

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 2 (1936)

**Artikel:** Sécurité des constructions

**Autor:** Lévi, R.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-2915>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# I 6

## Sécurité des constructions.

## Sicherheit der Bauwerke.

## The Safety of Structures.

R. Lévi,  
Ingénieur en Chef Adjoint au Service de la Voie et des  
Bâtiments des Chemins de fer de l'Etat, Paris.

### Généralités

I — La nécessité s'est imposée, depuis quelques années, de faire état, dans la résistance des charpentes, des propriétés inélastiques de la matière.

La résistance des matériaux avait été fondée en premier lieu sur l'hypothèse que, lorsque les forces auxquelles est soumis un système s'accroissent, les déformations et les taux de travail augmentent partout d'une manière linéaire.

Or, la propriété purement élastique admise ainsi n'est exacte, pour tous les matériaux, qu'en première approximation. Cette hypothèse doit être abandonnée chaque fois que les circonstances se rapprochent de celles qui produisent la rupture des pièces ou simplement des déformations de grande amplitude.

L'effet des propriétés inélastiques des matériaux est, suivant les cas, favorable ou contraire à la stabilité.

Contraire à la stabilité quand il s'agit de la tendance au flambement d'une barre comprimée longitudinalement, l'effet est généralement considéré comme de nature à augmenter la stabilité des systèmes hyperstatiques.

II — Nous nous proposons de discuter cette assertion. Nous notons, dans ce but que, pour connaître le degré de sécurité d'une construction, il faut envisager la manière dont elle se comporte vis-à-vis des charges croissantes jusqu'à ce qu'une rupture ou une déformation d'importance vitale se produise.

Il devient alors nécessaire de faire intervenir, au lieu du coefficient d'élasticité  $E$  de la période élastique, des coefficients d'élasticité instantanés  $H'$ , correspondant à de très petits efforts supplémentaires. Ces coefficients d'élasticité  $H'$  seront variables d'un point à un autre et seront même différents suivant que l'effort supplémentaire considéré augmente ou diminue la tension préexistante.

Il n'est pas inutile de rappeler que cette considération de coefficients d'élasticité instantanés éclaire les résultats des expériences sur le flambement poursuivies à l'Ecole Polytechnique de Zurich, sous la direction de *M. Ros*.

Sous l'effet d'une force transversale, par exemple, la flexion qui se manifeste dans une pièce comprimée en bout (fig. 1) augmente l'état de compression du côté concave, en la diminuant du côté convexe, et les points figuratifs de la

déformation linéaire, dans le sens parallèle à l'axe, décrivent des courbes qui ne sont pas dans le prolongement l'une de l'autre (fig. 2).

Le coefficient d'élasticité moyen, à faire intervenir dans la formule d'Euler, est toujours inférieur au coefficient d'élasticité habituel, de telle sorte que la limite peut être atteinte lorsque la compression est inférieure à la limite fixée par le calcul habituel.

De même, dans un système hyperstatique, les déformations peuvent s'accuser rapidement à partir du moment où les charges ont fait dépasser la limite élastique des matériaux et il y a danger à se contenter d'hypothèses trop simples pour apprécier le degré de sécurité.

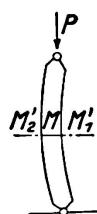


Fig. 1.

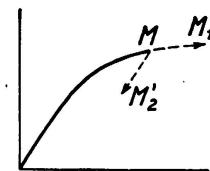


Fig. 2.

III — La remarque suivante permet de diriger la discussion:

La relation qui existe entre les déformations d'une pièce et les sollicitations traduit une propriété de la matière. C'est une loi *intrinsèque* qui relie ces variables (fig. 3).

Mais, dans une construction, aucune de ces variables ne peut être considérée en général comme une donnée et il n'est pas plus logique de dire que la déformation est fonction de l'effort que de prétendre que l'effort est fonction de la déformation.

En réalité, dans une pièce A B d'une construction déterminée, l'équilibre entre les déformations et les sollicitations se fait dans des conditions qui mettent en jeu, non seulement l'élasticité de la matière à l'intérieur de la pièce A B, mais aussi l'élasticité du système à l'extérieur de A B.

Par exemple, si l'on tire sur une éprouvette au moyen d'un vérin à vis avec un ressort comme intermédiaire (fig. 4) la traction a pour effet de déformer

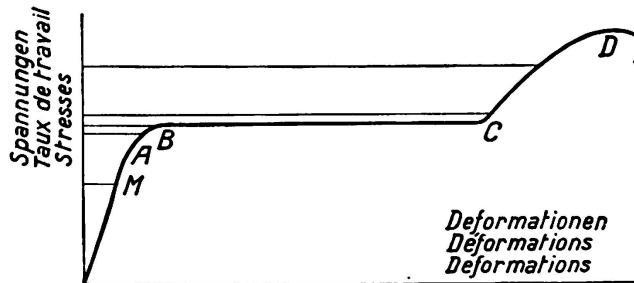


Fig. 3.

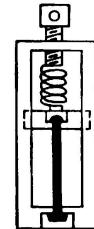


Fig. 4.

à la fois l'éprouvette et le ressort et il faut connaître l'élasticité de ce dernier pour juger de ce qui se passe dans l'éprouvette. Pour chaque position de la vis, ce point figuratif du diagramme déformations / forces doit être recherché à la rencontre de la courbe *intrinsèque* et d'une courbe exprimant la loi *extrinsèque* qui lie la distance des mâchoires à l'effort qu'elles transmettent.

De même, si l'on applique à un système hyperstatique des charges croissantes, le point figuratif correspondant à la barre qui travaille au taux le plus élevé se trouve successivement à la rencontre de la courbe intrinsèque déformations/forces et d'une série de courbes extrinsèques (fig. 5). Ces courbes sont inclinées, car dans chaque cas l'effort appliqué à la barre considérée diminue quand sa déformation s'accroît.

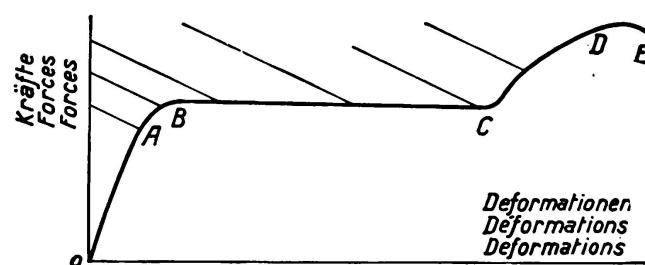


Fig. 5.

Comparons la situation de deux barres du même métal appartenant respectivement à un système isostatique et à un système hyperstatique et qui, pour certaines charges faibles, travaillent au même taux. Supposons proportionnels aux charges les efforts qui leur seraient appliqués si elles n'étaient pas elles-mêmes déformées (fig. 6).

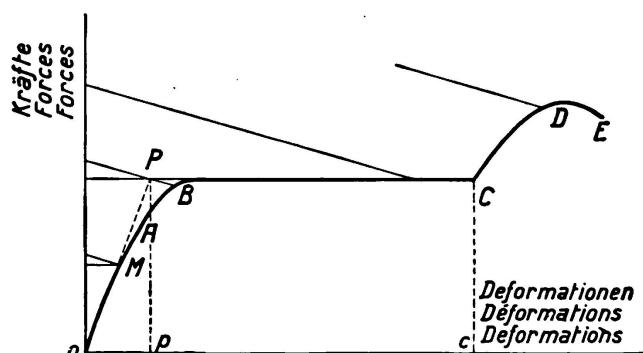


Fig. 6.

Si l'on multiplie, en effet, les déformations et les forces par un certain facteur, on substitue aux points M confondus qui figurent l'état des barres, un point P situé sur l'horizontale du palier d'élasticité et très près de la courbe A B. Si l'on multiplie la charge par un coefficient moindre, les deux barres se trouvent dans des situations équivalentes. Mais si l'on multiplie par un coefficient supérieur, la première barre aborde immédiatement la zone C D des grandes déformations permanentes, alors que la seconde progresse tout d'abord le long du palier de la limite d'élasticité. Le gain est d'autant plus grand que le rapport

$$n = \frac{p c}{O p} = \frac{\text{déformation du dépassement de la limite d'élasticité}}{\text{déformation élastique}}$$

est plus grand.

Il est également d'autant plus élevé que la loi extrinsèque de déformation du système est rapidement dégressive.

On peut appeler nombre de ductilité le rapport  $n$  qui joue un rôle essentiel dans la discussion.

Pour l'acier de construction  $42/25$ , les données numériques usuelles sont les suivantes:

La déformation relative après le palier est égale à 0.027.

Le coefficient d'élasticité est de  $22 \cdot 10^3 \text{ K:mm}^2$ .

La limite d'élasticité est de  $26 \text{ K:m}^2$ .

D'où

$$n = \frac{0,027 - \frac{26}{22000}}{\frac{26}{22000}} = 22$$

IV — Les considérations qui précèdent peuvent être appliquées, non seulement aux systèmes hyperstatiques, où la répartition des efforts n'est déterminée qu'en ayant égard aux déformations, mais aux éléments fléchis des systèmes isostatiques. La ductilité intervient alors dans la répartition des efforts dans une section.

En définitive, lorsque les efforts s'accroissent dans une construction hyperstatique ou dans une pièce fléchie, les zones qui travaillent au taux le plus élevé subissent des déformations inélastiques à partir du moment où la limite élastique y est atteinte. Les conditions de charge de la construction peuvent alors s'aggraver sans que le taux de travail augmente dans les zones les plus chargées.

Cette propriété est ce que l'on nomme la ductilité.

La déformation inélastique survenant à la limite d'élasticité représente le produit par un coefficient  $n$  dépendant de la nature du métal, de la déformation élastique correspondant à la limite d'élasticité. Le coefficient  $n$  est, en général, voisin de 22.

L'écart entre la charge pour laquelle la limite d'élasticité est atteinte et celle pour laquelle elle est dépassée est relativement d'autant plus grand que le nombre  $n$  est élevé. Il est également d'autant plus grand que la pièce ou l'élément de pièce soumis à étirement est astreint à un effort plus rapidement décroissant avec la déformation.

#### Cas d'une charge constante

I — Considérons plusieurs barres  $B$  parallèles, solidarisées par leurs abouts de telle sorte que les allongements soient égaux et appliquons à l'ensemble une charge  $F$  croissant une fois pour toutes. Le point figuratif des déformations et du taux de travail  $\frac{f_1}{s}$  décrit, pour une barre déterminée  $B_1$ , une portion de la courbe caractéristique du métal. Si  $H$  est la fonction qui représente  $\frac{f}{s}$  en fonction de l'allongement relatif, la loi intrinsèque dont il est question plus haut s'écrit:

$$\frac{df_1}{s} = H'_1 \frac{dl}{l} \quad (1)$$

Quant à la loi extrinsèque, elle s'obtient en sommant les lois intrinsèques des autres barres.

Plus simplement, si l'on fait la somme (membre à membre), des équations (1) écrites pour toutes les barres, on a

$$dF = dI \sum \frac{sH'}{l} \quad (2)$$

Pour la barre considérée, le quantum de l'effort supplémentaire absorbé par elle s'exprime donc par le rapport:

$$\frac{df_1}{dF} = \frac{sH'_1}{\sum sH'} \quad (3)$$

Ce quantum est évidemment constant si les points figuratifs de toutes les barres coïncident; mais il n'en est ainsi que si toutes ont été fixées dans leurs extrémités sans aucun effort interne.

Il en est autrement:

- a) s'il existe des différences entre les longueurs des diverses barres mesurées à l'état neutre ou entre les distances de leurs fixations;
- b) si certaines barres ont été mises sous tension avant que n'ait eu lieu la solidarisation des autres barres,
- ou lorsque ces deux facteurs interviennent.

Les points figuratifs décrivent alors la même courbe sans être confondus. Mais d'après ce qui a été dit plus haut, les différences de longueur, c'est-à-dire aussi les différences des abscisses, se conservent.

Le quantum d'effort supplémentaire donné par (3) pour la barre la plus déformée décroît lorsque cette barre approche de la limite d'élasticité. Il en est ainsi ensuite des autres barres, jusqu'à ce que, la limite d'élasticité étant atteinte partout, les efforts supplémentaires soient repris par les barres les plus déformées.

Dans les conditions de la pratique, comme le nombre  $n$  est très élevé, l'égalisation se produit en fait, c'est-à-dire que les barres les moins chargées atteignent la limite d'élasticité avant que ne reprenne la croissance des efforts dans les barres les plus chargées.

Si l'on compare ce résultat à celui que donne la théorie de l'élasticité, on voit immédiatement que l'éirement du métal apporte une simplification dans le processus de la déformation. Il égalise les tensions et rend la condition de dépassement de la limite d'élasticité indépendante des conditions initiales où s'est trouvé le système.

Quant à l'exception indiquée plus haut, elle n'aurait lieu que si la barre la plus chargée dépassait la limite d'élasticité  $N$  avant que la barre la moins chargée ne l'atteigne. Ceci signifierait que les différences entre les allongements relatifs dépasseraient la longueur du palier  $B$   $C$ , c'est-à-dire environ  $n$  fois l'allongement élastique  $\frac{N}{E}$  à la limite d'élasticité. Pareille circonstance peut être considérée comme exceptionnelle et inadmissible.

II — Ce qui précède s'applique sans restriction au cas des pièces effectivement associées «en parallèle» comme les semelles d'une poutre. Les erreurs de montage n'ont pas de répercussion sur leur capacité de résistance à la limite d'élasticité.

De même pour les barres de treillis disposées dans le même sens ou en sens contraire.

De même encore dans le cas où un treillis est renforcé par des barres posées sans tension.

III — Un cas plus général est celui où des barres associées se déforment inégalement, mais suivant des rapports constants. On a alors

$$\frac{dl_1}{l_1 \beta_1} = \frac{dl_2}{l_2 \beta_2} = \dots = d\alpha \quad (4)$$

$\alpha$  étant un paramètre variable et les  $\beta$  des constantes.

La construction géométrique de la fig. 7 montre comment les taux de travail des différentes pièces se déduisent les uns des autres.

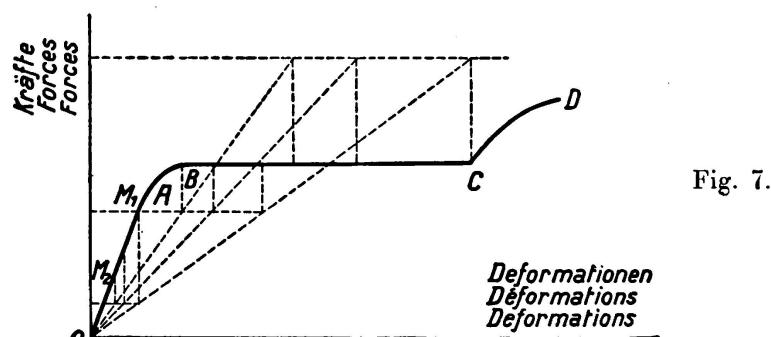


Fig. 7.

Le quantum d'effort supplémentaire pris par la barre B, est:

$$\frac{df_1}{dF} = \frac{s_1 \frac{\beta_1 H'_1}{l_1}}{\sum s \frac{\beta H'}{l}} \quad (5)$$

La barre la moins déformée atteint la limite d'élasticité avant qu'elle ne soit dépassée par la barre la plus déformée si le rapport de leurs allongements est inférieur à  $(n + 1)$ .

Le fait que le nombre de ductilité est très grand a donc encore pour conséquence que l'égalisation des tensions se produit d'une manière très générale sur le palier de la limite d'élasticité.

La fig. 8 montre alors la manière dont varie la moyenne pondérée des déformations en fonction de la moyenne pondérée des taux de travail. La courbe ainsi obtenue possède des angles plus adoucis que la courbe actuelle de déformation.

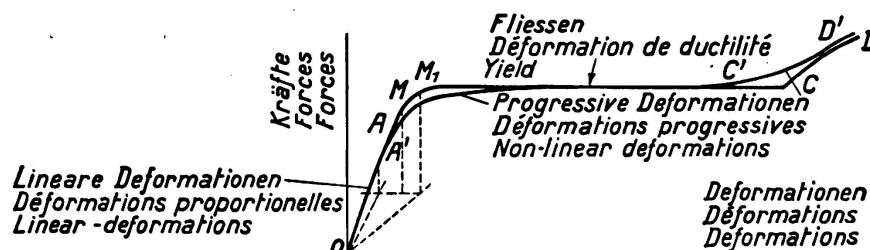


Fig. 8.

Désignons par  $k$  le rapport de l'allongement moyen à l'allongement de la barre la plus chargée. La condition pour que les taux de travail s'égalisent à la limite d'élasticité s'exprime aussi par la relation approchée suivante

$$\frac{1}{2k-1} < n+1. \quad (6)$$

IV — Il résulte de cet examen qu'en attribuant le même taux de travail à chaque pièce, on commet une approximation qui n'est pas légitime, en général, mais le devient à la limite d'élasticité. Ce calcul revenant à supposer à chaque pièce un effort limite bien déterminé, on justifie ainsi une manière de voir, souvent considérée comme trop simpliste, d'après laquelle chaque pièce ou organe possède sa capacité de résistance, la capacité de l'ensemble étant la somme des capacités individuelles.

Cette méthode, appliquée notamment dans le calcul d'assemblage, se justifie donc dans une certaine mesure, lorsque les divers éléments travaillent dans des conditions pas trop dissemblables.

V — Il est bon de vérifier, dès à présent, si la prise en considération de la plasticité dans les calculs n'amoindrit pas la sécurité.

Par sécurité, on entend, soit la garantie contre le risque de ruine de la construction, soit la garantie contre le risque de grandes déformations rendant l'ouvrage impropre à son usage. Le flambement entre dans l'une ou l'autre de ces considérations.

Dans tous les cas, on caractérise la sécurité par un coefficient, et on ne peut mieux faire, pour définir ce coefficient que de le prendre égal au facteur par lequel il faut multiplier les charges pour atteindre une situation dangereuse.

De ce qui précède, il résulte que si  $\Pi$  est le maximum que l'on s'est fixé pour le taux de travail moyen, le coefficient de sécurité vis-à-vis du dépassement de la limite d'élasticité  $N$ , est  $N/\Pi$ .

VI — En écartant le cas où le flambement se produit au-dessous de la limite d'élasticité, il y a lieu de considérer deux cas :

a) limite de flambement  $\Phi$ , peu supérieure à la limite d'élasticité  $N$ .

Dans ce cas, il y a lieu de remarquer qu'aussitôt que les charges ont dépassé les taux qui correspondent au niveau de la limite élastique, les excédents de charge se reportent exclusivement sur 1, puis 2, etc . . . barres.

L'augmentation qu'il faut apporter aux charges appliquées pour que la barre la plus chargée atteigne la limite du flambement  $\Phi$  peut ainsi être extrêmement faible, comme le montre la construction (fig. 9) du taux de travail moyen qui correspond à cette éventualité. Il semble donc qu'il y ait lieu de se montrer particulièrement prudent, et d'admettre pour le taux de travail moyen une limite calculée comme si la limite de flambement était égale à la limite d'élasticité.

b) Cas où les barres sont toutes tendues ou dont la limite de flambement est voisine de la limite de rupture.

Il peut alors se produire que, lorsque le point figuratif  $M_1$  de la barre la plus chargée atteint sa limite dangereuse  $\Phi_1$ , les autres points figuratifs sont tous sur la courbe  $C\Phi_1$ . Ceci se produit en général quand le rapport de l'allongement maximum de ductilité à l'allongement dangereux est inférieur à  $2k-1$ .

Alors le centre de gravité  $M$  des points figuratifs est très voisin de la courbe  $C\Phi_1$  elle-même (fig. 10). On peut donc définir approximativement la valeur dangereuse du taux de travail moyen comme étant celle qui correspond sur la courbe de déformation, au produit par  $k$  de l'allongement dangereux.

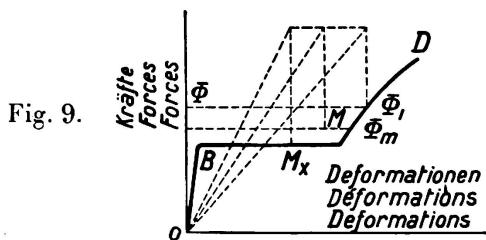


Fig. 9.

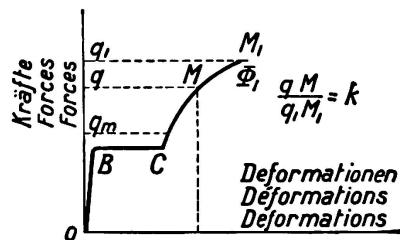


Fig. 10.

Ceci étant, les coefficients de sécurité d'une association de barres travaillant concurremment peuvent être définis comme suit: «Les conditions de résistance de la barre la plus chargée sont sensiblement les mêmes que celles d'une barre fictive chargée au taux moyen, mais dont la limite de flambement ou de rupture serait amoindrie.

Si la limite de flambement réelle n'est pas très supérieure à la limite d'élasticité, la limite de résistance de la barre fictive doit être prise encore plus proche de celle-ci.

Si la limite de flambement est élevée, ou si les barres sont toutes tendues, il faut multiplier l'allongement dangereux par  $k$  pour trouver, sur la courbe de déformation, le taux de travail dangereux.

Dans tous les cas, le coefficient de sécurité, vis-à-vis du flambement ou de la rupture, doit être pris égal au rapport de la limite ainsi déterminée au taux de travail moyen.»

De ceci, on peut déduire que si un système hyperstatique est semblable à ceux que nous venons d'examiner et si de grandes déformations ont commencé à se produire, la marge de sécurité qui subsiste alors est inférieure à celle que présenterait, s'il en était de même, une construction isostatique.

VII — On peut appliquer ces principes au cas d'une tôle percée de trous de rivets en l'assimilant à un faisceau de fibres associées.

On peut considérer comme démontré le fait que, dans le voisinage des trous de rivets, les déformations sont localement augmentées dans le rapport de 1 à 3. Le rapport  $k$  est donc égal à  $1/3$ .

Par conséquent, la limite de rupture est atteinte aux abords des trous, c'est-à-dire qu'il s'y manifeste des fissurations pour une valeur critique du taux de travail moyen, qui s'obtient en multipliant par  $k = 1/3$  l'allongement correspondant à la limite de rupture. Avec les aciers de construction courante, on trouve ainsi un taux de travail égal sensiblement aux  $4/5$  de la limite de rupture.

VIII — Nous examinerons maintenant, par quelques exemples, le cas des poutres droites, réticulées et hyperstatiques:

a) Poutre à membrures constantes, à treillis à  $45^\circ$ , à deux appuis, encastrée sur l'un d'eux (fig. 11).

Lorsque les charges croissent, c'est normalement la barre  $A'C$  qui atteint la première la limite élastique. Le reste de la charpente se comporte alors comme

une poutre isostatique A C D B soumise à une force  $sN$  dirigée suivant C A'. Le moment sur appui est

$$M_0 = sN h \quad (7)$$

Dans la poutre, le moment  $M$  est égal à

$$M = \mu - sN h \frac{1-x}{l} \quad (8)$$

$\mu$  étant le moment de la poutre à deux appuis simples.

Les charges continuant à croître, les déformations se poursuivent pour atteindre, d'une part, dans la travée, la limite d'élasticité, d'autre part, dans la barre A' C, la limite supérieure de ductilité. En général, celle-ci est atteinte en dernier lieu, et dans ce cas, la limite d'élasticité est atteinte en travée si le maximum de (8) est égal et de signe contraire au moment sur appui (7).

Si la poutre est uniformément chargée ou chargée par un poids  $P$  variable, on trouve que le moment maximum auquel a à résister la section la plus chargée de la poutre est la fraction  $\frac{4}{5,83}$ , soit environ  $\frac{2}{3}$  du moment maximum de la même poutre, supposée à deux appuis simples (fig. 12).

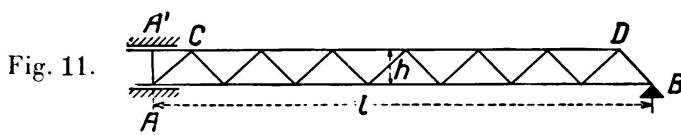


Fig. 11.



Fig. 12.

Mais il faut vérifier que la déformation de la barre A' C dans ces conditions n'excède pas la déformation maximum de ductilité. Elle s'obtient en calculant la rotation  $\omega'_0$  de la fibre neutre de la poutre au voisinage de A

$$\omega'_0 = \omega_0 - \int \frac{sN h}{E J} \frac{(l-x)^2}{l^2} dx = \omega_0 - \frac{sN h l}{3 E J} = \omega_0 - \frac{21N}{3 E h} \quad (9)$$

$\omega_0$  étant la rotation de la poutre posée sur appuis simples.

Le treillis étant supposé à  $45^\circ$ ,  $\omega'_0$  représente aussi l'allongement relatif de A' C =  $h$ . On doit donc avoir

$$\omega_0 - \frac{21}{3h} \frac{N}{E} < (n+1) \frac{N}{E} \quad (10)$$

En prenant pour  $\omega_0$  la valeur correspondant à la charge uniformément répartie maximum, ceci s'écrit

$$\frac{1N}{3hE} - \frac{21}{3h} \frac{N}{E} < (n+1) \frac{N}{E}$$

ou

$$\frac{1}{h} < 3(n+1) \quad (11)$$

Cette inégalité, effectivement, est satisfaite avec les poutres de dimension courante et les aciers habituels.

b) Poutre à deux travées solidaires, constituée comme ci-dessus.

Le cas est le même, la section sur appui médian jouant le rôle de section d'encastrement.

D'autre part, si les appuis sont dénivélés, il s'ajoute à  $\omega_0$  un terme correctif qui peut augmenter la valeur du premier terme de (11), mais est généralement trop faible pour renverser l'inégalité.

c) Poutre encastrée à ses deux appuis ou travée solidaire de deux autres travées; même constitution que ci-dessus.

Dans ces deux cas, l'égalité des moments sur appuis et en travée se fait avec réduction de moitié sur la valeur du moment maximum dans la travée à appuis simples. La condition (11) est remplacée par la suivante, qui est satisfaite encore plus facilement:

$$\frac{1}{h} < 6(n+1) \quad (12)$$

En définitive, sauf cas anormal, si l'on calcule la poutre en supposant l'égalité des moments maxima en travée et sur appuis doubles et en admettant  $\Pi$  comme taux de travail maximum, le coefficient de sécurité par rapport au dépassement de la limite d'élasticité  $N$  est égal à  $N/\Pi$ .

IX — Examinons maintenant le cas d'une poutre à âme pleine à section constante et continue ou encastrée sur un ou au moins de ses appuis.

La croissance des charges porte le taux de travail à la limite d'élasticité au voisinage des appuis doubles, puis le volume ainsi rendu plastique s'accroît. Une déformation plastique se produit ensuite dans une région centrale de la travée. Mais il n'est pas évident que cette apparition précède le cas de charge où la première zone plastique dépasse la limite d'élasticité. Pour le déterminer, il importe de rechercher l'étendue de cette zone.

Il y a lieu de penser que dans une section droite même atteinte partiellement par la plasticité, la loi des déformations relatives des fibres longitudinales reste linéaire par rapport à la distance à la fibre neutre.

Soit  $O$  un point de la fibre neutre. Superposons à la coupe de la poutre le diagramme déformations / forces, porté à une échelle quelconque. Si l'on projette dans le sens des  $x$  un point de la section transversale sur une droite  $OD$  déterminée, puis dans le sens des  $y$  sur le diagramme, on obtient la valeur du taux de travail correspondant (fig. 13).

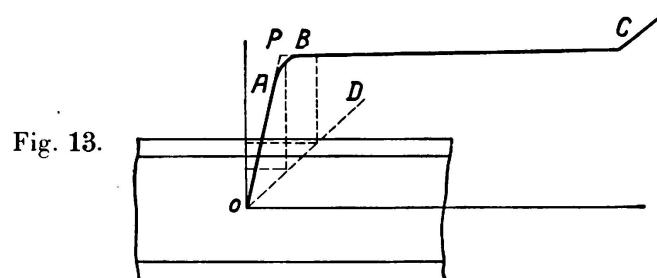


Fig. 13.

Quand le moment fléchissant s'accroît, la droite tourne dans le sens des aiguilles d'une montre. Il varie d'une quantité  $M_0$  à une quantité  $M_1$  dans la

zône plastique, tandis que le point figuratif se déplace de B (qu'on peut assimiler au point P) à C. On a sensiblement

$$M_0 = \int 2 \frac{Nv^2}{h} d\sigma = N \int \frac{2v^2}{h} d\sigma \quad (13)$$

et

$$M_1 = \int Nvd\sigma = N \int v d\sigma \quad (14)$$

$v$  étant la distance à la fibre neutre et  $d\sigma$  l'élément de surface de la section.

La différence est égale à

$$M_1 - M_0 = N \int 2 \frac{v}{h} \left( \frac{h}{2} - v \right) d\sigma \quad (15)$$

qui peut être réduite à la valeur de l'intégrale pour l'âme seule. Soit  $b$  son épaisseur

$$M_1 - M_0 = N \frac{b h^2}{12} \quad (16)$$

Entre les deux valeurs  $M_0$  et  $M_1$  du moment, celui-ci varie suivant une loi parabolique en fonction de la hauteur  $Z$  de la partie non plastique.

$$M = M_0 + \frac{N b}{12} (h^2 - Z^2) \quad (17)$$

La variation du moment fléchissant fournit donc la forme de la frontière qui limite la zone plastique. Elle est parabolique si l'effort tranchant est constant, et droite, si l'effort tranchant varie linéairement.

Le volume plastique est le plus grand quand il est limité, comme l'indique la figure 14.

On a

$$d = \frac{b h^2 N}{12 T} \quad (18)$$

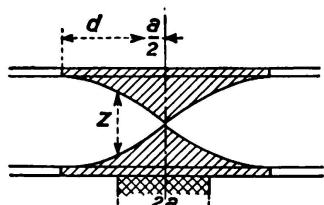


Fig. 14.

Supposons que l'épaisseur de l'âme soit calculée exactement pour travailler à la limite d'élasticité pour un effort tranchant égal à  $T$ , c'est-à-dire que l'on ait précisément  $b h N = T$ .

Il résulte de (18) que la demi-longueur de la zône plastique atteint la valeur

$$d + \frac{a}{2} = \frac{h}{12} + \frac{a}{2} \quad (19)$$

Nous constatons donc que la longueur de poutre fléchie plastiquement n'est qu'une faible fraction de la hauteur. La condition (11) doit être remplacée par une condition plus dure à remplir :

$$\frac{b h^2 N}{12 T} + \frac{a}{2} > \frac{1}{3(n+1)} \quad (20)$$

Cette condition, lorsque l'âme est calculée au plus juste, conduirait à ne pas descendre, pour la hauteur de la poutre, au-dessous du  $1/6^{\text{ème}}$  de la portée si l'on voulait que la limite d'élasticité ne soit pas dépassée sur appui avant d'être atteinte en travée.

La conclusion, si paradoxale qu'elle puisse paraître, est que pour bénéficier pleinement de la plasticité des poutres continues au-dessus des appuis, il faut en renforcer l'âme, et cela d'autant plus que la poutre est plus mince. Ce renforcement doit régner jusqu'au  $1/60^{\text{ème}}$  de la portée, environ.

Dans le cas contraire, la poutre s'articule, pour ainsi dire, au droit de l'appui seulement; en poussant à l'extrême, c'est une brisure qui tend à se produire dans la forme de la poutre si l'âme est trop faible.

Au point de vue de la ductilité, les renforts d'âmes et les montants raidisseurs au voisinage des appuis se trouvent donc présenter un intérêt particulier et méritent d'être traités largement au voisinage des encastrements et des appuis doubles.

X — Il paraît bon de ne pas se préoccuper seulement du risque des grandes déformations des poutres qui se produiraient si la limite d'élasticité était dépassée en plusieurs régions, mais aussi du risque de rupture, quitte à n'y attacher que l'importance justifiée par la situation particulière de la construction.

Pour cela, étudions, pour une petite augmentation des charges, la variation correspondante  $\delta M$  du moment fléchissant. La variation de courbure s'écrit

$$\delta \left( \frac{d^2 u}{dx^2} \right) = \frac{\delta M}{H' I} \quad (21)$$

Le coefficient  $H'$  n'est pas autre chose que le coefficient d'élasticité instantané des membrures, s'il s'agit d'une poutre sans âme. Dans le cas où l'âme intervient dans la flexion,  $H' I$  est défini comme la somme des moments des éléments d'aire de la section, multipliés par les  $H'$  correspondants.

Prenons le cas, par exemple, d'une poutre encastrée à ses deux extrémités. La déviation de chaque extrémité étant nulle, on a

$$0 = \int \delta \left( \frac{d^2 u}{dx^2} \right) dx = \int \frac{\delta M}{H' I} dx \quad (22)$$

Or,  $M$  est la somme du moment ( $-M_0$ ) sur appui et du moment  $\mu$  qui existerait si la poutre était posée sur appuis simples. On a donc

$$\delta M_0 \int \frac{dx}{H' I} = \int \frac{\delta \mu}{H' I} dx$$

ou

$$\delta M_0 = \frac{\int \frac{\delta \mu}{H' I} dx}{\int \frac{1}{H' I} dx} \quad (23)$$

Cette expression est à rapprocher de la formule (3) relative aux barres associées en parallèle. Ici, les sections qui fléchissent sont associées en série, et ceci explique que les coefficients  $H'$  passent des numérateurs aux dénominateurs.

La formule (23) générale nous permet de reprendre la discussion:  
*Phase de l'élasticité*:  $H'$  est partout égal à  $E$ . On a simplement

$$\delta M_0 = \int \frac{\delta \mu}{1} dx \quad (24)$$

*Phase de la plasticité sur appuis*:  $H'$  s'annulant sur appuis, les régions voisines fournissent dans les intégrales des termes prépondérants qui, au numérateur, sont multipliés par des quantités  $\delta \mu$  très faibles. Le quotient s'annule sensiblement

$$\delta M_0 \approx 0 \quad (25)$$

*Phase de la plasticité en travée*:  $H'$  s'annulant dans une région  $C$  où la variation  $\delta \mu_c$  n'est pas nulle, le quotient des termes prépondérants des deux intégrales de (23) devient alors

$$\delta M_0 = \delta \mu_c \quad (26)$$

On a donc

$$\delta M_0 = -\delta M_0 + \delta \mu_c = 0.$$

*Phase des grandes déformations*: Les zones plastiques s'éloignent des parties qui ont dépassé la limite d'élasticité. On peut constater que  $\frac{\delta M_0}{\delta \mu_c}$  diminue sans descendre à la valeur  $1/2$  correspondant au cas de la poutre isostatique.

La figure 15 résume la variation des taux de travail en fonction des charges.

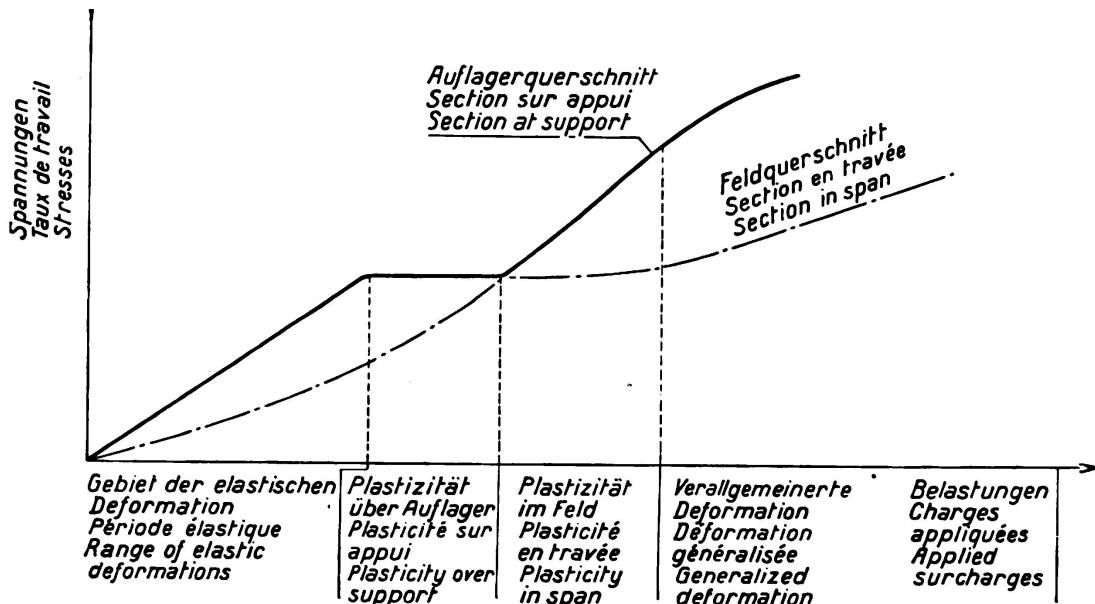


Fig. 15.

De même, dans le cas de poutre à un appui double, le taux de variation est environ 1,5 fois après l'égalisation ce qu'il a été en moyenne auparavant. C'est l'inverse du rapport qui relie le moment fléchissant, qui se produit lors de l'égalisation des moments, au moment fléchissant qui existerait alors sans la continuité.

Autrement dit, si la plasticité atténue tout d'abord le taux de travail dans les sections sur appuis, c'est en sens inverse qu'elle agit ensuite.

En définitive, on voit que le taux de travail sur appui atteint la limite de flambement  $\Phi$  de la membrure comprimée pour une majoration des charges dans le rapport  $\frac{N + \Phi}{2\Pi}$  dans le cas de deux appuis doubles et aussi  $\frac{N + 2\Phi}{3\Pi}$  dans le cas d'un seul appui double.

Par conséquent, si on détermine la valeur maximum  $\Pi$  des taux de travail dans une poutre comportant un ou plusieurs appuis doubles, en admettant qu'ils s'égalisent dans le plus grand nombre possible de sections, le coefficient de sécurité vis-à-vis du dépassement de la limite d'élasticité  $N$  est effectivement  $N/\Pi$ .

Mais en ce qui concerne le coefficient de sécurité vis-à-vis du flambement de la membrure comprimée, il est intermédiaire entre le précédent et le rapport  $\Phi/\Pi$ . L'intervalle entre ces deux coefficients de sécurité doit être réduit dans les mêmes proportions que l'est le moment maximum en travée par rapport au moment de la même travée posée sur appuis simples.

XI — Le cas des arcs hyperstatiques présente des analogies avec celui des poutres continues ou encastrées.

Cependant, examinons ce qui se passe dans la section où le taux de travail est maximum si la courbe des pressions passe par son centre de gravité. Lorsque les charges s'accroissent, l'effort normal dépasse la limite d'élasticité aussitôt après l'avoir atteinte. L'arc ne retire alors aucun bénéfice de la ductilité si ses sections de moindre résistance ne travaillent pas à la flexion. Cela peut d'ailleurs se produire pour certains cas de charges, dans les arcs paraboliques, dans les arcs encastrés amincis aux reins et dans les arcs à deux articulations amincis à la clé.

En dehors de ce cas, la limite d'élasticité n'est pas atteinte simultanément en tous points de la section la plus chargée. Assimilons l'arc à deux membrures. Lorsque la section d'une membrure est plastique, l'accroissement des charges ne produit d'effort supplémentaire que dans l'autre membrure, c'est-à-dire que la courbe des pressions correspondant aux charges supplémentaires passe par celle-ci (fig. 16).

D'une manière générale, la ductilité a ainsi pour effet de rapprocher la courbe des pressions globales du centre de gravité des sections plastiques (fig. 17).

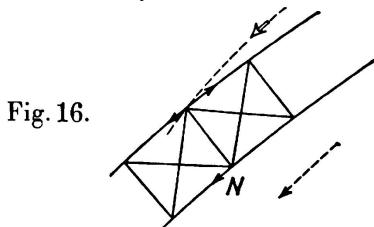


Fig. 16.

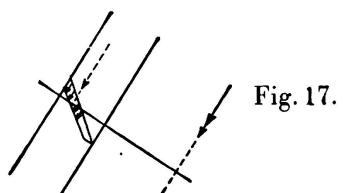


Fig. 17.

Ici l'intervalle entre le moment où une première zone plastique apparaît et celui où la section entière atteint la limite d'élasticité correspond à un accroissement de charges qui peut être important; dans le même intervalle, la plasticité s'étend le long de l'arc.

Un arc est donc susceptible de se déformer largement, de part et d'autre de ses sections de moindre résistance, sans dépassement de la limite d'élasticité, à

moins que la courbe des pressions ne le traverse au centre de ces sections. Pendant cette déformation, l'arc se comporte comme s'il y était articulé.

Sauf cas anormal, la limite d'élasticité est successivement atteinte sans être dépassée en  $n$  points, si  $n$  est le degré d'indétermination statique pour une certaine valeur des charges.

Pour trouver ces  $n$  sections, en même temps que pour faire correspondre à un cas de charge le taux de travail de sécurité  $\Pi$  que l'on s'est fixé, il faut opérer par hypothèses successives :

1<sup>o</sup> — Rechercher d'abord, en admettant des déformations élastiques, les sections les plus exposées pour la répartition des charges envisagées (charge uniformément répartie, charge concentrée, etc. . . .).

2<sup>o</sup> — Déterminer pour quelle intensité des charges la limite de sécurité  $\Pi$  est atteinte dans ces sections.

3<sup>o</sup> — Evaluer l'effet, sur les autres sections, de charges supplémentaires considérées seules, en admettant que leur courbe des pressions passe dans la moitié des sections trouvées précédemment, qui est opposée aux points les plus chargés.

4<sup>o</sup> — Déterminer pour quelle intensité des charges le total des taux de travail définis par le 1<sup>o</sup> et le 3<sup>o</sup> atteint comme maximum la valeur  $\Pi$ .

Les sections où se produisent ce maximum et les sections antérieurement trouvées sont celles qui sont censées travailler à la limite de sécurité  $\Pi$  sous les charges envisagées.

Le coefficient de sécurité vis-à-vis du dépassement de la limite d'élasticité  $N$  est véritablement égal alors à  $N/\Pi$  puisqu'une majoration des charges dans ce rapport a pour effet d'amener successivement à la limite d'élasticité les sections définies en premier lieu, puis les autres.

Pour un nouvel accroissement des charges, les taux de travail s'élèvent dans l'ensemble de l'arc, sauf dans les zones atteintes, en premier lieu, par la plasticité.

Par conséquent, la limite de rupture sera atteinte pour une nouvelle majoration des charges inférieure à  $\frac{R}{N}$ , c'est-à-dire que le coefficient de sécurité vis-à-vis de la rupture est intermédiaire entre le rapport  $\frac{N}{\Pi}$  et le rapport  $\frac{R}{\Pi}$ .

XII — La généralisation des résultats ci-dessus demande une grande prudence.

Il ne faut pas prendre le nombre de barres pouvant être supprimées comme étant le degré d'indétermination statique de l'ensemble de la construction. C'est ce dernier nombre seul qui doit être pris en compte dans les applications de la théorie de la ductilité.

Par exemple, dans le système cantilever de la figure 18, il ne serait pas admissible de supposer l'égalisation des moments sur l'appui double B et dans

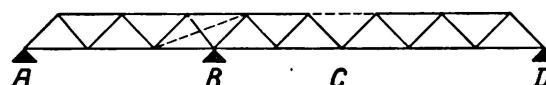


Fig. 18.

la travée A B, même si une diagonale surajoutée rendait la poutre A B C hyperstatique. L'ensemble ne devient hyperstatique et la théorie de la ductilité ne s'applique que si l'on ajoute une barre au-dessus du noeud C.

D'autre part, pour des systèmes complexes, il importe absolument de procéder

de proche en proche pour définir les sections atteintes successivement par la plasticité.

Il faut enfin avoir soin de vérifier que les zones troublées par la plasticité ne sont pas susceptibles d'accuser une cassure de la fibre neutre avant que la limite d'élasticité soit atteinte dans les autres sections considérées. Il faut, en outre, se rappeler que les taux de travail admis dans les calculs tenant compte de la plasticité, ne peuvent servir de base de comparaison que pour la détermination des coefficients de sécurité, vis-à-vis du dépassement de la limite d'élasticité. Vis-à-vis de la rupture, les coefficients de sécurité peuvent être à peine supérieurs aux précédents.

### Charges variables

I — Si certains états de charge se renouvellent, et si la limite d'élasticité n'est dépassée en aucun point, nous avons tout lieu de penser que les déformations et les tensions se reproduisent d'une façon cyclique. Aucune expérience n'infirme cette manière de voir.

Nous avons tenté de vérifier qu'il en est bien ainsi lorsqu'une pièce subit des alternances entre deux limites caractérisées par des lois extrinsèques bien déterminées, dont la limite supérieure est suffisante pour rendre la pièce plastique.

Pour cela, nous avons emprisonné une éprouvette de traction entre deux mâchoires, dont l'une était fixée à un vérin à vis, et l'autre à un excentrique.

L'excentrique étant tout d'abord placé dans la position qui correspond à l'allongement maximum de l'éprouvette, nous avons exercé un effort de traction à l'autre bout, au moyen du vérin à vis, jusqu'à entrer franchement dans la période de ductilité de l'acier. Puis, nous avons fait tourner plusieurs fois l'excentrique, de manière à faire varier la longueur de l'éprouvette entre deux limites bien définies, ce qui occasionnait le déchargement, puis le rechargement de l'éprouvette.

Dans cette expérience, la loi extrinsèque qui correspond à l'effort maximum dans l'éprouvette se traduit par une droite verticale sur le graphique déformations / forces et non une droite horizontale comme dans les essais classiques de traction.

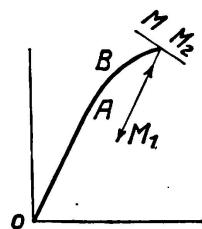


Fig. 19.

L'effort dans l'éprouvette était déterminé par la fréquence des vibrations qu'on produisait par un choc transversal.

Le résultat de ces essais a été négatif. Il semblerait donc que, lorsque le métal est entré dans la phase de la ductilité, l'effort interne soit une fonction univoque de la déformation linéaire, tant que celle-ci ne dépasse pas le maximum précédemment atteint (fig. 19).

Il semble donc que si des charges déterminées amènent une zone à la limite d'élasticité, la répétition de ces charges ne modifie pas la valeur des tensions atteintes et que, par conséquent, le risque de dépassement de la limite d'élasticité ne soit pas plus grand avec des charges renouvelées qu'avec une charge constante. Les conclusions du chapitre précédent demeurent donc.

II — La question est infiniment plus délicate si on veut évaluer le risque de rupture. Il faut alors prendre garde à ce que l'expérience nous a appris récemment concernant les ruptures par répétition des efforts.

Sans doute, les métaux utilisés dans la construction métallique sont-ils beaucoup plus doux que ceux dont les essais d'endurance ont montré qu'ils étaient beaucoup plus sensibles aux efforts répétés qu'à un effort une fois donné.

Il n'en résulte par moins que pour tout métal, quel qu'il soit, la rupture est possible lorsque les efforts répétés atteignent une valeur inférieure à celle qui amène la rupture dans un essai de traction ordinaire.

Par raison de prudence, le principe que nous proposons de suivre consiste, de même que plus haut, à trouver des règles telles qu'elles coïncident, pour les ouvrages isostatiques, avec les règles ordinaires de sécurité et qu'elles fournissent pour des ouvrages hyperstatiques, les mêmes coefficients comme rapport entre les charges admises et les charges dangereuses.

Si l'on adopte ce point de vue, on est amené à considérer qu'une construction isostatique est satisfaisante sous le rapport de la stabilité, lorsque tout en fournissant un certain coefficient de sécurité vis-à-vis du dépassement de la limite d'élasticité, d'une part, de la rupture à la première mise en charge, de l'autre, elle est suffisamment loin du cas-limite où la rupture se produirait sous l'effet de la répétition indéfinie des surcharges.

Ce que nous savons des ruptures par efforts répétés nous amène à penser que la charge permanente joue un rôle bien moindre que les surcharges. Il semble donc utile de considérer, non plus le taux de travail maximum, mais la somme de deux termes:

1° — la demi-amplitude de variation du taux de travail  $\sigma_2$  et  $\sigma_1$ ,

2° — la produit de la valeur moyenne  $\frac{\sigma_2 + \sigma_1}{2}$  des taux travail extrêmes par un coefficient  $\alpha$ , qui serait faible.

Si l'on se réfère aux expériences poursuivies sous la haute direction de *M. Caquot* au laboratoire aéro-technique, le coefficient  $\alpha$  serait de l'ordre de  $1/5^{\text{ème}}$ .

Des règles de sécurité, applicables aux constructions isostatiques, qui tiendraient compte des risques de rupture par efforts répétés, conduiraient donc à comparer le binôme défini plus haut à une limite  $\Pi_f$  obtenue en divisant la limite d'endurance par un coefficient de sécurité.

A moins de renchérir sur les règles imposées actuellement, on serait alors amené à ne pas prendre moins, pour la limite admissible  $\Pi_f$ , que la limite  $\Pi_0$  antérieurement admise pour le taux de travail total d'une pièce supportant des efforts alternés.

On aurait donc à vérifier l'inégalité suivante:

$$\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} + \alpha \frac{\sigma_2 + \sigma_1}{2} \leq \Pi_f (\geq \Pi_0) \quad (27)$$

Si maintenant nous considérons une construction hyperstatique, nous devrons imposer une condition analogue. Mais jusqu'à preuve du contraire, on peut considérer que le fait que la sollicitation répétée  $\sigma_2$  est égale à  $N$  n'influe pas plus sur le risque de rupture que sur la relation entre la déformation et les forces.

L'expérience, dans ce domaine, serait fort utile.

Nous admettrons donc, à défaut de précisions plus grandes, que, dans une construction hyperstatique, on doit vérifier la condition (27), dans laquelle  $\sigma_2$  coïncide avec le taux de travail produit par la première mise en charge.

Plus exactement, nous comparerons à la limite d'endurance elle-même,  $K\Pi_f$ , l'expression (27) correspondant à des charges  $K$  fois plus élevées que les charges considérées. Si nous divisons maintenant par  $K$  les deux membres, il vient

$$\frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} + \alpha \left( \frac{\sigma_d}{K} - \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \right) \leq \Pi_f \quad (28)$$

où  $\sigma_d$  désigne le taux de travail correspondant, dans la théorie de la ductilité, à la charge considérée,

$\sigma_{\max}$  et  $\sigma_{\min}$  désignent les taux de travail extrêmes d'après la loi de Hooke.

Le premier terme doit être tiré exclusivement de la considération de l'élasticité. Le second s'obtient par différence entre les résultats fournis par la théorie de l'élasticité et celle de la ductilité.

Le bénéfice procuré par la ductilité consiste en ce que ce dernier terme est inférieur à sa valeur déduite de la loi de Hooke, en remplaçant  $\sigma_d$  par  $\sigma_{\max}$ . Mais, comme le coefficient  $\alpha$  est faible, ce bénéfice est assez restreint, surtout si l'amplitude de variation du taux de travail est prépondérante, c'est-à-dire si les surcharges sont importantes par rapport à la charge propre.

Remarquons que la condition (28) peut être remplacée par une condition plus dure où  $\sigma_d$  est remplacé par sa limite  $\Pi_0$ :

$$\frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \leq \frac{\Pi_f - \alpha \Pi_0}{1 - \alpha} \quad (29)$$

En définitive, il nous semble que si l'on veut bénéficier, dans la conception des ouvrages, des latitudes que permet la ductilité, il faudra, en principe, s'astreindre à une double vérification.

1° — Il est indispensable de vérifier qu'il existe un coefficient de sécurité convenable, vis-à-vis du dépassement de la limite d'élasticité et vis-à-vis de la rupture ou du flambement, pour la première mise en charge.

Cette première vérification s'effectue suivant des règles déduites de la connaissance de la ductilité, en ayant égard aux observations que nous avons formulées plus haut.

2° — On devra vérifier qu'il existe un coefficient de sécurité convenable vis-à-vis de la fatigue des pièces et, pour cela, on déduira les variations des taux de travail de la connaissance des lois de l'élasticité. On les comparera à une limite d'endurance déterminée.

Des deux inégalités à vérifier, la plus sévère sera évidemment la première si la charge permanente est prédominante et l'on pourra alors se dispenser de la seconde.

Celle-ci jouera, par contre, s'il s'agit d'une construction légère par rapport aux surcharges, comme un longeron ou une pièce de pont.

En résumé, la ductilité a pour effet de rendre le coefficient de sécurité des constructions insensible aux erreurs de montage, aux anomalies de la répartition

des efforts dus aux charges propres; elle rend correcte l'hypothèse de l'égalisation des taux de travail maxima quand il s'agit de charges permanentes et quand la construction est bien construite.

Par contre, la ductilité n'ajoute aucun élément de sécurité vis-à-vis des surcharges répétées, lorsque la part de celles-ci dans les taux de travail est prépondérante.

### Résumé

Dans tout élément de construction auquel les efforts appliqués ne sont pas seulement fonctions des charges s'exerçant sur l'ensemble de la construction, mais dépendent, en outre, des déformations, la limite d'élasticité n'est pas dépassée immédiatement après qu'elle a été atteinte.

Il en résulte qu'il existe une marge de variation des charges s'exerçant sur un ensemble hyperstatique, telle que les efforts demeurent au taux de la limite d'élasticité, tandis qu'ils croissent dans d'autres parties de la construction. Cette conclusion s'applique également au cas des assemblages de pièces travaillant concurremment, et même à celui des éléments de constructions isostatiques, pour ce qui concerne la répartition des efforts à leur intérieur.

Ainsi se justifie, dans une certaine mesure, la méthode de calcul basée sur l'égalité des taux de travail dans les zones les plus chargées des constructions, mais cette méthode n'est valable que si, effectivement, la zone où la limite d'élasticité est vraiment atteinte en premier lieu ne subit pas un nouvel accroissement des taux de travail avant que l'égalisation supposée ne se produise.

Cette restriction est importante dans le cas des poutres ayant des appuis doubles, lorsque leurs âmes sont insuffisamment raidies au voisinage de ces appuis et, d'une manière générale, dans les pièces mal construites. De même, l'application des principes de la ductilité aux arcs et systèmes complexes, ne peut être admise qu'avec la plus grande prudence.

Sous ces réserves, on peut dire que l'hypothèse de l'égalisation des taux de travail dans les  $(n + 1)$  sections les plus chargées, si  $n$  est le degré d'indétermination, conduit à une juste appréciation du coefficient de sécurité par rapport au dépassement de la limite d'élasticité.

Par contre, le coefficient de sécurité vis-à-vis de la rupture ou du flambement peut n'être que très peu supérieur au précédent coefficient de sécurité, et enfin la ductilité n'ajoute aucun élément de sécurité vis-à-vis des surcharges répétées, lorsque la part de celles-ci dans les taux de travail est prépondérante.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide