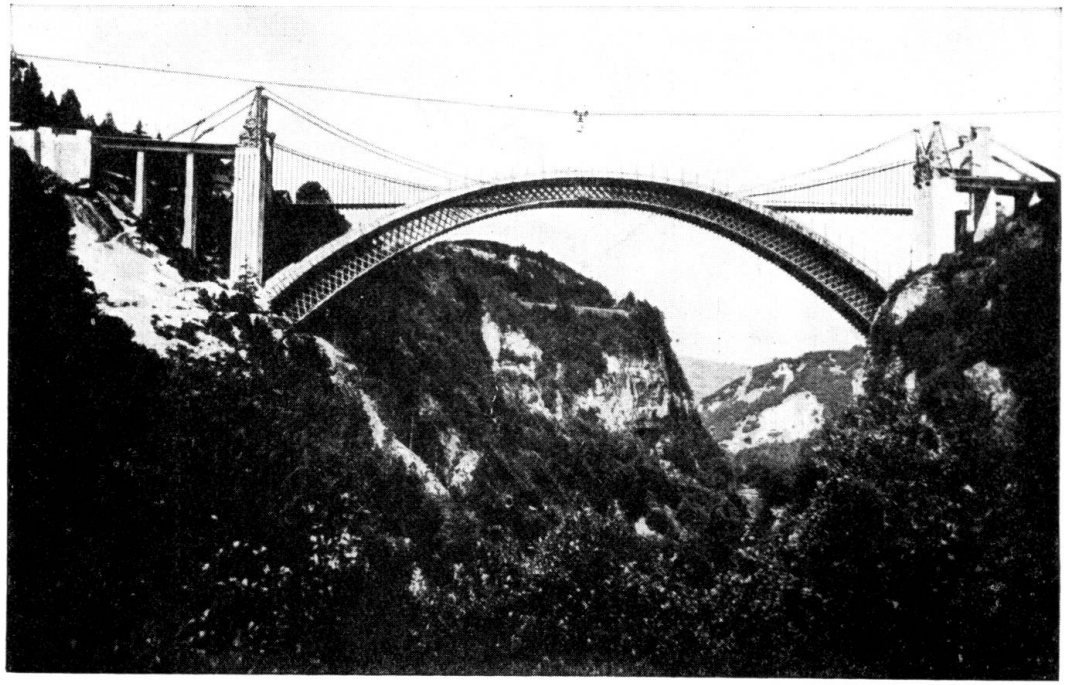


Fig. 22.
Pont de la Caille.

le type d'arc à tablier suspendu. C'est le même type qui s'imposera lorsqu'il s'agira de franchir des grands fleuves car il est rare que l'on puisse trouver sous le tablier la flèche d'un grand arc.

Il n'eut pas été logique de ne pas prendre d'appui dans le fond de la rivière. Cependant, pour tirer les conclusions que nous cherchions, nous avons été amenés à n'avoir que trois palées en rivière et à les espacer de 43,00 m d'axe en axe.

Notre programme était de ne regarder ces palées que comme devant servir à supporter le poids propre du tablier de l'échafaudage et du cintre, ceux-ci devant, après montage, supporter seuls la charge du béton de l'arc (Fig. 23 et 24). Cependant, pour cette première application sur un fleuve qui est la plus grande voie navigable de France, nous n'avons pas voulu appliquer intégralement nos conceptions sans vérification préalable et nous avons calculé l'échafaudage pour supporter la totalité de la charge si une circonstance quelconque l'eut rendu nécessaire.

La suite des opérations est:

montage des palées;

lançage du tablier horizontal en dessous du tablier en béton armé à faire ultérieurement et de part et d'autre des palées avec des haubans inclinés;

sur ce tablier montage du cintre.

Au préalable, les retombées des arcs jusqu'au dessus du tablier ont été faites avec des appuis rapprochés et de faible hauteur sur les berges.

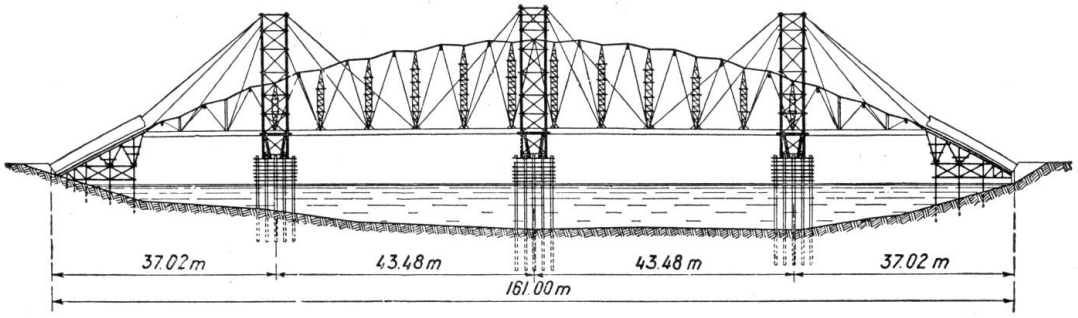


Fig. 23.

Pont de la Roche-Guyon. Schéma de l'échafaudage.

Avec des arcs légers comme celui-ci où la hauteur moyenne de section est à peine $^1/_{80}$ de la portée, une condition essentielle est le tracé rigoureux de la fibre moyenne et la certitude qu'il n'y aura pas de déviation de ce tracé en cours de bétonnage.

Il n'était pas suffisant de bourrer avec du mortier de ciment les joints des vaux comme cela a été fait par *M. Caquot* au pont des Usses; il fallait encore assurer

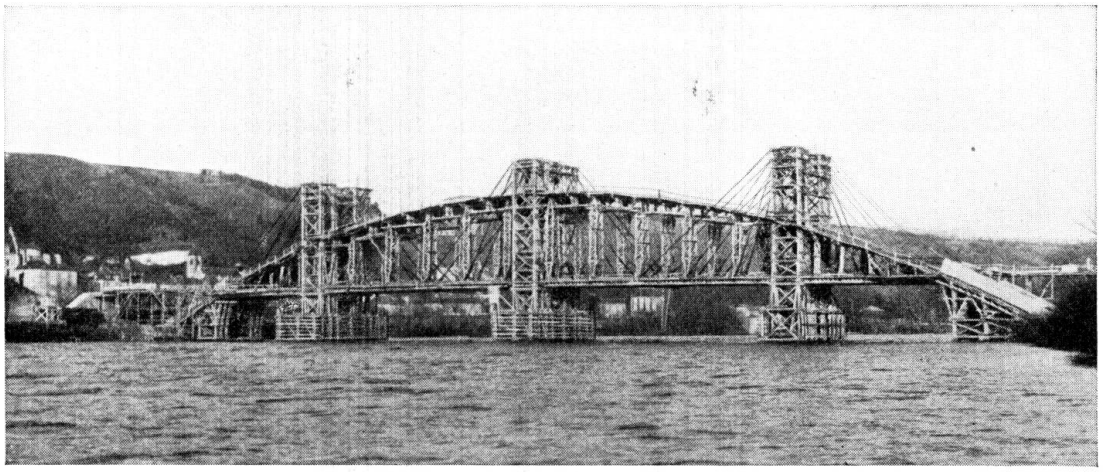


Fig. 24.

Pont de la Roche-Guyon. Vue d'ensemble de l'échafaudage.

au préalable la compression des bois et le serrage des assemblages. Cette compression a été exercée par des vérins à la clé.

Le poids propre du tablier et celui du cintre auquel le premier est relié permettait d'exercer une poussée de 280 tonnes. Nous avons assigné à cette poussée un maximum de 170 tonnes pour réserver au poids une prépondérance qui empêche tout désordre du cintre.

L'effet de cette poussée devait être bienfaisant à plusieurs titres:

a) — D'abord, elle imprimait aux vaux sous les arcs des efforts de compression qui l'emportaient toujours sur la tension correspondant à la flexion due aux plus grands efforts du vent. Nous avons pu ainsi calculer le cintre comme une poutre de 130 mètres de portée, distance des intersections du tablier au dessous duquel se trouve le voile plein de contreventement en béton armé.

Les barres de treillis de cette poutre étaient constituées par les planches du voligeage à deux couches se croisant à 45 degrés. Ceci nous dispensait de compter sur les pylônes comme résistance horizontale et nous permettait d'envisager leur allègement, sinon leur suppression.

b) — Mise en tension des barres de treillis reliant le cintre et le tablier, cette tension étant mesurée par le poids du tablier que la poussée exercée tend à soulever. La Figure 25 montre que ces barres forment le complément d'une poutre parabolique de 130,00 m de portée. Elles sont en acier rond pour offrir au vent la moindre surface possible; leur inaptitude à résister au moindre effort de compression exige qu'elles soient toujours tendues et que l'effort initial l'emporte sur les efforts de compression que pourrait déterminer la dissymétrie des charges en cours de bétonnage. Le plus souvent, la fraction soulevée du poids du tablier y suffira; si cela était nécessaire, on lesterait celui-ci avec des charges supplémentaires.

L'esprit de précaution motivé ci-dessus pour une première application se traduit par l'addition d'étais espacés de 8,00 m et pouvant, le cas échéant, supporter toute la charge et la reporter au pied des haubans issus des pylônes. La compression préalable nous a permis de réduire le nombre de ces étais et de diminuer ainsi la surface offerte au vent. La ligne des vaux est brisée et présente un angle saillant au milieu de l'intervalle des étais. L'effort de bas en haut produit par la compression était supérieur au poids de l'arc qui est de 5000 Kilogs par mètre linéaire.

L'angle rentrant au dessus des étais détermine un effort de compression égal qui exige un renforcement de ces étais, mais cela vaut mieux que d'en doubler le nombre avec toutes les pièces d'entretoisement qui auraient offert au vent une surface rendant trop difficile la condition de stabilité horizontale avec la hauteur de 40 mètres au dessus de l'encastrement des pieux.

Du même coup, la portée des vaux a été réduite à 4,00 m au lieu de 8,00 m et cela nous a permis de maintenir ces pièces dans des sections courantes sans poutres composées qui, au point de vue du vent, auraient eu le même inconvénient que la multiplication des étais.

Nos prévisions se sont bien confirmées.

L'ensemble: cintre, tablier, barres de treillis, s'est comporté comme une poutre de 130 mètres de portée. Le maximum de déformation observée pendant le bétonnage a été de 8 mm et cependant nous nous sommes affranchis de l'obligation de bétonner l'arc par tronçons également répartis sur la longueur; le bétonnage s'est fait d'une manière continue en partant des deux extrémités et en montant vers la clé. Il importe de préciser que nous procédions par éléments successifs ainsi qu'on le verra plus loin.

Un autre avantage de la disposition des vérins à la clé du cintre a été de faire le décintrement par simple desserrage de ces vérins.

Les résultats obtenus dans cette première application nous permettent, comme nous l'escomptions, d'envisager pour les très grandes portées la réduction du nombre des palées et même leur suppression quand la configuration des lieux la rendra judicieuse.

Déjà le pont de la Caille offre, comme nous l'avons indiqué, un exemple de cette suppression avec le montage à l'aide d'un câble. Si ce procédé entraînait à des pylônes trop hauts sur les rives, le montage du cintre pourraît être fait avec une flèche moins grande suivant le trait pointillé (Fig. 25) au dessus d'un tablier suspendu à un câble m ou à l'aide d'un câble spécial n et élevé ensuite par compression avec des vérins aux extrémités e. Pendant ce gonflement par le jeu des articulations en a, b, c, le tablier procurera par son poids la résistance maintenant la régularité du cintre. Il suffira de régler le mouvement de ces

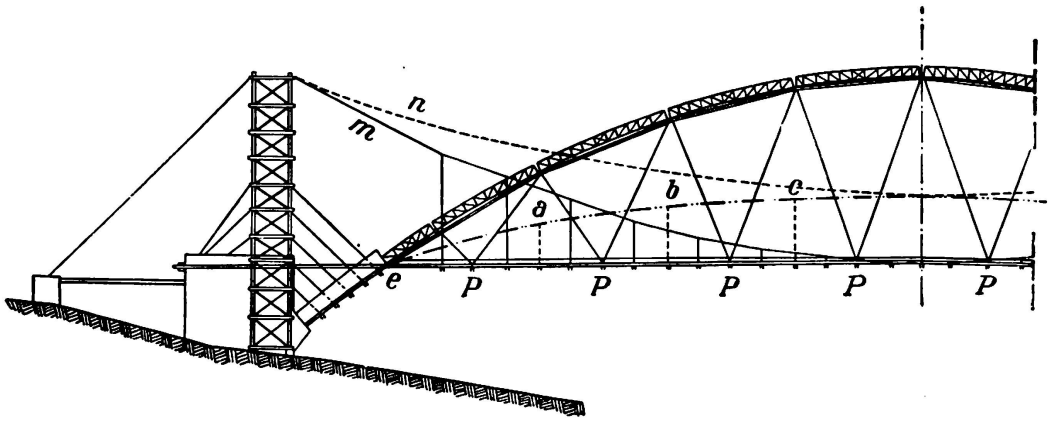


Fig. 25.

Schéma du montage d'un cintre par câble suspendu.

points de liaison a, b, c, en proportion de la grandeur des ordonnées du cintre. Nous ne nous étendons pas sur ce point relevant de la mécanique et dont plusieurs solutions nous apparaîssent.

Dans un pont à tablier supérieur, le réglage du mouvement des mêmes points pourraît être obtenu par des ancrages dans le sol de la vallée ou dans le fond du lit.

Pendant le montage, la compression du cintre sera toujours maintenue suffisante aux efforts du vent en augmentant les poids P s'il le faut.

Le montage fait, la pose des barres de treillis de renforcement du cintre pourvoierait à la rigidité à la place des liaisons a, b, c.

Tout ce qui a été fait à la Roche-Guyon a tendu à vérifier en toute sécurité, la possibilité de réalisation de ces idées. Nous avons la conviction que de très grands cintres rigides pourront être économiquement construits, ouvrant de plus larges perspectives à la construction des grands ouvrages en béton armé.

Chapitre II.

Procédés d'exécution.

Comme procédés, nous ne traiterons ici que ce qui tend a la réalisation des grandes portées et qui, de ce fait, est en relation avec l'échafaudage sans avoir

à nous occuper de ce qui concerne la mise en oeuvre des aciers et du béton dont les perfectionnements concernent toutes les natures d'ouvrages.

L'économie, autant que la sécurité, commandent de ne charger les cintres que progressivement en demandant aux premières parties exécutées le secours de leur résistance. Depuis longtemps, sinon depuis toujours, la construction par rouleaux successifs est pratiquée pour les ponts en maçonnerie. Les faibles coefficients admis pour ce matériau rendent négligeable le supplément de fatigue infligé aux rouleaux inférieurs par la charge des rouleaux supérieurs.

Le pont de la Caille, avec ses 140 mètres de portée est un exemple grandiose de ce même procédé car c'était déjà beaucoup que de calculer le cintre de cette portée pour les 13 tonnes environ par mètre linéaire du premier anneau constituant la membrure inférieure de la poutre caisson. Pour la compensation du supplément de fatigue, les Constructeurs ont appliqué une idée très ingénieuse de M. l'Ingénieur en Chef *Baticle.* Le béton était coulé entre des voussoires en béton armé de 0,18 m d'épaisseur moulés à l'avance et dont le cube était d'environ le tiers du cube total. Ces voussoirs ayant fait leur retrait, il suffisait de les répartir entre les trois anneaux de telle sorte que les longueurs développées du béton coulé, ce béton étant le seul soumis au retrait dans chaque anneau, déterminent par leurs différences de contraction les déformations angulaires soulageant l'intrados. Ce procédé réclamant un calcul précis a été très efficace: nulle perturbation n'a été constatée dans cette masse de béton pourtant dépourvue d'armatures.

M. Freyssinet a fait, au Pont de *Plougastel,* le même bétonnage par rouleaux. La compensation a été effectuée avec des vérins à la clé après l'achèvement de chaque arc, une évaluation de la répartition de la charge entre l'échafaudage et les premiers rouleaux bétonnés ayant servi à déterminer les contractions à exercer.

Tous ceux qui auront à étudier des problèmes encore plus vastes — et nous entendons par là les poutres de 300,00 m ou plus qui n'imposent au béton armé qu'une fatigue facile à envisager dans l'état actuel de la fabrication du ciment et de son emploi — auront à limiter la dépense de l'échafaudage s'ils ne veulent pas que demeure vaine la compétition avec les autres genres d'ouvrages, particulièrement le pont suspendu. Sans méconnaître les services de ces spécialités de la construction, on reconnaîtra qu'il peut advenir au béton armé d'apporter la solution la plus judicieuse quand l'état des lieux permet d'assurer facilement la résistance à la poussée. Mais notre opinion est que cela ne sera possible qu'en fractionnant l'exécution des grands arcs en éléments dont le poids au mètre linéaire soit réduit dans toute la mesure compatible avec la nécessité d'assurer la cohésion des éléments successifs et la raideur propre qu'ils doivent avoir en attendant leur soudure. Nous entendons viser en cela le bétonnage, non seulement par rouleaux successifs en hauteur, mais encore et surtout par tranches verticales; ce dernier cas particulièrement pour le fractionnement des membrures de grandes largeurs, que l'arc soit à âme pleine ou à treillis, si la hauteur de section justifiait cette dernière forme.

Dans le cas d'une exécution par rouleaux, le procédé consiste à mettre en charge, à l'aide de vérins, les groupes de rouleaux au fur et à mesure de leur achèvement (rouleaux 1, puis 1 et 2, puis 1, 2 et 3, etc . . .). On introduit ainsi

des efforts particuliers mais on peut les compenser au décintrement final comme nous l'avons fait au Pont de la Roche-Guyon exécuté par ce procédé.

L'exécution par tranches verticales n'exige pas ces compensations.

A la Roche-Guyon, nous avons profité des moyens de mesures dont nous disposions (repères fixes et vérins) pour contrôler les effets de l'exécution par rouleaux et l'efficacité des compensations faites.

C'était nécessaire en vue de l'emploi intégral du procédé à de plus grandes portées; c'était loin d'être superflu dès lors qu'il s'agit d'arcs légers à section de faible hauteur pour lesquel un déplacement de la courbe des pressions occasionnerait une majoration considérable d'un taux de travail déjà élevé.

On a donc observé à chaque décintrement partiel les efforts produits par les vérins et les mouvements de l'arc; enfin au décintrement final on a réalisé l'équilibre vrai de l'arc libéré du cintre en appliquant à la clé une poussée convenablement désaxée afin d'obtenir un déplacement nul de l'arc par rapport à son tracé d'implantation. On obtient ainsi l'arc à «l'état neutre» (sans aucun moment fléchissant appréciable), c'est-à-dire que tous les moments internes introduits par la solidarité des rouleaux diversement chargés se trouvent exactement compensés; nous avons constaté une parfaite concordance avec les calculs; en outre, avec quelle précision cette opération peut être conduite car, une fois l'état neutre obtenu, à une poussée de une tonne supplémentaire seulement appliquée au centre de gravité de la section de clé correspondait une ouverture de joint de 14,4 mm et une montée de 29 mm à la clé.

Enfin, dans toutes les opérations le coefficient d'élasticité ressortait sans ambiguité; il fut trouvé de 2,10 à 2,2 $\times 10^9$, ce qui confirme les résultats obtenus à l'oued Chiffa.

Pour le pont de Castelmoron dont il a été question plus haut, M. l'Inspecteur Général *Mesnager* (†), Ingénieur Conseil de *M. M. Christiani* et *Nielsen* a, d'une autre façon, réalisé le soulagement du cintre.

Le bétonnage de la poutre parabolique a été précédé de la pose, sur le cintre, des éléments d'un noyau fait d'avance. Pour une section à la clé de 1,00 m $\times$ 1,20 m la section du noyau était de 0,55 m $\times$ 0,80 m.

Nous concevons que les Constructeurs ne se soient pas préoccupés du supplément de fatigue qui a été infligé à cet élément par le poids du béton: le frettage lui a apporté une résistance supplémentaire; il n'y a pas d'inconvénient à ce qu'un noyau au milieu d'une section ait un taux de travail supérieur puisqu'il est naturellement fretté par la masse qui l'enveloppe; au surplus, la majoration de fatigue ne correspondait pas à tout le poids du béton puisque le cintre et le noyau étaient en liaison.

Conclusions.

1°) — En ce qui touche la résistance du matériau:

Même dans l'état actuel de la fabrication des ciments et des procédés courants de mise en oeuvre du béton mettant en application les règles de la granulométrie et recourant à la vibration, il est possible d'envisager des portées de ponts en béton armé allant jusqu'à 800 mètres.

2°) — En ce qui touche les calculs:

Les méthodes actuelles sont assez précises pour que, dans toute l'étendue de l'arc, on réalise le maximum de légéreté compatible avec la stabilité dont un abaque de la forme de la figure 10 donnera la mesure. Il sera aisé de le vérifier en frappant la surcharge d'un coefficient de majoration: 2 par exemple, et en s'assurant que la courbe des pressions ne sort pas du noyau central, ou n'imprime aux aciers qu'un coefficient de travail admissible.

Le degré d'indétermination du coefficient d'élasticité est infime avec du béton vibré et une granulométrie étudiée.

La rapidité des calculs est très grande grâce aux lois de similitude et les tâtonnements au départ sont supprimés puisqu'une règle simple permet de déterminer la section moyenne pour un coefficient de travail adopté.

3°) — En ce qui concerne la construction:

La réalisation des grandes portées trouve sa difficulté la plus grande dans l'étude des échafaudages et leur montage. Leur dépense peut être contenue dans une limite non prohibitive par la réduction du poids à leur appliquer, cette réduction étant obtenue par le bétonnage en tranches, chacune des tranches étant décintrée au fur et à mesure par l'action de vérins. Vérification a été faite de la possibilité de compenser rigoureusement l'effet de la liaison d'une tranche en charge avec celle de dessous dans le cas d'un arc à âme pleine. Cette compensation n'est pas nécessaire dans le cas du bétonnage par tranches verticales particulièrement pour un arc à treillis.

4°) — Dans la comparaison avec les arcs à inertie constante et avec les arcs à inertie augmentant de la clé aux naissances, l'avantage revient à l'arc encastré à inertie décroissant de la clé aux naissances, surtout pour les surbaissements notables: par la moindre section moyenne et par le moindre effort sur les culées.

Pour les grandes portées, les systèmes statiques seront mis en état d'infériorité en raison de la complication des articulations. Visant une disposition particulière rendue possible par la position des articulations, nous ajoutons que, au delà de 150 mètres, il n'y a plus aucun intérêt à résister aux moments fléchissants par une triangulation entre les arcs et le tablier; la portée doit être franchie par des arcs autostables à âme pleine ou à treillis.

5°) — Il est conforme à l'économie de rechercher la résistance dans le frettage. Pour les grandes portées cette règle pourra être portée à son extrême limite; les armatures longitudinales seront judicieusement supprimées ou simplement réduites à des ronds de liaison des frettes et des étriers. Au pont de la Roche-Guyon, leur pourcentage en volume a déjà été réduit à 0,5, celui des frettes et des étriers ensemble étant de 1,3.

Cette réduction éludera toute crainte en ce qui concerne la mise en compression des armatures par le retrait du béton et par l'effet des compressions lentes en cours d'observation.

Un avantage capital du frettage est aussi la grande régularité de résistance.

Résumé.

Dans la première partie de son travail l'auteur expose la disposition et le calcul des grands ponts de béton armé. De nombreux facteurs sont à prendre en considération pour les arcs hyperstatiques: la variation des moments d'inertie, le surbaissement, la forme de la section, le taux de travail. L'auteur étudie ensuite la limite de la portée et compare différents types d'arcs avec l'arc du pont de la Roche-Guyon dont il donne les résultats du calcul. Il décrit ensuite quelques ponts à trois articulations exécutés en France au cours de ces dernières années.

La deuxième partie de ce rapport est consacrée aux procédés d'exécution au premier rang desquels se placent les échafaudages et l'auteur cite comme exemple ceux qui ont été utilisés à la Roche-Guyon. Il expose ensuite plus succintement les procédés d'exécution récemment utilisés.

IVb 2

Compensation des efforts de traction engendrés par la flexion[1].

Ausschaltung der Biegezugsspannungen bei Balken- und Stabbogenbrücken[1].

Elimination of Bending Tensile Stresses in R. C. Bridges[1].

Dr. Ing. Fr. Dischinger,
Professor an der Technischen Hochschule Berlin.

I. Aperçu historique.

Depuis le début du siècle beaucoup de savants se sont occupés de la mise en tension préalable des fers d'armature dans le béton armé. Par cette idée il devait être possible de réaliser:

a) une réduction ou une élimination complète des contraintes de traction dans le béton et par le fait même des fissures fines préjudiciables à l'existence du béton armé. Un corps de béton armé sollicité à la seule compression a, comme la pierre naturelle, une existence presque illimitée. La preuve en est les ouvrages conservés de l'époque des Romains, ouvrages dont la pierre et le mortier de liage ont résisté à toutes les intempéries jusqu'à nos jours.

b) un relèvement des contraintes admissibles dans le fer. Ces contraintes, on le sait, sont nettement plus faibles dans les armatures du béton armé que dans les constructions métalliques, en tenant compte du fait que le béton armé est un corps de liaison dans lequel les contraintes du fer ne doivent être transmises que par des contraintes d'adhérence et de cisaillement. Un relèvement, dans de béton armé, des contraintes admissibles pour le fer jusqu'à la limite admissible pour les constructions métalliques est irréalisable, par suite des trop grandes contraintes d'adhérence et par suite aussi des fissures fines plus nombreuses et plus grandes qui en résultent. Par contre, l'ingénieur constructeur expérimenté cherche, lorsque cela est possible, à exécuter ses constructions avec l'acier moins sollicité St 37 au lieu de l'acier St 52, afin d'obtenir une plus grande sécurité vis-à-vis des fissures fines.

Le problème d'une solution utilisable et économique de cette question devient toujours plus important avec les portées toujours croissantes de nos ponts et de nos halls, car les contraintes de traction dans le béton croissent fortement par suite du massage des armatures tendues. Par une mise en tension préliminaire des armatures on peut donner au béton des précontraintes de compression par lesquelles les contraintes de traction par flexion seront dépassées, de telle sorte qu'il ne reste plus ou presque plus de contraintes de traction par flexion.

[1] Patenté en Allemagne et à l'étranger.

L'ancien maître de la construction en béton armé Koenen a reconnu le premier la valeur de ces précontraintes; il a exécuté dans ce sens un grand nombre d'essais sur des poutres de béton armé et il a observé que les armatures bétonnées avec précontraintes perdaient une grande partie de leurs précontraintes par suite du retrait du béton et des raccourcissements qui en résultent. Par suite de cette constatation on a durant longtemps abandonné cette idée comme sans avenir.

Dans un autre domaine de la construction en béton armé, celui de l'arc à deux articulations avec tirant, qui est aussi largement employé dans la construction des ponts que dans celle des halls, la mise en tension préalable s'est fortement développée. Le procédé que j'avais indiqué a été appliqué pour la première fois en 1928, dans le pont de Saale près de Alsleben, pont de 68 m de portée construit par Dyckerhoff et Widmann A.-G.[2] Dans ces ponts à deux articulations avec tirant il se produit, ainsi qu'on le sait, de très grands moments de flexion résiduels, par suite du raccourcissement de l'arc et de l'allongement du tirant. Dans le raccourcissement de l'arc, nous ne considérons d'abord que le raccourcissement résultant des forces de compression et du retrait. Je parlerai plus tard de l'influence plastique de l'écoulement par viscosité. Par une mise en tension préalable du tirant, au moyen de vérins hydrauliques, il est actuellement possible que l'axe du système mis en tension préliminaire soit, sous l'effet du poids du système, identique à l'axe projeté, c'est-à-dire que les deux axes aient exactement le même surbaissement l/f de telle sorte que les moments de flexion additionnels résultant de la déformation disparaissent. Le tirant doit se raccourcir de la même façon que l'arc, c'est-à-dire que nous devons tendre le tirant non seulement de la mesure de son allongement par les forces de traction, mais aussi de la mesure du raccourcissement de l'arc et, afin de pouvoir réaliser cela, il faut laisser ouvert dans le tablier de béton armé un joint de la grandeur de ce raccourcissement de la voûte, qui ne sera fermé qu'après la mise en traction du tirant. Par ce procédé de mise en tension préalable et la séparation du tirant de la section du tablier de béton armé, il est possible d'éliminer non seulement les moments de flexion résiduels de l'arc, mais en même temps aussi les contraintes de traction dans le tablier de béton armé. Après la traction on peut bétonner les ancrages de traction de telle sorte que ces derniers forment avec le tablier de béton armé un tirant commun pour la poussée horizontale résultant de la charge utile. Par suite de cette poussée horizontale engendrée par la charge utile, il se produit cependant de faibles efforts de traction dans le tablier de béton armé, que l'on peut toutefois éliminer aussi en augmentant, après la fermeture du joint, la tension des ancrages de telle sorte que les précontraintes de compression qui en résultent dans le tablier de béton fassent plus tard équilibre au contraintes de traction résultant de la poussée horizontale engendrée par la charge utile.

Le procédé décrit a trouvé une large application au cours de ces dernières années dans la construction des hangars d'aviation en arc et pour des portées allant jusqu'à 100 m. Dans ce cas, les gros fers ronds formant le tirant sont

[2] *Fr. Dischinger:* „Beseitigung der zusätzlichen Biegungsmomente im Zweigelenkbogen mit Zugband", Congrès international des Ponts et Charpentes, Zurich 1932. Beton und Eisen 1932. Science et Industrie 1932.

placées dans une fente située dans terre et, après la mise en tension, ce tirant est bétonné pour le protéger contre la rouille. L'adaptation du tirant doit se faire en même temps que le décoffrage.

Comme le système mis en traction préalable doit être semblable au système originel, après l'élimination complète des moments de flexion résiduels résultant de la compression de l'arc et de l'allongement du tirant et comme le raccourcissement de l'arc est donné par le rapport de la contrainte au module d'élasticité, il suffit pour le décoffrage de très faibles abaissements aux pivots. Par exemple on obtient pour une compression de l'arc de $\sigma = 60$ kg/cm² et un module d'élasticité du béton de $E_b = 210'000$ kg/cm², un abaissement de la clé de 1/3500. Le décoffrage qui ne se fait que par traction et précontrainte du tirant et, en une partie négligeable, par l'abaissement de l'échafaudage fait disparaître presque complètement les contraintes de flexion importantes qui se produisent lors du décoffrage habituel de l'arc au moyen de pivots.

L'abaissement de la clé donné avec 1/3500 ne se rapporte évidemment qu'à l'affaissement élastique lors du décoffrage. Il faut encore ajouter l'écoulement par viscosité qui se produit immédiatement après de décoffrage et de l'influence duquel nous voulons parler plus en détail plus tard. Il en résulte aussi des raccourcissements importants dans l'axe de la voûte et par le fait même des affaissements de la clé et des déformations du système. Les influences de ces raccourcissements de l'arc sur le jeu des forces sont cependant foncièrement différentes des influences du retrait ou du raccorcissement élastique de l'arc. Monsieur le Dr. Mehmel a fait pour la première fois allusion à ce fait lorsque l'on a parlé des influences de l'écoulement par viscosité pour les hangars d'aviation à grande portée, dont nous avons parlé ci-dessus. L'écoulement par viscosité est un processus purement plastique. Pour le cas où l'arc a exactement la forme de la ligne funiculaire, lors de l'élimination des influences de l'allongement du tirant et du raccourcissement élastique de l'arc, on aura de nouveau, après la déformation plastique, une ligne funiculaire. La déformation plastique n'annule ainsi aucun moment de flexion, le système agit alors comme s'il avait été bétonné dans cette forme. L'affaissement de la clé, engendré par l'écoulement par viscosité, ne se fait sentir que dans un faible agrandissement de la poussée de l'arc, correspondant à la flèche diminuée. Nous voyons ainsi que l'écoulement par viscosité a une toute autre influence qu'un raccourcissement élastique de l'arc. Ce dernier engendre une réduction de la poussée de l'arc et, par le fait même, des moments de flexion additionnels dans l'arc qui ne doivent être éliminés que par une traction du tirant, tandis que l'écoulement par viscosité engendre un faible accroissement de la poussée de l'arc sans qu'il en résulte des moments de flexion additionnels. Nous n'avons donc pas besoin de tenir compte de l'influence de l'écoulement par viscosité lors de la mise en tension du tirant et nous ne devons pas du tout l'éliminer par une traction unique du tirant, car cette traction unique aurait une nature élastique et engendrerait des moments de flexion. Disons brièvement en passant que l'écoulement par viscosité peut prôduire d'autres influences tout-à-fait importantes lorsque l'arc n'est pas exécuté d'après la ligne funiculaire. Par suite de la répartition irrégulière des contraintes de compression qui en résulte dans la section, il existe différentes mesures d'écoulement par viscosité pour les différentes fibres et par conséquent

des déformations du système et ainsi de nouveau des moments de flexion additionnels qui sont difficiles à concevoir.

Le procédé esquissé ci-dessus, sur la base d'un pont en arc qui représente le cas spécial d'un système à contre-fiches, peut évidemment être appliqué à toute autre forme de système à contre-fiches avec membrure comprimée en arc et membrure tendue droite. A ce point de vue U. Finsterwalder a accéléré le développement de cette idée avec sa proposition d'un pont à voûte mince avec précontraintes, pour le concours du Pont des Trois Roses à Bâle (Projet Dyckerhoff & Widmann A.G.). Son projet se compose d'arcs en porte-à-faux (fig. 1) des deux côtés, sur une pile fortement encastrée dans le rocher. La poussée de ces voûtes en encorbellement devait être prise par des câbles droits, mis en contrainte préalable, reliants les deux clés. La mise en tension de ces câbles en acier à haute résistance devait se faire en même temps que le décoffrage du pont, au moyen de vérins hydrauliques. Cette forme de pont proposée par U Finsterwalder est aussi un système à contre-fiches avec membrure tendue droite. On peut représenter cette voûte en porte à faux comme la figure inverse d'un arc à deux articulations. Les parois qui renforcent la voûte arrivent jusqu'à la hauteur du tablier, respectivement du tirant; on peut donc concevoir ce système à contre-fiches comme une poutre en porte-à-faux des deux côtés de l'appui. A côté de ce projet pour le pont des Trois Roses à Bâle, U. Finsterwalder a exécuté deux autres projets, qui n'ont pas été publiés et qui sont une application du principe du système à contre-fiches mis en tension préalable.

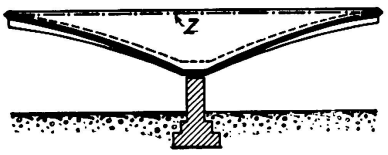


Fig. 1.

II. Ponts en poutre mis en tension préalable.

Alors que dans les arcs mis en tension préalable les déformations plastiques résultant de l'écoulement par voscosité sont sans influence sur la mise en tension, les conditions sont fortement différentes dans le cas des poutres. L'écoulement par viscosité engendre, de même que le retrait et les contraintes de compression, une réduction de la longueur du corps de béton et par conséquent la chute de contrainte résultant de l'écoulement par viscosité dans les fers de tension est fortement agrandi. Freyssinet a par conséquent proposé pour les fers de traction des aciers spéciaux avec très haute limite d'écoulement, pour éviter de fortes sollicitations. Ainsi la chute de contrainte est fortement plus faible par rapport à la précontrainte originelle. De même que Koenen, Freyssinet tend des fers droits avant le coulage du béton; il se sert du coffrage comme culée et ne met le béton qu'alors. Après le durcissement du béton les efforts de tension sont transmis du coffrage au béton. Freyssinet prévoit encore une mise en tension des étriers et il obtient ainsi un béton soumis à une précontrainte de compression dans toutes les directions, qui peut facilement suppor-

ter les contraintes de flexion et de cisaillement qui se présentent. Le procédé de Freyssinet a sans doute une importance extraordinaire pour les pièces exécutées en fabrique, surtout en connexion avec ses propositions d'amélioration du béton par réduction des apparitions d'écoulement par viscosité.[3]

L'application de cette idée me paraît être difficile dans les constructions de ponts et de halls à grande portée, d'une part parce que les précontraintes deviennent si grandes qu'elles ne peuvent être supportées que par une exécution très solide des coffrages servant de culées (par exemple en fer) et d'autre part parce qu'au moyen des fers de tension il faut appliquer des moments également grands pour chaque section de la poutre alors que les moments résultant du poids propre ont l'allure de courbes. L'application d'aciers à très haute limite d'écoulement présenterait encore des difficultés.

C'est pourquoi l'auteur a choisi, pour la mise en tension des ponts de grande portée, un autre chemin, qui est un développement de l'idée contenue dans la Patente DRP 535 440 et au moyen duquel on doit pouvoir exécuter la mise en tension avec l'acier St 52, en éliminant la chute de contrainte résultant de l'écoulement par viscosité et du retrait. Il est ainsi possible d'exécuter des poutres simples de béton armé jusqu'à 80 m de portée et des poutres continues avec ouvertures allant jusqu'à 150 m, tout en conservant les contraintes admissibles actuelles et en supprimant les contraintes de traction par flexion.

Avant de passer à la description de ces constructions avec précontraintes, il serait intéressant de considérer les portées réalisées jusqu'à ce jour. La portée limite des ponts en poutres pleines de béton armé se trouve actuellement à 30 m environ. Lorsque la portée croît, le poids propre croît très rapidement d'une part à cause de l'augmentation de la hauteur des poutres et d'autre part par suite de la largeur plus grande des âmes qui est nécessaire pour la mise en place des nombreux fers d'armature. Avec cet accroissement rapide du poids propre, on obtient très vite une limite jusqu'à laquelle le béton armé peut encore concurrencer les légers ponts métalliques. Par suite de la forte réduction des moments de flexion dans les poutres continues ou les poutres du système Gerber, il est possible d'atteindre des portées sensiblement plus grandes. La plus grande poutre continue exécutée jusqu'à ce jour, le pont sur le Rio de Peixe au Brésil, a une portée de 68 m. Aux points de vue constructif et statique il est toutefois possible d'atteindre des portées allant jusqu'à 100 m. Je me base sur le projet du Prof. Mörsch[4] pour le pont des Trois Roses à Bâle avec portées de $56 + 106 + 56$ m et du projet qui n'a pas été publié pour un pont-route sur la Süderelbe près de Hamburg avec portées de $64{,}5 + 103 + 102 + 103 + 64{,}5$ m, qui a été projeté par moi-même et présenté par les Maisons Dyckerhoff & Widmann, Wayss & Freytag, Christian et Nielsen. Le coût de ce pont en poutre de béton armé à grandes portées n'était pas beaucoup au-dessus du coût d'un pont métallique, mais cependant la différence était suffisante pour déterminer le choix de l'acier.

Une amélioration de la possibilité de concurrence des ponts en poutre de béton

[3] *Freyssinet:* Une révolution dans les techniques de Béton, Paris librairie de l'enseignement technique Leon, Eyrolles, Editeur, 1936.

[4] S. Beton und Eisen 1931, cahier 13, 14.

armé peut être réalisée par la mise en tension préalable qui permet une réduction appréciable du poids propre. La mise en tension préalable exige les conditions suivantes:

a) La chute de contrainte des fers de traction par suite du raccourcissement postérieur du béton, résultant du retrait et de l'écoulement pas viscosité doit être si possible complètement éliminée.

b) Il doit être possible de mesurer en tout temps les contraintes dans les ancrages mis sous tension et de les replacer exactement par une installation de remise en tension appropriée.

c) L'exécution de la mise en tension préalable doit pouvoir se faire par les moyens les plus simples et, en tenant compte de l'économie et de l'exécution simple et rapide, par des fers ronds.

d) Les contraintes de traction du béton doivent être complètement éliminées ou tout au moins réduites à tel point que toute fissure de l'épaisseur d'un cheveu soit exclue.

e) Les fers de tension doivent avoir une forme telle que par eux la plus grande partie du poids propre soit transmise aux appuis afin de soulager le béton de ses grandes contraintes de cisaillement, de telle sorte que l'on s'en tire, même dans les plus grandes portées, avec des âmes de 30 à 40 cm d'épaisseur.

f) La mise en tension doit se faire de telle façon que la section de béton armé soit utilisée si possible aux deux bords jusqu'à la contrainte maxima admissible, pour le poids propre et la charge utile.

g) Une solution plus complète que celle donnée sous f) se présente lorsque nous obtenons que dans le pont mis en tension préalable il ne se produise dans la poutre, sous l'effet du poids propre, que des forces de compression contrées, de telle sorte que la poutre agisse comme une barre chargée centriquement. Cela aurait l'avantage que l'on obtiendrait pour la poutre, sous l'effet du poids propre, des raccourcissements élastiques et plastiques, mais aucune déformation plastique, de telle sorte que, pour un tel pont, il ne se présenterait aucun fléchissement pour le poids propre. On n'aurait des fléchissements que pour la charge utile, mais ils sont de nature élastique, car la charge utile n'est pas une surcharge permanente.

Afin de remplir les conditions a) et b) nous devons, comme dans la patente DRP 535 440, sortir les fers principaux de la section de béton, car, dans ce cas seulement, nous sommes capables d'éliminer de nouveau la chute de tension, correspondant à la traction ou au cisaillement qui s'est produit, au moyen d'une nouvelle mise en tension des ancrages après une mesure des containtes.

Pour satisfaire à la condition c), la précontrainte doit se faire au moyen de forts fers ronds et non pas au moyen de profils soudés. Nous ne pouvons cependant pas maintenir ces fers ronds dans la position nécessaire, mais nous possédons aujourd'hui dans la soudure à résistance un moyen tout-à-fait suffisant pour préparer sur le chantier même des fers ronds d'une longueur quelconque. La soudure à résistance est sans doute la plus satisfaisante et lorsqu'après le soudage lui-même on chauffe l'endroit du joint jusqu'au rouge, sur une certaine longueur, on peut facilement refouler l'endroit de la soudure, afin

d'agrandir la section du joint. En même temps on peut éliminer aussi les contraintes propres qui se produisent lors du soudage, par suite de la forte chute de température.

Pour remplir les conditions d) et g), les ancrages doivent être disposés en forme de contre-fiches. La forme du système à contre-fiches doit autant que possible être adapté à la courbe des moments pour le poids propre. Lorsque l'on dispose la section de béton armé d'une façon intelligente, on peut obtenir que pour la charge utile, conformément à la condition f), il existe des contraintes semblables dans les bords ou que, d'après la condition g), les moments et les efforts tranchants résultant du poids propre soient complètement éliminés, de telle sorte que la poutre mise en tension préalable agisse, pour le poids propre, comme une colonne chargée centriquement. Nous voulons montrer maintenant la mise en application de ces idées sur deux exemples de ponts en poutre avec très grandes portées.

1) Pont système Gerber avec portées de 98,5 + 110 + 125 + 110 + 98,5.

Le pont est représenté à la fig. 2. Toutes les poutres simples ont une portée de 70,0 m. Les poutres avec encorbellements ont par contre une portée de 110 m avec porte à faux de 27,5 m, de telle sorte que l'on obtient pour la travée médiane une portée de 125 m. La hauteur des poutres est, d'une façon continue, de 5 m. Le rapport de la hauteur de la poutre à la portée est donc de 1/25 pour la travée médiane et de 1/22 pour les poutres avec encorbellements. Par rapport aux ponts métalliques, la hauteur des poutres est extraordinairement faible et, malgré l'élancement très grand, les fléchissements résultant de la charge utile restent dans les limites admises. Pour le calcul, on prit comme base un pont-route de 1ère classe avec chaussée large de 8,5 m et deux trottoirs de 2,0 m de largeur chacun. Le poids propre des poutres suspendues se montait à 29,65 t/m, y compris les entretoises nécessaires et le poids des fers de traction placés hors de la section de béton; pour les poutres avec encorbellements par contre, le poids était de 35,10 t/m car on a tenu compte des moments variables dûs à la charge utile, qui ont exigé la disposition d'une dalle de compression inférieure. La charge utile constante de la poutre suspendue se monte, d'après les prescriptions allemandes, à $p_1 = 5{,}87$ t/m. A cela s'ajoutent encore les charges concentrées, constituées par un rouleau compresseur de 24 t et par deux camions de 12 t. De là on peut calculer, après soustraction de la charge utile permanente, une charge de substitution de $P_1 = 27{,}5$ t. Pour les poutres avec encorbellements, de 110 m d'ouverture on obtient, pour les valeurs correspondantes, $p_2 = 5{,}52$ t/m et $P_2 = 29{,}7$ t. Pour les porte-à-faux pour lesquels, d'après les prescriptions allemandes, la portée totale de 125 m est déterminante, on obtient $p_3 = 5{,}4$ t/m et $P_3 = 30{,}0$ t.

Pour simplifier le calcul nous supposons, contrairement aux prescriptions, que pour la détermination des moments négatifs de la poutre avec encorbellements, la charge concentrée P peut agir en même temps aux deux extrémités. Les moments résultant du poids propre et de la charge utile, engendrés par cette surcharge, sont rassemblés au Tableau 1 et reportés à la fig. 3, à savoir: du côté gauche les moments du poids propre et du côté droit les moments de la charge utile ainsi que les moments extrêmes M_{max} et M_{min}.

Fig. 2

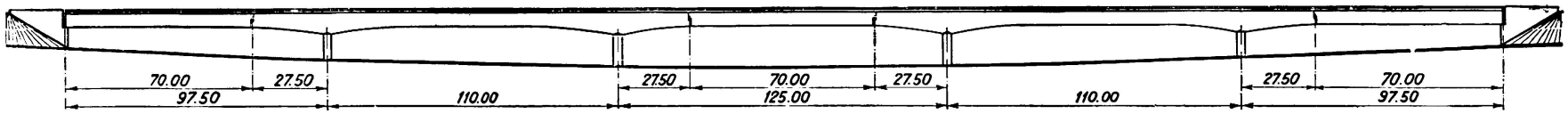


Fig. 3

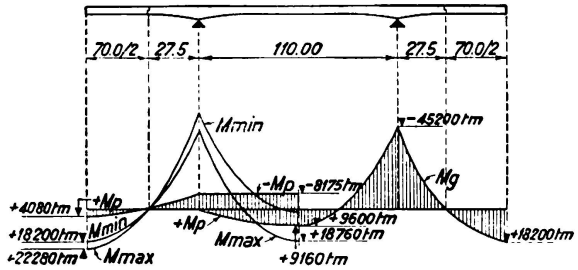


Fig. 4

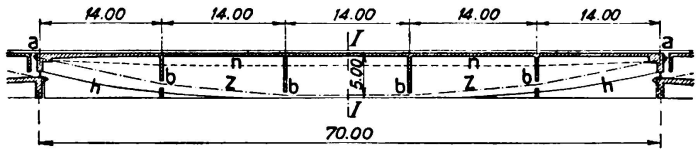


Fig. 7

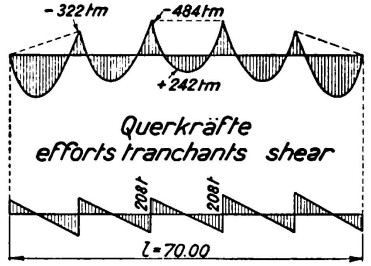


Fig. 5

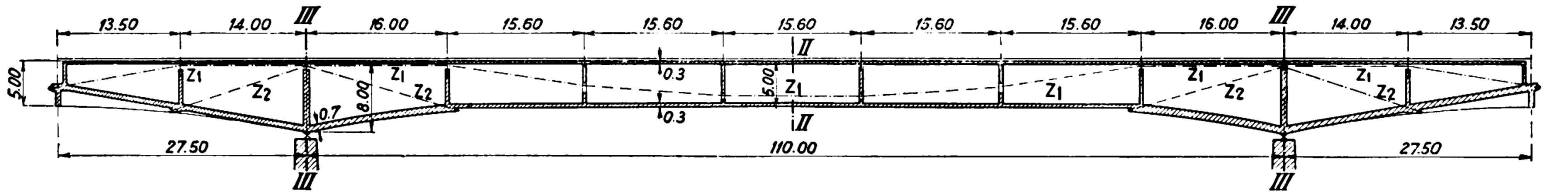


Fig. 6c III-III

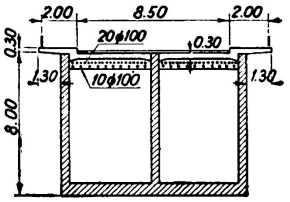


Fig. 6a I-I

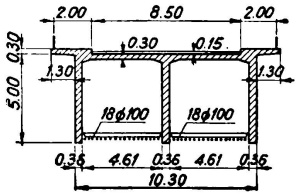


Fig. 6b II-II

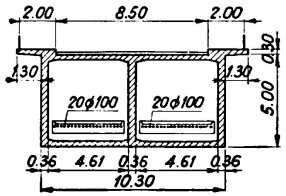


Fig. 10

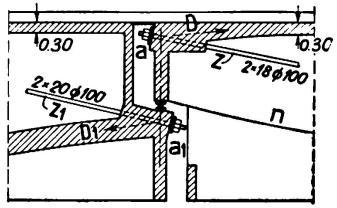


Fig. 2. Pont système Gerber mis en tension préalable.
Fig. 3. Représentation des moments du poids propre et de la charge utile.
Fig. 4. Coupe en long de la poutre suspendue.
Fig. 5. Coupe en long de la poutre avec encorbellements.

Fig. 6. 6a. Section I—I, de la poutre suspendue.
6b. Section II—II de la poutre avec encorbellements.
6c. Section III—III de la poutre avec encorbellements.
Fig. 7. Moments et efforts tranchants pour le poids propre après la mise en tension préalable.
Fig. 8. Disposition des articulations.

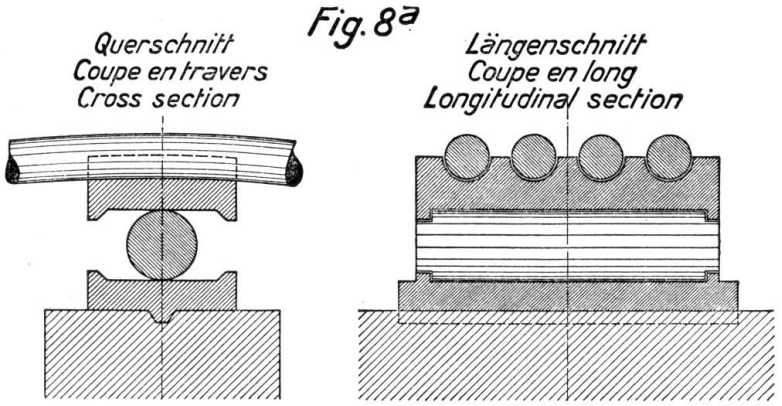
Tableau 1.

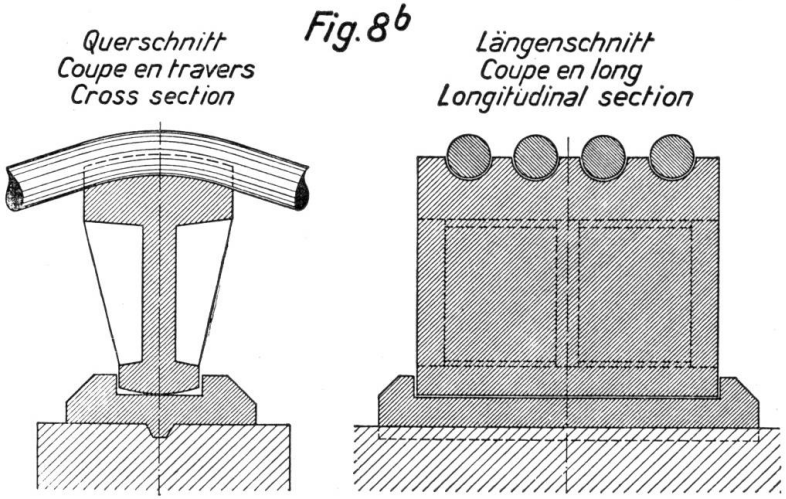
	M_g	$+ M_p$	$- M_p$	M_{max}	M_{min}	
milieu de la poutre suspendue	+ 18200	+ 4080	—	+ 18280	+ 18200	tm
milieu de la poutre avec encorbellements	+ 9600	+ 9160	− 8075	+ 18760	+ 1525	tm
au droit des piles	− 45200	—	− 8075	− 45200	− 53275	tm

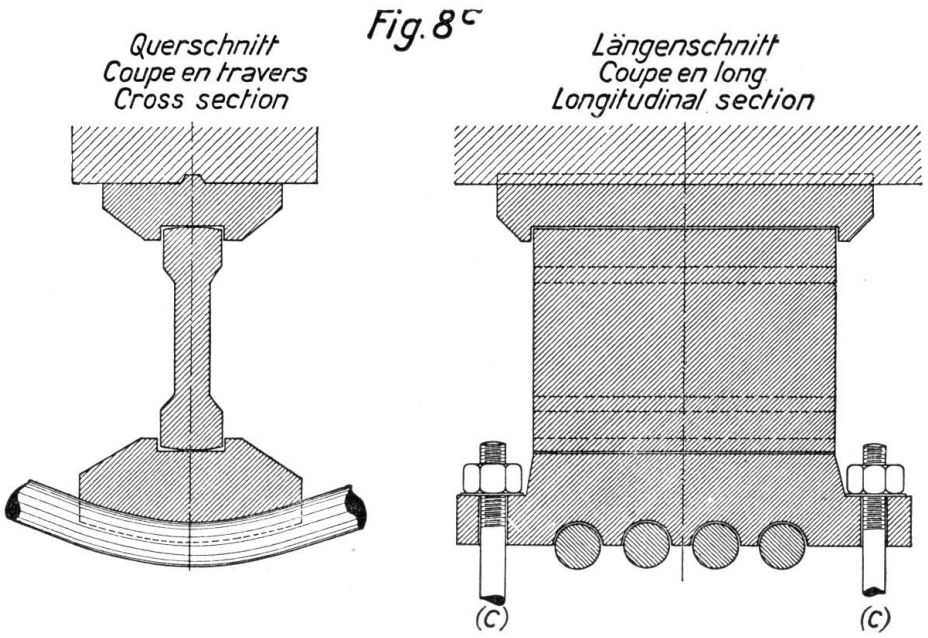
Dans les fig. 4 et 5 on a représenté les poutres suspendues et les poutres avec encorbellements, avec les ancrages de traction placés hors de la section de béton, entre les deux parois. Les fig. 6a à 6c montrent la conformation de la section au milieu de la poutre suspendue, au milieu de la poutre avec encorbellements et au milieu de l'appui. Nous parlons d'abord de l'influence de la précontrainte sur le poids propre.

a) Les efforts internes sous l'effet du poids propre.

Dans les poutres suspendues, la membrure tendue est constituée de 36 ∅ 100 mm = 2820 cm². Les fers de la membrure tendue sont ancrés aux extrémités de la poutre suspendue (a), dans la dalle renforcée du tablier. Les ordonnées de la membrure tendue ont été déterminées de telle sorte que tout le poids propre soit transmis par la membrure aux appuis et pour cela la poutre de béton armé est appuyée aux brisures de la membrure tendue au moyen d'appuis à rouleaux ou de balanciers. Par conséquent la poutre de béton armé n'est plus libre sur 70 m pour le poids propre mais seulement encore sur la distance de deux entretoises, qui sont disposées tous les 14 m; la poutre est ainsi continue sur 5 travées. Les moments du poids propre sont ainsi réduits à 1 40 et les efforts tranchants sont réduits au 1/5 environ (cf. fig 7). La mise en tension de la membrure de suspension se fait au moyen de vérins hydrauliques. Ces derniers peuvent être placés aux points d'ancrage (a) pour tirer, suivant leur longueur, les fers qui, ainsi que nous l'avons déjà dit, doivent être appuyés aux entretoises et mobiles dans le sens longitudinal, ou bien les vérins peuvent être appliqués aux pliures de la membrure de suspension (b). Dans le dernier cas la mise en tension se fait en déplaçant vers le bas ces pliures, au moyen des vérins, d'une valeur qui correspond à l'allongement des ancrages de traction. Ce genre de mise en tension n'entre en ligne de compte, pour des raisons pratiques, que pour la poutre suspendue, c'est-à-dire pour la poutre simple. Pour les poutres avec encorbellements, la traction dans le sens longitudinal est beaucoup plus appropriée. A la fig. 8 on a représenté les appuis mobiles de la membrure de suspension, fixés aux entretoises; la fig. 8a représente un appui à rouleau. la fig 8b un appui à balancier et la fig. 8c un appui à balancier avec balancier interchangeable, pour le cas où la mise en tension se fait non pas dans le sens des fers de traction, mais perpendiculiaurement à ces fers, par agrandissement de la distance aux entretoises. Le déplacement des pliures des fers de suspension se fait au moyen des tirants (c) de la fig. 8c et avec des presses hydrauliques; les presses sont appuyées sur la poutre de béton armé au moyen de profilés en I. A la fig. 9 est représentée l'installation de traction des fers ronds, sous forme d'une presse hydraulique circulaire.







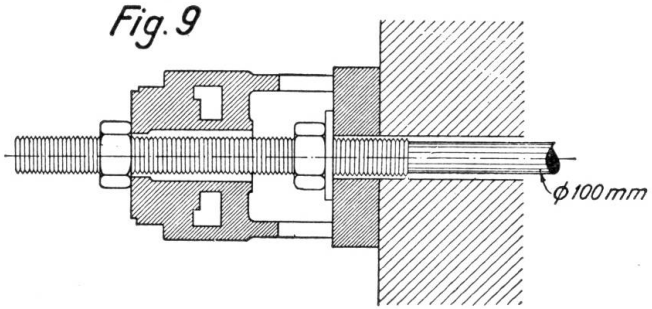


Fig. 8. 8a. Appui à rouleau pour la membrure de suspension.
8b. Appui à balancier pour la membrure de suspension.
8c. Appui à balancier pour la membrure de suspension avec balancier interchangeable.
Fig. 9. Installation de mise en tension.

En même temps que l'on procède à la mise en tension des fers de suspension, on décoffre le pont. En réalité le processus est inverse car, par la mise en tension des fers d'ancrage, le poids propre est transmis du coffrage au système à contre-fiches, ce qui décharge le coffrage. Un abaissement de l'échafaudage n'est nécessaire que pour compenser l'allongement du bois sous l'effet de la décharge. Pour que le poids propre du pont soit transmis à la membrure de suspension, il faut tendre les fers jusqu'à 1900 kg/cm² ce qui donne à la poutre de béton armé une précontrainte de compression de l'ordre de 5350 t. Comme l'ancrage de la membrure de suspension se fait dans la dalle du tablier, renforcée dans ce but, l'axe neutre doit se trouver très haut pour éviter une trop grande excentricité de la force de compression. Pour l'obtenir, la partie de la nervure centrale est coupée suivant la fig. 4 et les parties inférieures des parois extérieures sont éliminées de la collaboration statique par des joints transversaux. Les surfaces des parois sont donc statiquement exclues au-dessous de la ligne (h) de la fig. 4. Mais même si l'on ne faisait pas cela, cette partie des parois ne collaborerait pas car, d'après la théorie exacte des disques, la loi des sections planes ne pourrait exister aux environs du point d'application de la force de compression. On réalise des conditions statiques plus nettes lorsque l'on élimine par des joints transversaux la collaboration de ces parties inférieures des parois. La poutre suspendue a ainsi la forme statique d'une poutre en forme de poisson. Ainsi on obtient que la poutre ne soit sollicitée que par des forces de compression centrées sous l'effet du poids propre. La position de l'axe neutre est représentée à la fig 4 (n). Nous voyons que la distance de la membrure de suspension (Z) à l'axe neutre est proportionnelle aux moments du poids propre et l'on a ainsi pour la poutre, ainsi que nous l'avons déjà dit, que des forces de compression centrées. Pour donner à la section sur appui avec ses gros moments négatifs un grand bras de levier des forces internes, on a supprimé la collaboration de la dalle du tablier par des joints transversaux. Statiquement la dalle du tablier ne collabore donc pas, ces parties de la section sont représentées à la fig. 6c comme non hachurées.

A la fig. 10 nous avons représenté l'articulation. Au moyen de la membrure de suspension (Z) le poids propre de la poutre suspendue est transmis aux appuis de l'encorbellement. Cette réaction d'appui se décompose de nouveau en une force de compression et une force de traction. La force de compression est supportée par la plaque de béton de 60 cm d'épaisseur du porte-à-faux, la force de traction par contre, par le système à contre-fiches (Z_1). La membrure de suspension (Z_1) se compose de $40 \varnothing 100\,\text{mm} = 3140\ \text{cm}^2$ et elle s'étend sur toute la longueur de la poutre avec encorbellements de $110 + 2.27{,}5 = 165$ m. Cette membrure n'est pas suffisamment résistante par elle-même pour transmettre aux appuis le moment total résultant du poids propre de l'ordre de 45 200 tm. C'est pourquoi on a introduit aux endroits des plus gros moments négatifs et sur une longueur de 30 m une membrure auxiliaire (Z_2), composée de $20 \varnothing 100\ \text{mm} = 1570\ \text{cm}^2$. La membrure principale (Z_1) ne transmet les charges que jusqu'aux entretoises voisines des appuis, ces entretoises transmettent les charges à la membrure auxiliare (Z_2) qui elle-même transmet les charges à l'appui. Comme la membrure auxiliaire est de la moitié plus faible que la membrure principale, son obliquité a été choisie plus grande afin qu'elle puisse transmettre les charges verticales de la membrure (Z_1).

b) Les efforts internes résultant de la charge utile.

Comme la poutre de béton armé soumise à une précontrainte et libérée des contraintes de traction par flexion ne présente que de petits fléchissements sous la charge utile, elle possède une beaucoup plus grande rigidité du système suspendu. Il n'en résulte dans la membrure (Z) de la poutre suspendue qu'un cisaillement de 411 t sous la charge utile. Du moment total résultant de la charge utile et de l'ordre de 4080 tm, 1400 tm seulement seront supportés par le système formé par la poutre de béton armé et la membrure de traction et tout le reste, 2680 tm seront supportés par la poutre seule. Ainsi donc 65,5% reviennent à la poutre et 34,5% au système à contre-fiches. Dans les poutres avec encorbellements, la fraction qui revient au système à contre-fiches est encore plus faible. Cela, parce que le système à contre-fiches coupe plusieurs fois l'axe neutre et par conséquent est beaucoup moins influencé par le fléchissement de la poutre. Ces considérations nous montrent que les charges utiles doivent être principalement supportées par la poutre mise en tension préalable. La poutre de béton armé est très bien appropriée car, par suite des grosses précontraintes de compression, elle est capable de supporter les moments de la charge utile sans contraintes de traction par flexion, par seule réduction des précontraintes de compression. Comme dans la poutre avec encorbellements les moments positifs et négatifs sont presque d'égale grandeur au milieu de la poutre, il faudrait aussi prévoir ici une plaque inférieure de compression de même épaisseur que la dalle du tablier. Au moyen de la mise en tension préalable, par un système à contre-fiches, le problème du pont en poutre de béton armé sans contraintes de traction par flexion est résolu.

d) Les influences de l'écoulement par viscosité et du retrait.

Par l'influence des variations différentes de température de la poutre et de la membrure de suspension on obtient des moments de flexion additionnels, par suite de l'allongement ou du raccourcissement relatif de la membrure de suspension par rapport à la poutre. Comme les membrures se trouvent à l'intérieur de la poutre, ces différences de température sont faibles. D'après les prescriptions allemandes, nous avons tenu compte d'une variation de température de $\pm 5^0$. Les influences qui en résultent sur les contraintes du béton et du fer sont données au tableau 2.

d) Les influence de l'écoulement par viscosité et du retrait.

La mise en tension préalable de la membrure tendue pour la transmission du poids propre engendre dans la poutre de béton armé des précontraintes de compression allant jusqu'à 50 kg/cm^2. Sous l'effet de ces contraintes de compression on obtient un raccourcissement élastique du béton qui est cependant sans influence sur la précontrainte, car nous pouvons en tenir compte lors de la mise en tension, par un raccourcissement correspondant des fers de tension. Par contre les raccourcissements de la poutre de béton armé par suite de l'écoulement par viscosité et du retrait exigent des mesures spéciales, car ces influences n'apparaissent qu'après le décoffrage, c'est-à-dire après la mise en tension des ancrages et engendrent une chute de tension importante dans les fers

précontraints. Ces raccourcissements du béton s'étendent sur un temps relativement long, spécialement lorsqu'il s'agit de mélanges maigres ou de mélanges avec faible module de finesse. Les modules d'écoulement par viscosité sont aussi fortement dépendants de l'âge du béton lors de la mise en tension par le décoffrage et de l'humidité relative de l'air. Cette chute de tension entraîne un déplacement partiel du poids propre du système à contre-fiches à la poutre de béton armé. On réduira évidemment cette influence préjudiciable en faisant en sorte que le module d'écoulement par viscosité du béton soit aussi faible que possible. On obtient cela par des mélanges gras, par une bonne composition granulométrique, par un temps de durcissement avant le décoffrage aussi long que possible, par l'emploi de ciments à haute résistance et par une irrigation intensive et longue du béton. (Cf. aussi les propositions de Freyssinet sous 2.)

Malgré ces mesures il restera toujours un retrait et un écoulement par viscosité importants pour la chute de tension de la membrure de suspension. Par exemple on obtient pour un module de retrait et d'écoulement par viscosité de $40 \cdot 10^{-5}$ après le décoffrage, une chute de tension dans les fers de traction de la poutre suspendue de 430 kg/cm² et dans les fers de la poutre avec encorbellements d'environ 700 kg/cm². Pour une précontrainte de 2000 kg/cm² dans les membrures tendues, cela signifierait que $^1/_3$ à $^1/_5$ du poids propre total serait transmis des membrures de suspension à la poutre de béton armé. On pourrait proposer de choisir une précontrainte plus élevée lors du décoffrage. On engendrerait alors des moments opposés dans la poutre du béton armé. Ces mesures ne conduisent donc pas du tout au but poursuivi. Même si la poutre de béton armé supportait ces sollicitations, on obtiendrait une déformation plastique par suite de ces moments importants. Le vrai moyen est de disposer ces installations de mise en tension préalable de telle sorte que l'on puisse de nouveau les faire entrer en action d'une façon correspondante au raccourcissement de la poutre, engendré par le retrait et l'écoulement par viscosité, dans le but d'éliminer de nouveau la chute de tension qui s'est produite et d'amener de nouveau la précontrainte à la grandeur calculée. Le mesurage des précontraintes peut se faire de différentes façons. Nous pouvons mesurer ces forces:

1) par des presses hydrauliques jaugées,
2) par des tensomètres appliqués directement aux fers de traction,
3) par mesure du fléchissement de la membrure tendue, libre entre les pliures.

Comme dans notre projet nous avons disposé la membrure tendue et la section de telle sorte qu'il ne se produise dans la poutre que des forces de compression centrées sous le poids propre pour qu'après le décoffrage de la poutre de béton armé il ne se présente aucun fléchissement, nous avons à notre disposition une quatrième méthode pour régler les tensions de la membrure tendue.

4) Dès que la poutre de béton armé présente, par suite du retrait et de l'écoulement par viscosité, un certain fléchissement, par ex. 1 cm, c'est le signe d'une certaine chute de tension qui est liée avec les moments de flexion dans la poutre. Nous éliminons ces fléchissements en mettant de nouveau en activité les vérins hydrauliques; nous ne levons plus maintenant la poutre que jusqu'à l'axe neutre, mais plus haut, jusqu'à ce qu'elle présente un fléchissement

négatif de 1 cm. Avec le temps la poutre s'abaissera de nouveau par suite du retrait et de l'écoulement par viscosité, nous répéterons la mise en tension postérieure à des espaces de temps toujours plus grands, jusqu'à ce que le retrait et l'écoulement par viscosité soient complètement éliminés. Cette oscillation continue du fléchissement autour de l'axe neutre fera que la poutre de béton armé ne présentera qu'un raccourcissement plastique, mais aucune déformation plastique de telle sorte que, du fléchissement de la poutre de béton armé elle-même, on pourra toujours déduire la grandeur des forces qui agissent dans les membrures tendues. Dans la position de l'axe neutre la contrainte effective des fers correspond à la contrainte calculée.

Dans les poutres avec encorbellements, les vérins hydrauliques peuvent rester aux points de mise en tension (a_1) sur le pont en service de telle sorte que la chute de tension peut être éliminée en tout temps correspondamment à un retrait et un écoulement par viscosité. Dans les poutres suspendues par contre, les points de mise en tension (a) sont placés trop haut, c'est pourquoi les mises en tension antérieures et postérieures doivent se faire aux pliures de la membrure tendue (b), par agrandissement de la distance aux entretoises et par allongement du balancier interchangeable (fig. 8c). Dans l'exemple 2, d'une poutre continue, nous montrerons encore un autre chemin pour la remise en tension, qui permet d'exécuter la remise en tension par traction longitudinale sans aucune interruption de trafic. Dans le tableau 2 qui suit, sont données les contraintes du béton pour les sections I, II, III, où se produisent les plus grands moments de flexion.

Tableau 2.

	Section I		Section II		Section III	
	σ_o	σ_u	σ_o	σ_u	σ_o	σ_u
Poids propre	− 51,3	− 51,0	− 46,7	− 46,7	− 53,5	− 53,5
Charge utile + M_p . .	− 19,0	+ 26,7	− 42,3	+ 43,6	− 2,4	+ 0,3
− M_p . .	—	—	+ 37,2	− 39,8	+ 36,4	− 16,3
Température	± 1,3	+ 7,4	± 0,1	± 3,6	± 10,1	± 1,6
σ_{max} } pour charge utile	− 50,0	− 16,9	− 9,4	+ 0,5	− 7,0	− 51,6
σ_{min} } simple	− 71,6	− 58,4	− 89,1	− 90,1	− 66,0	− 71,4
σ_{max} } pour charge utile	− 50,0	+ 9,8	+ 27,7	+ 44,1	+ 29,4	− 51,3
σ_{min} } double	− 90,6	− 58,4	− 131,4	− 129,9	− 68,4	− 88,7

Pour la charge utile simple on n'obtient aucune contrainte de traction dans le béton à la section II si l'on néglige la valeur insignifiante de + 0,5 kg/cm². Ce n'est que pour la charge utile double qu'il se produit dans la poutre de béton armé de telles contraintes de traction par flexion de telle sorte qu'il se produit des fissures de l'épaisseur d'un cheveu. L'armature de la section de béton armé elle-même est à dimensionner pour que les fers puissent supporter les forces de traction qui résultent de la charge utile double. De cette façon la résistance de la construction de béton armé n'est de loin pas détruite. Avec l'apparition des fissures fines il se produit une réduction importante des

moments d'inertie et du module d'élasticité du béton armé et la charge utile sera de plus en plus supportée par la construction à contre-fiches tandis que la poutre de béton armé sera déchargée. La rupture se produira lorsque les fers du système à contre-fiches, de la même façon que les armatures de la poutre, auront atteint la limite d'écoulement, respectivement la limite de rupture. Si l'on part de la limite d'écoulement, le calcul montre que la poutre suspendue n'est entraînée à la rupture que pour 8 fois et la poutre avec encorbellements pour 5 fois la charge utile. La sécurité des ponts soumis à une précontrainte est donc très grande:

a) car les fers tendus ne sont utilisés qu'à 2100 kg/cm², y compris les forces additionnelles, tandis que 2400 kg/cm² sont admissible. Les forces additionnelles résultant du vent et du freinage seront prises pour de très faibles contraintes de la section de béton armé.

b) Quoiqu'il ne se produise aucune contrainte de traction par flexion sous la charge utile simple nous avons cependant prévu, pour des raisons de sécurité, de très fortes armatures dans la poutre, ce qui relève la sécurité à la rupture.

c) Le poids propre de ces ponts massifs est plus élevé que celui des ponts métalliques et ils sont par conséquent beaucoup moins sensibles à un accroissement des charges utiles.

Il est encore intéressant de connaître les fléchissements qui résultent, dans ces ponts très élancés, de la charge utile. Pour la poutre suspendue avec portée de $l = 70$ m on a calculé un fléchissement de 1/3160. Pour la poutre avec encorbellements, sensiblement plus élancée, avec portée $l = 110$ m le fléchissement est de 1/1100 et pour la travée centrale de grande portée, $l = 125$ m, le fléchissement est de 1/1000.

Il aurait été plus économique, et avant tout statiquement plus avantageux, de choisir un rapport d'élancement plus faible pour la poutre avec encorbellements, par exemple de 1/20 environ, ce qui correspondrait à une poutre de 5,50 m de hauteur. On réduirait ainsi le fléchissement de la poutre avec encorbellements et de la travée médiane de 125 m jusqu'à environ 1/1500. On aurait obtenu en même temps pour les sections du tableau 2 des variations beaucoup moins grandes dans les contraintes résultant de la charge utile, de telle sorte que l'on aurait encore pour la charge utile double une sécurité suffisante par rapport à la fissuration.

La protection des fers de suspension contre la rouille peut être réalisée de la façon la plus simple par un enduit d'asphalte et un recouvrement des fers par du jute. Mais on peut aussi enrober les fers sous la forme d'une plaque qui n'est reliée à la construction de béton armé qu'aux endroits d'ancrage et qui pour le reste, en tant que membrure de suspension, est libre entre les pliures. Le bétonnage se fera de préférence après la mise en charge du pont, pour éviter qu'il ne se produise des contraintes de traction dans la dalle de béton armé par suite du retrait. Lorsque tout le retrait et tout l'écoulement par viscosité sont terminés on peut bétonner les fers de traction, de telle sorte que la nouvelle dalle de béton armé soit fixée aux parois. On obtient ainsi une construction de béton armé monolithique qui présente à l'égard de la charge utile un mode d'agir différent de la construction à contre-fiches qui doit être prise en considération dans le calcul.

2) Pont en poutre continue avec portées de 100 + 150 + 100 m (fig. 11).

Pour le calcul nous choisissons la même section que dans l'exemple 1 et, pour la travée médiane de 150 m de portée, la même hauteur de poutre de 5,0 m. Pour les travées extrêmes, qui sont très défavorablement sollicitées, nous admettons par contre une hauteur de poutre de 6,25 m. Le moment d'inertie fortement plus grand des ouvertures latérales produit une forte décharge de la travée centrale. Les moments du poids propre et de la charge utile que l'on obtient pour une poutre continue ordinaire sont donnés à la fig 12. En plus des moments d'encastrement extérieurement hyperstatiques de la poutre continue on a maintenant encore les forces intérieurement hyperstatiques de la membrure de traction. Afin de ne pas compliquer le calcul d'une part et d'autre part afin d'obtenir des effets statiques simples, nous devons limiter autant que possible le nombre des contre-fiches. En partant de cette considération ainsi que d'autres, nous voyons qu'il est nécessaire d'avoir une contre-fiches s'étendant sur toute la longueur de la poutre, ancrée aux extrémités de la poutre et disposée de telle façon qu'elle soit capable de transmettre aux appuis la totalité du poids propre. De même que dans le premier exemple, la contre-fiches doit être appuyée sur toute la longueur de la poutre aux entretoises et rendue mobile au moyen de rouleaux ou de balanciers. Sa forme doit être déterminée de telle sorte que sa distance de l'axe neutre de la poutre soit proportionnelle aux moments du poids propre.

Par suite de la grande différence entre les moments du poids propre, sur les appuis et en travée, on obtient pour la section sur appui une beaucoup plus grande hauteur de la poutre (fig. 13a). C'est pourquoi, pour des raisons pratiques, il faut abandonner le principe de la contre-fiches simple s'étendant sur toute la longueur de la poutre et disposer une contre-fiches auxiliaire (Z_2) à l'endroit du plus grand moment négatif (fig. 13b). La force de cette contre-fiches est à déterminer de façon à obtenir $M_g = Z_1 f_1 + Z_2 f_2$ de telle sorte que, de nouveau, tout le poids propre soit supporté par la membrure de suspension. Comme le montre la fig. 13, on a, dans ce genre de mise en tension, une combinaison de membrures de suspension et de contre-fiches, car, non seulement la membrure de suspension est courbe, mais aussi la poutre agissant comme membrure de compression est incurvée par rapport à son axe neutre. Par la mise en tension suivant les fig. 13a et 13b nous avons obtenu qu'il ne se produise dans la poutre continue que des forces de compression centrées pour le poids propre, si l'on néglige les faibles moments de flexion pour la transmission des charges d'une entretoise à l'autre. C'est de cette façon que l'on a exécuté la construction du pont continu et que l'on a donné la forme du système de suspension d'après la fig. 14. Les sections au milieu des travées sont représentées aux fig. 15a et 15c et la section sur appui est donnée à la fig. 15b.

Comme la contre-fiches Z_1 s'étend sur toute la longueur de la poutre, on a ainsi de très longs fers ronds, que l'on peut confectionner, par soudage sur place, sans difficulté mais qui sont difficiles à placer par suite de leur grand poids. On peut recommander de joindre ces fers très longs, d'après la fig. 6, à un ou plusieurs balanciers d'acier. Ce mode de joint n'influence pas les

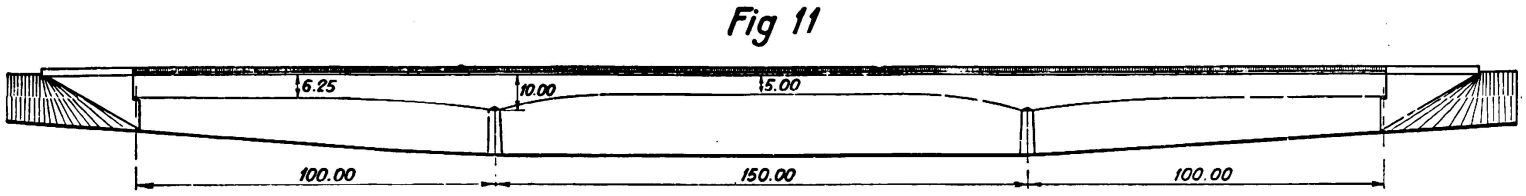
forces dans les membrures. Comme les joints peuvent se trouver à l'intérieur de la poutre de béton armé, les vérins hydrauliques doivent rester en place aussi longtemps que le retrait et l'écoulement par viscosité peuvent se produire et que la dernière mise en tension a été exécutée. Même pour le cas du pont continu, l'influence de la charge utile sur les contraintes de la membrure de suspension continue est faible, car cette membrure recoupe plusieurs fois l'axe neutre. Il en est de même pour la membrure auxilaire (Z_2) car, sous la charge utile, il ne peut presque pas se produire dans la poutre de béton armé des déformations sur cette courte distance, spécialement si l'on tient compte des très fortes voûtes. Pour la membrure de suspension (Z_1), 40 ∅ 100 mm étaient nécessaires et pour la membrure auxiliaire 20 ∅ 100 mm. Malgré les portées beaucoup plus grandes de l'exemple 2, on pouvait s'en tirer avec les mêmes sections de fer. La raison en est l'influence favorable de la continuité. Pour obtenir une position plus basse de l'axe neutre, et par conséquent un bras de levier plus favorable, dans le domaine des moments négatifs pour les membrures de suspension, spécialement aux sections sur appuis, il était nécessaire, comme dans le premier exemple, d'exclure la collaboration de la dalle du tablier par des joints transversaux, à savoir dans la région de l'entretoise 6 à l'entretoise 10. Sur cette distance, la dalle du tablier sera exécutée conformément à la fig. 17. La transition à l'exclusion complète de la dalle du tablier doit évidemment être progressive. On peut l'obtenir de la façon la plus simple par une graduation des joints transversaux.

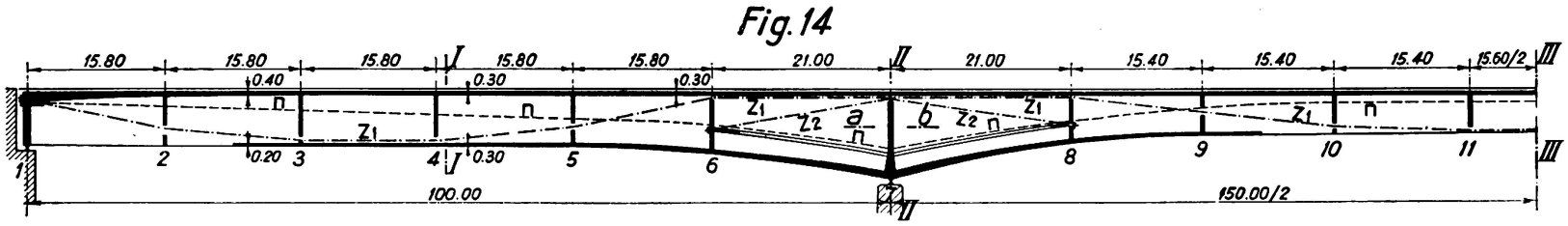
Contrairement à ce que l'on a dans la poutre Gerber, la membrure auxiliaire (Z_2) n'est pas ancrée, dans le cas de la poutre continue, dans la dalle inférieure de compression, mais aux environs de l'axe neutre dans une plaque intermédiaire (fig. 18), ce qui permet d'éliminer toute contrainte secondaire résultant de l'excentricité de l'application de la force. Cette solution présente aussi l'avantage de donner un renforcement intermédiaire aux hautes parois de la section sur appui. Vers les appuis, la force de cette dalle est doucement transmise dans les parois, c'est pourquoi, d'après la fig. 18, la plaque peut devenir plus étroite vers les appuis. Les contraintes maxima dans les deux membrures de traction se montent de nouveau à environ 2100 kg/cm². Les contraintes que l'on obtient dans le béton aux sections 4,7 et 12 sont données dans le tableau 3.

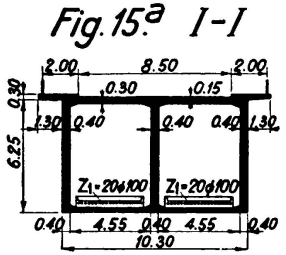
Tableau 3.

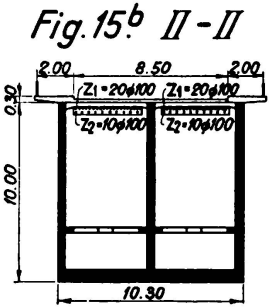
	Section 4		Section 7		Section 12	
	σ_o	σ_u	σ_o	σ_u	σ_o	σ_u
Poids propre	− 43,5	+ 43,5	− 62,0	− 62,0	− 57,0	− 57,0
Charge utile + M_p . .	− 22,9	+ 23,4	+ 28,5	− 18,0	− 27,5	+ 47,5
M_p . .	+ 19,9	− 24,5	− 5,2	+ 3,9	+ 6,7	− 14,8
Température	± 0,7	± 4,0	± 4,3	± 1,7	± 2,1	± 10,1
σ_{max}	− 22,9	− 16,9	− 29,2	− 56,4	− 48,5	+ 0,6
σ_{min}	− 67,1	− 72,0	− 71,5	− 81,7	− 86,0	− 81,9

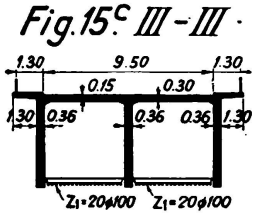
Ainsi que l'on peut le voir sur les tableaux 2 et 3, la répartition des contraintes dans ces ponts mis en tension préalable est la même que celle des

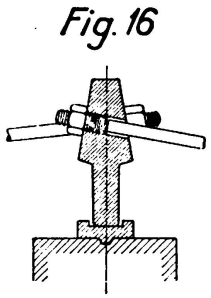


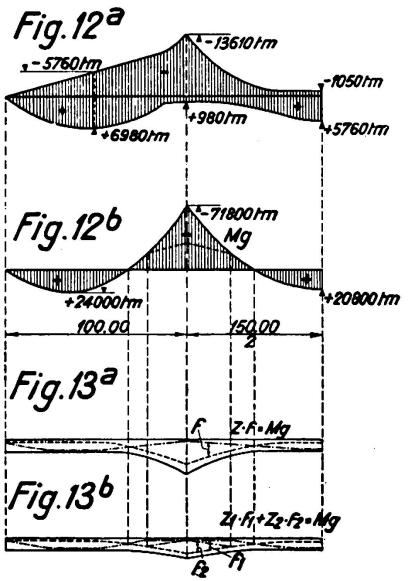


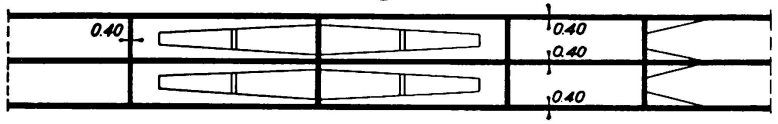












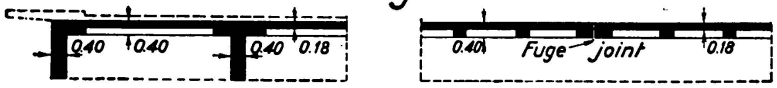


Fig. 11. Pont en poutre continue, mis en tension préalable.
Fig. 12. 12a. Moments de la charge utile.
12b. Moments du poids popre.
Fig. 14. Coupe en long.
Fig. 15. 15a. Section I—I.
15b. Section II—II sur l'appui. 15c. Section III—III.
Fig. 17. Disposition de la dalle du tablier dans la région des moments négatifs du poids propre.
Fig. 18. Plaque intermédiaire pour l'ancrage de la membrure auxiliaire Z_2 (section a—b).

ponts en arc. Dans ce cas, les contraintes le compression résultant de la force de voûte sont dépassées par la flexion résultant de la charge utile de la température et du retrait. Dans les ponts en poutre précontraints, la force de voûte sera remplacée par une compression artificielle engendrée par des vérins hydrauliques au moyen des contre-fiches. La seule différence entre les deux systèmes consiste en ce que les ponts en poutre précontraints possèdent une plus grande sécurité vis-à-vis d'un accroissement de la charge utile. Des arcs avec grande fléche ont, envers un accroissement de la charge utile, une sécurité $n = 2{,}5$ environ. Dans les ponts surbaissés, cette valeur se trouve entre $n = 3$ pour les voûtes massives et $n = 6$ pour les arcs creux fortement armés. Dans les ponts mis préalablement en tension, cette sécurité est plus grande, car la membrure de suspension vient d'autant plus à l'aide de la poutre sollicitée à la flexion que l'on se rapproche de la rupture. Cela est aussi valable pour les sections avec moments de la charge utile variables, sections dans lesquelles par exemple, pour les moments de la charge utile, la membrure de suspension se trouve du côté opposé de l'axe neutre. A la rupture, l'axe neutre se rapprochera fortement du bord de telle sorte que la membrure de suspension perdra son bras de levier par rapport à l'axe neutre. Le moment négatif se produisant pour n fois la charge utile sera supprimée par les moments du poids propre, car ceux-ci ne peuvent plus être supportés par la membrure de suspension.

Si l'on compare le système des ponts mis préalablement sous tension avec les arcs dont nous avons parlé au début, on constate une similitude surprenante dans la manière d'agir. Dans les ponts en arc la précontrainte permet de supprimer les moments de flexion pour le poids propre et cela est une conséquence du fait que l'on a obtenu, par le raccourcissement du tirant et des barres de suspension, que le système chargé de son propre poids soit après le décoffrage géométriquement semblable au système originel. Le système n'est que plus petit conformément au raccourcissement engendré par les contraintes de compression. Nous avons obtenu le même résultat dans les paragraphes précédents pour des ponts en poutre. Sous le poids propre on n'obtenait aucune déformation de la poutre, de même, après le décoffrage, la poutre ne modifie pas sa forme car elle n'est sollicitée que par des forces de compression centrées, comme dans les ponts en arc. Il ne se produit qu'un raccourcissement de l'axe de la poutre, par suite de sa compression centrée et par suite du retrait et de l'écoulement par viscosité.

Nous avons ainsi trouvé le principe fondamental qui est déterminant pour la mise en tension préalable des systèmes portants de béton armé, au moyen de vérins hydrauliques, nous voulons maintenant, dans la partie suivante, exposer l'application de ce principe à d'autres systèmes de ponts. Comme je ne dispose pas de la place suffisante dans le cadre de ce rapport, je dois fortement résumer et je donnerai ailleurs un exposé plus étendu.

Pour terminer je voudrais encore indiquer les dimensions approximatives des deux projets décrits. Pour la poutre suspendue du pont système Gerber, il est nécessaire d'environ 0,9 m^3/m^2; pour l'ensemble du pont système Gerber en moyenne 1,23 m^3/m^2 et 370 kg/m^2 de fers ronds. La poutre continue avec portée de 150 m exige les mêmes quantités de béton mais par contre 400 kg/m^2

de fers ronds. Pour le pont des Trois Roses à Bâle, avec 56 + 106 + 56 m de portée, étudié par le Prof. Mörsch, il serait nécessaire de 1,64 m^3/m^2 de béton et 350 kg/m^2 de fers ronds.[4]

III. Ponts suspendus et à arcs non rigides mis préalablement en tension.

Nous parlerons d'abord des ponts suspendus, avec suppression de la poussée horizontale. Au lieu de l'acier, nous utiliserons le béton pour l'exécution de la poutre de renforcement soumise à la compression et nous verrons quels sont les avantages et les inconvénients d'un tel système mixte. Les fléchissements des ponts suspendus sont très grands, ainsi qu'on le sait. Le plus grand fléchissement dépend du rapport de la contrainte dans le câble par suite de la charge utile au module d'élasticité du câble. Avec l'accroissement du poids propre de la poutre raidisseuse le câble doit être plus fort et la contrainte dans le câble par suite du poids propre et par conséquent le fléchissement deviennent plus faibles. Si l'on exécute la poutre raidisseuse en béton armé on doit compter sur un poids double du pont et par conséquent les fléchissements produits par la charge utile seront environ réduits de moitié. Evidemment, la rigidité n'est pas seule déterminante, le côté économique a une beaucoup plus grande importance encore. Le coût du câble sera lui-même du double. Certaines économies compensent ce renchérissement; l'application du béton armé pour la poutre raidisseuse et la dalle du tablier est plus économique. Pour des portées allant jusqu'à 200 m l'économie de tels ponts en construction mixte me paraît prouvée. Dans des ponts comme celui de Cologne-Mülheim, de 315 m de portée, la méthode de construction mixte ne peut entrer en ligne de compte que pour des contraintes admissibles du béton de 130 à 140 kg/cm^2. Cela n'est pas impossible avec les résistances que l'on peut atteindre actuellement d'environ 600 kg/cm^2. Par suite des grands moments d'inertie des sections de béton armé en forme de caison, on peut s'en tirer avec de faibles hauteurs de la poutre raidisseuse. La fig. 19 représente un pont suspendu de ce type avec portée de 60 + 200 + 60 m. La poutre raidisseuse n'a dans l'ouverture centrale qu'une hauteur de 3,0 m, c'est-à-dire 1/64 de la portée. Dans le pont de Cologne-Mülheim, la hauteur de la poutre raidisseuse est de 6,0 m, c'est-à-dire 1/52,5 de la portée. Malgré l'élancement plus grand de la poutre raidisseuse nous obtenons pour le pont suspendu de la fig. 19 un fléchissement de 1/725 pour la charge utile alors que pour le pont de Cologne-Mülheim cette valeur est de 1/400. Il faut encore faire remarquer qu'à Cologne-Mülheim la poutre raidisseuse est une poutre du système Gerber qui participe à la transmission de la charge utile aux appuis. Dans le pont suspendu de la fig. 19 par contre trois articulations sont disposées dans la travée médiane de telle sorte que toute la charge utile de cette travée est supportée par le câble de suspension seulement. Dans les travées latéerales la hauteur de la poutre raidisseuse est de 4,0 m car il se produit là, d'après la fig. 20, de plus grands moments de flexion. La disposition de la section est représentée à la fig. 21. Le poids propre du pont se monte à 52,5 t/m dans la travée centrale et à 63,5 t/m dans les travées latérales, y com-

[4] Le premier pont exécuté d'après ce système est actuellement en construction.

Fig. 19

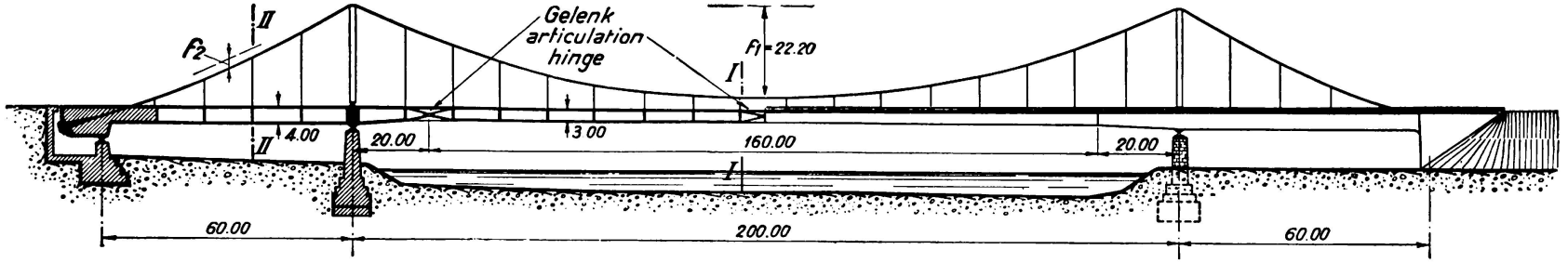


Fig. 20

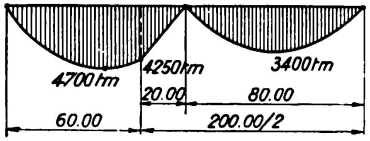


Fig. 21 a



Fig. 21 b I-I

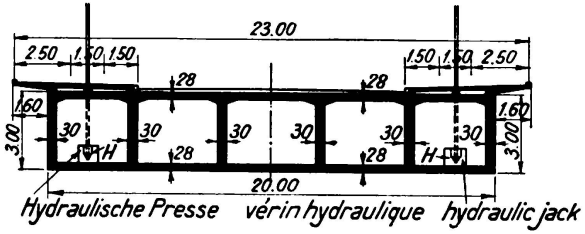


Fig. 21 c II-II

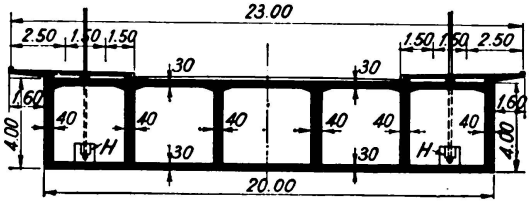


Fig. 22

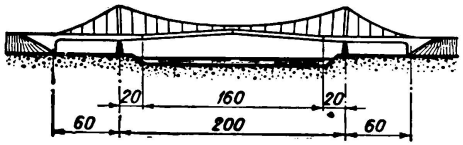


Fig. 23a

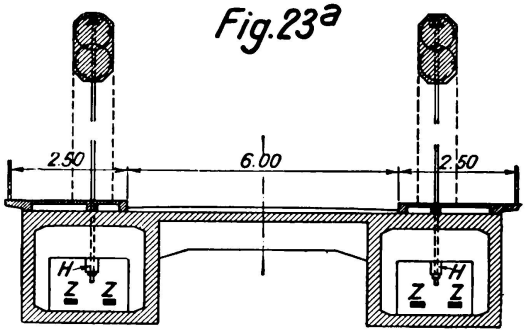


Fig. 23b

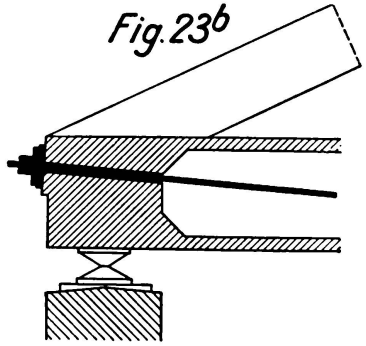


Fig. 19. Coupe longitudinale et élévation.
Fig. 20. Allure des moments de la charge utile.
Fig. 21. Sections, représentation de la charge utile.
Fig. 22. Procédé de montage.
Fig. 23. Pont à arc non rigide mis en tension préalable.

pris de câble en acier à haute résistance. Dans le calcul nous avons admis 8,5 t/m pour la charge utile. Pour une flèche de 1/9 du câble de la travée centrale on obtient une poussée horizontale de 11 800 t pour le poids propre et de 1 900 t pour la charge utile. De la contrainte admissible $\sigma = 5000$ kg/cm² dans le câble, 4310 kg/cm² reviennent au poids propre et la petite valeur de 690 kg/cm² à la charge utile. A cette faible contrainte résultant de la charge utile correspond le faible fléchissement indiqué ci-dessus. Les contraintes du béton dans la poutre raidisseuse sont données ci-dessous:

	pour la travéee centrale	pour les travées laterales
du poids propre	— 67,3	— 64,0
de la charge utile	— 24,5	— 24,9
σ_{min}	— 91,8	— 88,9

Comme les contraintes résultant du poids propre sont très faibles par rapport à la précontrainte de compression pour le poids propre, il ne faut s'attendre à des fissures fines dans la poutre raidisseuse que pour une charge utile fortement multipliée.

L'influence de l'allongement du câble et de la compression du béton, ainsi que l'influence évaluée du retrait et de l'écoulement par viscosité sur le fléchissement, peuvent être éliminées de la façon la plus simple comme l'indique la fig. 22, en ce sens que la poutre suspendue de l'ouverture centrale peut être placée au-dessus de sa position définitive, comme cela se fait en construction métallique. Il en est de même pour le montage du câble. L'influence du retrait et de l'écoulement par viscosité est cependant difficile à calculer et d'autre part s'étend sur un long intervalle de temps. La supression exacte de cette influence doit se faire en raccourcissant les barres de suspension au moyen de vérins hydrauliques (H), d'une façon correspondant au développement de l'écoulement par viscosité. La grandeur exacte du raccourcissement est donnée en tout temps par la condition que le poids propre de la poutre raidisseuse ne doit engendrer aucune flexion. Il n'y aura pas de flexion lorsque la poutre ne présentera aucun fléchissement. La disposition des presses hydrauliques (H) pour le raccourcissement des barres de suspension se fait suivant la fig. 20. Ces presses restent en place durant le service du pont aussi longtemps que le retrait et l'écoulement par viscosité n'ont pas complètement disparus. En fermant plus tard l'articulation centrale, comme cela se fait en construction métallique, la poutre raidisseuse sert aussi à la transmission d'une partie de la charge utile, ce qui réduit enore le fléchissement du pont sous l'effet de la charge utile. Cela n'est cependant pas nécessaire, car les fléchissements de ce pont suspendu de construction mixte ne sont en eux-mêmes pas importants.

Pour terminer, nous voulons encore parler de l'arc non rigide de béton armé mis préalablement en tension. Cette mise en tension doit se faire de telle sorte que la poutre raidisseuse soit libérée de tout moment de flexion sous l'effet du poids propre. Par conséquent nous devons faire en sorte qu'après le décoffrage le système soit géométriquement semblable au système projeté. L'arc non rigide sollicité à la compression se raccourcit de la grandeur $\frac{\sigma}{E}$. La mise en tension doit raccourcir la poutre raidisseuse et les barres de suspension dans la même

mesure. Il est nécessaire de laisser d'abord un joint ouvert dans la poutre raidisseuse, joint qui ne sera fermé qu'après la mise en tension du tirant. La fig. 23 représente la section d'un pont à arc non rigide, de 100 m de portée, avec surbaissement $f/l = 1/7$. L'arc non rigide est armé en spirale afin qu'une hauteur relativement faible de la section soit suffisante. La poutre raidisseuse a deux sections creuses qui doivent supporter les moments de flexion. Le poids propre du pont se monte à 24 t/m, la charge utile à 6,0 t/m. Il en résulte une poussée horizontale $H_g = 2380$ t et $H_{p+g} = 2910$ t. Le tirant doit donc avoir $2910/2{,}1 = 1380$ cm². Nous prenons cependant 2000 cm². Par la mise en tension du tirant nous fermons d'abord le joint de la poutre raidisseuse et nous tendons le tirant à 2400 kg/cm²; nous engendrons ainsi dans la poutre raidisseuse une force de compression de $2000 \cdot 2{,}4 - 2380 = 2420$ t. A cette force de compression correspond dans la poutre raidisseuse une contrainte de compression de 38 kg/cm². Pour la position défavorable de la charge utile, on obtient dans la poutre raidisseuse une contrainte de compression de 25 kg/cm², de telle sorte que la poutre raidisseuse ne subit aucune contrainte de traction par flexion, même pour la charge utile. Par suite de cette forte précontrainte de compression la poutre raidisseuse est capable de supporter $2^1/_2$ fois la charge utile avant que ne se produise une fissure fine.

Nous devons encore dire quelques mots sur l'influence de l'écoulement par viscosité et du retrait. La poutre raidisseuse se raccourcit sous cette influence et il se produit dans le tirant libre sur toute la longueur du pont une chute de tension qui peut être mesurée très exactement par le fléchissement. Au moyen des vérins hydrauliques, qui sont placés sur le tirant, il est possible d'éliminer cette chute de tension par une remise en traction. Dans l'arc non rigide l'influence de l'écoulement par viscosité est beaucoup plus grande et par conséquent l'arc s'abaisse. Le fléchissement de la poutre raidisseuse qui en résulte doit être éliminé par raccourcissement des barres de suspension, de la même façon que dans le pont suspendu dont nous avons parlé ci-dessus.

Nous avons ainsi montré que dans presque tous les systèmes portants de béton armé il est possible d'obtenir une mise en tension préalable au moyen de vérins hydrauliques, de telle sorte que le système chargé par son propre poids, reste géométriquement semblable au système projeté et par la même occasion il est possible d'éliminer les contraintes de traction par flexion dans le béton. Les ponts en poutre et en arc de béton armé sollicités à la seule compression ont une durée d'existence presque illimitée. Cela est aussi valable, dans une mesure beaucoup plus réduite, pour les membrures de traction en acier qui ne présentent qu'une sollicitation oscillante faible. Les membrures de traction en acier peuvent être facilement changées plus tard. Dans les ponts en poutre cela est possible même sans interrompre le trafic.

Le procédé esquissée, de la mise en tension préalable des systèmes portants de béton armé, peut aussi être appliqué à d'autres formes de poutres et tout spécialement aux constructions de halls. Il est ainsi possible d'ériger des halls avec portées bien au-dessus de 100 m. Je reviendrai là-dessus dans une autre publication qui paraîtra plus tard.

Maintenant que nous avons clairement exposé la manière simple dont il est possible d'éliminer la chute de tension résultant du retrait et de l'écoulement par visco-

sité, il n'existe plus aucune raison de ne pas employer pour la mise en tension, au lieu de l'acier St 52, les câbles en acier à haute résistance qui ont l'avantage de suffire avec une section et un poids plus faibles. La protection des câbles contre la rouille est extraordinairement bonne et l'étirage des câbles peut être exécuté avant le montage.

Résumé.

En partant du système des arcs et des systèmes à contre-fiches mis sous tension préalable au moyen d'un tirant, l'auteur montre qu'il est aussi possible d'éliminer du béton armé les contraintes de traction par flexion dans les ponts en poutre, les ponts suspendus et les ponts à arc non rigide, au moyen de tirants sous forme de contre-fiches mis en tension préalable. Il est d'autre part possible que, même dans les ponts en poutre, il ne se produise que des forces de compression centrées, sous l'effet du poids propre. Le centre du problème est que la mise en tension préalable soit choisie de telle sorte qu'après le décoffrage le système chargé par son propre poids soit géométriquement semblable au système projeté, c'est-à-dire qu'il peut se produire dans le système portant chargé par son propre poids des raccourcissements engendrés par les contraintes de compression, mais aucune déformation importante.

IVb 3

Arcs à grande portée, en béton armé.

Weitgespannte Eisenbeton-Bogenbrücken.

Wide-span Reinforced Concrete Arch Bridges.

Dr. Ing. A. Hawranek,
Professor an der Deutschen Technischen Hochschule, Brünn.

I. — Généralités. — Propriétés du matériau, sollicitations admissibles, forme de la section.

La construction des ponts en arcs à grande portée en béton armé ainsi que l'agrandissement des portées sont soumis à une série de facteurs. Tout d'abord les propriétés du ciment, les résistances du béton et son comportement après l'exécution de l'arc (retrait, déformation plastique) jouent un rôle important et ensuite aussi la forme de la section de l'arc, la collaboration de l'arc et du tablier au point de vue constructif, la flèche, la déformation de l'arc, le processus de travail et de décoffrage ainsi que la construction des échafaudages.

A toutes les influences que nous venons de citer s'ajoute encore un facteur important, le mode de calcul de l'arc ainsi que sa sécurité au flambage. Tous ces facteurs jouent ici un rôle beaucoup plus important que dans les ponts de portée moyenne et exigent un examen approfondi de toutes les influences ainsi que de la résistance du sol. Jusqu'à un certain point, ce sont les tensions internes qui sont déterminantes pour l'accroissement de la portée. Il est par conséquent nécessaire de faire intervenir des considérations théoriques, pratiques et des essais pour mettre au clair les différentes questions qui se posent lors de la construction des arcs en béton armé de grande portée.

Dans le présent travail, on fera des propositions sur le calcul plus exact et l'exécution de ponts en arc de béton armé de grande portée et l'on parlera d'un projet fait par l'auteur pour un pont de 400 m de portée, y compris tout le procédé de travail. On ne parlera en outre que de quelques influences considérées jusqu'à présent et qui sont importantes pour le calcul et la construction des ponts en arc de grande portée. Nous ne ferons aucune comparaison au point de vue économique avec les ponts en arc métallique de grande portée.

a) *Propriétés des matériaux.*

Il est d'abord certain que l'on ne pourra exécuter des ponts en arc de béton armé de plus grande portée qu'avec un béton dont la résistance est nettement plus grande. Il est aussi nécessaire d'avoir un ciment à haute résistance. S'il a été possible jusqu'à présent d'égaliser, par des procédés spéciaux de décoffrage, les

tensions dans les fibres extrêmes, c'est-à-dire d'obtenir une meilleure répartition sur tout l'arc, à l'avenir on augmentera notablement la résistance à la compression du béton ainsi que sa resistance à la traction.

Ce relèvement de la résistance à la traction du béton perd une partie de son sens dans les très grandes portées où le poids propre du pont dépasse de beaucoup la charge utile, de telle sorte que lorsque la flèche est grande, on peut obtenir, par une forme appropriée, des arcs de pure compression.

L'exécution homogène et la consistance du béton sont aussi importantes dès que l'on ne peut éviter les influences des intempéries sur le béton de différents âges qui constitue l'arc. Dans cet article on admettra un béton uniformément préparé, dans les calculs de l'arc.

A l'heure actuelle, on peut obtenir avec des ciments spéciaux des résistances à la compression allant jusqu'à 600 kg/cm² (au pont de Traneberg la résistance à la compression d'un béton à 400 kg de ciment portland à haute résistance était de 620 kg/cm²). Le *ciment fondu* à durcissement rapide nous paraît très bien convenir. Pour un dosage de 300 kg de ciment pour un mélange de 1200 l de sable et gravier, on a obtenu en France un coefficient d'élasticité de 350000 kg/cm² après 7 jours et de 450000 kg/cm² après 28 jours (Lossier: Génie civil 1932/II, p. 205). Ces ciments ont un coefficient de retrait de 0,4 mm par m après 30 jours et de 0,5 mm après 6 mois. Ce coefficient de retrait est plus grand que celui des ciments portland ordinaires.

D'après le cahier 227 des »Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens« (Beton und Eisen 1923, p. 4), Graf a obtenu à partir des déformations élastiques de corps en béton les modules d'élasticité suivants:

W_{28}	300	400	500	600 kg/cm²
E_b	360000	418000	440000	463000 kg/cm²

On peut donc compter aussi bien sur de hautes résistances de cubes que sur de hauts modules d'élasticité. Nous reparlerons plus tard des modules d'élasticité d'arcs exécutés.

b) *Sollicitations admissibles.*

On peut, après ce que nous venons de dire, relever la *sollicitation admissible* du béton à 200 kg/cm² lorsque l'on utilise des dosages appropriés et des ciments à haute résistance ou des ciments spéciaux. Il est évident que lorsque l'on admet des sollicitations de 150 à 200 kg/cm², l'on doit encore étudier l'effet de telles sollicitations sur les autres propriétés du béton et spécialement sur le module d'élasticité et le coefficient de déformation plastique. Ainsi que le montre le calcul d'un projet d'arc de 400 m de portée (chap. VIII), on peut s'en tirer avec une sollicitation admissible du béton de 160 kg/cm². Lorsque $l < 400$ m les sollicitations sont aussi plus faibles, seuls des arc plus surbaissés exigent des tensions admissibles plus élevées. *Dischinger* s'en est cependant tiré avec une sollicitation admissible du béton de 150 kg/cm², pour un arc à trois articulations de $l = 260$ m avec une flèche extraordinairement surbaissée de 1/15,4. (Bautechnik 1934, p. 658). *Freyssinet* dans le projet d'un arc de 1000 m de portée est allé jusqu'à une tension admissible de 280 kg/cm²; cette valeur nous paraît haute, du moins pour les temps actuels, mais 200 kg/cm² seraient admissibles actuellement déjà.

c) *Forme de la section.*

Il est tout-à-fait entendu que seules des sections creuses de l'arc ou éventuellement des arcs en treillis n'entrent en ligne de compte pour les ponts à grande portée, car les dalles supérieure et inférieure doivent supporter les fortes tensions des fibres extrêmes. Ce n'est que lorsque nous possèderons des données certaines que nous pourrons dire si peut-être le »béton traité« de *Freyssinet* apporte une modification à cette loi.

Lors de la construction des ponts en arc à grande portée, la réduction des tensions maxima, pour un arc conforme à la ligne des pressions ou avec égalisation partielle des tensions, peut se faire d'après les trois points de vue suivants:

1° Par un choix approprié de l'axe de la voûte, partant de la ligne des pressions en conservant la flèche donnée.

2° En tenant compte de la théorie de la déformation de l'arc où la flèche est légèrement modifiée.

3° Par des mesures opératoires au moyen de vérins hydrauliques, lors du décoffrage.

Alors que le point 1° est déterminant pour les petits ponts, on doit tenir compte ou du point 2° ou à la fois des points 1° et 2° pour les ponts à grande portée.

II. — Réduction, dans les ponts en arc, des tensions maxima par correction de l'axe de la voûte (Théorie de l'élasticité).

La correction de l'axe, qui est rendue nécessaire par la compression élastique de l'axe de la voûte, peut conduire à l'annulation des moments additionnels aux naissances et à la clé. Elle produit de plus gros moments que dans l'arc sans correction, environ à la distance $^1/_6$ dans les arcs à deux articulations et aux distances $^1/_{12}$ et $^1/_3$ dans les arcs encastrés.

La compression de l'axe de la voûte engendre, dans les arcs encastrés, une poussée horizontale supplémentaire ΔH et un moment additionnel $M_x = -H\eta - \Delta H\,(y - \eta) + \Delta M$ qui ont une importance spéciale dans les arcs surbaissés et rigides. On peut calculer, à partir du déplacement horizontal de la voûte coupée à l'une de ses extrémités, un facteur K de la correction η, pour la surcharge $g + \frac{p}{2}$, le retrait, l'influence de la température et la déformation plastique.

La correction η des ordonnées y de l'axe peut se calculer avec $\eta = KF(x)$ où $F(x)$ est l'équation de la ligne des pressions, qui pour un axe parabolique est une fonction du deuxième degré et pour une voûte suivant la ligne des pressions une fonction du quatrième ou d'un degré plus élevé, respectivement fonction de fonctions hyperboliques. Les moments additionnels aux naissances et à la clé restent nuls, si l'on met en ces points la correction $\eta = 0$.

Ces moments additionnels peuvent rèduire les tensions maxima aussitôt que l'on choisit $\eta = \alpha KF(x)$ où $\alpha < 1$. Il se produira toutefois alors de faibles

moments à la clé et aux naissances, ce qui provoquera une répartition plus favorable des moments additionnels.

On s'efforcera d'apporter une correction pour laquelle les moments additionnels, y compris les moments résultant des charges utiles les plus défavorables, aient une valeur minima.

La solution n'est pas déterminée car aussi bien α que F (x) sont à choisir.

Pour les *arcs encastrés,* la correction dans la fonction donnée est déterminée par la condition qu'à la hauteur du centre de gravité élastique l'axe corrigé passe par l'axe primitif. Une égalisation complète des moments à tous les points de l'arc encastré est impossible. Un fait analogue à celui-ci se produit dans le décoffrage par vérins hydrauliques.

Cette solution $\eta = K \cdot F\ (x)$ vient de *Campus,** Congrès International du Béton Armé, Liége 1930, p. 163. Voir aussi *Chwalla,* „H.D.I. Mitteilungen des Hauptvereins deutscher Ingenieure" dans le C.S.R. 1935. Une autre solution fut trouvée par *M. Ritter* (Congrès International des Ponts, Zurich 1926), qui forme l'axe de la voûte d'une ligne des pressions pour poids propre et de charges additionnelles virtuelles dirigées vers le haut et qui calcule les moments et les forces normales d'après la méthode de la force additionnelle (Mörsch). La grandeur des charges additionnelles virtuelles est donnée par les conditions admises pour l'allure de l'axe de la voûte aux naissances et à la clé. Les charges additionnelles se trouvent dans la zone entre les points nuls de la ligne d'influence totale pour deux charges concentrées symétriques. Pour des arcs surbaissés, Ritter utilise des charges réparties sur une certaine longueur. Par suite des charges virtuelles, le centre de gravité élastique se trouve un peu plus haut que d'habitude.

D'autres procédés se trouvent dans la littérature citée en note.[1] En général, on peut dire que les η représentent des valeurs *arbitraires* et le degré de l'amélioration, dont le but est un dimensionnement économique de l'arc, dépend de la *plus* ou moins grande convergence vers un état idéal.

III. — Calculs exacts et théories de la déformation de l'arc.

Lorsque l'on utilise de si hautes tensions admissibles, pour les ponts en arc à grande portée, les méthodes de calcul employées doivent posséder une grande exactitude, c'est-à-dire qu'il faut tenir compte dans le calcul du module réel d'élasticité. Cette exigence s'accorde avec le fait que les tensions *calculées* ne sont en général que des valeurs approximatives et ne représentent aucune valeur mathématique *sans* cependant s'y opposer car le procédé de dimensionnement a son influence. L'interprétation très exacte des essais effectués sur de grands ponts permettra de mettre au point le comportement effectifs de tels arcs.

C'est pourquoi nous parlerons ici de méthodes de calcul connues et nous donnerons les *nouvelles* recherches de l'auteur.

---

* Littérature: *Neumann G.:* Beton und Eisen 1922. *Hartmann F.:* Melan-Festschrift 1923. *Ostenfeld A.:* Beton und Eisen 1923. *Proksch E.:* Beton und Eisen 1924. *Ritter M.:* Congrès internat. Zürich 1926. *Krebitz J.:* Beton und Eisen 1927. *Kögler F.:* Bauing. 1928. *Neumann H.:* Bauing. 1930. Congrès int. du béton armé Liége 1930. *Hannelius O.:* Beton und Eisen 1934. *Fink H.:* Beton und Eisen 1934. *Domke O.:* Handbuch d. Eisenbeton Ier volume, 4e édition.

1° *Calcul des ponts en arc.*

L'étude exacte des ponts en arc de béton armé d'après la loi exponentielle de Bach-Schüle conduit déjà, en tenant compte de la théorie de l'élasticité, à des calculs assez longs. Pour les petites portées, l'emploi de la loi exponentielle n'est certainement pas nécessaire, ce que le Dr. *M. Ritter* a déjà démontré (Schweiz. Bauztg. 1907/I, p. 25), car les modifications des tensions dans les fibres extrêmes sont au maximum de 2,5 % et du côté le plus sûr ($f/l = {}^1/_{10}$).

Pour les grandes portées, on ne connait aucune interprétation numérique, mais il faut s'attendre à ce que l'écart par rapport au calcul habituel des voûtes encastrées soit plus grand.

La déformation élastique $\varepsilon = \alpha\sigma^m$ (avec $m = 1{,}1 - 1{,}4$) a pour conséquence de beaucoup plus grands fléchissements à la clé des arcs encastrés, ce qui a son influence dans une étude approfondie. *Straub* (Proc. am. soc. civ. Eng. 1930, janv.) a obtenu, pour de petites portées mais pour un m trop grand ($m = 1{,}3$), de gros écarts par rapport à $m = 1$ pour l'angle de déformation et les fléchissements. Par contre, la somme des déformations angulaires pour $m = 1{,}3$ était pratiquement nulle, donc comme pour $m = 1$. Mais les déplacements horizontaux des extrémités de l'arc par suite de la compression de la voûte étaient nettement plus grand pour $m = 1{,}3$ que pour $m = 1{,}0$ (*Straub*, Transact. americ. 1931, p. 665).

Pour la surcharge complète de l'arc, la ligne des pressions pour $m = 1{,}3$ se trouve plus près de l'axe de la voûte, qui dans tous les cas fut pris comme parabole par *Straub*. Des charges non uniformément réparties influençaient plus le raccourcissement de l'axe pour des petites valeurs de m que pour des grandes.

Les développements de *Straub* sont donnés pour une forme générale de l'arc et une section rectangulaire. En tenant compte des axes paraboliques admis dans les exemples d'application, les conclusions tirées par *Straub* sont directement valables pour les arcs surbaissés.

2° *Considération d'un module d'élasticité constant dans une section, mais variable le long de l'axe de la voûte.*

Même aux relations de la loi exponentielle pas complètement équivalentes, il est cependant utile pour les grandes portées d'admettre l'hypothèse simple d'un *module d'élasticité* variable des différents éléments d'arc, en conservant la loi de *Hooke*. Cette variation est fondée si l'on tient compte du temps employé au bétonnage de l'arc et des âges différents du béton aux naissances et à la clé. Les mesures du Prof. Dr. *Roš* (pont Baden-Wettingen, Schweiz. Bauztg. 1929/I, 2 mars) montrent une répartition variable du module d'élasticité le long de l'arc. Pour ce pont (arc pur), on avait aux naissances $E_b = 343{,}000$ kg/cm² et à la clé $E_b = 284{,}000$ kg/cm². On ne trouva cependant aucune loi de répartition. Le module d'élasticité tiré des valeurs moyennes des tensions dans les fibres extrêmes était plus petit aux reins qu'à la clé et aux naissances. Les excentricités mesurées de la ligne des pressions étaient en moyenne plus petites que les excentricités calculées.

Au pont de Hundwiler, on avait $E = 541{,}000$ kg/cm² et aux reins en partant de la tension à la fibre inférieure 725,000 et 624,000 kg/cm² (au laboratoire 362,000 kg/cm² après 9 semaines, Schweiz. Bauztg. 1929/II, 10 août).

On ne peut pas dire exactement si ces résultats différents des mesures doivent être attribuées à la dispersion. Si l'on tient compte de l'écart des mesures effectuées aux reins, on ne peut observer aucune systématie, quoique les mesures d'allongement présentent une certaine concordance. Il serait souhaitable d'exécuter un contrôle de la détermination de E en partant des déformations mesurées, d'après la loi exponentielle.

Une hypothèse simple et fondée, sur la variation du module d'élasticité d'un béton supposé de même nature, doit être basée sur l'âge du béton et le temps employé à exécuter l'arc. Le module d'élasticité aux naissances, E_K, est dans ce cas plus grand que E_S à la clé. La décroissance peut être choisie linéaire. Des essais préliminaires permettent déterminer E_K et E_S.

La conséquence de cette hypothèse pour un arc encastré, est le relèvement du centre de gravité élastique. Pour un arc de 400 m de portée et une flèche de $^1/_4$ (axe passant par la ligne des pressions), l'auteur a calculé les moments au centre de gravité. Il a obtenu:

Pour une surcharge de 1 t/m répartie sur tout l'arc:

aux naissances + 381,56 tm (contre 374,7 tm pour E const.) = Δ + 1,8 %
à la clé + 119,76 tm (contre 134,7 tm pour E const.) = Δ — 11,2 %

Pour une surcharge de 1 t/m répartie sur la moitié de l'arc:

à la naissance de gauche — 2210,00 tm (contre — 2092,6 tm pour E const.)
Δ = + 5,8 %
à la naissance de droite + 2549,56 tm (contre + 2467,3 tm pour E const.)
Δ = + 5,2 %
à la clé + 59,88 tm (contre + 67,35 tm pour E const.)
Δ = —11,2 %

Ordonnées à la clé des lignes d'influence:

X = 0,942 t (contre 0,923 t)
Y = 0,500 t (contre 0,500 t)
Z = 50,800 tm (contre 53,400 tm)

et l'on avait

E_K = 470,000 kg/cm²
E_S = 350,000 kg/cm²
E_m = 410,000 kg/cm²

Pour des E variables les moments à la naissance sont plus grands à la clé, plus petits que pour E constant.

3° *Différents modules d'élasticité dans la section creuse d'une poutre en arc.*

Dans la construction des grands ponts en arc de béton armé avec section creuse, en commence par bétonner la plaque inférieure et éventuellement une partie des parois et plus tard seulement les autres parties de la section en partant des naissances. Il en résulte que le module d'élasticité varie, en tenant compte du temps employé, avec la hauteur de la section, est en bas plus grand et en haut plus petit.

Si l'on applique, pour le décoffrage de la voûte, des procédés destinés à réduire dans la suite les valeurs maxima des tensions, il faut tenir compte de la variation du module d'élasticité car lorsque l'arc est terminé le poids du tablier y compris les colonnes, la chaleur, le retrait, la plasticité et les surcharges agissent sur toute la section de la voûte.

Nous en donnons pour la première fois le calcul.

Nous traiterons le cas d'un arc *encastré*. Soient E_1 et E_2 les modules d'élasticité moyens dans les tranches inférieure et supérieure. Nous admettons que le raccord entre ces deux valeurs est linéaire. La section creuse a une hauteur totale de 2 v et nous supposons qu'elle est symétrique par rapport à l'axe horizontal.

$$\text{Pour } K_1 = \frac{E_1}{E_2} + 1; \quad K_2 = \frac{E_1}{E_2} - 1; \quad K = \frac{E_1 - E_2}{E_1 + E_2};$$

la variation de l'angle γ est

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{ds}{2vE_1}\left[\frac{N}{F}K_2 + \frac{M \cdot v}{J}K_1\right]$$

$$\Delta dx = \frac{ds\cos\varphi\, K_1}{2E_1}\left[\frac{N}{F} + \frac{M \cdot v}{J}K\right]$$

$$\Delta dy = \frac{ds\sin\varphi\, K_1}{2E_1}\left[\frac{N}{F} + \frac{M \cdot v}{J}K\right]$$

et les trois inconnues, si l'on met $Q_0 = \sum_x^{\frac{1}{2}} G$.

$$H = \frac{\int\frac{M_0 y\,ds}{J} - K\int\frac{M_0 v\,ds\cos\varphi}{J} + \int\frac{Q_0\,ds\sin\varphi\cos\varphi}{F} - K\int\frac{Q_0 y\,ds\sin\varphi}{Fv} + \frac{2E_1\cot l}{K_1}}{\int\frac{y^2\,ds}{J} + \int\frac{ds\cos^2\varphi}{F} - K\left[\int\frac{vy\,ds\cos\varphi}{J} + \int\frac{y\,ds\cos\varphi}{Fv}\right]}$$

$$V = \frac{\int\frac{M_0 x\,ds}{J} - K\int\frac{M_0 v\,ds\sin\varphi}{J} + \int\frac{Q_0\,ds\sin^2\varphi}{F} - K\int\frac{Q_0 x\,ds\sin\varphi}{Fv}}{\int\frac{x^2\,ds}{J} + \int\frac{ds\sin^2\varphi}{F} - K\left[\int\frac{vx\,ds\sin\varphi}{J} + \int\frac{x\,ds\sin\varphi}{Fv}\right]}$$

$$M = \frac{\int\frac{M_0\,ds}{J} - K\int\frac{Q_0\,ds\sin\varphi}{Fv}}{\int\frac{ds}{J}} + HK\frac{\left[\int\frac{v\,ds\cos\varphi}{J} - \int\frac{ds\cos\varphi}{Fv}\right]}{\int\frac{ds}{J}}$$

On peut, d'une façon analogue, tenir compte d'une variation, dans chaque plaque, du module d'élasticité des naissances à la clé, si l'on ne met pas K devant le signe $\int$ et si l'on prend pour une variation de température $+ 2\cot\int\frac{E_1}{K_1}ds$.

Ces valeurs permettent de calculer les moments, les forces normales et les tensions dans la voûte.

4° *Théorie de la déformation de l'arc pour E et J variables.*

On peut augmenter la précision du calcul de l'arc d'après la théorie de la déformation, en tenant compte de la variation de E et de J. C'est la première fois que l'on donne ce calcul car dans toutes les publications parues jusqu'à ce jour on a admis E et J constants. Nous ne donnerons ici que les résultats finaux car tout le calcul sera publié ailleurs.

Il faut tout d'abord établir une loi sur la variation de E et J. On peut considérer la variation de E seulement ou celle de E et J.

Désignons par $E_{\varphi o}$ et $J_{\varphi o}$ le module d'élasticité et le moment d'inertie aux naissances et par E et J les valeurs correspondantes à la clé. La variation pour des points intermédiaires x, y, φ peut être admise suivant une loi parabolique.

Pour un point quelconque de l'arc on a:

$$E_\varphi J_\varphi = EJ\left[\frac{E_{\varphi o} J_{\varphi o}}{EJ} - \frac{4}{l}\left(\frac{E_{\varphi o} J_{\varphi o}}{EJ} - 1\right)x + \frac{4}{l^2}\left(\frac{E_{\varphi o} J_{\varphi o}}{EJ} - 1\right)x^2\right]$$
$$= EJ\,[A - Bx + Dx^2].$$

Admettons provisoirement que l'axe de la voûte soit une parabole. L'origine du système de coordonnées se trouve à la naissance de gauche.

L'équation différentielle du déplacement η de l'arc est

$$\eta'' = -\frac{H\cdot\eta}{E_\varphi J_\varphi} - \frac{H}{E_\varphi J_\varphi}F(x)$$

et pour $\frac{H}{EJ} = c^2$ on a $\eta'' + \frac{c^2\eta}{(A - Bx + Dx^2)} + \frac{c^2 F(x)}{(A - Bx + Dx^2)} = 0$ (1)

où F (x), pour des charges continues et toutes les formes d'arc (à trois articulations, à deux articulations et encastré) peut s'exprimer ainsi

$$F(x) = m + nx + kx^2$$

L'équation homogène est du type de l'équation différentielle hypergéométrique. Elle conduit à ces calculs avec grandeurs complexes, c'est pourquoi nous introduisons un développement en séries exponentielles.

La solution de l'équation différentielle (1) est:

$$\eta = -\left(m - \frac{2Ak}{c^2 + 2D}\right) - \left(n + \frac{2Bk}{c^2 + 2D}\right)x - \frac{c^2 k}{c^2 + 2D}x^2 + c_1\eta_1 + c_2\eta_2. \quad (2)$$

Les valeurs η_1 et η_2 peuvent s'exprimer par les séries exponentielles à convergence rapide:

$$\eta_1 = 1 - a_2\xi^2 + a_4\xi^4 - a_6\xi^6$$
$$\eta_2 = \xi - a_3\xi^3 + a_5\xi^5 - a_7\xi^7$$

où ξ a la forme

$$\xi = rx - r_1 = x\sqrt{D} - \frac{B}{2\sqrt{D}}.$$

Un développement en séries de Fourier est aussi possible. L'inconnue H peut être calculée en partant de l'équation du travail:

$$g\int\eta\,dx = \frac{1}{EJ}\int\frac{M_x^2\,ds}{A - Bx + Dx^2} + \frac{1}{EF_m}\int\frac{N_x^2\,ds}{A' - B'x + Dx^2} \quad (3)$$

Il est aussi possible de déterminer H en partant des déplacements horizontaux à la naissance. La méthode de calcul que nous considérons est applicable à tous les types d'arc.

Dans l'équation (3) M_x^2 a la forme

$$M_x^2 = H^2 (S + S_1 x + S_2 x^2 + S_3 x^3 + S_4 x^4).$$

Pour une *surcharge complète,* le deuxième terme très important du membre de droite de l'équation (3) devient:

$$\frac{H\Phi}{EF_m} \cdot \frac{2 l \nu}{\varepsilon^2} \left[\left(a - \frac{1}{2} \right) \ln \frac{\nu}{\nu_1} + 4 \nu \sqrt{1 + 16 \nu^2} + \frac{a^2}{8 (u_1 - u_2)} \ln \frac{(\nu_1^2 - u_1)(\nu_2^2 - u^2)}{(\nu_1^2 - u_2)(\nu_2^2 - u_1)} \right]$$

où $\nu_{1,2} = \pm 4\nu + \sqrt{1 + 16 \nu^2}$; $\varepsilon = \frac{E_{\varphi o}}{E} - 1$; $a = \frac{16 \nu^2}{\varepsilon^2} - 1$; $\nu = \frac{f}{l}$

u_1, u_2 sont les solutions de l'équation

$$u_2 + 2u (1 + 2a) + 1 = 0.$$

Φ est la surface de la ligne de H.

Une simplification importante se produit lorsque le premier terme du membre de droite de l'équation (3) tombe, ce qui est le cas lorsque les M_x sont ramenés à l'axe non déformé et sont alors nuls.

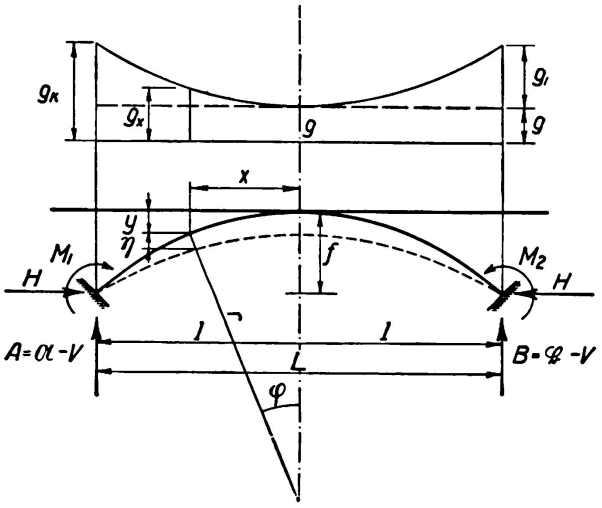


Fig. 1.

5° *Théorie de la déformation de l'arc encastré dont l'axe coïncide avec la ligne des pressions.*

Jusqu'à présent on a admis pour la théorie de la *déformation* un axe parabolique de l'arc. Mais comme pour les petites portées l'axe coïncide avec la ligne des pressions, un calcul précis exige la prise en considération de la forme de la voûte pour toutes les charges et influences. C'est la première fois que l'on donne ce calcul

$$\text{Soit } y = \frac{f}{m - 1} (\text{Ch } \alpha x - 1) = f \nu (\text{Ch } \alpha x - 1) \qquad (1)$$

l'équation de l'axe de la voûte.[1] $m = \frac{g_K}{g} = \text{Ch } K$; $K = \text{arc Ch } m$; $K = \alpha l$; $\alpha = \frac{K}{l}$.

La courbe de la charge est donnée par g à la clé et g_K aux naissances (fig. 1).

[1] Dans Fig. 1 on doit mettre à la naissance de gauche $\mathfrak{A} + V$ au lieu de $\mathfrak{A} - V$.

La loi qui donne la charge g_x en un point quelconque (x, y, φ origine du système à la clé) est donnée avec $g_1 = g_k - g$ par:

$$g_x = (g - g_1{}^v) + g_1{}^v \operatorname{Ch} \alpha x = g \operatorname{Ch} \alpha x \tag{2}$$

La différence entre g_x et g peut devenir très grande pour les ponts à grande flèche, c'est alors que le calcul suivant doit être le plus recommandable.

Le moment est:

$$M_x = \mathfrak{M}_x + V(l - x) - H[f - (y + \eta)] + M_1 \tag{3}$$

$$\text{Pour } H F(x) = \mathfrak{M}_x + V(l - x) + M_1 - H(f - y) + H \frac{2J}{r F_m} \tag{4}$$

$r = \frac{l^2}{8f}$ et $c^2 = \frac{H}{EJ}$ l'équation différentielle devient

$$\eta'' + c^2 \eta + c^2 F(x) = 0 \tag{5}$$

et la solution

$$\eta = A \sin cx + B \cos cx - F_{(x)} + \frac{1}{c^2} F''_{(x)} - R \operatorname{Ch} \alpha x \tag{6}$$

où $R = \frac{\alpha^4}{c^2(\alpha^2 + c^2)} \left(f v - \frac{g}{\alpha^2 H} \right)$.

F (x) aussi bien que F'' (x) contiennent des fonctions hyperboliques. Le calcul est assez long mais ne présente aucune difficulté spéciale, de telle sorte que l'on peut admettre ce calcul pour les ponts à grande portée. La disposition de l'origine du système de coordonnées à la clé s'est révélée très appropriée si l'on tient compte des intégrations.

Le moment M_x devient:

$$\mathfrak{M}_x = \frac{g}{\alpha^2} (\operatorname{Ch} \alpha l - \operatorname{Ch} \alpha x) \tag{7}$$

Le moment d'encastrement est:

$$M_1 = H \left[B \cos c l + f(1 + v) - \frac{2J}{r F_m} - \frac{\operatorname{Ch} \alpha l}{\alpha^2 + c^2} \left(\frac{g}{H} + f v c^2 \right) \right] \tag{8}$$

Le moment M_x devient:

$$M_x = H \left[A \sin cx + B \cos cx - \frac{2J}{r F_m} + \left(f v - \frac{g}{\alpha^2 H} \right) \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + c^2} \operatorname{Ch} \alpha x \right] \tag{9}$$

Pour une surcharge symétrique on a $V = 0$.

On peut de nouveau calculer la poussée horizontale par tâtonnements à partir de l'équation du travail:

$$\int_0^l g_x \eta \, dx = \frac{1}{EJ} \int_0^l M_x^2 \, ds + \frac{1}{EF} \int^l N_x^2 \, ds \tag{10}$$

Avec les calculs donnés sous (3) et (5) il est possible dans l'un ou l'autre cas, de calculer les déformations et les grandeurs hyperstatiques avec une précision plus grande que précédemment.

IV. — La sécurité au flambage de l'arc.

C'est d'après *Dischinger* (Bautechnik 1924, p. 739) que l'on pourra calculer la sécurité au flambage des arcs surbaissés, à trois articulations, avec section variable et spécialement lorsque les moments d'inertie varient de la clé aux naissances. La limite supérieure de la portée de tels arcs sera plus petite que celle des arcs à grande flèche, car la poussée horizontale est grande et il faut la transmettre au sol avec sécurité. Lorsque la flèche est grande, ce sont les arcs encastrés qui nous paraissent les mieux appropriés. On reconnait les avantages d'une conformation primitive en arc à trois articulations, transformé dans la suite en arc encastré, ce qui permet une meilleure égalisation des moments. C'est pourquoi, dans ce cas et dans celui des arcs à grande flèche, on peut recommander le choix d'un arc à trois articulations adapté à la ligne des pressions corrigée et avec section constante, éventuellement avec articulations rapprochées de la clé. Ceci concerne spécialement les grandes portées où l'influence de la surcharge est réduite par rapport à celle du poids propre. Ce n'est que dans les arcs surbaissés qu'une section constante ne suffira pas. Comme dans le premier cas une épaisseur relativement petite suffit, on doit déjà étudier la sécurité au flambage avant le choix de l'épaisseur de l'arc et en tenant compte des opérations que l'on veut faire subir à l'arc, pour la seule charge de la voûte car plus tard la construction du tablier augmentera les moments d'inertie.

On peut donc employer pour un premier calcul approximatif de l'épaisseur de l'arc dont la section creuse rectangulaire est armée, la formule suivante de l'auteur

$$\rho^3 \{ B [1 - (1 - 2\gamma)^3] + r \rho l (1 - 2\gamma)^3 + 3 \beta^2 \alpha Bn \} = \frac{N \cdot s (1 + 4\nu^2)}{8 E_b A l}$$

d'où l'on peut calculer $\rho = \frac{h}{l}$.

h représente la hauteur totale de la section de largeur B. Pour $2 f_e = \alpha B h$ le coefficient d'armature $\alpha = \frac{2 fe}{B h}$; $\beta = \frac{h'}{h}$ où h' est la distance des armatures. γh est l'épaisseur des plaques supérieure et inférieure ainsi que des parois, r est le nombre de parois. s est le coefficient de sécurité exigé, N la force normale aux naissances, $\nu = \frac{f}{l}$; $A = \frac{2 + k^2}{8 - k^2}$ et k peut être calculé approximativement de la formule de flambage pour un arc parabolique $k = \frac{1}{2 (1 + 4\nu^2)}$.

Pour des arcs sur lesquels sera posé plus tard un tablier, on pourrait choisir un coefficient de sécurité $s < 3$, environ $s = 2$ à 2,5 lorsque l'on a fait des essais suffisants sur E et que l'arc à trois articulations sera transformé en arc encastré.

Si l'on tient compte de la déformation élastique de l'arc à trois articulations, c'est-à-dire dans un calcul précis, on pourra calculer d'après *Fritsche* (Bautechnik 1925, p. 465) la sécurité au flambage pour une surcharge uniformément répartie. Toute-fois ces formules sont valables pour un arc surbaissé parabolique.

La charge de flambage H_K (force horizontale à la clé) est

$$H_k = \frac{4\,\varkappa^2\,EJ}{l^2}$$

où x peut être tiré avec $\vartheta = \gamma v^2$ de l'équation:

$$\operatorname{tg}\varkappa + \frac{3\,\vartheta\,[\varkappa^2\,(2\,\varkappa^2+1)+16\,(\sec\varkappa-1)]}{\varkappa\,[\varkappa^2\,(6-7\,\vartheta)-120\,\vartheta]} = 0.$$

Pour un *arc encastré* on peut calculer x de l'équation pour H_K à partir de l'équation

$$\operatorname{tg}\varkappa - \frac{\varkappa\,(12+7\,\vartheta)}{12+\vartheta\,(6\,\varkappa^2-12)} = 0.$$

Freyssinet recommande pour les arcs encastré le choix d'une épaisseur à la clé de $^1/_{80}$ en tenant compte du flambage dans le plan portant, tandis que *Mesnager* propose $^1/_{100}$ l. *Maillart* a exécuté le pont de Landquart à Klosters avec des épaisseurs de l'arc plein de $^1/_{115}$ l à la clé et de $^1/_{88}$ l aux naissances (Bauingenieur 1931, cah. 10).

Au point de vue de la sécurité au flambage, il est évident que les arcs creux sont bien préférables aux arcs pleins. Lorsque la flèche est grande, on peut admettre avec une sécurité suffisante des épaisseurs d'arc plus petites encore que celles que nous venons de donner. Ceci est naturellement valable pour les ponts à grande portée.

Toutefois il faut encore contrôler la sécurité au flambage de l'arc dans son état définitif et pour les charges utiles les plus défavorables.

La recherche plus précise de la question du flambage peut être tirée des solutions de la théorie de la déformation données par l'auteur sous III, 4 et 5.

Le problème du flambage est aussi traité dans: *F. Bleich,* „Theorie und Berechnung der eisernen Brücken", 1924, p. 213; *Fritsche,* Bautechnik 1925, p. 484; *Gaber,* Bautechnik 1934, p. 646; *Dischinger,* Bautechnik 1934, p. 739. Il est encore nécessaire de faire de nouvelles recherches sur le problème du flambage pour un E variable avec le temps.

V. — Retrait et déformation plastique de l'arc.

Dans les ponts à grande portée, la déformation plastique du béton sous l'effet de la surcharge (écoulement par viscosité) joue aussi un rôle important car elle est liée à un abaissement de l'axe de la voûte, ce qui engendre dans l'arc des tensions parasites.

Pour voir l'importance de l'effet de retrait et de la déformation plastique, nous renvoyons le lecteur à la publication de *C. C. Fishburn* et *J. L. Nagle* sur les essais effectués au pont d'Arlington (Research Paper R.P. 609, Standards Journal of Research, vol. 11, nov. 1933). Pour un arc encastré de 57,24 m de portée, le fléchissement à la clé était après une année, pour ces deux influences, de 68 % plus grand que celui dû à la température.

C'est pourquoi il faut utiliser des ciments fondus à haute résistance. L'explication physique du retrait et de l'écoulement par viscosité du béton et leurs conséquences n'est pas encore donnée exactement quoique l'on possède une

quantité considérable de valeurs de mesures. Il semble que ces deux propriétés du béton aient pour base *une loi physique unique* où *l'écoulement par viscosité* est le cas général et le retrait un cas spécial pour une surcharge $P = 0$ car l'allure des raccourcissments pour le retrait et l'écoulement par viscosité, dans son rapport avec le temps, se ressemblent extraordinairement.

Straub a exposé, dans son mémoire (Transact. amer. soc. Civ. Eng. 1931), une théorie pour la déformation plastique, qui tient aussi compte du temps t et qui donne pour la déformation plastique ε_p la loi $\varepsilon_p = K\sigma^p t^2$. Il admet pour un béton (1 : 2 : 4) âgé de deux semaines $p = 2$ et $q = 0{,}15$ et après 4 mois de durcissement $p = 1{,}25$ et $q = 0{,}4$. Il serait plus exact de prendre p égal à m de la loi exponentielle. Les développements mathématiques sont plus étendus pour un calcul d'arc que ceux de la théorie de déformation; ils ont aussi un intérêt scientifique et pourraient être introduits lors des essais de charge. Il admet en outre une superposition qui n'est pas permise, en additionnant les variations de l'angle, engendrées par les déformations élastiques et plastiques qui ont différents sommets.

C'est pourquoi il est recommandable de prévoir l'introduction de l'élément de temps dans la théorie des arcs et de bâtir le calcul sur la régularité déterminée par les essais de l'accroissement de la déformation avec le temps, qui doit toutefois être connue. On se fera une idée sur le coefficient de déformation plastique ε_p d'après le temps probable de construction et de finition du pont et l'on pourra déterminer dans quel stade de la déformation plastique se trouvent ces différents travaux et à quelle déformation il faut encore s'attendre après la fin de la construction, car après un certain temps ces déformations n'augmentent plus.

Sur la fin de l'état d'écoulement par viscosité on ne connaît aucune donnée exacte. Les mesures de *Gehler* et *Amos* contenues dans le cahier 78 du «Deutscher Ausschuß für Eisenbeton» permettent de placer cette fin après une année, tandis que d'après *Whitney* (Journal Amer. Concrete Inst. mars 1932), *Davis, Glanville,* l'effet d'écoulement par viscosité ne cesse qu'après 4 à 5 ans quoiqu'au cours des deux dernières années le retrait soit très faible.

D'après *Gehler* et *Amos* (cahier 78 du «Deutscher Ausschuß für Eisenbeton») le fléchissement de l'éprouvette, armée d'un seul côte de la section, se monte après trois mois à 142 % de la valeur de retrait pour une déformation purement plastique et une compression $\sigma_b = 40$ kg/cm² et à 408 % pour un $\sigma_b = 120$ kg/cm². La détermination exacte des coefficients de retrait et de déformation est compliquée, car les essais après une année manqueent sur l'élasticité à là compression du béton employé de $W_{28} = 296$ kg/cm². Pour autant que l'on peut le déterminer d'après les essais en admettant un E et un n variables avec le temps et pour une zone tendue fissurée, le coefficient de déformation ε_p se monte après 150 jours, pour un $\sigma_b = 40$ kg/cm² à 118 % du coefficient de retrait et pour un $\sigma_b = 120$ kg/cm² à 270 %. Après 270 jours, ces coefficients sont respectivement 138 % et 300 %.

Admettons pour le béton armé un coefficient de retrait après une année de 0,2 mm par m; on obtient des coefficients d'écoulement de 0,28 mm par m pour $\sigma_b = 40$ kg/cm² et de 0,6 mm par m pour $\sigma_b = 120$ kg/cm².

Ces valeurs relativement hautes jouent évidemment un grand rôle dans les

ponts à grande portée; c'est pourquoi elles doivent être éliminées si ce n'est totalement, au moins en grande partie, par un procédé approprié de décoffrage. Lorsque l'arc est terminé, seul le reste agit encore. La grandeur de ce reste dépend du temps du décoffrage, elle dépend donc de la portée et de la durée de construction. De toute façon, on peut supprimer des $^2/_3$ aux $^4/_5$ de l'influence principale.

Il n'existe cependant pas de danger pour l'existence de l'arc, car ces effets ont une fin et le module d'élasticité du béton augmente.

Freyssinet donne les limites suivantes pour le coefficient de retrait:

dosage en ciment	350 kg	$\varepsilon_s = 4$ à 6.10^{-4}
	400 kg	$\varepsilon_s = 5$ à 7.10^{-4}
	450 kg	$\varepsilon_s = 6$ à 8.10^{-4}

(Génie civil 1921/II, p. 126.)

Il propose de prendre pour la réduction des tensions les valeurs $\varepsilon_s = 0{,}4$, 0,5 et 0,6 mm par m pour les dosages cités ci-dessus et lors de l'emploi de son procédé de décoffrage.

Pour les ponts à grande portée il est encore nécessaire d'effectuer de très amples essais sur les coefficients de retrait et de déformation plastique de bétons avec ciments spéciaux ou à haute résistance et pour différents rapports du mélange.

Les tensions de retrait et celles provenant de la déformation plastique peuvent se calculer d'après *M. Ritter*[2] ou d'après l'ouvrage de l'auteur.[3]

VI. — Méthodes de construction et de décoffrage.

Les méthodes de construction de *Spangenberg-Melan* et les procédés de décoffrage de *Freyssinet* sont connus. En utilisant la première méthode on devait lutter, pour l'accroissement de la portée, contre la grosse masse des matériaux de mise en charge préliminaire, de telle sorte que les possibilités d'application devaient se limiter à 180 m. Un projet de *Melan* pour la suspension de l'armature est donné à la fig. 2.

D'après le procédé de *Freyssinet*, une égalisation complète des tensions dans les deux fibres extrêmes d'une section n'est *pas* possible, car les naissances sont encastrées dès le début. On obtint cependant des réductions de tension appréciables comme par exemple pour les ponts suivants:

Villeneuve sur Lot	à la clé en haut 31 %,	aux naissances en bas 30 %
St-Pierre du Vauvray	à la clé en haut 25 %,	aux naissances en bas 29 %
St-Bernand	à la clé en haut 25 %,	aux naissances en bas 43 %

de telle sorte que dans ces ponts on avait seulement des tensions de 57,5 et 76,9 kg/cm², à Plougastel 75 kg/cm² et à la Roche-Guyon 80 kg/cm².

Ce procédé est un moyen pour augmenter encore la portée et permet de s'en tirer avec une sollicitation admissible de 159 kg/cm² pour une portée de 500 m. La fig. 3 représente un projet, abandonné plus tard, de *Freyssinet* pour la suspension, des coffrages d'un arc de 350 m de portée au moyen de câbles.

---

[2] *Dr. M. Ritter:* Wärme- und Schwindspannungen in eingespannten Gewölben. Schweizerische Bauzeitung, Volume 95, mars 1930.

[3] Dr. *A. Hawranek:* Nebenspannungen von Eisenbeton-Bogenbrücken. Editions E. Ernst & Sohn. Berlin 1919.

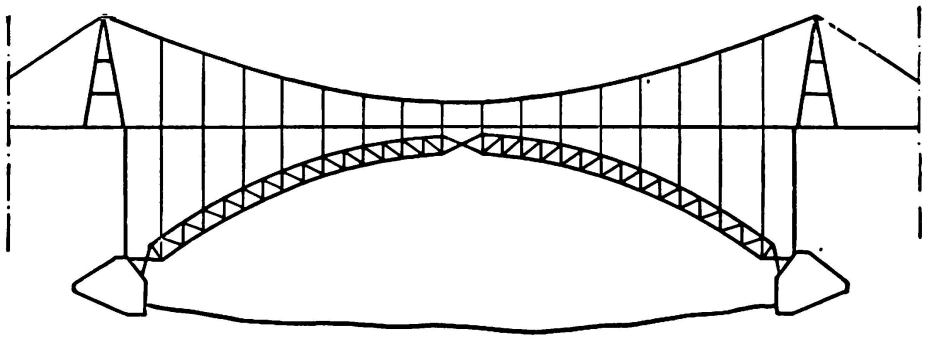


Fig. 2.

Le déplacement de l'axe de la voûte au cours de la construction peut aussi se faire par réglage vertical au moyen de vérins hydrauliques placés sur échafaudages fixes, ainsi que *Lossier* l'a proposé pour un arc de 460 m sur la *Rance* (Beton und Eisen 1931, p. 370). La fig. 4 représente l'échafaudage métallique.

Dr. *Fritz*[4] part d'autres points de vue. Pour lutter contre les tensions coercitives dangereuses, il utilise un arc à trois articulations construit sur échafaudages rigides et le transforme dans la suite en arc encastré.

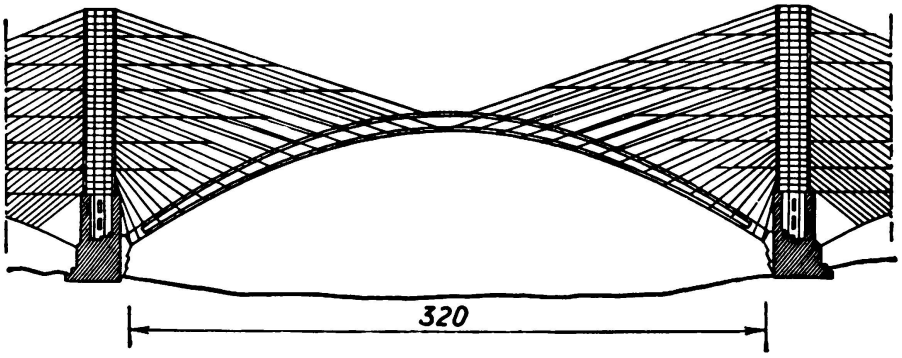


Fig. 3.

Par relèvement des deux parties de l'arc à trois articulations, en tenant compte de la compression de l'échafaudage, du raccourcissement de l'axe engendré par les surcharges immobiles, le trafic, le retrait et de l'agrandissement de la portée on peut obtenir, dans l'état final, une coincidence pratiquement parfaite de la ligne des pressions et de l'axe de la voûte.

Après le bétonnage, même à la clé des joints de retrait de l'arc, on construira aux naissances des articulations qui seront supprimées dans la suite.

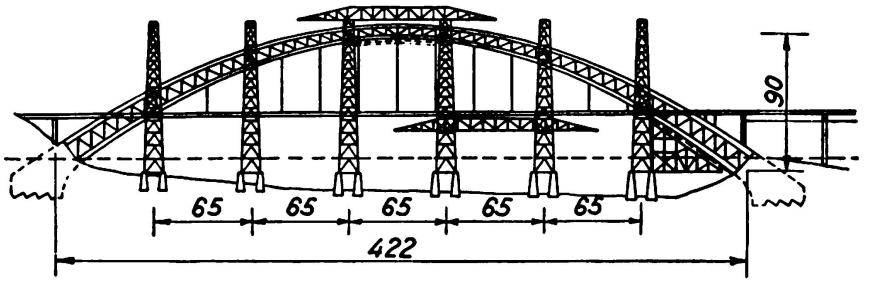


Fig. 4.

[4] Dr. *Fritz B.:* Vereinfachte Bestimmung des Einflusses der Systemverformung beim Dreigelenkbogen unter besonderer Berücksichtigung der Veränderlichkeit der Querschnittsgrößen. (Bauing. 1935 H. 15/16. Schweiz. Bauztg. 1935/II, S. 277.)

Lorsque la superstructure sera terminée, on abaissera l'échafaudage et l'on supprimera les articulations après avoir tenu compte de l'effet de retrait par une charge supplémentaire Δp_s et, de façon identique, d'un déplacement des culées en introduisant Δp_w dans le calcul. Tant que le coefficient de retrait introduit dans le calcul ne sera pas atteint, il se produira des moments de flexion dans l'arc par suite de $g + \frac{p}{2}$. Pour de grandes portées les charges supplémentaires Δp_s et Δp_w seraient trop grandes, c'est pourquoi il faut laisser le temps de se produire à l'effet de retrait et du déplacement des culées avant de terminer la voûte, alors une surcharge artificielle de $\frac{p}{2}$ seulement sera nécessaire. L'attente est cependant assez longue et le déplacement des culées ne se produit complètement que pour la surcharge totale.

Afin de réduire ces ennuis, l'on peut placer les articulations excentriquement, aux endroits qui correspondent au passage de la ligne des pressions dans les naissances et la clé.

Dischinger a proposé un procédé semblable (Bauingenieur 1935, H. 12—14).

Ces différents procédés pourront être employés dans le développement de la construction des ponts en arc. Dans le chapitre VIII nous indiquerons un nouveau procédé.

VII. Echafaudages.

Pour l'exécution des ponts à grande portée, le type et le coût des échafaudages jouent un rôle de toute première importance, car le prix des échafaudages représente une grande partie du coût total des ponts en arc de béton armé. Non seulement le coût mais aussi le matériau de l'échafaudage est déterminant. Jusqu'à présent, on a choisi le bois, même pour des ponts de 187 m de portée (pont sur l'Elorn près de Plougastel) et on l'a même proposé pour des portées plus grandes. Suivant la flèche de l'arc, on a employé des échafaudages identiques à ceux utilisés pour les petites portées ou des types spéciaux comme ceux que Freyssinet a choisis avec arc en couronne et contre-fiches en treillis. Au pont de Traneberg à Stockholm ($l = 181$ m), on a employé des arcs métalliques à âme pleine comme échafaudage; l'acier était à haute résistance et les sollicitations admissibles se montaient à 2430 kg/cm²; avec raison on avait admis pour un tel emploi un dépassement de 35 % de la tension admissible ordinaire de 1800 kg/cm². Ces arcs nécessitèrent environ 1000 t d'acier et furent employés deux fois, car on les glissa latéralement pour la construction du deuxième arc.

Si l'on néglige l'emploi fait en Amérique de ces échafaudages métalliques pour les petites portées, c'est la seule fois que l'on a utilisé un tel procédé dans la construction de grands ponts en arc de béton armé.

Sans aucun doute, le *bois* n'est utilisable dans les ponts à grandes portées (jusqu'à 250 m) que lorsque la flèche n'est pas trop grande, la profondeur de l'eau pas trop grande et le terrain résistant, car les masses de béton seraient trop lourdes. Même lorsque l'on prévoit un déchargement de l'échafaudage ainsi que l'a fait *Freyssinet* au pont de La Roche-Guyon ($l = 161$ m) on ne pourra plus employer ce procédé pour des portées plus grandes surtout lorsque la flèche est grande. Freyssinet plaçait déjà sous pression, au moyen de presses

hydrauliques, la plaque inférieure de la section en forme de caisson et il établissait une liaison provisoire entre la plaque et l'échafaudage afin de réduire le danger de flambage de la voûte, de telle sorte que la construction du reste de l'arc ne chargeait plus l'échafaudage.

Le vent produit déjà de fortes sollicitations dans l'échafaudage de bois. Les fondations sont très coûteuses lorsque le courant est fort et que la profondeur est grande car lorsque la portée est grande il faut construire plusieurs piliers qui doivent ensuite être démolis, même lorsque l'on emploie un arc en treillis ou une poutre à âme pleine du type *Lembke*. De grandes flèches exigent un développement en largeur des piliers si l'on veut obtenir une stabilité suffisante.

C'est pourquoi l'on devra utiliser pour les portées plus grandes que 200 à 250 m des échafaudages en *acier*, et même mieux encore en acier *à haute résistance*. On pourra tout aussi bien employer des profilés de laminage ou des câbles à haute résistance et en tenant compte de l'application provisoire, on pourra relever les sollicitations admissibles à 2500 kg/cm² pour l'acier St 52 et à 7000 kg/cm² pour les câbles d'acier. L'emploi de l'acier est avant tout indépendant de la compression du bois aux joints des parties de l'échafaudage. Le mode de compression doit cependant être déterminé d'avance pour le type de bois employé.

On essayera naturellement aussi dans les échafaudages d'acier, mais seulement pour autant qu'il est absolument nécessaire, de reporter le poids de l'arc sur l'arc lui-même et de rendre aussitôt que possible indépendants les arcs de béton armé.

Quoiqu'il soit possible de travailler avec des échafaudages en arc métallique pour des portées dépassant 200 m on doit cependant compter, même si l'on prévoit un double emploi de l'arc, sur un poids total de 4000 t pour l'échafaudage d'un pont de 400 m et l'on doit tenir compte de la difficulté d'établissement de tels arcs et de la difficulté plus grande encore du déplacement d'un tel arc pour le bétonnage de la seconde voûte. Le poids augmente encore pour les ponts à flèche plus faible. La sécurité au flambage dans les deux directions principales et l'effet du vent exigent encore d'autres renforcements.

C'est la raison pour laquelle il est nécessaire de remplacer de tels arcs par une construction suspendue ou par une combinaison appropriée d'appuis intermédiaires et de construction suspendue. Le coût décide de l'application de l'une ou de l'autre solution. Par construction suspendue, il faut entendre un câble ancré à ses extrémités et d'une flèche de $^1/_{10}$ à $^1/_{15}$, auquel est suspendu tout le coffrage. Pour le projet d'un pont de 400 m et d'une construction à câble de même portée, le calcul complet a montré le côté pas du tout économique de cette solution.

Par contre, l'emploi dans ce cas d'appuis intermédiaires distants de 88 m des naissances, combinés avec un câble de suspension de 224 m supportant le coffrage, s'est montré très économique (fig. 5). Il faut souligner qu'il s'agit d'un arc dont la flèche est de $^1/_4$ l. Dans ce cas, l'ancrage du câble peut se faire dans les culées de l'arc; il n'est par suite pas nécessaire de construire des blocs d'ancrage spéciaux. En faisant passer le câble au-dessous de la clé de la voûte, on peut réduire la hauteur des pylônes. La partie centrale du câble, entre les intersections de ce dernier avec l'arc, peut servir de raidisseur et la longueur totale du câble est réduite.

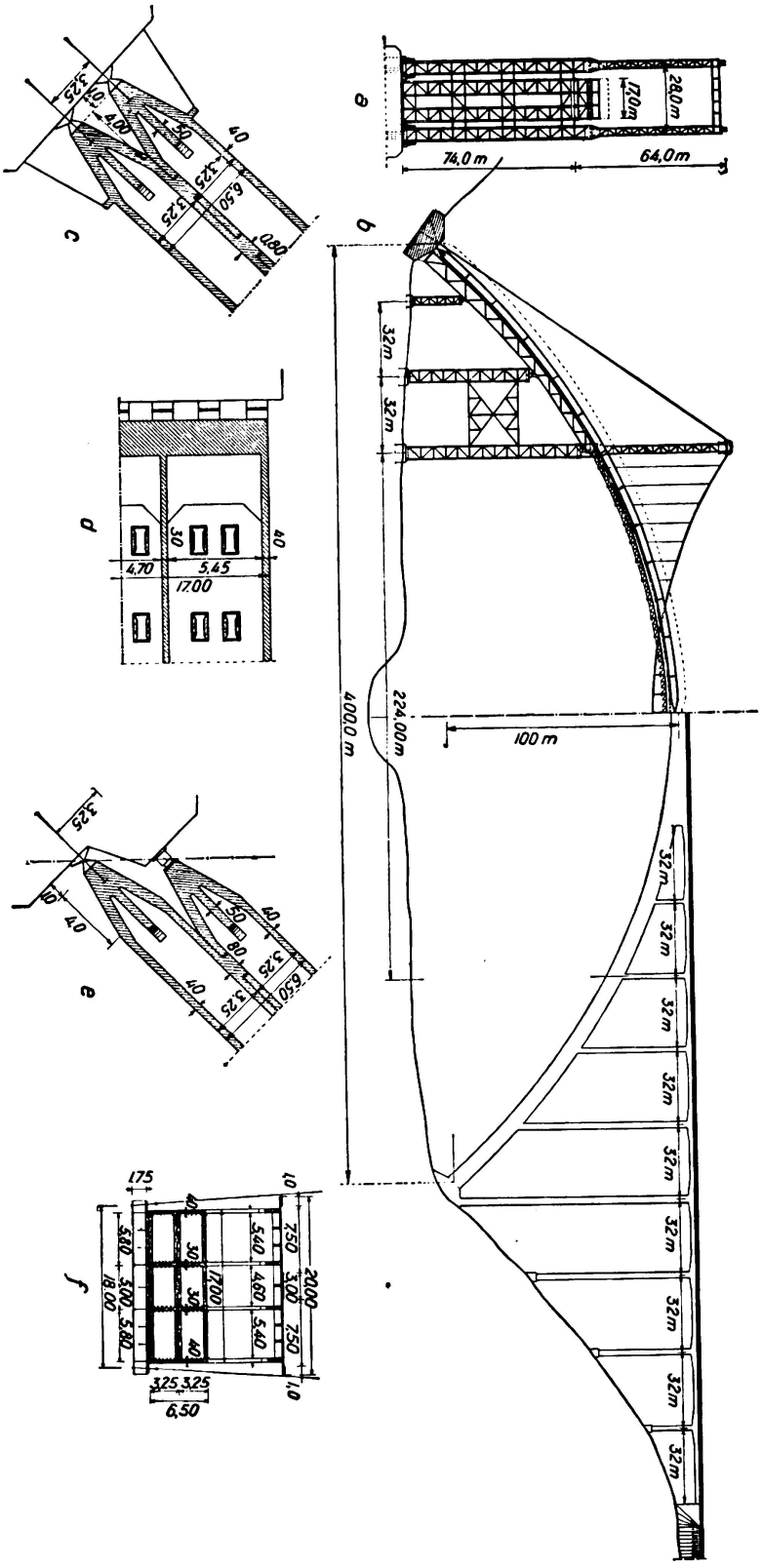

a
28,0 m
17,0 m
74,0 m
64,0 m
b
400,0 m
224,00 m
100 m
32 m
c
d
4,70
5,45
17,00
e
f
6,50

Fig. 5.

Les déformations du câble qui se produisent durant le bétonnage et sous l'effet de la température peuvent être calculées exactement et l'on peut les corriger par des manchons à vis placés dans les barres de suspension ou les régler par des presses hydrauliques placées sur les pylônes.

Ces faits ne présentent aucun inconvénient pour le bétonnage, car les arcs métalliques sont aussi soumis à des déformations semblables et les joints de bétonnage permettent d'éliminer l'influence du retrait.

Au lieu d'une construction suspendue on peut utiliser pour l'échafaudage dans la partie centrale une construction métallique en arc.

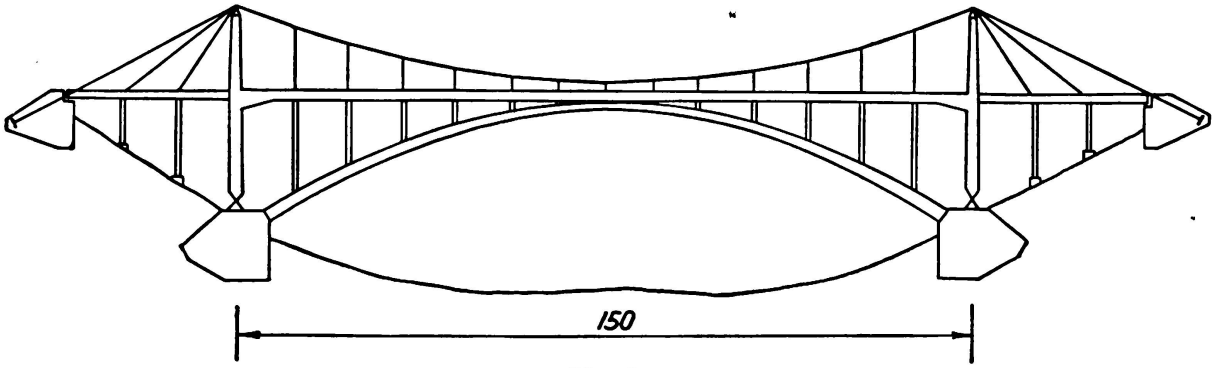


Fig. 6.

La fig. 6 représente un projet qui prévoit un renforcement de la construction suspendue, pour les ponts de plus petite portée. On prévoit à cet effet un cadre à deux articulations ou encastré dont la traverse horizontale servira plus tard de longrine principale pour le tablier du pont. Ces cadres présentent un autre avantage: ils peuvent porter le coffrage et permettent le transport du béton et des autres matériaux sur une voie horizontale. De plus, ils réduisent les déformations d'une façon appréciable.

Les théories de l'élasticité et des déformations de ce pont suspendu avec cadre raidisseur furent données par l'auteur.[5]

On voit par ce que nous venons de dire que pour atteindre de plus grandes portées que jusqu'à ce jour la combinaison du béton et de l'acier est non seulement intéressante, mais nécessaire et économique.

VIII. — Nouveaux projets pour la construction des ponts en arc de béton armé à grande portée.

Projet d'un pont en arc de béton armé de 400 m de portée.

Afin d'alléger la construction de l'échafaudage servant au coffrage et au bétonnage, nous proposons de composer l'arc portant de deux arcs parallèles superposés. Le premier sera construit sur l'échafaudage, puis décoffré pour servir d'échafaudage à la seconde voûte. Les deux arcs seront finalement reliés et transformés en un seul arc encastré. Si l'on exécute ces arcs avec trois articulations, ils peuvent être tout-à-fait libérés des effets du raccourcisse-

[5] Dr. *A. Hawranek:* Hängebrücke mit einem Zweigelenkrahmen als Versteifungsträger. Stahlbau 1935. — Dr. *A. Hawranek:* Verformungstheorie dieses Systems. Abhandlungen der Internat. Vereinigung für Brückenbau und Hochbau, Band III, 1935.

ment de l'axe par retrait et par suite de la plasticité du béton cependant dans une mesure dépendant du moment où l'arc est terminé. Comme exemple, nous présenterons le projet d'un arc de 400 m de portée qui a la même flèche f = 100 m que celui du projet du professeur *Dischinger* publié dans le „Bauingenieur" 1935, N°. 11—14. Nous avons aussi choisi le même système de support du tablier, afin de pouvoir comparer les résultats du calcul (fig. 5f).

1° *Arc inférieur.*

Nous supposons *à priori* que le premier arc B_1 a été conformé suivant la ligne des pressions, pour le poids propre ou pour une surcharge qui permet la plus grande réduction possible des tensions et nous admettons une hauteur et une forme *constante* de la section. La section F est de plus symétrique dans les deux directions principales. L'arc est prévu avec des articulations en acier aux naissances, on a prévu à la clé la place pour l'installation provisoire de vérins hydrauliques. L'échafaudage de l'arc sera relevé d'une façon correspondant à sa déformation propre, à la compression élastique de l'axe de la voûte, à l'effet de retrait et à la déformation plastique de l'arc. Après son exécution l'arc sera relevé de son échafaudage, au moyen de presses, afin qu'il subisse le raccourcissement élastique de son axe par suite du poids propre.

Le décoffrage peut éventuellement se faire, dans le cas d'un échafaudage suspendu directement, au moyen des manchons à vis placés sur les barres de suspension, dans un échafaudage à appuis intermédiaires au moyen de presses verticales.

Effet de température. Il ne sera pas toujours possible de terminer l'arc au moment de la température moyenne $t = 10\,C^0$ pour l'Europe Centrale. Lorsque les effets de température dans un arc encastré, pour les variations positives et négatives maxima, doivent être également grands dans les deux sens, ou pour une armature asymétrique pas trop différents, on doit considérer la différence entre la température lors du décoffrage de l'arc et la température moyenne en relevant ou en abaissant la clé.

Cette opération aura du succès si l'on peut maintenir l'arc à trois articulations jusqu'à ce que se produise la véritable température moyenne. Alors seulement on terminera l'arc car si on le finit trop tôt le système variera, deviendra hyperstatique (à deux articulations, éventuellement encastré) de telle sorte qu'il faudra alors tenir compte de différentes valeurs maxima positives et négatives de la variation de la température et une égalisation des tensions sera alors plus difficile.

Les presses placées axialement à la clé ne subissent que des différences de pressions insignifiantes par suite de la variation de température. Dans les arcs à trois articulations, les modifications de la hauteur de l'axe de la voûte rendues nécessaires par de tels effets de température peuvent se faire par une correction de la hauteur de l'échafaudage. On peut facilement le faire pour un coffrage suspendu au moyen des manchons à vis.

La *chaleur de prise* du béton des parties de l'arc ne se fera remarquer que dans les parties bétonnées en dernier lieu. Sa prise en considération n'est pas sûre.

Si l'on tient exactement compte de toutes les mesures luttant contre les

effets dont nous venons de parler nous pouvons affirmer que l'arc inférieur sera soumis aux sollicitations les plus favorables.

Introduisons des plaques symétriquement à l'axe près des vérins, que l'on conserve à leur lieu et place. Si maintenant l'on réduit un peu la pression, l'arc à trois articulations dégagé de l'échafaudage peut servir à son tour d'échafaudage pour l'arc supérieur.

2° *L'arc supérieur.*

L'arc supérieur, de dimensions et d'épaisseur égales, est bétonné sur l'arc inférieur qui le supporte, et de façon identique. Les corrections nécessaires sont exécutées comme pour l'arc inférieur en considérant l'âge des parties de l'arc, le coefficient de retrait et les températures qui s'y rapportent.

Il peut arriver que l'axe de la voûte supérieure ne soit pas parallèle à celui de l'arc inférieur. Par de faibles variations de forces produites par les vérins de l'arc inférieur ou de l'arc supérieur, on peut obtenir un contact parfait des deux arcs.

Faut-il augmenter la pression en bas ou la diminuer en haut lorsque la distance des axes est plus grande aux reins qu'aux naissances ou à la clé, ou l'inverse lorsque les reins des deux arcs exercent une pression l'un sur l'autre. Ceci dépend de l'égalisation prévue ou de la plus favorable des tensions maxima dans l'état définitif de l'arc.

D'après l'application de ce processus de correction, les arcs sont reliés entre eux en scellant les joints des parties en contact (fig. 5d), qui doivent permettre la collaboration des deux arcs. On obtient un arc unique d'épaisseur double avec tensions assez bien égalisées, c'est-à-dire avec faibles moments.

3° *L'arc double.*

L'arc double lié peut encore, au moyen des presses, être réglé en tenant compte de l'égalisation désirée des moments engendrés par les charges qui interviendront dans la suite et les doubles articulations aux naissances peuvent toujours agir. Ces doubles articulations aux naissances agissent comme un encastrement.

Il est aussi possible d'introduire aux naissances de l'arc supérieur, au lieu d'articulations, des presses qui permettront un réglage ultérieur de la ligne des pressions de l'arc de liaison.

On peut maintenant bétonner le tablier et les colonnes en ménageant un joint au-dessus de la clé. Au moyen des vérins, il est possible d'égaliser encore mieux les tensions en tenant compte des charges agissant après la finition de l'arc double lié. Il faut considérer le poids du tablier et des colonnes, la charge utile, l'effet de retrait pour autant que l'on n'en a pas encore tenu compte, la déformation plastique ultérieure, l'effet du vent et de la température.

Comme on dispose de deux ou plusieurs rangées de vérins à la clé il est possible de réduire les valeurs maxima des tensions par des pressions variables et calculées pour chaque rangée. Les presses que l'on peut éventuellement placer aux naissances permettent un réglage plus poussé de la ligne des pressions. On peut alors terminer l'arc et procéder aux bétonnages des joints prévus à la clé, aux naissances et au tablier et enlever les presses. Il faudra bétonner

alors, aux endroits des articulations à supprimer, les armatures continues nécessaires pour un arc encastré.

La finition de l'arc directement après l'exécution des deux voûtes ou seulement après la construction du tablier dépend de la portée, de la flèche, des vérins disponibles et avant tout du rapport du poids propre à la charge accidentelle.

4° *La liaison des deux arcs.*

Les deux arcs doivent agir dans la suite comme un seul arc. C'est pourquoi il faut empêcher tout déplacement des arcs le long du joint de contact et assurer pour toujours le contact des deux arcs.

On satisfait le premier point de la façon suivante. Audessus du premier arc, on a prévu plusieurs rangées transversales de stries armées, en forme d'aronde, dans le plan horizontal; elles étaient construites en même temps que le bétonnage de l'arc (fig. 5c et d). L'arc supérieur a des évidements correspondants qui ne furent bétonnés que lorsque les deux arcs furent ajustés. Afin de permettre ce bétonnage, on a ménagé des trous d'homme dans les parois transversales, ce qui assurait le passage. De cette façon, on peut encore enlever le coffrage intérieur.

L'exécution de ces stries en forme de cheville peut se faire très exactement, au-dessus de l'arc inférieur les évidemments de l'arc supérieur peuvent très bien être ménagés, car ils se font en même temps que le bétonnage de la plaque inférieure et par conséquent sont très accessibles.

La liaison des arcs dans le sens vertical peut se faire au moyen de boulons d'ancrage posés radialement à côté des nervures transversales et traversant les deux arcs.

Cette liaison peut se faire à travers les parois longitudinales elles-mêmes.

5° *Position des articulations aux naissances.*

Les articulations aux naissances peuvent être disposées dans un joint perpendiculaire à l'axe de la voûte. Les portées des deux arcs sont un peu différentes dans ce cas ainsi que dans une certaine mesure les flèches (fig. 5e).

On peut aussi disposer les articulations aux naissances dans un plan vertical, de telle sorte que pour les deux arcs la portée est égale (fig. 5e). Dans ce cas, les deux arcs auront presque les mêmes sollicitations par suite du poids propre et l'on pourra leur appliquer les mêmes mesures de décoffrage, sauf en ce qui concerne le retrait et la plasticité de l'arc.

Il serait aussi possible de prévoir une disposition excentrique des articulations aux naissances et éventuellement de l'articulation à la clé.

6° *Articulations déplacées.*

Les *articulations provisoires, déplacées* présentent un gros avantage dans la construction des grandes portées. Ces articulations agissent d'une façon favorable en ce sens que les parties des naissances en encorbellement peuvent mieux supporter les tensions du vent et de température à cause de l'agrandissement de l'épaisseur de la voûte vers les naissances et parce que la stabilité de l'arc est mieux assurée dans les ponts étroits par l'élargissement des encorbellements. Les parties en porte à faux peuvent être exécutées sur des échafaudages rigides qui ne sont relativement pas hauts. On peut s'en tirer

alors avec une épaisseur plus faible de la voûte. Les portées de l'arc à trois articulations sont plus petites.

Enfin par suite de la réduction de poids obtenue l'échafaudage de l'arc à trois articulations admet des dimensions plus réduites.

Les articulations se trouvent aux endroits où les tensions dans l'arc définitif encastré sont déjà plus petites qu'aux naissances ou à la clé et où les tensions admissibles ne peuvent être utilisées. Par conséquent, les armatures que l'on doit placer pour la suppression des articulations lors de la transformation en un arc encastré, ont des sections plus faibles, de telle sorte que là déjà on fait une économie. La fixation de ces fers dans l'arc peut ici se faire beaucoup plus facilement.

Enfin, les articulations métalliques sont beaucoup moins lourdes, car les pressions sont plus faibles par suite de la portée moins grande.

L'avantage des articulations déplacées se fait surtout sentir dans les arcs à grande flèche, entre autres parce que les articulations peuvent être déplacées relativement beaucoup plus loin des culées.

Les articulations déplacées présentent de gros avantages aussi bien comme articulations *définitives* que comme articulations *provisoires* dans les arcs encastrés.

La méthode que nous venons de proposer ici donne un moyen de construire des ponts en arc de béton armé à grande portée grâce aux nombreux avantages qu'elle présente et aux différentes possibilités de réglage suivant la conformation des parties de l'ouvrage.

Résumé.

L'étude qui fait l'objet de la présente note donne d'abord les propriétés nécessaires du matériau pour les grandes voûtes en béton armé et l'on constate qu'il est possible actuellement d'employer une compression admissible de 200 kg/cm² pour le béton. Les moyens de réduction des compressions les plus grandes du béton par une fibre neutre corrigée sont discutés. L'auteur donne ensuite des nouvelles solutions pour le calcul plus précis des arcs d'après les théories des déformations, ainsi que des formules générales pour des modules d'élasticité E variables dans une section creuse de l'arc. Ensuite nous publions pour la première fois la théorie de déformation des arcs avec E et J variables et aussi la théorie de déformation des arcs encastrés avec une fibre neutre formée d'après le funiculaire des charges appliquées. Nous indiquons les solutions des équations différentielles et des formules pour les déformations et les moments. Nous traitons ensuite l'influence du retrait et de la déformation plastique du béton sur le problème en question. Nous proposons une *nouvelle* construction, partiellement suspendue, d'un échafaudage en acier pour des grands ponts en arc.

Enfin nous démonstrons une *nouvelle méthode* d'érection d'un arc de 400 m. Nous achevons d'abord sur l'échafaudage un arc complet d'une épaisseur égale

à la moitié de l'épaisseur définitive et après le décintrement de la première partie nous construisons le deuxième arc sur le premier. Après l'achèvement, les deux arcs seront réunis pour l'action unitaire. Au moyen d'articulations provisoires et de presses hydrauliques il est possible d'éliminer l'action du retrait et des déformations plastiques du béton (compressions parasitaires). Nous démontrons aussi que des articulations provisoires mais déplacées vers la clé présentent des avantages considérables.

Nous n'établissons aucune comparaison entre les ponts en arc métallique et les ponts en arc de béton armé.

IVb 4

La voûte du pont de Traneberg à Stockholm.

Die Gewölbe der Tranebergsbrücke in Stockholm.

The Arches of the Traneberg Bridge in Stockholm.

S. Kasarnowsky,
Ingenieur, Erster Konstrukteur der Brückenbauabteilung der Hafenverwaltung, Stockholm.

Le pont combiné pour route et chemin de fer de banlieue construit de 1932 à 1934 sur le Tranebergssund à Stockholm a une portée de 181 m, ce qui en fait le pont de béton le plus grand du monde (fig. 1).

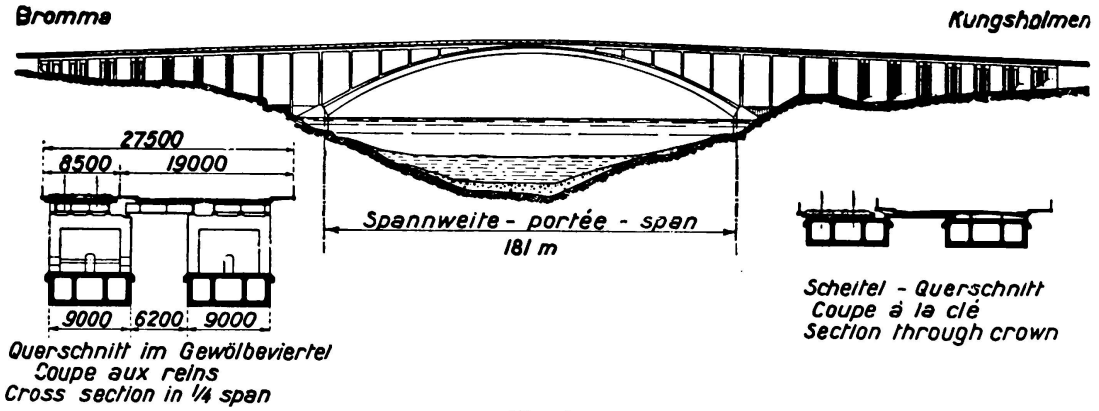


Fig. 1.

Le Dr. ing. *Dischinger* propose de définir le «degré de hardiesse» d'un pont en arc, par le rayon de courbure d'une parabole $\frac{l^2}{8f}$ (l = portée, f = flèche) passant par les naissances et la clé.

Il serait encore préférable d'introduire comme «degré de hardiesse» le véritable rayon de courbure à la clé, car si l'on multiplie celui-ci par le poids spécifique du matériau de la voûte, on obtient à peu près la contrainte normale à la clé, engendrée par le poids propre de l'arc. Pour le pont de Traneberg, si l'on prend pour la flèche 26,2 m, ce rayon de courbure est égal à 183 m, c'est-à-dire env. 7 m de plus que pour le nouveau pont sur la Moselle à Coblence et env. 50 m de plus que pour le pont de Plougastel à Brest.

La tablier.

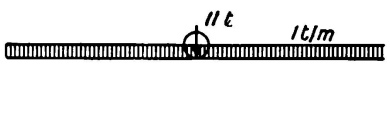
Le pont a deux tabliers juxtaposés, tout-à-fait distincts. L'un sert au trafic routier et a une largeur de 19 m répartis comme suit: une chaussée de 12 m,

deux trottoirs à piétons de 2,5 et 2,0 m et deux trottoirs à vélos de 1,25 m chacun. L'autre, d'une largeur de 8,5 m, a deux voies normales de chemin de fer de banlieue, posées à la distance de 3,5 m.

Le choix de l'ossature du tablier fut dicté par le principe qu'il fallait maintenir son poids aussi faible que possible afin de ne pas surcharger les arcs plus qu'il n'était nécessaire. Le tablier se compose de 10 longrines soudées et d'une dalle de béton armé de 22 cm d'épaisseur. La portée des longrines est de 13 m aussi bien au-dessus de l'arc que dans les travées de rives.

Surcharges.

Charge utile: trottoirs à piétons et à vélos, 0,4 t/m²; chaussée, 4 colonnes de véhicules suivant la fig. 2a; train de banlieue, 2 trains suivant la fig. 2b. Le total de ces surcharges donne, pour un arc, une surcharge de comparaison de 7,5 t/m.



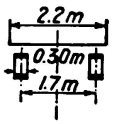
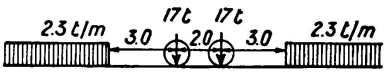


Fig. 2a.



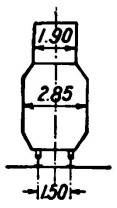


Fig. 2b.

Action du vent: 0,125 t/m².

Température: $\pm$ 16° C.

Retrait: assimilable à — 10° C.

Tensions admissibles et matériau de l'arc.

Pour une surcharge normale, c'est-à-dire pour le poids propre, la surcharge, $\pm$ 8° de différence de température et le retrait, on admit 100 kg/cm². Pour une surcharge exceptionnelle, c'est-à-dire pour une surcharge à laquelle, en plus de ce que nous avons défini ci-dessus comme normal, s'ajoute $\pm$ 8° C et l'action du vent, on admit 120 kg/cm². Les propriétés du béton employé pour les arcs et les culées sont données dans le tableau ci-dessous.

ciment portland kg/m³	rapport eau/ciment	rapport des poids ciment : sable : gravier fin (7 à 30 mm) : gros gravier (30 à 60 mm)	valeur moyenne de la résistance de prisme kg/cm²			
			7	28	90	365 jours
400	0,54	1 : 2,20 : 1,11 : 1,12	274	464	497	478
365	0,54	1 : 2,54 : 1,24 : 1,24	258	451	488	485

On a tenu compte des points de vue suivants pour la détermination de la hauteur h_o de l'arc à la clé:

1° — *Sécurité au flambage dans le plan de la voûte.* Si l'on tient compte des tensions de compression relativement élevées (70 kg/cm² pour le poids propre), on voit qu'il est important de donner à la voûte une rigidité suffisante afin d'obtenir une sécurité assez grande contre le flambage dans le plan de la voûte. On sait que, pour un poteau de béton, la limite inférieure du degré d'élancement pour lequel on peut craindre la flambage est d'environ 55.

La longueur libre de flambage pour un arc encastré du type considéré peut être évaluée au tiers de la portée l et la rayon d'inertie à la clé peut être posé égal à 0,37 fois la hauteur h_o à la clé. Le degré d'élancement de l'arc est donc:

$$\frac{0{,}33\,l}{0{,}37\,h_o} = 0{,}91\,\frac{l}{h_o}$$

et l'épaisseur minima de l'arc à la clé est de:

$$0{,}91\,\frac{l}{h_o} = 55 \quad \text{ou} \quad h_o = \frac{l}{60} \tag{1}$$

2° — *Tensions additionnelles résultant de la flexion de l'arc.* Ainsi qu'on le sait il existe dans les arcs à grande portée des tensions additionnelles résultant de la flexion de l'arc qui, dans les arcs élancés, peuvent sérieusement réduire la sécurité.[1] Désignons par X la poussée horizontale résultant du poids propre et de la surcharge, par Δ la flexion de l'arc résultant de la surcharge. On peut évaluer le moment additionnel produit par la déformation à:

$$C \cdot \Delta X \tag{2}$$

$C \approx 0{,}7$ pour la clé et $C \approx 1{,}0$ pour les naissances (pour ces dernières c'est la flexion aux reins qui est déterminante).

Le calcul de cette flexion peut se faire en multipliant la flexion du système non déformé par un facteur Γ qui a environ la valeur suivante:

$$\Gamma = \frac{\sigma_K}{\sigma_K - \sigma_n} \tag{3}$$

Dans cette équation σ_K désigne la charge de rupture d'Euler, calculée au moyen de la relation (1) et σ_n la tension normale résultant du poids propre et de la surcharge.

Pour le pont de Traneberg, en introduisant pour le module de Young $E = 210\,000$ kg/cm², $\sigma_K = 690$ kg/cm² et $\sigma_n = 76$ kg/cm², on obtient:

$$\Gamma = \frac{690}{690 - 76} = 1{,}12$$

Les flexions les plus importantes peuvent être calculées, pour des arcs du type du pont de Traneberg, au moyen des formules ci-dessous:

---

[1] cf. *S. Kasarnowsky:* Stahlbau 1931, cahier 6.

à la clé $$\Delta = 0{,}000093 \left(\frac{p\, l^4}{J_o\, E}\right) \Gamma \qquad (4)$$

aux reins $$\Delta = 0{,}000122 \left(\frac{p\, l^4}{J_o\, E}\right) \Gamma \qquad (5)$$

(p = la surcharge par m; J_o = le moment d'inertie à la clé).

Au pont de Traneberg, pour une surcharge p = 7,5 t/m (voir le tableau suivant) on peut calculer des flexions de 2,6 cm à la clé et de 3,3 cm aux reins. La poussée horizontale pour le poids propre et la surcharge est de 8588 + 782 = 9370 t. Les moments additionnels calculés d'après l'équation (2) sont de:

$0{,}7 \cdot 2{,}6 \cdot 9370 \cdot 0{,}01 = 170$ tm à la clé

$1{,}0 \cdot 3{,}3 \cdot 9370 \cdot 0{,}01 = 310$ tm aux naissances

et les tensions additionnelles ont une valeur maxima de 1,6 kg/cm², c'est-à-dire 1,6 % des tensions admissibles seulement.

Le choix de l'épaisseur à la clé suivant l'équation (1) donne par conséquent une rigidité suffisante pour les tensions admissibles que nous avons admises.

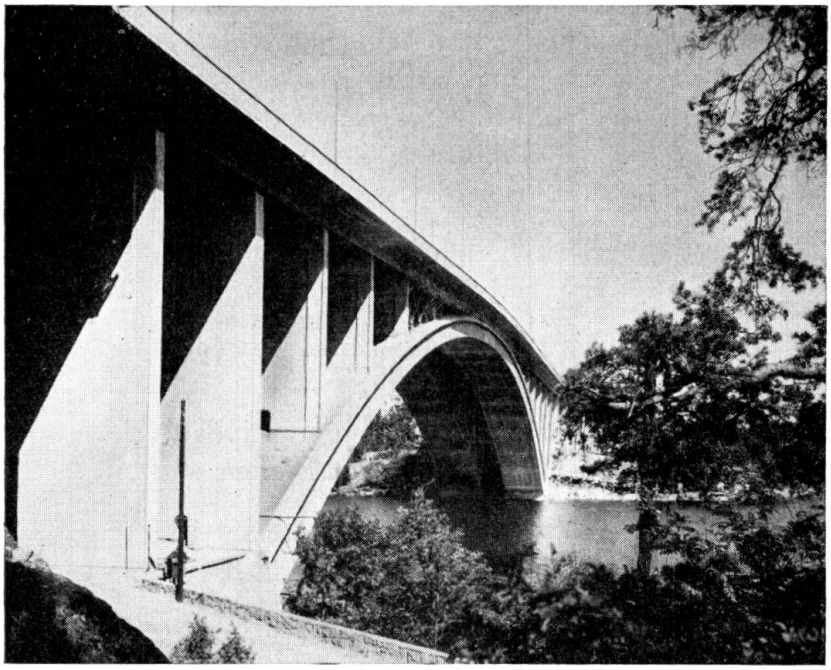


Fig. 4.

Construction de l'arc.

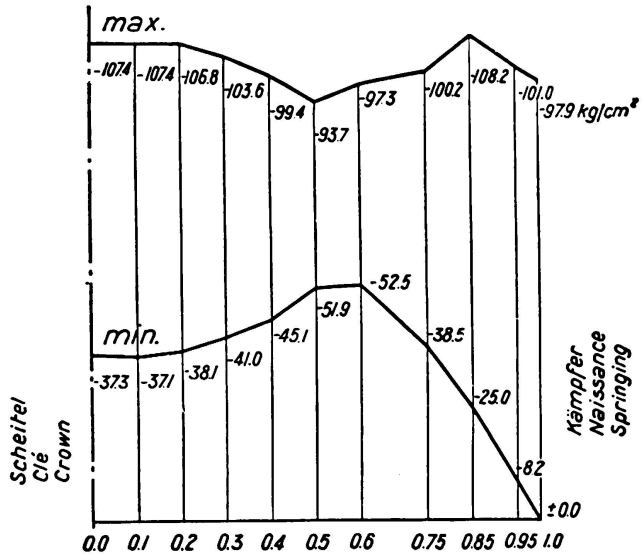
La voûte principale se compose de deux arcs de béton distants de 15,20 m d'axe en axe. Les arcs ont une section en forme de caisson avec deux parois intermédiaires (fig. 1). Sur une longueur de 54 m au milieu de la portée, la hauteur de l'arc est constante et égale à 3 m. De là elle croit jusqu'aux naissances où elle atteint 5 m. L'arête supérieure de l'arc est munie d'une moulure afin de lui donner un aspect plus élancé (fig. 4). La largeur des arcs sans les moulures est de 9 m.

Le tableau suivant contient les données principales sur les dimensions des arcs à la clé, aux reins et aux naissances.

Section	Hauteur de l'arc m	Surface de la section m^2	Moments d'inertie m^4	Moments résistants m^3
clé	3,00	12,85	15,52	10,30
reins	3,16	13,18	17,99	11,30
naissances	5,00	22,05	69,93	28,00

La fig. 3 donne la répartition des tensions maxima et minima dans le sens longitudinal de l'arc. Ainsi qu'on peut le constater, il n'existe aucune contrainte de traction dans l'arc même dans les conditions les plus défavorables. La contrainte maxima, 108,2 kg/cm², se trouve à la distance de 77 m de la clé et se décompose comme suit:

Poids propre	64,3 kg/cm²
Influence de l'excentricité transversale s'y rapportant	1,0 »
Surcharge	17,8 »
Influence de l'excentricité transversale s'y rapportant	1,1 »
Température — 16° C	9,9 »
Retrait (— 10° C)	6,2 »
Action du vent	7,9 »
Total	108,2 kg/cm²



Verteilung der max. und min. Spannungen im Gewölbe. (Exceptionneller Belastungsfall)

Répartition des tensions max. et min. dans l'arc. (Cas de charge exceptionnel)

Distribution of stress minima and maxima in arch. (Exceptional case of loading)

Fig. 3.

Le coulage de l'arc se fit en deux anneaux (fig. 5). Chaque anneau se compose, pour chaque moitié d'arc, de 10 tranches distantes de 1,20 m environ. Afin d'éviter le chargement asymétrique des échafaudages, on coula en même temps une tranche de chaque côté de la clé.

Le béton était préparé dans une fabrique à béton et transporté sur le chantier au moyen de camions spéciaux munis d'un tambour rotatif d'une capacité de 1,25 m^3. Des camions, le béton était versé dans des séaux et transporté par un câble au lieu de bétonnage.

Le volume de béton d'un arc se monte à 2740 m^3 (culées non comprises).

L'armature de l'arc est de 62 kg/m^3 de béton dont 45 % pour les armatures longitudinales et 55 % pour les transversales. Le matériau est de l'acier 50 avec une limite d'écoulement de 30 kg/mm^2 et un allongement de 20 % de la longueur normale de mesurage.

Les culées.

Le fond de granit qui se trouve sur les deux rives forme des culées naturelles. Les culées furent dimensionnées de telle sorte qu'en aucun point la compression ne dépasse 30 kg/cm^2. Dans chaque culée est ménagé un vide de 1 m de diamètre qui sert au passage des conduites d'eau.

Les culées furent exécutées à sec au moyen de batardeaux circulairees. La hauteur d'eau maxima était de 8 m.

Les échafaudages (fig. 5).

Les échafaudages se composent de 4 voûtes d'acier à âme pleine, encastrées, situées sous chaque paroi verticale de l'arc. La portée de ces arcs est de 172 m et la flèche de 25,25 m. La section de ces arcs est constante, elle se compose d'une âme de 2400 : 18, de 4 cornières de 100 : 200 : 18 et de deux semelles de 800 : 24. Les âmes sont renforcées par deux ⌋ NP 26 continus. Le matériau des arcs est de l'acier 52, avec une limite minima d'écoulement de 36 kg/mm^2 et une allongement de 20 %. Lorsque la surcharge est complète, la contrainte maxima résultant des charges verticales est de 2210 kg/cm^2. (Le dimensionnement des arcs fut basé sur la résistance au flambage dans le plan portant.)

Le poids de l'échafaudage d'acier est de:

acier 52 (arcs à âme pleine)	660 t
acier 44 (liaisons)	195 t
acier coulé et rouleaux	27 t
acier 37 (voies de déplacement)	66 t
Total	948 t

Le montage des échafaudages se fit au moyen d'un échafaudage flottant (cf. fig. 6).

Le décoffrage.

Lorsque le bétonnage de l'arc fut terminé, on plaça à la clé 18 vérins hydrauliques de 330 t chacun (pour une pression de 450 atm.). Les moitiés d'arcs

furent écartées l'une de l'autre de 11 cm à la membrure supérieure et de 10 cm à la membrure inférieure. La clé fut ainsi élévée de 17 cm et sur une longueur de 20 m on la décola de son échafaudage. La poussée horizontale mesurée dans cet état était de 6000 t, c'est-à-dire de 575 t plus grande que celle calculée en admettant que l'axe de la voûte coïncide avec la ligne des pressions. A ce moment on introduisit aux naissances de l'échafaudage 16 vérins, deux à chaque appui d'arc, et l'on abaissa l'échafaudage, ce qui provoqua la mise en charge complète.

Lorsque l'échafaudage fut déchargé, on le déposa sur les rouleaux et il fut déplacé latéralement de 15,20 m à l'endroit du second arc.

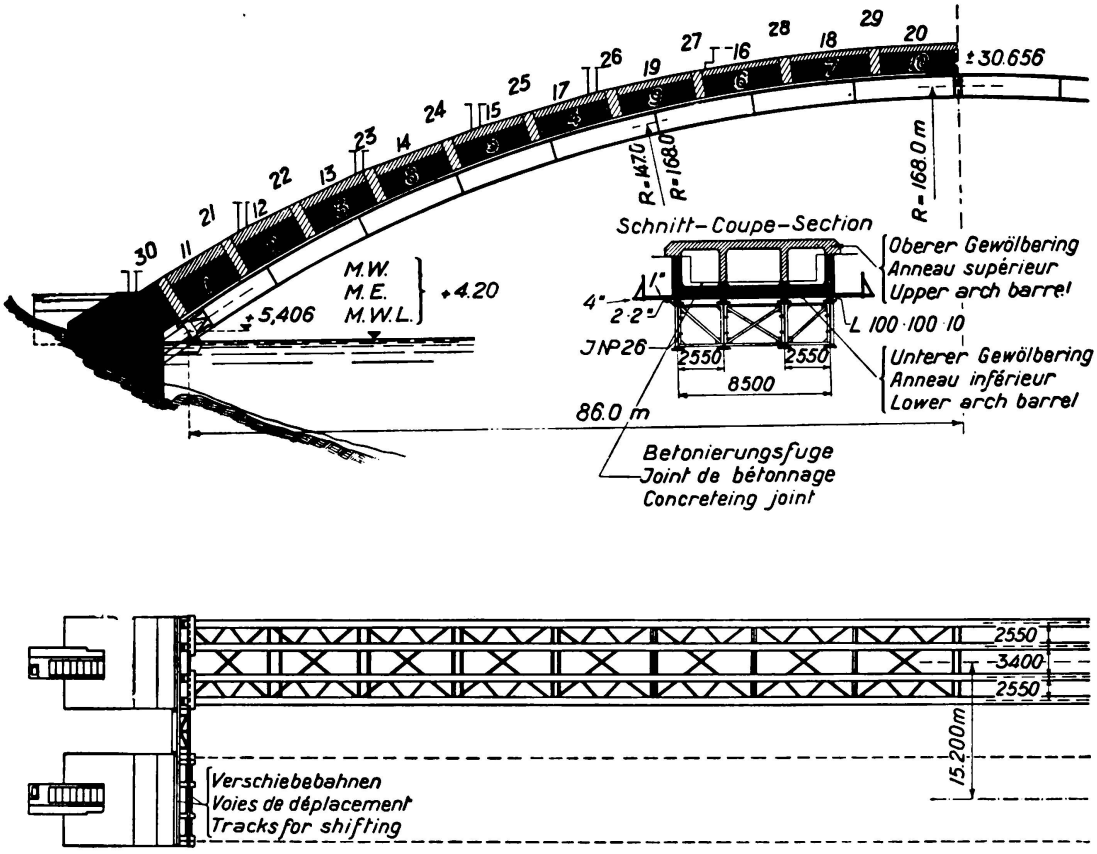


Fig. 5/6.

Le réglage des tensions d'après le procédé de *Freyssinet* se fit au moyen de 22 vérins. On introduisit à la clé un moment de flexion négatif de 1590 tm et une poussée horizontale supplémentaire de 375 t, de telle sorte que pour finir le joint à la clé resta de 4,0 cm pour la membrure supérieure et la membrure inférieure. Après le remplissage de ce joint par du mortier contenant 570 kg de ciment, on enleva les vérins et l'on combla les niches avec du béton.

L'essai de charge de la voûte.

La surcharge statique, était constituée par du sable pour la chaussée et par des wagons de marchandises pour les voies. Au total elle était de 8,45 t/m, c'est-à-dire de 13 % de plus que la surcharge admise dans les calculs. Les plus

grandes flexions étaient de 28,7 mm à la clé, dont 10 plastiques et de 29,7 mm aux reins, dont 7 plastiques. En même temps on mesura les tensions aux naissances au moyen d'un déformètre *Huggenberger*. La plus forte contrainte était de 17,7 kg/cm², ce qui correspond à la tension théorique calculée en admettant E = 300 000 kg/cm².

La surcharge dynamique fut exécutée avec deux wagons à boggies de 33,5 t chacun, circulant chacun sur une voie à des vitesses variant de 15,9 à 43,8 km/h. Le mesurage des flexions à la clé fut effectué au moyen d'un oscillographe Stoppani. On releva, ainsi que le montrent les fig. 7b, 7c et 7d des lignes de flexion semblables à des lignes d'influence. La plus grande flexion mesurée (indépendante de la vitesse de circulation) fut de 1,7 mm, ce qui correspond à une flexion calculée en admettant E = 570 000 kg/cm².

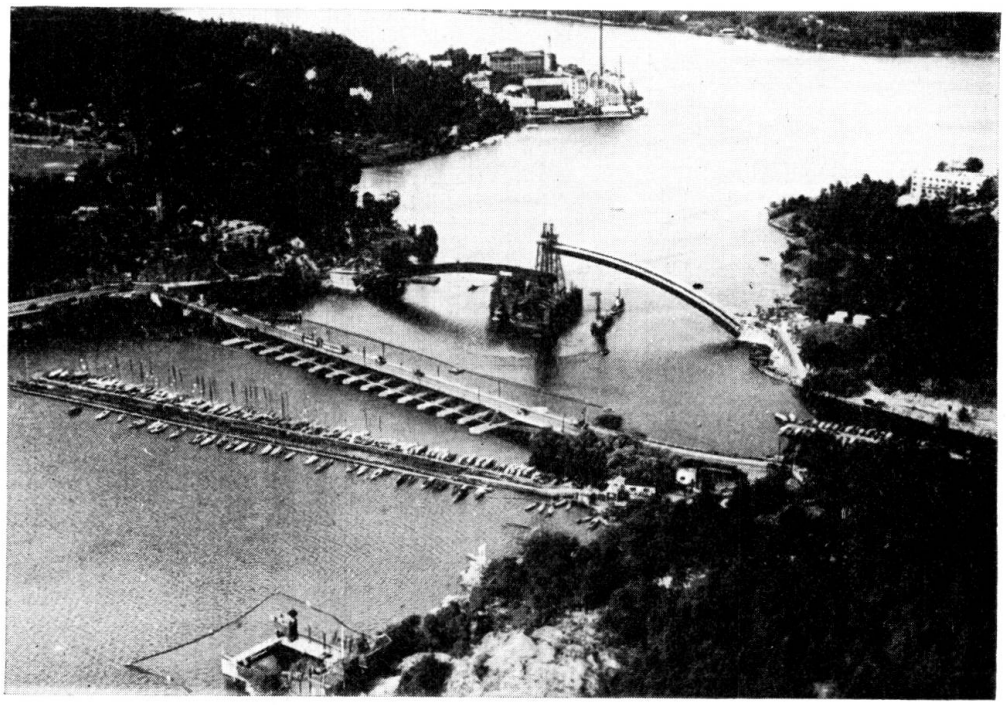


Fig. 7.

On mesura pour terminer les oscillations propres verticales et horizontales de la voûte. Les dernières furent exécutées au moyen d'un pendule astatique avec oscillations propres de 4 sec., construit par l'auteur. La fréquence propre ainsi obtenue était de 1,3 Hertz (fig. 7e). Les oscillations verticales furent provoquées par quatre hommes sautant sur place en mesure. On mesura une fréquence propre de 2,0 Hertz (fig. 7a).

Mesures de température.

Pour mesurer la température du béton dans la voûte on mura aux naissances et à la clé des thermomètres électriques à résistance. On mesura en même temps: la température du béton, celle de l'air dans les évidements, la température de l'air extérieur ainsi que les déplacements verticaux à la clé. Chaque degré centigrade correspond d'après la calcul (en admettant un coefficient de dilatation

de 0,000010) à un déplacement de la clé de 3,4 mm, chiffre qui coïncide avec la valeur trouvée lors des mesurages. Ces mesures seront effectuées périodiquement durant plusieurs années afin de déterminer la valeur exacte du retrait du béton dans la voûte. D'après les déclacements de la clé au cours des années 1934—1935, on a calculé un retrait correspondant à une variation de température de -5^0 C pour la voûte sud et de -3^0 C pour la voûte nord.

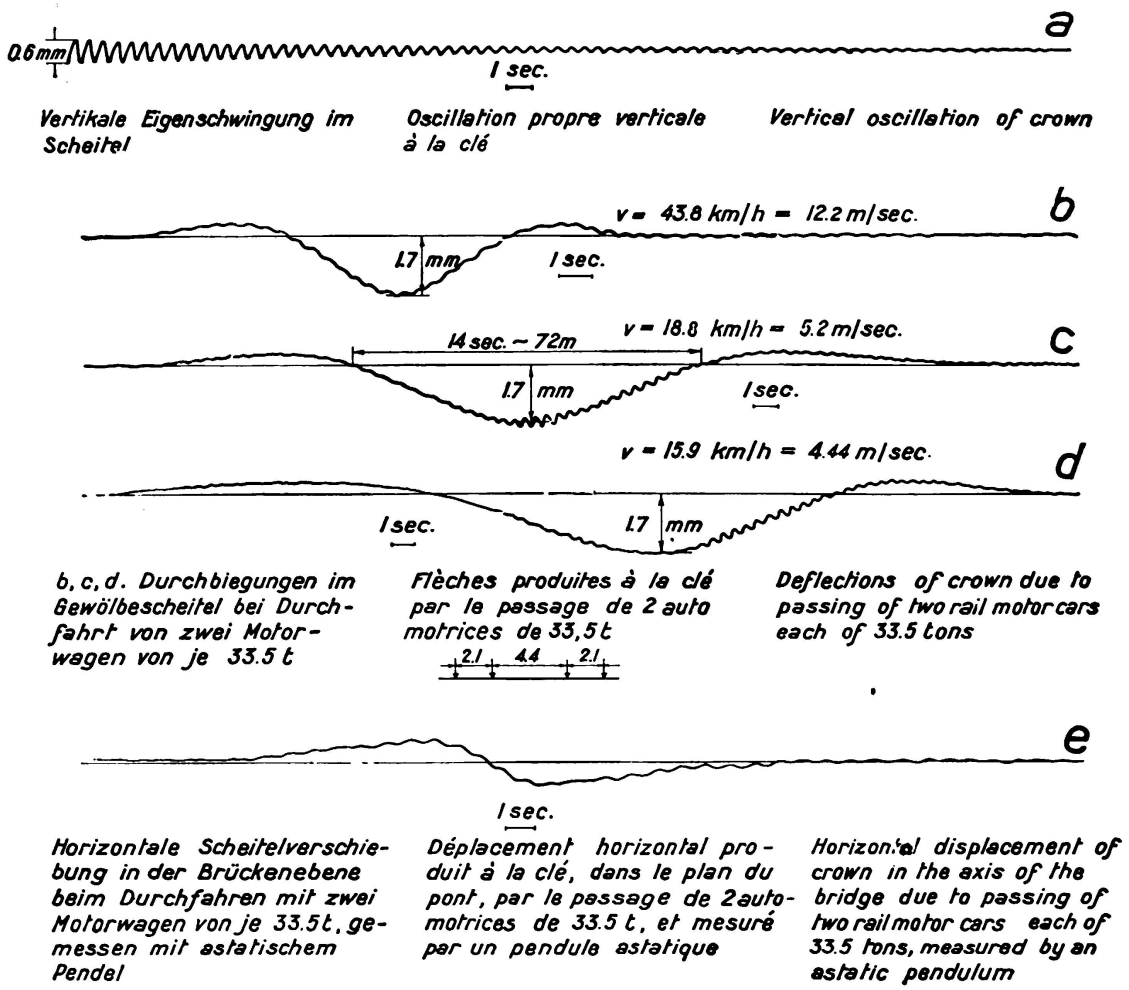


Fig. 8.

Le coût total des culées, des voûtes et de l'échafaudage était de 1 633 000 Kr, qui se répartissent comme suit:

4 culées, 1858 m³	255 000 Kr, en %	15,6
2 arcs, 5480 m³	634 000 » » »	38,9
échafaudages avec encorbellements aux appuis	744 000 » » »	45,5
	Total 1 633 000 Kr, en %	100,0

A titre de comparaison nous donnons ci-dessous le coût d'un arc d'acier de la même portée calculé pour les mêmes surcharges:

culées	145 000 Kr
arcs d'acier et contreventement principal	1 785 000 Kr
Total	1 930 000 Kr

Comme le coût du tablier est à peu près le même dans les deux cas, nous pouvons conclure que le béton présentait dans ce cas un net avantage économique sur l'acier.

Résumé.

En se basant sur l'expérience acquise dans la consstruction du pont de Traneberg on peut établir les lois suivantes pour la construction des arcs de grande portée.

La voûte peut avoir une section constante entre les reins et la clé avec une hauteur minima de 1/60 de la portée. Aux naissances la hauteur de la voûte peut croître jusq'à 1,4—1,8 fois la hauteur à la clé. Dans les voûtes libres la largeur doit être au moins 1/28 à 1/30 de la portée si l'on veut avoir une sécurité suffisante contre le flambage latéral.

On peut éliminer, par le procédé de *Freyssinet*, les tensions parasites résultant de la compression de l'axe de la voûte par suite du poids propre ainsi qu'une partie des tensions engendrées par la température et le retrait.

En projetant l'échafaudage, ce qui a ici une grande importance, il faut faire attention de lui donner une rigidité suffisante pour ne pas rencontrer des difficultés lors du décoffrage.

Quant au matériau de l'échafaudage, on peut aussi bien utiliser l'acier à haute résistance que le bois.

Pour terminer je voudrais faire remarquer que dans un concours entre le béton et l'acier, le nombre de voûtes que l'on peut bétonner avec le même échafaudage joue un rôle décisif. Plus ce nombre est grand, plus l'emploi du béton devient économique. La construction d'une seule grande voûte de béton ne peut être économique que dans des conditions tout-à-fait favorables.

IVb 5

L'influence des forces de freinage dans les ponts massifs.

Die Wirkung der Bremskräfte bei den massiven Brücken.

The Effect of Braking Forces on Solid Bridges.

Dr. Ing., Dr. techn. h. c. E. Mörsch,
Professor an der Technischen Hochschule Stuttgart.

La prise en considération des forces de freinage n'est pas seulement prescrite pour les ponts-rails mais aussi pour les ponts d'autostrades. Les forces de traction et de départ des locomotives agissent dans le même sens que les forces de freinage. Si jusqu'à présent les forces de freinage n'étaient pas du tout ou pas assez prises en considération dans les calculs statiques des ponts massifs, c'est parce que l'on ne possédait aucun procédé clair. On ne pourra obtenir de la clarté qu'en ne séparant *pas* des forces de freinage des forces qui les produisent. C'est pourquoi nous montrerons dans la suite comment il faut modifier les lignes d'influence des moments au noyau, etc. afin qu'elles englobent aussi le supplément engendré par les forces de freinage. Suivant le type de construction qui surmonte un arc ces modifications des lignes d'influence seront différentes.

D'après les prescriptions, il faut prendre les forces de freinage à la hauteur de la chaussée ou du rail. Selon les lois de la dynamique, l'effort de freinage de la voie de roulement sur le véhicule doit agir à la hauteur du centre de gravité lorsqu'il doit réduire la vitesse du véhicule. C'est pourquoi le déplacement de cette force de la voie de roulement au centre de gravité où on la porte deux fois en sens opposés, suivant la fig. 1, engendre un couple supplémentaire de forces. Il en

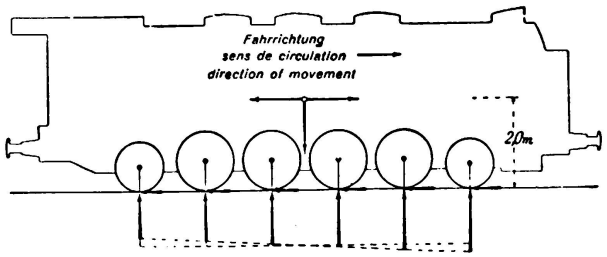


Fig. 1.
Forces agissant sur une locomotive freinée.

résulte que le poids du véhicule se reporte vers l'avant et se répartit irrégulièrement sur les différentes roues. Ces poids inégaux des roues peuvent donner des moments différents dans l'évaluation des lignes d'influence. Les règlements ne tiennent pas compte de cette distinction, en prévoyant l'application des efforts de freinage au niveau de la voie de roulement.

La force de freinage dépend encore de la pente du tablier, si l'on veut être plus précis. De même, lorsque l'on exécute les calculs ordinaires du système porteur pour un train avec charges *verticales*, ces charges contiennent déjà, lorsque la voie est en pente, une certaine partie de la force de freinage car elles ne sont pas dirigées perpendiculairement à la voie. Sur une voie en pente, un train ne peut rester immobile sans être freiné. D'après la loi du frottement, la résultante du poids et du frottement peut au plus être inclinée de l'angle de frottement ρ par rapport à la normale à la voie et l'on a $\mu = \operatorname{tg}\rho$.

Prenons le cas de la fig. 2 où la voie est inclinée d'un angle γ et admettons qu'un train descendant freine, on obtient à partir de la force de freinage S et

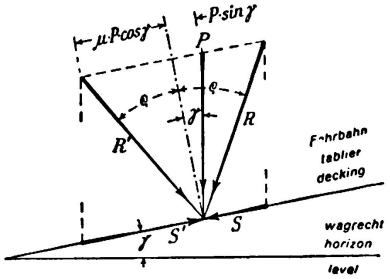


Fig. 2.

du poids P, la résultante R qui fait un angle ρ avec la normale. L'inclinaison maxima de R donne la force de freinage qui peut s'ajouter à la charge verticale P.

$$S = P \cdot \cos\gamma \cdot \operatorname{tg}\rho - P \cdot \sin\gamma$$

qui pour de petits angles γ peut s'écrire:

$$S = P\,(\mu - \sin\gamma)$$

Admettons au contraire qu'un train montant freine, on obtient, à cause de l'inclinaison opposée de la résultante R', la force de freinage qui s'ajoute à la charge P:

$$S' = P \cdot \cos\gamma \cdot \operatorname{tg}\rho + P \cdot \sin\gamma, \quad \text{ou} \quad S' = P\,(\mu + \sin\gamma)$$

Le coefficient de frottement μ est donné de $^1/_7$ dans les prescriptions des Chemins de fer du Reich.

Les poids des roues du véhicule complètement freiné agissent obliquement sur la voie et de même sur la construction au-dessus de l'arc. Lorsque l'on n'admet d'une façon tout-à-fait générale (aussi d'après DIN 1075, § 6) dans le sens longitudinal du pont, *aucune répartition* des charges par le tablier et la superstructure, *ceci doit aussi être valable pour les charges des roues, légèrement inclinées par suite des forces de freinage.* Ces conclusions nous conduisent à l'action exercée sur la voûte par le véhicule freiné, représentée aux fig. 3a et 3b pour les deux directions. Les forces obliques, parallèles entre elles, peuvent de nouveau être décomposées suivant leurs deux composantes, à leur point d'intersection avec l'axe de la voûte; mais ces charges P ainsi déplacées vers l'axe de la voûte ne se prêtent pas à l'évaluation des lignes d'influence des moments au noyau, car dans ce déplacement elles modifient leur distances réciproques. C'est pourquoi nous procédons de la façon suivante:

La fig. 3c nous montre que pour exprimer l'équilibre d'un arc à trois articulations, les moments M_x, M_k et spécialement les moments M_o d'un arc encastré ou à deux articulations il est indifférent que les deux forces P et S agissent dans leur position initiale ou par déplacement parallèle en un point quelconque de leurs résultantes. Laissons par conséquent les *charges P* sur la voie, nous obtenons leur effet par les lignes d'influences normales et la série de charge inchangée et il ne s'agit que de déterminer les *modifications* des moments au noyau, des réactions d'appui, etc. engendrées par les forces S correspondantes.

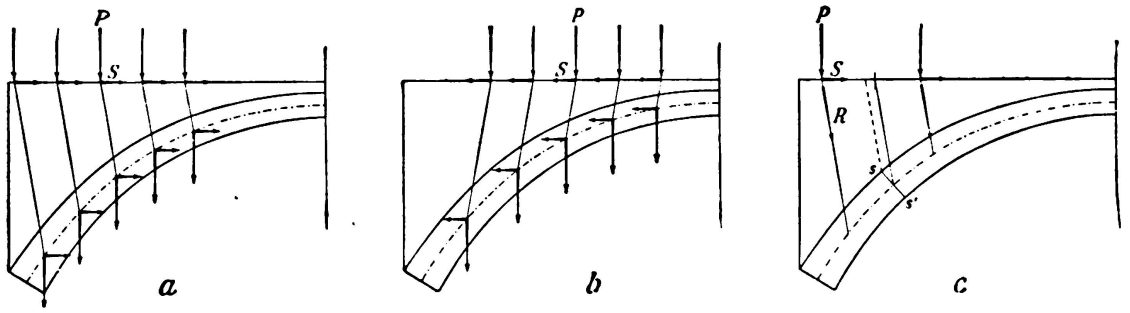


Fig. 3.

Action combinée des poids d'essieux et des forces de freinage dans les arcs à superstructure massive ou à superstructure creuse avec parois longitudinales.

Comme dans le calcul avec des charges verticales seulement, on doit admettre ici que les résultantes obliques R de P et S agissent directement sur l'axe de la voûte. C'est pourquoi la délimitation pour les forces P et S à gauche ou à droite d'une section d'arc s—s′ n'est plus ici la perpendiculaire élevée à son axe, mais le point où la parallèle à la résultante R passant par l'axe de la section coupe la voie. Cette délimitation peut être améliorée par la parallèle passant par le bord supérieur de la section s—s′. Elle varie d'ailleurs suivant le sens de freinage.

Pour une force S = 1 avançant sur la voie on peut déterminer les grandeurs correspondantes (moment, réaction d'appui etc.) qui doivent être reportées en ordonnées verticales au-dessous du point d'application de S à partir d'une verticale. De cette façon on obtient la ligne d'influence pour les forces de freinage seulement, ligne pour laquelle les valeurs sont identiques à celles des charges d'essieu P correspondantes, comme c'est le cas pour les lignes d'influence normales. Comme les forces de freinage sont une certaine partie des charges elles-mêmes, on peut ajouter leur effet aux ordonnées d'influence des charges d'essieu verticales de telle sorte qu'il suffit d'évaluer les lignes d'influence *complétées* ou *résultantes* pour la charge du train.

Dans les lignes d'influence résultantes, la limite des charges peut sensiblement être différente de celle des lignes normales, de telle sorte qu'elles fournissent un résultat plus exact que lorsqu'on évalue la ligne d'influence pour les forces de frainage, pour la position de la charge qui donne la valeur maxima dans la ligne d'influence normale. Souvent la différence n'est pas considérable. Malgré le déplacement, dont nous venons de parler, des démarcations entre les charges à gauche et à droite de la section, il faut se baser, pour l'évaluation de la ligne

d'influence complétée, sur la ligne d'influence normale, c'est-à-dire pour charges verticales. En effet, pour les systèmes isostatiques, seule se déplace la brisure située au-dessous de la section pour laquelle la ligne d'influence est valable. Pour les systèmes hyperstatiques où toutes les lignes d'influence représentent des lignes élastiques et peuvent être remplacées par des courbes ou polygones funiculaires, la ligne d'influence normale serait à prolonger tangentiellement jusqu'à la limite déplacée d'où partiraient de nouvelles ordonnées. Pratiquement la forme d'une ligne d'influence ne se modifie pas dans les environs de la clé où le déplacement n'est que faible et aux endroits où la courbure est faible. Dans les exemples suivants, il ne fallait prendre en considération la modification que dans les fig. 17 et 19 pour la ligne d'influence M_k des naissances et des culées d'un arc encastré où la ligne est fortement incurvée aux deux extrémités.

D'après les prescriptions allemandes il ne faut prendre pour les forces de freinage aucun supplément pour actions dynamiques, alors qu'il faut en admettre un pour les charges des essieux. On peut tenir compte de cette différence dans l'extension des lignes d'influence. Si par exemple le coefficient de choc $\varphi = 1{,}1$ et admettons que l'on doive calculer les forces de freinage avec $\mu = \frac{1}{7}$ des charges, il faut modifier les ordonnées de la ligne d'influence normale de $\frac{\mu}{\varphi} = \frac{1}{7{,}7}$ des ordonnées correspondantes de la ligne d'influence pour forces de freinage seulement.

Admettons maintenant que la voie monte d'un certain angle γ, il faut ajouter aux ordonnées d'influence normales, les ordonnées de la ligne d'influence M_k valable pour les seules forces de freinage, multipliées par $\left(\frac{\mu}{\varphi} \mp \sin\gamma\right)$, où le signe supérieur est valable pour la descente et le signe inférieur pour la montée. La résultante de $\varphi \cdot P$ et de la force de freinage correspondante a toujours avec une exactitude suffisante l'inclinaison $1 : \frac{\mu}{\gamma}$ par rapport à la normale à la voie.

Comme dans les ordonnées des lignes d'influence complétées pour les forces de freinage, on a représenté les apports des résultantes obliques R de P et S, on obtient de nouveau exactement les mêmes ordonnées lorsque l'on décompose les charges résultantes des essieux en composantes P et S dans un plan parallèle à la voie, situé au-dessous d'elle. La ligne d'influence résultante que l'on obtient ne sera pas plus déplacée horizontalement que le point d'application de P et S n'est lui-même déplacé latéralement. De toute façon, l'évaluation nous conduit aux mêmes valeurs limites.

Jusqu'à présent nous n'avons considéré que les ponts-rails et nous en ferons autant dans les exemples suivants. Pour les ponts-routes, il est prescrit, d'après la norme DIN 1072, une force de freinage de $^1/_{20}$ de la surcharge totale, avec foule sur toute la longueur du tablier, au moins pour chaque voie de roulement 0,3 du poids des camions. Ces deux apports à l'effet de freinage peuvent être déterminés au moyen des lignes d'influence des moments au noyau, etc. pour les forces de freinage seulement, car à cause de la petitesse des valeurs μ de $^1/_{20}$, la délimitation des charges varie d'une façon insignifiante. La prescription disant quil faut introduire toute la longueur de la chaussée avec la force de freinage

nous fait voir que pour un arc encastré on a des apports positifs et négatifs dans les lignes d'influence M_k pour les forces de freinage seulement. En général, il est tout aussi facile de tracer les lignes d'influence résultantes pour les ponts-routes et il faut admettre pour les forces de freinage $^1/_{20}$ de la surcharge humaine et 0,3 du poids des camions.

Les forces de freinage dans la poutre simple.

Si une force de freinage $S = 1$ appartenent à un poids d'essieu agit, dans la poutre représentée à la fig. 4, à droite de la section x, elle engendre un moment de flexion additionnel $M_x = -\frac{z}{l} \cdot x$. Si $S = 1$ agit à gauche de la section x, on a $M_x = -\frac{z}{l} \cdot x + h$.

Pour les forces de freinage seulement, on obtient la surface d'influence hachurée M_x. Le saut vertical de l'horizontale supérieure à l'inférieure se trouve

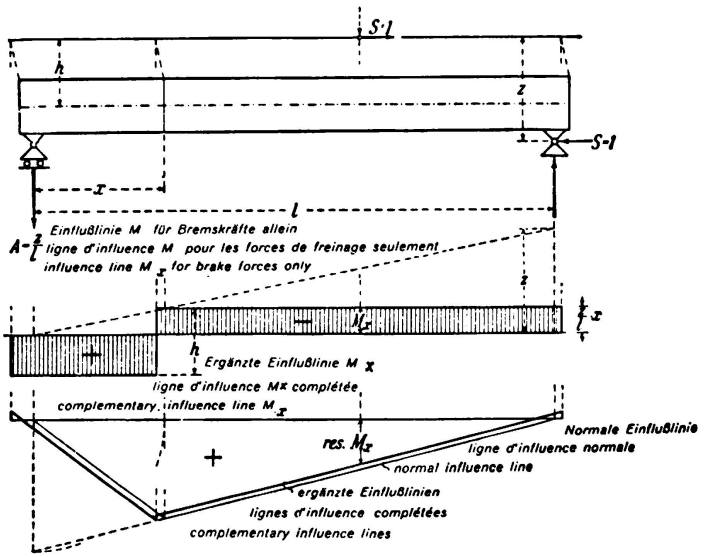


Fig. 4.

Ligne d'influence du moment de flexion M_x pour les forces de freinage dans le cas d'une poutre simple.

au-dessous de la délimitation des charges freinées agissant à droite et à gauche de la section x, c'est-à-dire au-dessous du point où la droite tracée à partir du bord supérieur de la section, sous l'inclinaison μ/φ par rapport à la verticale, coupe la voie de roulement. Les lignes épaisses représentent la ligne d'influence M_x complétée qui, lors de l'évaluation au moyen des charges d'essieu multipliées par le coefficient de choc φ, contient déjà l'apport des forces de freinage s'y rapportant. A part les moments M_x ainsi trouvés s'exerce encore une compression axiale $N_x = \mu \sum_0^x p$. Lorsque les forces de freinage sont dirigées vers l'appui mobile A, les signes changent et la compression axiale se transforme en une traction.

La force de freinage S = 1 engendre pour toute position un *effort tranchant* égal sur toute la poutre, soit $Q_x = -\frac{z}{l}$. C'est pourquoi les droites des lignes d'influence normales des efforts tranchants se déplacent de $\frac{\mu}{\varphi} \cdot \frac{z}{l}$ vers le haut ou vers le bas suivant le sens de freinage. La brisure entre les deux droites se trouve au même endroit que dans la ligne d'influence du moment M_x.

Lorsque la poutre repose suivant la fig. 5 à la hauteur de son axe, on a z = h et les sommets des lignes d'influence M_x pour les forces de freinage seulement se trouvent à la hauteur indiquée sur la fig. 5. Si l'on modifie la ligne d'influence

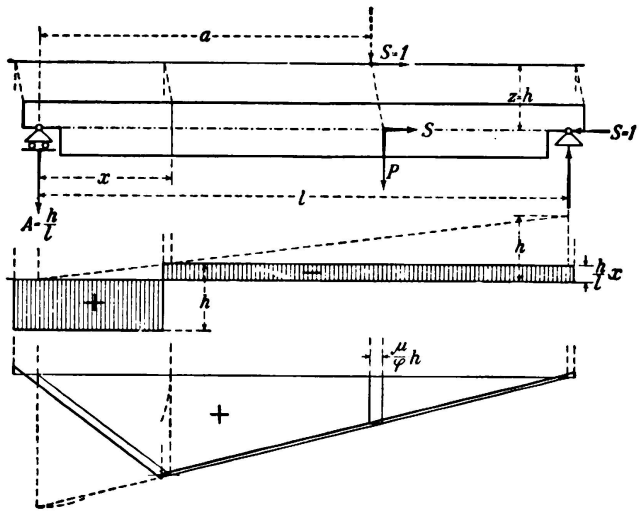


Fig. 5.
Ligne d'influence M_X de la poutre simple dont les appuis sont à la hauteur de l'axe.

normale M_x, les deux droites se déplacent dans le sens horizontal de la valeur $\frac{\mu}{\varphi} \cdot h$, elles se coupent de nouveau à la même profondeur. Lors de l'évaluation du triangle d'influence déplacé latéralement, on obtient par conséquent les mêmes moments de flexion que pour des charges immobiles, en faisant abstraction du coude qui se retrouve au sommet du triangle. Les forces de freinage n'agissent par conséquent que sur la force axiale $N_x = \pm\mu \sum_0^x P$.

On arrive à la même forme de ligne d'influence M_x complétée pour l'action des forces de freinage, en prolongeant la force freinée en a jusqu'à son intersection avec l'axe de la poutre et en décomposant cette force en la charge verticale P et la force de freinage S. Comme en cette position, S ne fournit aucun apport au moment, ce dernier ne dépend plus que de la charge P déplacée vers l'axe et pour P = 1 est représenté par l'ordonnée correspondante du triangle d'influence normal M_x. En reportant cette ordonnée d'influence verticalement au-dessous de la charge située sur la voie de roulement, on obtient la ligne d'influence M_x déplacée horizontalement vers la gauche de $\frac{\mu}{\varphi} \cdot h$ et qui contient l'effet de freinage.

Les forces de freinage dans une poutre continue.

Supposons que la poutre de la fig. 6 repose sur des appuis encastrés élastiquement et supposons encore qu'un des appuis extrêmes n'est pas déplaçable, on peut admettre que la poutre est appuyée à la hauteur de son axe. Sur la base des considérations que nous avons faites pour la poutre simple, il est facile de voir qu'on obtient de nouveau pour la ligne d'influence normale M_x (déplacée) complétée, la courbe de la ligne d'influence normale M_x déplacée de $\frac{\mu}{\varphi}$ qui fournit lors de l'évaluation les mêmes moments que pour des charges immobiles.

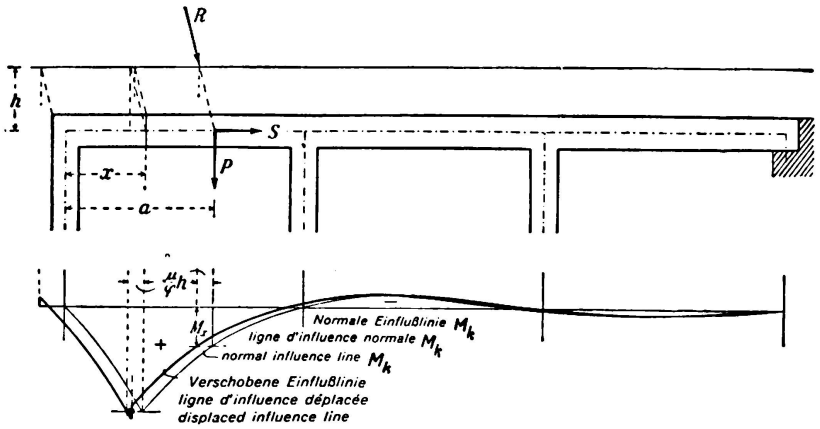


Fig. 6.

Ligne d'influence M_x de la poutre continue dont les appuis sont à la hauteur de l'axe.

Quant aux *efforts tranchants* la considération, avec résultantes R agissant à l'axe de la poutre, est justifiée. C'est pourquoi l'on obtient comme ligne d'influence complétée d'un effort tranchant Q_x en déplaçant horizontalement dans le sens opposé au sens de circulation, de $\frac{\mu}{\varphi} \cdot h$ la ligne d'influence normale Q_x. La brisure se trouve sous le point où la ligne tracée du bord supérieur de la section x, sous un angle $\frac{\mu}{\varphi}$, coupe la voie. L'évaluation ne donne des valeurs qu'à peine différentes de celles que l'on obtiendrait pour des charges immobiles.

Si notre poutre ne possède aucun appui indéformable, il faut considérer l'effet des forces de freinage sur les moments et sur les efforts tranchants aussi bien dans la poutre que dans les appuis. L'influence de chaque force de freinage peut être tirée des surfaces des moments et des efforts tranchants engendrées par une force 1 agissant suivant l'axe de la poutre. On peut par conséquent ajouter les apports des forces de freinage s'y rapportant aux valeurs limites déterminées pour les moments et les efforts tranchants engendrés par les charges immobiles. On peut aussi compléter les lignes d'influence normales avec les ordonnées des forces de freinage et l'on obtient ainsi des limites de charge un peu déplacées.

Pour une *poutre continue sur appuis mobiles* qui n'est pas appuyée à la hauteur de son axe, on peut de nouveau appliquer les considérations représentées à la fig. 6 avec force R déplacée vers l'axe de la poutre. D'après cela, les lignes

d'influence normales des moments de flexion et des efforts tranchants valables pour les forces P qui agissent ici peuvent être utilisées. Les forces S agissant dans l'axe de la poutre provoquent ici aussi une répartition additionnelle des moments et efforts tranchants qui provient du couple de moment S (z—h) agissant au-dessus de l'appui sur la poutre (fig. 7). Comme nous l'avons déjà décrit tout à l'heure, on peut ou ajouter l'effet de ce couple aux valeurs limites

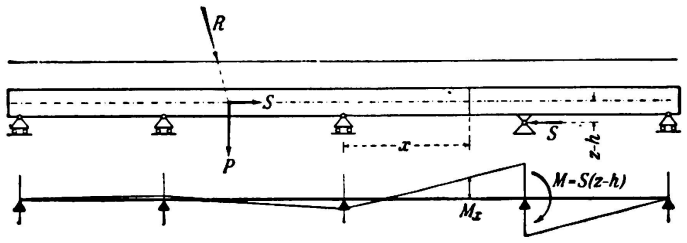


Fig. 7.

Représentation pour une poutre sur appuis simples des moments additionnels produits par le déplacement vers l'axe de la force de freinage S.

de M_x et Q_x pour charge fixe ou compléter leurs lignes d'influence avec les apports des forces de freinage que l'on doit prendre sans autre dans les surfaces des moments et des efforts tranchants. Par suite des forces de freinage, il existe encore dans la poutre une force axiale.

Les forces de freinage dans le cadre simple.

Dans un cadre encastré ou à deux articulations avec entretoise horizontale et montants de même hauteur, on décompose les charges freinées obliques R à leur intersection avec l'axe de l'entretoise en deux composantes P et S. On remarque que chaque force S = 1 agissant dans l'axe de l'entretoise engendre les mêmes réactions d'appuis et ainsi les mêmes moments additionnels en une section quelconque des montants et de l'entretoise. C'est pourquoi on peut assimiler les efforts de freinage S correspondant à une position quelconque des charges à une force agissant dans l'axe de l'entretoise et déterminer ainsi les contraintes additionnelles qu'elles engendrent.

Il est aussi possible de compléter les lignes d'influence des moments au noyau avec les apports des forces de freinage.

Les forces de freinage dans l'arc à trois articulations.

Elles influent sur les contraintes dans l'arc lui-même et dans les culées, c'est-à-dire sur les moments au noyau s'y rapportant ainsi que sur les efforts tranchants et normaux dans les articulations. Afin de rendre la chose plus claire, nous avons exagéré l'inclinaison de la voie dans les figures qui vont suivre.

Lignes d'influence des moments au noyau M_k pour un arc.

Sur la base des considérations de la fig. 3c nous faisons agir les forces P et S à la hauteur de la voie, lorsque la superstructure est massive suivant la fig. 8 et

nous déterminons les moments M_k engendrés par une charge mobile $S = 1$. Dans une section située à gauche de la clé on a:

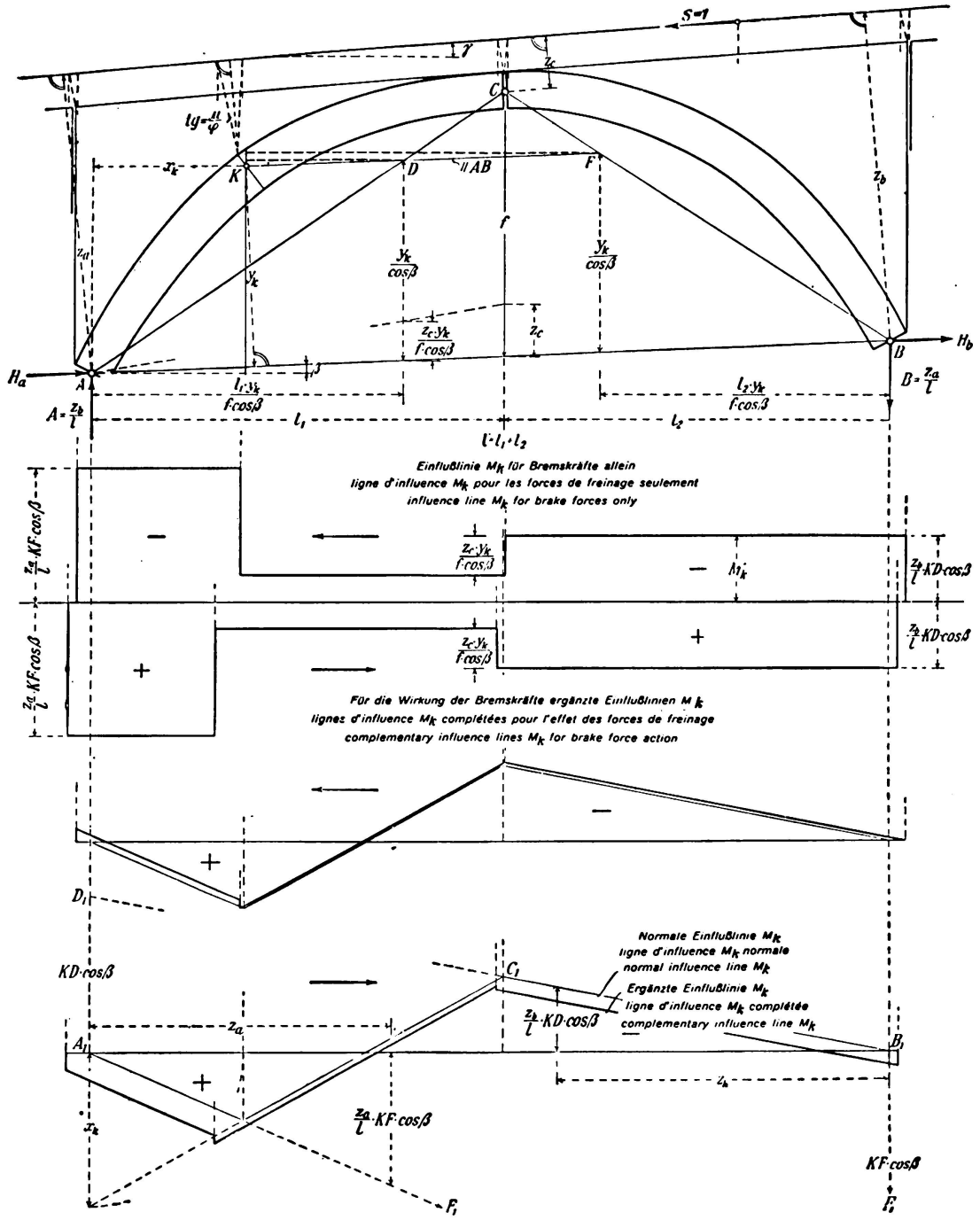


Fig. 8.

Lignes d'influence M_k pour forces de freinage pour un arc à trois articulations avec superstructure massive ou avec parois longitudinales.

Lorsque $S = 1$ agit à droite de la clé

$$M_k = A \cdot x_k - H_a \cdot y_k = \frac{z_b}{l} \cdot x_k - \frac{z_b \cdot l_1 \cdot y_k}{l \cdot f \cdot \cos\beta}$$

c'est-à-dire $$M_k = -\frac{z_b}{l} \cdot KD \cdot \cos\beta.$$

$KD \cdot \cos\beta$ est la distance horizontale du point D à la verticale passant par le point K du noyau. KD est parallèle à AB.

Si S = 1 est au-dessus de KC on trouve avec les expressions correspondantes pour A et H_a

$$M_k = \frac{z_b}{l} \cdot x_k - \frac{z_b \cdot l_1 \cdot y_k}{l \cdot f \cdot \cos\beta} + \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta} = -\frac{z_b}{l}\left(\frac{l_1 \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta} - x_k\right) + \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta}$$

$$M_k = -\frac{z_b}{l} \cdot KD \cdot \cos\beta - \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta}.$$

Entre les points K et C l'échelon de la ligne d'influence M_k pour les forces de freinage seules se trouve $\frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta}$ plus bas que celui trouvé entre les points B et C.

Si S = 1 agit sur le tronçon d'arc AK, on calcule à partir de la droite:

$$M_k = -B(l - x_k) + H_b \cdot y_k = -\frac{z_a}{l}\left(l - x_k - \frac{l_2 \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta}\right) = -\frac{z_a}{l} \cdot KF \cdot \cos\beta.$$

$KF \cdot \cos\beta$ est la distance horizontale du point F à la verticale passant par K.

La ligne d'influence M_k valable pour les seules forces de freinage se compose des trois échelons représentés à la fig. 8 avec signes différents pour les deux sens de circulation. La fig. 8 contient encore la ligne d'influence normale M_k (valable pour charges verticales) complétée pour les apports dus à la force de freinage d'une charge unitaire, en ce sens que l'on a introduit les ordonnées de la ligne d'influence M_k pour forces de freinage seules, multipliées par $\left(\frac{\mu}{\varphi} \mp \sin\gamma\right)$ pour circulation montante ou descendante. On obtient les lignes épaisses avec brisures aux mêmes endroits que dans la ligne d'influence étagée. Ces brisures se trouvent à l'intersection de la voie et de la droite inclinée de l'angle $1 : \frac{\mu}{\varphi}$ par rapport à la normale à la voie et passant par la limite de la chaussée et de l'arête supérieure du joint de la clé et par le bord supérieur de la section K. Suivant le sens de freinage, les limites des échelons se déplacent d'un côté ou de l'autre.

La fig. 9 représente un arc à trois articulations non symétrique avec tablier supporté par des colonnes. Dans ce cas, chaque force de freinage engendrée par une roue se trouvant sur la superstructure interrompue sera transmise par le tablier aux endroits R ou L où le tablier est fixé à l'arc. Les parois transversales et les colonnes sont trop élastiques pour pouvoir transmettre les forces de freinage dans la voûte. La section avec le point K au noyau se trouve à gauche de la clé dans la partie du tablier non directement fixée à la voûte. La force de freinage S agit de nouveau à la hauteur de la voie. Tant que S = 1 agit à droite de la clé, rien n'est changé dans les valeurs de A, H_a et M_k par rapport à la fig. 8. Il en est de même lorsque S = 1 se trouve dans la partie d'arc KC. Ce

n'est que lorsque cette force agit en A et K que l'expression de M_k varie par rapport au cas de la fig. 8, c'est-à-dire qu'elle reste exactement telle que si $S = 1$ agissait dans l'intervalle KC car cette force n'est transmise dans la voûte qu'à droite de la section L. C'est pourquoi la ligne d'influence pour les seules forces de freinage ne présente que les deux échelons que l'on voit sur la fig. 9. Nous

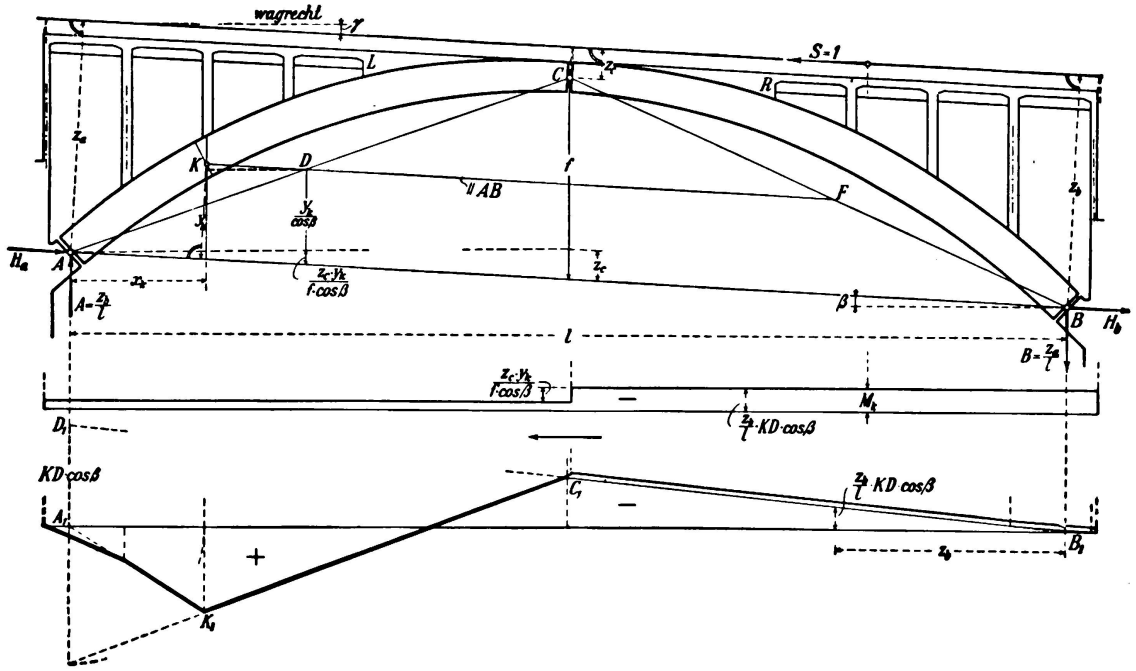


Fig. 9.

Lignes d'influence M_k pour forces de freinage pour un arc à trois articulations avec superstructure ajourée.

avons de nouveau représenté par des lignes épaisses et fines, les lignes d'influence M_k normale et complétée.

Lorsque la section d'arc contenant le point K se trouve entre L et C, toutes les équations pour M_k, correspondant à la fig. 8 sont satisfaites; c'est pourquoi la ligne d'influence étagée M_k pour les seules forces de freinage a la même forme que dans le cas d'une superstructure massive.

Pour la détermination des tensions et le dimensionnement pratiques il suffit de compléter les lignes d'influence normales M_k pour les effets de freinage en agrandissant les triangles positifs et négatifs.

Lignes d'influence M_k pour culées et pilier médian.

Tant que les moments au noyau proviennent des poids d'essieux au-dessus de l'arc, ils sont déterminés par les forces transmises aux culées par les articulations aux naissances ou au pilier médian. Comme ces forces sont indépendantes du type de superstructure, les lignes d'influence représentées aux fig. 10 et 11 sont aussi bien valables pour une superstructure massive que pour une superstructure ajourée.

Dans la fig. 10 on a pour S = 1 agissant à gauche de la clé et de droite à gauche:

$$B = \frac{z_a}{l} \quad \text{et} \quad H_b = \frac{z_a \cdot l_2}{l \cdot f \cdot \cos\beta}$$

et pour une section de la culée de droite:

$$M_k = B \cdot x_k - H_b \cdot y_k = -\frac{z_a}{l}\left(\frac{l_2 \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta} - x_k\right) = -\frac{z_a}{l} \cdot KD \cdot \cos\beta$$

D est l'intersection de la droite parallèle à AB passant par K avec BC et KD · cos β est la distance horizontale du point D à la verticale de K.

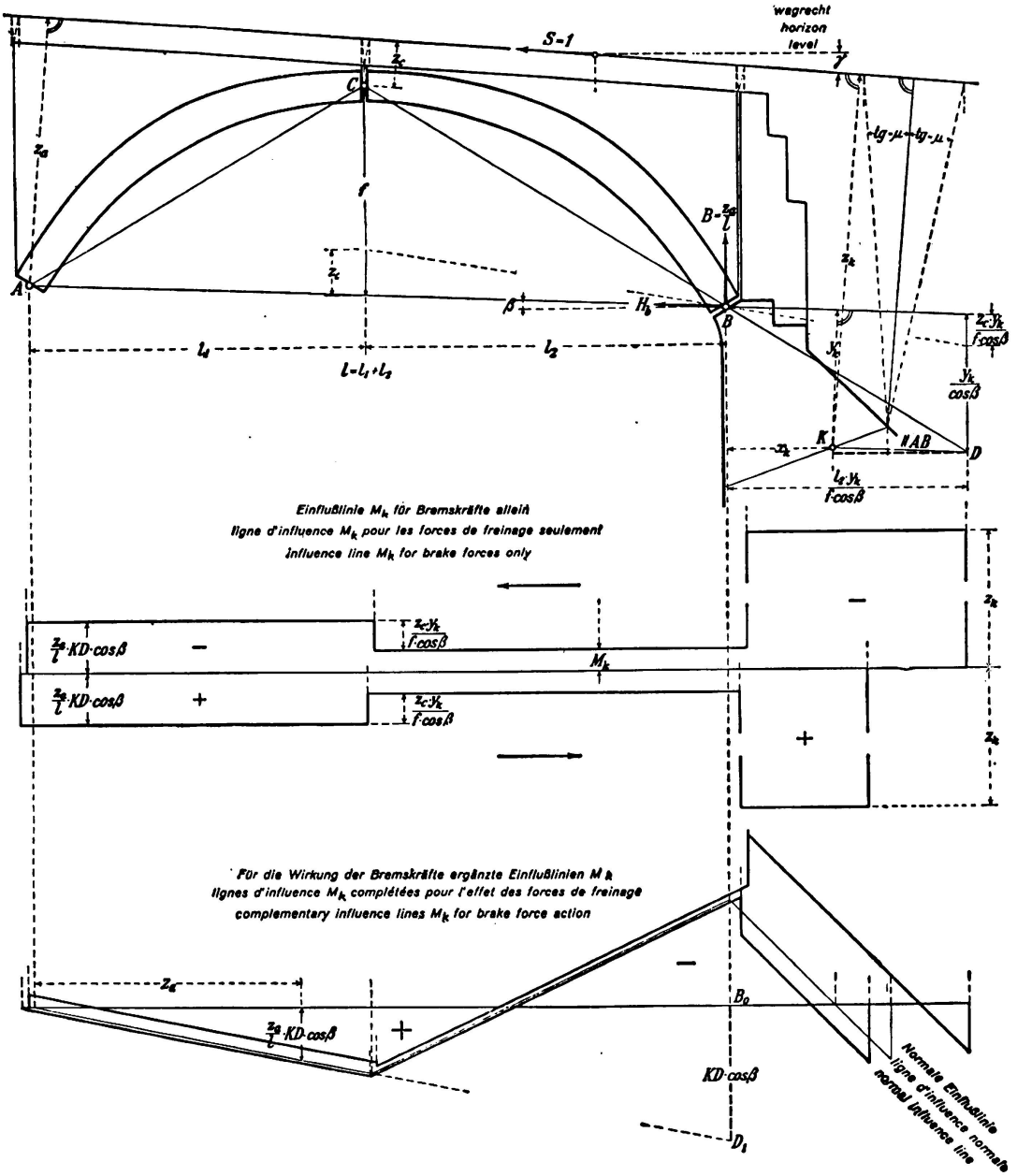


Fig. 10.

Lignes d'influence pour forces de freinage pour une section dans les culées.

Lorsque S = 1 est à droite de la clé, on a

$$B = \frac{z_a}{l} \quad \text{et} \quad H_b = \frac{z_a \cdot l_2}{l \cdot f \cdot \cos\beta} - \frac{z_c}{f \cdot \cos\beta}$$

et l'on obtient

$$M_k = -\frac{z_a}{l}\left(\frac{l_2 \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta} - x_k\right) + \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta} = -\frac{z_a}{l} \cdot KD \cdot \cos\beta + \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta}$$

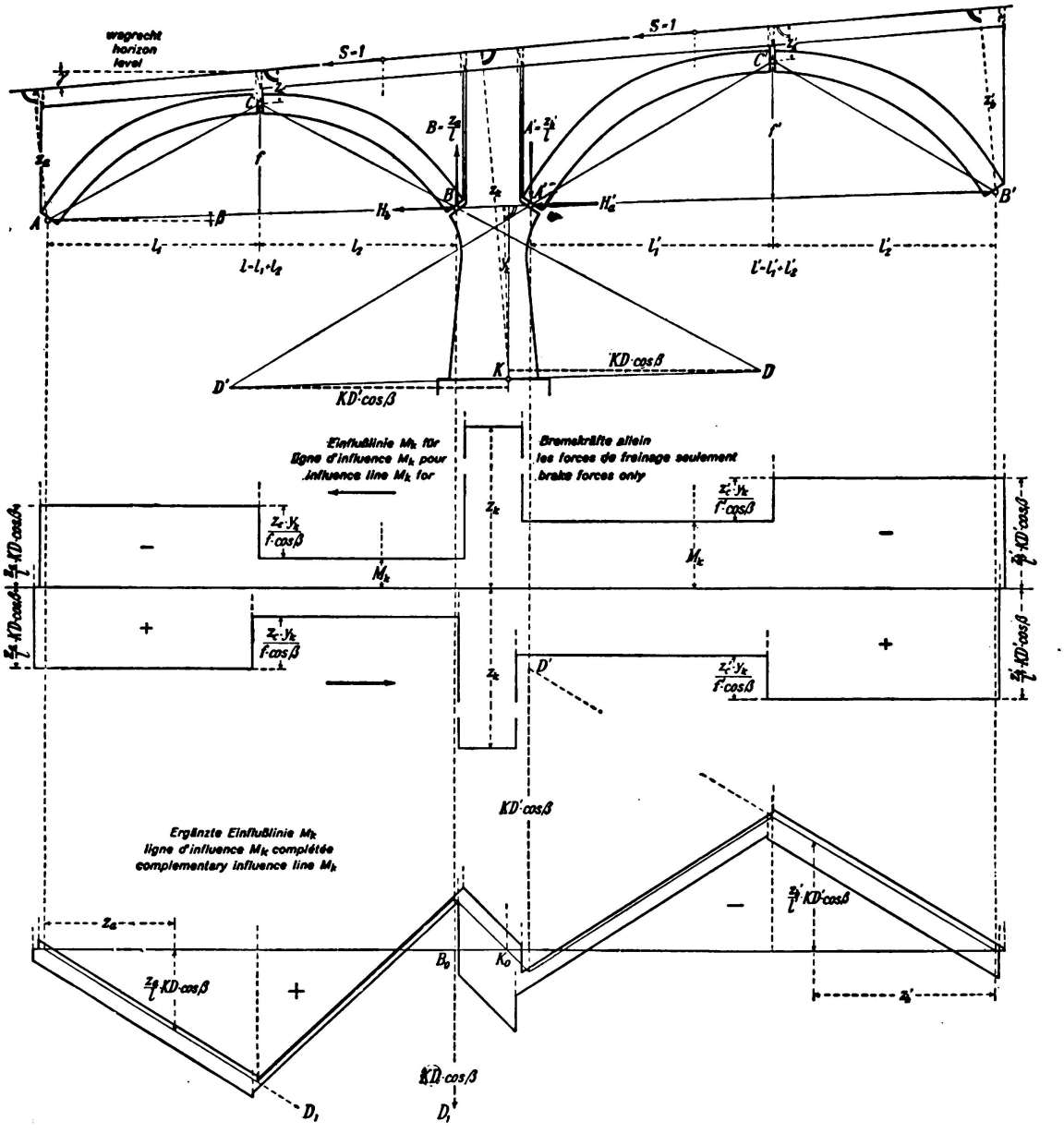


Fig. 11.

Lignes d'influence M_k pour forces de freinage pour une section dans la pile médiane.

La ligne d'influence se trouve donc, à droite de la clé, plus bas qu'à gauche de $\frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta}$.

Admettons maintenant que $S = 1$ agit au-dessus de la culée elle-même, nous obtenons, d'après les considérations de la fig. 3c $M_k = -1 \cdot z_k$. Les forces de freinage agissent en réalité d'une manière très défavorable au-dessus des culées, car elles renforcent la poussée des terres sur le mur de soutènement avant l'articulation. La fig. 10 montre la ligne d'influence M_k échelonnée pour les seules forces de freinage ainsi que la ligne d'influence normale complétée M_k pour une section dans la culée. D'après la norme DIN 1075, il ne faut admettre aucun coefficient de choc pour les culées et les piles, donc $\varphi = 1$. Pour la descente et la montée, les lignes d'influence normales se déplacent vers le bas ou vers le haut de $(\mu \mp \sin \gamma)$ fois les ordonnées de la ligne échelonnée.

Les lignes d'influence M_k représentées à la fig. 11 pour un joint situé sur la pile médiane se tirent directement de la fig. 10 en considérant la pile médiane d'une part comme culée de droite de l'ouverture de gauche 1 et d'autre part comme culée de gauche de l'ouverture de droite 1'.

Lignes d'influence des efforts normaux et tranchants dans les articulations.

Les ordonnées de ces lignes d'influence étagées pour forces de freinage seulement s'obtiennent pour les arcs non symétriques de la façon la plus simple, graphiquement, en déterminant pour chaque position de la force $S = 1$ à droite et à gauche de la clé chaque fois les forces aux naissances d'après le triangle des forces et en les décomposant perpendiculairement et parallèlement à l'articulation considérée. Le type de superstructure ne donne aucune différence.

Dans la fig. 12, le triangle de forces (1) se rapporte au cas où la force S agit à droite de la clé et le triangle de force (2) au cas où elle se trouve à gauche. Les composantes N_c et Q_c agissant à la clé sont tirées chaque fois de la force à la naissance du côté non chargé. Les lignes d'influence normales des forces dans les articulations sont complétées dans la fig. 12 pour l'effet de freinage, en ce sens que l'on a ajouté ces ordonnées des lignes d'influence étagées multipliées par $\left(\frac{\mu}{\varphi} \mp \sin \gamma\right)$. La direction du joint d'articulation doit être, d'après DIN 1075, perpendiculaire à la ligne des pressions pour charge permanente.

Dans le cas d'un arc à trois articulations symétriques avec voie horizontale, il est facile de calculer les ordonnées des lignes d'influence échelonnées.

Les forces de freinage dans l'arc à deux articulations.

Il faut tout d'abord déterminer la ligne d'influence des forces de freinage sur la poussée horizontale, d'où l'on peut tirer les lignes d'influence des moments au noyau, etc.

Ligne d'influence de la poussée H_a.

Comme pour les forces de freinage seules la forme de la voûte s'écarte sensiblement de la ligne des pressions qui s'y rapporte, on peut ici négliger la déformation résultant des forces normales N_x qui sont partiellement des forces de traction et partiellement des forces de compression. On obtient ainsi pour la poussée horizontale

$$H_a = \frac{\int \frac{M_0 \cdot y \cdot ds}{J}}{\int \frac{y^2 \cdot ds}{J}}$$

Par suite de la force de freinage S = 1 agissant sur la section a de la fig. 13, on a dans le système fondamental isostatique:

pour les sections x entre O et a . . . . . $M_0 = \frac{z_b}{l} \cdot x$

pour les sections x entre a et l . . . . . $M_0 = \frac{z_b}{l} \cdot x - z$

et l'on a alors:

$$\int \frac{M_0 \cdot y \cdot ds}{J} = \int_0^a \frac{z_b}{l} \cdot \frac{x \cdot y \cdot ds}{J} + \int_a^l \left(\frac{z_b}{l} \cdot x - z\right) \cdot \frac{y \cdot ds}{J} = \frac{z_b}{l} \int_0^l \frac{y \cdot ds}{J} \cdot x - \int_a^l \frac{y \cdot ds}{J} \cdot z$$

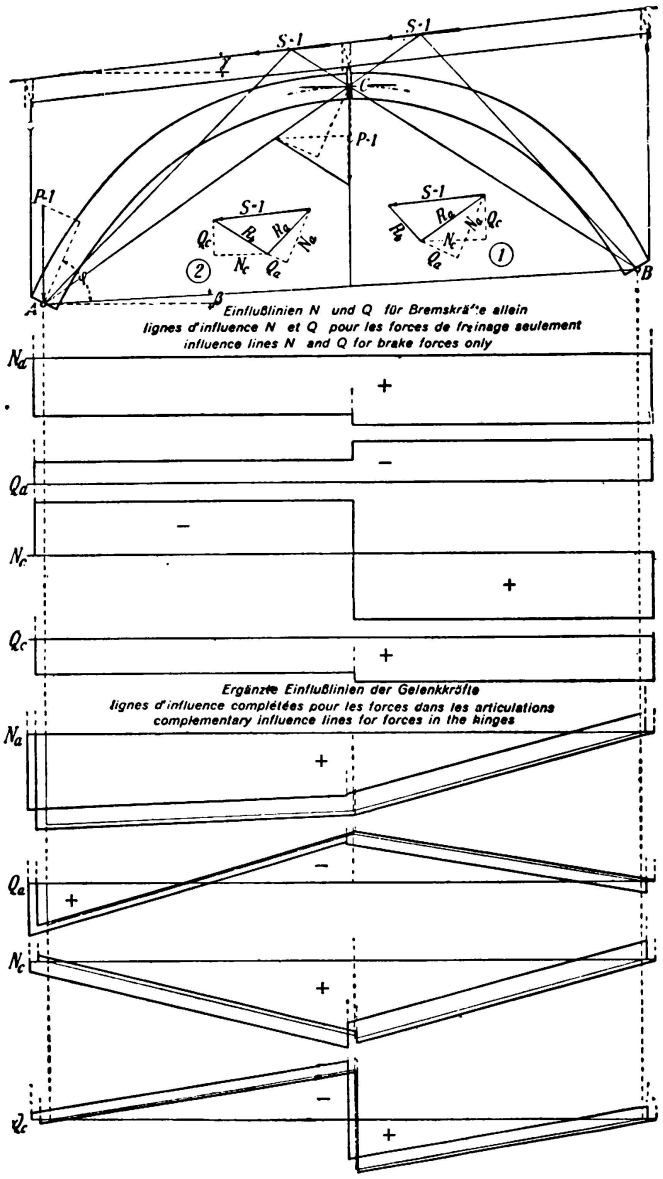


Fig. 12.
Lignes d'influence des efforts normaux et tranchants dans les articulations pour forces de freinage.

Si l'on introduit des éléments finis d'arc s et des poids élastiques $w_y = \frac{y \cdot s}{J}$, on obtient:

$$H_a \cdot = \frac{\frac{z_b}{l}\sum_{0}^{l} x \cdot w_y - \sum_{a}^{b} z \cdot w_y}{\sum y \cdot w_y}.$$

Les sommes du numérateur seront très simples à calculer en commençant à droite pour la deuxième somme et en déplaçant toujours la section a d'un élément vers la gauche. Les ordonnées de la ligne d'influence de H_a sont à reporter, à partir d'une horizontale, verticalement au-dessous *du* point où la ligne partant de l'axe de la section a sous un angle $\frac{\mu}{\varphi}$ avec la normale à la voie coupe cette

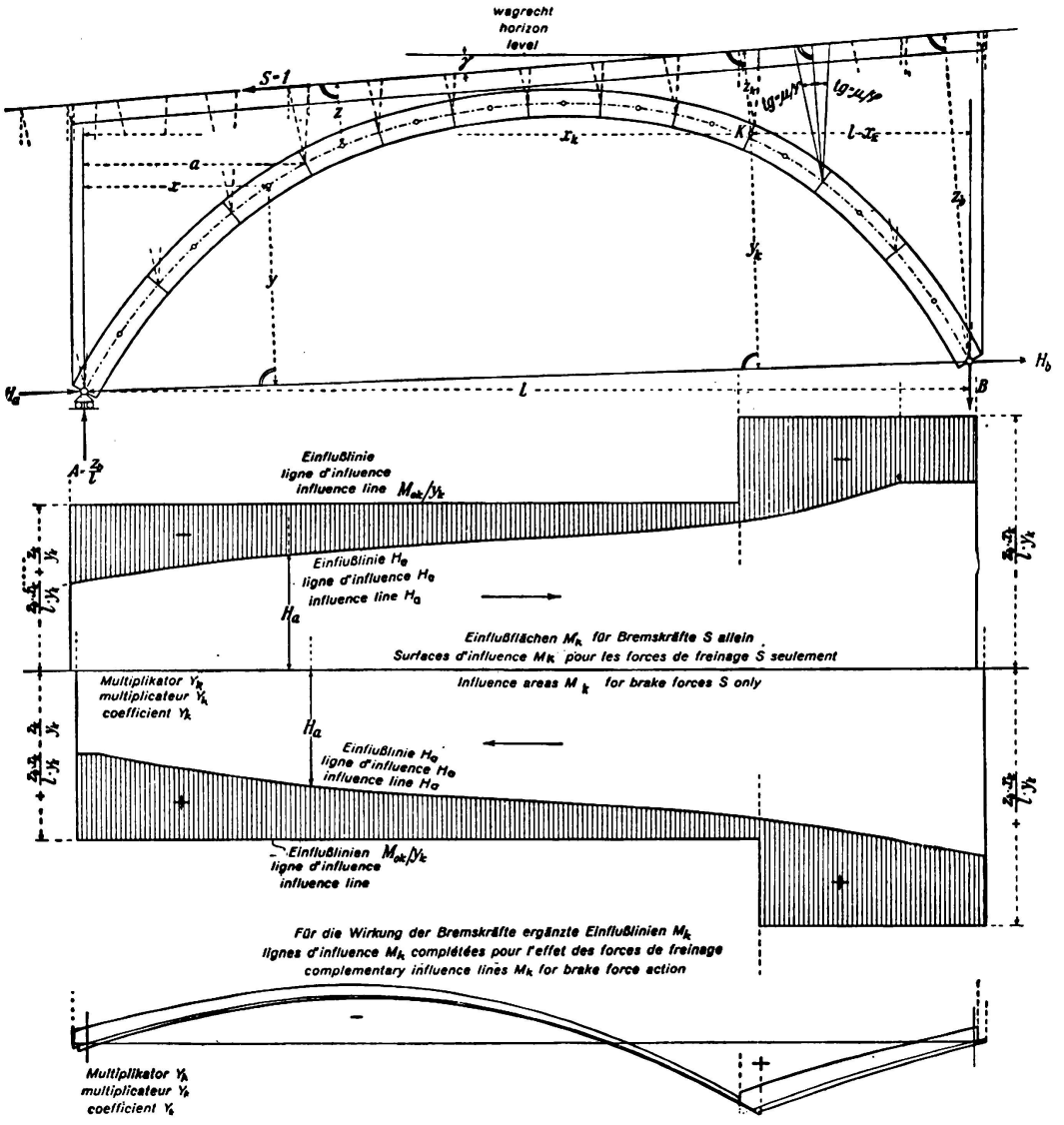


Fig. 13.

Lignes d'influence H_a et M_k pour forces de freinage pour un arc à deux articulations avec superstructure massive ou avec parois longitudinales.

dernière. Suivant les sens de freinage, les ordonnées et les lignes d'influence varient légèrement l'une par rapport à l'autre.

La surface d'influence d'un moment au noyau quelconque se trouve d'après la formule

$$M_k = M_{Ok} - H_a \cdot y_k = y_k\left(\frac{M_{Ok}}{y_k} - H_a\right)$$

comme différence des surfaces d'influence H_a et $\frac{M_{Ok}}{y_k}$. Lors de l'évaluation de la surface hachurée de la fig. 13, il faut tenir compte du multiplicateur y_k. La surface d'influence M_{ok} pour forces de freinage seules est en escalier car pour $S = 1$ on a à droite de la section qui contient le point K:

$$M_{Ok} = A \cdot x_k = \frac{z_b}{l} \cdot x_k ,$$

et lorsque $S = 1$ se trouve à gauche de cette section

$$M_{Ok} = A \cdot x_k - z_k = \frac{z_b}{l} \cdot x_k - z_k$$

Dans la fig. 13 on a dessiné en bas en traits fins la ligne d'influence $\frac{M_k}{y_k}$ d'une section de la moitié droite de l'arc. Elle est complétée pour les actions de freinage par les traits forts, en ajoutant ou retranchant les ordonnées des surfaces hachurées multipliées par $\left(\frac{\mu}{\varphi} \mp \sin\gamma\right)$. Pour la ligne d'influence normale H_a aucun sens pratique ne résulte du fait que le point d'application de la charge mobile $P = 1$ coïncide avec celui de $S = 1$, c'est-à-dire qu'ils ne se trouvent plus ici perpendiculairement au-dessus des limites d'éléments. Sous la section K elle-même, il existe, d'une courbe à l'autre, des raccords verticaux qui coïncident avec les escaliers de la ligne d'influence M_{ok} pour forces de freinage.

Dans les arcs *symétrique* ou *symétrique inclinés*, où la ligne de liaison des articulations est parallèle à la voie, la somme des ordonnées d'influence H_a d'éléments symétriques est égale à 1, de telle sorte qu'il suffit d'exécuter les calculs pour la moitié de droite.

Nous avons établi, dans la fig. 3c, que l'on pouvait décomposer la résultante de la charge verticale et de la force de freinage en un point quelconque de la ligne d'action suivant ses deux composantes et que ces dernières doivent toujours exercer la même action sur une grandeur quelconque du système hyperstatique. C'est pourquoi l'on peut, dans le cas présent, décomposer en P et S les charges d'essieux obliques (freinées) dans un autre plan aussi, parallèle à la voie, comme par exemple le plan tangent à la clé. Si maintenant on poursuit le calcul des lignes d'influence H_a et M_k résultant de la force de freinage seulement jusqu'aux lignes d'influence complétées des moments au noyau, on remarque que ces dernières sont déplacées par rapport aux premières de la distance, mesurée sur la force freinée, des deux plans horizontaux. Lors de l'évaluation on obtient donc les même valeurs limites.

Dans les arcs à superstructure ajourée, on ne peut plus choisir arbitrairement ce plan, car les forces de freinage qui se trouvent dans la partie supportée par des colonnes sont transmises *effectivement* à l'arc par le tablier aux points L et R où le tablier rencontre le dos de la voûte et lui est fixée. Afin d'obtenir des moments M_o satisfaisants, il faut décomposer les charges d'essieux freinées en leurs composantes P et S dans le plan médian de la dalle du tablier

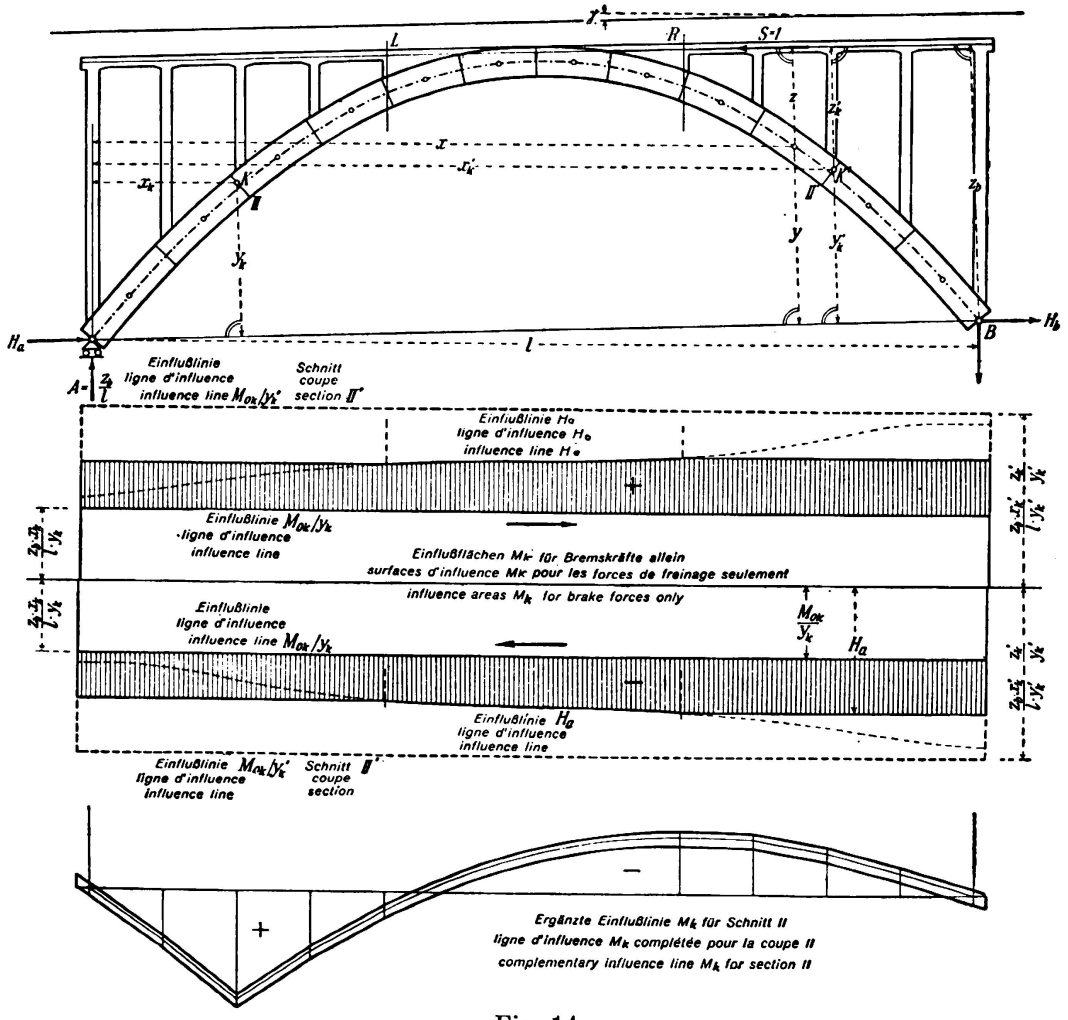


Fig. 14.

Lignes d'influence H_a et M_k pour les forces de freinage pour un arc à deux articulations avec superstructure ajourée.

et pour la force mobile S = 1 il faut conserver ce plan même dans la partie non ajourée des environs de la clé afin que les distances des charges servant à l'évaluation des lignes d'influence résultantes ne soient pas modifiées. Pour la même raison, ce plan doit être prolongé sur les culées et les piles lorsqu'il s'agit de leurs lignes d'influence M_x.

La fig. 14 représente un arc à deux articulations obliquement symétrique avec superstructure ajourée reliée à l'arc aux points L et R. On peut directement voir que l'intégrale du numérateur de H_a, pour une force S = 1 agissant entre L et R, ne varie pas par rapport à celle pour superstructure massive et que pour chaque

position de S sur la partie ajourée il faut calculer cette intégrale du numérateur comme si S agissait en L ou en K. C'est pourquoi la ligne d'influence H_a est horizontale de L à A et de R à B.

La surface d'influence M_{ok} pour forces de freinage seulement a, pour les sections d'arc situées entre L et R, une forme semblable à celle de la fig. 13. Toutefois si la section contenant le point K se trouve dans la partie ajourée entre A et L, on a pour toute position de la force S = 1 le moment $M_{ok} = A \cdot x_k$ et sa surface d'influence est un rectangle de hauteur $\frac{z_b}{l} \cdot x_k$. La forme rectangulaire se présente aussi lorsque la section se trouve dans la partie d'arc entre R et B, la hauteur en est alors $\frac{z_b}{l} \cdot x_k - z_k$. Dans la figure 14, nous avons représenté pour la section II la surface d'influence M_k pour les forces de freinage seulement en tant que surface difference (hachurée) d'après l'équation

$$M_k = y_k \left(\frac{M_{Ok}}{y_k} - H_a\right)$$

Dans l'évaluation, il faudra tenir compte du multiplicateur y_k.

Lignes d'influence M_k pour culées et piles médianes.

Dans une coupe à travers la culée de gauche (fig. 15) il existe, lorsqu'une force S = 1 dirigée vers la gauche agit, dans la superstructure ajourée, dans le plan médian de la dalle du tablier, le moment au noyau

$$M_k = A \cdot x_k - H_a \cdot y_k = \frac{z_b}{l} \cdot x_k - H_a \cdot y_k.$$

La façon la plus simple de calculer les ordonnées d'influence M_k est de les représenter par la différente de deux surfaces, car au-dessus de la culée elle-même les ordonnées d'influence sont $M_k = -z_k$, c'est-à-dire égales à la perpendiculaire élevée de K sur le plan médian de la dalle du tablier qui est conservé comme plan de référence même au-dessus de la culée.

Pour une section passant par la culée de droite on a

$$M'_k = B \cdot x'_k - H_b \cdot y'_k = \frac{z_a}{l} \cdot x'_k - H_b \cdot y'_k.$$

On a portée dans la fig. 15 les lignes d'influence M_k et M'_k calculées d'après ces relations. Les limites se trouvent à gauche et à droite, au-dessous des points où les droites inclinées de l'angle μ par rapport à la normale à la voie et passant par le bord extérieur de la section coupent le plan médian du tablier. On a aussi tracé les lignes d'influence complétées des moments au noyau.

La ligne d'influence M_k pour une articulation sur une pile s'obtient à l'aide de la fig. 15 en considérant la pile médiane comme culée des deux ouvertures adjacentes. Nous supposons ici (comme ci-dessus pour les culées) qu'il s'agit d'une pile surbaissée et trapue, dont le fléchissement élastique peut être négligé.

Lignes d'influence des efforts normaux et tranchants pour les articulations des naissances.

Dans l'arc à deux articulations de la fig. 16, φ_a et φ_b représentent les angles formés par les forces aux naissances résultant de la charge permanente et la

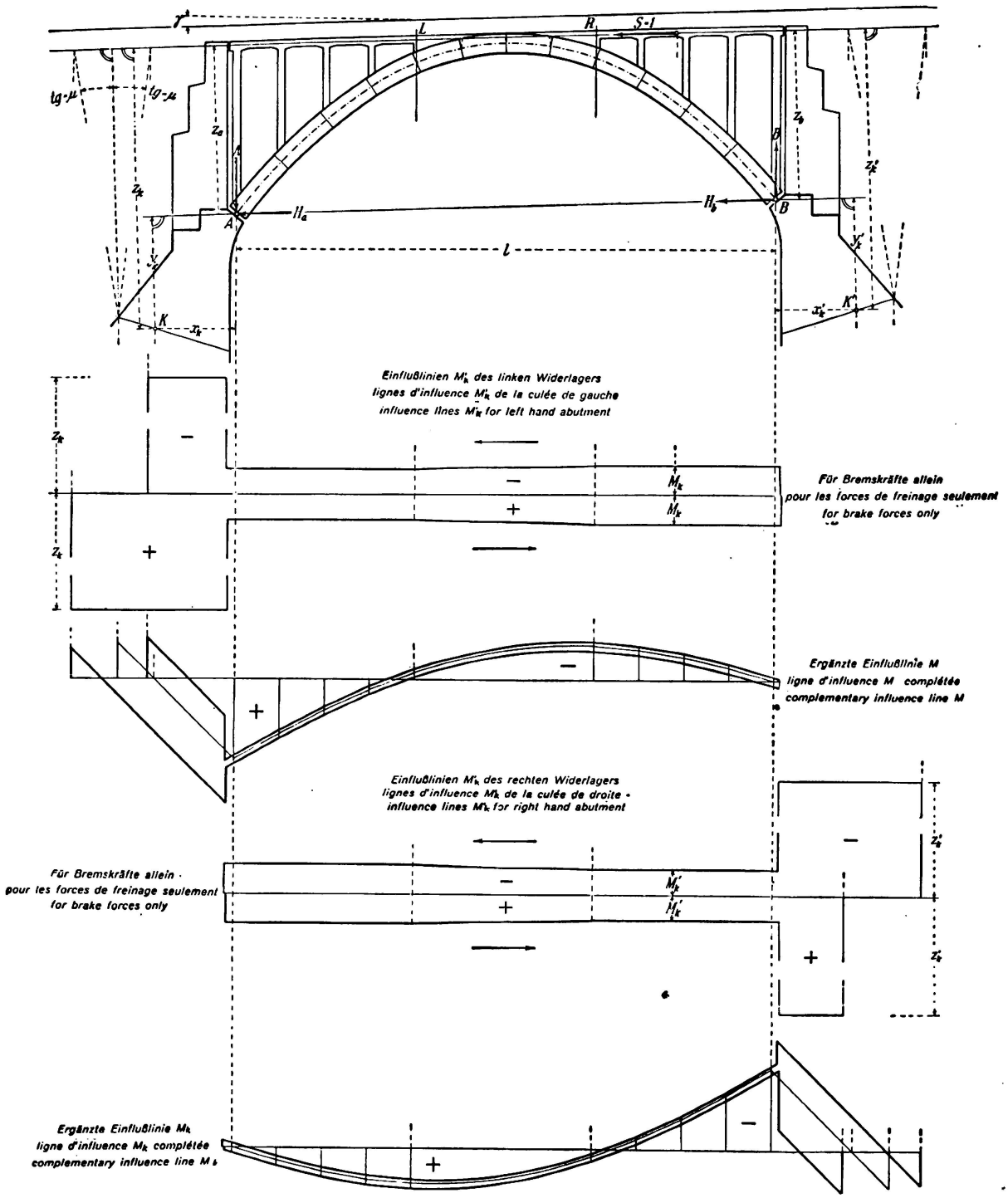


Fig. 15.

Lignes d'influence M_k pour forces de freinage pour une section dans les culées d'un arc à deux articulations.

ligne de liaison des articulations. Le plan tangent à l'articulation doit être perpendiculaire à ces forces.

La ligne d'influence de la *force normale* N_a sur l'articulation de gauche résultant de la seule force de freinage $S = 1$ dirigée vers la gauche, se déduit de l'équation

$$N_a = A \cdot \sin(\varphi_a + \beta) + H_a \cdot \cos \varphi_a = \frac{z_b}{l} \cdot \sin(\varphi_a + \beta) + H_a \cdot \cos \varphi_a.$$

Pour l'effort tranchant Q_a, l'équation suivante est valable:

$$Q_a = A \cdot \cos(\varphi_a + \beta) - H_a \cdot \sin \varphi_a = \frac{z_b}{l} \cdot \cos(\varphi_a + \beta) - H_a \cdot \sin \varphi_a.$$

C'est d'après ces relations que nous avons calculé les lignes d'influence N_a et Q_a représentées à la fig. 16.

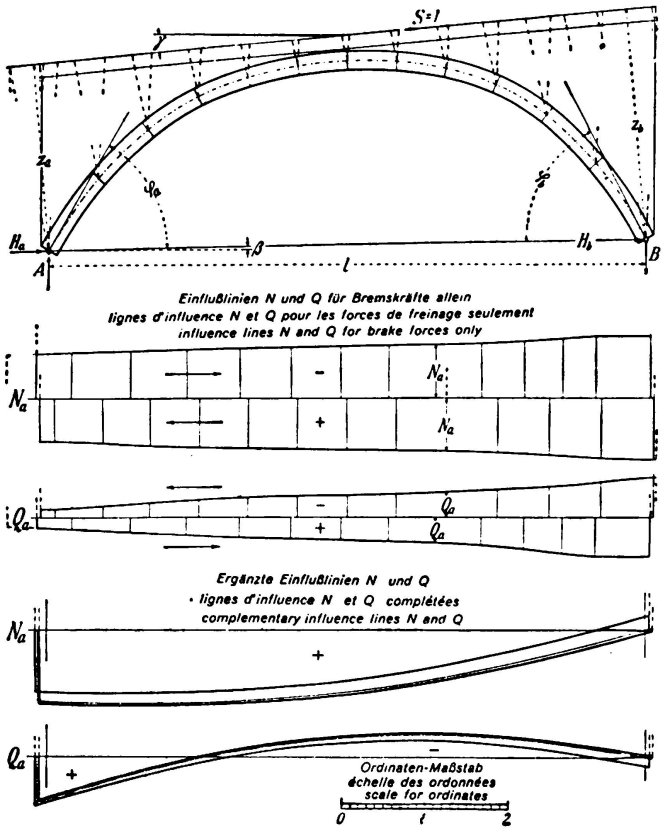


Fig. 16.

Lignes d'influence des efforts normaux et tranchants pour forces de freinage pour l'articulation de gauche d'un arc à deux articulations.

Les forces de freinage dans l'arc encastré à ses deux extrémités.

Pour les mêmes raisons que dans l'arc à deux articulations, on peut aussi, dans le cas de l'arc encastré, partir de la déformation résultant des forces normales N_x dans les équations pour les réactions d'appui. Nous partons du système fondamental de l'arc encastré à droite et en porte à faux; on a alors pour les

composantes de la force agissant à l'appui de gauche, déplacées au centre de gravité élastique O, les relations connues (Mörsch, Eisenbetonbau II, 3)

$$H = \frac{\sum M_O \cdot w_y}{\sum y \cdot w_y} \qquad V = \frac{\sum M_O \cdot w_x}{\sum x \cdot w_x} \qquad M = \frac{-\sum M_O \cdot w}{\sum w}$$

valables pour des forces extérieures de direction quelconque. Pour une force de freinage $S = 1$ agissant en «a» et dirigée vers la gauche (fig. 17), il existe dans la poutre en porte-à-faux du système fondamental entre a et B seulement les moments de flexion $M_o = -z$. Pour obtenir de là les ordonnées d'influence H, V, M pour les forces de freinage, on doit déterminer pour des valeurs croissantes de a

$$\sum M_O \cdot w_y = -\sum_a^{-\frac{1}{2}} z \cdot w_y \qquad \sum M_O \cdot w_x = -\sum_a^{-\frac{1}{2}} z \cdot w_x \qquad -\sum M_O \cdot w = \sum_a^{-\frac{1}{2}} M_O \cdot w$$

Ces sommes se font de la façon la plus simple, par calcul, en faisant agir la force mobile $S = 1$ sur les limites de chaque élément d'arc en commençant par la droite et en calculant chaque fois la somme des moments statiques des poids élastiques $w_y = S \cdot \frac{y}{J}$, $w_x = S \cdot \frac{x}{J}$ et $w = \frac{S}{J}$ à droite du point d'application par rapport à la voie ou au plan médian de la dalle du tablier (suivant le type de la superstructure). Lorsque la force S avance, il s'ajoute chaque fois un nouveau terme. Les poids élastiques w, w_y et w_x ainsi que les sommes du numérateur sont déjà connus par le calcul antérieur de l'arc. Les ordonnées que l'on obtient sont à reporter chaque fois à l'abscisse a, c'est-à-dire sous le point où les lignes inclinées de l'angle $\frac{\mu}{\varphi}$ par rapport à la verticale élevées des limites des éléments coupent la voie. Suivant la direction du freinage, non seulement le signe varie, mais les lignes d'influence sont un peu déplacées l'une par rapport à l'autre dans le sens horizontal.

Dans la fig. 17, nous avons représenté pour des forces de freinage dirigées vers la gauche les lignes d'influence H, V et M déterminées par le calcul pour un arc symétrique avec tablier horizontal. L'ordonnée extrême de gauche de la ligne d'influence H est égale à 1, celle de la ligne d'influence M est égale à $y_o + z_s$. Dans le calcul sous forme de tables, apparaissent plusieurs valeurs qui s'étaient déjà présentées dans les lignes d'influence normales. La somme des ordonnées d'influence H de deux sections symétriques est égale à 1.

A l'aide des ordonnées d'influence H, V, M on obtient celles des moments au noyau pour une section quelconque de l'arc par suite des forces de freinage seulement au moyen de la relation:

$$M_k = M_{Ok} + M - H \cdot y_k - V \cdot x_k$$

en faisant agir $S = 1$ sur chaque limite d'élément en commençant par la droite et en inscrivant les apports comme pour les lignes d'influence normales, sous forme de table. $M_{Ok} = -z_k$ lorsque la force S dirigée vers la gauche agit à gauche de la section contenant le point K; si elle agit à droite on a $M_{Ok} = 0$. De cette façon, on a obtenu les lignes d'influence M_k pour forces de freinage

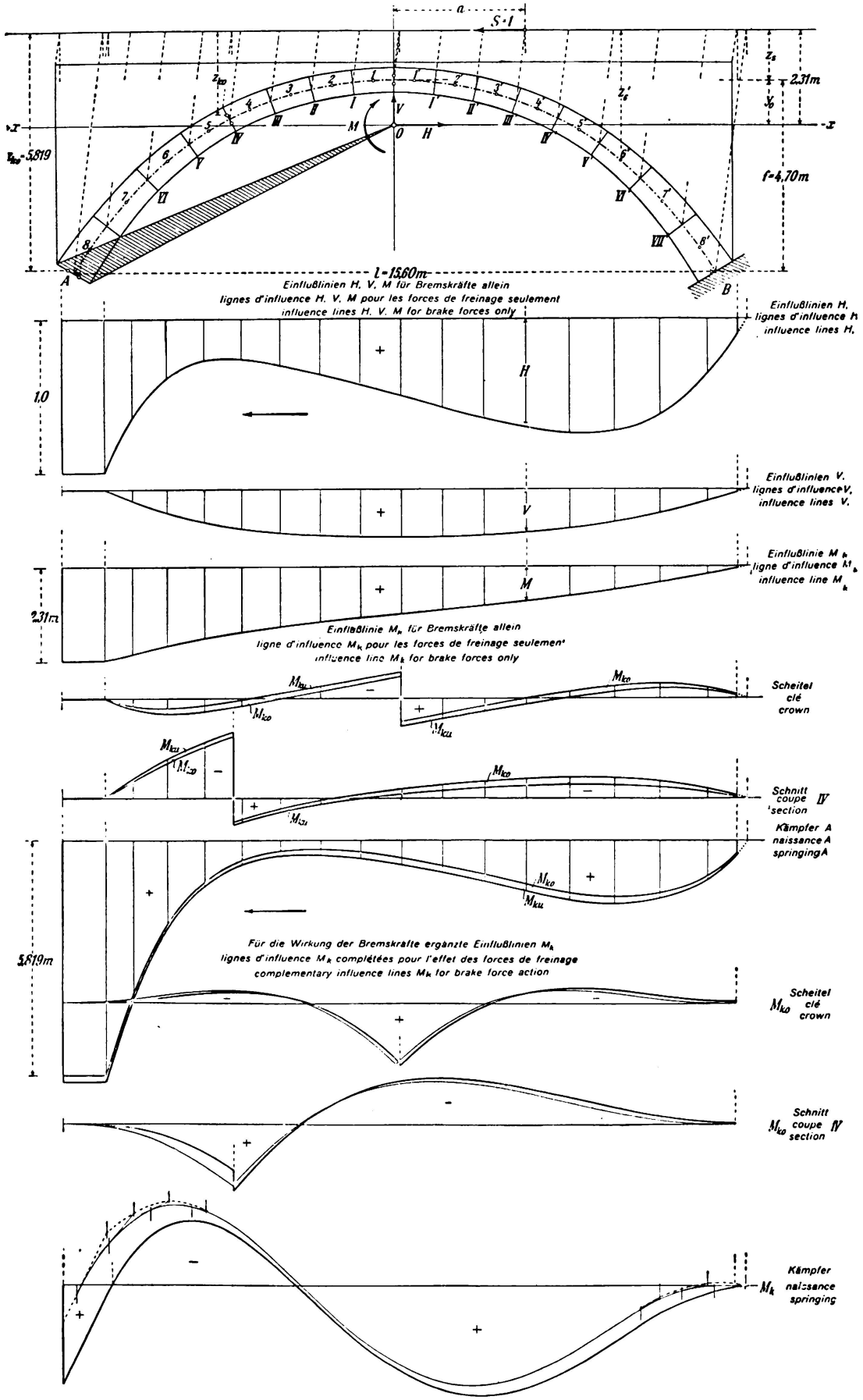


Fig. 17.

Lignes d'influence de H, V, M et des moments au noyau M_k pour forces de freinage pour un arc encastré avec superstructure massive ou avec parois longitudinales.

seulement des sections à la clé et aux naissances, ainsi que pour la section IV; elles sont représentées à la fig. 17. Nous avons encore dessiné pour ces sections les lignes d'influence M_k complétées pour l'action des forces de freinage. L'échelle des ordonnées des lignes d'influence normale représentées en traits fins a été choisie double du tracé de l'arc. Les lignes épaisses représentent ces mêmes lignes d'influence complétées avec les ordonnées multipliées par $\frac{\mu}{\varphi}$ des lignes d'influence M_k valables pour les forces de freinage seulement.

On voit qu'il est nécessaire ici d'améliorer aux deux extrémités, les lignes d'influence normales M_k des naissances en tenant compte du fait que les composantes verticales relatives à S, des charges d'essieux freinées à la hauteur de la voie, sont sensiblement déplacées latéralement par rapport aux limites d'éléments de la voûte s'y rapportant. Il faudrait par conséquent prolonger les tangentes à la courbe aux limites des éléments jusqu'aux charges P correspondantes. La courbe pointillée tracée par les points d'intersection ainsi obtenus représente l'allure de la ligne d'influence M_k améliorée. Aux autres points de la ligne d'influence normale, les corrections que nous venons de décrire donnent de si faibles déplacements qu'il est impossible de les représenter.

Remarquons encore que le système fondamental que nous avons choisi avec arc en porte à faux, encastré à gauche, s'est révélé comme très approprié, même pour le calcul avec les forces de freinage.

Lorsqu'il s'agit d'un arc non symétrique ou obliquement symétrique, rien n'est changé aux expressions des composantes d'appui H, V, M pour la force de freinage $S = 1$. L'axe des x est légèrement incliné et les z sont les verticales à la voie élevées aux milieux des éléments d'arc.

Dans le cas de l'arc représenté à la fig. 18, avec superstructure ajourée, il faut décomposer en P et S, comme dans le cas de la fig. 14, les forces freinées obliques dans le plan médian de la dalle du tablier et la force S n'est transmise à l'arc qu'aux points L ou R. C'est pourquoi leurs apports aux ordonnées de H, V, M restent constants au-dessous de la partie ajourée de la superstructure et égaux en L et R aux ordonnées des lignes d'influence correspondantes, qui entre L et R sont semblables à celles d'arcs avec superstructure massive mais cependant avec plan de référence S situé plus bas.

Les lignes d'influence sont tracées pour des forces de freinage agissant vers la droite. Dans les lignes d'influence H, V, M les lignes pointillées représentent les lignes d'influence qui seraient valables pour une superstructure massive.

Lignes d'influence M_k pour les culées d'un arc encastré.

Avec la désignation représentée à la fig. 19, on obtient pour une force de freinage $S = 1$ agissant vers la droite, le moment suivant dans une section de la culée de gauche:

$M_k = M + H \cdot y_k - V \cdot x_k$ où les signes des composantes sont pris en considération.

Pour une section de la culée de droite on a:

$$M'_k = z'_k - M - H \cdot y'_k - V \cdot x'_k$$

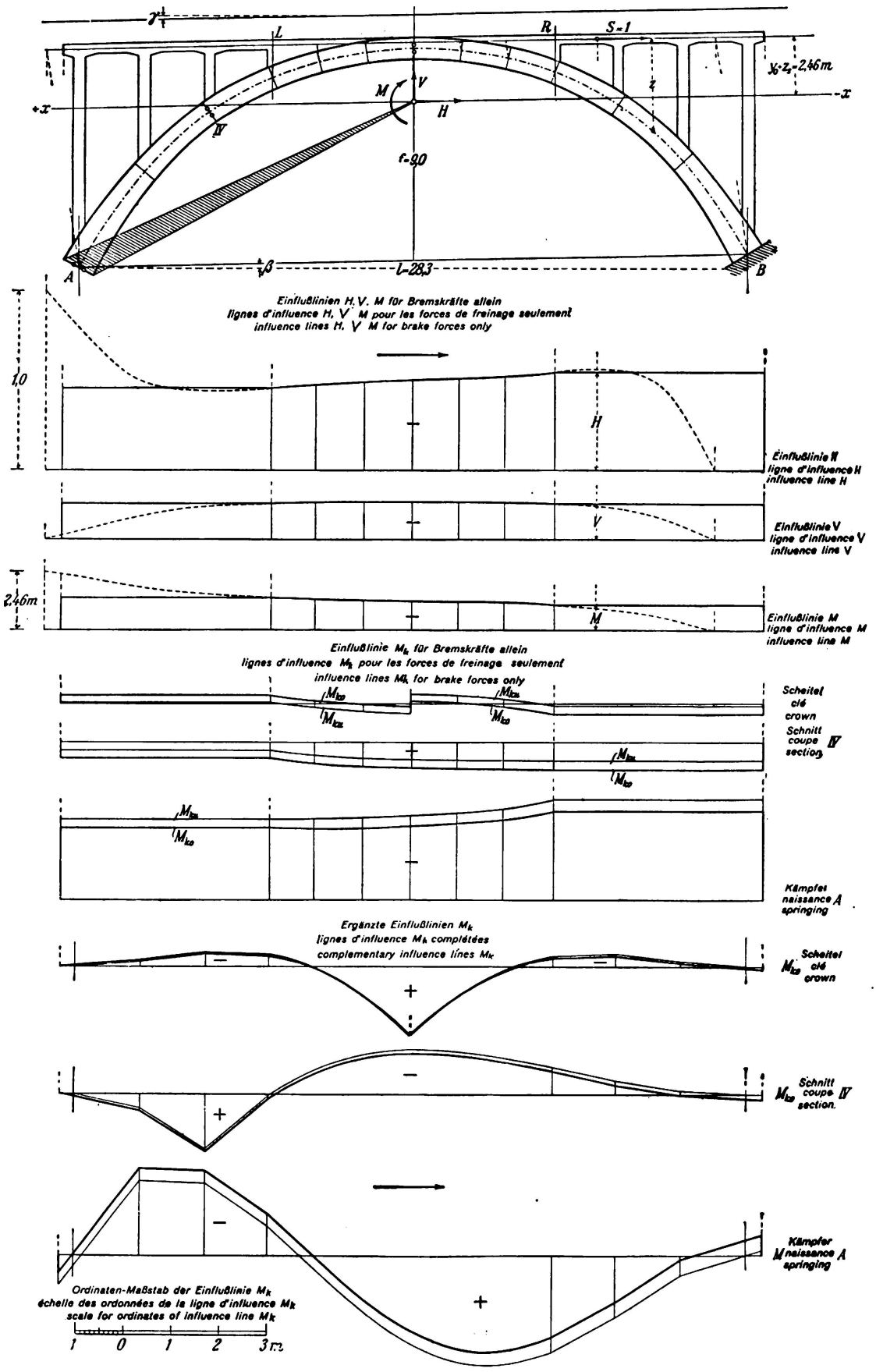


Fig. 18.

Lignes d'influence de H, V, M et des moments au noyau M_k pour forces de freinage pour un arc encastré obliquement symétrique avec superstructure ajourée.

C'est d'après ces relations que l'on a calculé pour les deux sections des culées les ordonnées d'influence M_k et M'_k, résultant des forces de freinage. Au-dessus des culées elles-mêmes, on a les ordonnées d'influence z_k et z'_k. Au moyen des ordonnées multipliées par μ on complète les lignes d'influence normales des moments au noyau pour l'action des forces de freinage. Il était nécessaire ici, comme dans l'exemple de la fig. 17, d'améliorer auparavant la ligne d'influence normale au-dessous des deux naissances par suite de la superstructure massive.

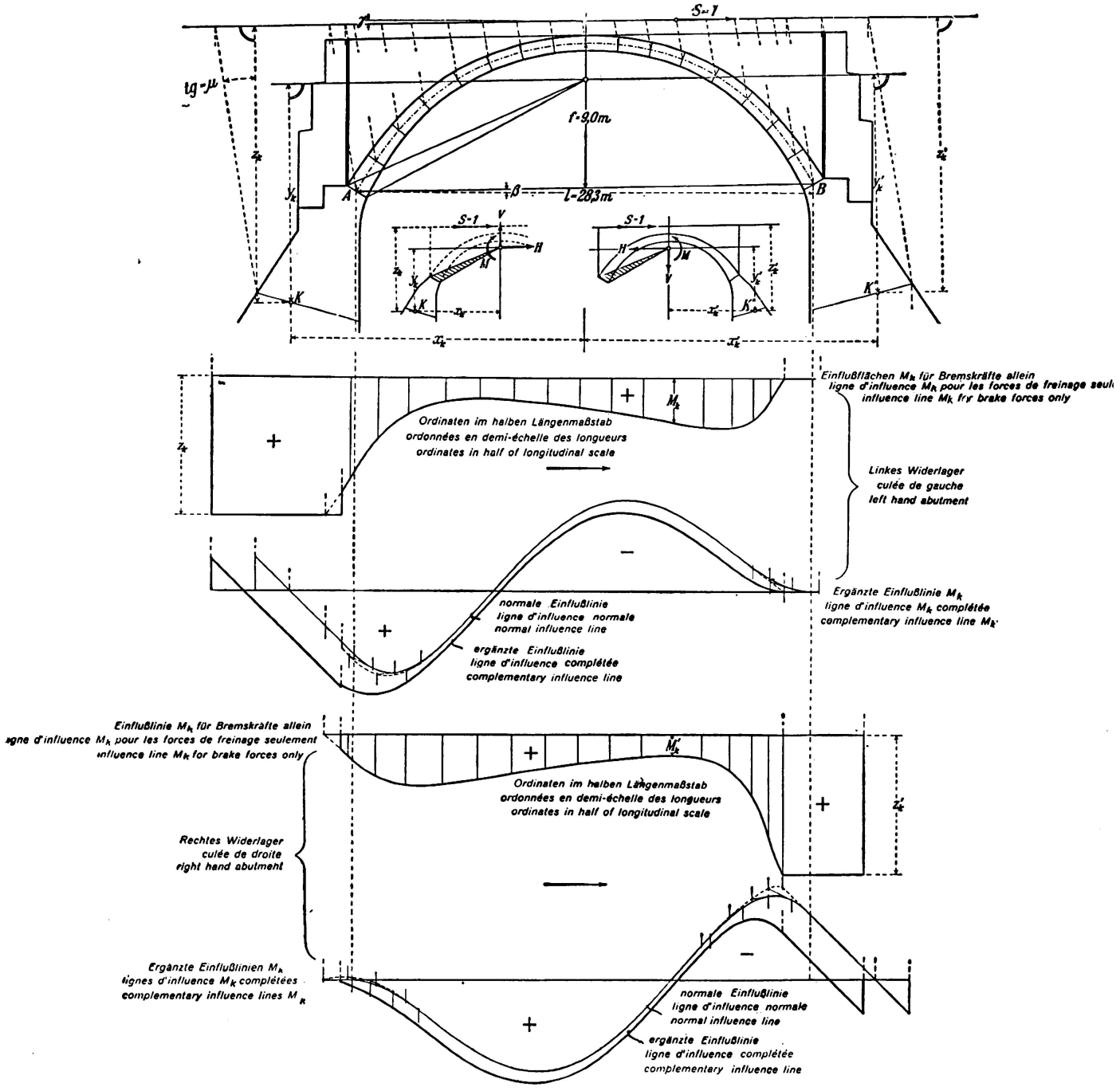


Fig. 19.

Lignes d'influence M_k pour forces de freinage pour une section dans la culée d'un arc encastré obliquement symétrique.

De façon analogue, on obtient les lignes d'influence M_k pour les forces de freinage pour une section de la pile médiane en la considérant comme culée de l'une et de l'autre ouverture, en admettant qu'il s'agit d'une pile trapue dont on peut négliger la déformation élastique.

Résumé.

L'auteur étudie dans ce rapport l'influence des forces de freinage dans les différents types de poutres et d'arcs. La force de freinage est considérée comme faisant partie du poids des essieux et son influence sur les grandeurs qui entrent en ligne de compte: moments de flexion, moments au noyau et réactions d'appui, est représentée sous forme de lignes d'influence. Finalement ces influences sont combinées, avec celles des charges d'essieux verticales, en lignes d'influence résultantes qui, lors de leur évaluation, fournissent les valeurs limites, y compris l'apport donné par les forces de freinage correspondantes. La forme des lignes d'influence pour les seules forces de freinage varie suivant le genre de la superstructure des arcs, massive ou ajourée.

Leere Seite
Blank page
Page vide

IVb 6

Tendances actuelles dans les grands ouvrages en béton armé.

Neuere Gesichtspunkte für den Bau großer Eisenbeton-Bauwerke.

Present-day Tendencies in Large-sized Reinforced Concrete Constructions.

Dr. Ing. C. Parvopassu,
Professeur à l'Ecole Royale d'Ingénieurs de Padoue.

Introduction.

Le sujet sur lequel j'ai eu l'honneur d'être chargé de rapporter devant les éminents spécialistes qui participent à cette réunion est quelque peu ardu; son exposition exige en effet la synthèse de l'un des domaines les plus riches et les plus osés de la technique moderne de la construction.

Pour mener cette tâche à bien, il est nécessaire de connaître d'une manière profonde et complète les particularités d'une des branches les plus délicates et les plus évoluées de la technique de la construction. Je m'efforcerai donc, en faisant appel à toute l'expérience que j'ai acquise, au cours de plus de trente années de travail consacrées avec une ferveur passionnée à l'enseignement théorique et pratique et passées aussi sur les chantiers, d'exposer tous les progrès théoriques et pratiques réalisés dans le domaine de la construction des grands ouvrages en béton non armé et en béton armé.

Evolution, valeur et possibilités du béton armé.

L'emploi du béton armé dans la construction des ouvrages de quelque importance remonte à moins d'une cinquantaine d'années; en fait, il date du moment où ce matériau a pu triompher des critiques et des craintes qu'inspire toute nouveauté, même dans les milieux les plus réellement compétents. Il a fallu pour cela les progrès réalisés dans la production des ciments naturels et artificiels à prise lente, dans la connaissance de la manière dont se comportent ces éléments dans les mélanges, dans les caractéristiques physiques qui permettent une heureuse collaboration entre le béton et le métal, assurant ainsi la résistance aux efforts complexes qui se trouvent mis en jeu dans les ouvrages soumis à la flexion, au cisaillement et à la torsion, sans compter les efforts normaux centrés de compression et de traction simples.

Une hardiesse extrême conduisit, dans les débuts, à la construction d'ouvrages qui ne répondaient pas aux exigences de sécurité que les règlementations opposent actuellement si judicieusement aux considérations de rapidité d'exécution et d'économie financière; malgré cette apparence, de remarquables progrès furent

rapidemerrt réalisés dans le monde entier, ainsi qu'en témoigne l'importance des ouvrages édifiés et principalement des ponts et des viaducs routiers.

En Italie, dès les premières années de ce siècle, on put remarquer de remarquables manifestations des nouvelles méthodes de construction, ouvrages de moyenne et de grande importance, que l'on peut à vrai dire considérer comme constituant des réalisations d'avant-garde étant donné les caractéristiques qu'ils présentent; aujourd-hui, la remarquable phalange des techniciens italiens est capable de réaliser, au prix d'un labeur tenace, des oeuvres encore plus admirables par leur hardiesse, mettant en cela à profit la supériorité qu'offrent les qualités des matières premières nationales, ciments à moyenne et à haute résistance, qui sont utilisés concurremment avec les meilleurs agrégats et avec les fers qui constituent les armatures du béton.

La structure du ciment armé, ou mieux du béton de ciment armé, en fait actuellement le matériau le mieux indiqué pour la réalisation d'ouvrages présentant des caractéristiques excellentes de robustesse, d'élégance, d'esthétique, dans les meilleures conditions de rapidité et de facilité de manutention.

On sait que la résistance et la durée effective des ouvrages en mortier de ciment sont fonctions des conditions dans lesquelles on prépare les mélanges; en matière de béton armé, la disposition adoptée pour les armatures métalliques et la bonne conservation de leur position pendant le bétonnage viennent également exercer une influence capitale sur la résistance et la durée des ouvrages; or les considérations qui précèdent n'ont précisément pas moins d'importance que les remarques particulières qui concernent, dans le même ordre d'idées, les constructions métalliques et qui portent sur la qualité des aciers spéciaux utilisés pour la fabrication des laminés, des profilés, rivets, boulons, câbles de suspension, organes de support, et sur l'exécution des rivures et des soudures.

L'expérience, la conscience professionnelle et honnêteté des constructeurs constituent des conditions fondamentales; elles doivent inciter au choix d'éléments adjoints ayant les capacités scientifiques, techniques et pratiques voulues pour assurer la conception et la direction des travaux, quelle que soit l'importance effective des ouvrages à réaliser; de même, on s'entourera pour l'exécution, de spécialistes qualifiés, chez lesquels domineront l'amour du travail bien fait et un esprit de corps élevé; on veillera bien entendu à assurer le contrôle minutieux et vigilant des matériaux à mettre en oeuvre et des ouvrages en cours de construction.

Avec les précautions ci-dessus indiquées, aucune crainte ne doit subsister au sujet du choix du béton armé pour la construction des ouvrages de plus en plus importants que la civilisation moderne exige de la technique de la construction; on peut d'ores et déjà considérer qu'il y a dans ce choix un avantage économique tout à fait certain; il reste à souhaiter que des architectes de génie créent, pour les ouvrages en béton, un style qui s'harmonise avec les exigences du beau.

Lorsque l'on parle des grands ouvrages en béton armé, on entend qu'il s'agit en premier lieu des ouvrages d'art proprement dits, c'est-à-dire les ponts et viaducs, murs d'appui et ouvrages du même ordre; il faut cependant faire encore rentrer dans cette désignation les ouvrages divers et tout particulièrement ceux qui sont susceptibles de résister aux secousses sismiques et qui atteignent de grandes dimensions, tels que les charpentes, les encorbellements, les grandes toitures et coupoles, les gratte-ciel, les silos, les tours, les campaniles, les fonda-

tions sur pieux, les pylônes, ainsi que les ouvrages hydrauliques et maritimes, comme les barrages de retenue de grande hauteur, à voûtes multiples, les châteaux d'eau, les prises d'eau, les conduites de grand diamètre, les bassins de navigation, de carénage, les môles et jetées, et de nombreux ouvrages accessoires des grandes installations industrielles.

Dans ce vaste domaine, il est légitime de prévoir dès maintenant que les méthodes de calcul, la qualité des matériaux, les moyens dont on dispose sur le chantier et les procédés de construction actuels, qui pourront encore être perfectionnés par la suite, nous permettront, dans un avenir prochain, de réaliser des ouvrages d'une puissance et d'une esthétique remarquables.

L'évolution des grands ouvrages en béton armé.

Pour mieux comprendre les tendances modernes en ce qui concerne le calcul et la construction des grands ouvrages en béton armé, il est intéressant de jeter un rapide coup d'œil sur leur évolution au cours de ces trente dernières années, évolution à laquelle nous devons, ainsi que nous l'avons déjà indiqué, des ouvrages hardis, qui peuvent encore aujourd'hui faire l'admiration des techniciens et justifier, dans ce domaine, les plus audacieux espoirs.

C'est d'abord, en 1906, la construction du Pont de Pinzano, sur le Tagliamento, ouvrage qui comprend trois grandes travées en arcs d'une ouverture de 48 mètres, avec une flèche de 24 mètres et qui représente un volume total de 1800 m^3 de béton; l'armature auto-portante est constituée par des pièces en acier coulé disposées en forme de caissons triangulaires; ces arcs sont encastrés à leurs extrémités et sont articulés à la clef; en réalité, étant donné la forme de la fibre médiane, qui a été étudiée de telle sorte qu'elle coïncide sensiblement avec la courbe possible des pressions, le calcul a pu être effectué isostatiquement; le tablier lui-même est établi sur un viaduc à arches surbaissées, et a une largeur de 6 mètres.

La construction du pont de Calvene sur l'Astico remonte à 1907; il s'agit ici d'un pont en arc encastré solidaire des culées et du tablier, d'une portée de 35 mètres, avec flèche de 2 mètres, réalisé en construction monolithique; cette construction a suivi de peu celle du pont sur l'Ourthe à Liége, qui est lui-même constitué par un arc de 55 mètres avec flèche de 3,25; les deux ouvrages sont d'ailleurs semblables. La construction de l'ouvrage très audacieux que constitue le pont du Risorgimento à Rome, sur le Tibre, s'est échelonnée entre les années 1909 et 1911. C'est un pont en arc unique surbaisse de 100 mètres de portée, avec une flèche de 10 mètres; ici aussi, l'arc lui-même et les culées sont solidaires du tablier; les culées s'étendent d'ailleurs sur les rives de chaque côte sur une longueur de 24 mètres, sous forme de section à éléments multiples semblable à celle de l'arc; cet ouvrage est absolument remarquable par sa puissance et sa finesse; il supporte une voie d'une largeur de 20 mètres. Sa construction à été étudiée avec le plus grand soin; on s'est efforcé de réaliser la solidarité la plus complète entre toutes les parties de l'ouvrage; les fers d'armature ont une section spécialement étudiée, avec profil en ménisque et nervures transversales externes et internes; des joints de déformation, ménagés dans les nervures longitudinales de l'arc en vue d'atténuer les effets du retrait du béton au cours du durcissement, permettent également d'éliminer les contraintes internes excessives qui se mani-

festeraient sous l'influence des variations de température auxquelles l'ouvrage se trouve périodiquement soumis.

En Avril 1910, fut inauguré le pont d'Auckland, en Nouvelle-Zélande; ce pont comporte un grand arc unique d'une portée de 98 mètres, avec une flèche de 56 mètres; c'est un arc encastré à ses deux extrémités; la largeur de la voie qu'il supporte est de 12 m. On signale comme autre ouvrage semblable le pont sur les avenues Lavimer et Atherton, à Pittsburgh, aux Etats-Unis, ouvrage qui a été terminé à peu près à la même date que le précédent.

On note, au cours de ces mêmes années, la construction d'édifices importants et de grande hauteur, à New-York et dans d'autres villes des Etats-Unis et d'Europe; ces édifices étaient destinés à l'habitation, ou à des bureaux et magasins; à signaler également la construction de cheminées industrielles de très grande hauteur et de châteaux d'eau d'une capacité importante; ont été également réalisés de grands siphons tels que celui d'Albeida sur le canal d'Aragon et de Catalogne, en Espagne et dont le diamètre intérieur est de 4 m, pour une longueur de 75 m sous une pression maximum effective de 3 atmosphères; d'importants encorbellements, des voûtes et coupoles pour théâtres, stades et expositions, ont été également édifiés pendant cette période.

L'un des ouvrages les plus dignes de retenir l'attention est le Palais du Centenaire de Breslau, ouvrage qui peut figurer parmi ceux qui pour la première fois, mirent nettement en évidence les exceptionnelles possibilités, techniques et architecturales en même temps, du béton armé; ce palais a été construit pour célébrer le centenaire de la victoire remportée sur Napoléon; c'est un édifice grandiose, établi sur plan circulaire, sur un diamètre de 100 m. Cette ossature en béton armé comporte une coupole centrale d'une hauteur de 42 m avec un diamètre de 65 m à la naissance, qui s'appuie sur une ceinture soutenue elle-même par les arcs frontaux de quatre absides colossales; sur cette ceinture, viennent s'encastrer les trente-deux grandes arêtes méridiennes de la coupole, qui se prolongent extérieurement jusque vers le sol, en recouvrant les absides; la surface totale couverte de cette énorme salle est de 5500 mètres carrés; sa capacité est de 6000 spectateurs assis et de 1000 spectateurs debout.

Entre 1915 et 1925, ont été édifiés de très importants châteaux d'eau et réservoirs; parmi les plus importants, mérite tout particulièrement d'être signalé celui de l'aqueduc municipal de Padoue, construit 1924 et qui comporte une cuve couverte d'un diamètre de 20 mètres, d'une capacité de 2000 mètres cubes, construite à une hauteur de plus de 40 mètres au-dessus du niveau de la route; l'ensemble de l'ouvrage avec son revêtement en maçonnerie et son couronnement présente l'aspect monumental d'une tour; cette tour comporte à sa base une chapelle votive, qui est dédiée à la mémoire des victimes du raid aérien sur Padoue, au cours de la grande guerre de 1915—1918.

Au cours de la dernière décade, ont été édifiés principalement en Allemagne de très grands ouvrages pour lesquels les architectes ont tenté de créer un nouveau style approprié, sans toutefois, de l'avis de l'auteur, y réussir.

Depuis quelques années, se sont multipliés les ouvrages d'art destinés à supporter des routes et des voies ferrées, c'est-à-dire les ponts et les viaducs; on en trouve en Italie de nombreux et remarquables exemples. Parmi ces ouvrages, nous citerons les suivants:

a) — des ouvrages à poutres continues rectilignes, avec tablier inférieur ou supérieur (la passerelle d'Ivry, près de Paris, atteint une portée nette maximum de 140 m);

b) — des ouvrages avec travées en arc, avec articulation ou encastrement (la portée maximum est réalisée par le pont de Plougastel sur l'Elorn, près de Brest; ce pont a été construit en 1928—1929, sur le hardi projet établi par *Freyssinet;* il comporte trois arcs surbaissés d'une portée de 186 m; il est établi en ciment à haute résistance et vibré; à signaler également le pont actuellement en cours de construction sur le canal du Tranebergsund près de Stockholm, qui comporte deux arcs jumelés sur portée de 181 m avec une flèche de 26,20 m; ces arcs sont placés à un écartement de 6,20 m; ils supportent ainsi un tablier dont la largeur totale est de 27,50 m et qui comporte une route d'une largeur de 19 m et deux voies ferrées; pour ce dernier ouvrage, on a prévu un effort maximum de compression à la clef de 120 kg/cm² de béton, obtenu avec un dosage variant entre 300 et 400 kg de ciment par mètre cube de béton). (Des portées inférieures, mais atteignant néanmoins 90 m, ont été réalisées dans une splendide série d'ouvrages construits en Italie; ce sont les ponts sur l'Adda, destinés à l'autostrade Milan-Bergame, sur la Brenta et le Primolano, sur le Savio à Monte Castello, sur la Piave à Belluno, sur l'Isonzo à Plava, ainsi que le pont-canal sur le Brembo et autres);

c) — des ouvrages avec travées en arc, dans lesquelles la poussée est éliminée à l'aide de tirants supportant eux-mêmes le tablier (la portée maximum est atteinte dans cette catégorie par le pont sur l'Oise à Conflans Fin d'Oise, en France; c'est un pont en arc allégé, à tablier intermédiaire suspendu jouant le rôle de tirant; la portée de cet ouvrage est de 126 m); (des portées plus faibles, mais dépassant néanmoins 90 m, ont été réalisées sur le pont à suspension à treillis, construit sur le Lot, à Port d'Agrès et sur le pont à poutres triangulaires établi sur l'Oued Mellègue, en Tunisie; la portée déjà considérable de 74 m a été atteinte avec le pont-rail sur le San Bernardino à la frontière italienne; il s'agit d'un pont avec tablier inférieur);

d) — des ouvrages à structure cellulaire, dans lesquels un arc très délié et portant en intrados est solidaire des portiques de tympan et du tablier supérieur, ainsi que des appuis, piles et culées; nous citerons comme exemple le pont de Langwies dans les Grisons, en Suisse; ce pont, d'une portée déjà importante, présente un remarquable surbaissement.

Tendances modernes.

Ainsi qu'il a été déjà indiqué, on tend dans les ouvrages modernes à augmenter d'une manière notable la portée des poutres rectilignes à deux appuis et plus et des poutres en arc avec ou sans tirants.

Dans le cas des poutres en arc, alors qu'il y a quelques années, on estimait parfois que la portée effective des ouvrages devrait être limitée à quelques centaines de mètres, on peut actuellement envisager, suivant l'avis des spécialistes les plus qualifiés, des portées dépassant les mille mètres. *Freyssinet* a d'ailleurs présenté au Congrès de Liége, en 1930, un projet de pont en arc de 1000 mètres

de portée; la portée de 1400 mètres, qui correspond à plus de sept fois la portée maximum actuellement atteinte de 186 m, a été indiquée comme possible par *H. Lossier*, à l'aide d'un arc en béton fortement armé; il reconnaît cependant préférable, pour les portées supérieures à 800 mètres, d'adopter les ponts métalliques suspendus. Pour les ponts à poutres droites sur deux appuis ou plus, *Lossier* indique comme possibles des portées nettes de 500 mètres, qui correspondent à environ quatre fois la portée maximum actuellement atteinte de 126 m.

H. Lossier se montre également favorable à l'adoption des dispositions mixtes, avec intervention de l'acier inoxydable, comportant la construction de membrures soumises exclusivement à des efforts de traction, le béton armé étant utilisé pour la constitution de membrures soumises à des efforts de compression et de flexion; ces membrures devraient être construites naturellement hors du chantier, puis montées et assemblées par soudure autogène, en laissant saillants les arrondis des cordons de soudure, puis en appliquant des revêtements successifs de mortier de ciment à haute résistance et à durcissement rapide; on admet que ce genre de construction mixte conviendrait tout particulièrement à l'érection des ponts suspendus auxquels on estime pouvoir ainsi donner des portées de l'ordre de 5000 mètres, ce qui correspond à environ 5 fois la portée maximum de 1077 mètres actuellement réalisée pour le pont suspendu George Washington, sur l'Hudson, à New York; un pont d'un type analogue et d'une portée de 1270 mètres, est d'ailleurs en cours de construction actuellement, à la Golden Gate, sur la Baie de San Francisco, en Californie.

Il est à prévoir que l'on réalisera rapidement d'amples progrès dans cette voie.

En ce qui concerne les travées rectilignes et les travées en arc, l'auteur tend lui-même à accorder la préférence respectivement aux types à *poutres continues* et aux *arcs encastrés avec élimination partielle de la poussée.*

Ces dispositions permettront d'atteindre les limites de portée ci-dessus indiquées, malgré les inévitables imperfections des procédés de construction et les incertitudes qui subsistent dans les méthodes de calcul par suite des défauts et des conditions imprévisibles en ce qui concerne l'état effectif du béton armé. De telles limites peuvent sembler exagérées, en présence des nécessités effectives qui seules pourraient justifier les sacrifices économiques considérables auxquels conduiraient les difficultés exceptionnelles de construction d'ouvrages d'une telle importance; toutefois, elles n'ont rien qui doive effrayer du point de vue technique.

Les graves insuccès ne peuvent désormais dépendre presque exclusivement que de fautes d'exécution, imputables pour une proportion de 90 % à un décoffrage prématuré et irrationnel et pour une proportion de 10 % à des imperfections accidentelles du mélange de béton ou des armatures métalliques, dont la résistance spécifique peut atteindre des valeurs extrêmement élevées; les incertitudes du calcul peuvent être toutes pratiquement éliminées, si l'on prend soin de faire cadrer les hypothèses de base avec la réalité effective, c'est-à-dire en interprétant le point de vue théorique avec bon sens et en développant sur des bases intégralement rationnelles l'étude des efforts secondaires, sous l'influence desquels se produisent en général les ruptures dans les zônes comprimées non frettées et dans les zônes tendues comportant une exubérance d'armatures métalliques dans une section de béton trop faible.

Règles de construction et méthodes de calcul.

Un choix rigoureux et un contrôle minutieux des caractéristiques des matériaux, tant agrégats que ciment et fers d'armature et d'autre part une organisation judicieuse des chantiers pour la préparation et la mise en oeuvre du béton, pour sa protection pendant la prise et le durcissement, pour le décoffrage des différentes parties portantes des ouvrages, assureront d'une manière presque absolue le bon comportement des ouvrages, suivant les prévisions du projet et leur aptitude à supporter en pleine sécurité les efforts maxima statiques et dynamiques qui peuvent leur être imposés en service et qui, suivant l'auteur, peuvent atteindre de 250 à 300 kg/cm^2 pour la compression dans le béton et dix fois les valeurs ci-dessus pour la traction unitaire dans les fers d'armature.

On produit actuellement, dans tous les pays industriels, des ciments à très haute résistance qui, moyennant un choix judicieux de la qualité et de la composition granulométrique du gravier, des cailloux et du sable, moyennant un dosage soigné des éléments et de l'eau de gâchage, permettent d'obtenir couramment, et surtout avec le béton vibré et les mélanges préparés à l'avance, des résistances de 400, 500, 600 kg/cm^2 et même plus, à la rupture par compression sur cube, avec des valeurs intéressantes de la résistance à la traction au bout de quelques semaines; de tels bétons présentent des caractéristiques élastiques optima, même sous les charges de compression les plus élevées, avec cycles de déformations présentant une grande rapidité d'adaptation et grandes possibilités de dilatation sans lésion lorsque la répartition des armatures métalliques est bien assurée; on dispose actuellement, à cet effet, dans tous les pays, d'aciers inoxydables sous forme de barres de grande longueur accusant une charge de rupture à la traction de 52 à 56 kg/mm^2, avec une limite supérieure d'élasticité de 30 kg/mm^2, une limite d'écoulement supérieure à 40 kg/mm^2, un allongement à la rupture de l'ordre de 30 à 35 % et une striction de l'ordre de 60 à 70 %.

Des matériaux de cette qualité, employés dans les conditions judicieuses qui ont été indiquées plus haut, permettent de réaliser encore de remarquables progrès dans le sens d'une réduction du pourcentage de la section des armatures et de l'augmentation de la légèreté spécifique (rapport de la résistance par unité de section au poids) et par suite dans le sens d'une augmentation des dimensions principales des parties portantes; grâce aux valeurs élevées des modules d'élasticité du béton et de l'acier, il en résultera une rigidité remarquable et par suite une réduction des déformations dues au poids propre et aux charges accidentelles.

Le calcul des grands ouvrages en béton armé, dans lesquels l'élégance des membrures contraste avec la capacité de résistance effective de l'ensemble, tend aujourd'hui, par nécessité, à s'appuyer directement et exclusivement sur les principes théoriques et sur les résultats expérimentaux qui sont le fruit des recherches modernes sur l'équilibre des corps et systèmes rigides et sur le comportement élastique des corps et systèmes déformables comportant des liaisons suffisantes ou surabondantes, dont le régime propre de contrainte et de déformation varie suivant des lois plus ou moins nettement définies lorsqu'ils sont soumis à des sollicitations statiques ou dynamiques ou à des variations de température progressives ou périodiques.

Parmi les systèmes ci-dessus, on peut citer tout particulièrement les poutres

de grande longueur réticulaires ou cellulaires, avec ou sans articulations, rectilignes, en arc sans tirants, ou en arc avec élimination de la poussée à l'aide de tirants à suspension funiculaire, ainsi que les cadres à éléments multiples, les arcs continus solidaires de leurs appuis, les parois minces planes, cylindriques, coniques, sphériques, elliptiques, paraboliques, etc. qui sont utilisées pour la construction des planchers, des parois portantes, des voûtes, ainsi que les massifs et dispositifs d'appui divers, articulés ou encastrés.

A la base des recherches expérimentales, se trouvent les études sur les propriétés physiques et les caractéristiques mécaniques des liants hydrauliques, des agrégats (cailloux et sables), du ciment, des armatures métalliques, enfin du béton armé lui-même, études qui sont d'ailleurs encore susceptibles d'un grand développement ultérieur. De ces études, dérivent les investigations sur la composition granulométrique, sur le dosage du ciment et de l'eau, sur les pourcentages à adopter pour les armatures métalliques, sur les modalités de la préparation des mélanges, qui doit être réalisée de manière à obtenir des mélanges de grande compacité accusant un poids spécifique relativement élevé, avec des déformations dues au retrait aussi réduites que possible au cours de la prise et du durcissement, de hauts modules d'élasticité, de hautes valeurs de la résistance à la compression, une remarquable adhérence sur les fers et une possibilité de collaborer avec les fers, sans manifester de lésions sous les grands efforts de traction. On tend d'ailleurs de plus en plus à englober dans ces travaux l'étude des ouvrages qui datent déjà de quelques dizaines d'années et qui ont été construits avec des matériaux hydrauliques et métalliques dont on disposait jadis, car l'étude du comportement de ces ouvrages du point de vue élastique, et tout particulièrement sous l'action des charges mobiles importantes, présente à ce sujet un intérêt capital. Les études portent naturellement aussi sur les ouvrages plus récents, plus hardis par leurs formes et par leurs dimensions et dans la construction desquels rentrent les matériaux de plus grande valeur dont on dispose aujourd'hui.

Les perfectionnements des méthodes d'évaluation théorique préalable de l'état effectif de contrainte et de déformation et les calculs que nécessitent l'établissement et la vérification des projets d'ouvrages en béton armé suivent l'évolution de la théorie de l'élasticité et de la théorie de la résistance des matériaux dans leurs parties les plus complexes et les plus délicates.

En ce qui concerne les structures non homogènes et par suite non isotropes, l'étude basée sur les propriétés physiques et mécaniques des éléments constitutifs n'est pas sans présenter de sérieuses difficultés lorsque l'on veut établir sur des bases effectives un système théorique susceptible de donner toute satisfaction, surtout pour le comportement de ces structures dans le cas des liaisons hyperstatiques; la question est assez ardue et sa mise au point difficile ralentit nécessairement l'évolution générale. Toutefois, les efforts opiniâtres accomplis pour surmonter ces difficultés porteront leurs fruits.

Les notables difficultés qui résultent du manque d'homogénéité et d'isotropie du béton et qui conduisent à une certaine incertitude dans l'application de la théorie de l'élasticité aux calculs de résistance, peuvent être en partie corrigées par un choix opportun des liants, et des agrégats, ainsi que par une étude judicieuse de la composition granulométrique des mélanges d'agrégats, du dosage

des liants et de l'eau de gâchage et de la compacité des mélanges; il faut tout particulièrement adopter des agrégats, cailloux et gravier dont la granulation judicieuse permette de réduire au minimum les vides et par suite le volume de mortier de ciment et de sable nécessaire pour lier les agrégats et remplir ces vides, sans qu'il subsiste de porosités. Dans ces conditions, on réalise encore une nouvelle diminution entre le volume du mortier liant et le volume des noyaux d'agrégats et de la masse du béton elle-même; il en résulte par suite une élévation de la résistance à la rupture et du module d'élasticité moyen sous la compression et sous la traction, ainsi que des caractéristiques plus voisines de celles des matériaux durs (agrégats) que de celle des liants (mortier de ciment) qui les agglomèrent et qui sont plus ou moins plastiques.

Le béton ainsi obtenu pourra pratiquement être assimilé, vis-à-vis des sollicitations à la compression, à une masse élastique homogène et isotrope, qui pourra englober des armatures métalliques, dans le but principal de supporter des sollicitations à la traction; on pourra obtenir une augmentation de la résistance à la compression, en prévoyant des armatures hélicoïdales de frettage; on pourra réaliser une résistance intéressante à la traction et aux efforts de flexion et autres, en adoptant des armatures orientées suivant les directions privilégiées, à raison d'une direction privilégiée pour les poutres de faible section, et de deux directions orthogonales pour les parois minces planes ou incurvées, enfin de trois directions orthogonales entre elles et coïncidant dans toute la mesure du possible avec les directions des tangentes aux isostatiques probables, pour les structures équidimensionnées et spatialement sollicitées.

Les dilatations et les contractions thermiques non uniformes dues à de fortes élévations de la température interne du béton au cours de la prise et au refroidissement ultérieur et qui se produisent naturellement dans des conditions qu'il est impossible d'évaluer sur des bases précises, conduisent à une stabilisation des états de contrainte interne initiale dans des conditions qui ne sont pas nettement définies, mais qui peut se traduire par des contraintes assez élevées de compression et de traction dans la masse du béton et dans les armatures métalliques.

Toutes ces influences peuvent être en partie corrigées en adoptant des liants mettant en jeu de faibles quantités de chaleur, comme il est déjà prescrit dans les règlements officiels d'un certain nombre de pays. On réduira également, dans la mesure de la résistance spécifique à obtenir, les épaisseurs des masses de béton et on les fractionnera éventuellement à l'aide de joints, que l'on obturera une fois que le béton aura atteint l'âge voulu.

Le retrait qui se produit dans le béton au cours de la prise et du durcissement est un phénomène qu'il faut attribuer tout particulièrement à l'élimination de l'eau de gâchage en excès, non combinée; ce retrait conduit également à une stabilisation mal définie des contraintes internes dans la masse du béton et dans les armatures; dans le béton non armé, ces contraintes peuvent atteindre et même dépasser 20 à 30 kg/cm^2 sous forme d'efforts de traction alternant d'ailleurs avec des efforts de compression encore plus importants; dans le béton armé, ce retrait se fait moins sentir par suite de la présence des armatures; il peut donner lieu à des efforts de traction dans le béton lui-même de l'ordre de grandeur de 5 à 15 kg/cm^2 et même plus, et d'ailleurs d'autant plus grands que le pour-

centage de la section des armatures métalliques est lui-même plus grand; ces efforts viennent contre-balancer les efforts de compression dans les fers des armatures, dont la grandeur est elle-même de 100 à 20 fois plus élevée (ces derniers efforts étant eux-mêmes d'autant plus grands que le pourcentage de la section des armatures métalliques est lui-même plus faible).

Ces effets peuvent d'ailleurs être partiellement corrigés eux aussi en réduisant au minimum le pourcentage des armatures, en disposant judicieusement les joints de contraction, en adoptant des mélanges dosés sans excès en ce qui concerne le ciment, que l'on gâchera avec la quantité minimum d'eau, c'est-à-dire avec la quantité d'eau strictement indispensable pour que le mélange, qu'il soit pervibré ou non, puisse sous l'influence de sa fluidité propre suffisante, bloquer complètement l'espace qui lui est réservé entre le coffrage et les armatures métalliques; enfin, on aura soin de maintenir le béton une fois mis en oeuvre en état d'humidification, à saturation, en le mouillant opportunément pendant toute la période de maturation et jusqu'au décoffrage.

Résumé.

L'auteur expose dans ses grandes lignes l'évolution de la technique des grands ouvrages en béton armé et indique quelles sont les tendances actuelles en matière de calcul et de construction de ces ouvrages, mettant en relief les difficultés et les incertitudes inhérentes à ce domaine, ainsi d'ailleurs que les dispositions propres à les atténuer ou à les supprimer.